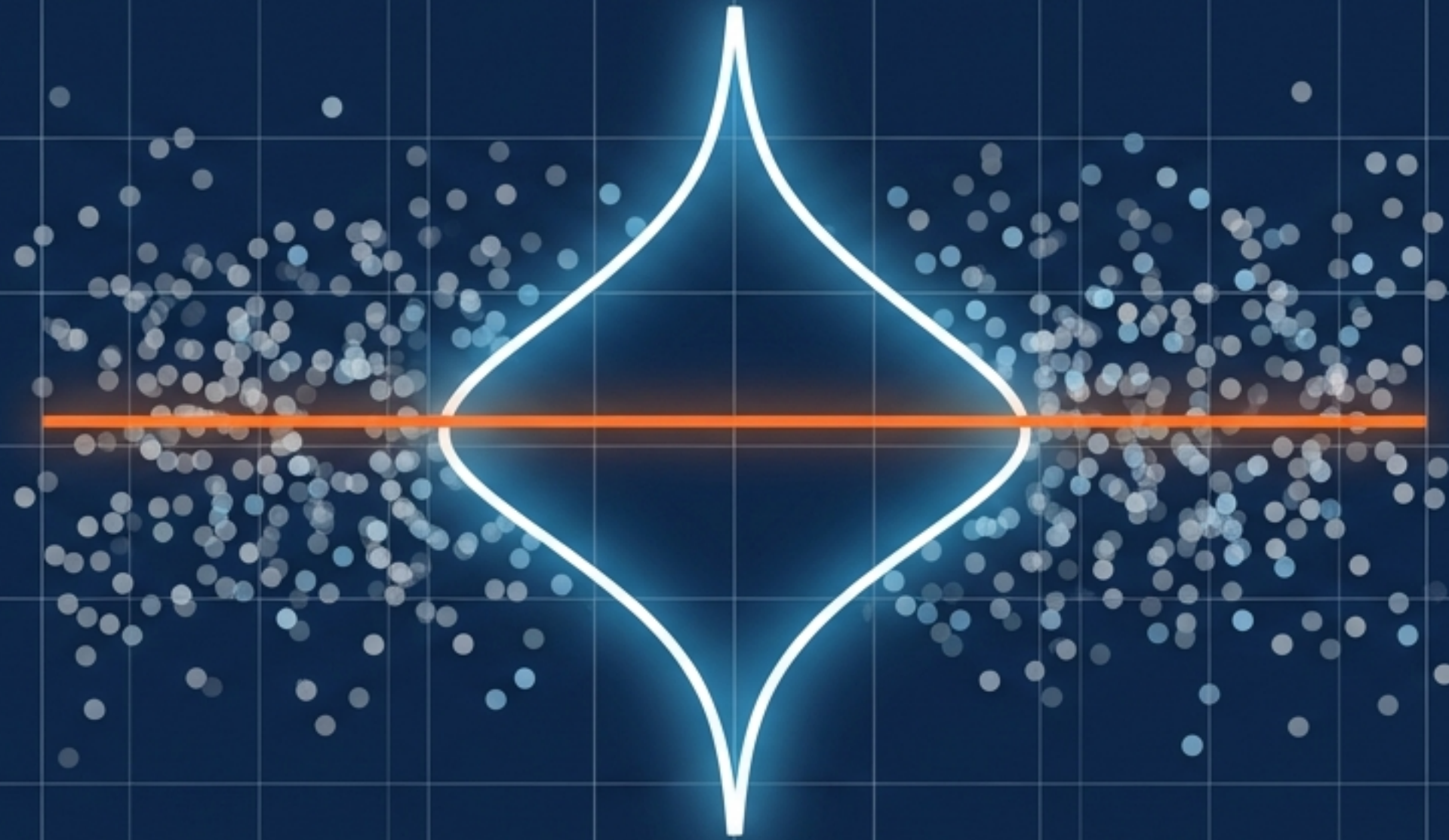
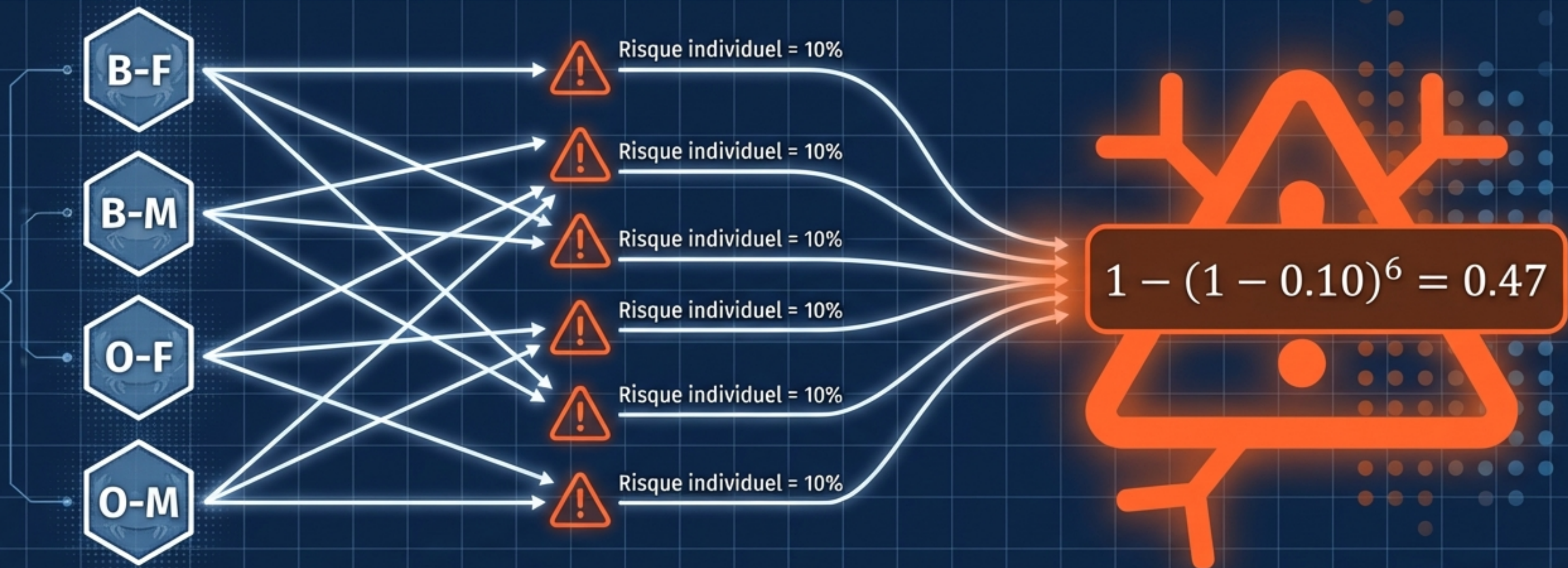


