Exercice 1

Un sac contient 6 boules rouges et 4 boules bleues, indiscernables au toucher. On tire successivement trois boules de l'urne sans remettre la boule précédente.

1) Représenter cette situation par un arbre pondéré.

2) Calculer la probabilité :

- **a)** d'obtenir trois boules rouges ;
- **b)** de n'obtenir aucune boule rouge ;
- **c)** d'obtenir exactement deux boules rouges ;
- **d)** d'obtenir au plus deux boules bleues.

Exercice 2

Lors d'un quart de finale du championnat de France de basket, deux équipes A et B s'affrontent au meilleur des trois matchs. Cela signifie que la première qui remporte deux matchs est qualifiée pour la demi-finale.

On suppose que l'équipe A est supérieure à l'équipe B. Sa probabilité de gagner un match face à l'équipe B est de 65 % selon les experts.

En utilisant un arbre pondéré, déterminer la probabilité pour l'équipe B de se qualifier pour la demi-finale.

Exercice 3

On inscrit les cinq lettres du mot AVION sur cinq cartons identiques que l'on met dans un sac.
On pioche successivement et sans remise deux cartons du sac et on note à chaque fois s'il s'agit d'une consonne ou d'une voyelle.

1) Écrire l'univers de cette expérience aléatoire.

2) Représenter cette expérience par un arbre pondéré.

3) Calculer la probabilité des événements suivants :

- **a)** A : "on note deux voyelles" ;
- **b)** B : "on note deux consonnes" ;
- **c)** C : "on note une voyelle et une consonne".

Exercice 4

Une urne contient deux fois plus de boules blanches que de boules noires, toutes indiscernables au toucher.
On tire trois fois de suite une boule de cette urne, avec remise entre chaque tirage.
À chaque fois, on note la couleur de la boule tirée.

1) Représenter cette expérience par un arbre pondéré.

2) Écrire tous les résultats possibles.

3) Calculer la probabilité de événements suivants :

- **a)** A : "les boules tirées ne sont pas toutes de la même couleur" ;
- **b)** B : "il y a au plus une boule noire parmi les boules tirées".

4) A et B sont-ils des événements indépendants ?

Exercice 5

Un jeu consiste à faire tourner une roue partagée en 3 secteurs colorés en rouge, bleu et vert. Lorsqu'elle s'arrête, un repère fixe indique l'une des couleurs :

- si la couleur indiquée est "bleu", la partie s'arrête ;
- si la couleur indiquée est "rouge", le joueur tire un carton dans une urne U_1 ;
- si la couleur indiquée est "vert", le joueur tire un carton dans une urne U_2.

La probabilité de voir le repère indiquer "rouge" est $\dfrac{1}{12}$, celle de voir indiquer "vert" est $\dfrac{1}{4}$.
Dans l'urne U_1, $18\ \%$ des cartons permettent de gagner un lot ; dans l'urne U_2, $10\ \%$ des cartons permettent de gagner un lot. Les cartons sont indiscernables au toucher.

1) Représenter ce jeu par un arbre et en déduire la probabilité pour le joueur de gagner un lot.

2) Un joueur effectue successivement quatre parties. Calculer les probabilités des événements suivants :

- **a)** N : "le joueur ne gagne aucun lot" ;
- **b)** M : "le joueur gagne au moins un lot" ;
- **c)** S : "le joueur gagne un lot à la première partie, mais ne gagne rien aux trois autres" ;
- **d)** T : "le joueur gagne un seul lot".

Exercice 6

Le nombre entiers de 1 à 20 sont inscrits sur 20 cartons identiques mis dans une urne.
Deux personnes piochent successivement un carton, notent le numéro inscrit sur ce carton, puis le remettent dans l'urne.

1) Combien cette expérience aléatoire possède-telle d'issues ?

2) Quelle est la probabilité que ces deux personnes obtiennent le même numéro ?

3) Pour trois personnes procédant de la même façon, quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre elles obtiennent le même numéro ?

Exercice 7

Au centre d'une pelouse est positionné un robot-tondeuse en charge sur sa borne électrique.
Une fois rechargé, ce robot quitte sa borne et se déplace selon l'une des quatre directions (nord-sud-est-ouest) En programme aléatoire, le robot prend au hasard l'une des quatre directions, puis avance de $1\ m$. Il progresse aléatoirement en répétant cette opération.

