Exercice 1

Donner en justifiant le plus grand intervalle I inclus dans $[3\pi\ ;\ 4\pi]$ tel que :

1) la fonction cosinus est strictement croissante sur I ;

2) la fonction sinus est strictement décroissante sur I.

Exercice 2

Donner une expression de la dérivée de chaque fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x) = -3\sin(x) + 10\cos(x)$

2) $f(t) = \dfrac{\cos(t)+1}{\sin(t)-10}$

Exercice 3

Donner une expression de la dérivée de chaque fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

1) $f(t) = \sin(t)\cos(t)$

2) $f(t) = \dfrac{\cos(t) - \sin(t)}{\cos(t) + \sin(t) + 4}$

Exercice 4

Donner une expression de la dérivée de chaque fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

1) $f(t) = (\cos t)^3 + (\sin t)^2$

2) $f(x) = \ln(3 + \cos x)$

Exercice 5

Donner une expression de la dérivée de chaque fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

1) $f(t) = \sqrt{3 + \cos t}$

2) $f(x) = 10x\ e^{\cos x}$

Exercice 6

Dresser le tableau de variations de chaque fonction sur $[0\ ;\ 2\pi]$.

1) $f(t) = 2 - 3\sin t$

2) $f(x) = -1 + \cos x$

Exercice 7

Dresser le tableau de variations de chaque fonction sur $[0\ ;\ 2\pi]$.

1) $f(t) = 2\cos(t) + 5$

2) $f(x) = x + \cos x$

Exercice 8

Dresser le tableau de variations de chaque fonction sur $[0\ ;\ 2\pi]$.

1) $f(t) = t + \sin(2t)$

2) $f(x) = \sqrt{3} + \cos(2x)$

Exercice 9

Dresser le tableau de variations de chaque fonction sur $[0\ ;\ 2\pi]$.

1) $f(t) = t + \cos(2t)$

2) $f(x) = x\sqrt{3} + \sin(2x)$

Exercice 10

Résoudre chacune des équations sur $[-\pi\ ;\pi]$.

1) $\cos\left(\dfrac{x}{3}\right) = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

2) $\sin\left(\dfrac{x}{2}\right) = \sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$

Exercice 11

Résoudre chacune des équations sur $[-\pi\ ;\pi]$.

1) $\cos(2x) = \cos\left(-\dfrac{2\pi}{7}\right)$

2) $\sin(5x) = \sin\left(\dfrac{2\pi}{9}\right)$

Exercice 12

Résoudre chacune des équations sur $[-\pi\ ;\pi]$.

1) $\cos\left(\frac{x}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) $\sin\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Exercice 13

Résoudre chacune des équations sur $[-\pi\ ;\pi]$.

1) $\cos(3x) = 1$

2) $\sin(2x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

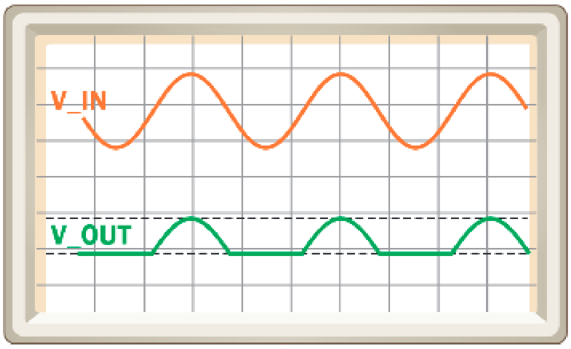
Exercice 14

Justifier le fait que 2π est la plus petite période positive de la fonction cosinus.
NB : Raisonner par l'absurde à partir d'un nombre $p > 2\pi$ tel que :
$\forall x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) = \cos(x + p)$. Penser au cas $x = 0$.

Exercice 15

Les diodes sont des composants électroniques qui se comportent comme une faible résistance pour le passage du courant dans un sens, et comme un interrupteur ouvert dans l'autre sens.