Au-delà de Deux Groupes : L'Analyse de Variance et ses Alternatives

Un guide visuel et décisionnel pour comparer des populations multiples en R.



L'Illusion des Tests Multiples

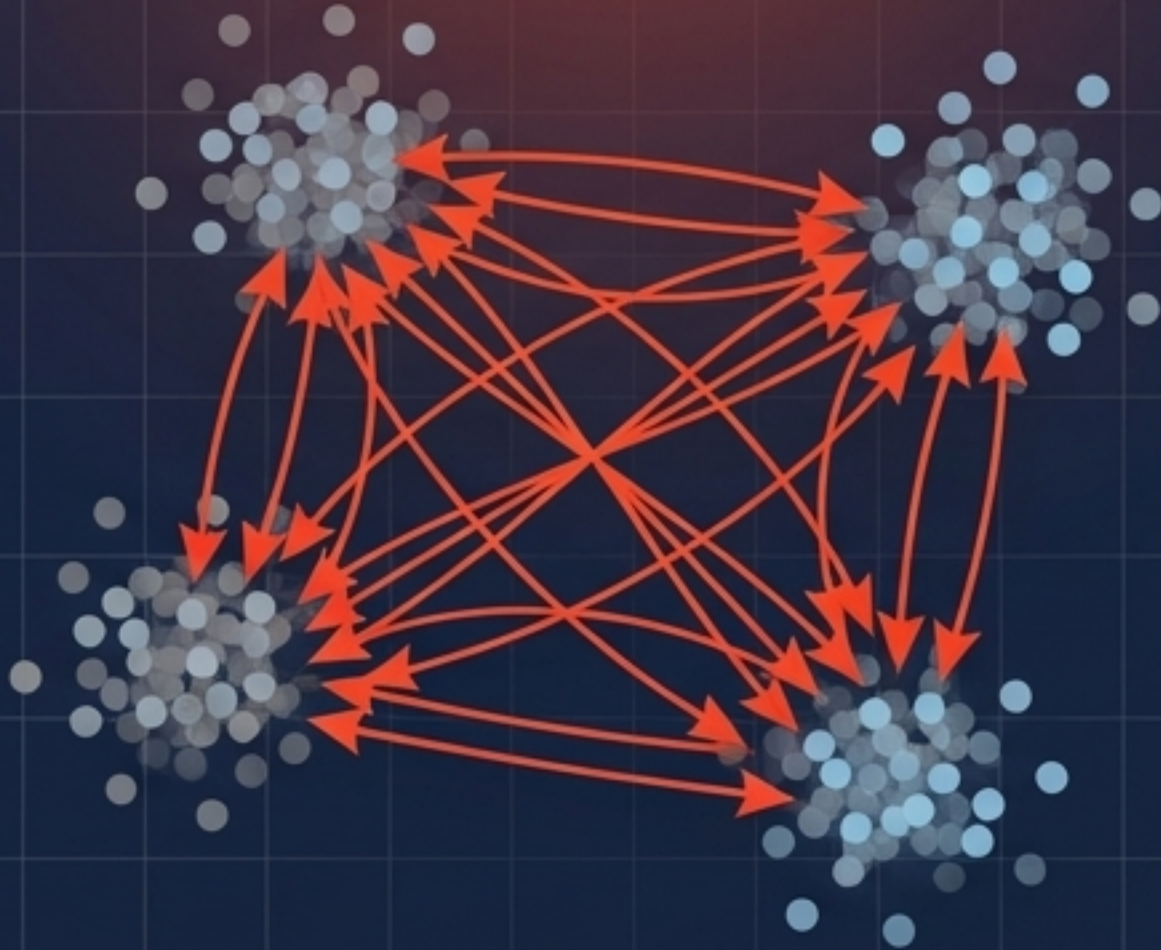


Si nous comparons 4 groupes avec des tests t répétés, notre analyse globale sera incorrecte près d'une fois sur deux (47 % d'erreur globale pour 10 % de risque individuel).

Ne multipliez jamais les comparaisons locales.

