



centroappunti.it

CORSO LUIGI EINAUDI, 55/B - TORINO

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2565A

ANNO: 2024

A P P U N T I

STUDENTE: Maiocchi Matteo

MATERIA: Ingegneria dei Materiali - Prof. Vitale

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTI E NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

POLITECNICO DI TORINO

SBOBINE DI
INGEGNERIA DEI
MATERIALI LM A.A.
2023/2024

PROF. CHIARA VITALE BROVARONE

A CURA DI MAIOCCHI MATTEO

QUESTA PAGINA È INTENZIONALMENTE LASCIATA IN BIANCO

Indice

LA MOLLA DI LEGAME, CONDON-MORSE, POISSON, E (dispensa 1)	7
LA MOLLA DI LEGAME	7
CURVA DI CONDON-MORSE	8
COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA α	10
IMPORTANZA DELLE MODALITA' DI CARICO	11
COEFFICIENTE DI POISSON.....	13
MATERIALI AUXETICI.....	15
LEGGE DI HOOKE GENERALIZZATA	17
MISURA DEL MODULO DI YOUNG	20
CARATTERISTICHE INTRINSECHE DI UN MATERIALE	21
PROPIETÀ ACUSTICHE	23
INTERFACCIA TRA DUE MATERIALI E TRASMISSIONE DELL'ONDA ACUSTICA.....	24
CELLE CRISTALLINE (dispensa 2)	27
STRUTTURA RETICOLARE DEI METALLI	27
STRUTTURE A MASSIMO IMPACCHETTAMENTO	27
DIFFERENZE TRA CFC E CCC	28
PIANI E DIREZIONI DI SCORRIMENTO.....	29
MATERIALI ISOTROPI E OMOGENEI.....	31
IMPUREZZE NEI SOLIDI (dispensa 3)	33
SOLUZIONE SOLIDA SOSTITUZIONALE.....	34
ATMOSFERE DI COTTRELL	34
SOLUZIONI SOLIDE INTERSTIZIALI	35
SOLUZIONI SOLIDE ORDINATE/DISORDINATE.....	35
DIFETTI DI SCOTTKY, FRENKEL E CALCOLO DELLE VACANZE ALL'EQUILIBRIO	36
DISLOCAZIONI (dispensa 4)	39
SLIP	40
ALLUNGAMENTO PLASTICO	40
DISLOCAZIONI	40
COMPOSIZIONE E SCOMPOSIZIONE DELLE DISLOCAZIONI ed ENERGIA ASSOCIATA A UNA DISLOCAZIONE	43
FORZE AGENTI SULLA DISLOCAZIONE	44
TENSIONE COLLEGATA ALL'ENERGIA DI DEFORMAZIONE	45
FLESSIONE DI UNA DISLOCAZIONE	45
RICOMBINAZIONE DELLE DISLOCAZIONI	46
MOVIMENTO DELLE DISLOCAZIONI.....	46
DENSITA' DELLE DISLOCAZIONI	46

CLIMBING.....	46
DISLOCAZIONI E DEFORMAZIONI.....	48
PEIERLS-NABARRO (P-N) E PINNING (dispensa 5)	49
SFORZO DI TAGLIO CRITICO RISOLTO o RIDOTTO	51
CFC, 12 SISTEMI DI SCORRIMENTO.....	52
OSTACOLI AL MOVIMENTO DELLE DISLOCAZIONI.....	53
TENSIONE COLLEGATA ALL'ENERGIA DI DEFORMAZIONE	53
RAFFORZAMENTO PER SOLUZIONE SOLIDA	54
RAFFORZAMENTO PER PRECIPITAZIONE	54
RAFFORZAMENTO PER INCRUDIMENTO	54
TAU DI SNERVAMENTO TOTALE	55
MECCANISMI ACCOPPIATI.....	55
SUPERFICI E BORDI DI GRANO (dispensa 6)	59
CONFIGURAZIONE FINALE TEORICA	59
MODELLO A BASSO E ALTO ANGOLO	60
LEGGE DI HALL-PETCH.....	61
GEMINATI.....	61
CALCOLO DELLA DIMENSIONE DEL GRANO	63
DIFETTI 3D (dispensa 7)	67
I VETRI METALLICI	67
QUASI CRISTALLI.....	69
INTRODUZIONE AD ASHBY (dispensa 8)	71
ALBERO DEI PROCESSI	72
BUBBLE CHART	73
DESIGN.....	75
COME GESTIRE UN'EVENTUALE CRITICITÀ.....	78
RIGIDEZZA (dispensa 9)	79
TRAZIONE/COMPRESSIONE DI UNA TRAVE.....	79
FLESSIONE ELASTICA DI UNA TRAVE	79
RIGIDEZZA A FLESSIONE	80
TORSIONE DI UN ALBERO.....	83
VIBRAZIONI TRAVI E LASTRE.....	85
INDICI MATERIALI IN CAMPO ELASTICO.....	85
INDICI A FLESSIONE (trave).....	87
AMMORTIZZATORI E SMORZATORI.....	92
PROGETTARE IN RESISTENZA (dispensa 10)	97
TIRANTI E COLONNE (trazione e compressione).....	97
DEFORMAZIONE PLASTICA TRAVI E PANNELLI.....	97

MOMENTO FLETTENTE MASSIMO	99
SNERVAMENTO ALBERI	101
MOLLE ELICOIDALI	101
DISCHI ROTANTI (volani e giroscopi).....	102
STRESS DI CONTATTO.....	103
CONCENTRAZIONE TENSIONI.....	103
INDICI DEI MATERIALI: SNERVAMENTO	108
TRAZIONE.....	108
PANNELLO LEGGERO E RESISTENTE	108
TRAVI	109
EFFETTO DELLA FORMA	109
INDICI DI MERITO DA RICORDARE (O ALTRIMENTI DA SAPER RICAVARE)	111
MATERIALI PER CERNIERE ELASTICHE	112
INDICI PER MOLLE	113
LAVORAZIONE A CALDO DEI METALLI	114
TENACITÀ (dispensa 11)	117
RILASCIO DI ENERGIA PER DEFORMAZIONE.....	119
ZONA PLASTICA DI UNA CRICCA.....	120
MATERIALI FRAGILI.....	122
MATERIALI DUTTILI.....	123
TRANSIZIONE DUTTILE FRAGILE	123
MATERIALI CERAMICI.....	124
FLESSIONE o SOLLECITAZIONE NON UNIFORME	126
FATICA (dispensa 12).....	129
VIBRAZIONI E FATICA	129
SOLLECITAZIONI ALA DI UN AREO	130
DUE MODI PER STUDIARE IL COMPORTAMENTO A FATICA	131
CURVE DI WOULER.....	131
LEGGI SPERIMENTALI PER IL COMPORTAMENTO A FATICA	132
INNESCO E PROPAGAZIONE DELLA CRICCA	135
REGOLA DI GOODMAN	136
LEGGE DI PALMGREN-MINER	137
SOLLECITAZIONI IN PRESENZA DI CRICCCHE (caso 2).....	139
PARIS-ERDOGAN	139
FATTORI CHE INFLUENZANO LA RESISTENZA A FATICA	143
CASI STUDIO DELLA FATICA ED ESERCIZI (dispensa 13).....	147
DESIGN CON K_{Ic}	148
BIELLA DI UN MOTORE DI FORMULA 1	149

SERBATOIO IN PRESSIONE.....	150
FAIL SAFE DESIGN	151
ROTAIE.....	153
CONVIVERE CON LE CRICCHE.....	154
PROOF TESTING	154
RIPASSO SUI DDS BINARI	157
MISCIBILITÀ COMPLETA ALLO STATO SOLIDO.....	157
REGOLA DELLA LEVA.....	158
MISCIBILITÀ NULLA ALLO STATO SOLIDO.....	159
DIAGRAMMI DI STATO TERNARI (dispensa 14).....	163
FORMAZIONE VELE DI LIQUIDO	163
COMPOSIZIONE DEI PUNTI GIACENTI NEL DIAGRAMMA TERNARIO	166
METODO DELLA GRIGLIA	166
METODO DELLE DUE LINEE	167
REGOLA DELLE FASI.....	169
LA TEMPERATURA.....	169
AL RAFFREDDAMENTO	171
AL RISCALDAMENTO	173
DDS CON IMMISCIBILITÀ ALLO STATO SOLIDO + COMPOSTI.....	174
COTETTICHE DI SOTTRAZIONE E DI ADDIZIONE.....	179
RAFFREDDAMENTO COMPOSIZIONE P	180
RAFFREDDAMENTO SISTEMA Q.....	183
RAFFREDDAMENTO SISTEMA S	183
RAFFREDDAMENTO SISTEMA T	186
DDS CON COMPOSTI TERNARI.....	188
FENOMENI TERMICI NEI MATERIALI (dispensa 15).....	191
VIBRAZIONE DI T E FORME ALLOTROPICHE	192
PROPRIETÀ TERMICHE	193
LEGAME TRA α -E ed α -T _m	196
DILATAZIONE TERMICA (stress meccanici risultanti).....	196
SENSORI ED ATTUATORI.....	197
SHOCK TERMICO	198
CONDUCIBILITÀ TERMICA	198
SCAMBIATORI DI CALORE.....	199
MANIPOLAZIONE DELLE PROPRIETÀ TERMICHE.....	200
ISOLAMENTO TERMICO.....	200
CAPACITÀ TERMICA.....	200
DIFFUSIONE	202

ENERGIA DI ATTIVAZIONE ALLO STATO SOLIDO: ALTA	202
SPOSTAMENTO A GRADIENTE	204
ABBASSAMENTO G	204
DIFFUSIONE SOSTITUZIONALE.....	205
DIFFUSIONE INTERSTIZIALE	206
I LEGGE DI FICK.....	207
T e COEFFICIENTE DI DIFFUSIONE.....	210
CORRELAZIONE TRA Q e T _m	210
DIFFUSIONE VOLUME, BORDO DI GRANO, SUPERFICIE.....	212
II LEGGE DI FICK.....	213
EFFETTO KIRKENDALL.....	216
TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE (dispensa 16).....	219
TERMODINAMICA E DDS	219
SISTEMI A UN COMPONENTE	220
TRASFORMAZIONE DI FASE (considerando la fusione).....	222
TEMPERATURA DI FUSIONE	223
TRASFORMAZIONI DEL PRIMO ORDINE.....	223
TRASFORMAZIONI DEL SECONDO ORDINE.....	224
TEMPERATURA DI TRANSIZIONE VETROSA	224
TRASFORMAZIONI OMOGENEE.....	225
CREEP (dispensa 17).....	227
FLUSSO VISCOSO.....	227
PROVE DI CREEP	228
CREEP SECONDARIO	230
CALCOLO DEL TEMPO DI ROTTURA	235
MAPPA PER STRUTTURE PORTANTI AD ALTA T.....	238
CLIMBING E CREEP ESPONENZIALE.....	239
CREEP PER DIFFUSIONE (basse σ).....	239
ROTTURE PER CREEP	240
ESTRAPOLAZIONE DATI	240
MECCANISMI DI DEFORMAZIONE	241
DESIGN PER CREEP	242
PALETTE DI TURBINA	243
TUBI DI TRASPORTO GAS CALDI.....	243

Caso delle leghe: le leghe possono essere di due tipi

- ❖ sostituzionali: nuovi atomi vengono introdotti → **E si modifica** perché si creano nuovi legami
- ❖ interstiziali: **E non cambia**, perché si aggiungono atomi che vanno ad occupare interstizi senza modificare i legami.

I difetti cristallini non modificano E ma sono in grado di modificare la propagazione dell'onda acustica.

Es. valori minimo e massimo di E dei materiali di interesse ingegneristico

$$E = \frac{0.5}{4 \cdot 10^{-10}} \approx 1.25 \text{ GPa} \qquad E = \frac{200}{1.26 \cdot 10^{-10}} = 1590 \text{ GPa}$$

MATERIALI CON E < 1GPa?

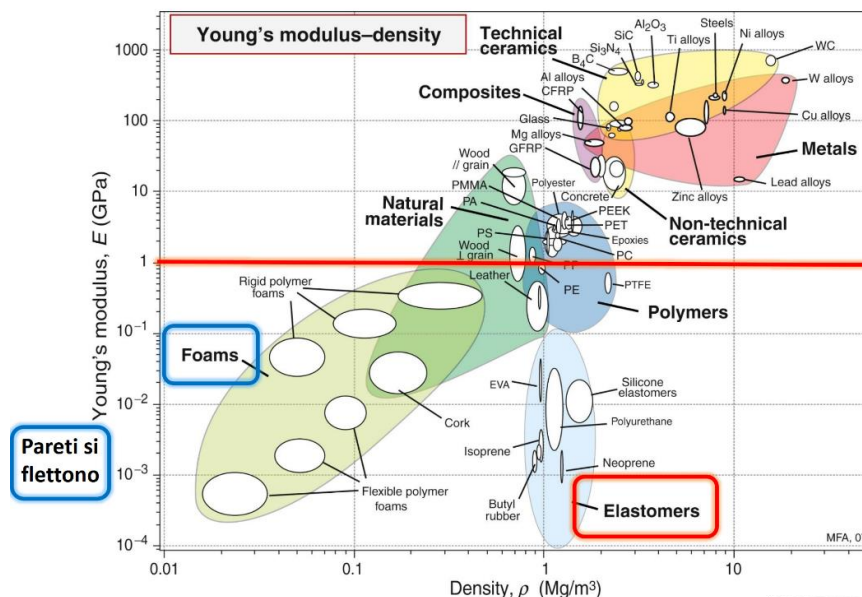


Figura 2 - Il grafico analizza i materiali in base al loro modulo di Young specifico (riferito alla sua densità).

Da ricordare:

$Al_2O_3 \approx 400 \text{ GPa}$ (allumina)

$ZrO_2 \approx 200 \text{ GPa}$ (zirconia)

CURVA DI CONDON-MORSE

Ipotizziamo due atomi aventi distanza r_0 . L'atomo di sinistra lo supponiamo fermo nell'origine degli assi, mentre quello di destra in movimento. Potrà allontanarsi o avvicinarsi al primo. Lo stato fisico del materiale cambia: se l'atomo si allontana all'infinito, stiamo passando dallo stato solido a gassoso e quindi sto sublimando perché il legame si rompe (NON liquido). Le molle sono asimmetriche in quanto la forza di repulsione è maggiore di quella che di attrazione per basse distanze.

Il coefficiente di Poisson e il coefficiente di dilatazione termica derivano dalle curve di Condon-Morse.

L'energia in una curva di F vs r è l'area sottostante alla curva:

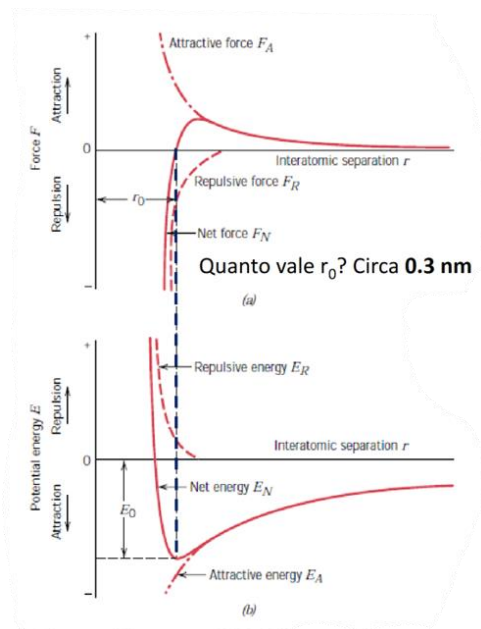
$$E = \int F dr$$

L'energia netta E_n sarà data dalla somma del contributo attrattivo più quello repulsivo:

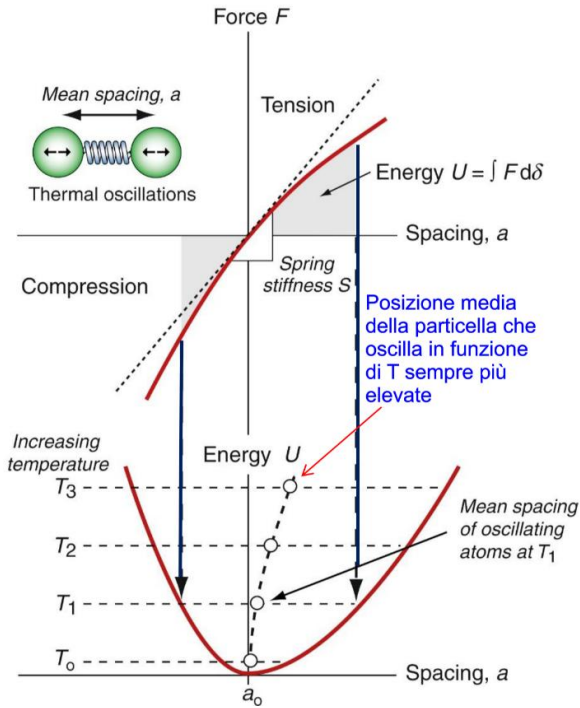
$$E_n = \int_{\infty}^r F_n dr = \int_{\infty}^r F_A dr + \int_{\infty}^r F_R dr = E_A + E_R$$

Ma le molle non sono simmetriche in attrazione e repulsione perché le due energie non hanno la stessa legge:

$$E_R \propto \frac{1}{r^n} \quad \leftarrow \text{ASIMMETRIA} \rightarrow \quad E_A \propto -\frac{1}{r}$$

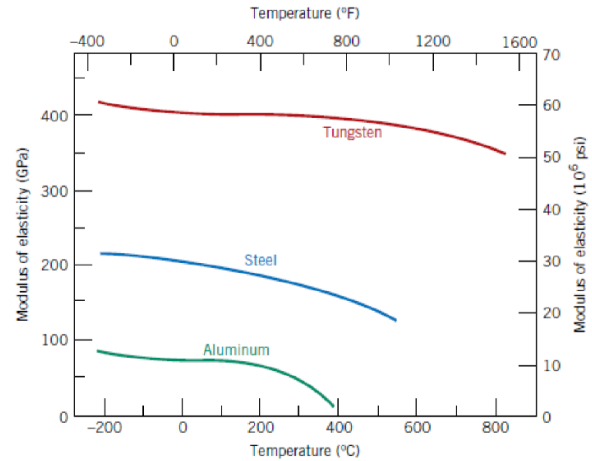


COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA α



A causa dell'asimmetria della molla di legame si sviluppano diverse forze in trazione e in compressione. All'aumentare della T avrò una diminuzione del modulo E infatti $E = S/a_0$. Questa diminuzione è importante nei pressi di T_f .

