Exercice 1

Pour chaque fonction,

— retrouver sa forme canonique ;

— donner l'allure de sa courbe ;

— donner son tableau de variations.

$f(x) = -2x^2 + 20x + 7$

$g(x) = x^2 + 8x - 3$

$h(x) = 5x^2 - 10x + 13$

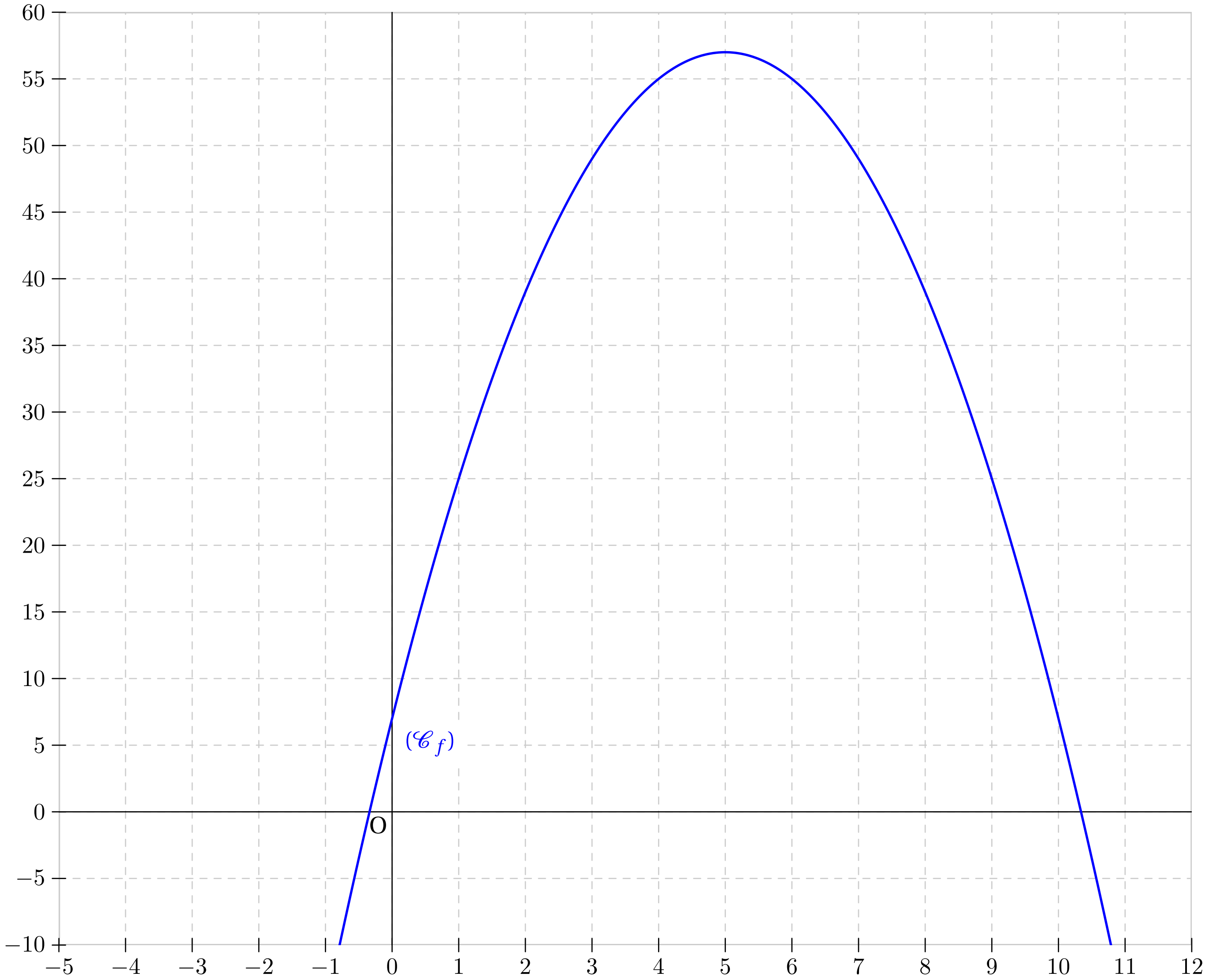
NB : on pensera à vérifier à la calculatrice.