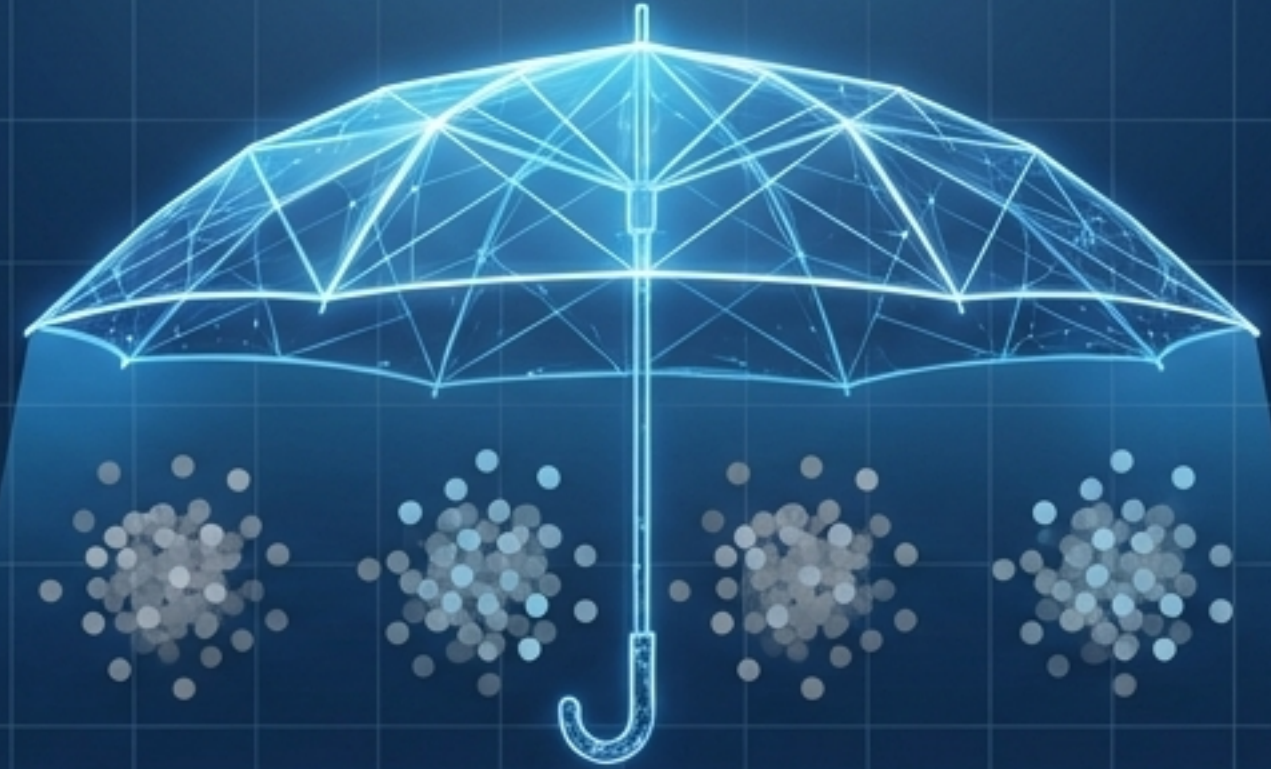
Le Changement de Paradigme : L'Approche Globale

L'erreur locale



Tester chaque paire
(Inflation du risque)

L'approche globale (ANOVA)



L'Hypothèse Nulle (H_0) : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$
(Toutes les moyennes sont strictement égales).

L'Hypothèse Alternative (H_1) : $\exists (i,j)$ tel que $\mu_i \neq \mu_j$
(Au moins une moyenne diffère, sans préciser laquelle à ce stade).

**L'ANOVA pose une question unique
pour protéger notre seuil de risque α .**

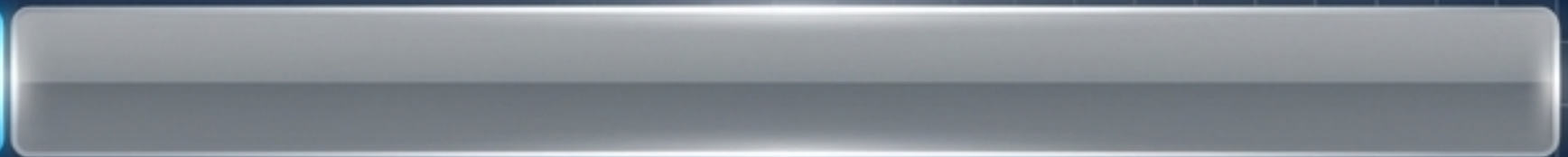
La Magie de l'Additivité des Variances

$$SCT = SC_{\text{inter}} + SC_{\text{intra}}$$

Total Variance (SCT)

Variance Inter (L'écart entre la moyenne globale et la moyenne de chaque sous-population).

