Exercice 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$.

1) Démontrer que f est une fonction impaire.

2) Calculer la dérivée f' de f.

3) Quel est le signe du dénominateur de $f'(x)$?

4) Résoudre l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.

5) Dresser le tableau de variations de la fonction f en précisant la valeur M de son maximum et la valeur m de son minimum.

6) Tracer soigneusement la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

1) Calculer la dérivée f' de f.

2) Etudier le signe de la dérivée f'.

3) En déduire le tableau de variations de la fonction f. On précisera les éventuels extremums.

4) Tracer soigneusement la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-1\ ;\ 3]$.

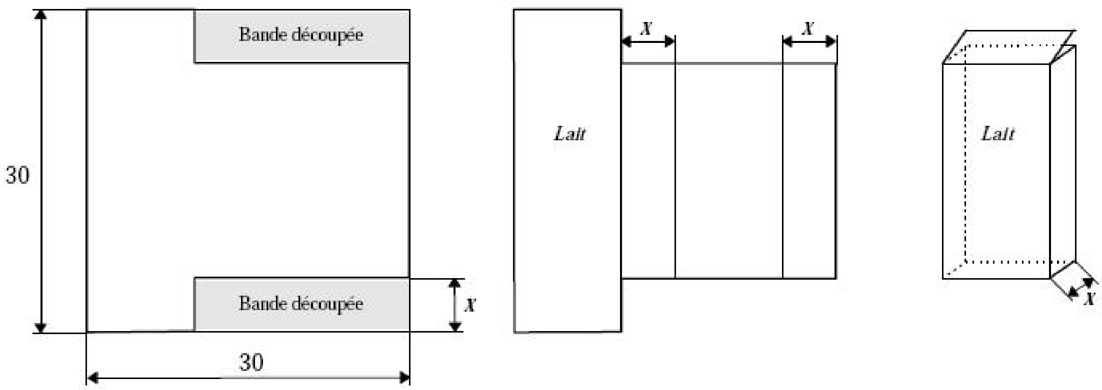
5) Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.

Exercice 3

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.

- **a)** Etudier les variations de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$. Dresser le tableau de variations de f.
- **b)** Déterminer une équation de la tangente (Δ) à la courbe représentative $(\mathcal{C}_f)$ de f au point d'abscisse 0.
- **c)** Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.
- **d)** Tracer (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$ pour $x \in [0\ ;\ 20]$.

2) Un fabriquant envisage la production de briques de lait en carton obtenues en découpant deux bandes de même largeur dans une feuille carrée.



Le côté de la feuille mesure $30\ cm$ et on désigne par x la mesure (en centimètres) de la largeur des bandes découpées. On suppose que $0 < x < 15$.

- **a)** Démontrer que le volume (en cm^3) de la boîte est $V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.
- **b)** Pour quelle valeur de x le volume $V(x)$ est-il maximal ? Préciser la valeur de ce volume maximal en litres.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par $f(x) = x + 2 + \dfrac{4}{x-3}$.

1) Calculer $f'(x)$.

2) Étudier son signe.

3) Déterminer les deux tangentes à la courbe parallèles à la droite d'équation $y = -3x + 4$.

Exercice 5

Le coût total de production de x objets pour une certaine entreprise est en milliers d'euros :

$$C(x) = 180 + 12x - 0,01x^2.$$

1) Calculer la valeur exacte du coût marginal :

$$C_M(x) = C(x+1) - C(x).$$

2) Calculer $C'(x)$.

3) Quelle est l'erreur commise lorsqu'on prend $C'(x)$ comme valeur approchée du coût marginal ?