



centroappunti.it

CORSO LUIGI EINAUDI, 55/B - TORINO

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2590A

ANNO: 2025

A P P U N T I

STUDENTE: Andrea Forno

MATERIA: Meccanica del Volo - Prof. Lerro

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTI E NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

Sommario

1. Sistemi di riferimento	5
1.2 Sistema di riferimento inerziale	5
1.3 Sistema di riferimento corpo	6
1.4 Sistema di riferimento vento	7
1.5 Sistema di riferimento assi di stabilità	7
2. Angoli di Eulero ed equazioni cinematiche.....	7
2.1 Equazioni cinematiche.....	9
3. Stabilità statica.....	10
3.1 Calcolo del $C_{m\alpha}$ – Stabilità statica longitudinale	11
3.1.1 Equilibratore	18
3.2 Calcolo del $C_{L\delta}$ e del $C_{M\delta}$ - Stabilità statica longitudinale	20
3.3 Condizioni di equilibrio longitudinale	22
3.3.1 Valutazione sperimentale del punto neutro.....	26
3.3.2 Portanza all'equilibrio	27
3.3.3 Speed Stability.....	29
3.3.4 Regime transonico.....	30
3.4 Dinamica latero direzionale: forza laterale	31
3.4.1 Derivata C_Y	31
3.4.2 Derivata di comando $C_{Y\delta r}$	36
3.5 Momento di rollio – Stabilità statica laterale.....	37
3.5.1 Effetto diedro $C_{l\beta}$	38
3.5.2 Derivata di controllo o Potenza di controllo alettone $C_{l\delta a}$	45
3.5.3 Derivata di controllo $C_{l\delta r}$	48
3.5.4 Conclusioni sulla stabilità statica laterale.....	48
3.5 Stabilità statica direzionale-momento di imbardata	49
3.5.1 Stabilità direzionale $C_{n\beta}$	49
3.5.2 Controllo direzionale-derivata di controllo $C_{n\delta r}$	51
3.5.3 Derivata di controllo direzionale $C_{n\delta a}$	52
4. Moto non uniforme	53
4.1 Moto non uniforme nel piano di simmetria: Richiamata	53
4.1.1 Calcolo del raggio minimo di richiamata	55
4.2 Moto non uniforme: Virata corretta a quota costante.....	57
4.3 Moto non uniforme: Virata non corretta.....	59
4.4 Moto non uniforme: Virata corretta discendente.....	60
4.4.1 Moto circoale	60
4.5 Casi particolari	63
5. Raffica.....	64

5.1	Raffica istantanea	64
5.2	Raffica graduale	67
5.3	Diagramma di raffica	69
6.	Momento di cerniera	71
6.1	Comandi liberi e momento di cerniera.....	73
6.1.1	Valutazione C_L'	74
6.1.2	Punto neutro a comandi liberi.....	75
6.2	Trim.....	78
6.2.1	Valutazione sperimentale di X_N'	81
6.2.2	Aletta compensatrice	81
6.3	Sforzo di barra.....	84
6.3.1	Requisiti della trasmissione del comando	87
6.3.2	Altri casi di andamenti di $P=f(V)$	88
6.3.3	Stick force gradient	88
6.3.4	Attrito del comando.....	90
6.4	Derivate C_{Lq} e C_{Mq}	91
6.5	Elevator angle per g-punto di manovra a comandi bloccati	94
6.6	Stick force per g-punto di manovra a comandi liberi	98
6.7	Effetto suolo	101
6.8	Riassunto limiti del baricentro.....	102
7.	Dinamica.....	102
7.1	Equazioni cardinali della dinamica.....	103
7.1.1	Regole di derivazione dei vettori – Formula di Poisson.....	104
7.1.2	Regole di derivazione dei vettori – Formula di Coriolis	104
7.2	Equazioni della traslazione	105
7.3	Equazioni di rotazione.....	105
7.4	Equazioni del moto	107
7.4.1	Equazioni del moto- Teoria dei piccoli disturbi.....	107
7.5	Dinamica longitudinale in assi vento	111
7.5.1	Derivata della spinta.....	113
7.5.2	Derivata della resistenza.....	114
7.5.3	Derivata della portanza.....	115
7.5.4	Derivata del momento di beccheggio	115
7.5.5	Derivata in α	116
7.5.6	Derivate in p	118
7.5.7	Derivata in r.....	123
7.6	Soluzioni dinamica longitudinale	125
7.6.1	Caratteristiche dei modi.....	129

7.6.2 Autovalori e autovettori	130
7.6.3 Diagramma di Argand	135
7.6.4 Soluzioni approssimate.....	135
7.6.5 Root Locus (ESAME)	136
7.6.6 Diagramma di stabilità (ESAME)	138
7.6.7 Condizioni per la stabilità dinamica	139
7.6 Flying e Handling Qualities	140
7.7 Dinamica latero-direzionale	142
7.7.1 Adimensionalizzazione.....	144
7.7.2 Soluzioni dinamica latero direzionale	146
7.7.3 Effetti di $C_{l\beta}$, $C_{n\beta}$ e C_{nr} sulla dinamica latero direzionale	151
7.7.4 Dinamica latero direzionale-Handling Qualities	152
7.7.5 Effetto del propulsore sulle derivate.....	153

PARTE 1

1. Sistemi di riferimento

Lo studio della dinamica si basa sulla risoluzione di equazioni differenziali che, essendo ricavate dalle equazioni cardinali della dinamica ed essendo in forma vettoriale, hanno una validità generale e, quindi, indipendente dal sistema di riferimento scelto per la loro rappresentazioni.

Solitamente però succede che le forza aerodinamiche vengono calcolate nel sistema di riferimento del velivolo che non è un sistema di riferimento inerziale e non è manco un sistema di riferimento che si muove con lo stesso. Diventa quindi importante essere in grado di trasportare tutto su un sistema di riferimento inerziale.

In generale i sistemi di riferimento possono essere divisi in:

- 1) Inerziali
- 2) Fisso sul velivolo quindi non inerziale
- 3) Intermedi per cui il SR non è inerziale ma con buona approssimazione può essere considerato tale per tempi e spazi limitati

Avere un SR inerziale è molto utile perché per descrivere le equazioni del moto si ha bisogno di un SR inerziale.

1.2 Sistema di riferimento inerziale

Esistono diverse tipologie di sistemi di riferimento inerziali che potrebbero essere utilizzati.

Uno di essi è il SR ECI (Earth Centered Inertial) che è creato per svincolarsi dalla rotazione della terra ed è creato imponendo che:

- Piano XY nel piano equatoriale
- Asse Z rivolto verso il nord
- Asse X rivolto verso il punto con lat. e lon. nulle

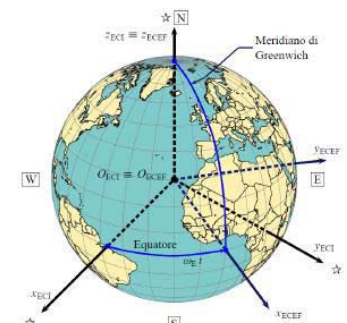
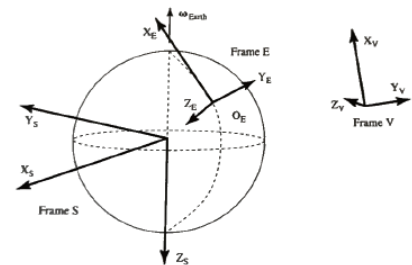
Esso però di per se non è inerziale perché la terra ruota comunque attorno al sole.

Esistono poi altri sistemi di riferimento che si considerano inerziali come quello ECEF però in tutti i casi essi possono essere considerati inerziali solo per simulazioni all'interno di un dato intervallo di tempo. Nel nostro caso, in cui le simulazioni dureranno al massimo qualche minuto, il SR ECI andrà benissimo.

Il SR ECI si basa sul fatto che considero la terra come una sfera anche se di per se la terra non è una perfetta sfera ma un geoide, esistono poi altri SR come quello USG84 che considerano la sfera come un ellissoide con un semiasse maggiore e uno minore.

Un'altra approssimazione che solitamente viene fatta è quella di considerare la traiettoria come rettilinea anche se nella realtà essa non lo è perché seguirà la sfericità della terra, per voli brevi di qualche minuto è però un approssimazione accettabile.

L'errore che viene fatto considerando queste approssimazioni è in verità molto basso infatti per esempio, per un velivolo di 16,000 lb che si muove sull'equatore verso est alla velocità di 220 km/h, sto trascurando delle forze apparenti di circa il 0.3% della massa complessiva.

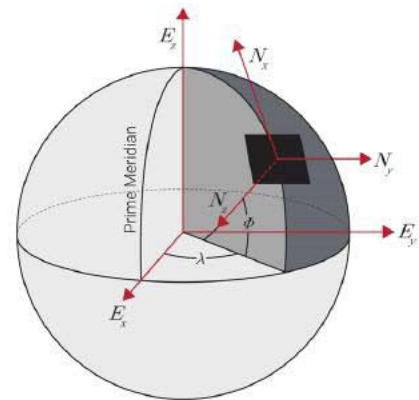


Nei nostri casi poi in verità non sarà manco usato il SR ECI perché ancora troppo inerziale ma viene considerato il **SR NED** (North-East-Down) che si basa su fare le simulazioni su un piano creato con:

- L'asse X è rivolto verso nord (north)
- L'asse Y è rivolto verso est (east)
- L'asse Z è rivolto verso il centro della Terra (down)

Questo viene in genere usato per tutti gli studi di stabilità dinamica e per tutte le simulazioni brevi perché per esse è possibile trascurare la rotazione terrestre e assumere che il SR NED sia inerziale.

Estendendo all'infinito il piano XY, ottengo il cosiddetto sistema Terra piatta e inerziale (non-rotating, flatEarth).

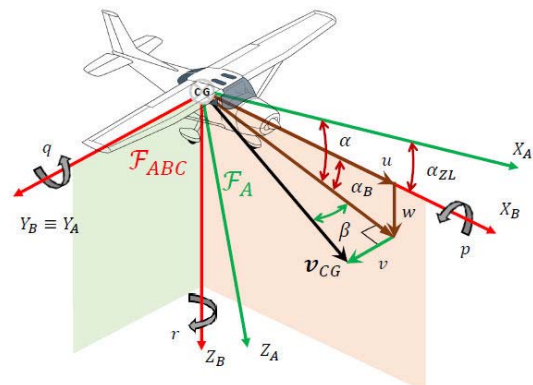


1.3 Sistema di riferimento corpo

Il SR del velivolo sarà quello indicato a destra.

Si nota che:

- X_B esce dal muso del velivolo ed è costruito sul piano di simmetria che nei velivoli è sempre presente perché sono oggetti con buona approssimazione simmetrici. I moti di rollio attorno a X_B sono indicati con la lettera p.
- Z_B è perpendicolare a X_B e si trova sullo stesso piano di simmetria, ha una direzione da testa a piedi del pilota. I moti attorno a Z_B sono detti di imbardata (yaw) e sono indicati con la lettera r.
- Y_B è a destra della testa del pilota e completa la terna levogira. I moti attorno a Y_B sono detti di beccheggio e avvengono con la velocità q.



Se considero il vettore velocità posso vedere che forma un angolo α_B con la sua proiezione in X_B determinando l'angolo di attacco geometrico, forma un angolo β con il piano di simmetria.

Si nota che se il vento apparente viene da destra del pilota la velocità sarà orientata verso y positiva quindi β è positivo.

Il valore di α_B qui indicato è quello geometrico quindi non è quello usato per determinare le forze aerodinamiche.

Notiamo che Ψ , Θ , ϕ sono gli angoli di Eulero che permettono di passare da un SR Body ad uno NED, essi sono definiti come:

3. Angolo di azimuth o rotta (heading) ψ

2. Angolo di elevazione (elevation) θ

1. Angolo di inclinazione laterale (bank) ϕ

Si nota che però questi angoli di Eulero non hanno alcun legame con i valori di p, q, r delle velocità angolari attorno agli assi body appunto perché i primi rappresentano delle rotazioni di un sistema di riferimento mentre le seconde rappresentano le velocità angolari.

Gli angoli di Yaw, Pitch e Roll sono quindi definiti come integrali nel tempo delle velocità angolari p, q, r ma non centrano nulla con gli angoli Ψ , Θ , ϕ che invece rappresentano una cosa diversa e oltretutto non dipendono dal tempo perché semplicemente indicano in un istante quale è la terna che mi permette di passare da un SR Body ad un SR NED.

$$\text{Yaw} = r\Delta t$$

$$\text{Pitch} = q\Delta t$$

$$\text{Roll} = p\Delta t$$

Il problema è che a bordo velivolo si conoscono i valori di p, q e r e da essi dobbiamo calcolare gli angoli di Eulero.

Se considero la **prima rotazione** si nota che si ottiene il nuovo SR X_1 , Y_1 e Z_1 , per legare il SR 1 e quello inerziale posso usare la seguente matrice di rotazione:

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{Bmatrix} \Rightarrow x_1 = R(3, \psi)x_I$$

Analogamente questo potrò farlo per tutte le rotazioni quindi scrivere in generale una matrice $R(k, \alpha)$ che sarà costruita con la seguente legge: il k -mo elemento della diagonale sarà pari a 1 e gli altri elementi diagonali pari a $\cos \alpha$. Gli elementi della riga e colonna k -me nulli, i rimanenti sono $\sin \psi$ e $-\sin \psi$ a seconda che siano dopo o prima della riga contenente 1.

E' possibile quindi passare da un SR inerziale ad un SR corpo facendo la trasformazione 3,2,1 sapendo che:

...

Da cui si ottiene:

...

Dove la matrice $R_{I \rightarrow B}$ è la matrice di rotazione da SR inerziale a SR Body ed è detta matrice **DCM dei coseni direttori**.

Si nota che la matrice di rotazione gode di una comoda proprietà ovvero che $R(3; -\Psi) = R(3; \Psi)^T$.

Allora si ottengono le **equazioni della cinematica** (gimbal equations) che mettono in relazione gli angoli di eulero con le velocità angolari p, q, r in assi body:

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \\ r &= -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \end{aligned} \Rightarrow \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} = G \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \text{ dove } G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

In esse si nota che la matrice di rotazione G non è ortogonale per cui G^{-1} sarà diversa da G^T . Inoltre si vede che G dipende solo dagli angoli Θ e ϕ quindi che le equazioni cinematiche sono indipendenti dall'angolo di heading Ψ .

Oss.

La piattaforma inerziale calcola i valori di p, q, r in assi corpo, per il calcolo degli angoli di Eulero è quindi necessario il calcolo della matrice G che però dipende solo da Θ e ϕ , motivo per cui non è possibile il calcolo di Ψ . Siccome però il calcolo degli angoli di Eulero avviene tramite un'integrazione è necessario inizializzarla per cui qualsiasi piattaforma inerziale appena avviata ha bisogno di qualche minuto per ottenere gli angoli di Eulero iniziali.

Il fatto che per il calcolo degli angoli di Eulero bisogna integrare risulta strano perché abbiamo detto che essi sono indipendenti dalla storia temporale del velivolo, si integra però perché per il loro calcolo si parte da p, q, r che ottengo integrando nel tempo.

L'utilizzo degli angoli di Eulero è giustificato da una serie di vantaggi che posso riassumere in:

- Mi permettono di avere il minor numero di equazioni differenziali possibili per passare tra i due sistemi di riferimento
- Le rotazioni che si fanno hanno un significato fisico in particolare Ψ e Θ sono angoli che hanno un significato fisico perché Ψ rappresenta dove è rivolta la prua del velivolo mentre Θ rappresenta l'angolo tra X_B e il piano orizzontale ovvero quello che leggo sull'orizzonte artificiale. Si nota che invece ϕ non è esattamente l'angolo di incidenza dell'ala rispetto a Y_B quindi sull'orizzonte artificiale non lo leggo.

Essi hanno anche alcuni svantaggi, il peggiore dei quali è che nella matrice G è presente un coseno al denominatore se si vuole passare dalla conoscenza di p, q, r a $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$, questo causa dei problemi numerici se gli angoli assumono valori di $80/90^\circ$, per velivoli molto prestazionali quindi non si usano più gli angoli di Eulero per passare dal SR Body a quello NED ma si usano i quaternioni che aggiungono un angolo ai 3 caratteristici di Eulero.

Oss.

Per rappresentare le componenti del vettore velocità in assi body ci servono 2 angoli: α e β

3. Stabilità statica

La stabilità è una proprietà dell'equilibrio per la quale se il disturbo esterno è piccolo allora il corpo è stabile staticamente se tende a riportarsi nella condizione di equilibrio iniziale.

ES.

Un velivolo è stabile se a fronte di una raffica che tende ad aumentare l'angolo di attacco α allora risponde diminuendolo.

Da questa facile definizione è facile capire quando un velivolo sarà effettivamente stabile perché se consideriamo una perturbazione tale per cui α cresce ($\Delta\alpha > 0$) allora voglio che si crei un momento di

- Il fatto che ci sia l'ala fa sì che sulla coda il flusso arrivi con un angolo di down-wash pari a ε per cui l'angolo di attacco visto dalla coda è α_T . In verità anche la coda genera un effetto di Up-wash sull'ala che, siccome la coda è piccola, viene trascurato.

Dopo questo possiamo quindi dire che l'angolo di downwash varia in funzione di α_{WB} :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \alpha_{WB}$$

per cui è possibile scrivere che:

$$\alpha_t = \alpha_{WB} - i_{WB} - \varepsilon + i_t = \alpha_{WB} - i_{WB} - \varepsilon_0 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \alpha_{WB} - i_t = \boxed{\alpha_{WB} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - i}$$

dove i rappresenta il calettamento totale ed è una costante:

$$i = i_{WB} + \varepsilon_0 - i_t$$

sono quindi arrivato a scrivere l'angolo di attacco della coda in funzione dell'angolo di attacco del complesso ala fusoliera.

L'obiettivo adesso è **scrivere $C_{m\alpha}$ ovvero la derivata di C_m in α** dove α sarà quello del velivolo completo.

Per farlo occorre per prima cosa ricavare un'equazione per la scrittura di α , questo può essere fatto partendo dall'equazione della portanza che quindi deve essere ricavata.

Se considero di avere una spinta T allineata a X_B questa genera una portanza L_{WB} e L_T che considero applicate nel fuoco delle rispettive superfici per cui la portanza del velivolo può essere scritta come:

$$L = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_{L\alpha} \alpha = L_{WB} + L_T$$

dove $L_{WB} = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_{LWB}$ con $C_{LWB} = \boxed{a_{WB} \alpha_{WB}}$ $\leftarrow C_{L\alpha, WB}$

$$L_T = \frac{1}{2} \rho_{eff} V_{eff}^2 S_t C_{LT} \text{ con } C_{LT} = a_T \alpha_T$$

Dove S è la superficie alare perché la portanza totale si riferisce sempre a quella e dove le a_{WB} o a_T sono i coefficienti angolari della retta di portanza.

Se introduco il C_L del velivolo completo:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S} = a_{WB} \alpha_{WB} + \boxed{\frac{\rho_{eff} V_{eff}^2}{\rho_\infty V_\infty^2} \frac{S_t}{S} a_T \alpha_T}$$

Dove il termine in rosso è:

η_H o η_t = efficienza del piano di coda

che assume valori che variano da 0,8 a 1,2 ed è legata al fatto che sulla coda agisce una corrente che è accelerata per esempio dall'elica o che può avere una ρ diversa a causa di un riscaldamento.