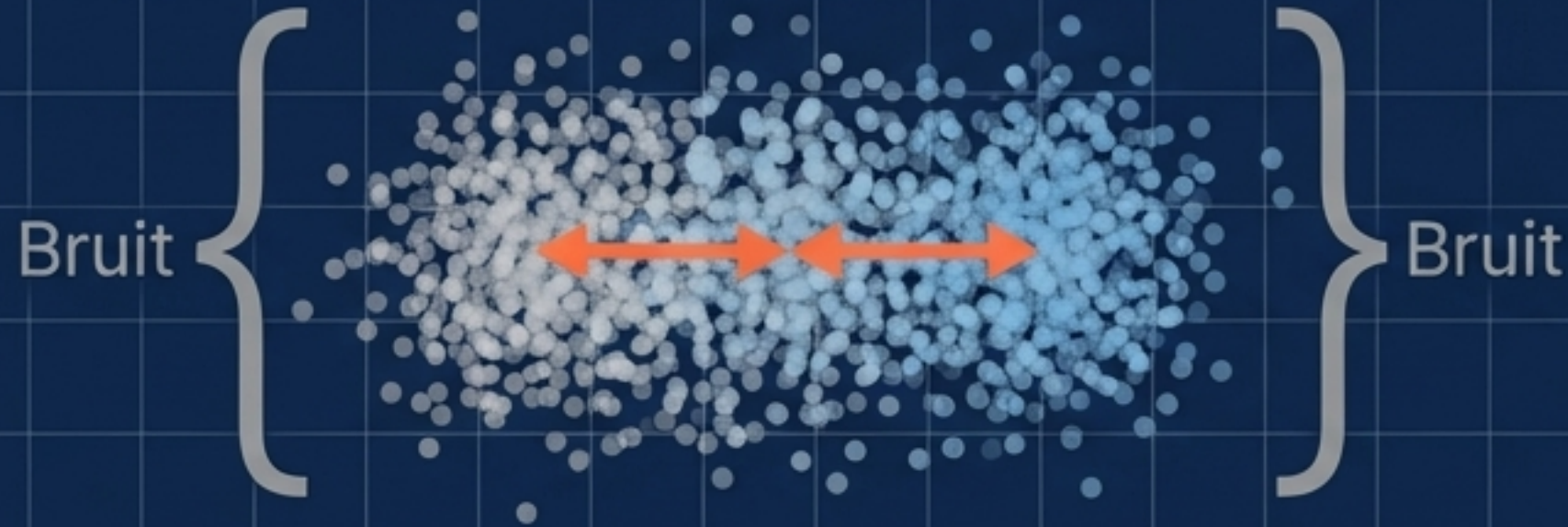
Variance Intra (L'écart entre chaque observation individuelle et la moyenne de sa sous-population, i.e., les résidus ε_i).



Le modèle mathématique de l'ANOVA ($y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_i$) décompose la variation totale en **Signal** (Inter) et **Bruit** (Intra).

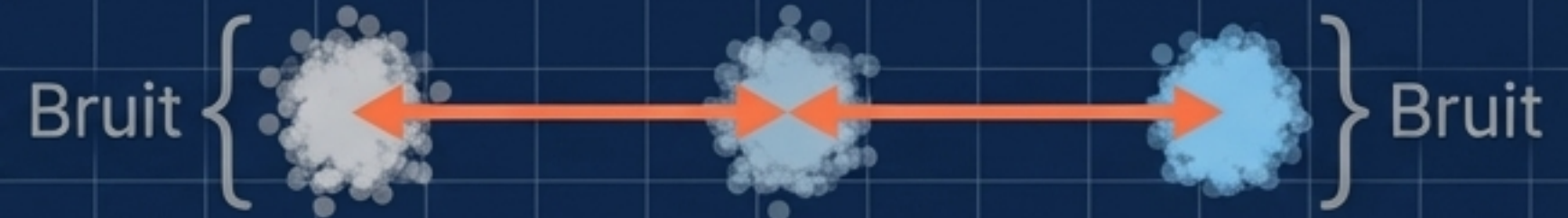
Inter vs. Intra : Le Ratio du Signal sur le Bruit

Scenario A



H0 est probable.
Le bruit étouffe le signal.

Scenario B



H0 est très peu probable.
Le signal dépasse le bruit.

$$F_{\text{obs}} = \frac{\text{Carré Moyen Inter (Signal)}}{\text{Carré Moyen Intra (Bruit)}}$$

Plus la statistique F est grande, plus l'hypothèse nulle est suspecte.

L'Anatomie du Tableau ANOVA

Terme	Ddl	Somme des carrés	Carrés moyens	F _{obs}	Valeur de p
group	3	0.000727	2.42e-04	151	< 2e-16
Résidus	196	0.000316	1.61e-06		

Degrés de liberté Intra
($n-k$, 200 individus - 4).

Degrés de liberté Inter
($k-1$, car 4 groupes).

Un F massif. Le signal
est 151 fois
plus fort que le bruit.

Fira Code

```
anova(lm(aspect5 ~ group, data = crabs2))
```

Les Conditions de Vol : Le Diagnostic



1. Indépendance & Représentativité

Échantillon aléatoire, observations indépendantes. (Aucun test statistique, nécessite un design expérimental rigoureux).



2. Normalité des Résidus



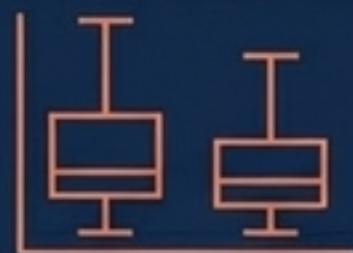
Les résidus ε_i doivent suivre une distribution normale.