$f(x) = -2x^2 + 20x + 7$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-20}{-4} = 5$

$\beta = f(\alpha) = -50 + 100 + 7 = 57$

$f(x) = -2(x-5)^2 + 57$



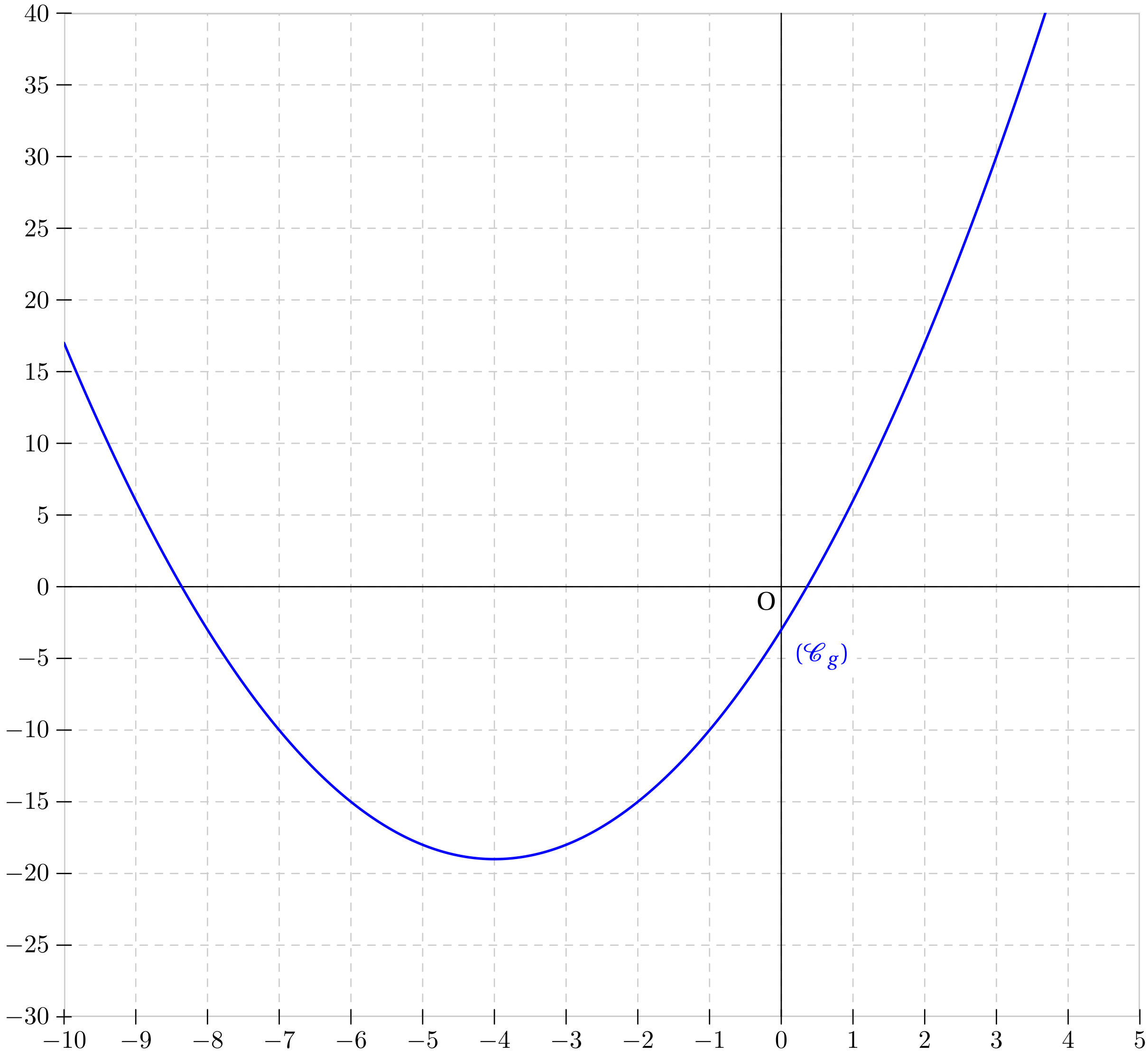
x	$-\infty$	5	$+\infty$
Variations de f	$-\infty$ ↗	57	↘ $-\infty$

$g(x) = x^2 + 8x - 3$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-8}{2} = -4$