Noi considereremo $\eta_H=1$ arrivando a scrivere:

$$C_L = a \alpha = a_{WB} \alpha_{WB} + \frac{S_t}{S} a_T \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \alpha_{WB} - \frac{S_t}{S} a_T i = a_{WB} \alpha_{WB} \left[1 + \frac{S_t}{S} \frac{a_T}{a_{WB}} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right] - \frac{S_t}{S} a_T i$$

$$= \alpha \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - i \left[1 - \frac{S_T}{S} \frac{e_t}{a_{wb}} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \frac{1}{1+F} \right] \Rightarrow$$

$$\alpha_t = \alpha \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - i \left(1 - \frac{F}{1+F} \right) = \alpha \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - \frac{i}{1+F}$$

Ho ottenuto quindi due equazioni che mi permettono il calcolo di α_{WB} e α_t in funzione dei parametri del velivolo.

A questo punto è possibile il calcolo di C_{ma} che viene calcolato derivando C_M in α . E' necessario quindi trovare un'equazione di C_M .

Per trovarla scriviamo il momento applicato su un velivolo tradizionale che può essere diviso in 3 contributi fondamentali ovvero

$$M = M_{Propulsore} + M_{WingBody} + M_{Tail}$$

Si considera una coppia di assi di riferimento ovvero x e z della figura iniziale qua riassunta a destra, da essa è possibile vedere che:

- X_a' = distanza tra bordo di attacco e origine degli assi x e z
- X_t = distanza tra l'origine degli assi x e z e il baricentro

Si può quindi vedere che sotto le ipotesi che L_{WB} , L_t e Z_{Body} sono paralleli tra di loro e $D \ll L$ allora:

$$M_P = M_{P0} + M_{P\alpha} \cdot \alpha$$

$$M_{WB} = M_{0WB} + L_{WB}(X_G - X_a') + D_{WB}(Z_G - Z_a')$$

$$M_t = M_{0t} - L_t \cdot l_t'$$

Dove i termini rigati posso il primo trascurarlo perché $D \ll L$ e il secondo so che è pari a zero in quando la coda ha solitamente un profilo simmetrico per cui $M_{0t} = 0$

Alla fine si arriva a scrivere che il momento totale del velivolo è:

$$M = M_{0P} + M_{P\alpha} \alpha + M_{0WB} + L_{WB}(X_G - X_a') - L_t l_t'$$

Da cui si ricava C_M come:

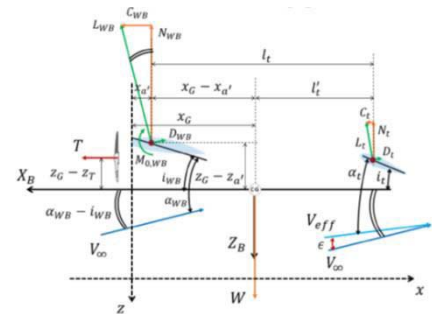
$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S c}$$

Dove:

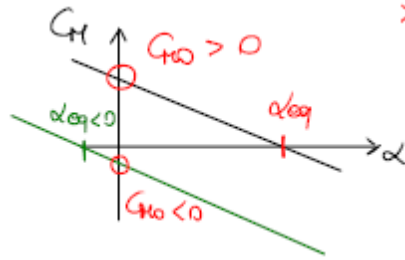
- S = superficie dell'ala
- c = corda dell'ala

E' possibile quindi dire che:

$$C_M = C_{M0P} + C_{MP\alpha} \alpha + C_{M0WB} + C_{LWB} \frac{X_G - X_a'}{c} - \frac{S_T}{S} C_{Lt} \frac{e_t'}{c}$$



Per essere in caso di equilibrio stabile la curva deve essere:



Dove si nota che sono in equilibrio se $C_{M\alpha} < 0$ e poi:

- Se $C_{M0} > 0$ allora avrò l'equilibrio per $\alpha_{eq} > 0$
- Se $C_{M0} > 0$ allora la condizione di equilibrio si avrebbe per $\alpha_{eq} < 0$ che va bene perché riesco comunque a trovare una condizione di equilibrio stabile ma si avrà in condizione di volo rovescio

La condizione in cui mi voglio trovare sarà quindi sempre quella di avere $C_{M\alpha} < 0$ perché questa decreta la possibilità di essere in equilibrio stabile e con $C_{M0} > 0$ in modo che questa condizione di equilibrio si raggiunga per un volo livellato.

L'effetto della presenza della coda si può vedere in due aspetti:

- Se guardo l'equazione di C_{M0} :

$$C_{M0} \triangleq C_M|_{\alpha=0} = C_{M0-WB} + C_{M0P} + \bar{V} Q_T \frac{i}{1+F}$$

noto che solitamente $C_{M0-WB} < 0$ perché i profili comunemente utilizzati hanno questa caratteristica quindi la coda, con il termine tutto a destra, è l'elemento che permette di avere alla fine un valore di $C_{M0} > 0$ come vorrei perché corregge questo effetto negativo dell'ala e rende C_{M0} positivo.

- Nel caso di velivolo tradizionale in cui solitamente l'ala si trova davanti al baricentro e di conseguenza la portanza genera un momento negativo la presenza della portanza generata dalla coda posta dietro il baricentro permette di riequilibrare il velivolo.

Il **punto neutro** è il punto tale per cui $C_{M\alpha} = 0$.

Se nell'equazione di $C_{M\alpha}$ trovata prima metto quindi che $C_{M\alpha} = 0$ posso trovare la posizione del punto neutro X_N .

$$\frac{x_G}{c} \Big|_{C_{M\alpha}=0} = \left[\frac{x_N}{c} = \frac{x_{a1}}{c} - \frac{C_{M\alpha K}}{\alpha} + \bar{V} \frac{Q_T}{\alpha} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) \right]$$

Oss.

Domanda Esame: come faccio a passare da un sistema di riferimento ad un altro?

Per passare da un SR ad un altro è importante l'ordine delle rotazioni e il numero delle rotazioni effettuate. In generale con al massimo 3 rotazioni è possibile passare tra due sistemi di riferimento ma a volte ne bastano 2 o solo 1.

Se per esempio ho un vettore F in assi vento per trasformarlo in assi corpo ho che:

$$X_B = R(3; -\beta) \cdot R(2; -\alpha) \cdot X_W$$

Per cui posso voler ruotare di un angolo $-\beta$ e poi di un angolo $-\alpha$ e passare a $X_{Z_{Body}}$.

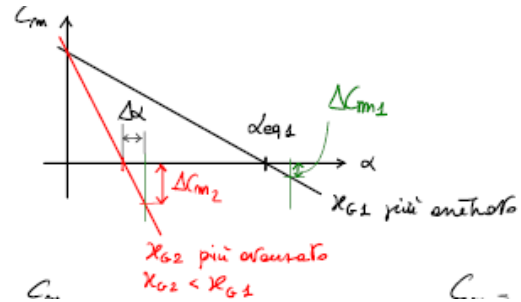
Ipotizzando di essere quindi in grado di variare la velocità di volo mantenendo una condizione di equilibrio stabile possiamo trovare vari valori di α_{eq} per valori differenti di posizione del baricentro X_G come vediamo dalla figura a destra.

Si nota che stiamo considerando X_{G2} più avanzato mentre X_{G1} più arretrato per cui $X_{G2} < X_{G1}$.

Si nota che se sto avendo un volo orizzontale e arriva un disturbo $\Delta\alpha$ allora devo variare l'incidenza per mantenere la stessa quota.

Si nota dal diagramma a destra che:

- Se il baricentro è più arretrato (X_{G1}) si genera un ΔC_m che fa buttare giù il muso che sarà molto più piccolo rispetto al caso di baricentro più avanzato (X_{G2}) questo fa sì che i velivoli con baricentro più avanzati fanno manovre più brusche perché con grandi momenti e quindi grandi accelerazioni.
- Se il velivolo ha il baricentro più avanzato (X_{G2}) allora a parità di variazione $\Delta\alpha$ che voglio ottenere la variazione di momento ΔC_m deve essere più grande quindi il pilota dovrà fare più fatica e si dovrà generare un escursione dei comandi più elevata.
- Il velivolo con la posizione del baricentro più avanzata è più stabile perché ha una derivata $C_{m\alpha}$ più grande in valore assoluto, se infatti consideriamo di arretrare il baricentro fino al punto neutro allora man mano la derivata $C_{m\alpha}$ diventerà più piccola fino ad arrivare ad una curva parallela all'asse delle x in cui si avrà un equilibrio indifferente.



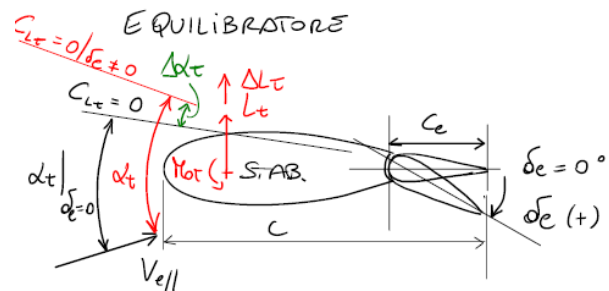
Per valutare la stabilità del velivolo si introduce il **margin statico** che indica in termini percentuali quanto la posizione del baricentro è vicina alla posizione del punto neutro:

$$K_N = \frac{x_N - x_G}{c} \quad [\%]$$

3.1.1 Equilibratore

Considero la superficie mobile dell'equilibratore collegata allo stabilizzatore e noto che lo stabilizzatore avrà la sua direzione di portanza nulla.

Considerando il disegno a destra possiamo dire che lo stabilizzatore avrà una $V_{effettiva}$ che creerà un angolo α_T con la direzione di portanza nulla, questa sarà la direzione di portanza nulla quando l'angolo δ_e tra la direzione di portanza nulla dello stabilizzatore e quella dell'equilibratore è nullo.



In questo caso particolare in cui $\delta_e = 0$ allora l'angolo di attacco α_T non dipende dall'equilibratore quindi lo chiamo α_s ovvero l'angolo di attacco dello stabilizzatore che sarà quello del profilo quando l'equilibratore è in posizione neutra.

Se adesso muovo verso il basso l'equilibratore allora $\delta_e > 0$ (che possiamo notare con la regola della mano destra e il pollice in direzione della Y) e la portanza generata aumenta per cui si genera un δL_t funzione di δ_e perché si sta aumentando la curvatura del profilo. Dal punto di vista della retta di portanza nulla questa risulterà più inclinata e quindi l'angolo α_T aumenterà.

Possiamo poi calcolare α_{Tail} come:

$$\alpha_t = \alpha_s + \left(\Delta \alpha_t \mid_{\delta_e} \right)$$

Dove il secondo termine rappresenta la variazione di angolo di attacco dovuto a δ_e ovvero la variazione dell'angolo della retta di portanza nulla.

Per quanto riguarda la **dipendenza dal Re** è possibile dire che per Re bassi si possono generare delle bolle laminari sul profilo che possono esplodere e provocare lo stallo, se invece il valore di Re è troppo elevato posso avere un flusso che passa da laminare a turbolento, questo gli permette di stare attaccato alla superficie anche per δ_e più elevati e quindi ne aumenta l'efficacia.

Per quanto riguarda la **dipendenza dal numero di Mach** si nota che per numeri di M alti i arriva ad avere fenomeni transonici o supersonici sull'ala ovvero che anche se volo a $M \approx 0,8$ nella zona del dorso il flusso accelererà quindi potrà arrivare localmente a $M > 1$ e se aumento il δ_e si aumenta la lunghezza che il flusso deve percorrere che lo porterà ad accelerare ancora di più sul dorso arrivando a $M \approx 1,1/1,2$, al bordo di fuga però è necessario tornare alla velocità $M \approx 0,8$ di conseguenza il flusso si dovrà comprimere e questa compressione avverrà con un'onda d'urto. Questo causa sia il problema della nascita della resistenza d'onda e sia il problema della separazione nello strato limite causata dall'onda d'urto vicino al bordo di fuga, questo farà sì che da dove il flusso è separato il comando perde di autorità perché se defletto la superficie in un flusso separato non succede nulla. Questo è il principale motivo per cui i velivoli progettati per il volo subsonico in regime transonico diventano ingovernabili e hanno problemi di controllo.



3.2 Calcolo del $C_{L\delta}$ e del $C_{M\delta}$ - Stabilità statica longitudinale

Vogliamo adesso capire come cambia il $C_{L\delta}$ in funzione del δ_e e come varia il $C_{M\delta}$ in funzione di δ_e ovvero come variano le due derivate di C_L e C_M in funzione di δ_e .

Mi aspetterò di trovare che:

- $C_{L\delta} > 0$ in quanto se l'equilibratore ha un'inclinazione positiva (verso il basso) allora la portanza generata dalla coda aumenterà e quindi anche quella totale.
- $C_{M\delta} < 0$ in quanto se l'equilibratore ha un'inclinazione positiva (verso il basso) allora genera più portanza che tenderà a far picchiare il velivolo, questo corrisponde ad un momento negativo attorno all'asse Y_G (sta alla destra del pilota).

Se invece avessi non un velivolo convenzionale con ala+coda ma un canard avrei che invece $C_{L\delta} > 0$ e $C_{M\delta} > 0$ perché l'azionamento del canard genera un aumento di portanza che però essendo applicata su una superficie vicino alla prua genera un momento a cabrare del velivolo.

Per il calcolo di $C_{L\delta}$ e $C_{M\delta}$ ci si ricorda che:

$$\alpha_t = \alpha_s + \tau \delta_e$$

dove $\alpha_s = \alpha_T$ se $\delta_e = 0$ quindi è in posizione neutra, per cui posso dire che:

$$C_{L_t} = a_t \alpha_s + a_t \tau \delta_e$$

Determinata un'equazione per trovare il coefficiente di portanza in coda è possibile il calcolo della derivata in δ :

$$\frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta_e} = a_t \tau$$

questo assumendo che τ è costante e non dipendente da δ_e .

Posso valutare a questo punto la $C_{L\delta}$ per un velivolo completo in quanto so che per esso vale che:

Notiamo che, dati gli ordini di grandezza visti, per ogni radiante di δ_e (circa 57°) allora:

- La portanza aumenta di 0,2
- Il momento aumenta di 1

Questo fa notare che l'effetto della superficie mobile sia soprattutto per quanto riguarda il momento anche perché sui velivoli tradizionali $C_{m0} \approx 0,1/0,2$, questo in verità è quello che volevamo accadesse in quanto la superficie mobile è stata messa per avere un coefficiente di momento grande così con piccole variazioni di angolo della superficie mobile ottengo momenti molto grandi.

La derivata $C_{m\delta}$ è una derivata di controllo che, per il ragionamento fatto prima, siamo interessati ad avere più grande possibile per avere un autorità di controllo elevata.

E' possibile fare poi il calcolo delle derivate $C_{m\delta}$ e $C_{L\delta}$ anche per i **velivoli tuttala**, in questo caso bisognerà considerare solo l'ala e si nota che siccome non è presente la coda allora scompaiono tutti i termini ad essa legati nelle due derivate.

Trascurando, come sempre, l'effetto del propulsore a derivata $C_{L\delta}$ diventa:

$$C_{L\delta} = \frac{\partial}{\partial \delta_e} (C_{L0})$$

Dove si nota che in questo caso l'angolo δ_e non sarà associato all'equilibratore, assente nei tuttala, ma all'elevone, unica superficie mobile presente che funzione sia da equilibratore che da alettone a seconda se ho un'attivazione simmetrica o asimmetrica.

La derivata $C_{m\delta}$ diventa invece:

$$C_{m\delta} = \frac{\partial}{\partial \delta_e} \left[C_{mp} + C_{m\alpha\omega\beta} + C_{LWB} \frac{x_G - x_{G'}}{c} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{m\delta} = \frac{\partial}{\partial \delta_e} C_{m\alpha\omega\beta} + \underbrace{\frac{\partial C_{LWB}}{\partial \delta_e}}_{C_{L\delta}} \frac{x_G - x_{G'}}{c}$$

Dove se assumo che il termine verde sia pari a 0 perché considero $C_{m0WB}=0$ ipotizzando che il profilo utilizzato sia simmetrico si nota che l'effetto dell'elevone è quello di aumentare la curvatura dell'ala e quindi fare aumentare la portanza che, siccome il fuoco in questi casi si trova davanti al baricentro, determina la nascita di un momento maggiore in valore assoluto e più negativo. In un caso reale poi non potrò mai considerare la parte verde perfettamente nulla perché anche in caso di profilo simmetrico comunque la linea media è influenzata dalla presenza dell'elevone.

Abbiamo detto che nel velivolo ala-coda si ottiene che $C_{m\delta} \approx -1$ ma posso esplicitare la dipendenza di $C_{m\delta}$ rispetto a x_G e $C_{L\delta}$ (del velivolo completo) ricordando che:

$$C_{m\delta} = - \underbrace{\frac{\ell_T}{c} \frac{S_T}{S}}_{\bar{V}} \alpha_T \tau + \frac{x_G - x_{G'}}{c} \underbrace{\frac{S_T}{S} \alpha_T \tau}_{C_{L\delta}}$$

3.3 Condizioni di equilibrio longitudinale

Avendo introdotto le derivate di comando $C_{m\delta}$ e $C_{L\delta}$ è possibile riscrivere le relazioni come:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_L = C_{L\alpha} \alpha_{eq} + C_{L\delta} \delta_{e,eq} \\ C_{m_{eq}} = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha_{eq} + C_{m\delta} \delta_{e,eq} = 0 \end{array} \right.$$

dove si nota che Δ ha questo valore per velivolo ala-coda e che, sapendo che in questo caso ho che:

$$\Delta = \underset{+}{C_{L\alpha}} \underset{-}{C_{m\delta}} - \underset{+}{C_{L\delta}} \underset{-}{C_{m\alpha}}$$

un valore normale di Δ è:

$$\Delta \approx 5 \cdot (-1) - (0,2) \cdot (-1) \approx -5$$

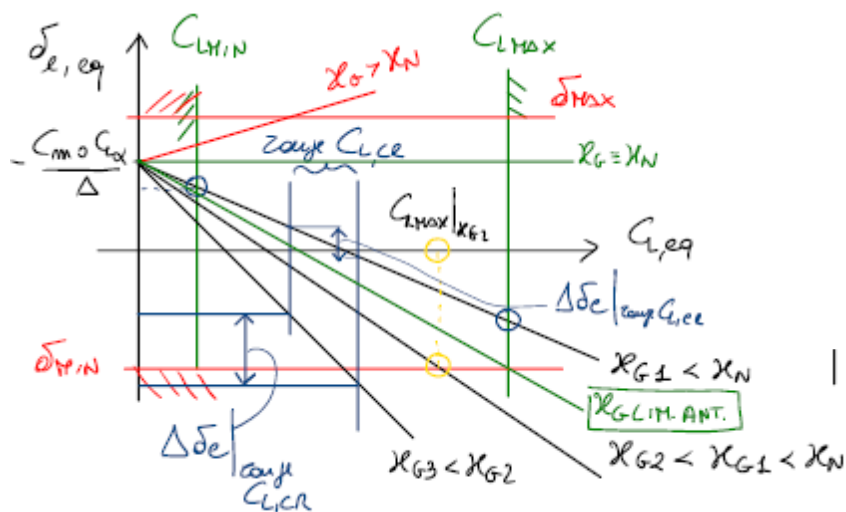
Posso quindi risolvere il sistema e arrivare a scrivere che:

$$\alpha_{eq} = \frac{C_{eq} C_{m\delta}}{\Delta} + \frac{C_{m\alpha} C_{L\delta}}{\Delta}$$

$$\delta_{eq} = - \frac{C_{m\alpha} C_{L\alpha}}{\Delta} - \frac{C_{L\alpha} C_{m\alpha}}{\Delta}$$

Da cui è possibile disegnare le rette $\delta_{eq} = f(C_{Leq})$ perché il resto è costante, esse possono essere scritte come $\delta_{eq} = A \cdot C_{Leq} + B$ dove:

Dove, dati i segni indicati, si nota che avremo $B > 0$ e $A < 0$ per cui le rette che si ottengono sono scrivibili in un diagramma $\delta_{eq} = f(C_{Leq})$ come:



Da esso si nota che in base alla posizione del baricentro X_G è possibile ottenere rette differenti.