3. Homoscédasticité



Variances égales



Variances inégales

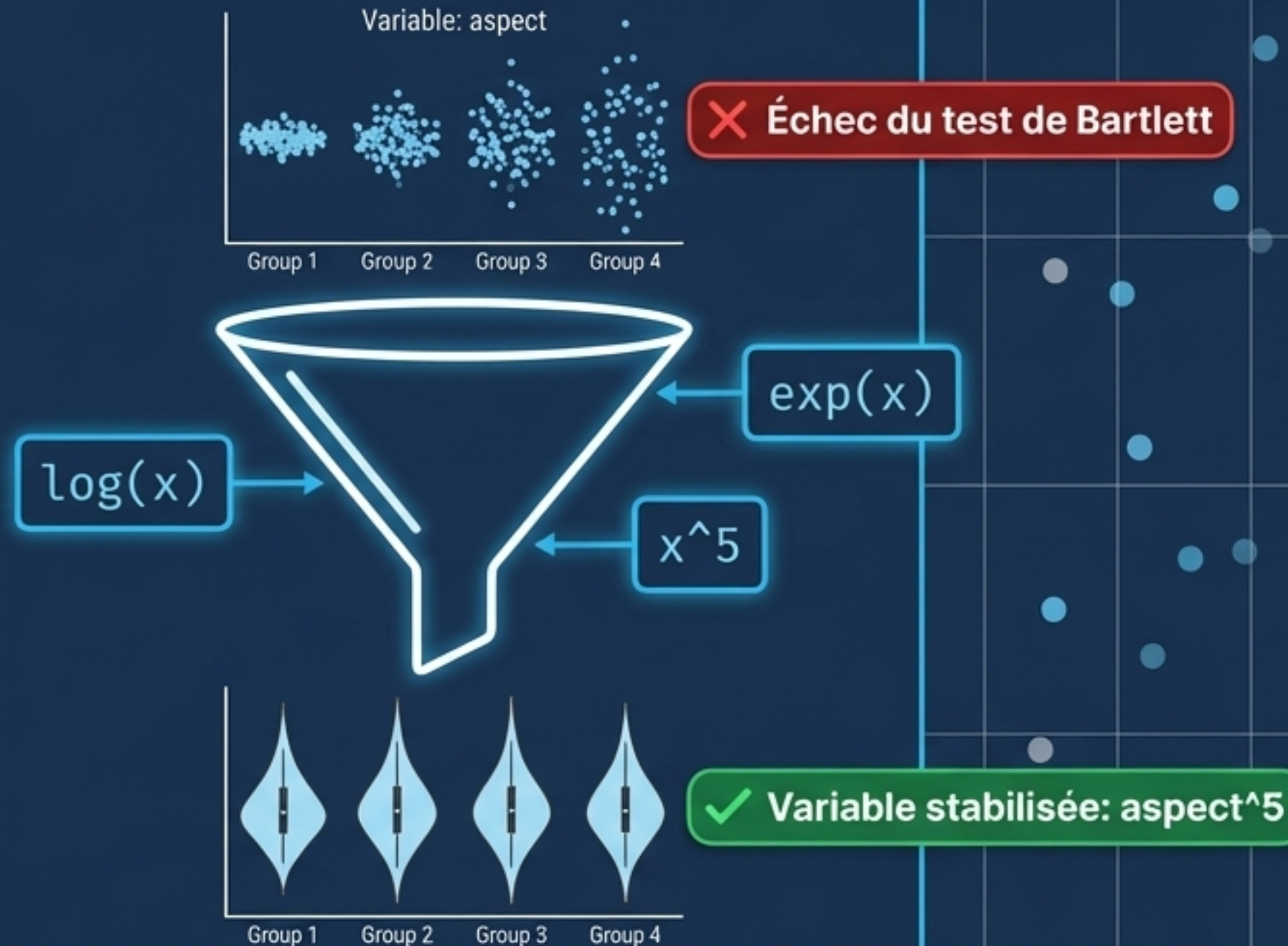
La variance intragroupe doit être identique.

```
bartlett.test(aspect ~ group)
```

(H0: Variances égales)

Réparer les Données : Stabiliser la Variance

Transformation Funnel



Si `bartlett.test()` rejette l'homoscédasticité, appliquez une transformation mathématique (ex: logarithme, puissance). Si aucune ne fonctionne, l'ANOVA doit être abandonnée.

Le Test "Post-Hoc" : Qui est différent ?



La Correction de Bonferroni (Trop Conservateur)



Diviser le seuil α par le nombre de tests (ex : $0.05 / 6 = 0.0083$). Réduit la puissance statistique.

