

I) Objectif

Ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ (en utilisant le produit scalaire)

II) Démonstration

A et B sont deux points du plan.

On veut déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Soit I le milieu de $[AB]$.

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$$

$$(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = 0$$

$$\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0$$

$$MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} \cdot (-\overrightarrow{IA}) = 0$$

$$MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) - IA^2 = 0$$

$$MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot \vec{0} = IA^2$$

$$MI^2 = IA^2$$

L'ensemble des points M est le cercle de centre I passant par A .

L'ensemble des points M est le cercle de diamètre $[AB]$.