In particolare avremo che le posizioni considerate saranno:

Per ogni posizione del baricentro siamo interessati a capire se, data la posizione X_G e l'angolo massimo e minimo dell'equilibratore δ_{min} e δ_{max} , è possibile che il velivolo raggiunga tutti i valori di C_L possibili compresi tra C_{Lmin} e C_{Lmax} . In particolare solitamente δ_{min} e δ_{max} sono legati alla meccanica e all'aerodinamica

velivolo molto sensibile ma che è indesiderabile per velivoli turistici di aviazione generale per cui il pilota è molto meno sensibile. Quindi avremo che per velivoli militari siamo interessati ad avere X_G vicino a X_N mentre per velivoli civili più lontano.

Un'altra condizione da considerare è quella di $X_G > X_N$, in questo caso si nota che il diagramma $C_m - \alpha$ ci dà indicazioni che il velivolo è instabile in quanto ho che $C_{m\alpha} > 0$.

L'ultima condizione da studiare è quella per cui $X_G = X_{GLimiteAnteriore} < X_N$ che è l'ultima posizione di X_G tale per cui, data la massima deflessione dell'equilibratore, il velivolo riesce a ottenere tutti i valori di velocità tra V_{min} e V_{MAX} perché è l'ultima posizione in cui è possibile andare da C_{LMAX} a C_{Lmin} , se spostato il baricentro ancora avanti non riuscirò più ad avere la totale autorità di comando.

Abbiamo quindi identificato **due limiti per il baricentro**:

- $X_G = X_N$ è il limite posteriore ed è dettato dalla stabilità del velivolo (lo sapevamo già).
- $X_G = X_{GLimiteAnteriore}$ è il limite anteriore per il baricentro ed è dettato dalla necessità di controllo.

3.3.1 Valutazione sperimentale del punto neutro

Valutare X_N risulta quindi fondamentale al fine di capire la stabilità del mio velivolo per questo motivo l'ente certificatore solitamente non si accontenterà dei risultati numerici per capire dove si trova il punto neutro ma vorrà delle prove sperimentali.

Per farle si nota dal grafico $\delta_{eq} = f(C_{Leq})$ che quando il baricentro si trova nel punto neutro allora la derivata ($d\delta_{eq}/dC_{Leq}$) diventa nulla quindi man mano che mi avvicino al punto neutro avrò che la derivata diventa sempre meno negativa.

Posso scrivere approssimando che:

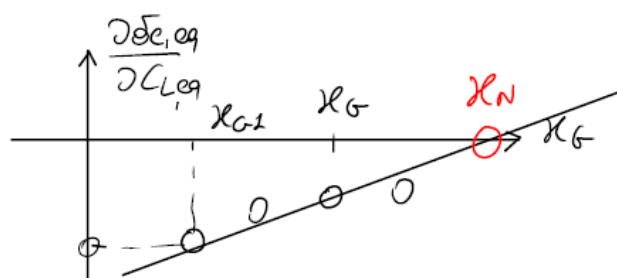
$$\frac{\partial \delta_e}{\partial C_{Leq}} \approx \frac{\Delta \delta_e}{\Delta C_{Leq}} = \frac{\delta_{e2} - \delta_{e1}}{C_{Leq2} - C_{Leq1}}$$

Quindi per valutare sperimentalmente il punto neutro:

1. Fisso X_G che conosco perché lo decido io
2. Volo a due velocità diverse equilibrando il velivolo in modo da conoscere C_{Leq-1} e C_{Leq-2} .
3. Misuro la deflessione dell'equilibratore che a quelle velocità mi permette di essere equilibrato ovvero δ_{eq-1} e δ_{eq-2} .
4. Calcolo la derivata con la formulazione detta prima

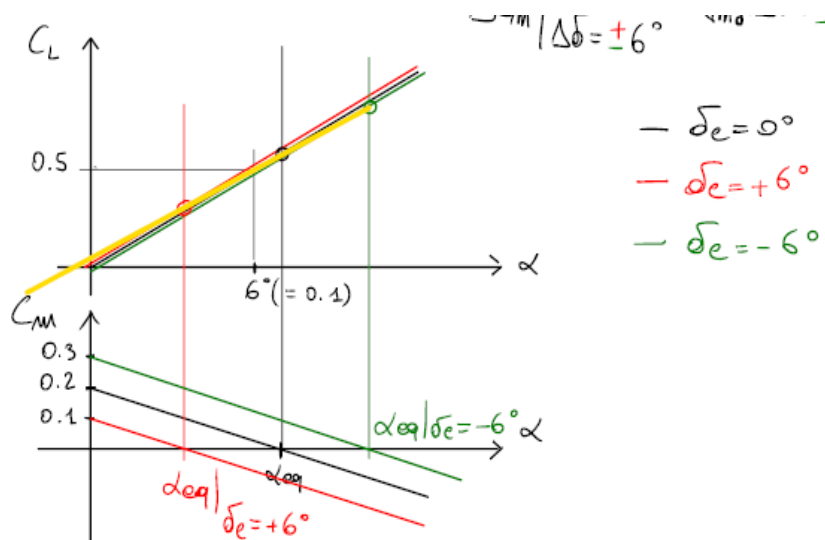
Considerando diversi valori di X_G è possibile calcolare diversi valori di derivata, in genere si parte da valori di X_G molto verso prua del velivolo in modo da essere sicuro di avere un velivolo stabile che il pilota può controllare e poi lo si sposta più verso poppa avvicinandosi al punto neutro fino a quando la derivata diventa abbastanza piccola. A quel valore si stoppa l'esperimento per non mettere in pericolo il pilota.

Segno tutti i valori di derivata che si sono trovati in relazione alla posizione X_G del baricentro in un diagramma del tipo:



Dove se il velivolo è stabile abbiamo visto che vale che $C_{L\delta} \approx 0,2$ e $C_{m\delta} \approx -1$, se considero una deflessione delle superficie pari a $\delta_e = 6^\circ$ (circa 0,1 rad) noto che le variazioni di C_L e C_m che si realizzano a causa di δ_e saranno:

Posso quindi disegnare il grafico $C_{Leq} = f(\alpha)$ al variare di δ_e , per farlo utilizzo anche il diagramma $C_m - \alpha$:



I punti sul diagramma $C_L - \alpha$ che si usano per creare la retta $C_{Leq} - \alpha$ sono ottenuti considerando un C_{m0} pari a 0,2 e X_G fissato, come abbiamo visto se δ_e cresce e diventa pari a 6° allora il C_m cala di 0,1 per cui la retta $C_m - \alpha$ viene spostata in basso di 0,1 identificando, quando interseca l'asse delle x , un α_{eq} che riportato sulla retta $C_L - \alpha$ per $\delta_e = 6^\circ$ che abbiamo visto essere leggermente più pendente di quella per $\delta_e = 0^\circ$, mi permette di ottenere il primo punto della retta $C_{Leq} - \alpha$. Analogamente è possibile fare per $\delta_e = -6^\circ$ per cui risulta che la retta $C_m - \alpha$ sia spostata in alto di 0,1 e che la retta $C_L - \alpha$ sia leggermente meno pendente di quella a $\delta_e = 0^\circ$.

In questo modo è possibile trovare 3 punti appartenenti alla retta $C_{Leq} - \alpha$, considerando anche quello che avrei a $\delta_e = 0^\circ$, e quindi unendoli ottenere la retta $C_{Leq} - \alpha$ che noto essere un po' meno pendente rispetto alla retta $C_L - \alpha$ originale.

Si nota che quindi avere la coda e quindi l'equilibratore fa sì che la pendenza della retta di portanza sia minore per cui avere la coda fa sì che possa ottenere l'equilibrio con un C_L più basso.

Questo perché:

- Se voglio ridurre la velocità dovrò cabrare e quindi ridurre la portanza in coda ($\delta_e = -6^\circ$) per cui il $C_{Leq} > C_L$
- Se voglio aumentare la velocità dovrò picchiare e quindi aumentare la portanza in coda ($\delta_e = 6^\circ$) per cui $C_{Leq} < C_L$

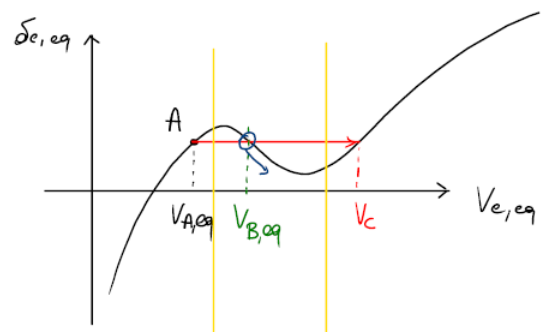
Il fatto di ottenere rette con pendenza più basse se voglio ottenere l'equilibrio è però caratteristico del velivolo ala+coda, se usassi un canard otterrei invece una pendenza maggiore.

una deflessione positiva dell'equilibratore verso il basso fino a δ_{eq1} che decreterebbe un aumento di portanza in coda e quindi un momento a picchiare, ma siccome io sono a comandi bloccati allora il mio equilibratore rimarrà a δ_{eq1} per cui la portanza generata sarà $L_{t1} < L_{t1}'$ ovvero sarà minore di quella necessaria a fare sì che il velivolo sia di nuovo in equilibrio e di conseguenza il velivolo, terminato il disturbo tenderà a riportare il muso verso l'alto e tornare nella condizione iniziale.

3.3.4 Regime transonico

Voglio vedere come cambia la deflessione dell'equilibratore in funzione della velocità di equilibrio. Questo è importante da conoscere perché quando vengono fatte le prove di volo gli enti certificatori (FAA, EASA) vogliono vedere che la pendenza di $\delta_e = f(V_{eq})$ sia positiva. Verificano quindi che localmente, per diversi valori di M la pendenza sia positiva in modo da essere sicuri che sia rispettata la Speed Stability.

Si nota che quando ci si avvicina a $M \approx 1$ la pendenza della curva $\delta_e = f(V_{eq})$ tende a diventare negativa questo vuol dire che magari io sto volando a V_{Aeq} , valore di velocità per cui il velivolo è staticamente stabile, e arriva un disturbo che mi porta alla V_C a parità di angolo di equilibratore siccome i comandi sono bloccati, questo di per se non è un problema perché sia la condizione A che la condizione C, come si nota dal disegno, sono condizioni stabili.



Il problema è che facendolo si passa per V_{Beq} che è una condizione instabile come vediamo siccome la pendenza è negativa.

Se quindi io volessi volare a V_{Beq} mi troverei in difficoltà in quanto il velivolo si comporta in modo opposto a come ci si aspetta ovvero che se, per esempio, voglio rallentare io tiro verso di me la barra per tirare su il muso, il δ_e decresce perché il bordo di fuga dell'equilibratore va verso l'alto ma questo fa sì che, contrariamente a come vorrei, la velocità aumenti, come possiamo vedere dal grafico.

Questo in genere succede in tutti i velivoli progettati per un volo subsonico quando sono ai limiti dell'involuppo di volo a velocità molto elevate e deve essere evitato.

In verità però esistono velivoli che volano a M supersonici che devono quindi essere certificati anche se in regime transonico si ha questo andamento instabile del velivolo. Essi sono certificabili se si dimostra che il range di instabilità è limitato tra due valori di M vicini (per esempio $M_1=0,9$ e $M_2=1,1$) e se si dimostra che l'utilizzo del velivolo sarà o in subsonico o in alto supersonico per cui in regime transonico ci starà per molto poco tempo. Questo è quello che solitamente viene fatto e che permette di certificare i velivoli militari che effettivamente lavorano in quel range indicato di M .

Questo anche perché il diagramma è creato in condizioni ideali e stazionarie ma nella realtà nel regime di velocità in cui si ha l'instabilità il velivolo ci sta per pochi secondi e in regime di accelerazione.

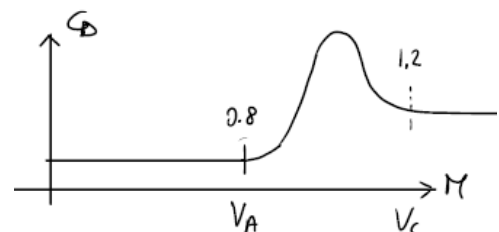
Si nota inoltre che l'instabilità si ha se passo da A a C come un'infinita serie di punti stazionari, cosa che nella realtà non avviene.

Si avranno poi due effetti reali che minimizzano questa instabilità che saranno:

- L'effetto della resistenza
- L'effetto della traiettoria

Per quanto riguarda l'**effetto della resistenza** si vede che il diagramma $C_D = f(M)$ ha un andamento come descritto a destra.

Si nota che in regime transonico il C_D cresce molto e poi decresce, questo spiega perché i velivoli normalmente non



Si nota che rimangono solo i termini legati ad alettoni e timone che sono $C_{Y\beta}$ e $C_{Y\delta r}$.

Considero adesso diversi contributi per arrivare al calcolo di C_Y .

3.4.1.1 Contributo della fusoliera

Il contributo della **fusoliera** si ottiene assumendo che essa sia rappresentabile come un profilo simmetrico come possiamo vedere dal disegno. Il sistema di riferimento utilizzato avrà X_B verso il muso, Y_B a destra del pilota e Z_B che entra nel foglio come vediamo dal disegno.

Dobbiamo calcolare le derivate in condizioni di equilibrio, si considera di volare a V_∞ e con β positivo per cui posso disegnare gli assi vento X_W e Y_W ruotati di β rispetto a X_B e Y_B .

Tratterò quindi la fusoliera come un profilo con un certo angolo di attacco per cui si genera D_F (Drag della Fusoliera) e L_F (Lift della fusoliera).

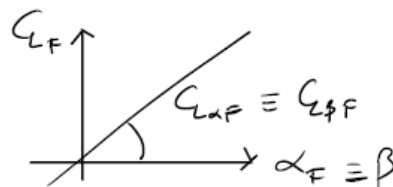
So che siccome la L_F è una forza di portanza allora:

$$L_F = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S_F C_{L_F}$$

Dove:

$$C_{L_F} = C_{L_{\alpha_F}} \beta_\infty = C_{L_{\beta_F}} \beta_\infty$$

Indicando con $C_{L_{\alpha_F}}$ o con $C_{L_{\beta_F}}$ la pendenza della retta C_L .



Analogamente è possibile scrivere la resistenza D_F :

$$D_F = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S_F C_{D_F}$$

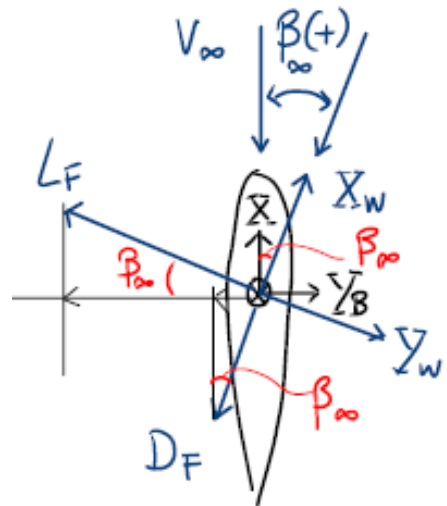
Sia L_F che D_F posso scriverli e ottenerli in galleria del vento.

Siccome poi siamo interessati alla determinazione della C_Y vado a valutare le componenti delle forze in direzione di Y_B e ottengo:

$$F_y = -L_F \cos \beta_\infty - D_F \sin \beta_\infty$$

Questa rappresenta la componente di forza aerodinamica in assi body. In generale poi, siccome sappiamo che è possibile passare dal sistema di riferimento corpo a quello vento usando gli angoli di Eulero è possibile scriverla usando una rotazione attorno al 3° asse di $-\beta_\infty$ come si vede dal disegno sopra. La rotazione è di $-\beta_\infty$ in quanto per passare da Y_W a Y_B devo ruotare in direzione opposta alla rotazione attorno a Y positivo.

Si vede che quindi ottengo lo stesso risultato anche usando gli angoli di Eulero:



In coda al velivolo vediamo che c'è la deriva con un dato profilo aerodinamico. Le linee di corrente sono disposte come vediamo per cui si nota che per **effetto della fusoliera** la corrente tende a raddrizzarsi perché deve seguirla.

Ho quindi che $\beta_{\text{PianoCoda}} < \beta_{\infty}$.

Se considero la presenza dell'elica vedo che la massa d'aria accelerata dall'elica tenderà a raddrizzare la corrente quindi anche l'**effetto dell'elica** è che $\beta_{\text{PianoCoda}} < \beta_{\infty}$.

L'ultimo contributo del sidewash è legato all'effetto dell'ala che ipotizzo di avere poco allungata. Si nota **vortici di estremità** si allontanano come la corrente V_{∞} quindi saranno inclinati di β_{∞} . Se la deriva è sopra il piano dei vortici dell'ala e quindi ne viene investita si nota che il vortice di destra è più vicino di quello di sinistra, si genera quindi una velocità verso sinistra che quindi tende anche essa a fare sì che $\beta_{\text{PianoCoda}} < \beta_{\infty}$.

Si nota che se il piano di coda fosse rivolto verso il basso avrei un effetto opposto.

Nella realtà quello che succede è che l'ala è molto allungata quindi questo l'effetto è piccolo, sia perché i vortici sono più lontani ma anche perché i vortici sono tanto più intensi tanto è corta l'ala.

Si nota che quindi gli aerei convenzionali hanno tutti e 3 i contributi che tendono a diminuire il $\beta_{\text{PianoCoda}}$ di conseguenza questo può essere scritto come:

$$\beta_{\text{PianoCoda}} = \beta = \beta_{\infty} - \sigma$$

dove:

Se poi $\beta \approx 0$ vale che $\sigma_0 \approx 0$ quindi posso scrivere che:

Questo sidewash factor è molto simile al downwash factor e può essere valutato con delle formule empiriche che però dipendono da un gran numero di fattori diversi che le rendono di difficile utilizzo, per questo motivo solitamente viene valutato usando esperimenti numerici o reali.

In generale il Sidewash Factor indica quanto, in %, l'angolo di coda si sta riducendo e ha valori indicativi tra $SF=0,7/0,9$.

Oss.

Ho che per qualsiasi sezione del velivolo è possibile valutare un Sidewash Factor differente perché la derivata in β_{∞} varierà il suo valore a seconda della posizione x. Se quindi metto o meno le winglets β varierà di più o di meno.

Dimostrare la $C_{Y\beta,V}$ e la $C_{Y,V}$ in questo modo è importante perché notiamo che sono stati considerati sia il contributo della L_V che della D_V che è effettivamente un contributo della F_Y , molto spesso però si fa l'ipotesi che $L \gg D$ e si considera solo la L_V ma questo porta a qualche errore perché va bene solo se si considera il caso che $\beta_\infty = 0$ ovvero una condizione di equilibrio.