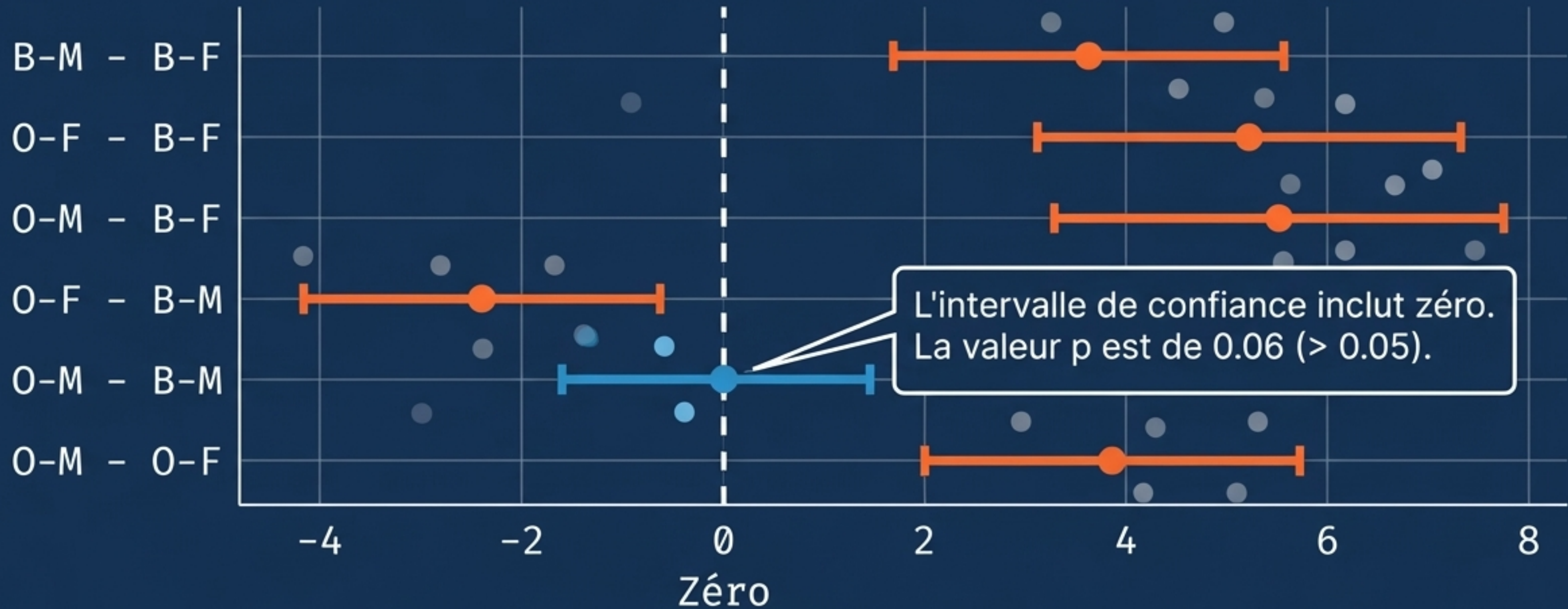
La Méthode HSD de Tukey (Le Standard)



Honest Significant Difference. Calcule un écart minimal global pour considérer des moyennes comme différentes. Protège le risque α global tout en conservant une bonne puissance.

N'effectuez un post-hoc que si, et seulement si, l'ANOVA préalable a rejeté H_0 .

Lire un Test de Tukey



Tous les groupes diffèrent significativement...
sauf les crabes mâles bleus et oranges.

Quand les Règles Sont Brisées : L'Alternative Non Paramétrique

⚠ **Données irrécupérables**
(Échec Bartlett + Échec QQ-plot
malgré transformations)



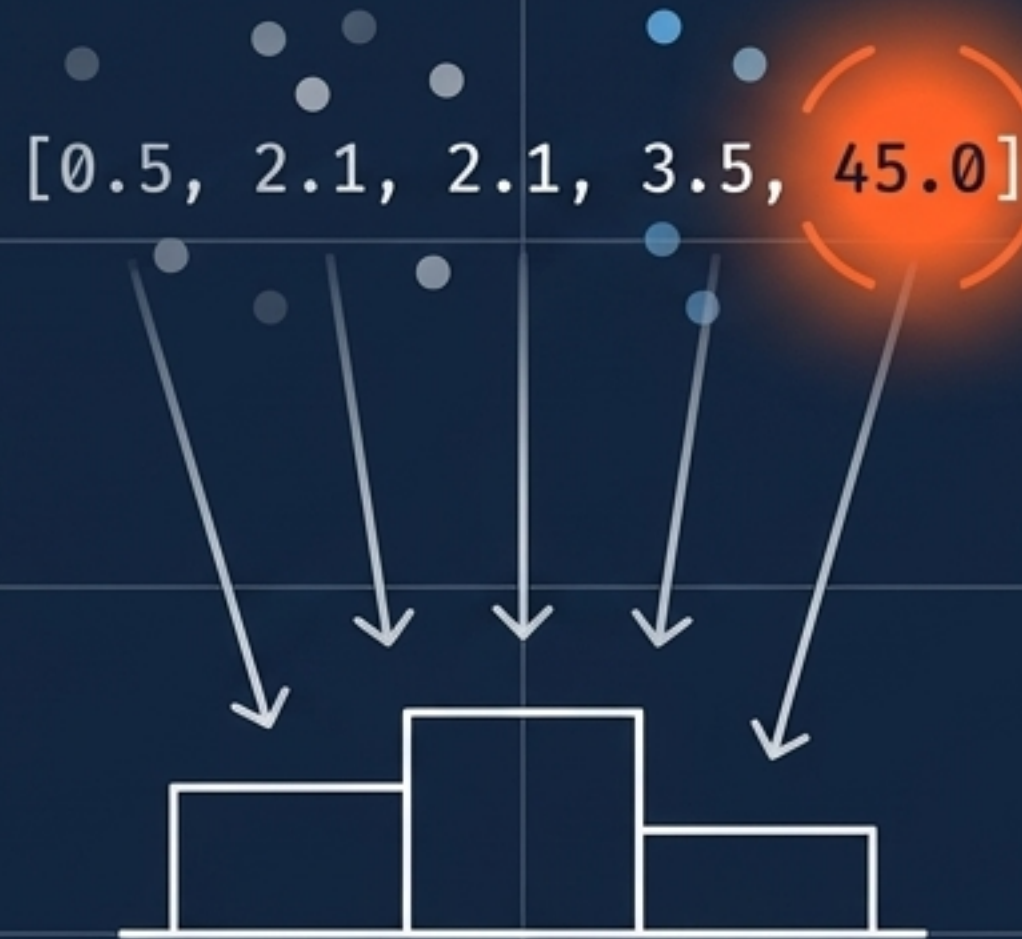
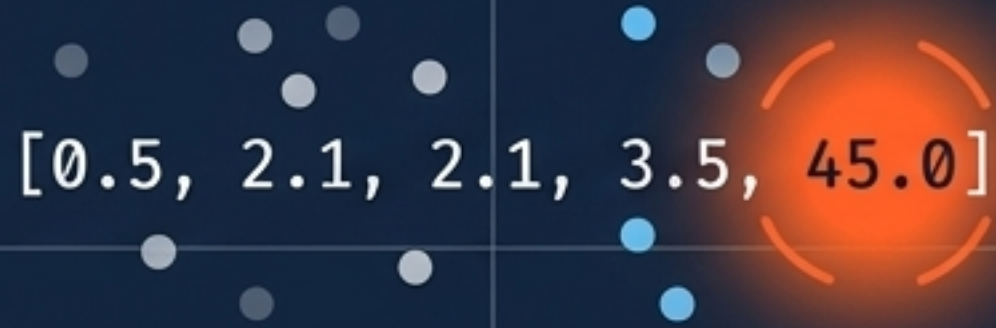
**Test de
Kruskal-Wallis**

