Exercice 1

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})$.

Déterminer dans chaque cas une équation cartésienne du plan passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{n}$.

1) $A(3\ ;\ 2\ ;\ 1)$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\5\end{pmatrix}$

2) $A(0\ ;\ 4\ ;\ -5)$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix}$

Exercice 2

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$.

Déterminer dans chaque cas une équation cartésienne du plan passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.

1) $A\left(2\,;\,\frac{1}{3}\,;\,-\frac{5}{6}\right)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\0\\5\end{pmatrix}$

2) $A\left(\frac{12}{7}\,;\,\frac{1}{7}\,;\,-\frac{1}{3}\right)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}0\\3\\-7\end{pmatrix}$

Exercice 3

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

Dans chaque cas, déterminer un vecteur normal et un point appartenant au plan $\mathcal{P}$ défini par une équation.

1) $\mathcal{P} : 7x + 4y + z + 21 = 0$

2) $\mathcal{P} : \dfrac{5}{8}x - \dfrac{3}{7}y + z + \dfrac{4}{7} = 0$

Exercice 4

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

Dans chaque cas, déterminer un vecteur normal et un point appartenant au plan $\mathcal{P}$ défini par une équation.

1) $\mathcal{P} : -13x + 3y + 5z - 15 = 0$

2) $\mathcal{P} : -\dfrac{1}{11}x + \dfrac{1}{3}z = \dfrac{1}{33}$

Exercice 5

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$.

On considère trois points A, B et C de l'espace et un vecteur $\vec{n}$.

$A(1\ ;\ -3\ ;\ 3)$; $B(5\ ;\ -1\ ;\ 9)$; $C(-5\ ;\ 1\ ;\ 11)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\-17\\7\end{pmatrix}$.

1) Justifier que A, B et C ne sont pas alignés.

2) Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

3) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

Exercice 6

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

On considère trois points A, B et C de l'espace et un vecteur $\vec{n}$.

$A(-4\,;\,0\,;\,-4)\,;\,B(6\,;\,4\,;\,-8)\,;\,C(4\,;\,-2\,;\,-6)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\3\\13\end{pmatrix}$.

1) Justifier que A, B et C ne sont pas alignés.

2) Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

3) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

Exercice 7

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.

Préciser si les deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont parallèles, confondus , perpendiculaires, ou juste sécants.

- $\mathcal{P}_1$ passe par $A(9\ ;\ 4\ ;\ -10)$ et a pour vecteur normal $\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$.
- $\mathcal{P}_2 : 4x+3y+z-10=0$

Exercice 8

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

Préciser si les deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont parallèles, confondus , perpendiculaires, ou juste sécants.

- $\mathcal{P}_1 : -3x + y + 9z + 13 = 0$

- $\mathcal{P}_2 : -6x + 9y - 3z - 12 = 0$

Exercice 9

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Préciser si les deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont parallèles, confondus , perpendiculaires, ou juste sécants.

- $\mathcal{P}_1$ passe par $B(-5\ ;\ 1\ ;\ 6)$ et a pour vecteurs directeurs $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\2\\-8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\7\\11\end{pmatrix}$.
- $\mathcal{P}_2 : 4x + 3y + z - 10 = 0$

Exercice 10

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$.

$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans d'équations cartésiennes :

- $\mathcal{P}_1 : x + y - 2z - 6 = 0$
- $\mathcal{P}_2 : 3x - y + z - 11 = 0$

Valentin doit vérifier que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants en une droite (d) dont il faut déterminer un point et un vecteur directeur.
Voici sa copie :

$M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ appartient à $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ si et seulement si : $\begin{cases} x + y - 2z - 6 = 0 \\ 3x - y + z - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7x - 28 \\ z = 4x - 17 \end{cases}$.

Pour $x = 0$, on obtient $M(0\ ;\ -28\ ;\ -17)$ et pour $x = 1$, on obtient $M'(1\ ;\ -21\ ;\ -13)$.

Donc la droite (d) passe par le point $M(0\ ;\ -28\ ;\ -17)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u} = \overrightarrow{MM'}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$.

---

1) Détailler la résolution du système effectué par Valentin.

2) **a)** Calculer $\vec{u} \cdot \vec{n_1}$ et $\vec{u} \cdot \vec{n_2}$, où $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ sont respectivement des vecteurs normaux aux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

b) Pouvait-on déterminer les résultats des deux produits scalaires sans calcul ?

c) En déduire une autre démarche pour déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (d).

Exercice 11

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans.

Déterminer leur position relative.
Si une droite droite d'intersection existe, déterminer un point de passage ainsi qu'un vecteur directeur.

- $\mathcal{P}_1 : 2x + z - 13 = 0$
- $\mathcal{P}_2 : x - 3y - 2z + 6 = 0$

Exercice 12

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans.