Posso poi fare una stima di quanto questa derivata $C_{Y\beta,V}$ valga per un velivolo convenzionale:

Quindi se voglio calcolare il $C_{Y\beta}$ totale del velivolo dato dal contributo della fusoliera e della deriva ottengo che è pari a circa:

Il valore di $C_{Y\beta}$ è stato calcolato tramite esperimenti per velivoli supersonici, convenzionali o particolari e si sono ottenuti i seguenti risultati da cui si nota che per un velivolo convenzionale un valore tra -0,5 e -1 è più che normale e accettabile.

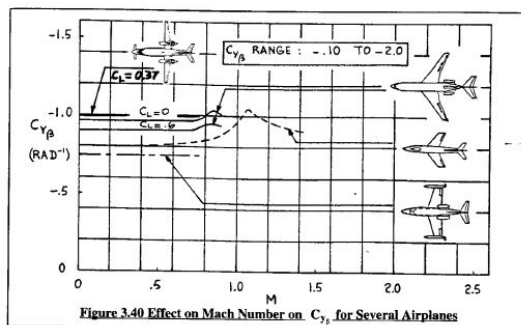


Figure 3.40 Effect of Mach Number on $C_{Y\beta}$ for Several Airplanes

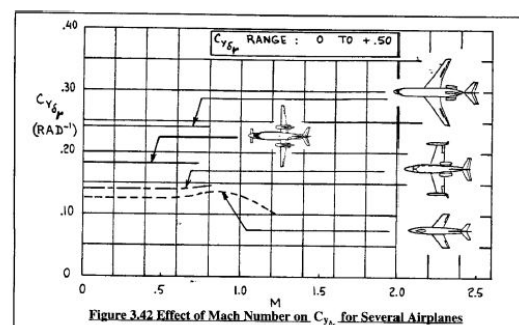


Figure 3.42 Effect of Mach Number on $C_{Y\beta}$ for Several Airplanes

3.4.2 Derivata di comando $C_{Y\delta_r}$

Questa è l'equivalente della $C_{L\delta_e}$ che si è calcolata a causa della presenza dell'equilibratore.

Si disegna il velivolo visto dall'alto in cui la deriva è simmetrica e il timone si muove. Si considerano positive le rotazioni per cui il bordo di fuga va verso sinistra perché il pollice andrebbe dentro il foglio quindi in direzione positiva di Z_B .

Se considero una V_∞ si vede che una rotazione δ_r positiva del timone fa sì che si generi una L_V verso destra.

Posso quindi scrivere che:

Dove $\Delta\beta_V$ rappresenta la variazione dell'angolo di attacco visto dalla deriva per effetto della rotazione della superficie mobile del timone, vale la stessa legge che abbiamo visto per l'equilibratore quindi:

- C_{lp} è la derivata di smorzamento
- C_{lr} è una derivata incrociata

3.5.1 Effetto diedro $C_{l\beta}$

L'effetto diedro, ovvero la $C_{l\beta}$, ha 5 contributi principali:

- Piano verticale
- Accoppiamento ala-fusoliera
- Angolo diedro Γ
- Freccia Λ
- Induzione dei vortici di estremità

Consideriamo adesso i diversi effetti sul $C_{l\beta}$. Consideriamo sempre che il velivolo è stabile direzionalmente se $C_{l\beta} < 0$ perché se così succede in seguito ad un disturbo laterale il velivolo tenderà ad annullarlo muovendosi nella stessa direzione del disturbo.

3.5.1.1 Effetto del piano verticale

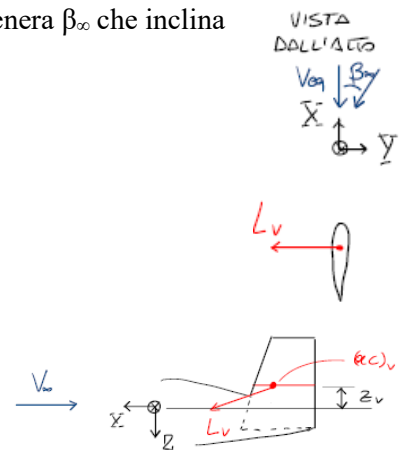
Se faccio una vista dall'alto del velivolo vedo che se c'è un disturbo che genera β_∞ che inclina V_{eq} abbiamo visto che l'angolo di diedro che vede il piano verticale è:

$$\beta_v = \beta_\infty \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right)$$

che fa sì che si generi una forza verso sinistra in questo caso di $\beta_\infty > 0$.

Se faccio una vista laterale noto che:

- considero come S_v ovvero come superficie del piano verticale tutta quella tratteggiata quindi comprendente anche la parte annegata nella fusoliera
- la corda media aerodinamica è baricentrica e il fuoco si trova ad $1/4$ della stessa
- data V_∞ la portanza esce dal foglio e va verso di me
- la distanza tra il baricentro del velivolo e il centro aerodinamico la chiamo Z_v



Si nota che se AC si trova sopra il CG del velivolo quindi se $Z_v > 0$ allora ottengo una derivata $C_{l\beta-v} < 0$ che è quello che voglio per cui i velivoli che studieremo saranno fatti così.

Valuto adesso la $C_{l\beta}$ e la C_l che sono i coefficienti del momento di rollio dovuto al piano verticale.

So che se considero che AC si trova sopra il CG:

$l_{v,\beta}$ = momento di rollio dovuto a β e al piano verticale = $-L_v \cdot Z_v$

Noto che:

$$L_v \approx \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S C_y \quad \text{dove} \quad C_y = -\frac{S_v}{S} a_v \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \beta_\infty$$

I momenti di rollio (l) e di imbardata (n) sono tutti adimensionalizzati per la stessa quantità ovvero con un momento di riferimento che calcolo moltiplicando la forza di riferimento per b .

Di conseguenza il momento di rollio adimensionalizzato sarà:

$$c_{l\beta} = \frac{l}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S b} = -\frac{|L_v|}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S} \frac{Z_v}{b} = -C_y \frac{Z_v}{b}$$

Quindi generalizzando per il caso di ala alta:

- la semiala sopravento ovvero la prima che vede il vento vede un aumento di α quindi tende a portare di più
- la semiala sottovento ovvero l'ultima che vede il vento vede una diminuzione di α quindi tende a portare di meno

Questo fa sì che nel caso di ala alta, in presenza di un vento da destra si genera un momento di rollio che fa sì che il velivolo tenda a spostarsi dentro la corrente quindi il velivolo è stabile direzionalmente.

Se avessi invece un ala bassa l'effetto sarebbe opposto quindi:

- la semiala sopravento vede diminuire α
- la semiala sottovento vede aumentare α

questo determinerebbe un contributo al momento di rollio negativo quindi destabilizzante

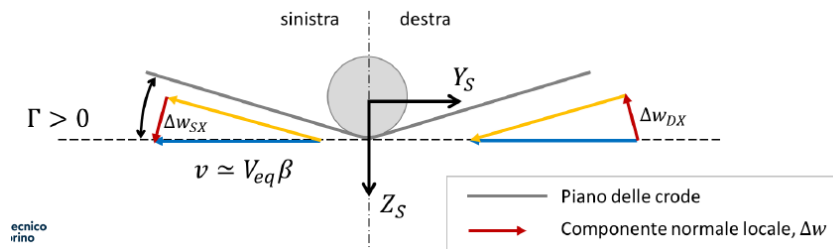
In generale si nota che:

- Ala media $C_{l\beta} \approx 0$
- Ala alta $C_{l\beta} \approx -0,0006 \text{ 1/deg}$ quindi il contributo è stabilizzante
- Ala bassa $C_{l\beta} \approx +0,0008 \text{ 1/deg}$ quindi il contributo è destabilizzante

3.5.1.3 Effetto dell'angolo diedro Γ

Se faccio la vista da dietro del velivolo indicando gli assi Z_B e Y_B e usando, per indicare l'ala, l'unione di tutti i quarti anteriori posso notare che:

- Se il tip alare è più in alto della radice l'angolo diedro $\Gamma > 0$
- Se il tip alare è più in basso della radice l'angolo diedro $\Gamma < 0$



Si nota che avere $\Gamma > 0$ genera un effetto stabilizzante favorevole perché se ipotizzo che arrivi un vento da destra del tipo:

$$v = V_{\infty-eq} \cdot \sin(\beta_{\infty}) \text{ con } \beta_{\infty} \text{ piccolo per cui } \sin(\beta_{\infty}) \approx \beta_{\infty}$$

per cui:

$$v \approx V_{\infty-eq} \cdot \beta_{\infty}$$

posso vedere che quindi le semiali vedono, a causa di questo disturbo v , delle velocità parallele e delle velocità perpendicolari alla linea dei fuochi.

Chiamiamo:

- w = componente perpendicolare.
- $//$ = componente parassita perché non ha alcun contributo alla portanza ma determina solo una variazione dello strato limite e lo rende 3D in quanto andrà a variarlo in direzione dell'allungamento alare.

La componente w genera quindi un aumento locale di α sulla semiala destra che deve essere sommato all'incidenza di V_{∞} .

Assumendo che $C_{l\alpha}(y) = \text{cost} = C_{l\alpha}$ ovvero che la retta di portanza ha la stessa pendenza per tutta l'apertura alare, cosa non vera perché nella realtà il $C_{l\alpha}$ locale varia da profilo a profilo in quanto L ha un andamento ellittico lungo l'ala possiamo dire che:

$$l = -2 \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 C_{l\alpha} \Gamma \beta_{\infty} \int_0^{b/2} C(y) \cdot y \, dy$$

Dove $C_{l\alpha}$ è la pendenza della retta di portanza considerando un ala 3D e rappresenta quindi la media di tutti i $C_{l\alpha}$ del singolo profilo alare

Adimensionalizzando con i soliti termini è possibile scrivere il coefficiente di momento di rollio dovuto all'angolo diedro:

$$C_l = \frac{l}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S b} = -2 C_{l\alpha} \Gamma \beta_{\infty} \int_0^{b/2} C(y) \cdot y \, dy$$

Da cui è possibile ricavare la derivata $C_{l\beta-\Gamma}$ quindi relativa all'angolo diedro come:

$$(C_{l\beta})_{\Gamma} = \left(\frac{\partial C_l}{\partial \beta} \right)_{\Gamma} = - \frac{2 \int_0^{b/2} C_{l\alpha} \Gamma y \, dy}{S b}$$

Si nota che:

- Non dipende dal C_l di volo
- Dipende dalla geometria dell'ala
- Dipende linearmente da Γ

Se considero adesso l'esempio di un ala rettangolare quello che ottengo è che:

$$C_{e\beta} \Big|_{\Gamma} = - \frac{2 C_{l\alpha} \Gamma}{S b} c \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^{b/2} = - \frac{2 C_{l\alpha} \Gamma}{S b} \frac{c}{2} \frac{b^2}{4} = - \frac{C_{l\alpha} \Gamma}{4}$$

$$C_{e\beta}^{\circ} \Big|_{\Gamma} = \frac{C_{e\beta} \Big|_{\Gamma}}{S \cdot 3} = - \frac{C_{l\alpha}^{\circ} \Gamma^{\circ}}{4 \cdot 57.3} \Rightarrow \frac{C_{e\beta}^{\circ} \Big|_{\Gamma}}{\Gamma^{\circ}} = - \frac{0.1}{4} \frac{1}{57.3} = -0.0004$$

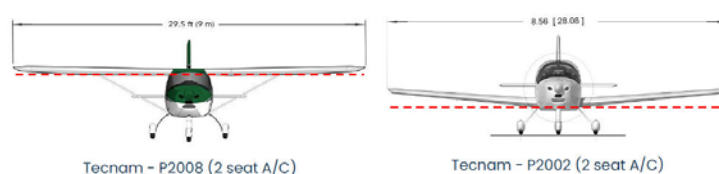
Quindi per ogni grado di variazione dell'angolo di diedro Γ ottengo che $C_{l\beta-\Gamma}$ varia di $-0,0004^{\circ}$.

Ci si ricorda che avevamo ottenuto che:

- Ala alta $C_{l\beta} \approx -0,0006$ 1/deg quindi il contributo è stabilizzante
- Ala bassa $C_{l\beta} \approx +0,0008$ 1/deg quindi il contributo è destabilizzante

Quindi se voglio annullare l'effetto destabilizzante di un ala bassa è necessario almeno avere $\Gamma \approx 2^{\circ}$.

Si nota che però se prendo velivoli con ala alta o bassa dello stesso produttore, che quindi si presuppone siano stati creati con una certa filosofia di progetto comune, vedo che nel caso di ala bassa ho $\Gamma \approx 5/6^{\circ}$ mentre per un ala alta ho $\Gamma \approx 2/3^{\circ}$ questo perché nella realtà quello che si ricerca è avere $C_{l\beta} \approx -0,001/0,0015$ 1/deg in modo da essere sicuri di essere nel campo di stabilità.

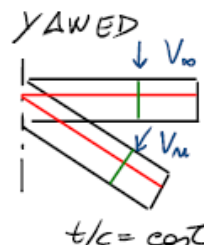


basse avrò delle velocità di stallo maggiori perché comunque la componente di velocità vista dall'ala è più piccola.

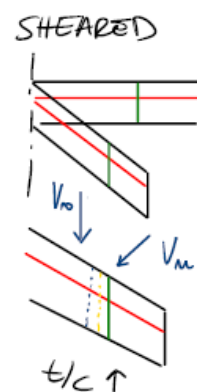
Per creare l'angolo di freccia si può agire in due modi distinti:

1. Yawed
2. Sheared

Per il caso **Yawed** ho che il profilo rimane sempre perpendicolare alla linea dei fuochi per cui la V_N vedrà lo stesso profilo che la V_∞ vedrebbe se non ci fosse l'angolo di freccia. Questo fa sì che il valore di t/c visto dalla corrente con o senza angolo di freccia rimane costante perché il profilo visto è sempre quello.



Per il caso **Sheared** invece si mantengono i profili tutti paralleli all'asse della X_{wind} quindi succede che la V_N non vedrà lo stesso profilo che la V_∞ vedrebbe se non ci fosse l'angolo di freccia, ma un profilo variato.



Succede quindi che t/c visto dalla corrente V_N tende ad aumentare rispetto al caso senza angolo di freccia, in particolare si nota che c cresce ma t ancora di più.

Questo di per sé è un problema perché se t/c di un profilo cresce allora la corrente deve espandersi di più per seguirlo e di conseguenza raggiunge velocità maggiori che è quello che si voleva migliorare attraverso l'utilizzo di un angolo di freccia. Fare un'ala a freccia usando la metodologia Sheared, quindi introduce un effetto contrastante.

Abbiamo quindi visto che si introduce un angolo di freccia per diminuire la velocità vista dal profilo. Esso ha anche un effetto riguardo la distribuzione di portanza che, con un angolo di freccia tenderà ad assumere una forma come sotto.

Questo fa sì che il tip alare risulterà più caricato se è presente un angolo di freccia, per ottimizzare la distribuzione di carichi quindi esistono velivoli che variano la freccia man mano che la V_∞ cresce.

Abbiamo visto quale è l'effetto della freccia alare, adesso vogliamo calcolare il $C_{l\beta}$ -FRECCIA o $C_{l\beta-\Lambda}$.

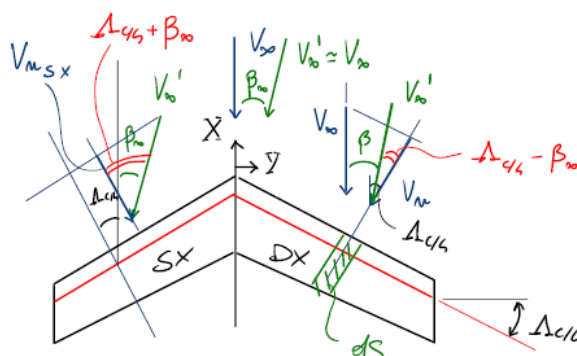
Si introduce quindi, su un velivolo visto in pianta con freccia $\Lambda > 0$, un disturbo che viene da destra che determina la nascita di un angolo di derapata β_∞ nella corrente. Se proietto V_∞ nella direzione perpendicolare alla linea dei fuochi ho che:

$$V_{N_{DX}} = V_\infty \cos(\Lambda_{c/4} - \beta_\infty)$$

$$V_{N_{SX}} = V_\infty \cos(\Lambda_{c/4} + \beta_\infty)$$

Da cui vedo che in presenza di un disturbo β_∞ la semiala sinistra vedrà una velocità normale minore rispetto alla velocità normale vista dalla semiala destra.

Questo fa sì che $dL_{DX} > dL_{SX}$ se considero una striscia di ala dS in posizione $C(y)$ come nel disegno.



$$dLift_{DX} = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \cos^2(\Lambda_{c/4} - \beta_\infty) dS \underbrace{C_{l\alpha}(y)}_{C_l(y)} \alpha(y)$$

$$dLift_{SX} = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \cos^2(\Lambda_{c/4} + \beta_\infty) dS C_l(y)$$

Dove:

- dS = superficie alare = $C(y) \cdot dy$
- $\Delta\alpha = \tau \cdot \delta a$ dove in generale τ potrebbe dipendere da y ma noi lo consideriamo costante

Si nota che i due contributi $dLift_{DX}$ e $dLift_{SX}$ in modulo sono uguali, il valore che viene generato dipende dalla posizione y della superficie elementare dS .

Si può quindi facilmente ricavare il momento di rollio dovuto alla deflessione δa moltiplicando per il braccio:

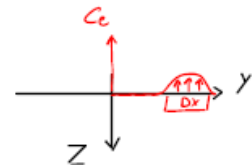
$$\begin{aligned} d\ell|_{\delta a} &= |dLift_{DX}| |y| + |dLift_{SX}| |y| = -2 dLift_{DX} y \\ \ell|_{\delta a} &= - \int_0^{b/2} 2 dLift_{DX} \cdot y = -2 \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \int_{y_i}^{y_f} C(y) y C_{e\alpha}(y) c(y) \delta a dy \end{aligned}$$

(Rollio)

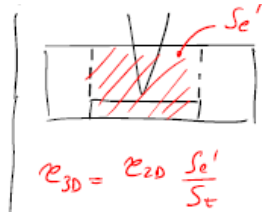
Se poi considero che:

- $\tau(y) = f(c_{alettone}/c_{profilo}) = \text{cost}$
- $C_{l\alpha} = \text{cost}$
- $\delta a = \text{cost}$ lungo l'apertura dell'alettone

Dove fare l'ipotesi di $C_{l\alpha} = \text{cost}$ è ammissibile in quanto questo coefficiente di portanza è quello legato alla presenza dell'alettone che è molto piccolo rispetto all'intera apertura alare quindi può essere assimilato ad una variazione di carico locale costante. Per lo stesso motivo è possibile utilizzare $C_{l\alpha}$ del profilo 2D invece del $C_{L\alpha}$ del ala 3D siccome posso trascurare gli effetti in direzione dell'apertura.



Questo è diverso da quello che si faceva con l'equilibratore perché lì era necessario considerare τ_{3D} perché esso comprende tutta la coda.