- Rigidezza del legame rimane inalterata
- a_0 aumenta
- aumentano esponenzialmente le vacanze
- all'aumentare della T , il minimo delle curve diminuisce



Material	GPa
Metal	
Tungsten	407
Steel	207
Nickel	207
Titanium	107
Copper	110
Brass	97
Aluminum	69
Magnesium	45
Ceramic	
Aluminum oxide (Al_2O_3)	393
Silicon carbide (SiC)	345
Silicon nitride (Si_3N_4)	304
Spinel ($MgAl_2O_4$)	260
Magnesium oxide (MgO)	225
Zirconia*	205
Mullite ($3Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$)	145
Glass-ceramic (Pyroceram)	120
Fused silica (SiO_2)	73
Soda-lime glass	69
Polym	
Phenol-formaldehyde	2.76-4.83
Polyvinyl chloride (PVC)	2.41-4.14
Polyester (PET)	2.76-4.14
Polystyrene (PS)	2.28-3.28
Polymethyl methacrylate (PMMA)	2.24-3.24
Polycarbonate (PC)	2.38
Nylon 6,6	1.58-3.80
Polypropylene (PP)	1.14-1.55
Polyethylene—high density (HDPE)	1.08
Polytetrafluoroethylene (PTFE)	0.40-0.55
Polyethylene—low density (LDPE)	0.17-0.28

Figura 3 - Valori E materiali di interesse ingegneristico (da sapere)

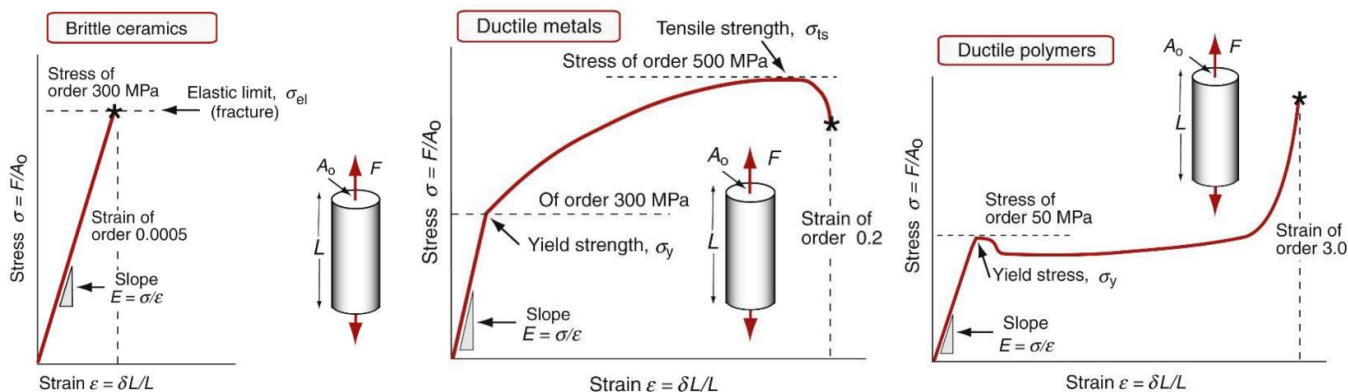


Figura 4 - Parte lineare legata ai moduli di elasticità. Modulo di Young (E) in questo caso.

Esercizio

Il cavo di un paranco ha sezione di 80mm² e solleva una gabbia con massa pari a 500kgf.

Qual è lo stress nel cavo?.

La lunghezza del cavo è 3m. Quanto si estenderà se è in acciaio?

Quanto se è in polipropilene (PP)?

$E_{\text{acciaio}} = 200\text{GPa}$ $\phi = 80 \text{ mm}^2$ $m = 500 \text{ kgf}$
 $E_{\text{pp}} = 1.2\text{GPa}$ $l = 3 \text{ m}$

(Il chilo-forza Kgf rappresenta la forza esercitata da un corpo avente massa pari a un chilogrammo a causa dell'accelerazione gravitazionale)

Commentare valori ottenuti

$F = 500 \text{ kgf} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 4905 \text{ N}$

$\sigma = \frac{F}{\phi} = \frac{4905 \text{ N}}{80 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 61,31 \text{ MPa}$

$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\sigma}{E}$

ACCIAIO: $200 \cdot 10^3 \text{ MPa} = \frac{61,31 \text{ MPa}}{6} \cdot 3 \text{ m} \rightarrow \delta_A = 9,197 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

POLIPROPILENE: $12 \cdot 10^3 \text{ MPa} = \frac{61,31 \text{ MPa}}{6} \cdot 3 \text{ m} \rightarrow \delta_{PP} = 0,153 \text{ m}$

Poiché l'allungamento dell'acciaio è elevato, ne deduciamo che NON siamo in campo elastico. Lo si poteva capire dal carico di snervamento ottenuto in quanto 61 è un valore troppo elevato per un polimero.

Esempio:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

[F] = N
[σ] = N/m²

1kgf = 9,8 N

Quanto è «grande» uno stress da 1N/m² ???

La pressione atmosferica (1 atm) è....

Si sceglie come unità di misura 10⁶N/m² = MPa

$$F = \rho Ahg \text{ ma } \sigma = - \frac{F}{A}$$

$$\sigma = - \frac{\rho Ahg}{A} = - \rho hg = - 1800 \times 50 \times 9.8 = -0,88 \text{MPa}$$

E = 25 GPa ; ν = 0.2

Deformazione assiale e trasversale alla base?

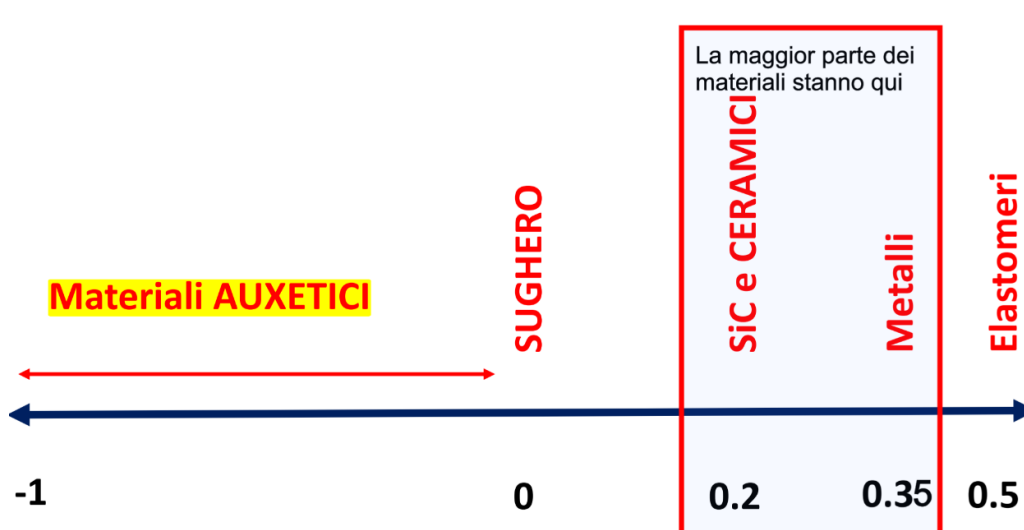
$$\epsilon_z = \frac{\sigma}{E} = \frac{-0,9 \times 10^6}{25 \times 10^9} = -0,036 \times 10^{-3} = -3,36 \times 10^{-5}$$

$$\epsilon_t = - (0,2 \times (-3,36 \times 10^{-5})) = 6,72 \times 10^{-6}$$



TABELLA IMPORTANTE

Coefficiente Poisson	Materiale	Risposta in trazione	E, G, K
-1			G → ∞; K = E/9
Tra -1 e 0	Auxetici (GORE-TEX, applicazioni bio)	Dilatazione della sezione, il volume aumenta e ρ diminuisce.	G aumenta rispetto ad E (G > G _{0,5})
0	Sughero	Sezione non modificata in trazione. Volume aumenta e ρ diminuisce.	G = E/2 K = E/3
0 - 0.5	SiC (0.19), ceramici (0.2), metalli (0.29-0.33)	Piccola contrazione della sezione, il volume aumenta , ρ diminuisce.	
0.5	Elastomeri	Conservazione di volume e densità.	K = ∞ incomprimibili G = E/3
> 0.5	Nessun materiale, NESSUN SIGNIFICATO FISICO	Diminuzione di volume	K < 0 la materia compressa si espanderebbe



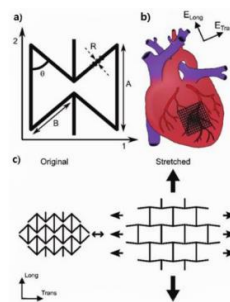
FULL PAPER

Auxetic Cardiac Patches

ADVANCED
FUNCTIONAL
MATERIALS
www.afm-journal.de

Auxetic Cardiac Patches with Tunable Mechanical and Conductive Properties toward Treating Myocardial Infarction

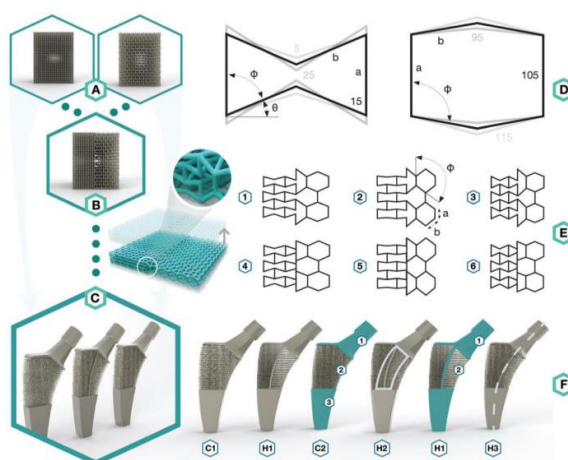
Michaella Kapnisi, Catherine Mansfield, Camille Marijon, Anne Geraldine Guex, Filippo Perbellini, Ifigeneia Bardi, Eleanor J. Humphrey, Jennifer L. Puetzer, Damia Mawad, Demosthenes C. Koutsogeorgis, Daniel J. Stuckey, Cesare M. Terracciano, Sian E. Harding, and Molly M. Stevens*



Benda tessutale cardiaca in materiale auxetico ottenuta mediante una microablazione basata su un laser ad eccimeri. Unità cellulari di rientro utilizzate come modello e un composto di chitosano-polianilina (conduttività) come materiale per il patch per conferire una curvatura sincrastica e adattarsi alla curvatura e all'anisotropia del tessuto cardiaco. Nell'esperimento *in vitro*, il patch è risultato citocompatibile con i cardiomiociti neonatali murini. Nell'esperimento *in vivo*, la loro impalcatura non ha ostacolato la funzione cardiaca e non sono stati generati tessuti fibrotici sul cuore patchato due settimane dopo il trapianto.

Un altro esempio di applicazione biomedicale si ha con l'introduzione dei meta-biomateriali ibridi, con valori di rapporti di Poisson negativi (auxetici) e positivi, e utilizzati per progettare meta-impianti che, a differenza degli impianti convenzionali, non si ritirano dall'osso sotto carico biomeccanico.

Usa metamateriali per combinare auxetici e non. Ci sono differenze nei diversi disegni. Il cuore denso interno amplifica l'espansione delle celle. Lo stato di compressione che si osserva all'interfaccia migliora interfaccia con l'osso, evita distacchi e riduce la formazione di particelle dovute a usura. Ci possono essere anche effetti di meccanica cellulare.

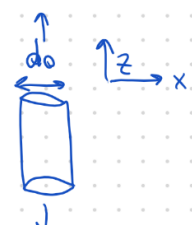


Esercizio

σ Trazione su barra cilindrica ottone con $d_0 = 10\text{mm}$.
Deformazione completamente elastica.
F=? che porta a una variazione di $2.5 \cdot 10^{-3}\text{mm}$ nel diametro

Risolvere.

Quali altri dati mi servono? $\nu = 0.35$
 $E = 97\text{GPa}$



$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad \nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_z}$$

$$\delta = 2.5 \cdot 10^{-3}\text{mm} \quad \nu = 0.35 \rightarrow \epsilon_x = -0.35 \epsilon_z$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{AE}$$

$$\rightarrow \epsilon_x = +0.35 \cdot \frac{F}{AE} = \frac{\delta_x}{d_0}$$

$$\rightarrow F = \frac{\delta_x}{d_0} \cdot \frac{AE}{\nu} = \frac{2.5 \cdot 10^{-3}\text{m}}{10 \cdot 10^{-3}\text{m}} \cdot \frac{\pi \left(\frac{10 \cdot 10^{-3}\text{m}}{2}\right)^2 \cdot 97 \cdot 10^9\text{Pa}}{0.35} =$$

$$= 5602\text{N} \approx 5.6\text{kN}$$

2) Ricavare il valore del coefficiente di Poisson che porta a una variazione di volume nulla in caso di **sollecitazione uniassiale**.

$$\sigma_1 = \sigma \text{ (i.e. } \sigma_2 = \sigma_3 = 0).$$

$$2) \Delta V = 0 \quad \nu = ? \quad \nu = - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0$$

$$\frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma_1}{E} (1 - 2\nu) = 0 \quad \nu = 0.5$$

3) Individuare la dilatazione in caso di pressione idrostatica e poi ricavare la relazione tra K, E e ν .

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$$

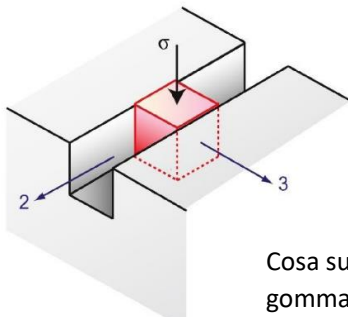
$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \frac{1}{E} (p - \nu p - \nu p) = \frac{p}{E} (1 - 2\nu)$$

$$\Delta V = (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3) l_0^3$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \Delta = \frac{l_0^3 (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3)}{l_0^3}$$

$$K = \frac{p}{\Delta} = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad \rightarrow \quad \text{RELAZIONE TRA K E E}$$

Esercizio



$$\sigma_1 = -\sigma$$

Lungo 2 libero di muoversi ed espandersi, lungo 3 deformazione contrastata.

Cosa succede?

Quale è il «modulo di Young Effettivo»?

Cosa succederebbe per una schiuma ($\nu = 0$), per un metallo $\nu \approx 0,33$ e per una gomma $\nu \approx 0,5$?

$$\epsilon_3 = 0 = \frac{1}{E} (\nu \sigma_1 - \nu \sigma_2 + \sigma_3) \quad \rightarrow \quad \sigma_3 = -\nu \sigma_1$$

\downarrow
è nulla perché la def. lungo la direz. 3 è bloccata

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2 - \nu \sigma_3) = - \frac{\sigma_1}{E} (1 - \nu^2)$$

$$\frac{\sigma_1}{\epsilon_1} = E_{\text{eff}} = \frac{E}{(1 - \nu^2)}$$

$$\nu = 0 \text{ (schiuma)} \quad E_{\text{eff}} = E$$

$$\nu = 0,33 \text{ (standard per metalli)} \quad E_{\text{eff}} = 1,12 E$$

$$\nu = 0,5 \text{ (elastomeri)} \quad E_{\text{eff}} = 0,33 E$$

MISURA DEL MODULO DI YOUNG

La misura del modulo di Young tramite la pendenza del primo tratto di curva sforzo-deformazione del materiale risulta inaccurata, l'errore può anche essere molto consistente (fino a 2 volte il valore reale del modulo E). Le misure accurate sono dinamiche:

- ❖ Frequenza di vibrazione di una trave
- ❖ Misura della velocità onde sonore nel materiale

$$\text{velocità del suono nel materiale} \propto \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

In questo modo si ottiene un errore assoluto di $\pm 2\%$.

Queste sono misure non distruttive del campione e avvengono in questo modo (ad esempio GrindoSonic):

- ✓ Propagazione in un solido di un' onda vibrazionale (acustica) provocata da un impatto meccanico.
- ✓ Misura della frequenza di propagazione delle onde sonore o ultrasonore all' interno di un materiale sollecitato da un impulso meccanico.
- ✓ Relazione di proporzionalità diretta fra E, la frequenza dell' onda acustica, le dimensioni dell'oggetto e la sua densità

Inoltre si ottengono vari vantaggi da queste misure:

- Non provoca nessun tipo di danneggiamento permanente del campione
- E' applicabile a provini di varia geometria
- E' applicabile ai materiali fragili
- Utile per controllo di qualità di pezzi finiti, pronti per essere messi in opera
- E' utilizzabile su campioni metallici, ceramici, vetrosi, vetroceramici, compositi e polimerici, di peso variabile da pochi grammi a più di una tonnellata
- Ha il vantaggio di essere una misura di durata molto breve.
- La frequenza del suono prodotto colpendo un oggetto dipende dal **MATERIALE** di cui esso è costituito, dalla sua **FORMA** e dalle sue **DIMENSIONI**. Esempio si pensi allo xilofono - la differenza di suono prodotto dall'urto di un martello su oggetti di varie dimensioni.

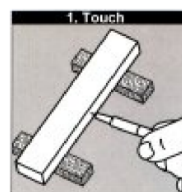
Impulso meccanico: si utilizzano dei martelli di proporzioni adeguate alle dimensioni dei campioni. L'impulso deve essere istantaneo ed il campione deve essere lasciato libero di vibrare dopo l'urto. Non vi è nessuna influenza della forza con cui viene applicato l'impulso! I risultati hanno una buona riproducibilità. Sapendo quindi che la frequenza è legata al modulo di Young tramite questa relazione:

$$v \propto \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Il modulo di Young, tramite le varie norme come l'ASTM, sarà dato da:

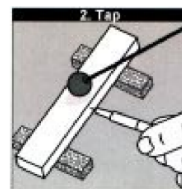
$$E = 0.9465 \cdot \frac{\Gamma v L^4 \rho}{t^2}$$

(non è importante ricordarsi la formula ma il significato dei termini)



Touch

In the majority of cases, a piezo-electric detector is used to capture the vibrations, and to convert it into an electrical signal. The point of the detector is simply brought into contact with the sample.



Tap

The sample is excited into vibration through the means of a light tap. Very little energy is required.