Déterminer leur position relative.
Si une droite droite d'intersection existe, déterminer un point de passage ainsi qu'un vecteur directeur.

- $\mathcal{P}_1 : x + y + z = 0$

- $\mathcal{P}_2 : 2x + y - 3z + 3 = 0$

Exercice 13

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.

$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans.

Déterminer leur position relative.
Si une droite droite d'intersection existe, déterminer un point de passage ainsi qu'un vecteur directeur.

- $\mathcal{P}_1 : y + 3z - 1 = 0$
- $\mathcal{P}_2 : 2x + 3y + z + 1 = 0$

Exercice 14

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.

Soit la sphère de centre $\Omega(1\ ;\ 0\ ;\ 3)$ passant par $A(2\ ;\ -2\ ;\ 5)$.

Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ tangent à la sphère en A.

Exercice 15

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\overrightarrow{j}\,,\overrightarrow{k}\,)$.

$\mathcal{P}$ est un plan de vecteurs directeurs $\overrightarrow{u} = 2\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 3\,\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\,\overrightarrow{k}$.

$\mathcal{P}'$ est un plan de vecteurs directeurs $\overrightarrow{r} = 3\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 4\,\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{s} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$.

Les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont-ils parallèles ?

Exercice 16

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O~;~\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère deux points $A(4~;~5~;~1)$ et $B(8~;~1~;~7)$.
On pose $M(x\ y~;~z)$.

1) Exprimer AM^2 et BM^2 en fonction de x, y et z.

2) Démontrer que l'ensemble des points M tels que $AM = BM$ est un plan $\mathcal{P}$ dont on donnera une équation cartésienne.

3) Vérifier que ce plan $\mathcal{P}$ est le plan médian du segment $[AB]$.

NB : le plan médian d'un segment est le plan perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Exercice 17

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$.

On donne les points :
$A(0\ ;\ 0\ ;\ 4)$; $B(3,6\ ;\ -0,4\ ;\ 4,8)$; $C(4,4\ ;\ 1,3\ ;\ 4,5)$; $D(2\ ;\ 0,7\ ;\ 4,3)$; $E(1\ ;\ 1,6\ ;\ 3,9)$; $F(2,6\ ;\ 1,5\ ;\ 4,1)$.

Quels ont les points qui sont dans le même plan que les points A, B et C ?

Exercice 18

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Dans chaque cas, déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) et vérifier si le point C appartient à la droite (AB).

1) $A(8\ ;\ 3\ ;\ 4)$; $B(6\ ;\ 4\ ;\ 3)$; $C(-2\ ;\ 8\ ;\ -1)$

2) $A\left(2\ ;\ \dfrac{2}{3}\ ;\ -\dfrac{5}{4}\right)$; $B\left(-\dfrac{3}{7}\ ;\ \dfrac{5}{6}\ ;\ \dfrac{1}{8}\right)$; $C\left(\dfrac{48}{7}\ ;\ \dfrac{1}{3}\ ;\ -4\right)$

Exercice 19

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$.

Dans chaque cas, déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) et vérifier si le point C appartient à la droite (AB).

1) $A(-3\ ;\ 4\ ;\ -1)$; $B(-1\ ;\ -2\ ;\ 5)$; $C\left(-\dfrac{1}{3}\ ;\ -4\ ;\ 7\right)$

2) $A\left(\sqrt{2}\ ;\ -1\ ;\ -3\right)$; $B\left(2\ ;\ 3\ ;\ \sqrt{2}\right)$; $C\left(2\sqrt{2}\ ;\ 3+4\sqrt{2}\ ;\ 2+4\sqrt{2}\right)$

Exercice 20

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k}\ )$.

On considère les droites (d) et (d') définies par leurs représentations paramétriques :

$(d) : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 4 + 4t \\ z = -4 - 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ et $(d') : \begin{cases} x = 7 + t \\ y = 8 + 3t \\ z = -18 - 6t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

1) Démontrer que (d) et (d') ne sont pas parallèles.

2) Résoudre le système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} -1 - 2t = 7 + t' \\ 4 + 4t = 8 + 3t' \\ -4 - 5t = -18 - 6t' \end{cases}$$

3) En déduire que les droites (d) et (d') sont sécantes en un point dont on précisera les coordonnées.

Exercice 21

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Démontrer que les droites (d) et (d') ci-dessous ne sont pas coplanaires.

$(d) : \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ et $(d') : \begin{cases} x = -12 + 2t \\ y = 4t \\ z = 9 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Exercice 22

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \overrightarrow{i}\,,\ \overrightarrow{j}\,,\ \overrightarrow{k}\,)$.

