I) Objectif

Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique

II) Des essais

Cas d'une suite arithmétique

$$u_5 \cdots u_6 \cdots u_7 \cdots u_8$$

$u_8 = u_5 + 3r$

Cas d'une suite géométrique

$$v_{10} \cdots v_{11} \cdots v_{12} \cdots v_{13} \cdots v_{14}$$

$v_{14} = v_{10} \times q^4$

III) Avec des programmes Python

```python
"""
Programme calculant de proche en proche un terme de la suite d'indice donné
"""

#------------- définition du premier terme
p = 0
u = 5

#-------------- indice du terme á calculer
n = 10

#--------------défintion de la fonction de la récurrence u_{n+1} = f(u_n)
def f(x) :
    return x+2

#-------------- tant que la condition N'EST PAS RESPECTÉE !!!!!!!!!!!!!!!!
k = p
while (k<n) :
    u = f(u)
    k = k+1

#--------- affichage du résultat
print(f"u_{n} = {u}")
```

```
u_10 = 25
```

IV) Démonstration

Cas d'une suite arithmétique (u_n) de raison r

Prenons deux indices p et n tels que $p \leqslant n$.

Pour passer d'un terme au suivant, on ajoute la raison r.

Pour passer de u_p à u_n, on ajoute $(n-p)$ fois la raison r.

D'où $u_n = u_p + (n-p) \times r$.

Si $n \leqslant p$, on a donc $u_p = u_n + (p-n) \times r$, d'où $u_n = u_p - (p-n) \times r = u_p + (n-p) \times r$.

Conclusion : pour tous entiers n et p, on a $\boxed{u_n = u_p + (n-p) \times r}$.

Cas d'une suite géométrique (v_n) de raison q

Prenons deux indices p et n tels que $p \leqslant n$.

Pour passer d'un terme au suivant, on multiplie la raison q.

Pour passer de v_p à v_n, on multiplie $(n-p)$ fois par la raison q.

D'où $v_n = v_p \times q^{n-p}$.

Si $n \leqslant p$, on a donc $v_p = v_n \times q^{p-n}$, d'où $v_n = \dfrac{v_p}{q^{p-n}} = v_p \times q^{n-p}$.

Conclusion : pour tous entiers n et p, on a $\boxed{v_n = v_p \times q^{n-p}}$.