I) Objectif

Calcul de la somme $S_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$

II) Des essais

Un exemple avec $q = 2$

$S_5 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$

Dans l'ordre :

$S_0 = 1$

$S_1 = 1 + 2 = 3$

$S_2 = 1 + 2 + 2^2 = 7$

$S_3 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$

$S_4 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 31$

$S_5 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 63$

III) Avec des programmes Python

```python
"""
    Utilisation d'une boucle
"""
q=2
n=10
S = 1
for k in range(1,n+1) :
    S=S+q**k
    print(f"S_{k:2d} = {S:2d}")
```

```
S_ 1 =  3
S_ 2 =  7
S_ 3 = 15
S_ 4 = 31
S_ 5 = 63
S_ 6 = 127
S_ 7 = 255
S_ 8 = 511
S_ 9 = 1023
S_10 = 2047
```

IV) Démonstration

$S_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$

$qS_n = q + q^2 + q^3 + \cdots + q^{n+1}$

Faisons la soustraction membre à membre qui va éliminer presque tous les termes :

$S_n - qS_n = 1 - q^{n+1}$

$(1-q)S_n = 1 - q^{n+1}$

$\boxed{S_n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}}$ ou $\boxed{S_n = \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}}$.