Read

Almost immediately the numerical result is displayed on the front panel. A few moments later the display is cleared and the instrument is ready for the next measurement.

- modulo di Young upper :

$$E_U = f E_r + (1 - f) E_m$$

- modulo di Young lower:

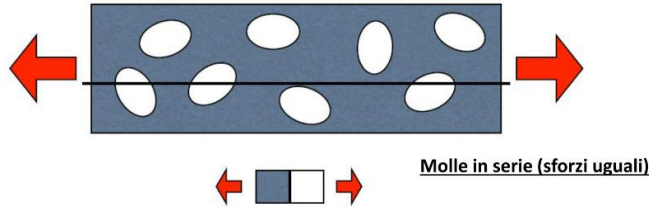
$$E_L = \frac{E_m E_r}{f E_m + (1 - f) E_r}$$

La densità segue invece la regola delle miscele:

$$\rho_c = f \rho_r + (1 - f) \rho_m$$

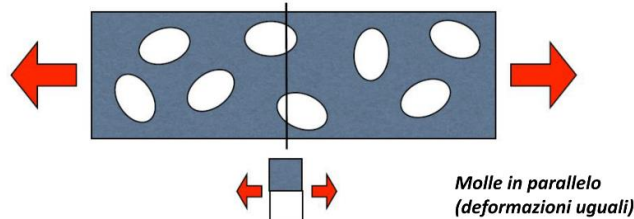
Per calcolare il modulo di Young più basso sfruttò l'ipotesi di Reuss in cui immagino di mettere due molle in serie in modo che ognuna delle due si deformi secondo la loro rigidezza. La sigma sarà però la medesima → isostress.

Ipotesi di Reuss E_L



Per calcolare il modulo di Young più alto sfruttò invece l'ipotesi di Voigt in cui abbiamo due molle disposte in parallelo. Avremo una condizione in cui gli sforzi applicati sono diversi ma le deformazioni uguali → isostrain.

Ipotesi di Voigt E_U



RICAVIAMO E_U E E_L

• CASO E_U

$$\epsilon_r = \epsilon_m = \epsilon$$

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_m \text{ dove } \sigma_m = E_m \cdot \epsilon_m \text{ e } f = \text{frazione volume rinforzo}$$

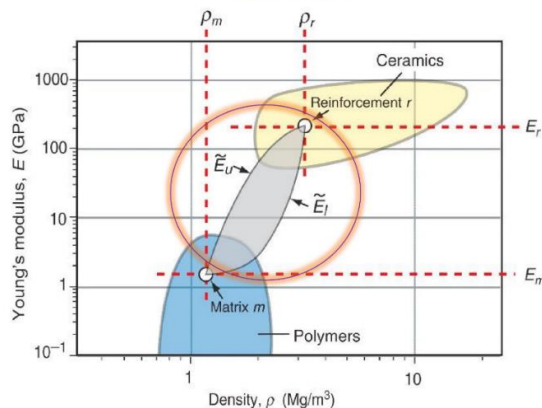
$$\sigma = \epsilon \cdot E_m (1 - f) + \epsilon f E_r$$

• CASO E_L

$$\sigma_m = \sigma_r = \sigma \quad \epsilon_r \neq \epsilon_m$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma}{E_r + E_m} = \frac{\sigma}{\frac{\sigma}{E_r} \cdot f + \frac{\sigma (1-f)}{E_m}} = \frac{\sigma}{\frac{\sigma f E_m + \sigma (1-f) E_r}{E_r \cdot E_m}} = \frac{E_r \cdot E_m}{f E_m + (1-f) E_r}$$

COMPOSITI



GESTIONE DEL SUONO

- ✓ Se si genera nella stanza: lo **ASSORBO**
- ✓ Se suono arriva da fuori: **ISOLO** la stanza (insulation)
- ✓ Se trasmesso dalla struttura: **ISOLO LA STRUTTURA dalla sorgente di vibrazione**

Materiali porosi assorbono bene (**damping**), isolano strutture ma non vanno bene per insulation. Sughero o gomme porose per smorzare.

- Isolamento serve la **MASSA**. Es. edifici moderni, isolano bene termicamente ma malissimo acusticamente. Aggiungo un ulteriore strato di mattoni o calcestruzzo
- Per quanto riguarda la trasmissione delle vibrazioni, la massa non ha effetto, **devo interrompere la continuità** (uso materiali a basso E, esempio compositi a matrice gommosa con sughero).
- Aumento l'impedenza acustica.

INTERFACCIA TRA DUE MATERIALI E TRASMISSIONE DELL'ONDA ACUSTICA

L'onda acustica si muove in un mezzo con una determinata velocità. Quando incontra un materiale con un'impedenza differente dal precedente allora l'onda può essere riflessa o trasmessa. Se voglio evitare la trasmissione del suono vado ad affiancare materiali con impedenze molto diverse → vado a determinare la riflessione dell'onda.

$$Z = \text{impedenza acustica [in Rayl]} = \sqrt{\rho E}$$

Il **coefficiente di riflessione** (frazione di energia acustica riflessa)

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

Z_1 = dove ha origine il suono e Z_2 =dove viene trasmesso

Il **coefficiente di trasmissione** vale invece:

$$T = 1 - R = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

Se impedenza molto diversa vengono riflesse per lo più, es. muro rispetto ad aria, se sono simili il suono viene trasmesso.

IRRAGGIAMENTO SONORO

Un'altra proprietà che dipende dalla densità e dal modulo di Young è l'irraggiamento sonoro. Ad esempio, questo è un parametro da considerare nella scelta del legno giusto per un certo tipo di strumento come gli archi:

$$I \propto \sqrt{\frac{E}{\rho^3}}$$

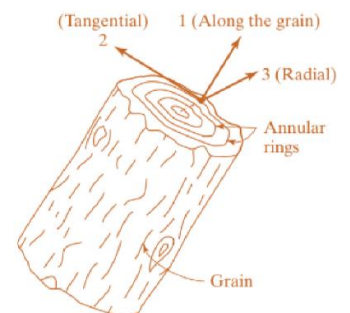
American Journal of Botany 93(10): 1439-1448, 2006.

WOOD FOR SOUND¹

ÜLRIKE G. K. WEGST²

Max-Planck-Institut für Metallforschung, Heisenbergstr. 3, D-70569 Stuttgart, Germany; and Lawrence Berkeley National Laboratory, Materials Sciences Division, Berkeley, California 94720 USA

Una caratteristica che differenzia il legno dalla maggior parte dei materiali artificiali è che è un materiale **ORTOTROPICO**, il che significa che ha proprietà meccaniche uniche e indipendenti lungo le direzioni di tre assi mutuamente perpendicolari: longitudinale, radiale e tangenziale. L'asse longitudinale (L) è definito come parallelo alla fibra (grana), quindi lungo la lunghezza di un tronco d'albero; l'asse radiale (R) è perpendicolare agli anelli di crescita; e l'asse tangenziale (T) è perpendicolare alla fibra ma tangente agli anelli di crescita. Questa ortotropia è dovuta alla struttura cellulare del legno.



QUESTA PAGINA È INTENZIONALMENTE LASCIATA IN BIANCO

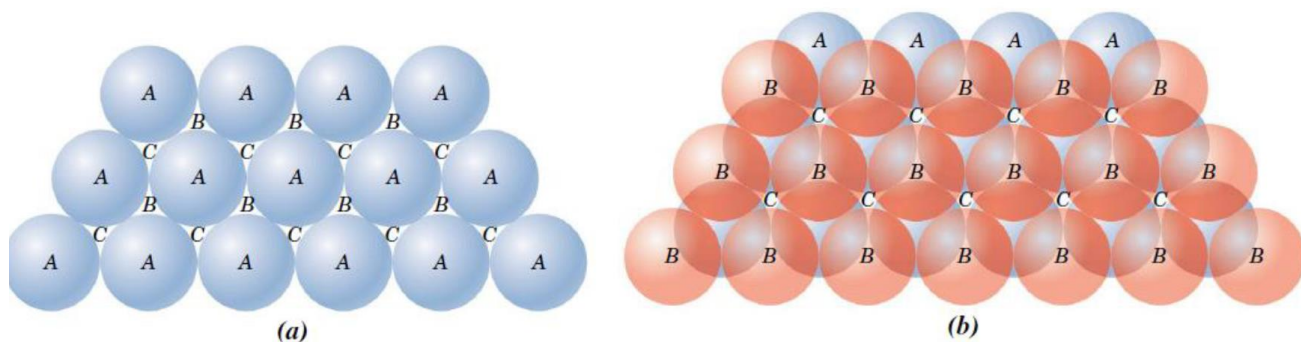


Figura 10

Un secondo piano a elevata densità atomica può disporsi con i centri dei suoi atomi sopra le posizioni B o sopra quelle C; a questo punto entrambe sono equivalenti. Supponiamo che vengano scelte le posizioni B; la sequenza di impilaggio viene denominata AB ed è quella illustrata in Figura 10b. La vera distinzione tra CFC ed EC risiede proprio nel posizionamento del terzo piano atomico. Per l'EC, i centri di questo piano sono allineati direttamente sopra le posizioni A originali. Questa sequenza di impilaggio, ABABAB ... si ripete continuamente.

Naturalmente la disposizione ACACAC... sarebbe del tutto equivalente. Questi piani a elevata densità atomica per la struttura EC sono piani di tipo (0001) e la corrispondenza tra questo e la rappresentazione della cella unitaria è mostrata in Figura 11.

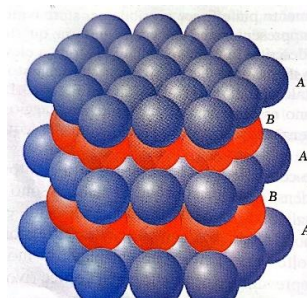


Figura 11

Per la struttura cristallina a facce centrate, i centri del terzo piano sono situati sopra le posizioni C del primo piano (Figura 12a). Questo dà luogo a una sequenza di impilaggio ABCABCABC ...; cioè, l'allineamento atomico si ripete identico ogni tre piani. È più difficile correlare l'impilaggio di piani compatti alla cella unitaria cfc.

Questa relazione viene mostrata nella Figura 12b. Questi piani sono del tipo (111); al fine di aiutare la comprensione della suddetta correlazione, nella parte superiore sinistra della faccia anteriore in Figura 12b è stata delineata la cella unitaria cfc.

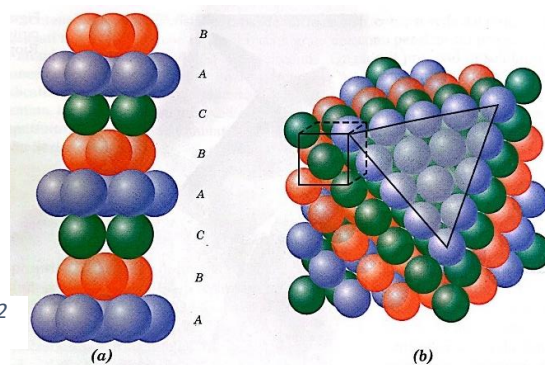
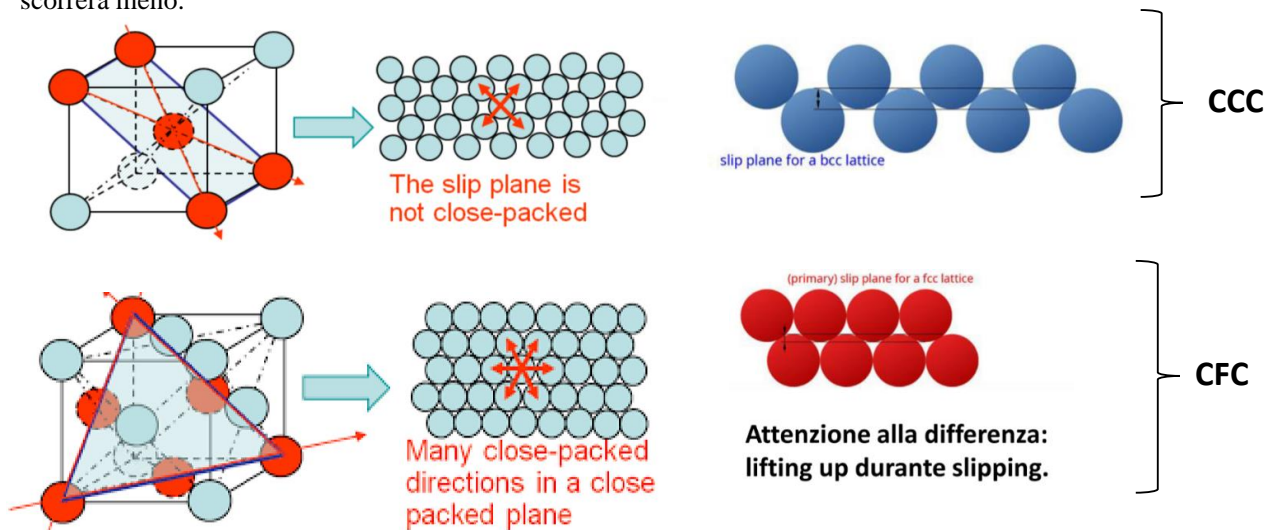


Figura 12

DIFFERENZE TRA CFC E CCC

Come visto la CCC non è in grado di realizzare un impacchettamento elevato (solo 68%) come la CFC (74%) pertanto scorrerà meno:

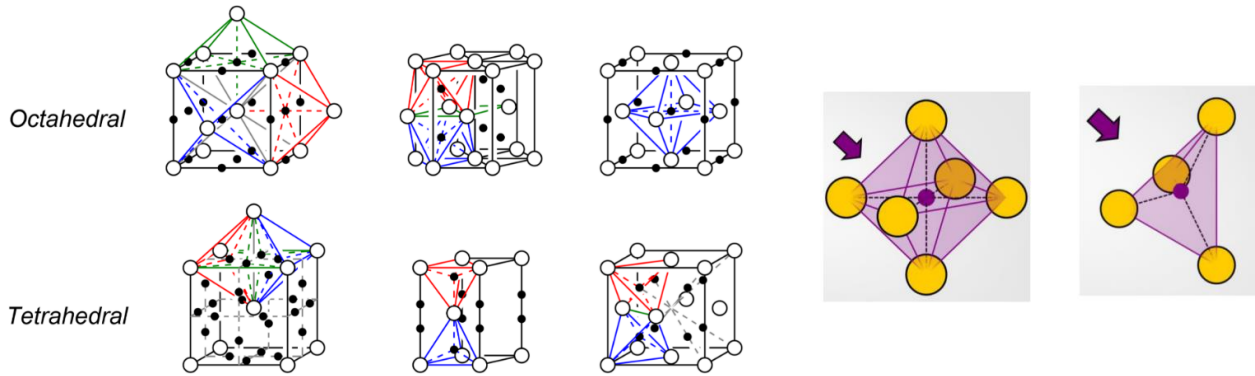


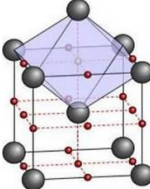
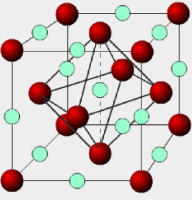
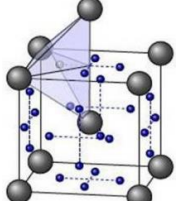
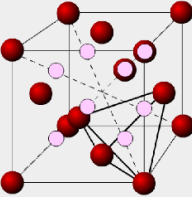
Un altro fattore importante da ricordare per le celle è il rapporto raggio atomico e spigolo poiché da esso dipende la dimensione dei siti interstiziali.

CFC	CCC	EC
$a_0 = 4r/\sqrt{2}$	$a_0 = 4r/\sqrt{3}$	$a_0 = 2r$

Quindi a_0 di : CFC>CCC>EC

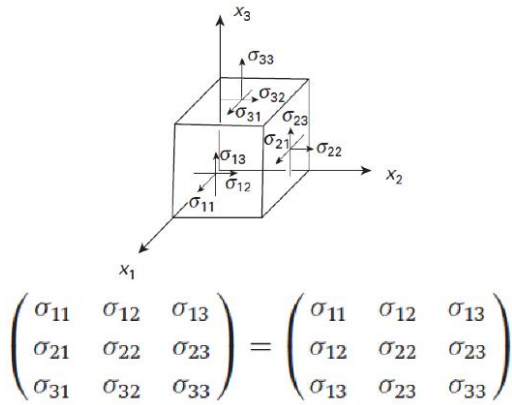
I siti interstiziali possono essere di tipo tetraedrico o ottaedrico. Quelli tetraedrici si generano tra 4 atomi, quelli ottaedrici tra 6 atomi. Inoltre, quelli ottaedrici sono molto più piccoli dei tetraedrici.



Numero siti	BCC(CCC)	FCC(CFC)
Ottaedrici	18 	12*1/4(perché sullo spigolo, condivisi tra 4 celle)+ 1 al centro = 4 
Tetraedrici	24 che contano per 1/2 perché in condivisione tra due facce = 12 	8 

Esercizio

C entra in soluzione solida interstiziale nel Fe. FCC $a = 0.3571\text{nm}$, entra in siti OTTAEDRICI BCC $a = 0.2866\text{nm}$, entra in siti TETRAEDRICI C ha $r = 0.071\text{nm}$. In quale caso ho la distorsione maggiore? Quale percentuale atomica di solubilità mi potrei aspettare se tutti gli spazi interstiziali venissero riempiti?



$C \rightarrow$ Stiffness

$$\sigma = C \epsilon$$

$$\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 & 1 & 6 & 5 \\ & 22 & 23 & & 2 & 4 \\ & & 33 & & & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Tensore simmetrico, 6 variabili

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix}$$

For isotropic materials (most polycrystalline aggregates can be treated as such):

$$C_{44} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \tag{2.15}$$

Se vado a descrivere il tensore degli sforzi e la matrice della rigidezza vengono fuori dei coefficienti: se il materiale è isotropo $C_{44}=C_{11}-C_{12}/2$. Tanto più questa espressione dei coefficienti diverge dall'uguaglianza e quindi tanto più diventa rilevante, tanto più indica un'elevata anisotropia.