$\beta = g(\alpha) = 16 - 32 - 3 = -19$

$g(x) = (x+4)^2 - 19$



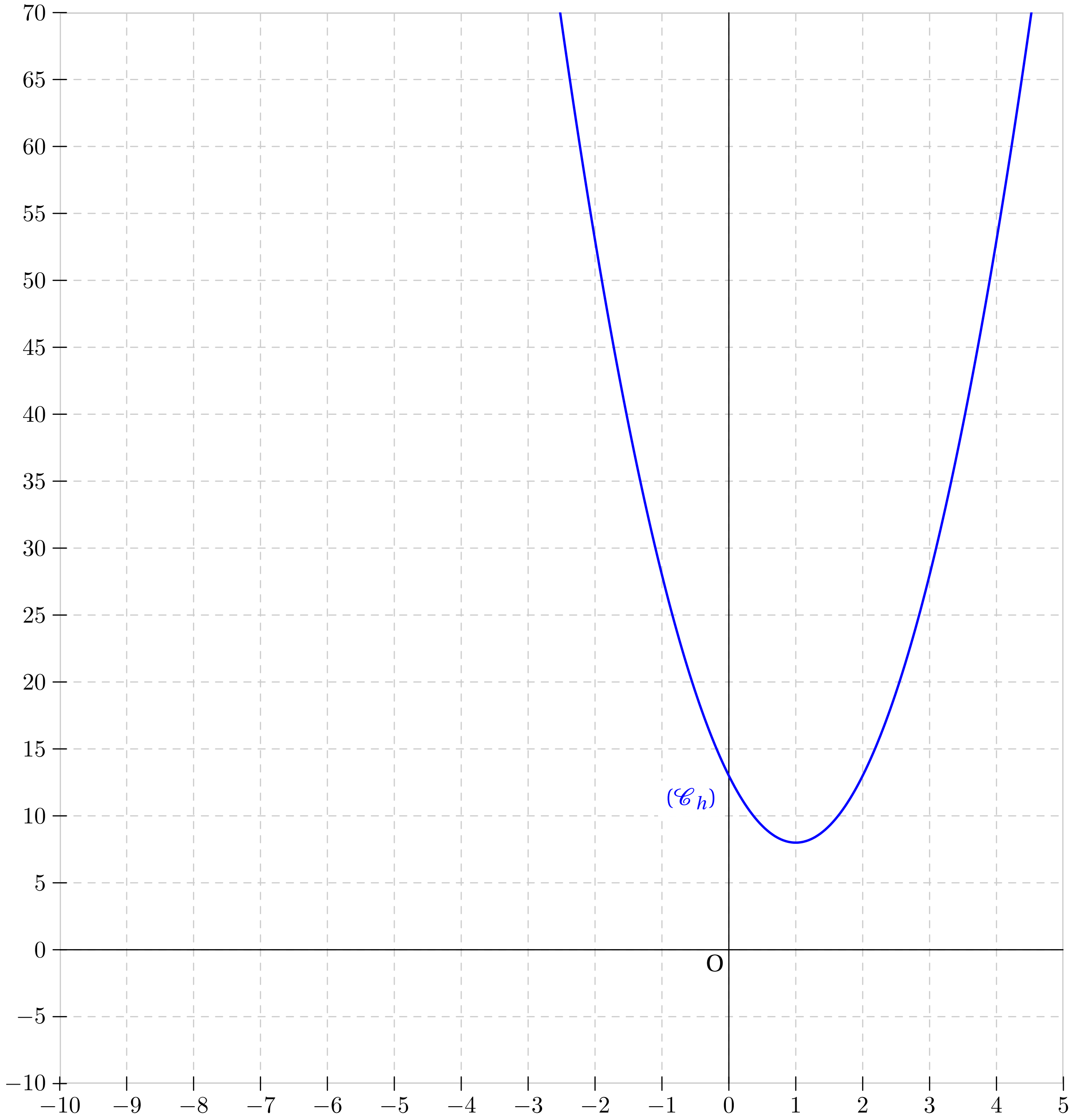
x	$-\infty$	-4	$+\infty$
Variations de g	$+\infty$ ↘	-19	↗ $+\infty$

$h(x) = 5x^2 - 10x + 13$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{10}{10} = 1$

$\beta = h(\alpha) = 5 - 10 + 13 = 8$

$h(x) = 5(x-1)^2 + 8$



x	$-\infty$		1		$+\infty$
Variations de h	$+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

Exercice 2

Soit f une fonction du second degré.
Sa courbe $(\mathcal{C}_f)$ a pour sommet $S(4\ ;\ 9)$ et elle passe par le point $A\left(\dfrac{5}{2}\ ;\ 0\right)$.