On considère les droites (d) et (d') définies par leurs représentations paramétriques :

$$(d) : \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 9 - 3t \\ z = -3 - t \end{cases} ,\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (d') : \begin{cases} x = 15t \\ y = 13,2 - 9t \\ z = -1,6 - 3t \end{cases} ,\ t \in \mathbb{R}$$

1) Indiquer si les droites (d) et (d') sont confondues, strictement parallèles, orthogonales ou si aucune de ces possibilités ne correspondent.

2) Dans le cas où (d) et (d') ne sont pas parallèles, préciser si (d) et (d') sont sécantes en un point dont on précisera les coordonnées.

Exercice 23

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$.

On considère les droites (d) et (d') définies par leurs représentations paramétriques :

$$(d) : \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 9 - 3t \\ z = -3 - t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (d') : \begin{cases} x = 25 - t \\ y = -11 - 4t \\ z = 7 + 7t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}$$

1) Indiquer si les droites (d) et (d') sont confondues, strictement parallèles, orthogonales ou si aucune de ces possibilités ne correspondent.

2) Dans le cas où (d) et (d') ne sont pas parallèles, préciser si (d) et (d') sont sécantes en un point dont on précisera les coordonnées.

Exercice 24

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$.

On considère les droites (d) et (d') définies par leurs représentations paramétriques :

$$(d) : \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 9 - 3t \\ z = -3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (d') : \begin{cases} x = 9,5 - 8t \\ y = 7,5 + 4,8t \\ z = -2,5 + 1,6t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

1) Indiquer si les droites (d) et (d') sont confondues, strictement parallèles, orthogonales ou si aucune de ces possibilités ne correspondent.

2) Dans le cas où (d) et (d') ne sont pas parallèles, préciser si (d) et (d') sont sécantes en un point dont on précisera les coordonnées.

Exercice 25

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$.

On considère les droites (d) et (d') définies par leurs représentations paramétriques :

$$(d) : \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = 9 - 3t \\ z = -3 - t \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (d') : \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 15 + 2t \\ z = -5 + t \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R}$$

1) Indiquer si les droites (d) et (d') sont confondues, strictement parallèles, orthogonales ou si aucune de ces possibilités ne correspondent.

2) Dans le cas où (d) et (d') ne sont pas parallèles, préciser si (d) et (d') sont sécantes en un point dont on précisera les coordonnées.

Exercice 26

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$.

On considère la droite (d) : $\begin{cases} x=-8-12t \\ y=3+5t \\ z=11+8t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$, et le plan $\mathcal{P}$ passant par $A(4\,;\,-10\,;\,8)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\4\\-1\end{pmatrix}$.

1) Démontrer que (d) est orthogonale à $\mathcal{P}$.

2) Justifier qu'un point $M(x\,;\,y\,;\,z)$ appartient au plan $\mathcal{P}$ si et seulement s'il existe deux nombres réels α et β tels que $\begin{cases} x=4+2\alpha+\beta \\ y=-10+4\beta \\ z=8+3\alpha-\beta \end{cases}$.

NB : ce système est une représentation paramétrique de $\mathcal{P}$.

3) Écrire le système d'équations d'inconnues t, α et β permettant de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (d) et du plan $\mathcal{P}$.

4) Résoudre le système et conclure.

Exercice 27

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.

$ABCDEFGH$ est un cube.
I est le milieu du segment $[FG]$.
J est le milieu du segment $[IG]$.
On considère le repère $(A\ ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AI).

2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (DJ).

3) Démontrer que les droites (AI) et (DJ) sont sécantes en un point K dont on déterminera les coordonnées.

Exercice 28

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k}\ )$.

On considère la droite (d) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

1) Recopier et compléter la fonction **trace_droite_1** suivante qui place en rouge dans l'espace des points de (d) dont les coordonnées résultent de la variation de t dans un intervalle $[a\ ;\ b]$ donné.

```python
import pylab
import mpl_toolkits.mplot3d
espace = pylab.gca(projection="3d")

def trace_droite_1(a,b):
    x = []
    y = []
    z = []
    t = ...
    while (t <= ...) :
        x.append(...)
        y.append(...)
        z.append(...)
        t = t + 0.1
    espace.scatter3D(x,y,z,color="red")

trace_droite_1(-5,5)
pylab.show()
```

2) La droite (d') est la droite de vecteur directeur $\vec{u'}\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et passant par le point $A(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$.

Écrire une fonction **trace_droite_2** représentant la droite (d') en vert dans le même repère, pour t variant dans un même intervalle.

3) En se déplaçant dans la figure, conjecturer si (d) et (d') sont sécantes, puis le vérifier par le calcul.

Exercice 29

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Dans chaque cas, déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur la droite (d).

1) $A(2\ ;\ -1\ ;\ -3)$ et $(d) : \begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

1) $A\left(2\ ;\ \dfrac{1}{3}\ ;\ \dfrac{1}{3}\right)$ et $(d) : \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -6 + t \\ z = -\frac{4}{3} + 4t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Exercice 30

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.