Con queste ipotesi posso quindi dire che:

$$\ell|_{\delta a} = -2 \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 C_{e\alpha} c \delta a \int_{y_i}^{y_f} C(y) y dy$$

Da cui si ricava il coefficiente di momento di rollio C_l come:

$$C_l = \frac{\ell|_{\delta a}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S_b} = -2 \frac{C_{e\alpha} c \delta a}{S_b} \int_{y_i}^{y_f} C(y) y dy$$

Da esso è possibile conoscere la derivata di comando legata alla deflessione degli alettoni detta anche potenza di controllo alettone:

$$C_{l\delta a} = -2 \frac{C_{e\alpha} c}{S_b} \int_{y_i}^{y_f} C(y) y dy$$

Si nota che essa dipende da:

- Geometria
- Coefficiente di portanza del profilo $C_{l\alpha}$

La formulazione scritta è simile a quella trovata per $C_{l\beta-\Gamma}$ dove al posto di Γ c'è τ e al posto di $C_{l\alpha}$ 2D c'è $C_{L\alpha}$ 3D.

Si nota che solitamente $\tau \approx 0,5$ e $C_{l\alpha} \approx 6$ quindi $C_{l-\delta a} \approx 0,3/0,4$ che è un valore un poco maggiore rispetto a $C_{l\beta-\Gamma}$ per cui avevo che $\Gamma \approx 0,1$ e $C_{L\alpha} \approx 5$.

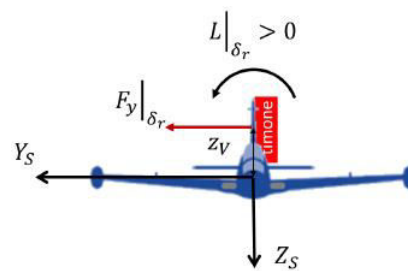
Oss.

- L'alettone è un comando di rateo di rollio non di angolo (rate control). A differenza del timone e dell'equilibratore con i quali comando una variazione di angolo (displacement controls).
- Per effetti aeroelastici, una deflessione positiva dell'alettone può provocare a velocità supersoniche (dove il centro aerodinamico si sposta intorno al 50% della corda e magari dietro l'asse elastico della struttura) una torsione che ruota negativamente il profilo generando una riduzione di portanza anziché un aumento come richiesto dal pilota. Tale fenomeno genera una riduzione dell'efficacia del controllo o al limite un'inversione dei comandi.

3.5.3 Derivata di controllo $C_{l\delta_r}$

Questa derivata è legata alla deflessione del timone che genera un momento di rollio.

Si considera che il timone ha una rotazione positiva se, da una vista da davanti, il bordo di fuga va verso sinistra, questo genera una F_Y in direzione di Y positivo e quindi un momento di rollio in quanto il centro aerodinamico del timone si trova più in alto del baricentro del velivolo. Se F_Y è generato sopra il baricentro, cosa che avviene nei velivoli convenzionali, allora una rotazione positiva del timone genererà un momento di rollio positivo.



Per cui avrò che per le rotazione del timone come da disegno:

$$L|_{\delta_r} > 0 \Rightarrow C_{l\delta_r} > 0$$

Si ottiene, con passaggi analoghi a quelli fatti per le altre derivate di controllo che:

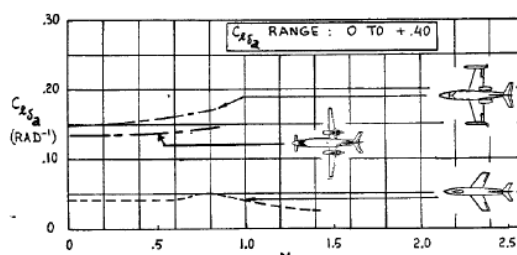
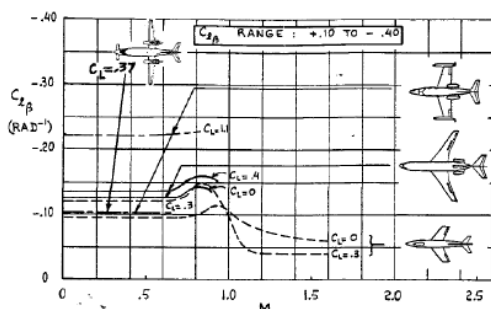
$$l|_{\delta_r} = F_Y|_{\delta_r} z_V = \frac{1}{2} \rho V_V^2 S_V z_V a_V \tau \delta_r \Rightarrow C_{l\delta_r} = \frac{S_V z_V}{S} a_V \tau \eta_V$$

Anche in questo caso, come avevo per la derivata $C_{l\delta_a}$ di controllo relativa agli alettoni, si possono vedere degli effetti indesiderati quando muovo il timone perché se ipotizzo di muovere l'alettone con $\delta_r > 0$ quindi portando il bordo di fuga come in figura per ruotare positivamente e fare una virata verso destra (del disegno), la forza generata F_Y tenderà a fare scivolare il muso verso sinistra. Questo non va bene perché se schiaccio il pedale di sinistra voglio andare tutto a sinistra. Per mitigare questo effetto quello che si può fare è legare timone e alettoni in modo da correggere con gli alettoni questo effetto.

Inoltre il timone genererà anche una resistenza che crea un momento di beccheggio per il velivolo.

3.5.4 Conclusioni sulla stabilità statica laterale

Possiamo notare che i valori delle derivate importanti per la stabilità laterale ovvero $C_{l\beta}$, $C_{l\delta_a}$ e $C_{l\delta_r}$ possono essere calcolati sono semiempiricamente e assumono i seguenti valori:



Assumendo che la fusoliera sia approssimabile ad un ellissoide di rivoluzione ho che se il vento arriva verso destra allora la distribuzione di pressione sarà quella che vediamo a destra. Si genera quindi una forza che va dal + al - e fa sì che si generi un momento rispetto al baricentro che farà ruotare in muso verso sinistra quindi allargando ancora di più l'angolo β_∞ determinando un contributo instabilizzante.

Si nota che quindi se $\beta_\infty > 0$ allora $N_{\beta,F} < 0$ e quindi $C_{n\beta} < 0$ che è instabilizzante.

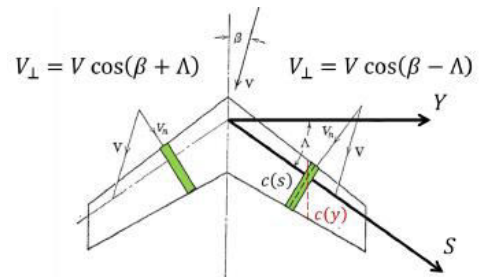
Nella realtà per calcolare $C_{n\beta-F}$ si usa un approccio semiempirico.

3.5.1.2 Effetto della freccia su $C_{n\beta}$

Anche in questo caso mi interessa dividere la V_∞ in direzione parallela e perpendicolare alla linea dei fuochi, sappiamo che, se il disturbo viene da destra le due semiali vedranno rispettivamente:

$$V_{\mu,DX} = V_{\infty,eq} \cos(\Delta c/l_h - \beta_\infty)$$

$$V_{\mu,SX} = V_{\infty,eq} \cos(\Delta c/l_h + \beta_\infty)$$



Si considera che la freccia è positiva ($\Lambda > 0$) se il tip alare è indietro all'hub.

Si nota che la semiala destra vede una velocità più grande della semiala sinistra, questo fa sì che generi più portanza e necessariamente questo farà sì che genererà più resistenza per due motivi:

- La resistenza indotta crescerà siccome è legata alla produzione di portanza.
- A parità di C_D , siccome la velocità vista è maggiore, la pressione dinamica sarà maggiore quindi anche la D prodotta maggiore.

Avrò che quindi l'ala sopravento, ovvero quella che per prima vede il vento, avrà D maggiore. Questo le farà generare un momento verso DX che è un momento stabilizzante in quanto tende ad annullare il disturbo. Per quanto riguarda la stabilità direzionale quindi la freccia positiva ($\Lambda > 0$) è stabilizzante.

Questo ci fa notare che le ali a freccia positiva quindi non sono solo utili se il velivolo deve andare veloce ma permettono anche una maggiore stabilità direzionale.

3.5.1.3 Effetto dell'impennaggio verticale su $C_{n\beta}$

Considero il piano di coda verticale ad una certa distanza l_v dal baricentro del velivolo. Si nota che se arriva una perturbazione che fa inclinare V_∞ di β_∞ allora si genera una forza laterale F_Y dovuta a β_∞ .

Questa posso scriverla come:

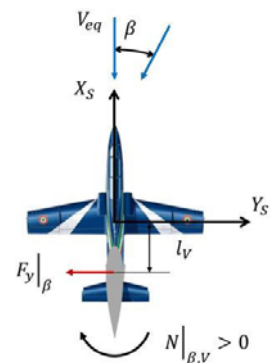
$$F_Y|_{\beta,V} = \frac{1}{2} \rho_{eq} V_{eq}^2 \eta_V S_V a_V \beta \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right)$$

Posso quindi calcolare il momento di imbardata dovuto a F_Y generato dall'impennaggio verticale.

$$N|_{\beta,V} = \frac{1}{2} \rho_{eq} V_{eq}^2 \eta_V S_V a_V \beta \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) l_v$$

Da esso è possibile calcolare il valore di C_N che sarà pari a:

$$C_{n,V} = \eta_V \frac{S_V l_v}{S b} a_V \beta \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right)$$



Da questo è possibile calcolare il coefficiente di momento di imbardata dovuto alla deriva come:

$$C_{m|\delta r} = \frac{N|\delta r}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} = -\eta_V \frac{S_V \bar{e}_V}{S b} a_V \tau \delta r$$

Dove si nota che se $\delta r > 0$ allora il momento generato è negativo.

Si ottiene quindi la derivata di controllo direzionale a cui siamo interessati derivando per δr :

$$C_{m\delta r} = \frac{\partial C_m}{\partial \delta r} = -\eta_V \frac{S_V \bar{e}_V}{S b} a_V \tau$$

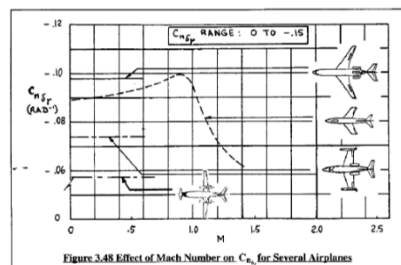
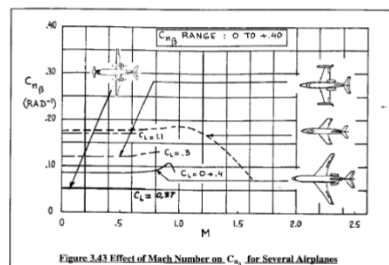
Dove:

Si nota che questo rapporto ha valore diversi in base alla categoria di velivolo considerato.

Questa derivata è molto importante per il controllo direzionale in quanto più è grande e più, a parità di deflessione δr della deriva si ottiene un momento di imbardata maggiore. Quindi maggiore è la derivata $C_{m|\delta r}$ e maggiore sarà l'autorità di controllo del timone.

Il valore di questa derivata definirà anche la dimensione del timone che verrà calcolata a partire dal caso di atterraggio (V_{\min}).

I valori che le due derivata interessanti per il controllo direzionale possono assumere sono riassunti nei seguenti grafici:



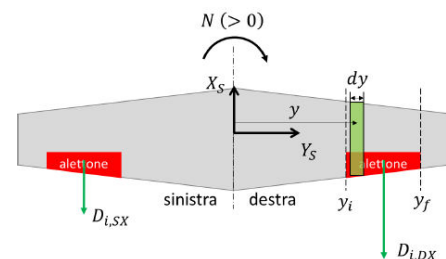
Da essi si nota che:

- $C_{n\beta}$ definisce la stabilità direzionale e va da -0,1 a -0,4
- $C_{n|\delta r}$ definisce il controllo direzionale e vale circa 0,1

3.5.3 Derivata di controllo direzionale $C_{n\delta a}$

Questa derivata descrive l'effetto degli alettoni sul controllo di imbardata del velivolo. Gli alettoni sono superfici di controllo legate al momento di rollio ma se ho una deflessione positiva degli stessi che si ha quando il bordo di fuga di destra va in basso e quello a sinistra in alto allora si genera una $L_{DX} > L_{SX}$ che farà sì che $D_{indottaDX} > D_{indottaSX}$, questo genera un momento di imbardata.

Si nota che però, nonostante generino rollio, il valore di $C_{n\delta a}$ è molto piccolo, un ordine di grandezza in meno della $C_{n\delta r}$. Infatti $C_{n\delta a} \approx -0,01/-0,02$ quindi essendo molto piccolo lo trascuro.



Questa relazione vale solo se non c'è vento, se c'è vento è riferita alla direzione del vento relativo.

Introducendo quindi la variazione di angolo dovuto alla richiamata si ha che:

$$\begin{cases} \gamma = \gamma_{eq} + \Delta\gamma = \Delta\gamma \\ \vartheta = \vartheta_{eq} + \Delta\vartheta = \Delta\vartheta \\ \alpha = \alpha_{eq} + \Delta\alpha \end{cases}$$

Ricordando che:

$$\Delta\vartheta = \Delta\alpha + \Delta\gamma \Rightarrow \Delta\gamma = \Delta\vartheta - \Delta\alpha$$

E' possibile dire che:

$$\gamma = \vartheta - \alpha_{eq} - \alpha$$

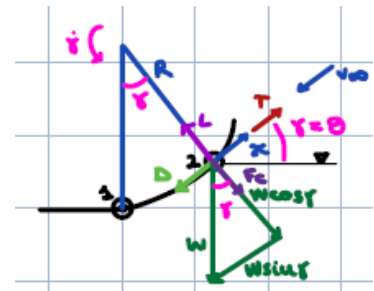
Dove Θ è un angolo di Eulero. Derivando è possibile dire che:

$$\dot{\gamma} = \dot{\vartheta} - \dot{\alpha} = q - \dot{\alpha}$$

Dove $\dot{\Theta} = q$ = Velocità di beccheggio se considero che Ψ e ϕ di Eulero nulli mentre $\dot{\alpha}$ = variazione dell'angolo di attacco tra la direzione del vento e X_B .

Si nota che se assumo che la spinta è allineata a X così come anche la V_∞ allora è possibile dire che $\alpha \ll 1$ che fa sì che nella condizione 2 di volo che abbiamo descritto si ha che:

$$\begin{cases} L = W \cos \gamma + F_c \\ T = D + W \sin \gamma \end{cases} \quad \text{dove} \quad F_c = m \frac{V^2}{R} = \frac{W}{g} \frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g} V_\infty q$$



Dove però sappiamo che da quanto visto prima $\dot{\gamma} = q$ per cui:

$$F_c = \frac{W}{g} V_\infty q$$

pitch rate

Se introduco $n = L/W$ = fattore di carico nella prima equazione dividendo per W ottengo che:

$$\begin{aligned} L &= W \cos \gamma + \frac{W}{g} \frac{V_\infty^2}{R} = W \cos \gamma + \frac{W}{g} V_\infty q \\ n &= \cos \gamma + \frac{V_\infty^2}{gR} = \cos \gamma + \frac{V_\infty q}{g} \end{aligned}$$

Da qui è possibile il calcolo di R e q ovvero raggio e velocità di richiamata:

$$\boxed{R} \quad R = \frac{V_\infty^2}{g} \cdot \frac{1}{n - \cos \gamma} \quad \boxed{q} \quad q = \frac{g}{V_\infty} (n - \cos \gamma)$$

E' possibile valutarli nel punto più basso della traiettoria che si ha per $\gamma = 0$ e vedere che li:

$$R = \frac{V_\infty^2}{g} \cdot \frac{1}{n-1} \quad \rightarrow \quad \boxed{q = \frac{g}{V_\infty} (n-1)}$$

Siamo quindi arrivati a scrivere un'equazione che lega gli angoli tra di loro ovvero

$$\dot{\gamma} = \dot{\vartheta} - \dot{\alpha} = q - \dot{\alpha}$$

Da cui si osserva che:

- K è minimo, quindi ottenuto con V più bassa se $C_L = \max$
- K è massimo, quindi ottenuto con V più alta se $C_L = \min$
- Per n che tende a infinito si ottiene che $R = K/g$, se n tende a 1 si ottiene che $R = \infty$, questo vuol dire che per un fattore di carico alto avrò un raggio minimo che sarà pari a K/g mentre per il volo orizzontale che si ha per un raggio infinito, giustamente $n=1$.

$$R = \frac{k}{g} \frac{1}{1 - \frac{1}{n}}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} R = \frac{k}{g}$
 $\lim_{n \rightarrow 1^+} R = +\infty$

Sappiamo poi che se si fissa il valore di C_L , dalla polare aerodinamica si ottengono i valori di C_D e E e si ottiene K sapendo che è inversamente proporzionale al C_L per cui sapendo il C_L conosco anche C_D , E e K.

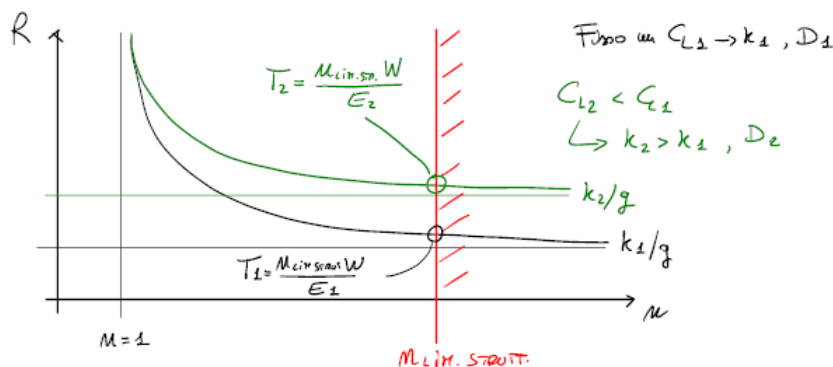
Queste informazioni mi permettono di capire come fare a realizzare una richiamata con il raggio minimo possibile che abbiamo detto essere le condizioni di ottimo.

Siccome abbiamo fissato K dalla conoscenza di C_L si nota dalla formulazione sovrastante che $R=f(n)$ per cui è possibile creare un grafico di questo tipo considerando però due limitazioni:

- Il valore massimo di n raggiungibile è legato ai limiti strutturali del velivolo per cui $n < n_{\text{limiteStrutture}}$. Questi valori sono pari a 2-3 per i velivoli commerciali, 4-5 per i velivoli militari e circa 8 per i velivoli acrobatici.
- In volo orizzontale ho che $T=D$ e essendo che D è piccola la spinta mi basta sempre per compensarla, quando compio una manovra si nota che n è funzione di L che a sua volta è legato a D dalla formula a fianco per cui il massimo n che è possibile raggiungere dipende dalla spinta T che il velivolo è in grado di fornire perché non è detto che basti per ogni tipologia di manovra $n=f(T)$. E' necessario avere $T_{n-\text{MAX}} < T_{\text{MAX-disponibile}}$.

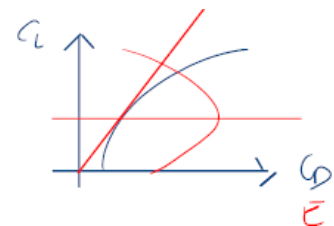
$$D = \frac{L}{E} = \frac{nW}{E}$$

Definiti questi due limiti è possibile creare il diagramma $R=f(n)$ considerando due valori di C_L da cui, come visto prima, posso ricavare tutto quello che mi serve:



Si nota che:

- Più C_L è elevato ($C_{L2} < C_{L1}$) e maggiore sarà il raggio limite ottenibile
- Per avere richiamate con dati raggi di curvatura è necessario avere una data spinta che, nel grafico è stata calcolata per i casi peggiori ovvero di $n_{\text{lim-strutturale}}$. E' possibile che magari non ci si arrivi neanche a questo valore perché la T non è abbastanza. Questo valore di spinta necessaria cresce con C_L . Questo succede perché se C_L cresce allora E tende a decrescere come si vede dalla polare, si nota che il valore massimo di E si ha quando la retta tangente alla polare ha la pendenza massima.