The stiffness matrix is

Se isotropo

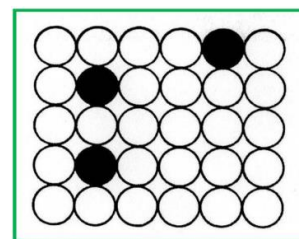
$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

$$C_{44} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$$

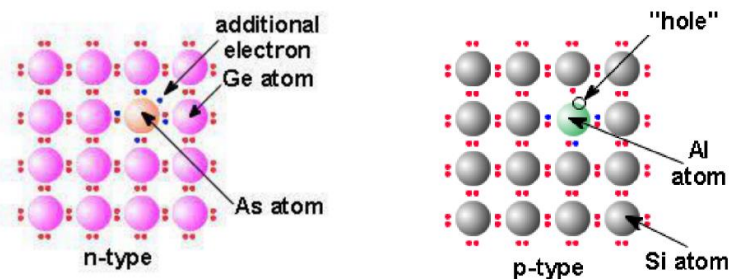
$$A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}} \neq 1 \text{ Se anisotropo}$$

SOLUZIONE SOLIDA SOSTITUZIONALE

Se la solubilità dei due atomi è completa, allora il loro processo di sostituzione è totale. Guardando un generico diagramma di stato se la solubilità è parziale allora esistono campi di solubilità sia per A in B che per B in A (ovvero avere campi di solubilità ai due estremi del diagramma) allora essa sarà di tipo sostituzionale. In generale, per avere solubilità completa, bisogna che le due specie rispettino le 4 regole di Hume-Rothery. Queste sono:

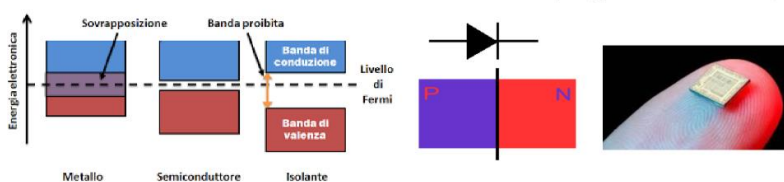


- ✓ Differenza raggi atomici <15%
- ✓ Stessa struttura cristallina
- ✓ Elettro negatività simile
- ✓ Stessa valenza o conservazione della neutralità complessiva; inoltre a parità di altri fattori un metallo sceglierà un altro metallo con valenza più alta rispetto a uno di valenza più bassa

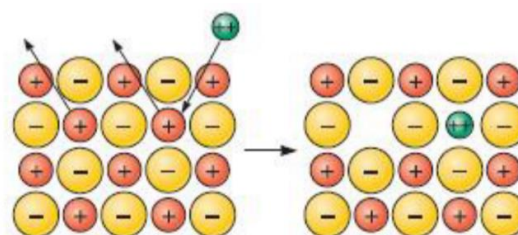


La presenza di impurezze sostituzionali adatte provoca variazioni rilevanti nella conducibilità elettrica dei semiconduttori

I semiconduttori hanno un bandgap dai 2 eV a sotto 1 eV.



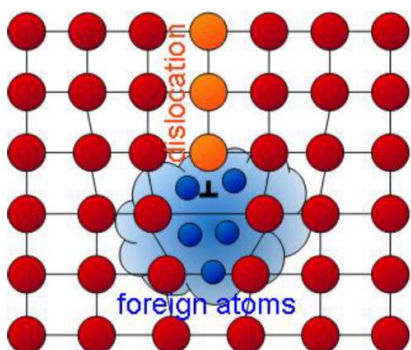
Nei solidi ionici posso avere ioni che si sostituiscono con la stessa valenza, oppure con valenza diversa, a questo punto succede che per le regole di Hume Rothary va conservata anche l'eletto neutralità (quarta regola), si ha quindi la comparsa di una vacanza, in questo caso si parla di una soluzione sostituzionale OMISSIVA.



Esistono anche vacanze anioniche, ad esempio quelle utilizzate nelle sonde delle automobili che controllano la %O2 presente nella miscela aria-carburante.

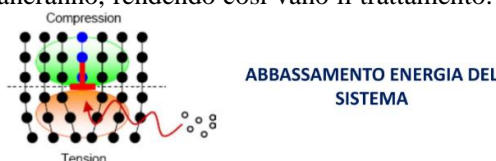
Le dislocazioni quando sono ferme: deformazione elastica. Quando si muovono: deformazione plastica.

ATMOSFERE DI COTTRELL

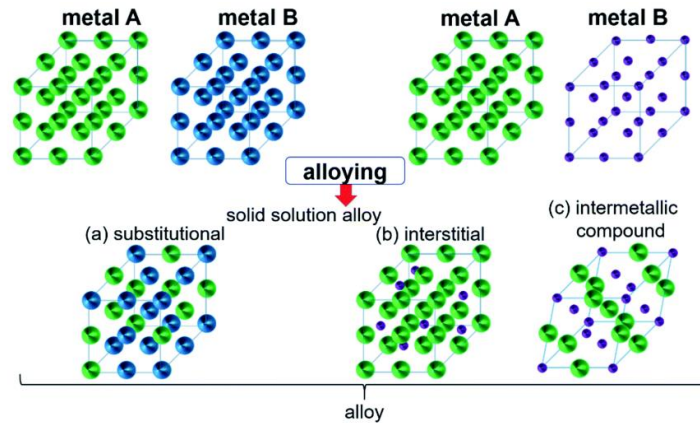


L'atmosfera di Cottrell si genera quando si hanno concentrazioni di soluto elevate attorno alle dislocazioni a SPIGOLO. L'alligamento di soluzioni solide di tipo sostituzionali evita lo slittamento portando a un aumento del carico di snervamento. Perché questi atomi in soluzione solida vanno ad aggrapparsi alle dislocazioni. Si potrebbe immaginare di sfruttare questo meccanismo di bloccaggio (detto pinning), andando a scaricare una vagonata di atomi in soluzione solida sulle dislocazioni, questo può essere fatto aumentando la T. In realtà questo non avviene perché aumentando la T da una parte facilito la diffusione ma dall'altra creo anche un effetto disordinante, quindi facendo disperdere le atmosfere di Cottrell; pertanto, alcuni atomi di soluto si avvicineranno mentre altri si allontaneranno, rendendo così vano il trattamento.

In ogni caso le atmosfere di Cottrell abbassano l'energia del sistema aumentando di conseguenza l'energia necessaria allo slittamento. Lo vedremo a breve, ma ci vuole una certa tau (energia) per porre in slittamento la dislocazione.



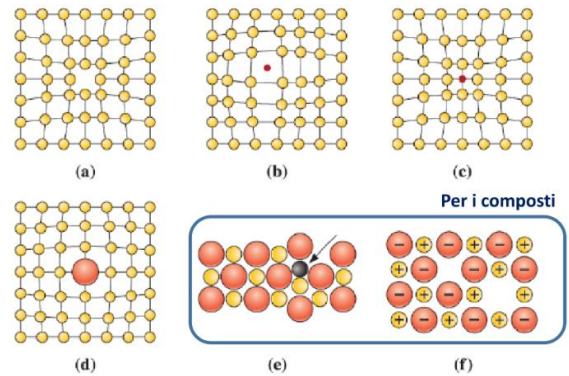
Composti intermetallici: sono dei materiali in cui non distinguo più tra soluto e solvente, ma identifico un super-reticolo in cui si nota sia una cella per l'atomo A che una cella per l'atomo B compenetranti tra loro, per questo in generale hanno proprietà meccaniche molto elevate. E quindi trovo un ordine sia a corto raggio che a lungo raggio.



Il concetto fondamentale è che la soluzione solida occupa un range di composizione sul diagramma di stato, mentre il composto intermetallico è una linea verticale sul dds e pertanto ha una precisa T_f , e ha un preciso rapporto stechiometrico dei suoi elementi. (differenze tra sol solida e composto intermetallico)

Difetti fisici diffusi: non sono vincolati a un solo atomo e non posso collocarli in un punto preciso, possono essere:

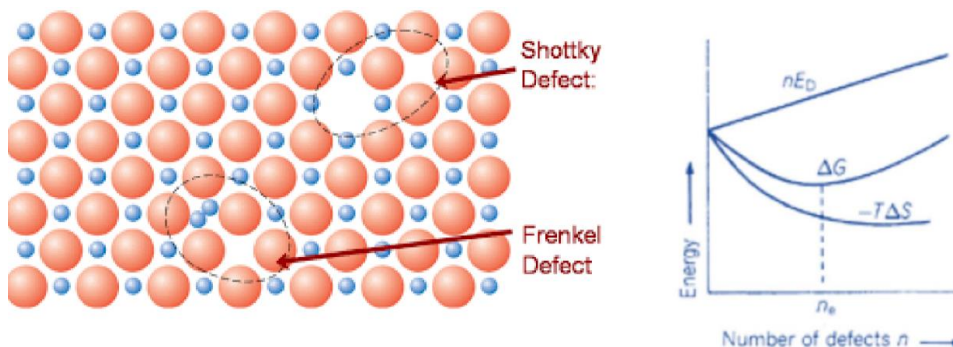
- Di tipo elettronico: e- provano a salire di livello, si hanno sempre delle imperfezioni rispetto al modello della minima energia
- Elastomeccanici: molle di legame, ho distribuzione Maxwell Boltzmann (funzione di distribuzione che fornisce la probabilità che una particella abbia una velocità compresa tra v e $v + dv$) delle ampiezze con funzione di distribuzione (vibrazioni anomale).



DIFETTI DI SCOTTKY, FRENKEL E CALCOLO DELLE VACANZE ALL'EQUILIBRIO

I difetti per i solidi ionici funzionano più o meno in egual modo, in particolare ci sono due difetti:

- difetto di Scottky (due vacanze → coppia anione-catione espulsa dal reticolo)
- difetto di Frenkel (sostituzionale → salto di un interstiziale in una posizione interstiz. già occupata).



Quando si inserisce un difetto puntiforme c'è un aumento di energia legato a un aumento entalpico ed entropico, i contributi sommandosi danno un ΔG . Si capisce dalla curva dell'energia libera che esiste un equilibrio termodinamico dove questi difetti esistono e sono stabili.

Esempio: Calcolare il n.ro vacanze al m³ per Cu a 1000°C

$$E_D = 0.9\text{eV/atom} \quad [k] = 8.62 \cdot 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$$

$$PA = 63.5 \text{ g/mol}$$

$$d_{(1000^\circ \text{C})} = 8.4 \text{ g/cm}^3$$

N?

$$N = N_{AV} \rho / PA_{Cu} = (6.023 \cdot 10^{23} \cdot 8.4 \cdot 10^6) / 63.5 = 8 \cdot 10^{28} \text{ atomi/m}^3$$

$$n_{v,e} / N = e^{-E_D / KT}$$

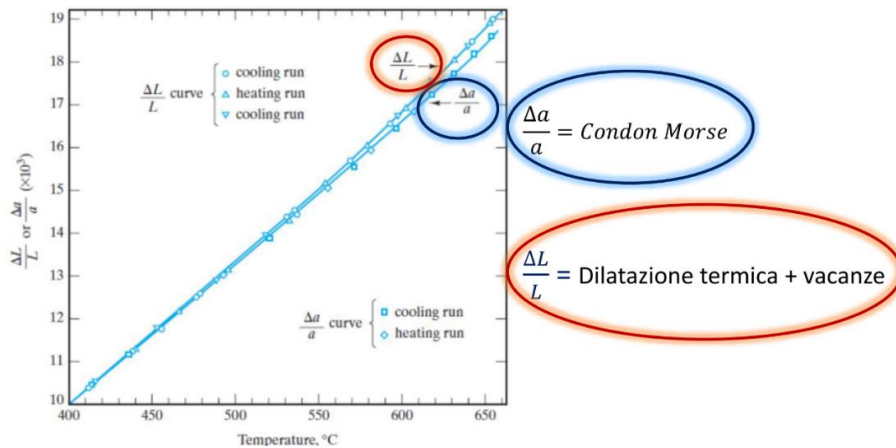
$$n_{v,e} = 8 \cdot 10^{28} e^{(-0.9 / 8.62 \cdot 10^{-5} \cdot 1273)} = 2.2 \cdot 10^{25} \text{ vacanze/m}^3$$

$$C_e = \frac{n_{v,e}}{N} = A * e^{-\frac{E_D}{KT}} \quad C_e = 2.2 \cdot 10^{25} / 8 \cdot 10^{28} = 2.75 \cdot 10^{-4}$$

m^o atomi al m³

A che T fonde Cu? 1085°C (C_e = 4.6 x 10⁻⁴)

Variazione macroscopica espansione termica. In dilatometria la curva reale si allontana da quello che si ricaverebbe dalla curva di Condon-Morse



Ricavare con studenti $X_v^e = \exp \frac{-\Delta G_v}{RT}$ Frazione molare vacanze all'equilibrio

$$G = G_a + \Delta G \quad , \quad \Delta H \approx \Delta H_v X_v \text{ e } \Delta S = \text{contributo termico} + \text{contributo statistico} = X_v \Delta S_v + \Delta S_{mix}$$

$$G = G_a + \Delta G = G_a + \Delta H_v X_v - T \Delta S_v X_v + RT [X_v \ln X_v + (1 - X_v) \ln(1 - X_v)]$$

Stiamo cercando la concentrazione di vacanze all'equilibrio quindi $\left[\frac{dG}{dX_v} \right]_{X_v = X_v^e} = 0$

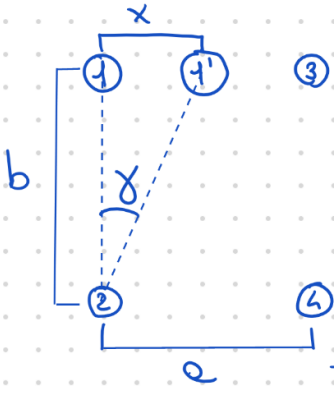
$$\Delta H_v - T \Delta S_v + RT [\ln X_v^e + 1 - \ln(1 - X_v) - 1] = 0, \text{ approssimiamo } X_v \ll 1 \rightarrow \ln(1 - X_v) \rightarrow 0$$

$$\Delta H_v - T \Delta S_v + RT \ln X_v^e = 0$$

$$X_v^e = e^{\frac{\Delta S_v}{R}} * e^{-\frac{\Delta H_v}{RT}}$$

$$X_v^e = e^{-\frac{\Delta G}{RT}}$$

Esercizio: Calcolare la differenza tra τ_{max} teorica e τ_{max} reale



$\tau = \tau_{MAX} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{a} x\right)$ per $x \rightarrow 0$ $\sin x \sim x$

$x_{MAX} = \frac{a}{4}$ $x_{MIN} = \frac{3}{4} a$

$\gamma \approx \frac{x}{b} = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \tan \gamma$, legge di Hooke $\tau = G \cdot \gamma$

$\rightarrow \tau = G \cdot \frac{x}{b}$, per $x \rightarrow 0$ $\tau = \tau_{MAX} \cdot 2\pi \frac{x}{a}$

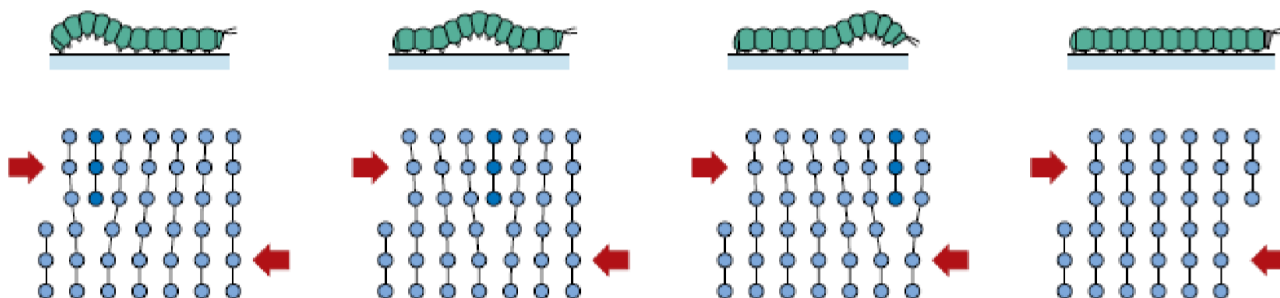
UGUAGLIANDO $G \frac{x}{b} = \tau_{MAX} \cdot 2\pi \frac{x}{a}$, $a = b$ perché cella cubica

$\tau_{MAX} = \frac{G}{2\pi} = \frac{G}{6.28}$ teorico $G = \frac{3}{8} E$ ($G = \frac{E}{2(1+\nu)}$)

$\tau_{MAX} \approx \frac{1}{17} E$, SPERIMENTALMENTE $\tau_{MAX} = \frac{1}{10.000} G$

SLIP

La somma di tanti gradini produce una deformazione plastica misurabile. Invece la distorsione è qualcosa che ha a che fare con il campo elastico. La dislocazione non c'è più quando si ha deformazione plastica permanente e non si può più recuperare. La variazione di volume nella deformazione plastica è nulla. Le dislocazioni slittano e non scronno.



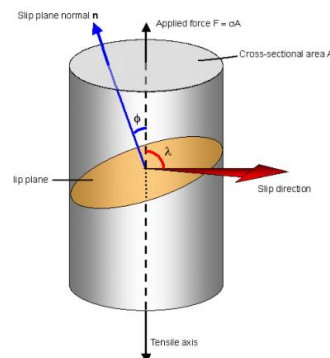
La struttura si scompone SOLO durante il passaggio della dislocazione che prende il nome di slip (slittamento).

ALLUNGAMENTO PLASTICO

Legge di Schmid: in seguito a una sollecitazione di trazione, sui piani orientati a 45° , ho la componente di taglio più alta; quindi, questi saranno i piani lungo i quali le dislocazioni inizieranno a slittare. Poi potranno iniziare a slittare anche quelli sfavoriti ma per valori di taglio più elevati. Nei materiali policristallini si ha che anche i grani adiacenti si devono deformare, prima che quelli realmente coinvolti inizino a slittare. La legge di Schmid si può esprimere in questo modo: $\tau = \sigma \cos \lambda \cos \phi$ è evidente che è massimizzata per angoli di 45° .