Écrire un programme de simulation en Python qui évalue la distance du robot au centre de la pelouse après $1\,000$ déplacements.

Exercice 8

Chaque matin, Greta sort de chez elle et se déplace soit à pied, soit en transports en commun.
Là où elle habite, il pleut un matin sur quatre.
Lorsqu'il pleut, Greta utilise les transports en commun avec une probabilité de $0,8$.
Lorsqu'il ne pleut pas, Greta se déplace à pied dans $60~\%$ des cas.

Une personne affirme que Greta utilise les transports en commun un matin sur deux.
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Exercice 9

Z suit la loi binomiale $\mathcal{B}(64\ ;\ p)$.

1) Déterminer p sachant que Z possède une espérance égale à 20.

2) Calculer $p(Z \leqslant 15)$.

Exercice 10

X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(25\ ;\ p)$.

1) Déterminer p sachant que X possède un écart type égal à $2,4$ et que $p \geqslant 0,5$.

2) Calculer $p(X = 18)$.

Exercice 11

X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(14\ ;\ 0,35)$.

1) À l'aide d'un outil numérique, donner le tableau des valeurs $p(X = k)$ pour $0 \leqslant k \leqslant 14$.

2) Pour quelle valeur de k a-t-on $p(X = k)$ maximale ?

3) Pouvait-on prévoir ce résultat sans le tableau des valeurs ?

Exercice 12

Une machine à glaces italiennes propose deux parfums : vanille ou fraise.
On observe que 37 % des glaces achetées sont à la vanille.
Un groupe d'amis achète 12 glaces. On note V la variable aléatoire donnant le nombre de glaces à la vanille achetées par le groupe.

À quelles conditions V suit-elle une loi binomiale ?

Exercice 13

Un avion possède une capacité de 150 places.
Pour un billet vendu, la probabilité que le passager se présente réellement à l'embarquement est $0,93$.
Afin de limiter les risques de voyager avec des places vides, la compagnie décide de mettre en vente 158 places pour ce vol.

1) Déterminer la probabilité que 150 passagers exactement se présentent à l'embarquement.

2) Déterminer la probabilité que le nombre de passagers se présentant soit strictement supérieur à 150.

Exercice 14

Dans sa classe, Paolo s’est aperçu que 9 des 35 élèves étaient des gauchers.
Ce rapport lui a semblé très important car, en France, la proportion de gauchers est de $12\ \%$.

1) Déterminer la proportion de groupes, composés de 35 Français pris au hasard, qui contiennent 9 gauchers ou davantage.

2) La proportion de gauchers dans la classe de Paolo est-elle exceptionnelle ?

Exercice 15

Une diode est fabriquée en série. À la sortie de la ligne de production, la probabilité qu'une diode prise au hasard soit défectueuse est égale à $0,017$. Les diodes sont conditionnées par boîtes de 185 unités.

1) Quel nombre moyen de diodes défectueuses peut-on attendre par boîte ?

2) Une boîte est prise au hasard après conditionnement.
Déterminer la probabilité qu'elle ne contienne aucune diode défectueuse.

3) Une boîte est dite "qualifiée" lorsqu'elle contient au plus quatre diodes défectueuses.
Déterminer la probabilité que la boîte choisie soit qualifiée.

4) Un carton contient 10 boîtes. Quelle est la probabilité qu'un carton pris au hasard ne contienne que des boîtes qualifiées ?

Exercice 16

QCM

Face à la cible de fléchettes, la probabilité que Raphaël atteigne le centre est $0,3$, alors que celle que Thibault atteigne le centre de $0,6$.

1) On note p_n la probabilité que Thibault touche au moins trois fois le centre sur n lancers. la valeur minimale de n pour que p_n soit supérieure ou égale à $0,95$ est :

- **a)** 5
- **b)** 8
- **c)** 19
- **d)** 25

2) On note q_n la probabilité que Raphaël touche au moins trois fois le centre sur n lancers. La valeur minimale de n pour que q_n soit supérieure ou égale à $0,95$ est :

- **a)** 10
- **b)** 18
- **c)** 19
- **d)** 25

Exercice 17

Un navire de croisière accueille 423 passagers. Lors d'un voyage, pour un jour quelconque, la probabilité qu'un passager pris au hasard se présente à la salle de sport est égale à $0,17$.
On note X la variable aléatoire associant à chaque jour le nombre de passagers venant à la salle de sport.