Si les conditions d'application paramétriques sont impossibles à atteindre, nous abandonnons la comparaison des moyennes exactes.

Kruskal-Wallis ne compare pas des moyennes, mais des localisations sur un axe via une distribution de χ^2 avec $k-1$ degrés de liberté.

La Puissance des Rangs

1 Raw Data



3 The Ranks

L'outlier massif est complètement neutralisé en une simple 5ème place.

$[1, 2.5, 2.5, 4, 5]$

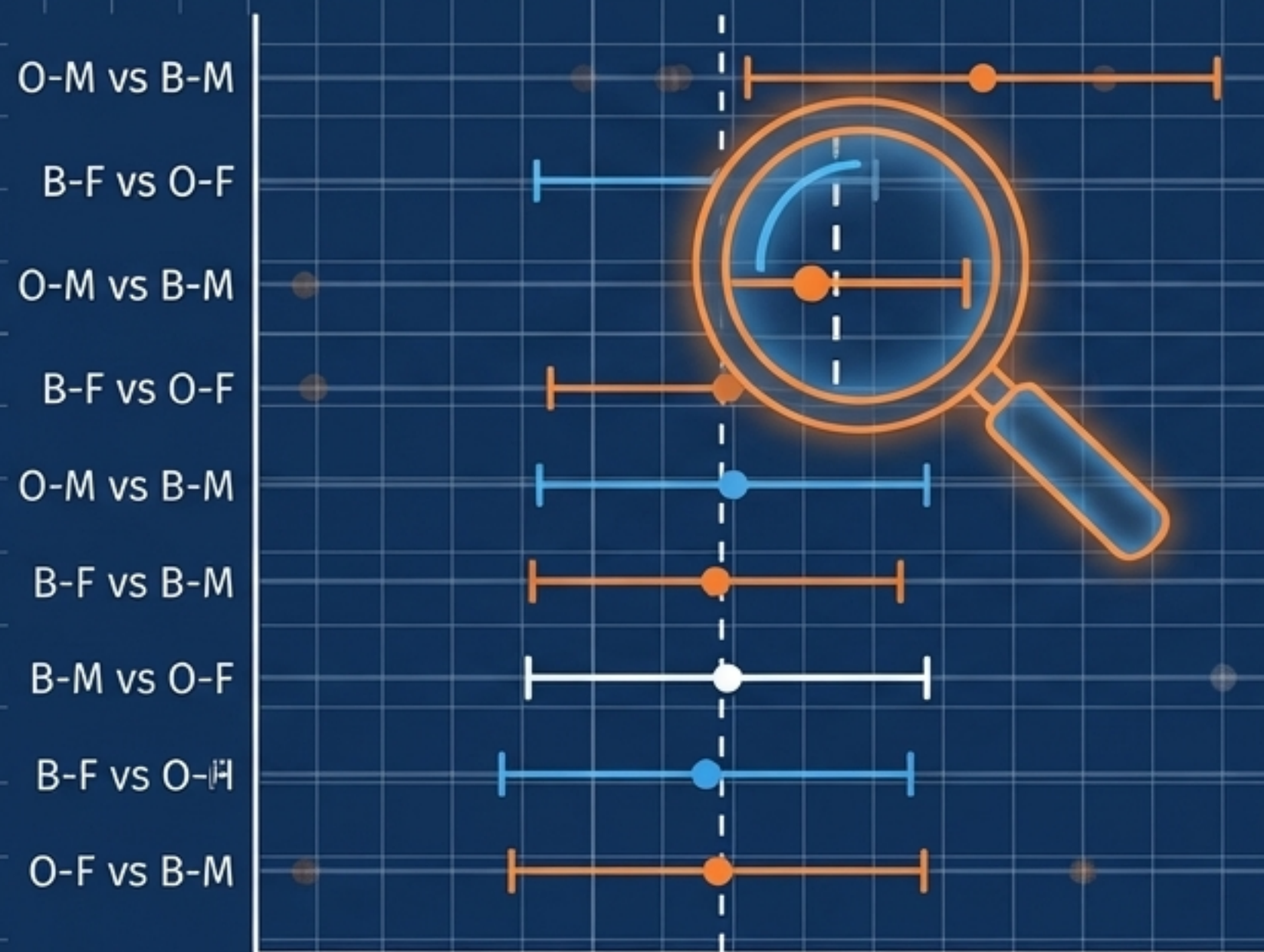
Hypothèses de Kruskal-Wallis :

H_0 : Le rang moyen (mr) est identique pour tous les groupes ($mr_1 = mr_2 = \dots = mr_k$).