Oss.

Noi abbiamo definito che $L > 0$ se va dai piedi alla testa del pilota, questo fa sì che se sono in volo rovescio allora risulterà lo stesso che $n > 0$ perché L continua ad essere un valore positivo.

- La portanza è perpendicolare al piano dell'ala
- La F_C è verso destra e sarà equilibrata da $L \sin \varphi$ sulla sinistra
- Se uso la regola della mano destra vedo che Ω avrà componenti in assi Body che dipendono dalle matrici di rotazione che mi fanno passare dal sistema inerziale a quello Body. Siccome per passare da I a B devo solo ruotare di φ in modo negativo posso scrivere che:

$$\underline{\Omega}_B = \underbrace{R_{I \rightarrow B}}_{R(1, -\varphi)} \underline{\Omega}_I$$

Il sistema che si ha a bordo per valutare le velocità angolari è il giroscopio che però valuterà le seguenti velocità in assi body quindi risulterà che Ω è proiettata sugli assi body:

$$\begin{aligned} p &= 0 \\ q &= +\Omega \sin \varphi \\ r &= -\Omega \cos \varphi \end{aligned}$$

Le relazioni matematiche che governano questo moto curvo sono:

$$\begin{cases} \textcircled{1} L \cos \varphi = W \\ \textcircled{2} L \sin \varphi = F_C = \frac{W}{g} \frac{V_A^2}{R} \\ T = D \end{cases}$$

Da esse si nota che per avere una virata corretta è necessario che esista l'angolo di sbandamento φ che fa sì che la portanza possa scomporsi in una parte che equilibra il peso ed un'altra che equilibra la F_C .

Si nota che la manovra studiata si chiama virata corretta in quanto le due forze di massa (W e F_C) generano una risultante R che è tutta compresa nel piano di simmetria e può quindi essere equilibrata dalla portanza. Questo fa sì che il pilota non si accorga, se non ha riferimenti esterni, se la manovra che sta facendo è una virata o no perché l'angolo β di derapata rimane sempre lo stesso.

Abbiamo visto che dalla prima equazione è possibile il calcolo di n .

Per calcolare il raggio della virata R faccio invece:

Da cui è possibile ricavare il raggio R e la velocità angolare Ω come:

Quello che viene detto ai piloti e quello che è giusto fare è spostare il velivolo in direzione della pallina perché in questo modo si tende a buttare il muso dentro la corrente e annullare il disturbo.

Oss.

La virata standard per i velivoli civili è di $3^\circ/\text{sec}$ infatti le tacchette del virsbandometro che vediamo sono riferite quella velocità.

4.4 Moto non uniforme: Virata corretta discendente

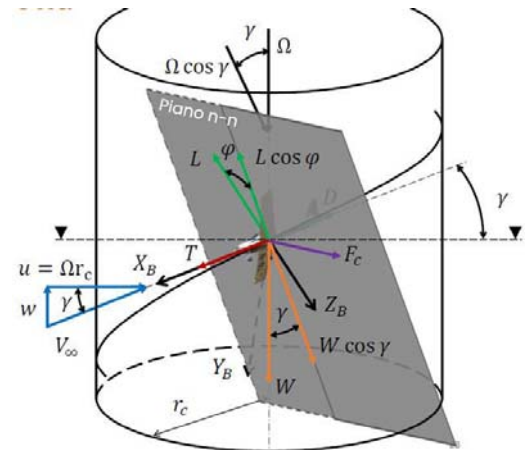
Consideriamo adesso una manovra più complicata perché ho il velivolo che sta scendendo e contemporaneamente sta virando. La traiettoria è quindi contenuta in un cilindro.

Si nota che è possibile dividere la V_∞ in una componente verticale v e una orizzontale u .

Si considera la virata corretta quindi l'asse X_B del velivolo è in direzione di V_∞ . Avremo poi che L entra nel cilindro, F_C esce dal cilindro e D è in direzione della velocità.

Per studiare quello che succede si considererà un piano perpendicolare a V_∞ che taglia il velivolo ed è inclinato di un angolo γ rispetto all'altezza del cilindro, in questo piano avrò quindi che la forza L è tutta in direzione del piano mentre la W deve essere proiettata perché inclinata dell'angolo γ .

In questo piano sarà possibile fare l'equilibrio delle forze.



Abbiamo detto che il velivolo sta procedendo con un moto circolare+moto verticale quindi possiamo pensare di studiare il moto come una somma di una virata corretta che vedo se guardo il velivolo dall'alto e che avviene con una data velocità u e un raggio R , e di una discesa con angolo di rampa γ e velocità w .

Possiamo dire che:

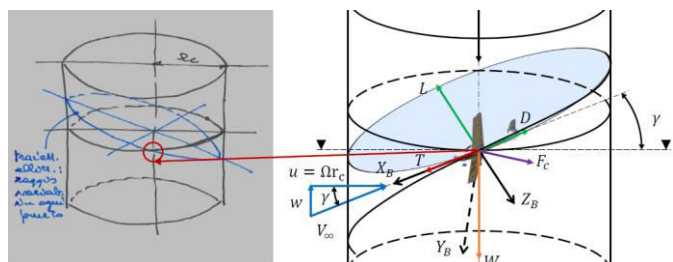
4.4.1 Moto circolare

Considero il moto circolare e quindi una vista dall'alto.

Si nota dal diagramma che:

Però a bordo io misuro la V_∞ per cui è comodo scrivere tutto in funzione di essa:

Dove chiamo ρ **raggio del cerchio osculatore** che rappresenta il raggio del cerchio della traiettoria in quella specifica posizione lungo la traiettoria. E' come se in ogni istante di tempo il velivolo stia compiendo una circonferenza con raggio ρ . Se consideriamo la traiettoria come ellittica questo è in quell'istante il semiasse minore dell'ellisse.



Da cui posso ricavare r_C come:

...

Che può essere riscritto come:

-

Da qua è possibile ancora ricavare ϕ ovvero l'angolo di virata e n ovvero il fattore di carico.

Per il calcolo di ϕ farò:

...

Per quanto riguarda n invece si utilizza l'equazione della velocità angolare Ω e si ricava n come:

...

Che riscrivo come:

...

Si nota che alla fine arrivo a determinare le stesse grandezze che avevo nella manovra di richiamata.

Noto che tutte e 3 le grandezze calcolate ovvero Ω , n e ϕ se considero la quota fissata (fisso δ) saranno funzione solo di C_L e n . Ovvero $\Omega, n, \phi = f(C_L, n)$.

4.4.1.1 Diagramma di r_C e Ω in funzione di n

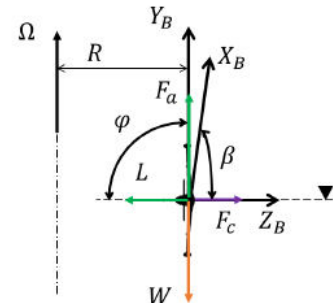
Posso diagrammare queste due funzioni in funzione di γ , n e C_L . In particolare si considera il caso in cui $\gamma=0^\circ$ per cui capita che:

...

Nella realtà quello che viene fatto è usare anche un po' il timone e un po' di alettone per mettermi in virata piatta.

In questo caso ho che $q=p=0$ e che F_C+W uscirà sicuramente dal piano di simmetria per cui non si tratta di una manovra corretta ma questo già lo ipotizzavo in quanto $\beta_\infty \neq 0$.

Per quanto riguarda la **virata a coltello** ovvero con $\varphi=90^\circ$ noto che il sistema di riferimento è girato per cui ho che la testa del pilota è dentro la traiettoria e il velivolo dentro il foglio. In questo caso ho che L bilancia la F_C quindi non è un problema ma mi serve qualcosa che bilanci il peso W . Di conseguenza avrò $\beta_\infty < 0$ e il muso del velivolo andrà un po' in alto in modo da generare F_Y che è opposta al peso.



In questo caso sul virosbandimento leggo solo una q mentre $r=p=0$.

Anche in questo caso è difficile avere una F_Y solo generata da $\beta_\infty < 0$ in grado di bilanciare tutto il peso per cui un po' di timone si utilizza. Inoltre è possibile farlo solo con velivoli militari o acrobatici.

5. Raffica

Voglio studiare i valori di n che si hanno in seguito ad una raffica sul velivolo.

Fino ad adesso abbiamo utilizzato il **diagramma di carico** per capire dove il velivolo poteva volare o no, esso è contraddistinto da alcuni valori di velocità e di C_L .

Si nota che le curve a sinistra le ricavo conoscendo i valori di C_{LMax} e $-C_{LMax}$ sapendo che per un velivolo civile $C_{LMax} \approx 1,4/1,5$ in configurazione clean e $C_{LMax} \approx 2/2,2$ in configurazione con i flap estesi. Il valore di $-C_{LMax}$ è invece un valore più piccolo che quindi contraddistingue una curva di pendenza minore.

Definiamo poi alcune velocità:

- V_A velocità di manovra
- V_C velocità di crociera
- V_D velocità di affondata che è la massima raggiungibile da un velivolo
- V_B velocità di massima raffica che è la velocità massima alla quale il velivolo può sopportare una raffica alla massima velocità definita da normativa.

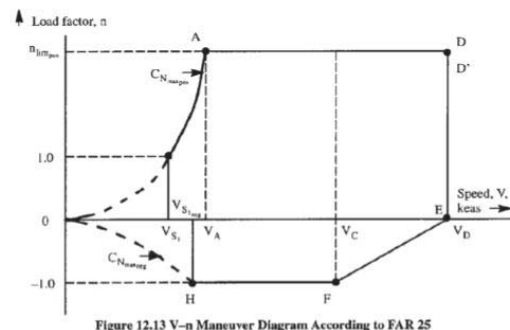


Figure 12.13 V-n Maneuver Diagram According to FAR 25

Mi chiedo adesso quale è il valore di n generato da una raffica.

5.1 Raffica istantanea

Questo è il modo più semplice di schematizzare una raffica.

Il velivolo entra nella raffica con un certo valore α_{eq} e δ_{eq} ma poi la massa d'aria sta salendo per cui l'assetto è lo stesso ma la velocità è verso l'alto per cui il velivolo tenderà a salire, questo in verità è visibile solo da terra, in volo non si sente niente se non quando si entra nella raffica per cui l'aumento di quota dovuto alla presenza della raffica lo si nota solo dall'altimetro.

Si nota che per un tempo infinito la w vista dal velivolo diventa pari a W_g per cui l'angolo di attacco $\Delta\alpha_{32}$ nel tempo diminuisce, quando diventa pari a 0 si passa alla zona 4.

Possiamo quindi dire che:

Quindi nella zona 3 ho che $0 < \Delta\alpha < \Delta\alpha_2$ per cui come detto il Δn massimo si avrà nella zona 2.

Questo è calcolabile come:

Zona 4

Sono nel momento successivo al transitorio per cui la w vista dal velivolo ha raggiunto la W_g per cui il velivolo vola in volo rettilineo orizzontale e come avevamo nella zona 1 vale che $n_4=1$.

Oss

Si nota che, per come abbiamo definito Δn esso cresce se la V_∞ cresce o se $C_{L\alpha}$ cresce o se W/S decresce quindi i velivolo che hanno un carico alare piccolo ovvero gli alianti che pesano poco e hanno un elevata superficie alare possono subire grandi accelerazioni dovute alla raffica.

Nella generica condizione che si ha nella zona 3 in cui $0 < \Delta\alpha < \Delta\alpha_2$ possiamo esprimere la portanza come:

Se osserviamo tutto da un sistema di riferimento inerziale allora possiamo dire che $F=ma$ quindi per un osservatore a terra vale che:

Dove \dot{w} è la generica accelerazione verticale.

Posso poi ricavare Δn facilmente perché $\Delta n = \Delta L/W$ e se riesco a conoscere Δn allora riesco a ricavare tutto.

Quindi si scrive che:

Per cui dato h come parametro è possibile scrivere che:

Si nota che invece durante la zona 2 W_g cresce in modo lineare quindi $W_g = f(X_p) = W_g X_p / H$.

RisolviAMO quindi per questo caso il sistema che avevamo nel caso raffica istantanea:

Ho quindi ricavato il valore di Δn anche nel caso di questo tipo di raffica che si nota essere legato da quello trovato per la raffica istantanea da un **fattore di attenuazione** = h/H .

Si nota che in questo caso di raffica graduale quando incontro la raffica a $t=0$ allora $\Delta n=0$. Poi se $V_\infty t$ cresce allora Δn crescerà ma al massimo il valore di $V_\infty t$ potrà essere pari ad H perché di più non può aumentare.

Questo fa sì che sia possibile anche in questo caso il calcolo del $\Delta n_{MAX-Graduale}$ che risulta essere pari a:

$$\Delta n_{MAX} = \frac{V_\infty W_g}{g h} \frac{h}{H} \left(1 - e^{-H/h} \right)$$

Si nota che quindi l'andamento di Δn è crescente fino ad arrivare al massimo che si ha per $X_p=H$.

Per ricavare cosa succede dopo devo risolvere lo stesso sistema di equazioni tra i punti 3 e 4 in cui si nota che $W_g = \text{cost}$. La W_3 con cui entro in questa regione la ricavo conoscendo come varia la $W_g(t)$ nella regione precedente di aumento lineare calcolandola per $V_\infty t=H$ ovvero alla fine del tratto.

Quello che si ottiene è che:

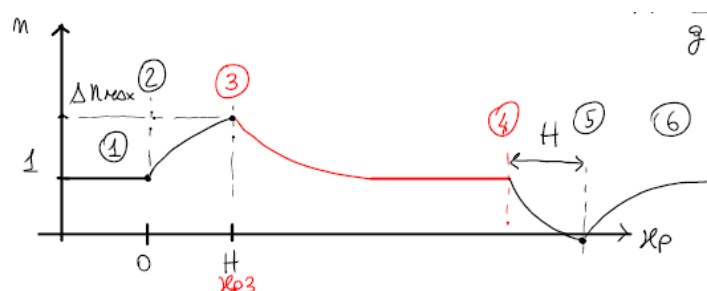
$$W(X_{p3}) = \frac{h W_g}{H} \left(\frac{V_\infty X_p}{h V_\infty} + e^{-H/h} - 1 \right)$$

Da cui è possibile ottenere l'andamento tra il punto 3 e 4 che non vedremo ma si nota essere discendente.

Avrò poi nel punto 5 l'incontro con il fronte di raffica discendente e quello che si ottiene per il tratto da 5 a 6 è analogo a quello ottenuto per il tratto da 1 a 3 ma con segni invertiti.

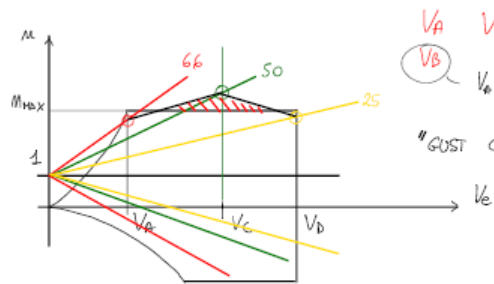
Infine tendo a $n=1$, con un andamento opposto a quello visto tra il punto 3 e 4.

L'andamento di n durante la raffica può essere quindi schematizzato come:



Si nota che mentre la velocità di crociera ($V_{Crociera}$), la velocità massima di volo (V_{Dive}) e la velocità minima di volo (V_A) sono definite e non possono essere variate la velocità V_B di massima raffica può variare tra V_A e V_C , si nota che, al fine di non ottenere un valore di n troppo elevato alla V_B solitamente questa viene decisa molto vicina a V_A o addirittura pari a V_A in modo che la pendenza molto elevata della retta non determini n troppo elevati.

Decisa la V_B e conoscendo V_D e V_C è possibile, come detto prima, determinare i 3 punti caratteristici del diagramma di raffica dall'intersezione tra la retta con una data pendenza U_{de} e la velocità corrispondente, si ottiene quindi:



Unendo i 3 punti indicati si ottiene il diagramma di raffica.

Solitamente il diagramma ottenuto per velivoli civili è poi differente da questo in quanto si cerca di avere un diagramma di raffica tutto compreso nell'involuppo di volo mentre in questo caso possiamo notare il triangolino in alto e quello in alto a sinistra che appartengono al diagramma di raffica ma sono al di fuori dell'involuppo di volo, in questo caso si parla di velivolo Gust Critical.

Al fine di diminuire Δn si nota che esso dipende da S e C_{la} ovvero caratteristiche geometriche e aerodinamiche ma di solito non va bene e non è accettato modificare la geometria dell'ala o l'aerodinamica per cui in questi casi si crea una struttura più resistente in modo che possa resistere al n troppo elevato.

Lo stesso discorso posso farlo per n negativi ma solitamente li non si trovano mai sezioni del diagramma di raffica al di fuori del diagramma di manovra in quanto le rette partono da 1 quindi non si arriverà mai a valori di n troppo grandi.

Oss. Diagrammi Gust Critical solitamente non si trovano per velivoli civili, come abbiamo detto, ma è facile trovarli per velivoli con un elevato carico alare W/S come gli alianti.

Domanda:

Se ho $T=cost$ e voglio decollare avendo al massimo $n=1,2$ come posso fare per fare in modo di superare l'ostacolo virtuale che si ha al decollo? Ovvero come posso fare per diminuire il raggio della cabrata che devo fare?

Noi sappiamo che per una virata, e quindi analogamente per una cabrata:

$$R = \frac{V_{\infty}^2}{g} \frac{1}{n-1}$$

$$V_{\infty}^2 = \frac{2W/S}{\rho_{\infty} C_L} m$$

$$R = \left(\frac{2W/S}{\rho_{\infty} C_L} \right) \times \left(\frac{1}{n-1} \right) = const$$

Siccome W/S è deciso e il gruppo $n/(n-1)$ è costante posso agire solo su C_L per diminuire il raggio e salire prima a parità di γ .

Si nota che scritta così l'espressione ha validità generale in quanto non è specificato quale superficie mobile sto considerando.

Voglio adesso specializzare l'equazione per l'equilibratore scrivendo il termine b_0 sono per esso. Si nota che il fatto stesso che sto considerando la presenza di un equilibratore e quindi di un piano di coda fa sì che si stia parlando di un velivolo Ala-Coda.

Sappiamo che:

$$\begin{aligned} \cdot \alpha_s &= \alpha_{wb} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - i \quad \text{con} \quad i = i_{wb} + \epsilon_0 - i_0 \\ \cdot \alpha_{wb} &= \alpha + \frac{S_T}{S} \frac{Q_T}{Q} i \quad \text{con} \quad Q = Q_{wb} (1 + F) \quad \text{e} \quad F = \frac{S_T Q_T}{S Q_{wb}} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) \end{aligned}$$

Possiamo scrivere che:

$$\cdot \alpha_s = \alpha \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{i}{1+F}$$

Se sostituisco in C_H ottengo un'espressione di C_H funzione di α ovvero l'angolo di attacco del velivolo completo e non della singola superficie mobile.

$$\begin{aligned} C_H &= b_0 + b_1 \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) \alpha - \frac{b_2 i}{1+F} + b_2 \delta_e + b_3 \delta_{TAB} \\ &= \underbrace{b_0 - \frac{b_1 i}{1+F}}_{C_{H0}} + \underbrace{b_1 \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) \alpha}_{C_{H\alpha}} + b_2 \delta_e + b_3 \delta_{TAB} \end{aligned}$$

Dove:

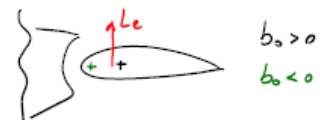
- C_{H0} = termini noti
- $C_{H\alpha}$ = coefficiente che moltiplica α

Per cui il C_H posso scriverlo in funzione di grandezze locali (SX) o globali (DX) del velivolo:

$$C_H = b_0 + b_1 \alpha_s + b_2 \delta_e + b_3 \delta_{TAB} = C_{H0} + C_{H\alpha} \alpha + b_2 \delta_e + b_3 \delta_{TAB}$$

Oss.

