

I) Objectif

La fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0

II) Démonstration

Posons $f(x) = \sqrt{x}$.

Calculons son taux d'accroissement.

$$\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \frac{\sqrt{h} - \sqrt{0}}{h} = \frac{\sqrt{h}}{h}$$

$$\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \frac{1}{\sqrt{h}}$$

$$\text{Or } \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{1}{\sqrt{h}} = +\infty$$

En 0, la limite du taux d'accroissement est infinie.

La fonction racine carrée n'est donc pas dérivable en 0.

NB : il y a une demi-tangente verticale.