1) Quel est l'axe de symétrie de cette parabole ?

C'est la droite verticale (d) d'équation $x = 4$. Elle passe par S.

2) En déduire le deuxième point d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.

Le deuxième point, B est le symétrique de A par rapport à (d).

On a $B\left(\dfrac{11}{2}\ ;\ 0\right)$.

3) Déterminer la forme canonique de $f(x)$.

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

$f(x) = a(x-4)^2 + 9$

De plus, $f\left(\dfrac{5}{2}\right) = 0$

$a\left(\dfrac{5}{2} - 4\right)^2 + 9 = 0$

$\dfrac{9}{4}a + 9 = 0$

$a = -4$

et $f(x) = -4(x-4)^2 + 9$

4) Déterminer sa forme développée.

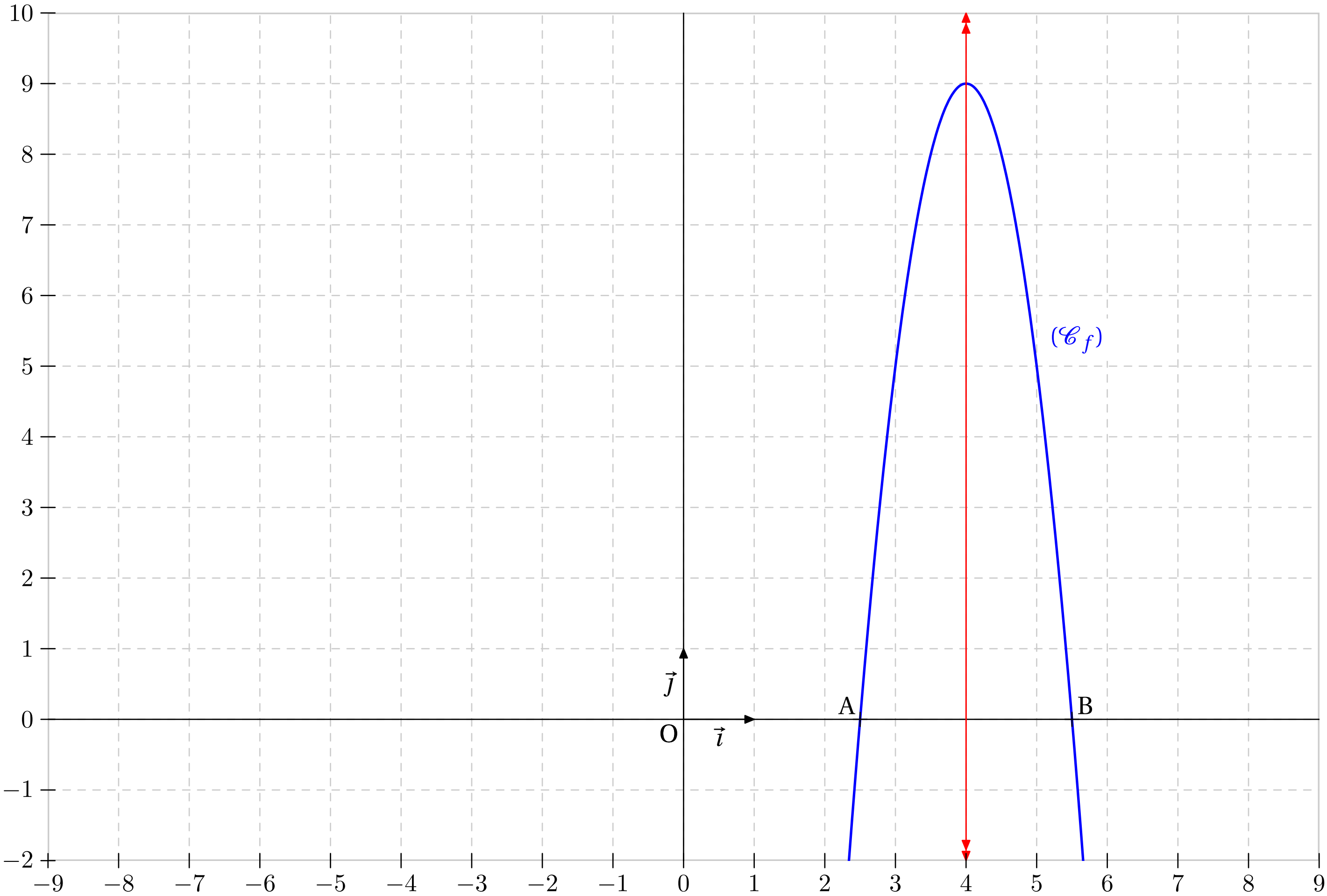
$f(x) = -4(x-4)^2 + 9$

$f(x) = -4(x^2 - 8x + 16) + 9 = -4x^2 + 32x - 64 + 9$

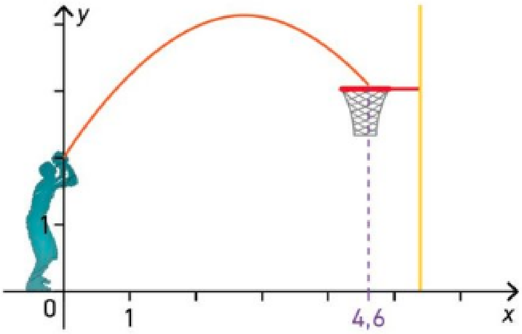
$f(x) = -4x^2 + 32x - 55$

5) Vérifier que la réponse de la question 2) est juste.

Les deux racines trouvées sont bien les abscisses des points A et B.


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
$(\mathscr{C}_f)$
$\vec{j}$
$\vec{\imath}$
O
A
B

Exercice 3



On modélise la trajectoire d'un ballon qui entre dans le panier lors d'un lancer franc au basket.

Cette trajectoire est un arc de parabole d'équation : $y = -0,3x^2 + 1,6x + 2$.

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = -0,3x^2 + 1,6x + 2$.
x et $f(x)$ sont exprimés en mètre.

1) Donner la forme canonique de $f(x)$.

$f(x) = -0,3x^2 + 1,6x + 2$

$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

- $a = -0,3$