- Nel caso di velivolo Tutt-Ala ho che ci sono solo gli elevoni per cui $\alpha_s = \alpha$ che fa sì che $C_{H\alpha} = b_1$ e $C_{H0} = b_0$.
- Se il profilo è simmetrico allora $b_0 = 0$ infatti se considero δ_e , α_s , δ_{TAB} nulli allora con il profilo simmetrico non si genera né portanza e né momento di cerniera.
- b_0 può assumere valori positivi o negativi a seconda di dove metto la cerniera, a priori non posso dire nulla. I valori che assume a seconda della posizione della cerniera sono descritti dal diagramma a destra.



Mentre su b_0 non posso dire nulla per quanto riguarda la stabilità del comando posso invece valutare b_1 , b_2 , b_3 .

Si nota che se il velivolo è stabile la superficie deve tendere a riassumere la posizione iniziale dopo un disturbo quindi:

- $b_1 < 0$ perché così se ho un aumento di α_s allora la superficie tenderà a orientarsi in direzione della corrente in quanto si genera un momento opposto alla rotazione
- $b_2 < 0$ perché così se ho un aumento di δ_e allora devo generare un momento in direzione opposta alla rotazione che dovrà essere negativo
- $b_3 < 0$ perché così se ho un aumento di δ_{TAB} allora devo generare un momento in direzione opposta alla rotazione che dovrà essere negativo

Posso quindi scrivere le espressioni di C_L e C_M a comandi liberi:

$$C_L' = C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta} \delta_{e, \text{FLOAT}}$$

$$C_M' = C_{M0} + C_{M\alpha} \alpha + C_{M\delta} \delta_{e, \text{FLOAT}}$$

Queste sono le stesse espressioni che avevamo scritto per il C_L e il C_M del velivolo completo dove è stato introdotto l'apice ' e il termine float per indicare che si tratta di coefficienti calcolati in condizioni di comandi liberi per cui la superficie è flottante.

Potrei introdurre anche l'effetto dell'aletta Tab introducendo delle derivate $CL_{-\delta\text{tab}} = (\delta C_L / \delta \delta\text{tab}) \cdot \delta\text{tab}$ e $C_{M-\delta\text{tab}} = (\delta C_M / \delta \delta\text{tab}) \cdot \delta\text{tab}$ che però, siccome l'aletta Tab è piccola non hanno influenza sulla portanza e sul momento complessivo. Di fatto l'aletta Tab serve solo per equilibrare il momento di cerniera C_H .

Si nota che a comandi liberi C_L' e C_M' dipendono dal $\delta_{e-\text{FLOAT}}$, questo fa sì che diventi importante capire come varia questo angolo $\delta_{e-\text{FLOAT}}$ in funzione delle condizioni di volo in quanto può influenzare il C_M che determina la stabilità statica del velivolo. Devo quindi verificare che il velivolo sia effettivamente staticamente stabile anche a comandi liberi ovvero che se il pilota lascia la barra e arriva una raffica il velivolo ritorna alla condizione iniziale.

Per farlo dovrò valutare il C_L' e il C_M' .

6.1.1 Valutazione C_L'

Si considera l'equazione di $\delta_{e-\text{FLOAT}}$ relativa al velivolo completo e si scrive:

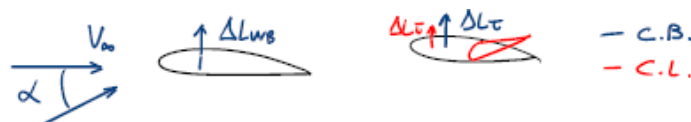
$$C_L' = C_{L\alpha} \alpha - \frac{C_{L\delta}}{b_2} (C_{H0} + b_3 \delta_{TAB}) - \frac{C_{L\delta}}{b_2} C_{H\alpha} \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_L' = C_{L\alpha} \left(1 - \frac{C_{L\delta} C_{H\alpha}}{b_2 C_{L\alpha}} \right) \alpha - \frac{C_{L\delta}}{b_2} (C_{H0} + b_3 \delta_{TAB})$$

$C_{L\alpha}' = a' < a$

Si nota che a' , ovvero il coefficiente angolare della retta $C_L-\alpha$ nel caso di comandi liberi è positivo per i segni indicati, questo fa sì che $a' < a$ ovvero che **a comandi liberi il velivolo porta meno**.

Questo possiamo visualizzarlo semplicemente immaginando di avere una rotazione di V_{eff} vista dall'equilibratore a causa di un angolo di incidenza $\alpha > 0$ della corrente.



Siccome sono nel caso di comandi liberi allora l'equilibratore tende a seguire la corrente per avere $C_H=0$ e nel farlo ruota verso l'alto facendo sì che la portanza generata diminuisca. Si nota che possiamo dire che avviene questo perché stiamo considerando il velivolo convenzionale in cui $b_2 < 0$ e $C_{H\alpha} < 0$ però solitamente è così.

Possiamo adesso introdurre il **Free Elevator Factor**.

Si considera il caso semplice di velivolo tutt-ala per cui ho $\alpha_s = \alpha$ da cui deriva che $C_{L0} = b_0$ e $C_{H\alpha} = b_1$ per cui:

$$C_L' = \underbrace{-\frac{C_{L\delta}}{b_2} (C_{H0} + b_3 \delta_{TAB})}_{C_{L0}'} + \underbrace{C_{L\alpha} \left(1 - \frac{C_{L\delta} C_{H\alpha}}{b_2 C_{L\alpha}} \right)}_{C_L' \text{ (Free Elevator Factor)}} \alpha \Rightarrow$$

$$\frac{x_N'}{c} = \frac{x_G'}{c} + \bar{V} \frac{a_T}{a'} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{a'} C_{H\alpha}$$

Mi aspetto quindi che la posizione de punto neutro vari perché i coefficienti di portanza sono diversi e si aggiunge anche f.

A comandi liberi posso scrivere che:

$$C_{H\alpha}' = a' \frac{x_G - x_N'}{c}$$

Voglio adesso valutare C_M' :

$$C_M' = C_{M0} + C_{H\alpha} \alpha + C_{H\delta} \delta_{e, \text{FLOAT}} \text{ dove } \delta_{e, \text{FLOAT}} = -\frac{1}{b_2} (C_{H0} + b_3 \delta_{TAB} + C_{H\alpha} \alpha)$$

Dove sostituendo il $\delta_{e, \text{FLOAT}}$ posso dire che:

$$\begin{aligned} C_M' &= \overbrace{C_{H0} - \frac{C_{H\delta}}{b_2} (C_{H0} + b_3 \delta_{TAB})}^{C_{H0}} + C_{H\alpha} \alpha - \frac{C_{H\delta} C_{H\alpha} \alpha}{b_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow C_M' &= C_{H0} - \frac{C_{H\delta}}{b_2} (C_{H0} + b_3 \delta_{TAB}) + \boxed{C_{H\alpha} \left(1 - \frac{C_{H\delta} C_{H\alpha}}{b_2 C_{H\alpha}}\right) \alpha} \\ &\quad C_{H\alpha}' = f(C_{H\alpha}) \end{aligned}$$

Sappiamo che per avere un velivolo staticamente stabile anche a comandi liberi allora vogliamo che $C_M'_{\alpha} < 0$.

Vogliamo poi scrivere un espressione come quella sopra ovvero:

$$C_{H\alpha}' = a' \frac{x_G - x_N'}{c}$$

Per farlo ci si ricorda che:

$$\begin{aligned} \cdot C_{H\alpha} &= a \frac{x_G - x_N}{c} & \cdot C_{H\delta} &= -a_T \tau \frac{S_T l_T'}{S c} = -a_T \tau V + C_{L\delta} \frac{x_G - x_{a'}}{c} \\ \cdot C_{H\alpha} &= b_2 \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) & \cdot C_{L\delta} &= \frac{S_T}{S} a_T \tau \end{aligned}$$

Da cui è possibile scrivere che:

$$\begin{aligned} C_{H\alpha}' &= \cancel{a'} \frac{\cancel{x_G} - x_N'}{c} = C_{H\alpha} - \frac{C_{H\alpha} C_{H\delta}}{b_2} = \\ &= \frac{a}{a'} \frac{\cancel{x_G} - x_N}{c} + \frac{C_{H\alpha} a_T \tau}{b_2 a'} \bar{V} - \frac{C_{H\alpha} C_{L\delta}}{b_2 a'} \frac{\cancel{x_G} - x_{a'}}{c} \end{aligned}$$

In cui divido per a' in quanto voglio scrivere x_N in funzione di C .

Considero adesso il termine del coefficiente x_G/c a secondo membro:

$$\left(\frac{x_G}{c}\right) \left[\frac{a}{a'} - \frac{C_{H\alpha} C_{L\delta}}{b_2 a'}\right] = \frac{1}{a'} \left(a - \frac{C_{H\alpha} C_{L\delta}}{b_2}\right) = 1$$

Siccome è pari a 1 posso eliminare x_G/c a secondo membro e primo membro(verde).

Se multiplico per -1 e riscrivo l'equazione per trovare x_N' ottengo, sommando e sottraendo x_N al terzo termine:

$$\frac{x_N'}{c} = \frac{a}{a'} \frac{\bar{x}_N}{c} - \frac{C_{H\alpha}}{b_2} \frac{a_T \tau}{a'} \bar{V} - \frac{C_{H\alpha}}{b_2} \frac{C_{L\delta}}{a'} \frac{x_{a'} - \cancel{x_N} + \bar{x}_N}{c}$$

Dove si nota che per i tutt-ala il valore di X_a' coincide con X_N in quanto il fuoco del complesso ala fusoliera è il punto neutro e non c'è la coda che lo sposta.

Si nota poi che il valore di C_L' per il velivolo tutt-ala sarà:

$$C_L' = C_{L\alpha} - C_{L\delta} \frac{b_1}{b_2}$$

Vogliamo, come fatto per il velivolo ala-coda, ricavare un relazione del tipo $X_N' = f(X_N)$, so che:

$$\begin{aligned} C_{H\alpha}' &= a' \frac{X_G - X_N'}{c} = \frac{a}{a'} \frac{X_G - X_N}{c} - \frac{C_{H\alpha}}{a' b_2} \frac{\partial C_{H\alpha}}{\partial \delta_e} - \frac{C_{H\alpha}}{b_2} \frac{X_G - X_N}{c} \frac{C_{L\delta}}{a'} = \\ &= \frac{1}{a'} \frac{X_G - X_N}{c} \left(a - \frac{b_1 C_{L\delta}}{b_2} \right) - \frac{b_1}{a' b_2} \frac{\partial C_{H\alpha}}{\partial \delta_e} \Rightarrow \end{aligned}$$

Che ottengo utilizzando la relazione di C_M' e dividendo per a' sapendo che vale la relazione di a' scritta a destra.

A questo punto è possibile scrivere che:

$$\frac{X_N'}{c} = \frac{X_N}{c} + \underbrace{\frac{b_1}{a' b_2} \frac{\partial C_{H\alpha}}{\partial \delta_e}}_{\ominus}$$

Ovvero scrivo $X_N' = f(X_N)$ come volevo, da qua so che se il velivolo è staticamente stabile allora $b_1 < 0$, $b_2 < 0$, se il profilo lo considero simmetrico allora $C_{M0} = 0$ e che se defletto positivamente l'alettone allora C_{M0} decresce quindi posso dire che la $d(C_{M0})/d(\delta_e) < 0$.

Da cui si ricava che:

$$\frac{X_N'}{c} < \frac{X_N}{c}$$

Ovvero che anche nel velivolo tutt-ala il punto neutro a comandi liberi si trova più verso poppa rispetto a quello a comandi bloccati per cui si allontana dal baricentro e il velivolo risulta più stabile.

6.2 Trim

Il trim viene fatto perché se immagino di dover fare un volo lungo o una manovra per lungo tempo devo tenere conto che anche uno sforzo molto piccolo che il pilota deve fare se è esteso per lungo tempo può provocare dei problemi.

Per questo motivo si introduce l'aletta di trim (Trim Tab) che ha l'obiettivo di fare in modo che il momento di cerniera, in condizioni di equilibrio, sia nullo in modo che non deve essere bilanciato dallo sforzo sui comandi del pilota.

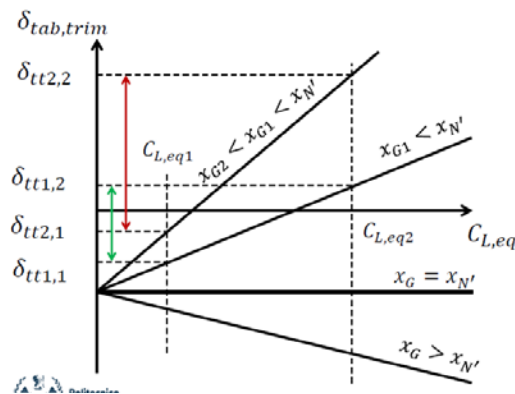
So che:

$$C_{H\delta_e} = b_2 \cdot \delta_e$$

Se so che $b_2 < 0$ perché il velivolo è stabile allora si ricava che il momento di cerniera che si ha per una rotazione positiva del comando (ES equilibratore) è negativo. Per bilanciarlo devo quindi mettere un aletta che ruota verso l'alto e equilibra il momento di cerniera.

Si dice che quindi il velivolo è trimmato se $C_H = 0$.

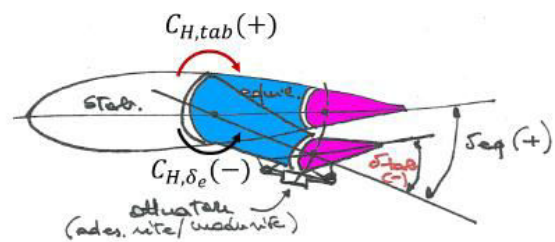
Posso quindi rappresentare questi andamenti in un grafico un cui si ha $\delta_{\text{Tab-TRIM}}$ in funzione di $C_{L\text{eq}}$ al variare della posizione di X_G .



Si nota che si ha un intercetta negativa e una pendenza positiva fino a quando $X_G < X_{N'}$ ovvero fino a quando il punto neutro si trova dietro a X_G , se arretrato X_G verso la coda la derivata tenderà a diventare più piccola e diventerà nulla se $X_G = X_{N'}$.

Si vede poi che:

- A V elevate che si hanno se il muso va verso il basso ovvero con $\delta_e > 0$, per equilibrare il momento di cerniera devo deflettere il tab negativamente questo la vedo dal grafico perché a V elevate ho dei C_L bassi
- A V basse, in cui ho dei C_L alti e quindi il muso va verso il basso ($\delta_e < 0$) vedo che devo deflettere il tab positivamente.



Quindi se $X_G < X_{N'}$ (stabile):

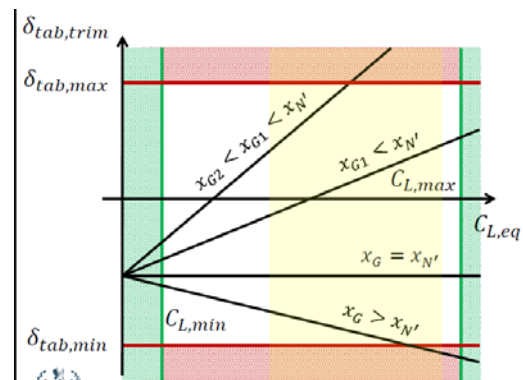
- V alte, $\delta_{\text{TAB}} > 0$ (verso l'alto)
- V basse, $\delta_{\text{TAB}} < 0$ (verso il basso)

Considero adesso il confronto tra due posizioni diverse del baricentro ovvero X_{G1} e X_{G2} dove per X_{G2} ho il baricentro molto avanzato mentre per X_{G1} è più arretrato. Se prendo la variazione da $C_{L\text{eq}1}$ a $C_{L\text{eq}2}$ perché varia la velocità di volo noto che con X_{G1} devo ruotare l'aletta tab dell'angolo verde mentre con X_{G2} dell'angolo rosso. Si nota che se il baricentro è più avanzato (X_{G2}) per equilibrare il velivolo a velocità di volo diverse devo compiere grandi variazioni di angolo dell'aletta tab quindi più il baricentro è lontano dal punto neutro e più devo muovere l'aletta tab.

Se la posizione è molto avanzata rischio di non avere abbastanza autorità di comando dell'aletta tab per trimmare il velivolo in tutte le condizioni di volo. Per esempio se consideriamo il grafico a destra si nota che per X_{G2} non riesco a trimmare il velivolo per tutte le condizioni di $C_{L\text{eq}}$.

Quindi il baricentro ha un nuovo limite di posizione dettato dalla necessità di trimmaggio.

Questo è definito anche dalla normativa CS25 che ci dice che il velivolo deve essere trimmabile tra $1,3 \cdot V_{\text{stallo}}$ e $3 \cdot V_{\text{stallo}}$, intervallo che è rappresentato dall'area giallina sul grafico.



Si nota che però l'aletta compensatrice, a differenza dell'aletta tab, non è comandata nella sua rotazione del pilota ma si muove, tramite un cinematismo indipendente, assieme all'equilibratore e si muove in direzione opposta allo stesso in modo da ridurre lo sforzo di barra generato.

Le ipotesi che sono sempre state fatte e che sono relative allo studio di un velivolo convenzionale sono che: $b_1 < 0$, $b_2 < 0$, $b_3 < 0$ da cui si ricava che come abbiamo visto $\delta_{tab} < 0$ se ho una rotazione positiva dell'equilibratore $\delta_e > 0$ per cui è possibile scrivere che:

$$\delta_{TAB} = -k \delta_e \quad \text{dove} \quad k = \left| \frac{\partial \delta_{TAB}}{\partial \delta_e} \right| \quad \text{TAB GEARING}$$

Se vale questo nell'espressione di C_H posso scrivere che:

$$\begin{aligned} C_H &= b_0 + b_1 \alpha_s + b_2 \delta_e + b_3 \delta_{TAB} = \\ &= b_0 + b_1 \alpha_s + b_2 \delta_e - k b_3 \delta_e \end{aligned}$$

$\underbrace{\quad}_{C_H / \delta_e} \quad \text{SENZA}$

Da cui si ricava che, con l'aletta tab:

$$C_H / \delta_e = b_2 \left(1 - k \frac{b_3}{b_2} \right) \delta_e$$

Si nota che senza aletta tab avevo che:

$$C_H / \delta_e = b_2 \delta_e$$

Per cui la presenza dell'aletta compensatrice fa sì che si riduca l'efficacia del comando perché il coefficiente k che moltiplica δ_e si riduce. Si nota che, siccome $b_2 < 0$, il valore della derivata tende a diventare nullo, noi però non vogliamo che questo accada perché se no il comando diventerebbe instabile.

