I) Objectif

Fonction dérivée d'un produit de deux fonctions dérivables

II) Démonstration

u et v sont deux fonctions dérivables.

Posons $f(x) = u(x) \times v(x)$.

Calculons son taux d'accroissement.

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{u(x+h) \times v(x+h) - u(x) \times v(x)}{h}$$
$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{u(x+h) \times v(x+h) - u(x) \times v(x+h) + u(x) \times v(x+h) - u(x) \times v(x)}{h}$$
$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{u(x+h)-u(x)}{h} \times v(x+h) + u(x) \times \frac{v(x+h)-v(x)}{h}$$

$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{u(x+h)-u(x)}{h} = u'(x)$, $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{v(x+h)-v(x)}{h} = v'(x)$, et $\lim\limits_{h \to 0} v(x+h) = v(x)$.

D'où $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} = u'(x) \times v(v) + u(x) \times v'(x)$.

Conclusion : $\boxed{[uv]' = u'v + uv'}$.