- $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{1,6}{0,6} = \dfrac{8}{3}$
- $\beta = f(\alpha) = -\dfrac{3}{10}\left(\dfrac{8}{3}\right)^2 + \dfrac{8}{5} \times \left(\dfrac{8}{3}\right) + 2 = -\dfrac{32}{15} + \dfrac{64}{15} + \dfrac{30}{15} = \dfrac{62}{15}$

D'où, $f(x) = -\dfrac{3}{10}\left(x - \dfrac{8}{3}\right)^2 + \dfrac{62}{15}$.

2) Quelle hauteur maximale le ballon atteint-il ?

D'après la forme canonique, la hauteur maximale est $\beta = \dfrac{62}{15} \approx 4,13\ m$

3) Sachant que la ligne de lancer franc est à $4,6\ m$ du pied du panier, quelle est la hauteur du panier ?

$f(x) = -0,3x^2 + 1,6x + 2$

$f(4,6) = -0,3 \times 4,6^2 + 1,6 \times 4,6 + 2$

$f(4,6) = -6,348 + 7,36 + 2$

$f(4,6) = 3,012$

La hauteur du panier est d'environ $3,01\ m$.

Exercice 4

On connaît l'imprécision de la mesure , en cm, des côtés x et y d'un rectangle :

$$|x - 4,1| \leqslant 0,1 \quad \text{et} \quad |y - 32,4| \leqslant 0,3.$$

1) Déterminer un encadrement de x, de y et du périmètre P de ce rectangle.

$4 \leqslant x \leqslant 4,2$
$32,1 \leqslant y \leqslant 32,7$
$36,1 \leqslant x + y \leqslant 36,9$
$72,2 \leqslant P \leqslant 73,8$

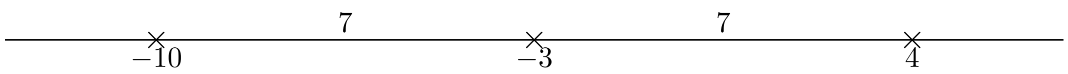
2) Etablir une inégalité sous la forme : $|P - c| \leqslant r$.
En déduire une valeur arrondie du périmètre et la précision.

$|P - 73| \leqslant 0,8$

La valeur arrondie du périmètre est 73 cm et sa précision de $0,8$ cm.

Exercice 5

En s'aidant d'un axe gradué, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $|x+3| = 7$.



$\mathcal{S} = \{-10\ ;\ 4\}$