DISLOCAZIONI

Dislocazioni a spigolo e a vite in realtà non esistono, sono tutte dislocazioni miste ma si usano questi modelli limite per poterle descrivere con più facilità. La dislocazione **a spigolo** è rappresentata in figura:

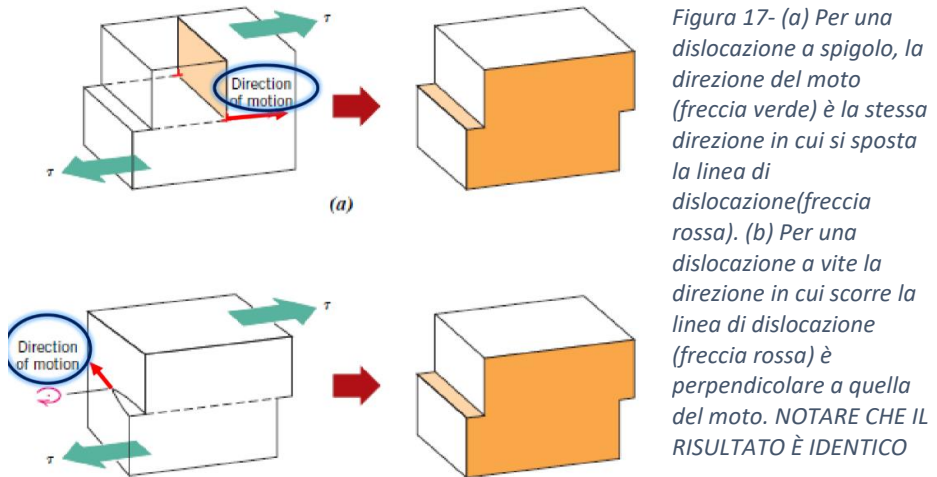


- Perpendicolare alla linea di dislocazione per una dislocazione a spigolo;

La componente a vite delle dislocazioni miste è in grado di slittare su diversi piani. La dislocazione a vite ha una possibilità più alta di slittare su diversi piani.

In entrambi i casi la direzione di slittamento è parallela al vettore di Burger. Pertanto, indica sempre la direzione di slittamento. È quindi chiaro che per una dislocazione mista il vettore di burger non sarà né parallelo né perpendicolare ma sarà lo stesso in tutti i punti lungo la linea della dislocazione.

Il risultato finale è sempre un gradino di deformazione plastica sia per quella a vite che per quella a spigolo. Le linee di dislocazione possono anche essere delle linee chiuse (Figura precedente). La dislocazione mista nel superare l'ostacolo cambia la direzione di slittamento cercando la via più facile e sarà quindi ora un po' più a spigolo, ora un po' più a vite.



esercizio: CALCOLO DELL'ENERGIA PER UNA DISLOCAZIONE A VITE

Slittamento (deformazione) in sezione anulare di raggio r e spessore dr, immaginando $b \ll 2\pi r$

$\frac{b}{2\pi r} = \text{tg } \gamma \approx \gamma$

$E_{VITE} \approx Gb^2l$

$dV = 2\pi r l dr$ $\tau = G \cdot \gamma$

$\text{tg } \gamma \sim \gamma = \frac{b}{2\pi r}$ per $\gamma \rightarrow 0$

$\frac{dE}{dV} = \frac{1}{2} \tau \gamma = \frac{1}{2} \tau \frac{b}{2\pi r}$

~~$\frac{dE}{2\pi r l dr} = \frac{1}{2} \tau \frac{b}{2\pi r}$~~

Stress / strain

linear elasticity

Real curve

Core region

E_0

r_0

$dE = \frac{1}{2} G \cdot \frac{b}{2\pi r} \cdot b \cdot l \cdot dr = \frac{Gb^2l}{4\pi} \cdot \frac{dr}{r}$

$\int_0^E dE = \frac{Gb^2l}{4\pi} \int_0^R \frac{dr}{r}$ NO HOOK E NEL CENTRO SPEZZO L'INTEGRALE $\rightarrow \int_0^{E_0} dE + \int_{E_0}^E dE = \int_0^{r_0} f(r) dr + \frac{Gb^2l}{4\pi} \int_{r_0}^R \frac{dr}{r}$

$\rightarrow \cancel{E_0} + E - \cancel{E_0} = E_0 + \frac{Gb^2l}{4\pi} \ln\left(\frac{R}{r_0}\right)$ ASSUMO $\ln\left(\frac{R}{r_0}\right) \approx 4\pi$

$E = E_0 + \frac{Gb^2l}{4\pi} \cdot 4\pi \rightarrow E = \frac{Gb^2l}{10} + Gb^2l \approx Gb^2l$

\hookrightarrow HP $E_0 = 10 \times E$

$b_2 = \frac{b_1}{2 \cos 30^\circ} = \frac{b_1}{\sqrt{3}} = b_3 \rightarrow b_1^2 > (b_2^2 + b_3^2) = \frac{2}{3} b_1^2$ energeticamente notiamo che si scompone in due dislocazioni parziali! Così facendo crea un effetto locale di impilaggio (simile alla struttura della EC). Si ha quindi una dislocazione estesa. L'effetto è riassunto nella seguente Figura

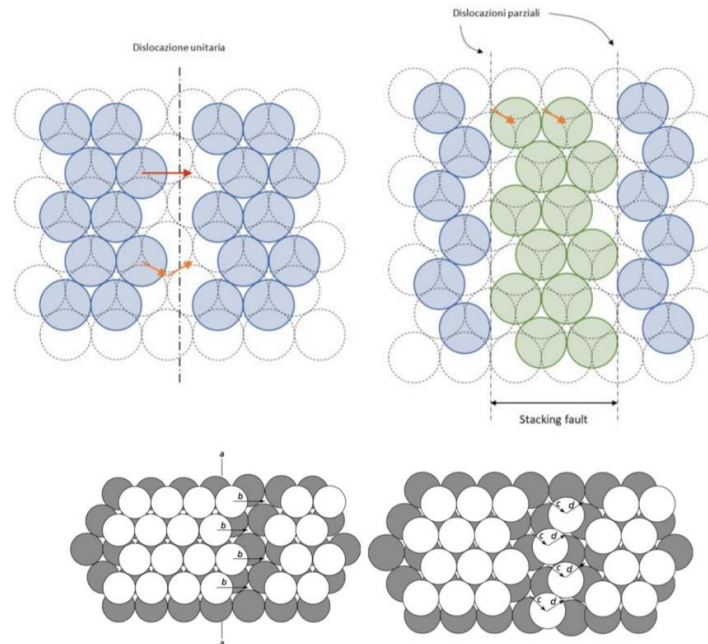
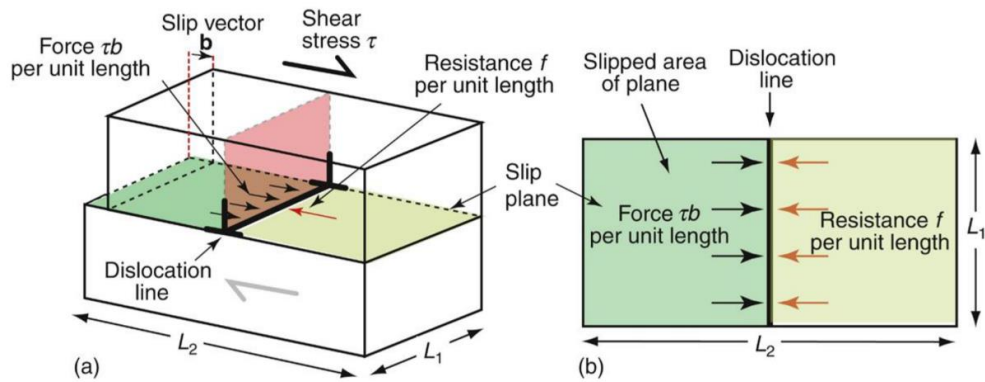


FIG. 4.22 A total dislocation (edge orientation) in a face-centered cubic lattice as viewed when looking down on the slip plane
 FIG. 4.23 Partial dislocation in a face-centered cubic lattice

FORZE AGENTI SULLA DISLOCAZIONE

È importante andare a definire una correlazione tra la forza che agisce su una dislocazione, che la fa slittare, e la resistenza che il mio reticolo cristallino oppone. Se sollecito meccanicamente genero una τ che fa slittare la dislocazione. Se sulla dislocazione agisce una forza, essendo applicata alla linea di dislocazione, avrà unità N/m. Se la forza fa slittare la dislocazione di uno step viene prodotto un lavoro che è dato dalla forza per lo spostamento.



Quindi: La forza che agisce sulla dislocazione è pari allo sforzo di taglio per il vettore di Burger. F la forza per unità di lunghezza della linea di dislocazione L_1 [N/m]. A questa forza si oppone quella di resistenza del reticolo f . Quindi la sollecitazione di taglio deve vincere l'attrito intrinseco del materiale e deve superare il rapporto f/b . Infatti, uguagliando il lavoro che prova a fare lo spostamento e il lavoro della forza di attrito si trova:

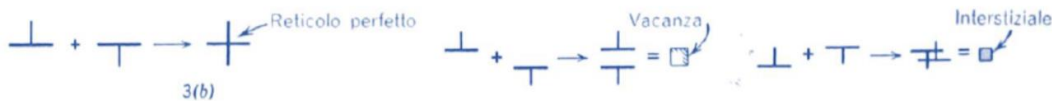
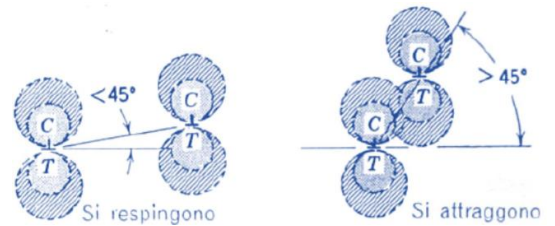
$$W = Fb = \tau L_1 L_2 b \quad \text{deve essere maggiore di} \quad W = f L_1 L_2$$

Da cui si ottiene uguagliando $tb = f \rightarrow \text{per } \tau > \frac{f}{b} \text{ la dislocazione si muove}$

RICOMBINAZIONE DELLE DISLOCAZIONI

Si possono ricombinare se le sto facendo muovere o se le sto scaldando. Possono dare una ricombinazione perfetta e ottenere un piano intero (ad esempio due a spigolo una positiva e una negativa perfettamente allineate) oppure dare le combinazioni in Figura, questo meccanismo non porta statisticamente alla generazione di vacanze e interstiziali perché appena si formano vanno ad annichilirsi a vicenda. Ma nella realtà non si incastrano mai così perfettamente. Tenderanno a:

- Respingersi se l'angolo è basso, prevale la sovrapposizione delle compressioni;
- Attrarsi se l'angolo è grande, prevale se le zone che entrano in contatto sono sottoposte a sollecitazioni contrarie;



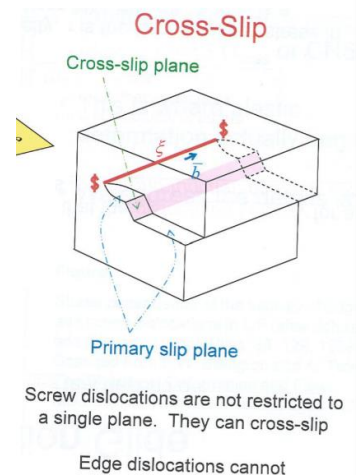
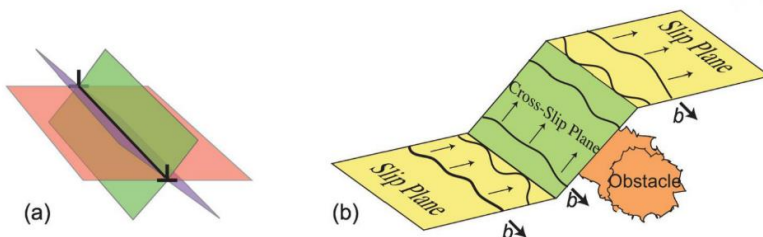
MOVIMENTO DELLE DISLOCAZIONI

GLIDE: scorrimento delle dislocazioni che provoca una deformazione plastica del materiale. Lo slittamento avviene sui piani di massima compattazione. In particolare:

- a spigolo movimento parallelo alla direzione dello sforzo;
- a vite: movimento perpendicolare alla direzione dello sforzo.

CROSS SLIP per dislocazioni a vite (hanno più piani di slittamento, se incontrano ostacolo cambiano piano di slittamento). Attivo anche a bassa T. La linea di dislocazione (piano rosso), salta su un altro piano compatto, ma può anche avvenire su un piano non compatto.

$$E_{VITE} = \frac{2}{3} E_{CUNEO}$$



In successione sarebbe: gliding → cross slip per superare l'ostacolo → di nuovo gliding

DENSITA' DELLE DISLOCAZIONI

Ci sono delle tolleranze da rispettare e di solito non si vuole una deformazione plastica. Le dislocazioni dipendono dalla storia termo-meccanica del materiale. Lunghezza totale di dislocazioni per unità di volume o numero di dislocazioni che intersecano un'area unitaria di una qualsiasi sezione. [cm^{-2}]

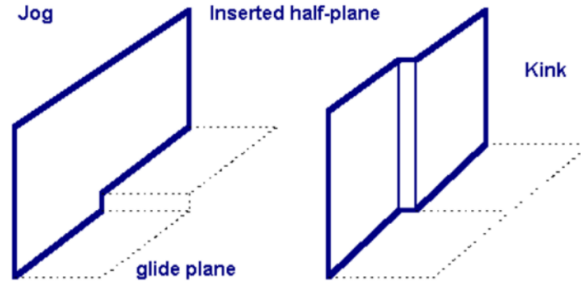
- ✓ Monocrystallo perfetto 10^2 - 10^3 cm^{-2}
- ✓ Materiale non incrudito 10^6 - 10^7 cm^{-2}
- ✓ Materiale fortemente incrudito 10^{10} - 10^{12} cm^{-2}

Incrudimento: foreste di dislocazioni (molte linee di dislocazione che si intersecano). Nella maggior parte dei casi le applicazioni in cui vorremo lavorare sono quelle in campo elastico.

CLIMBING

Meccanismo attraverso il quale la dislocazione durante lo slittamento può superare un ostacolo senza cambiare il piano di slittamento; quindi, il superamento è utilizzabile anche dalla componente a spigolo delle dislocazioni. Si parla di climbing positivo o negativo a seconda di che si accorci o si allunghi (sale o scende), attraverso le vacanze. Nel caso in Figura una vacanza in prossimità della dislocazione viene annichilita portando il semipiano su di un atomo, in pratica si sposta su un piano parallelo; oppure può scendere di uno e si genera una vacanza. Il climbing è dipendente dalla T, ed è più probabile e facilitato in presenza delle alte T perché la concentrazione delle vacanze all'equilibrio aumenta

kink = sono dislocazioni che proseguono sullo stesso piano di slittamento. Come si può vedere in Figura



DISLOCAZIONI E DEFORMAZIONI

Lo slittamento della dislocazione avviene su piani di atomi compatti in modo che ad ogni step di slittamento vadano ad occupare posizioni equivalenti. Immaginiamo di avere una simmetria compatta come in Figura e definiamo due quantità: la distanza di slittamento b e la distanza interplanare d .

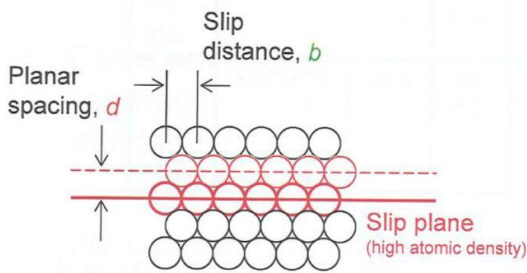


Figura 19 - piano compatto

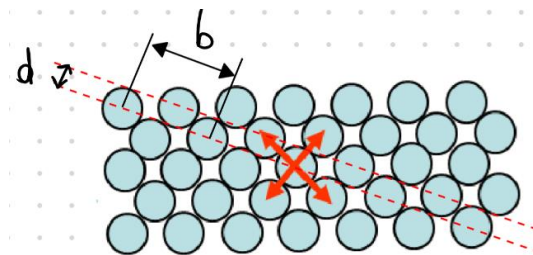


Figura 18 - piano non compatto

In una struttura compatta:

- b è piccolo
- d è grande

In una struttura non compatta (in Figura):

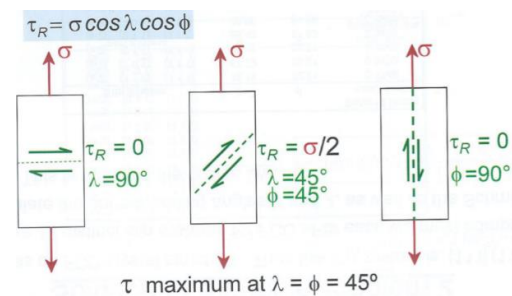
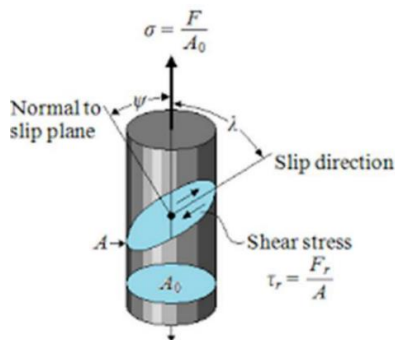
- b è grande
- d è piccolo

Se non ci sono piani compatti, agiscono sistemi di slittamento non compatti (es. CCC sono 48, di cui 12 più rappresentativi).