Quand une diode reçoit en entrée un courant de tension sinusoïdale, on récupère en sortie un courant où lorsque la tension est négative, elle est remplacée par une tension nulle, comme l'illustre l'écran de l'oscilloscope ci-dessous.



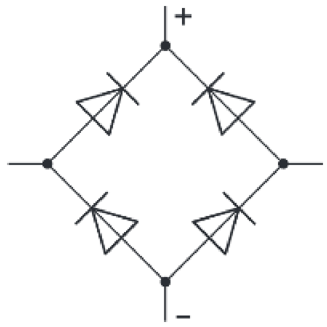
On peut modéliser la tension du courant en sortie par la fonction U définie sur $\mathbb{R}$ par : $U(t) = \begin{cases} \sin(t) & \text{si} \quad \sin(t) \geqslant 0 \\ 0 \quad \text{si} & \sin(t) < 0 \end{cases}$

Justifier que U est dérivable sur $]0\ ;\ \pi[$ et donner une expression de $U'(t)$ sur cet intervalle.

NB : En physique, la dérivée de U par rapport à t se note $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$.

Exercice 16

Un pont de Graëtz formé par quatre diodes comme sur le montage ci-dessus permet de "redresser" un courant alternatif. La tension du courant en sortie est modélisée par la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $U_g(t) = |\sin(t)|$.



1) Justifier que U_g est dérivable sur $]0\ ;\ \pi[$ et sur $]-\pi\ ;\ 0[$, puis donner une expression de $U_g'(t)$ sur ces intervalles.

2) La fonction U_g est-elle dérivable en 0 ?

3) Tracer une courbe représentative de la fonction U_g.

Exercice 17

Une fonction sinusoïdale définie sur $\mathbb{R}$ a pour expression $f(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ ou $f(t) = A\sin(\omega t + \phi)$.

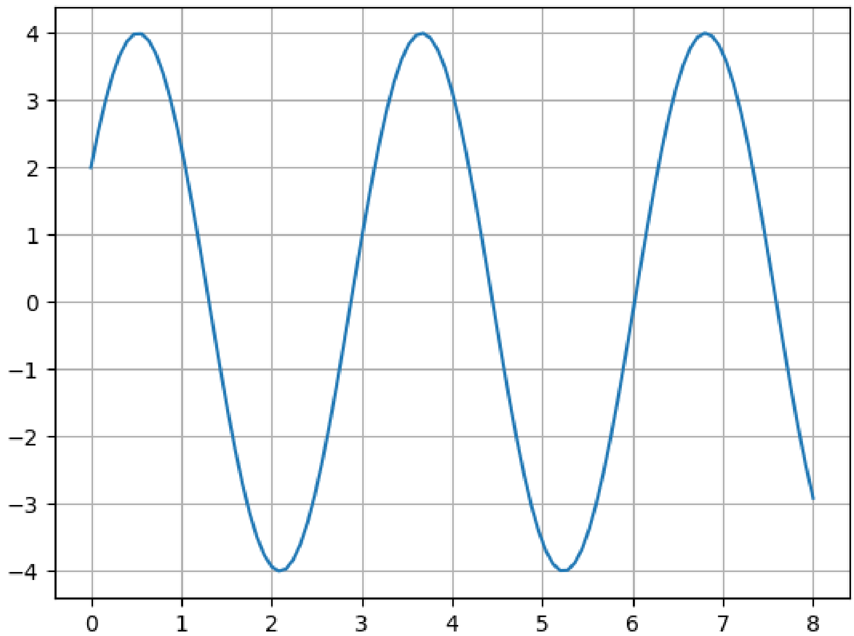
- A est l'amplitude ;
- ω est la pulsation ;
- ϕ est le déphasage ;
- La période est alors $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

1) Recopier et compléter la fonction en Python suivante, permettant de tracer une courbe sinusoïdale d'amplitude, de pulsation et de phase à l'origine donnés pour une période donnée.

```python
import math
import pylab

def sinusoide(ampl,puls,deph,duree) :
    temps = [k*duree/100 for k in range(101)]
    signal = [ ... * math.sin(...*t + ...) for t in ...]
    pylab.plot(... , ...)
    pylab.grid()
    pylab.show()
```

2) Quel appel de cette fonction a-t-on effectué pour obtenir le tracé ci-dessous ?



