

Exercice 1

5 points

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.

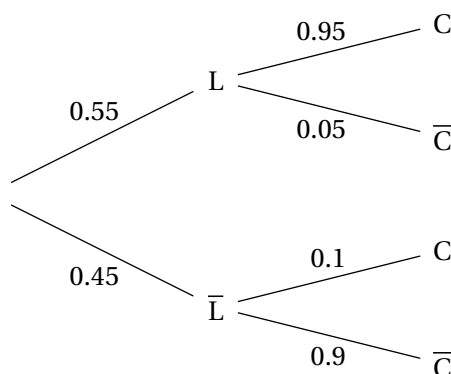
L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

- L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
- C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.



2) Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'évènement $L \cap C$.

$$P(L \cap C) = p(L) \times p_L(C) = 0,55 \times 0,95 = 0,5225$$

3) Montrer que $P(C) = 0,5675$.

L et \bar{L} forment une partition. D'après la formule des probabilités totales,

$$p(C) = p(L \cap C) + p(\bar{L} \cap C) = p(L) \times p_L(C) + p(\bar{L}) \times p_{\bar{L}}(C)$$

$$p(C) = 0,5225 + 0,45 \times 0,1 = 0,5225 + 0,045 = 0,5675$$

4) Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .

$$p_C(L) = \frac{p(L \cap C)}{p(C)}$$

$$p_C(L) = \frac{0,5225}{0,5675}$$

$$p_C(L) \approx 0,9207$$

Exercice 2

5 points

Dans un magasin spécialisé en électroménager et multimédia, le responsable du rayon informatique fait le bilan sur les ventes d'ordinateurs portables, de tablettes, et d'ordinateurs fixes. Pour ces trois types de produit, le rayon informatique propose une extension de garantie.

Le responsable constate que 28 % des acheteurs ont opté pour une tablette, et 48 % pour un ordinateur portable.

Dans cet exercice, on suppose que chaque acheteur achète un unique produit entre tablette, ordinateur portable, ordinateur fixe, et qu'il peut souscrire ou non une extension de garantie.

Parmi les acheteurs ayant acquis une tablette, 5 % ont souscrit une extension de garantie et, parmi ceux ayant acquis un ordinateur fixe, 12,5 % ont souscrit une extension de garantie.

On choisit au hasard un de ces acheteurs.

On note :

T l'événement « l'acheteur a choisi une tablette » ;

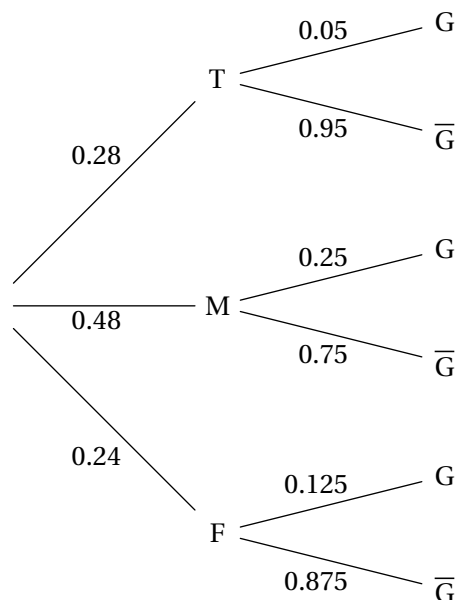
M l'événement « l'acheteur a choisi un ordinateur portable » ;

F l'événement « l'acheteur a choisi un ordinateur fixe » ;

G l'événement « l'acheteur a souscrit une extension de garantie ».

On note aussi \overline{F} , \overline{M} , \overline{T} , \overline{G} les événements contraires.

- 1) Construire un arbre pondéré en indiquant les données de l'énoncé.



- 2) Calculer $P(F)$ la probabilité de l'événement F , puis $P(F \cap G)$.

$$p(F) = 1 - p(G) - p(M) = 1 - 0,28 - 0,48 = 0,24$$

$$P(F \cap G) = p(F) \times p_F(G) = 0,24 \times 0,125 = 0,03$$

- 3) On sait de plus que 12 % des acheteurs ont choisi un ordinateur portable avec une extension de garantie.
Déterminer la probabilité qu'un acheteur ayant acquis un ordinateur portable souscrive une extension de garantie.

$$p(M \cap G) = 0,12$$

$$p(M) \times p_M(G) = 0,12$$

$$0,48 \times p_M(G) = 0,12$$

$$p_M(G) = 0,25$$

4) Montrer que $P(G) = 0,164$.

T , M et F forment une partition. D'après la formule des probabilités totales,

$$p(G) = p(T \cap G) + p(M \cap G) + p(F \cap G) = p(T) \times p_T(G) + p(M) \times p_M(G) + p(F) \times p_F(G)$$

$$p(G) = 0,28 \times 0,05 + 0,12 + 0,03 = 0,164$$

Exercice 3

5 points

Une usine de composants électriques dispose de deux unités de production, A et B.

La production journalière de l'usine A est de 600 pièces, celle de l'unité B est de 900 pièces.

On prélève au hasard un composant de la production d'une journée.

La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité A est égale à 0,014.

La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité B est égale à 0,024.

On note :

- D l'évènement : « le composant présente un défaut de soudure »
- A l'évènement : « le composant est produit par l'unité A »
- B l'évènement : « le composant est produit par l'unité B »

On note $p(D)$ la probabilité de l'évènement D et $P_A(D)$ la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement A est réalisé.

- 1) a) D'après les données de l'énoncé, préciser $P_A(D)$ et $P_B(D)$.

$$P_A(D) = 0,014$$

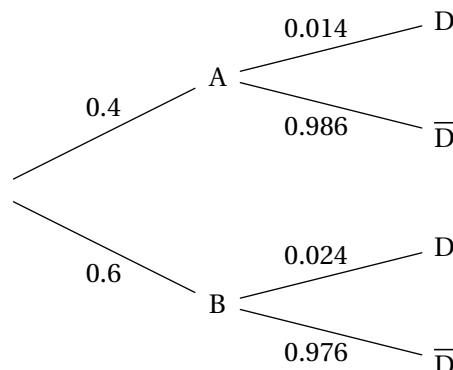
$$P_B(D) = 0,024$$

- b) Calculer $p(A)$ et $p(B)$.

$$p(A) = \frac{600}{1\,500} = 0,4$$

$$p(B) = \frac{900}{1\,500} = 0,6$$

- 2) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



- 3) a) Calculer $p(A \cap D)$ et $p(B \cap D)$.

$$p(A \cap D) = p(A) \times p_A(D) = 0,4 \times 0,014 = 0,0056$$

$$p(B \cap D) = p(B) \times p_B(D) = 0,6 \times 0,024 = 0,0144$$

- b) En déduire $p(D)$.

A et B forment une partition. D'après la formule des probabilités totales,

$$p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) = 0,0056 + 0,0144$$

$$p(D) = 0,02$$

- 4) On prélève dans la-production totale un composant présentant un défaut de soudure. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'unité A ?

$$p_D(A) = \frac{p(A \cap D)}{p(D)} = \frac{0,0056}{0,02} = 0,28$$