Exercice 1

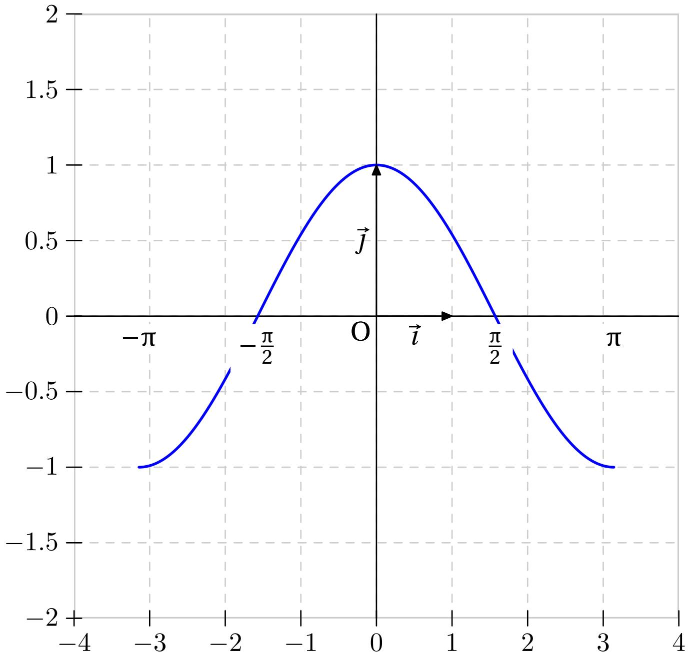
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{1+\cos^2(x)}.$$

1) Etudier la parité de f.

2) Démontrer que f est 2π-périodique.

Exercice 2



1) À l'aide de la fonction cosinus tracée ci-dessus, résoudre graphiquement les inéquations suivantes dans l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi[$.

a) $\cos(x) \geqslant 0$

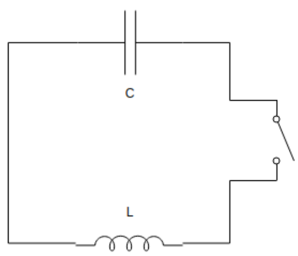
b) $\cos(x) < 0,5$

c) $\cos(x) \leqslant 1$

2) Retrouver les résultats précédents à l'aide du cercle trigonométriques.

Exercice 3

Charge d'un condensateur



On considère le circuit électrique ci-dessus comprenant :

— un condensateur dont la capacité, exprimée en farad, a pour valeur C ;

— une bobine dont l'inductance, exprimée en henry, a pour valeur L ;

— un interrupteur.

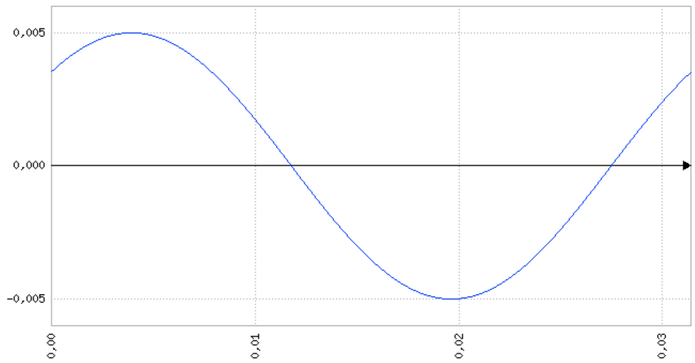
Le temps est exprimé en secondes.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur et le condensateur se décharge dans le circuit.
On appelle $q(t)$ la valeur de la charge, exprimée en coulomb, du condensateur à l'instant t.
On admet que la fonction q est définie pour tout réel $t \geqslant 0$ par :

$$q(t) = \frac{1}{200} \sin\left(200t + \frac{\pi}{4}\right).$$

1) Calculer $q\left(t + \frac{\pi}{100}\right)$. En déduire que la fonction q est périodique.

2) Montrer que la fonction q n'est ni paire, ni impaire.

3) On a tracé la courbe représentative de la fonction q sur l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{100}\right]$.



Conjecturer les variations de la fonction q sur cet intervalle. Interpréter ce résultat.

4) Quelle était la charge du condensateur à l'instant $t = 0$?