H_1 : Au moins deux groupes ont des rangs moyens différents.

Post-Hoc Non Paramétrique

```
library(nparcomp)
```



Méthodologie Préférable

Utiliser des tests de Wilcoxon avec correction de Bonferroni est possible, mais un test post-hoc basé sur les rangs (équivalent Tukey) via le package **{nparcomp}** est préférable.

Résultats sur Données de Crabes

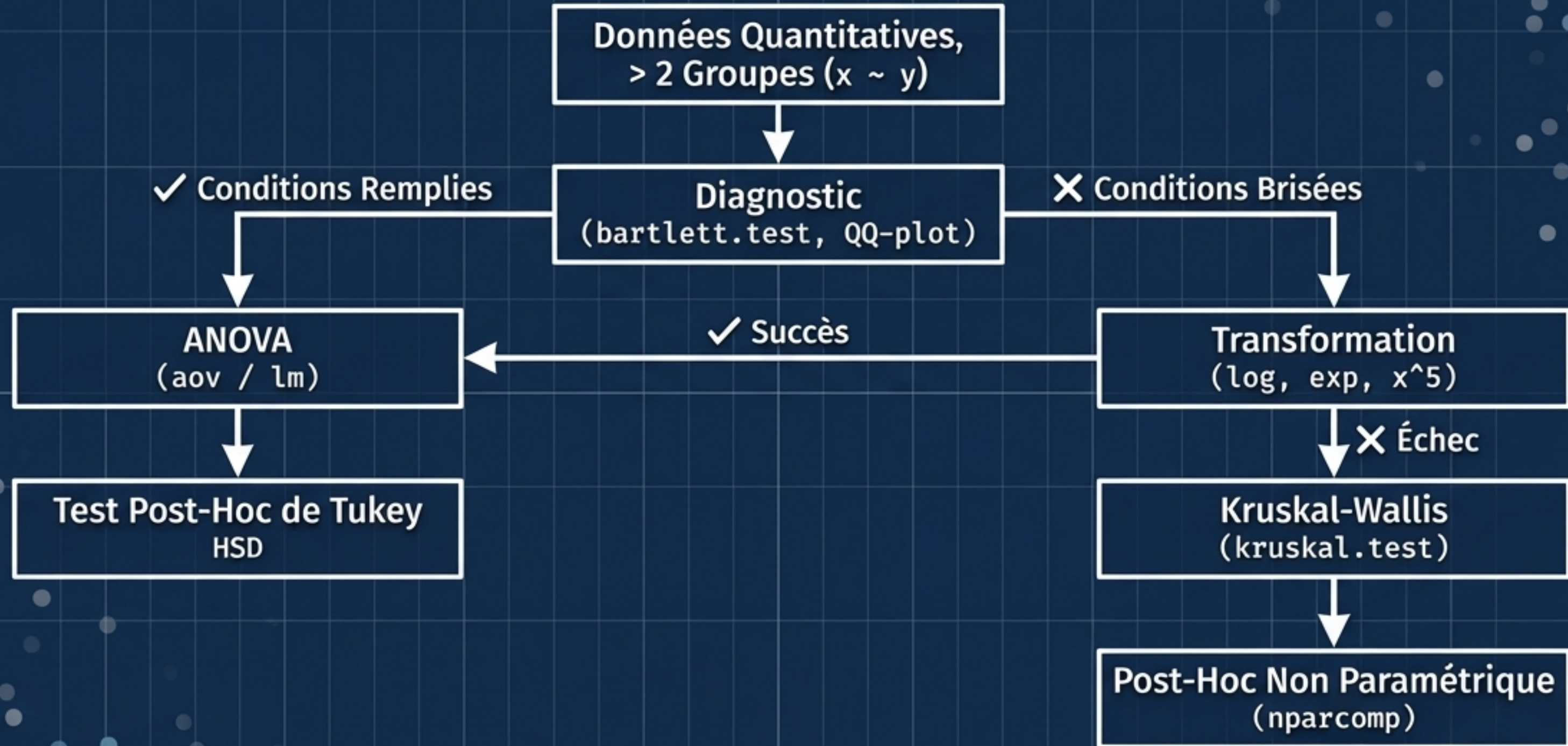
Sur nos données de crabes, ce test détecte la paire mâle O-M - B-M comme tout juste significative (**p=0.049**).

Matrice de Décision : Paramétrique vs. Non Paramétrique

Dimension	ANOVA à un facteur	Kruskal-Wallis
Métrique clé	Comparaison de Moyennes (μ)	Comparaison de Rangs Moyens (m_r)
Statistique Théorique	Distribution F de Fisher	Distribution χ^2 (Chi-carré)
Hypothèses Requises	Strictes (Normalité, Homoscédasticité)	Assouplies (Forme libre)
Sensibilité aux Outliers	Très sensible	Très robuste
Test Post-Hoc Associé	HSD de Tukey	Test Asymptotique (nparcomp) / Wilcoxon

Règle d'or : Lorsque les conditions sont remplies, l'ANOVA est statistiquement plus puissante et doit être privilégiée.

SYNTHÈSE : L'Arbre de Décision Global



Un pipeline rigoureux protège contre l'inflation des faux positifs. Toujours commencer par l'évaluation globale avant de zoomer sur les différences locales.