Exercice 18

On donne la période, la phase à l'origine et l'amplitude de fonctions sinusoïdales.
dans chaque cas, donner une expression de la fonction sous la forme $A\cos(\omega t + \phi)$.

1) Période 5, phase $\dfrac{\pi}{2}$ et amplitude 20.

2) Période π, phase $\dfrac{2\pi}{3}$ et amplitude 3.

Exercice 19

On donne la période, la phase à l'origine et l'amplitude de fonctions sinusoïdales.
dans chaque cas, donner une expression de la fonction sous la forme $A\cos(\omega t + \phi)$.

1) Période 3, phase $\dfrac{\pi}{6}$ et amplitude 10.

2) Période 2π, phase $-\dfrac{5\pi}{6}$ et amplitude 2.

Exercice 20

On donne la période, la phase à l'origine et l'amplitude de fonctions sinusoïdales.
dans chaque cas, donner une expression de la fonction sous la forme $A\cos(\omega t + \phi)$.

1) Période 12, phase $-\dfrac{\pi}{3}$ et amplitude 9.

2) Période 5π, phase $-\dfrac{\pi}{3}$ et amplitude 1.

Exercice 21

Pour chaque fonction sinusoïdale donnée, déterminer une période, sa phase à l'origine et son amplitude.

1) $f(t) = \sin(3t + 6\pi)$

2) $f(t) = 5\cos(2t - 5\pi)$

Exercice 22

Pour chaque fonction sinusoïdale donnée, déterminer une période, sa phase à l'origine et son amplitude.

1) $f(t) = 7\sin(4t + 2\pi)$

2) $f(t) = 14\cos(8t - 7\pi)$

Exercice 23

Pour chaque fonction sinusoïdale donnée, déterminer une période, sa phase à l'origine et son amplitude.

1) $f(t) = 23 \sin\left(\pi t - \dfrac{3\pi}{7}\right)$

2) $f(t) = 9 \cos\left(2\pi t + \dfrac{3\pi}{4}\right)$

Exercice 24

Pour chaque fonction sinusoïdale donnée, déterminer une période, sa phase à l'origine et son amplitude.

1) $f(t) = 17\sin\left(3\pi t - \dfrac{8\pi}{9}\right)$

2) $f(t) = 20\cos\left(2\pi t + \dfrac{3\pi}{5}\right)$

Exercice 25

Déterminer une période de chaque fonction donnée définie sur $\mathbb{R}$.

1) $f(t) = \cos(2t) + \cos(3t)$

2) $f(t) = \cos(2t) + \cos(4t)$

Exercice 26

Déterminer une période de chaque fonction donnée définie sur $\mathbb{R}$.

1) $f(t) = \cos(5t) + \sin(8t)$

2) $f(t) = \sin(3t) + \cos(9t)$

Exercice 27

Déterminer une période de chaque fonction donnée définie sur $\mathbb{R}$.

1) $f(t) = 3\cos(12t + \pi) + 8\cos\left(4t - \dfrac{\pi}{3}\right)$

2) $f(t) = 5\cos\left(5t + \dfrac{2\pi}{5}\right) + 7\sin\left(10t - \dfrac{\pi}{4}\right)$

Exercice 28

Déterminer une période de chaque fonction donnée définie sur $\mathbb{R}$.