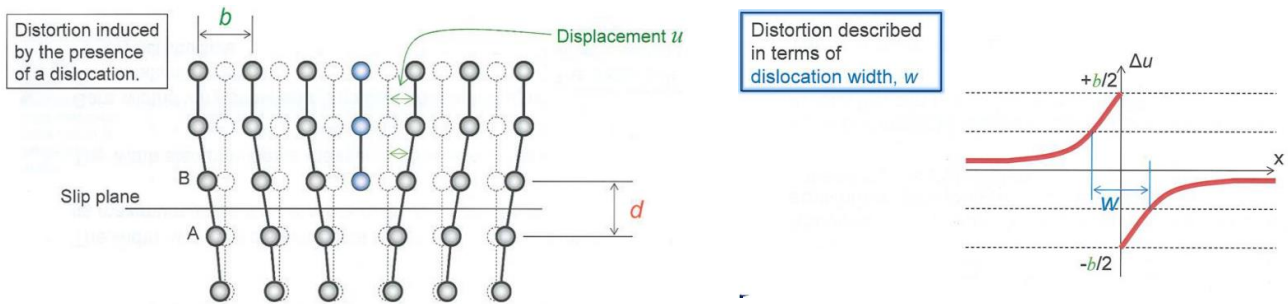
Componente di taglio di slittamento che si genera quando si esercita una forza di trazione o di compressione (legge di Schmidt):

$$\tau = \sigma \cos \lambda \cos \phi$$

$$\sigma_y = \frac{\tau_{crit}}{(\cos \phi \cos \lambda)_{max}} = 2\tau_{crit}$$

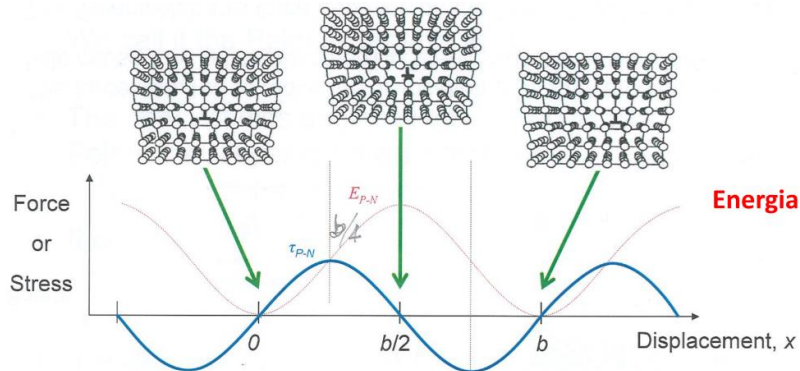


Per arrivare a questo risultato ho bisogno di fare alcune considerazioni. Se ho un piano aggiuntivo qual è la massima deformazione elastica che questa dislocazione può introdurre? Il massimo spostamento possibile per ogni atomo è $\pm b/2$ dal momento che, se si spostassero di più sarebbero già troppo vicini alla successiva posizione di equilibrio, pertanto, non rimarrebbe distorto il reticolo ma passerebbe alla successiva posizione di equilibrio.



Quindi la distorsione raggiunge il suo massimo quando diventa $\pm b/2$. Per convenzione si considera come w la distanza attraverso la quale si osserva una distorsione pari alla metà del Δu (spostamento) massimo, se il Δu massimo è $\pm b/2$, vado a prendere il numero di passi atomici per i quali osservo una variazione di $\pm \Delta u$ mezzi, cioè $\pm b/4$ (definizione intrinseca di w). (definizioni di w : matematica, visiva e intrinseca)

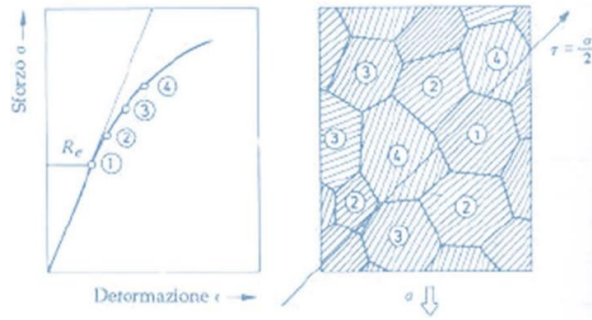
La dislocazione è caratterizzata da un'energia che viene minimizzata in posizioni precise, che vengono chiamate vallate di Peierls (Figura). Quindi la dislocazione nel suo percorso tenderà a posizionarsi lungo le vallate di Peierls, cioè nelle posizioni alle quali è associata un'energia inferiore. Visto che le dislocazioni sono miste e possono scomporsi, esse non



hanno il meccanismo schematico di propagazione rappresentato, ma andranno a zig-zag e saranno corte, per stare il più possibile nei punti di minimo e passare più rapidamente dai punti di massimo. Visualizziamo la distorsione solo dal punto di vista dell'energia elastica. Tutto quello che stiamo dicendo vale per i materiali metallici perché il legame è adirezionale e quindi devo solo preoccuparmi dei piani di slittamento, mentre nei ceramici i solidi ionici sono quasi indeformabili perché il loro carattere ionico impedisce a ioni di carica uguale di avvicinarsi e quindi di permettere la deformazione del materiale. Nei materiali che non hanno dislocazioni come i vetri (organici, ceramici, metallici) si ha deformabilità solo in campo elastico (non esistono difetti che possono scorrere perché non esiste un reticolo).

In merito al grafico in Figura: Perché nel grafico il materiale monocristallino è diverso dal policristallo?

Per il monocristallo il primo step (in giallo, easy gliding) in cui la curva ha un appiattimento, questo è dovuto a una deformazione importante con un incremento del carico contenuto. Ciò avviene perché partono le dislocazioni sui piani favoriti, che in un monocristallo sono tutti paralleli; quindi, iniziano a slittare senza intersecarsi. Quando poi queste hanno slittato si attiveranno dislocazioni anche su piani meno favoriti, a questo punto le dislocazioni iniziano a intersecarsi e moltiplicarsi ed entrando così nella zona di multiple glide (in blu) ed è in questa fase che il materiale effettua il cosiddetto work-hardening (incrudimento). Quindi per produrre una deformazione importante ho bisogno di aumentare parecchio la τ necessaria (aumenta molto la pendenza della curva). Infine, posso avere grazie al cross-slip un'ulteriore deformazione plastica e quindi nella zona di recovery (rossa) avrò un appiattimento ulteriore della curva. La curva tratteggiata rappresenta il caso di un materiale monocristallino ideale (esente da dislocazioni), pertanto per far partire la dislocazione devo aumentare ulteriormente il carico nella prima zona (stage 1).



In Figura si nota una rappresentazione del fattore di Schmidt riguardo allo slittamento di grani orientati più o meno favorevolmente. Il grano 1 è orientato già a 45° quindi sarà il primo che inizierà a slittare poi 2, 3 e 4. L'effetto dei grani adiacenti però va tenuto in considerazione. I grani si deformano per gruppi di grani e quindi il carico di snervamento in un policristallino è sempre più elevato.

CFC, 12 SISTEMI DI SCORRIMENTO

STRUTTURA	Metal	Purity	Critical Resolved Shear Stress MPa	PIANO DI SCORRIMENTO DIREZIONE DI SCORRIMENTO	NUMERO DI SISTEMI DI SCORRIMENTO
CFC	Cu*	99.999	0.63	{111} <110>	4 × 3 = 12
		99.98	0.94		
Cu, Al, Ni, Pb, Au, Ag, γFe, ...	Ag†	99.999	0.37		
		99.99	0.48		
		99.97	0.73		
		99.93	1.3		
	Au‡	99.99	0.91		
	Al§	99.996	1.02		
	Ni	99.8	5.7		

La τ_{P-N} appartiene al mondo dei cristalli perfetti, non considerando difetti. Quindi le τ_{P-N} crescono al diminuire del grado di purezza del materiale, perché i difetti rappresentano un ostacolo al movimento.

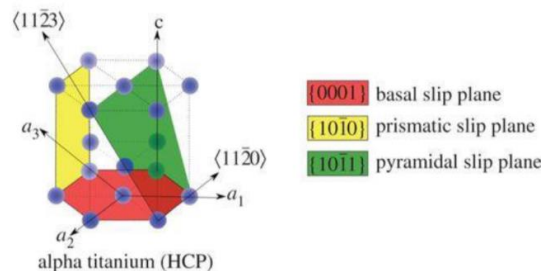
Chi slitta per primo? (tipica domanda a risposta multipla)

1. Il primo piano che slitta è un close-packed con direzione close-packed
2. Poi slitta non close-packed con direzione close-packed
3. Se slittamento è ostacolato si attivano anche piani meno compatti

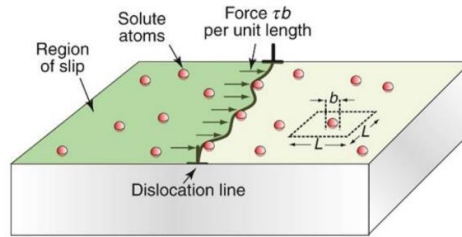
STRUTTURA	Metal	Purity	Critical Resolved Shear Stress MPa	DIREZIONE DI SCORRIMENTO	NUMERO DI SISTEMI DI SCORRIMENTO
CCC αFe, W, Mo, ottone β	Fe Mo	99.96	27.5 49.0	{110} <111>	6 × 2 = 12

Le CCC sono molto resistenti non hanno sistemi di slittamento primari ma hanno tante direzioni compatte e sistemi di slittamento quasi compatti; quindi, arrivano a carichi molto alti ma poi si deformano in campo plastico anche loro.

Per l'EC le tau di P-N sono basse, il numero di sistemi di slittamento è pari a 3, e in alcuni casi se aggiungo elementi in lega e se mi sposto verso T più elevate possono attivarsi anche in funzione del valore c/a possono attivarsi anche sul piano prismatico o piramidale.



RAFFORZAMENTO PER SOLUZIONE SOLIDA

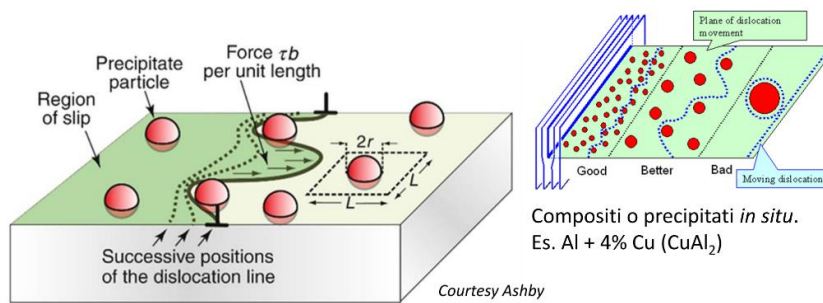


Se sto considerando un rafforzamento per soluzione solida, posso immaginare che un atomo abbia dimensione b (cioè pari al vettore di Burger) e quindi la sua concentrazione all'interno di un quadratino di lato L varrà:

$$c = \frac{b^2}{L^2} \text{ con } c = \text{concentrazione media di soluto}, L = \text{distanza ostacolo } L = \frac{b}{\sqrt{c}}$$

Quindi la tau diventerà: $\tau = \alpha \frac{Eb}{L} \rightarrow \tau_{SS} = \alpha E \sqrt{c}$

RAFFORZAMENTO PER PRECIPITAZIONE



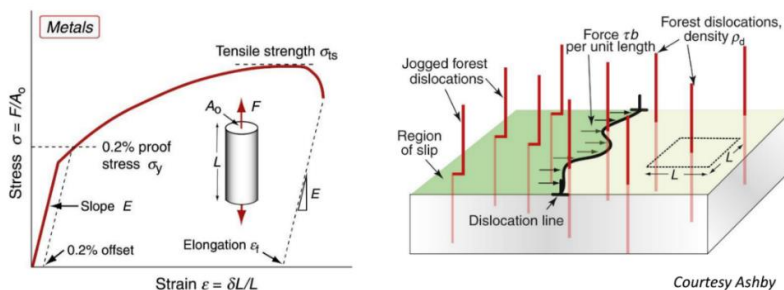
La seconda fase blocca la dislocazione col meccanismo visto nella dispensa §§4, fino a quando non supera il precipitato. Fletto la dislocazione in opposizione alla sua tensione lineare. Il raggio diventa sempre più stretto fino a valore minimo, dopodiché la dislocazione espande per sollecitazione inferiore. Configurazione critica: semicircolare.

$\Delta\tau = \frac{p}{Lb}$ ma in configurazione critica $p = 2T$ perché nel bloccaggio ci sono due tensioni ai capi quindi $T = \frac{\partial E}{\partial l} \approx Gb^2 \approx \frac{1}{2}Eb^2$

Quindi la $\tau_{PPT} = \frac{2T}{bL} \approx \frac{Eb}{L}$, più sono vicini ($< L$) i precipitati più rinforzo.

Nella progettazione di questo tipo di rinforzo bisogna tenere in considerazione che i precipitati non sono equamente distanti. Nel calcolo della tau da indicare al possibile progettista prendo sempre la massima distanza possibile tra un precipitato e l'altro (caso più sfavorevole) così sono tutelato: nella media le distanze dei precipitati saranno minori di quella massima che mi posso permettere.

RAFFORZAMENTO PER INCRUDIMENTO



$$\Delta\tau = \frac{p}{bL} \quad p = T = \frac{Eb^2}{2} \quad L = \frac{1}{\sqrt{\rho_d}}$$

$$\tau_{wh} = \frac{Eb}{2} \sqrt{\rho_d}$$

Nel caso d'incrudimento non uso un pinning = 2T. Considero la dislocazione avente dimensioni di un puntiforme su una linea: cioè, non è grossa come un precipitato, ma agisce più similmente ad un atomo di soluto. Da questo (atomo di soluto) differisce perché è come se fosse presente lungo una linea di atomi e non solo in un punto (come si vede in Figura si ottiene una foresta di dislocazioni ed esse rafforzano proporzionalmente alla radice della loro densità).

ESERCIZI VARI

1) Lega Al policristallina che contiene precipitati duri di diametro $10^{-7}m$ con distanza media centro-centro = di $6 \times 10^{-7}m$

$E = 70GPa$

$b = 0.286nm$

Contributo precipitati a σ_y ?

$$\tau_{ppt} = \frac{E \cdot b}{L}$$



$L = d - 2r$

$L = 5 \times 10^{-7}m$

$$\tau_{PPT} = \frac{70 \times 10^9 \times 0.286 \times 10^{-9}}{5 \times 10^{-7}} = 4 \times 10^7 = 40MPa$$

2) Ho un cubetto Al 1cm lato , $b = 0.286nm$, $\rho_d = 10^8 mm^{-2}$, $E = 70GPa$

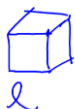
↳ INCRUDIMENTO

Ho set di dislocazioni **parallele**, si calcoli:

a) Lunghezza totale dislocazioni

b) Distanza tra le dislocazioni

c) Contributo delle dislocazioni alla σ_y del materiale



$l = 1cm$

$b = 0.286nm$

$\rho_d = 10^8 mm^{-2}$
 $= 10^{10} cm^{-2}$

$E = 70GPa$

$V = (1cm)^3 = 1cm^3$

$$\tau_{WR} = \frac{E \cdot b}{2} \sqrt{\rho_d}$$

• lunghezza totale = $\rho_d \cdot 1cm^3 = 10^{10} cm = L$

• distanza tra le dislocazioni : $N_L = \frac{1}{\rho_d} = 100nm$

• $\tau_{WR} = \frac{70 \cdot 10^9 Pa \cdot 0.286 \cdot 10^{-7} cm}{2} \cdot \sqrt{10^{10} cm^{-2}} = 10.01 \cdot 10^2 \cdot 10^5 Pa = 10.01 \cdot 10^7 Pa$

3) f_i Cu (FCC) piccola.

Con 10% Ni ho $\sigma_y = 150MPa$.

Quale σ_y avrò con il 20%?

$\tau_{SS} \approx \sqrt{C}$

$C_1 = 10\% Vol$

$C_2 = 20\% Vol$

$\sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \propto \sqrt{2}$

$\sigma_y \approx 212MPa$

4) Un composito a matrice metallica (Al) è rinforzato con particelle dure di SiC a una

distanza media di 3 micron (L) e ha $\sigma_y = 180MPa$

Se si realizzasse un composito con $L_2 = 2 micron$ che σ_y ci potremmo aspettare?

$\tau_{ppt} = \frac{Eb}{L}$

$\tau_{3\mu m} \cdot L_{3\mu m} = \tau_{2\mu m} \cdot L_{2\mu m} \rightarrow \tau_{2\mu m} = \tau_{3\mu m} \cdot \frac{3}{2}, \sigma_y = 270MPa$

QUESTA PAGINA È INTENZIONALMENTE LASCIATA IN BIANCO

energeticamente favorevoli con punti di contatto minimizzati (che si ottiene appunto se fossero tutti esagoni). n.ro facce < 6: superfici concave n.ro facce > 6 superfici convesse. Quindi grani con più facce tenderanno a mangiarsi grani con meno facce perché energeticamente favoriti. La f.e.m per la crescita del grano sarà dunque la riduzione del rapporto superficie/volume.

Gli scienziati si chiesero a lungo come faceva il materiale a stare insieme, anche perché i bordi di grano rappresentano un percorso preferenziale per l'espansione di una cricca, inoltre il disallineamento tra un grano e l'altro risultava elevato. Sono stati definiti i bordi di grano ad alto e basso angolo per spiegare ciò.

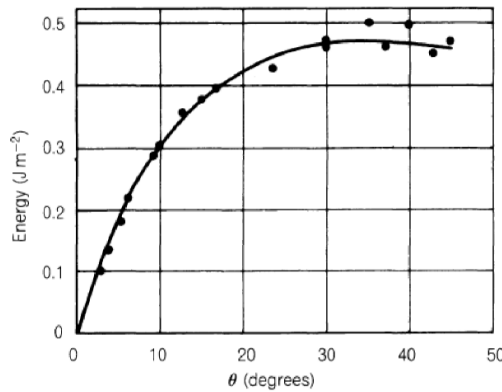
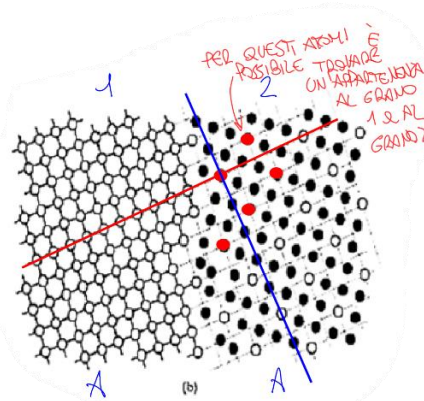
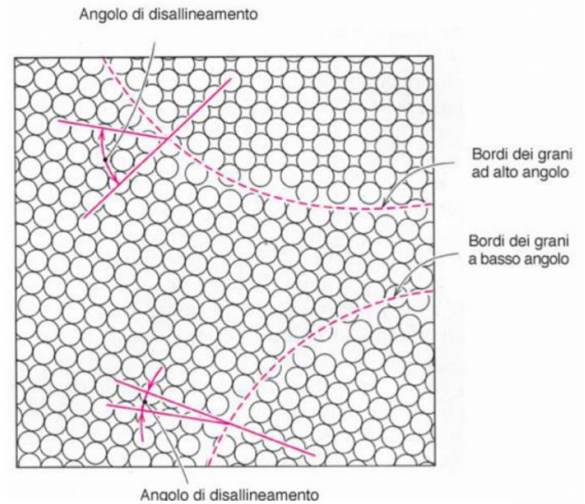
MODELLO A BASSO E ALTO ANGOLO

Questo disallineamento e spazi vuoti è stato giustificato come una serie di dislocazioni a spigolo che provocano questo disallineamento. BDG è una superficie:

- BDG a basso ANGOLO $\theta < 36,9^\circ$ (molta continuità);
- BDG ad ALTO ANGOLO $\theta > 36,9^\circ$;

In realtà la rappresentazione più moderna è basata sul MODELLO DI DENSITA' DI COINCIDENZA. In pratica si possono andare a identificare una serie di atomi che appartengono a entrambe i grani.