1) Préciser la loi de probabilité suivie par X, ainsi que ses paramètres.

2) À l'aide d'un outil numérique, afficher dans un tableau les valeurs de k ainsi que les probabilités $p(X = k)$ correspondantes pour $0 \leqslant k \leqslant 423$.

3) Donner les valeurs de k pour lesquelles $p(x = k) \geqslant 0,05$.

4) Afficher le tableau des probabilités cumulées croissantes $p(X \leqslant k)$ pour $0 \leqslant k \leqslant 423$.

5) Déterminer le plus petit nombre entier a tel que $p(X \leqslant a) \geqslant 0,99$.
Interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'exercice.

6) Déterminer le plus grand nombre entier b tel que $p(X \leqslant b) \leqslant 0,01$.

7) Déterminer un intervalle $[c\ ;\ d]$ d'amplitude minimale tel que $p(c \leqslant X \leqslant d) \geqslant 0,95$.

Exercice 18

Dans une région tropicale, une maladie transmise par un moustique touche de façon homogène $24~\%$ de la population.
Cependant, dans une communauté rurale de 125 personnes, des tests ont révélé que 17 personnes étaient touchées par la maladie, soit une fréquence de $13,6~\%$.

Un médecin souhaite évaluer le caractère exceptionnel de ce résultat. Il suppose pour cela que, dans cette région, chaque personne peut être touchée par la maladie de façon parfaitement aléatoire avec une probabilité $p = 0,24$.

Il formule les questions suivantes : ce résultat de 17 personnes contaminées sur 125 fait-il partie des $1~\%$ les moins probables ? des 1 ‰les moins probables ?

Mettre en place et exécuter un protocole pour répondre à ces questions.

Exercice 19

Une élection nationale oppose deux candidats A et B.
Le matin du vote, 53 % des électeurs ont l'intention de voter pour A et 47 % pour B.

1) Un institut de sondage interroge alors 100 personnes au hasard sur leurs intentions de vote. Quelle est la probabilité que le sondage donne le candidat B en tête des intentions de vote ? Commenter cette situation.

2) Déterminer de façon analogue la probabilité que le sondage place le candidat B en tête des intentions de vote si le nombre de personnes sondées est égal à 200, puis si ce nombre est égal à 400.

3) À l'aide d'un programme en Python, déterminer à partir de quelle taille de l'échantillon la probabilité que le sondage mette le candidat B en tête devient inférieure à $0,025$.

Exercice 20

Dans une fête foraine, un jeu consiste à tenter d'attraper une peluche à l'aide d'une pince.

L'appareil est conçu pour que la pince soit efficace une fois sur quatre, de façon parfaitement aléatoire et indépendante à chaque partie. On suppose qu'une pince efficace permet à coup sûr d'attraper une peluche.

Chaque partie permet une tentative et coûte de 1 euro.

1) Quel est le nombre moyen de peluches gagnées avec un budget de 10 euros ?

2) Quelle est la probabilité de gagner trois peluches avec 7 euros ? de ne rien gagner avec 5 euros ?

3) Quelle somme doit-on prévoir pour que la probabilité de gagner au moins une peluche dépasse $0,95$?

Exercice 21

Une urne contient trois boules rouges et n boules blanches. On pioche deux boules à la suite et avec remise dans l'urne. Chaque boule blanche piochée rapporte 2 euros et chaque boule rouge fait perdre 7 euros.

1) Représenter cette expérience par un arbre pondéré.

2) Déterminer les valeurs de n pour lesquelles ce jeu est financièrement intéressant pour le joueur ?

Exercice 22

Le créateur d'un jeu de stratégie a conçu l'épreuve suivante :

- un sac en tissu contient quatre jetons jaunes et un jeton noir indiscernables au toucher ;
- le joueur pioche trois jetons successivement avec remise dans le sac ;
- chaque jeton jaune pioché lui rapporte 5 points et chaque jeton noir pioché lui fait perdre p points, où p est un nombre entier naturel.

Déterminer les valeurs de p pour lesquelles l'espérance du nombre de points gagnés par épreuve est positive.

Exercice 23

Exercice 24

Exercice 25

Exercice 26

Exercice 27

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50