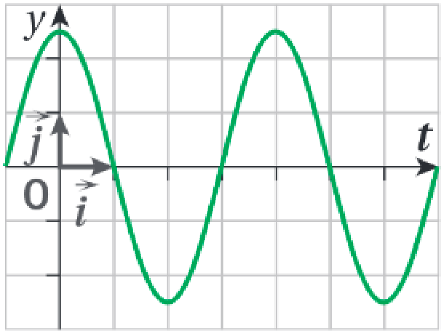
1) $f(t) = 2\sin\left(3\pi t - \dfrac{\pi}{5}\right) + 8\sin\left(\pi t - \dfrac{2\pi}{3}\right)$

2) $f(t) = 7\sin\left(\dfrac{\pi}{2}t - \dfrac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{3}t - \dfrac{\pi}{3}\right)$

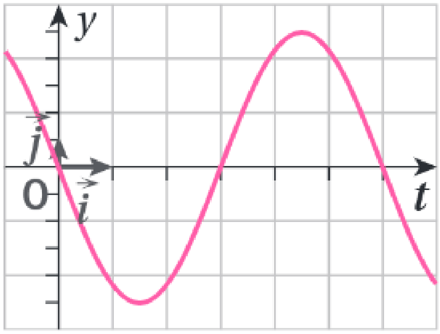
Exercice 29

On donne la représentation graphique de fonctions sinusoïdales.
Dans chaque cas, donner une expression de la fonction sous la forme $A\cos(\omega t + \phi)$.

a.



b.



Exercice 30

Quand le déphasage entre deux signaux sinusoïdaux de même fréquence, c'est-à-dire le décalage horizontal entre ces signaux, est égal à $\frac{\pi}{2}$ $(90°)$ ou à $-\frac{\pi}{2}$ $(-90°)$, on dit que les signaux sont **en quadrature de phase**.
Dans cette configuration les maxima d'un signal coïncident avec les passages par zéro en décroissant de l'autre signal.

Démontrer qu'une fonction sinusoïdale et sa dérivée sont en quadrature de phase.

Exercice 31

Certains casques audio intègrent un dispositif de contrôle actif du bruit : face à un bruit parasite extérieur, un casque équipé de cette technologie produit un bruit de même amplitude mais **en opposition de phase** avec le bruit indésirable, afin d'annuler celui-ci.

NB : deux signaux sont en opposition de phase lorsque le déphasage entre les deux fonctions sinusoïdales qui les modélisent est égal à π.

On souhaite, à l'aide d'un tel casque, éliminer un bruit parasite correspondant à la note de musique LA émise par un diapason.

1) La fréquence du LA étant de $400\ Hz$, justifier que l'on peut modéliser l'onde sonore du LA par une fonction ayant une expression : $s(t) = A\sin(880\pi t)$, où A désigne l'amplitude du signal sonore.

2) Donner une expression du signal $s_c(t)$ émis par le casque permettant d'éliminer le bruit parasite.

Exercice 32

On souhaite calculer la vitesse de propagation du son dans l'air à partir de mesures effectuées à l'aide du protocole suivant :

- un générateur d'ultra-sons est relié à un émetteur qui produit une onde sonore régulière ayant pour fréquence $f = 30\,000\ Hz$;
- on visualise le signal sonore capturé à l'aide d'un oscilloscope relié à deux récepteurs situés à la même distance du générateur, de sorte que les signaux soient en phase ;
- on décale un des deux récepteurs, ce qui déphase les deux signaux reçus, jusqu'à ce qu'ils redeviennent en phase ;
- on mesure la distance, en cm, entre les deux récepteurs, qui correspond à la longueur d'onde du signal (équivalent spatial de la période, qui est une mesure de temps : $\lambda = 1,13\ cm$.

1) Sachant que la vitesse de propagation du son dans l'air se calcule avec la formule $v = \lambda \times f$, en déduire une valeur approchée en $m.s^{-1}$ de v.

2) Calculer la valeur de la période et de la pulsation de cette onde sonore.

Exercice 33

1) Justifier que tout signal sinusoïdal modélisé par une fonction $t \longmapsto A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ peut également être modélisé par une fonction de la forme $t \longmapsto A_2 \sin(\omega_1 t + \phi_1)$.

2) Donner les relations entre A_1 et A_2, entre ω_1 et ω_2, entre ϕ_1 et ϕ_2.

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50