$A(6\ ;\ 11\ ;\ -7)$ et $(d) : \begin{cases} x = 13 - 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = 17 - 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur la droite (d).

Exercice 31

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$.

On considère les points $A(-2\ ;\ -1\ ;\ 2)$, $B(4\ ;\ -1\ ;\ 2)$ et $C(2\ ;\ 3\ ;\ 6)$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AC).

2) Déterminer les coordonnées du point B', projeté orthogonal du point B sur la droite (AC).

3) Que représente le point B' pour le triangle ABC ?

Exercice 32

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$.

$A(-2\ ;\ 4\ ;\ -3)$ et $\mathcal{P} : 3x + y + 4z - 116 = 0$.
Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$.

Exercice 33

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$A(29 ; -10 ; 7)$ et $\mathcal{P} : 5x - 3y + 2z + 77 = 0$.
Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$.

Exercice 34

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k}\ )$.

On considère un cube $ABCDEFGH$.
I est le milieu du segment $[AB]$.
J est le milieu du segment $[AD]$.
On considère le repère $(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1) Démontrer que le plan (GIJ) admet pour équation cartésienne $2x + 2y - 3z - 1 = 0$.

2) Pour chacun des sommets du cube, déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du sommet sur le plan (GIJ).

Exercice 35

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Julie doit déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point $A(-4\ ;\ 5\ ;\ 3)$ sur la droite (d) :
$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Voici la réponse de Julie :

La droite (d) admet pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

H a pour coordonnées $(5 - t\ ;\ 1 + 2t\ ;\ 2 + t)$.

$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \iff \begin{pmatrix} 9 - t \\ -4 + 2t \\ -1 + t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \iff 6t - 18 = 0 \iff t = 3.$

Donc H a pour coordonnées $(2\ ;\ 7\ ;\ 5)$.

---

1) Expliquer la démarche conduite par Julie pour résoudre l'exercice.

2) Apporter des précisions dans la réponse de Julie.

3) Proposer une autre démarche pour résoudre l'exercice.

Exercice 36

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$ABCD$ est un tétraèdre dont les sommets ont pour coordonnées $A(0\ ;\ 0\ ;\ 0)$, $B(4\ ;\ 0\ ;\ 0)$, $C(0\ ;\ 4\ ;\ 0)$ et $D(0\ ;\ 0\ ;\ 4)$.
NB : Il y a beaucoup de triangles rectangles !

1) Justifier que (AD) est la hauteur associée à la base triangulaire ABC du tétraèdre.

2) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

3) Vérifier que le plan (BCD) admet pour équation cartésienne $x + y + z - 4 = 0$.

4) Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan (BCD).

5) En déduire la longueur AH puis, en s'aidant de la question **b)**, calculer l'aire de la face BCD.

Exercice 37

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$.

On considère les points $A(1\,;\,3\,;\,2)$, $B(-2\,;\,9\,;\,8)$ et $C(7\,;\,6\,;\,5)$.

1) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de B sur la droite (AC).

2) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H' de C sur la droite (AB).

3) Déterminer la représentation paramétrique de la hauteur issue de B dans le triangle ABC.

4) Déterminer la représentation paramétrique de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

5) Déterminer les coordonnées de l'orthocentre K du triangle ABC.

Exercice 38

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$.

On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne : $ax+by+cz+k=0$, où a, b, c et k sont des nombres réels non tous nuls.

1) **a)** Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par l'origine du repère O et orthogonale au plan $\mathcal{P}$.

b) En déduire les coordonnées du point d'intersection H de la droite (d) et du plan $\mathcal{P}$ en fonction des nombres réels a, b, c et k.

c) Recopier et compléter la fonction **projete_plan_0** qui renvoie les coordonnées du projeté orthogonal du point O sur le plan $\mathcal{P}$.

```
def projete_plan_O(a,b,c,k) :
    t = ...
    return [a*t,b*t,c*t]

```

2) **a)** Coder en Python la fonction **projete_plan_A** qui renvoie les coordonnées du projeté orthogonal du point $A(1\,;\,1\,;\,1)$ sur le plan $\mathcal{P}$.

b) Quelles sont les coordonnées renvoyées par la fonction **projete_plan_A** pour le plan $\mathcal{P}$ d'équation $-3x+5y+z-73=0$?

Exercice 39

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

On considère une droite (d) passant par le point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et de vecteur directeur non nul $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$.

1) Coder en Python une fonction **projete_droite** qui prend en paramètres deux listes représentant les coordonnées de A et de $\vec{u}$, et qui renvoie les coordonnées du projeté orthogonal de l'origine O du repère sur la droite (d).

2) Quelles sont les coordonnées renvoyées par la fonction **projete_droite** pour la droite passant par $A(-1\,;\,9\,;\,-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$?

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50