

I) Objectif

Trouver la formule de la somme S_n des n premiers consécutifs.

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

II) Des essais

Un exemple :

$$S_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

Dans l'ordre :

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 + 2 = 3$$

$$S_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$S_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$S_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$S_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$S_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

$$S_8 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

$$S_9 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

$$S_{10} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

III) Avec des programmes Python

```
1  """
2      Utilisation d'une boucle
3  """
4  S = 0
5  for k in range(1,11) :
6      S=S+k
7      print(f"S_{k:2d} = {S:2d}")
```

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 3$$

$$S_3 = 6$$

$$S_4 = 10$$

$$S_5 = 15$$

$$S_6 = 21$$

$$S_7 = 28$$

$$S_8 = 36$$

$$S_9 = 45$$

$$S_10 = 55$$

```

1  """
2      Utilisation d'une compréhension de liste et de la fonction sum()
3  """
4  L = [x for x in range(1,11)]
5
6  S = sum(L)
7
8  print(f"La somme de {L} vaut {S}.")

```

La somme de [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] vaut 55.

```

1  """
2      Utilisation d'une liste construit par étape avec append()
3  """
4  L = []
5  for k in range(1,11) :
6      L.append(k)
7      print(f"La somme de {L} vaut {sum(L)}.")

```

La somme de [1] vaut 1.
 La somme de [1, 2] vaut 3.
 La somme de [1, 2, 3] vaut 6.
 La somme de [1, 2, 3, 4] vaut 10.
 La somme de [1, 2, 3, 4, 5] vaut 15.
 La somme de [1, 2, 3, 4, 5, 6] vaut 21.
 La somme de [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] vaut 28.
 La somme de [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] vaut 36.
 La somme de [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] vaut 45.
 La somme de [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] vaut 55.

IV) Démonstration

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-2) + (n-1) + n$$

$$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 3 + 2 + 1$$

En ajoutant ces deux lignes verticalement, on retrouve n sommes valant chacune $(n+1)$.

$$2 S_n = n(n+1)$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$