Densità di coincidenza: ogni quanti atomi ce ne è uno che appartiene all'altro reticolo. Al crescere dell'angolo aumenta energia associata al bordo di grano.



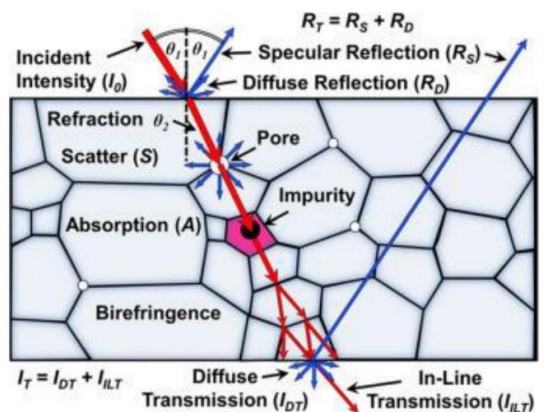
Modello energetico.
Grossa variazione fino a $10^\circ-15^\circ$

Se al bordo di grano aumento l'energia avrò: ingrossamento del grano, sferoidizzazione e ingrossamento delle altre fasi sempre con l'obiettivo di minimizzare il rapporto area/volume.

Andremo a definire la grana cristallina in modo normalizzato, secondo due nomenclature: o ASTM (americana) o del sistema internazionale (europea). Come si può osservare la grana cristallina? Al microscopio elettronico, dopo la lucidatura, si esegue l'attacco acido del campione che crea dei piccoli solchi in modo che i bordi di grano possano essere individuati con più facilità.

I BG non sono solo importanti per le proprietà meccaniche ma anche per quelle ottiche: ogni onda elettromagnetica subisce scattering per dimensione di difetti (il termine 'difetti' è generico quindi non solo BG, ma anche ad esempio porosità come negli hydrogel) simili alla sua lunghezza d'onda (300-800 nm) e quindi otticamente il materiale risulta opaco; invece, per dimensioni inferiori ai 300-800 nm, la luce non subisce scattering (trasparenza). In pratica per avere un materiale trasparente alla luce visibile posso prendere due strade:

- Materiale policristallino a grana finissima;
- Materiale monocristallino (assenza di BG);



I geminati si formano in seguito a:

- ✓ ANNEALING TWIN: I processi di ricottura e ricristallizzazione (che sono dei trattamenti termici e che quindi apportano una particolare mobilità agli atomi), in particolare in strutture compatte FCC, possono portare alla formazione di geminati.
- ✓ DEFORMATION TWIN: per incrudimento, con τ elevato, tipico di simmetrie con pochi sistemi di slittamento non primari come le BCC (cioè CCC) e HCP.

Abbiamo visto vari meccanismi per aumentare la deformazione plastica del materiale (come pinning, gliding, slipping...), in aggiunta a questi si possono utilizzare anche i geminati. Noi ci concentreremo più sul secondo tipo (DEFORMATION TWIN), in modo analogo al processo di slittamento delle dislocazioni dove avevamo definito una τ di P-N più i vari contributi aggiuntivi, in questo caso andremo a definire una τ di twinning quindi una tensione tangenziale associata al meccanismo di deformazione per geminazione. Normalmente lo sforzo tangenziale che è richiesto per produrre una deformazione plastica per geminazione è superiore a quello richiesto per far slittare una dislocazione: $\tau_{TWIN} > \tau_{SLIP}$. Pertanto, il twinning non subentra dal momento che le dislocazioni iniziano a muoversi prima (τ più piccola). Bisogna però fare delle considerazioni sui due meccanismi in base alla T:

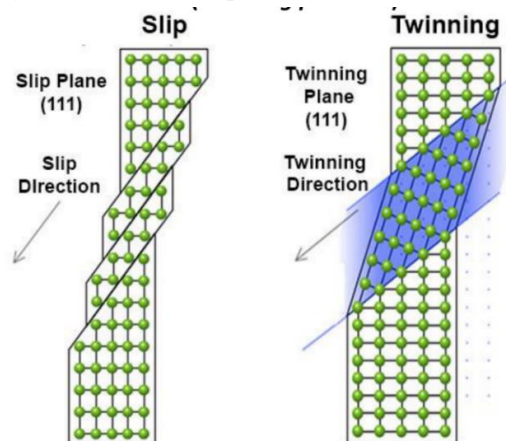
- Per la τ di P-N: dipende fortemente dalla T. Se aumento T \rightarrow diminuisce G (perché diminuisce E che è legato alla molla di legame), aumenta W (distanza interplanare). E quindi data la formula della τ di P-N
$$\tau_{PN} = G * e^{\frac{-2\pi W}{b}}$$
 (andamento esponenziale negativo) essa diminuirà all'aumentare della T.
- Per il twinning: la τ di geminazione non è minimamente affetta dalla T.

Quindi a T basse la τ di P-N aumenta, mentre la τ di twinning rimane costante. In pratica a T basse i due processi potrebbero avere τ simili e quindi entrare in competizione, in questo caso allora la τ dei geminati può avere la sua importanza.

Altre differenze:

- Lo slipping: è un processo graduale dove la dislocazione slitta atomo dopo atomo e se raggiunge la τ di slipping avrò tantissime dislocazioni \rightarrow la deformazione finale sarà importante.
- La τ di twinning si comporta in modo opposto. Di colpo avviene la geminazione, gli atomi si spostano tutti insieme, il fenomeno si ha solo in poche zone del materiale \rightarrow deformazioni piccole.

Quindi dato che il twinning è istantaneo, oltre a entrare in gioco alle basse T, entrerà anche in gioco nel momento in cui ci sarà in poco tempo uno sforzo molto grande (come un'esplosione).



Inoltre, dato che nel materiale ogni fenomeno ne influenza un altro, nel momento in cui ho una deformazione per twinning, cambia l'asse del cristallo e possono diventare attivi anche altri sistemi di slittamento (non primari) e quindi si può avere una prosecuzione della deformazione plastica complessiva per slipping.

Visto che la geminazione interessa una piccola quantità di atomi e di materiali non ho un gran contributo energetico all'energia di distorsione. Il BG è molto più efficiente nel bloccare l'orientamento delle dislocazioni. Il geminato lo è in maniera molto inferiore (inoltre ce ne sono anche meno).

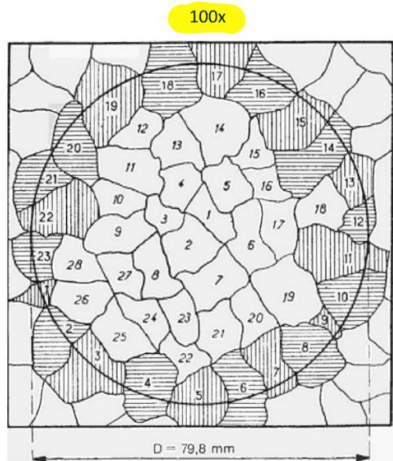
EURONORM (normativa internazionale): si definisce il numero di grani (N_{SI}) per mm^2 con un ingrandimento 1x. Poiché nella realtà è difficile vedere ad un ingrandimento 1x dovrò ingrandire e fare delle conversioni.

$$N_{SI} = 2^{n+3} \text{ dove } n = \text{taglia dei grani}$$

Per derivare n (che è solitamente l'incognita dato che N_{SI} è il dato di osservazione) si usano i logaritmi

n e G sono praticamente la stessa cosa quindi si può convertire da una all'altra.

ESERCIZIO 1



$$N_{SI} = 2^{m+3} \quad 100 \times$$

$$N_{ASTM} = 2^{G+1} \quad 1 \times$$

$$1 \text{ in} = 25.4 \text{ mm}$$

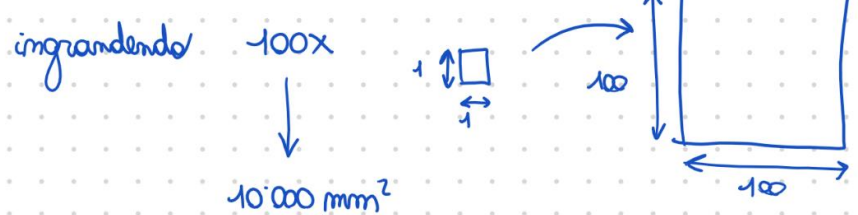
$$D_{IN} = \frac{79.8 \text{ mm}}{25.4 \text{ mm/in}} = 3.14 \text{ in}$$

$$AREA = \pi \frac{D^2}{4} = 5000 \text{ mm}^2 = 7.75 \text{ in}^2$$

$$N_{ASTM} = \frac{23/2 + 28}{7.75 \text{ in}^2} = 5.1 \frac{\text{grani}}{\text{in}^2}$$

$$G = \frac{\log 5.1}{\log 2} + 1 \Rightarrow G = 3.3 \text{ SECONDO ASTM}$$

$N_{SI} \rightarrow 1 \text{ mm}^2 \text{ } 1 \times$
 INGRANDIMENTO DI 10^5
 GRANI
 $79 \text{ grani } (39.5 \cdot 2) = N_{SI}$



$$m = 3.30 \quad G \sim m \quad \Delta \approx 0.05$$

Relazione costante tra N_{SI} e N_{ASTM} .

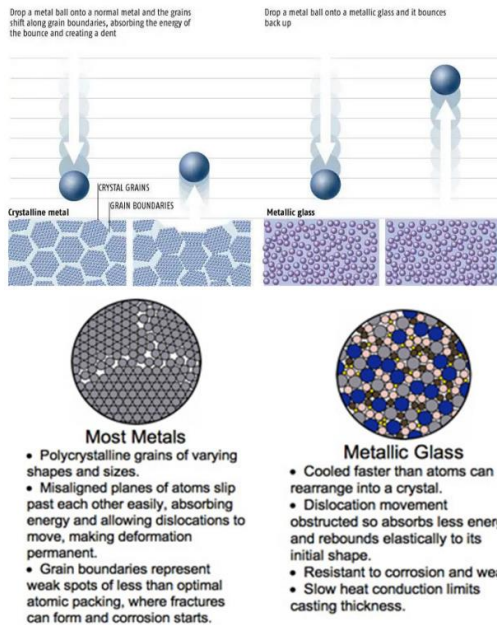
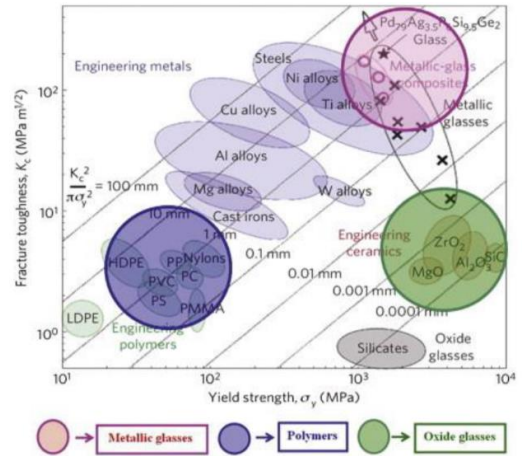
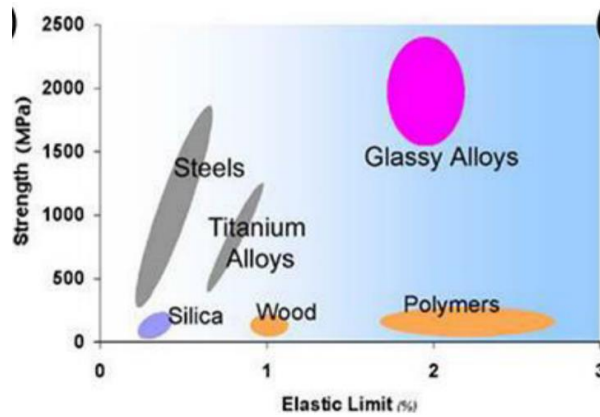
$$N_{ASTM} = 2^{G-1} \quad N_{SI} = 2^{m+3} \quad \frac{1 \times 1 \text{ mm}^2}{100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^2}$$

$$100 \times, 1 \text{ in}^2 = 25.4 \times 25.4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{N_{SI}}{N_{ASTM}} = \frac{(25.4)^2 \text{ mm}^2}{(100)^2 \text{ mm}^2} = 15.5$$

QUESTA PAGINA È INTENZIONALMENTE LASCIATA IN BIANCO

- Altissima accuratezza nella formatura (forme complesse)
- Proprietà magnetiche dolci



Importante esempio: una pallina metallica fatta rimbalzare su un matello cristallino perde molta più energia ad ogni rimbalzo. Questo è dovuto a una deformazione plastica da parte del materiale cristallino a carico dei bordi di grano, essi infatti rappresentano un difetto del materiale, e grazie a questa energia assorbita le dislocazioni possono muoversi.

Nel caso del vetro metallico non essendoci bordi di grano l'unica deformazione possibile è quella elastica; pertanto, la pallina perderà molta meno energia, le uniche perdite sono dovute agli attriti e al suono generato.

Applicazioni:

Liquid Metals Technology era un'azienda che commercializzava prodotti costosissimi, come mazze da golf e forbici. Il monopolio oggi non è più in mano a quest'azienda e sono arrivate altre applicazioni.

Dalla review (Figura) si vede che tra le tecnologie di produzione dei vetri metallici massivi c'è il Die casting molding. Il secondo è il metal injection molding. Sono spesso oggetti di piccole dimensioni. Precisioni dimensionali importanti, senza nessun bisogno di post processing e quindi con prezzi assolutamente competitivi con proprietà uniche che nessun

Summary of the characteristics and cost comparison of several production and processing techniques.

Technologies	Computer numerical control machining (CNC)	Metal injection molding (MIM)	Die casting molding of BMGs
Characteristics	Low consistency in the product shape caused by the cutting and wastage Time-consuming	Low dimension precision Reprocessing is necessary Uneven dimension caused by different cooling rate in different parts of the product Uneven microstructure and texture of the product	High dimension precision (An order magnitude higher than that of MIM) High consistency of the product Uniform microstructure and texture of the product Mirror-smooth surfaces One-step forming without any reprocessing process
Cost	High	Low around a half of that of CNC	Low and comparable to that of MIM

materiale policristallino potrebbe dare. Nel momento in cui a queste proprietà si abbina una produzione su larga scala

Material	Ordered	Periodic
Crystal	✓	✓
Quasicrystal	✓	✗
Amorphous	✗	✗

I quasicristalli icosaedrici (IQCs) sono tra le uniche strutture ad avere una cosa chiamata band gap fotonico, che definisce il range di frequenze fotoniche che possono passare attraverso il materiale. I band gap fotonici sono determinati dalla disposizione nello spazio del reticolo atomico. In altre parole, il fatto che un fotone rimanga intrappolato o no nel reticolo dipende dalla frequenza fotonica (misurata come una lunghezza d'onda) in relazione allo spazio tra atomi e il modo in cui questi sono organizzati (periodicamente, aperiodicamente, ecc...). Se la lunghezza d'onda cade nel range del band gap fotonico per quel determinato materiale, i fotoni non riusciranno a passare attraverso quella struttura. Quindi essere in grado di modificare i band gap fotonici significa poter manipolare le strutture atomiche in modo da rendere visibile il materiale solo attraverso determinate frequenze fotoniche. Un bel passo avanti per chi vorrebbe rendere le cose invisibili, cosa che in parte spiega il perché sia il dipartimento di difesa che l'esercito degli Stati Uniti finanzino la ricerca.

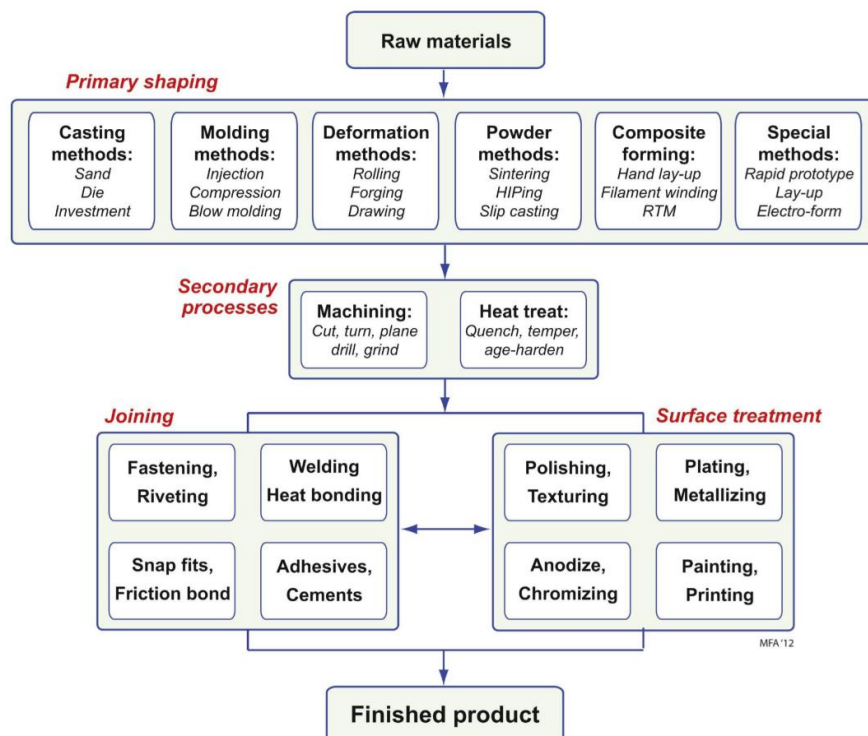
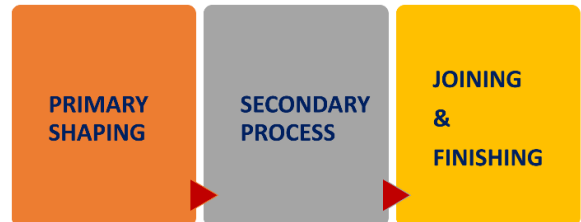
Ogni famiglia di materiali dentro ha un mondo, infatti, il database è enorme ed è quindi importante imparare a usarlo senza perdersi. Una volta selezionato il materiale ho una scheda con tutte le caratteristiche del materiale e tutte le tecniche di formatura che si possono utilizzare.