Di conseguenza siamo interessati ad avere sempre che il termine tra parentesi sia < 0 , da cui si ricava:

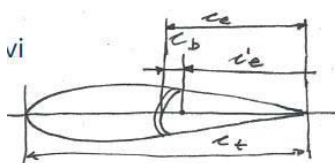
$$\begin{aligned} \cancel{b_2} \left(1 - k \frac{b_3}{b_2} \right) &\cancel{<} 0 \Rightarrow \boxed{k \frac{b_3}{b_2} < 1} \Rightarrow \\ \Rightarrow k b_3 &> b_2 \Rightarrow k |b_3| < |b_2| \end{aligned}$$

Solitamente poi $k \approx 1$ quindi succede che quello che si ha è che:

$$|b_3| < |b_2|$$

Siccome poi il valore $k \cdot b_3 / b_2 < 1$ allora noto che il coefficiente complessivo che moltiplica δ_e sarà minore del coefficiente che moltiplica δ_e senza la presenza dell'aletta compensatrice per cui l'aletta compensatrice riduce il momento di cerniera.

Se poi non si volesse usare l'aletta compensatrice per ridurre i momenti di cerniera quello che si potrebbe fare per ridurre i coefficienti b_2 e b_3 è di arretrare l'asse di cerniera, non posso però farlo molto perché altrimenti il bordo di attacco dell'equilibratore interferisce con il flusso e quindi può causare dei problemi.

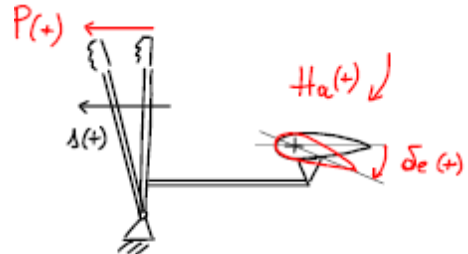


faceva sì che lo sforzo fatto dal pilota fosse molto piccolo in quando doveva muovere solo parte della superficie.

Si è poi passati al servocomando puro in cui il pilota muove le superfici mobili grazie a dei dispositivi oleodinamici e grazie all'utilizzo di sistemi di sensibilità artificiale per dare al pilota la sensibilità al comando.

6.3 Sforzo di barra

Consideriamo la barra che ha il pilota in mano, sappiamo che per andare più veloce è necessario buttare giù il muso in avanti. Consideriamo quindi sulla barra di comando meccanica, una forza P positiva in avanti e spostamenti positivi S in avanti. Se P è positivo vuol dire che il muso deve abbassarsi quindi avrò un δ_e positivo.



Data questa definizione di spostamenti positivi facciamo alcune ipotesi per il calcolo dello sforzo di barra.

Queste sono:

- Collegamento rigido ovvero assi di collegamento non flessibili
- Assenza di attriti quindi assenza di scorrimenti i incastri nel collegamento
- Meccanica totalmente reversibile quindi non c'è nessun elemento che interrompe il collegamento meccanico

Per legare H e lo sforzo di barra P uso il principio dei lavori virtuali in cui i momenti applicati sull'equilibratore li chiamo H_a e hanno verso positivo come indicato dalla figura mentre il carico P e lo spostamento s li ho già definiti. Se considero uno spostamento ds positivo posso vedere che genero un $d\delta_e$ positivo per cui:

$$P ds + H_a d\delta_e = 0$$

Da cui è possibile dire che:

$$P = - \frac{d\delta_e}{ds} H_a$$

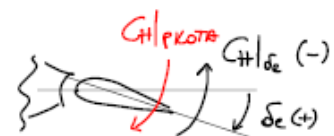
G RAPPORTO DI TRASMISSIONE
 $\left[\frac{\text{rad}}{\text{m}} \right]$ ELEVATOR GEARING

Si nota che poi il Rapporto di Trasmissione G avrà valori nell'ordine di 2/2,5 rad/m:

$$\begin{aligned} \Delta \delta_{e, \max} &= 25^\circ \\ \Delta s_{\max} &= 20/25 \text{ cm} \\ G &= \frac{25/57.3}{0.2} = 2.2 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Si nota che posso calcolare a questo punto P facilmente perché se considero l'equilibratore girato di δ_e e trascuro tutti i contributi tranne quello di b_2 posso dire che:

$$C_H|_{\delta_e} = b_2 \delta_e < 0$$



Si ha che quindi il momento di cerniera H tenderà a riportare l'equilibratore in condizione di equilibrio iniziale, so poi che:

$$P = - G H$$

Avendo trovato un'espressione di C_{Heq} posso calcolare il valore di carico P all'equilibrio in cui al posto di C_{Heq} metto l'espressione appena trovata:

$$P_{eq} = -G H_{eq} = -G \frac{1}{2} \rho_a V_a^2 S_e c_e \quad (\downarrow)$$

da cui svolgendo un po' i calcoli ottengo:

$$P = -G \left[\frac{1}{2} \rho_a V_a^2 S_e c_e \left(b_3 \delta_{TAB} + C_{H0} - \frac{G_{H0} b_2}{\Delta} q' \right) \right] + G \frac{1}{2} \rho_a V_a^2 S_e c_e \frac{q' b_2}{\Delta} \frac{x_G - x_N}{c} \frac{2W/S}{\rho_a V_a^2}$$

in cui si nota che il **primo termine** lo chiamo B e sarà, dall'analisi dei segni, maggiore di 0 mentre il **secondo termine** lo chiamo P_0 e sarà una funzione di X_G .

Ho quindi trovato che P dipende da un termine costante (P_0) che ha il segno di $X_G - X_N$ per cui se il velivolo è staticamente stabile avrò sempre $P_0 < 0$ e poi da un secondo termine (B) che invece dipende dalla pressione dinamica e da δ_{TAB} e sarà sempre maggiore di 0.

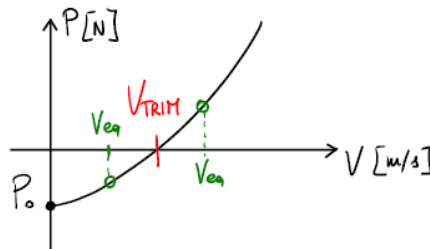
Posso quindi dire che

$$P_{eq} = P_0 + \frac{1}{2} \rho_a V_{eq}^2 B \quad \text{dove } B > 0 \text{ ed } i \int (\delta_{TAB})$$

Si nota che:

- Se δ_{TAB} cresce allora B cresce perché $b_3 < 0$ ma c' è il meno davanti
- P posso scriverlo in funzione di V_{EAS} utilizzando ρ_0 al posto di ρ_a

Posso rappresentare l'andamento di P_{eq} al variare della velocità con una curva di questo tipo:



Dalla formulazione qua noto che P_0 , se X_G arretra ovvero si sposta verso la coda ($X_G - X_N$ decresce) calerà in valore assoluto e si avvicinerà quindi al valore nullo essendo che $P_0 < 0$. Si nota che inoltre $|P_0|$ dipende dal valore W/S del velivolo quindi se esso sale anche $|P_0|$ salirà.

P_0 è anche detto sforzo fittizio di barra perché è lo sforzo di barra che avrei se la velocità fosse nulla.

Noto inoltre che $P = f(\rho_a)$ e quindi è $f(1/z)$ che fa sì che se la quota sale allora P decrescerà, questo era prevedibile perché mi aspetto che se la quota sale le forze aerodinamiche che il pilota deve vincere per poter muovere la barra sono minori in quanto la densità è minore.

Dal grafico si vede che la velocità in cui $P=0$ è la velocità di trim che se quindi ho fissato X_G e δ_{TAB} è fissata univocamente. Dalla velocità di trim si nota che se voglio rallentare, ovvero volare sempre ad una velocità di equilibrio $V_{eq} < V_{trim}$, allora devo applicare uno sforzo negativo ovvero tirare a me la barra. Questo ha senso perché se lo faccio alzo il muso e quindi la velocità diminuisce. Se voglio accelerare il comportamento è al contrario.

Da questo grafico posso quindi individuare la condizione di trim come:

$$P_{TRIM} = P_0 + \frac{1}{2} \rho_a V_{TRIM}^2 B = 0$$

- **Requisito della stabilità:** $\frac{\partial C_H}{\partial \delta_e} = b_2 < 0$

per motivi di sicurezza l'equilibratore deve tornare in posizione neutra se il pilota lascia il comando.

- **Requisito della trimmabilità:** $V_{eq} = V_{trim}$

Se il velivolo non è dotato di trim tab esiste nell'involuppo di volo una velocità di trim.

- **Requisito di sensibilità:** $\frac{dP_{eq}}{dV_{eq}} > 0$

lo sforzo di barra cresce con la velocità

Si nota che se soddisfo il requisito di trimmabilità e quello di sensibilità allora $X_N < X_N'$ quindi rispetto anche il 2 siccome abbiamo visto che $X_N' < X_N$.

6.3.2 Altri casi di andamenti di $P=f(V)$

Consideriamo adesso altri casi di P_0 e di B per avere altri andamenti della curva studiata in precedenza.

Abbiamo visto che

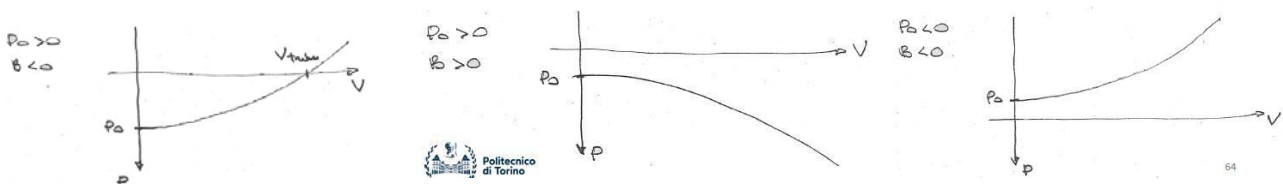
$$P_{eq} = P_0 + \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 B$$

Dove noi abbiamo considerato $P_0 < 0$ e $B > 0$ che è quello che normalmente succede nei velivoli, in questo caso abbiamo visto che la V_{Trim} esiste anche se non c'è l'aletta Tab.

Se invece ho $P_0 < 0$ e $B < 0$ noto che non interseco mai l'asse delle V per cui non esiste alcuna velocità di trim per il velivolo e non si rispetta il requisito di trimmabilità, è una condizione che non si può accettare.

Se $P_0 > 0$ e $B > 0$ ho che la curva ha una derivata positiva che va bene per il requisito di sensibilità ma anche in questo caso non intersecherà l'asse delle velocità quindi non avrò una velocità di Trim e il velivolo non sarà trimmabile e non rispetta il requisito di trimmabilità.

Se $P_0 > 0$ e $B < 0$ ho che la derivata della curva è negativa quindi non si rispetta il requisito di sensibilità ma il requisito di trimmabilità è rispettato in quanto ho una V_{Trim}



Oss.

Quando un velivolo deve essere certificato viene sempre richiesto di fare delle prove di volo in modo da verificare che i requisiti di trimmabilità (V_{Trim} esiste) e di sensibilità ($dP/dV < 0$) siano rispettati. Ci sono poi delle situazioni di volo particolari che devono essere transitorie e durare pochi secondi, come il passaggio per il volo transonico in cui si accetta che $dP/dV > 0$.

6.3.3 Stick force gradient

Abbiamo detto che vale che:

$$P = P_0 + \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 B \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial V_{\infty}} = \rho_{\infty} V_{\infty} B > 0 \Leftrightarrow B > 0$$

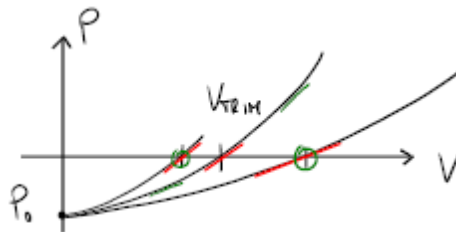
Dove chiamo dP/dV_{∞} **Stick Force Gradient**.

Possiamo fare alcune osservazioni sul risultato di $dP/dV_\infty|_{Trim}$ che abbiamo appena visto.

$$\begin{aligned}
 & \bullet \frac{\partial P}{\partial V_\infty}|_{Trim} > 0 \text{ se } P_0 < 0 \\
 & \bullet \frac{\partial P}{\partial V_\infty}|_{Trim} \propto W/S \\
 & \bullet \frac{\partial P}{\partial V_\infty}|_{Trim} \propto \text{maximize } \text{Motions a C. L.}, (X_G - X_N) \\
 & \bullet \frac{\partial P}{\partial V_\infty}|_{Trim} = - \frac{2P_0}{V_{\infty Trim}} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial V_\infty}|_{Trim} \downarrow \text{ se } V_{\infty Trim} \uparrow
 \end{aligned}$$

Ovvero che:

- Per soddisfare il requisito di sensibilità devo avere $P_0 < 0$ che accade se $b_2 < 0$
- Il valore di $dP/dV_\infty|_{Trim}$ dipende dal carico alare
- Il valore di $dP/dV_\infty|_{Trim}$ diminuisce se la velocità di trim cresce, questo sembra al contrario rispetto a quello che accade nel diagramma di $P=f(V)$ ma è esatto perché se V_{Trim} cresce ma P_0 rimane lo stesso allora la curva deve spostarsi verso destra quindi la derivata dovrà necessariamente calare.



Si nota poi che la $dP/dV_\infty|_{Trim}$ è funzione della quota in quanto la V_∞ fino adesso considerata è una V_{TAS} ma so che essa è funzione della V_{EAS} tramite un rapporto di densità e i piloti leggono la V_{EAS} sul velivolo per cui la velocità V_{EAS} a cui devono trimare il velivolo dipenderà dalla quota.

$$\bullet \frac{\partial P}{\partial V_\infty}|_{Trim} = - \frac{2P_0}{V_{\infty Trim}} \quad , \quad V_{\infty Trim} = \frac{V_{EAS, Trim}}{\sqrt{\sigma}}$$

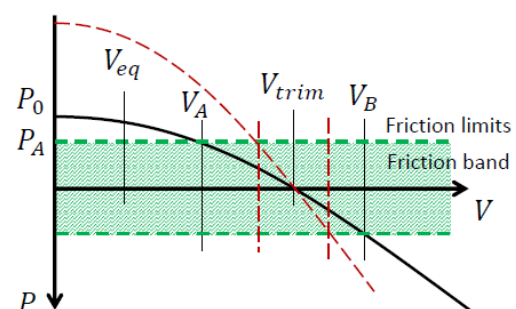
6.3.4 Attrito del comando

Il fatto che ho che una dP/dV_∞ più o meno piccola può avere altri effetti se considero che nella realtà la linea del comando è meccanica per cui ci sono degli attriti. Se considero l'attrito noto che è presente una banda, delimitata dai limiti di attrito all'interno della quale il pilota non avrà sensibilità al comando.

Questo perché se immagino di essere trimmato ad una V_{Trim} e poi mi voglio spostare alla V_{eq} siccome c'è l'attrito il pilota deve prima vincere l'attrito e poi può muovere l'aletta per cui lo sforzo applicato fino a P_A servirà solo a vincere l'attrito e poi da P_A in poi muoverà l'aletta che si troverà quindi subito uno sforzo tale da riuscire a trimare il velivolo a V_A .

Se poi sono alla V_{eq} e lascio il comando mi aspetto di tornare alla V_{Trim} ma, siccome s'è l'attrito, torno in V_A perché il carico da V_{Trim} a V_A è garantito dall'attrito.

Si nota che quindi fino alla V_A il pilota non deve fare alcuno sforzo per cui la banda di attrito mi auto-trimma il velivolo tra V_A e V_B , questo è negativo perché all'interno di questo intervallo di velocità il pilota non alcuna sensibilità.



Per minimizzare questa cosa quello che può essere fatto è:

- Minimizzare gli attriti
- Avere una pendenza dP/dV_∞ elevata vicino alla V_{Trim} in modo che l'intervallo di velocità sia il più piccolo possibile.

Si nota che sia C_M che C_L sono funzione sia della variazione di α che di δ_e come sapevamo ma anche della variazione del campo di moto che misuro tramite i coefficienti C_{Mq} e C_{Lq} e la velocità adimensionale \hat{q} .

$$[q] = \frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow \hat{q} = q t^*$$

Dove t^* =tempo caratteristico, nel moto longitudinale la t^* e il tempo che l'aria impiega per percorrere metà della corda a velocità V_∞ infatti lo calcolo come:

$$t^* = \frac{c}{2} \frac{1}{V_\infty} \Rightarrow \hat{q} = \frac{qc}{2V_\infty}$$

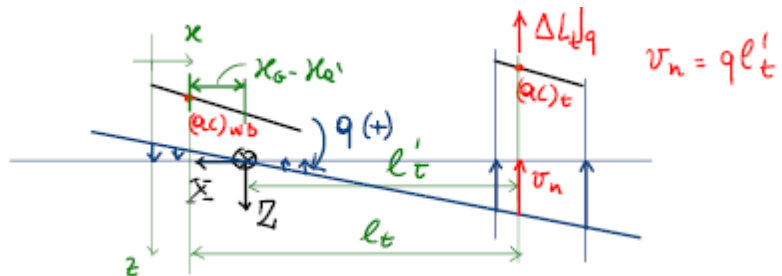
Ricavo che le derivate C_{Mq} e C_{Lq} essendo adimensionali quindi funzione di \hat{q} sono:

$$C_{Lq} = \frac{\partial C_L}{\partial \hat{q}} = \frac{\partial C_L}{\partial q} \frac{2V_\infty}{c}$$

$$C_{Hq} = \frac{\partial C_H}{\partial \hat{q}} = \frac{\partial C_H}{\partial q} \frac{2V_\infty}{c}$$

Per la trattazione al fine di determinare C_{Mq} e C_{Lq} considererò un velivolo ala-coda.

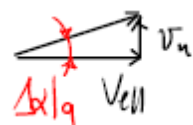
Si nota che se il velivolo è animato da una velocità angolare q il campo di moto sta ruotando per cui avrò davanti delle velocità discendenti mentre dietro avrò delle velocità salenti.



Sul piano di coda queste velocità saranno molto maggiori perché la rotazione avviene attorno al baricentro che è distante dal piano di coda.

Assimilo la distribuzione di velocità applicata al piano di coda come una velocità V_n applicata all' AC della coda che sarà pari a $V_n = q \cdot l_t'$, mi aspetto quindi una ΔL_t dovuta alla V_n sulla coda e quindi alla velocità angolare q che deriva dal fatto che $n \neq 1$.

Trascureremo quindi l'effetto di q sull'ala ma considereremo l'effetto sulla coda, questo farà sì che sulla coda ci sarà una velocità effettiva diversa da V_∞ che è inclinata di un $\Delta\alpha$:



$$\Delta\alpha|_q = a\sigma_f \frac{\sigma_u}{V_{eff}} \approx a\sigma_f \frac{\sigma_u}{V_{\infty}} \approx \frac{\sigma_u}{V_{\infty}} = \frac{q\ell_T}{V_{\infty}}$$

Quindi l'angolo di attacco in coda sarà:

$$\alpha_t = \alpha_s + z\delta_e + \frac{q\ell'_t}{V_n}$$

Da qui posso valutare il C_{LT} e la sua derivata come:

$$C_{L_t} = a_T dt = a_t(\alpha_S + \sigma \delta e) + a_T q \frac{\ell'_T}{V_{\infty}} \quad \frac{\partial C_{L_t}}{\partial q} = a_t \frac{\ell'_T}{V_{\infty}}$$

Dove questa derivata non è però la C_{Lq} in quanto in C_{Lq} ho \hat{q} che è adimensionale.