Exercice 1

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g' = g$ et $g(0) = 2$.
On pose pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{1}{2}g(x)$.

1) Calculer $f(0)$.
2) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = f(x)$.
3) En déduire que pour tout réel x, $g(x) = 2\ exp(x)$.

Exercice 2

QCM

Une expression de la dérivée de $f : x \longmapsto -5\ e^{-2x+3}$ est :
1) $(10x - 3)\ e^{-2x+3}$
2) $-5 + (-2) \times e^{-2x+3}$
3) $10\ e^{-2x+3}$
4) $-7\ e^{-2x+3}$

Exercice 3

On considère les fonctions $f : x \longmapsto e^{2x-5}$ et $g : x \longmapsto e^{-2x+3}$ définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.

1) **a)** Déterminer une expression de la dérivée de f et de la dérivée de g.
b) Étudier le signe de chacune de ces dérivées sur $\mathbb{R}$.
c) En déduire les variations de f et celui de g sur $\mathbb{R}$.

2) **a)** Tracer les courbes représentatives de f et de g sur un outil numérique.
b) Conjecturer la valeur de l'éventuelle solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = g(x)$.
c) Valider ou corriger la conjecture émise à la question b en résolvant une équation.
d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $g(x) > f(x)$.

Exercice 4

1) On considère la fonction $g : x \longmapsto (x-2)\ e^{-2x+6} + 3$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
a) Déterminer une expression de la dérivée de g.
b) Donner le tableau de signes de cette dérivée de g.
c) En déduire le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.

2) Le bénéfice (en millions d'euros) d'une grande entreprise en fonction de la quantité x (en tonnes) de métal vendue est donnée par la fonction g.
a) Quelle quantité minimale doit vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice ?
b) Quel est le bénéfice maximal ? Pour quelle quantité de métal vendu ?

Exercice 5

On considère la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 3 \times 0,8^n$.

1) Représenter les quatre premiers termes de la suite.
2) Le nuage de points obtenu se situe sur la représentation graphique d'une fonction de la forme $f : t \longmapsto a \times e^{kt}$.
Déterminer la valeur du nombre réel a et une valeur approchée du nombre réel k à 10^{-2} près.

Exercice 6

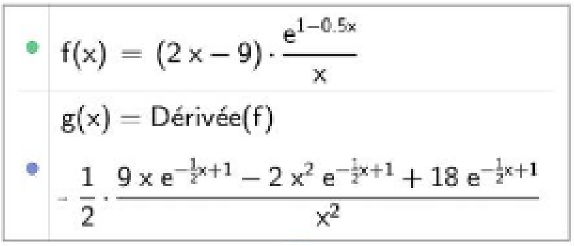
Coûts de production minimum

Une entreprise fabrique chaque jour x tonnes d'un produit. Le coût total mensuel, en milliers d'euros, pour produire x tonnes du produit est modélisé par la fonction C définie sur $[0\ ;\ 10]$ par $C(x) = (2x - 9)\, e^{1-0,5x}$.

1) Le coût marginal, qui correspond au supplément de coût total pour la production d'une tonne supplémentaire, est égal à la dérivée du coût total.

- **a)** Montrer que le coût marginal peut s'écrire $C_m(x) = (6,5 - x)\, e^{1-0,5x}$.
- **b)** Donner le tableau de signes de $C_m(x)$ sur $[0\ ;\ 10]$ et en déduire le tableau de variations de C sur $[0\ ;\ 10]$.
- **c)** Pour combien de tonnes produites quotidiennement le coût total mensuel est-il maximum ?

2) Le coût moyen de production est donné par la formule $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.
Avec un logiciel de calcul formel, on a obtenu la dérivée de ce coût moyen.



- **a)** Après avoir cherché les racines de $-2x^2 + 9x + 18 = 0$, donner le tableau de signes de la fonction g, puis le tableau de variations de f sur $[0\ ;\ 10]$.
- **b)** En déduire le coût moyen maximum de production.