

Exercice 1

Un dé à 6 faces est truqué de la façon suivante : chaque numéro pair a deux fois plus de chance de sortir qu'un numéro impair.

- 1) Calculer la probabilité d'obtenir un 6.

Donnons la loi de probabilité de ce jeu :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	p	$2p$	p	$2p$	p	$2p$

$$\text{Or } p + 2p + p + 2p + p + 2p = 1$$
$$9p = 1$$

$$p = \frac{1}{9}$$

La probabilité d'obtenir un 6 est $\frac{2}{9}$.

- 2) On lance deux fois le dé.

- a) Calculer la probabilité d'obtenir deux fois un numéro pair.

La probabilité d'obtenir un nombre impair est $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Celle d'obtenir un nombre pair est $\frac{2}{3}$.

Les deux lancers sont indépendants. La probabilité d'obtenir deux nombres pairs est : $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

- b) Calculer la probabilité d'obtenir deux fois un 6.

Les deux lancers sont indépendants. La probabilité d'obtenir deux fois un 6 est : $\frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{81}$.

Exercice 2

Un jeu consiste à lancer un dé cubique. On gagne 5 euros si on obtient un multiple de 3 et on perd 4 euros sinon. On note G la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

- 1) Quel est l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire G ?

G prend les valeurs 5 et -4 .

- 2) Donner les issues réalisant l'événement $\{G = -4\}$.

L'événement $\{G = -4\}$ correspond à obtenir 1, 2, 4 ou 5.

- 3) Donner les issues réalisant l'événement $\{G > 0\}$.

L'événement $\{G > 0\}$ c'est-à-dire $\{G = 5\}$ correspond à obtenir 3 ou 6.

Exercice 3

Une urne contient douze boules, des bleues, des vertes et des blanches. Six sont bleues et une seule est blanche. On tire au hasard une boule de l'urne et on définit une variable aléatoire X égale au gain algébrique obtenu sachant que :

- on perd 3 € si la boule tirée est bleue ;
- on gagne 1 € si la boule tirée est verte ;
- on gagne 7 € si la boule tirée est blanche.

1) Déterminer la loi de probabilité de X .

Il y a 6 boules bleues, 1 blanches et 5 vertes.

x_i	-3	1	7
$p(X = x_i)$	$\frac{6}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

2) Déterminer l'espérance de X .

$$E(X) = \sum x_i p_i = -3 \times \frac{6}{12} + 1 \times \frac{5}{12} + 7 \times \frac{1}{12}$$

$$E(X) = -\frac{6}{12} = -0,5$$

3) Déterminer l'écart-type de X .

$$V(X) = \sum p_i \times (x_i - E(X))^2$$

$$V(X) = \frac{6}{12} \times (-3 + 0,5)^2 + \frac{5}{12} \times (1 + 0,5)^2 + \frac{1}{12} \times (7 + 0,5)^2$$

$$V(X) = \frac{6}{12} \times 6,25 + \frac{5}{12} \times 2,25 + \frac{1}{12} \times 56,25$$

$$V(X) = 8,75$$

$$\text{D'où } \sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 2,96$$

Exercice 4

On s'intéresse à la fonction suivante écrite en Python.

```
1 from random import randint
2
3 def gain() :
4     tirage = randint(1,11)
5     if tirage == 2 :
6         G=3
7     elif tirage==4:
8         G=-5
9     else :
10        G=-10
11    return G
```

Inventer une situation dans laquelle cette fonction pourrait être utilisée.

Dans une urne, on place 11 boules numérotées de 1 à 11.

- Si on tire le 2, on gagne 3 euros ;
- Si on tire le 4, on perd 5 euros ;
- Sinon, on perd 10 euros ;