ALBERO DEI PROCESSI

Metodo per dare FORMA, SALDARE E RIFINIRE un materiale. La scelta del processo produttivo va fatta con attenzione e PER TEMPO, altrimenti costi molto aumentati.

Scegliere come fare un componente (specifiche del DESIGN):

- ✓ Proprietà richieste (materiale)
- ✓ Forma, dimensioni, tolleranze (processo & materiale)
- ✓ Quanti pezzi?

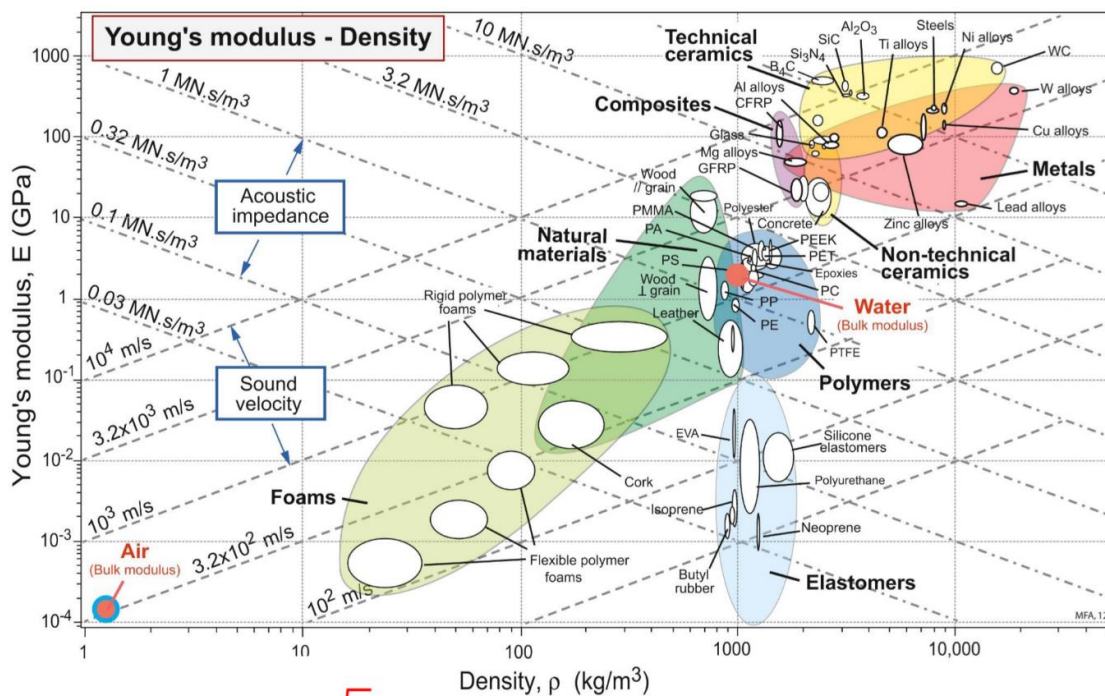


In questo schema sono presenti vari processi per i tre step produttivi (formatura primaria, processi secondari, joining e trattamento superficiale). Ovviamente tutti questi trattamenti non sono necessari in ogni caso, anzi ogni trattamento è un costo, quindi, bisogna valutare se ha senso farlo o no. Inoltre, bisogna chiedersi se i vari processi che portano alla finitura dei materiali vanno o no a modificare le proprietà del materiale stesso. Alcune volte sono evidenti, come la tempra di un vetro per migliorare la proprietà, altre volte sono più insidiosi, ad esempio, l'applicazione di un trattamento col fine di cambiare la forma del materiale finisce poi per cambiarne le proprietà!

Ad esempio, ci fu un problema nel settore dei materiali per le applicazioni biomediche. Lo stelo di una protesi d'anca si fa normalmente in lega di titanio ma per la testina che va a infilarsi nell'anca si usano solitamente dei materiali ceramici, perché durano circa 30 anni, mentre un metallo ne durerebbe 10. La Zirconia viene parzialmente stabilizzata con Ittria, nel momento in cui parte la cricca la fase tetragonale da stabile si trasforma in monoclina si ha quindi un'espansione del grano → il mio componente aumenta di volume e quindi la protesi si stabilizza. Ci fu riguardo a questo caso uno scandalo: dopo solo 12 mesi le protesi si rompevano in maniera catastrofica con spigoli vivi! Cosa succedeva? Perché questa Zirconia non andava bene? Non avevano pensato che i trattamenti andassero a cambiare le proprietà. Durante la sterilizzazione in autoclave a 134°C la Zirconia va incontro ad aging (l'autoclave è semplicemente un recipiente di sterilizzazione che realizza una pressione più bassa rispetto all'esterno e quindi si "auto-chiude", è spesso utilizzato per la sterilizzazione in ambito ospedaliero). Intorno ai 200°C la Zirconia stabilizzata con Ittria, dal momento che sono

L'indice I è la linea guida con cui vado a valutare l'ideoneità e la performance del mio materiale rispetto alle proprietà A e B, che può essere un rapporto o un prodotto. Se è un rapporto (come si evince dalla Figura) essendo A la mia y e B la mia x la pendenza sarà positiva cambia l'intercetta. Se è un prodotto avrò una pendenza negativa e al crescere dell'indice di merito andrò a prendere una retta spostata più in alto a destra.

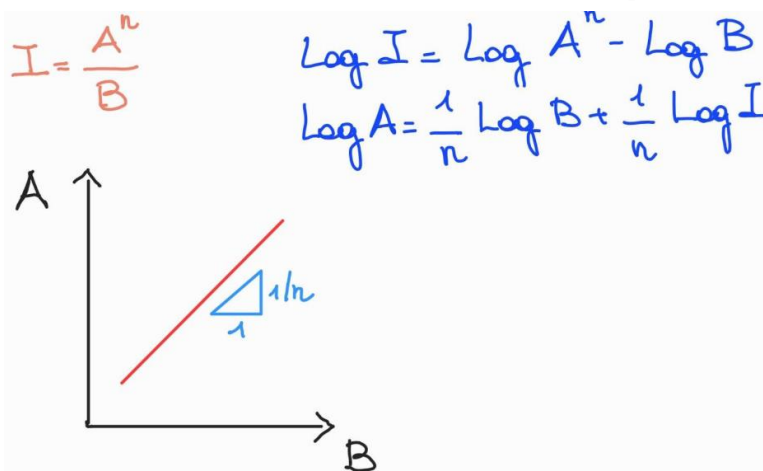
Ad esempio, il caso dell'impedenza acustica è riportato qui in Figura:



$$Z = \sqrt{\rho E} \quad v_A = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Bisogna fare attenzione all'esponente delle proprietà A e B nell'indice di merito in particolare:

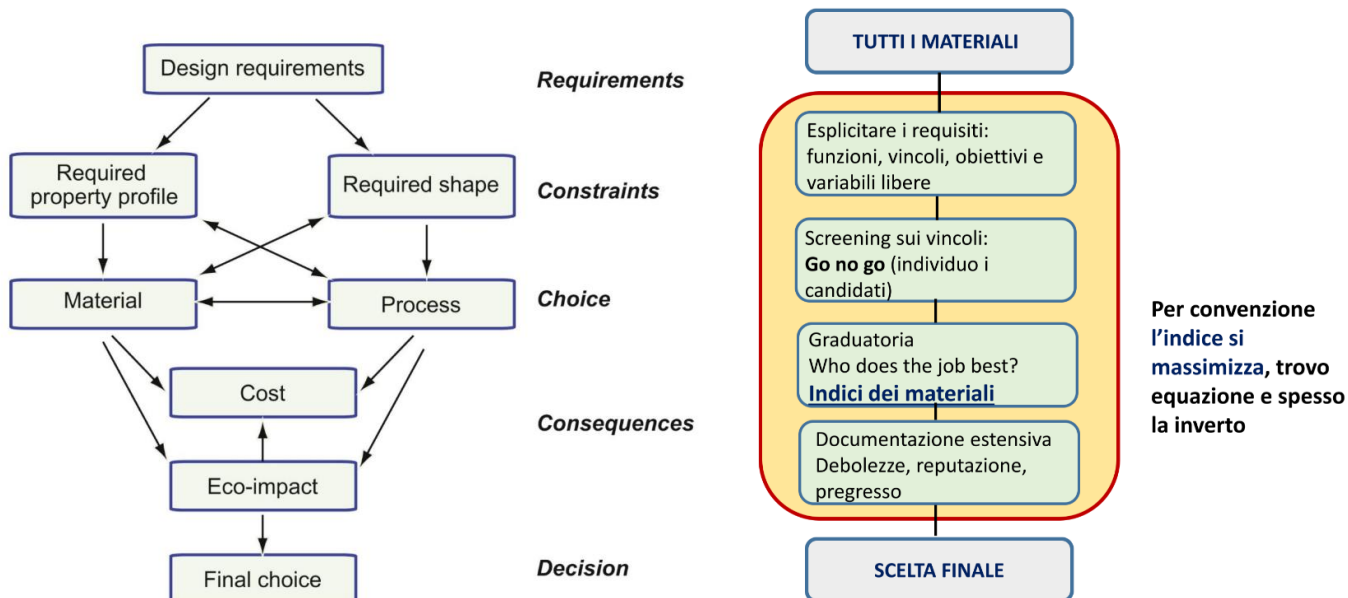
- Se l'esponente è uguale → l'inclinazione della retta è sempre 45°
Nel caso dell'impedenza acustica: $I = A \cdot B$ (Impedenza negativa). Le rette sono inclinate di 45° anche se ho la radice quadrata ma perché questa è applicata a entrambe le proprietà
- Se l'esponente è diverso → l'inclinazione non è 45° ma è 1/n dove n è l'esponente
Se l'esponente è diverso il fascio di rette ha inclinazione diversa. In particolare, 1/n dove n è l'esponente



Il RE-DESIGN è un altro settore in cui è richiesta la riprogettazione di materiali e può avvenire per mille motivi:

- Short-comings
- Riduzione costo
- Miglioramento performance
- Competitività
- Impatto ambientale...

I vincoli del design, i materiali e i processi interagiscono intimamente (a sinistra), schema di selezione del processo Ashby (a destra)



L'indice di merito si massimizza tramite il reciproco alla fine della selezione.

PUNTI SECONDO CUI AVVIENE LA SELEZIONE IN BASE AD ASHBY

FUNZIONI, VINCOLI, OBIETTIVI E VARIABILI LIBERE	
Funzione	Che cosa deve fare il componente?
Vincoli	Quali sono i requisiti inderogabili che il materiale deve avere?
Obiettivi	Quali aspetti devono essere massimizzati/minimizzati?
Variabili libere	Quali sono i parametri che l'Ing. dei Materiali può modificare liberamente?

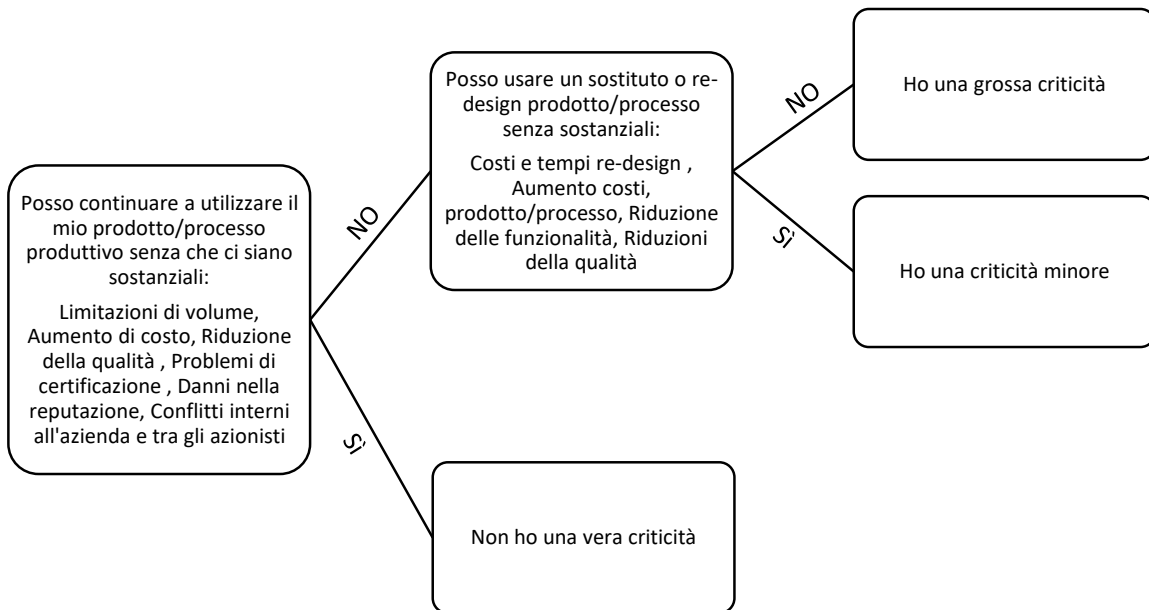
TIPICI VINCOLI	TIPICI OBIETTIVI
Raggiungere valore target di	Minimizzare
Rigidezza	Costo
Resistenza	Peso
Tenacità a frattura	Volume
Conducibilità termica	Impatto ambientale
Resistività elettrica	Perdita Q
Magnetic remanence	
Trasparenza ottica	Massimizzare
Costo	Storage energia
Peso	Flusso Q

Come posso massimizzare le prestazioni del dissipatore di Q?

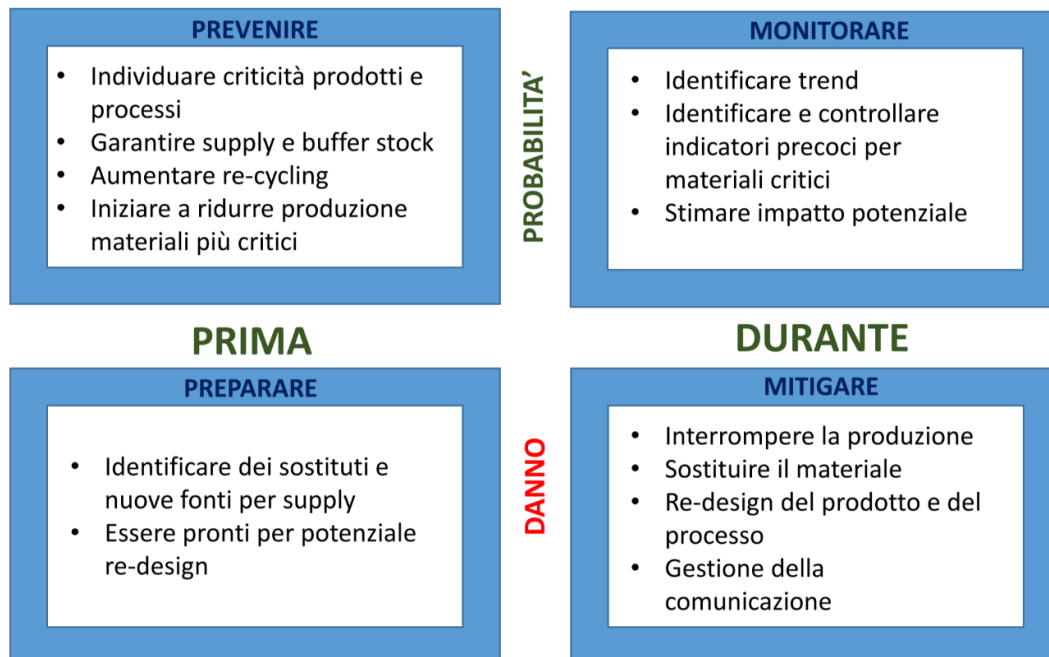
Funzione	Dissipatore	
Vincoli	Materiale deve essere un buon isolante elettrico	<i>Vincolo funzionale</i>
	T service > 200°C	<i>Vincolo funzionale</i>
	Dimensioni da progetto	<i>Vincolo geometrico</i>
Obiettivo	Massimizzare conducibilità termica	
Variabili libere	Scelta del materiale	

Design-limiting properties	
Screening	T_{max}
Screening	ρ_e
Screening	λ

COME GESTIRE UN'EVENTUALE CRITICITÀ

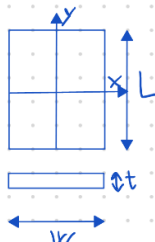


Come procedere in caso di criticità?



Importanza della sezione resistente: esempio del righello

Ho un righello in acciaio con
 $L = 300\text{mm}$, $w = 25\text{mm}$, spessore $t = 1\text{mm}$.
 Calcolare i momenti di Inerzia I_{xx} e I_{yy}

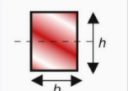
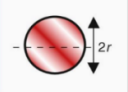
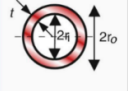
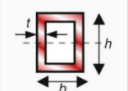


$$I_{xx} = \int_{-t/2}^{t/2} w x^2 dx = w \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-t/2}^{t/2} = \frac{w}{3} \left(\frac{t^3}{8} + \frac{t^3}{8} \right)$$

$$= \frac{w t^3}{3 \cdot 4} = \frac{w t^3}{12} = \underline{2.1 \text{ mm}^4}$$

$$I_{yy} = \frac{t w^3}{12} = \underline{1300 \text{ mm}^4}$$

Come si poteva dedurre il momento flettente avrà meno effetto se applicato attorno all'asse y piuttosto che all'asse x
MOMENTI DI INERZIA PRINCIPALI

Section shape	Area A m^2	Moment I m^4	Moment K m^4
	bh	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^3}{3} (1 - 0.58 \frac{b}{h})$ $(h > b)$
	πr^2	$\frac{\pi}{4} r^4$	$\frac{\pi}{2} r^4$
	$\pi(r_o^2 - r_i^2)$ $\approx 2\pi r t$	$\frac{\pi}{4}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx \pi r^3 t$	$\frac{\pi}{2}(r_o^4 - r_i^4)$ $\approx 2\pi r^3 t$
	$2t(h + b)$ $(h, b \gg t)$	$\frac{1}{6} h^3 t (1 + 3 \frac{b}{h})$	$\frac{2tb^2 h^2}{(b + h)} (1 - \frac{t}{h})^4$

RIGIDEZZA A FLESSIONE

$$\frac{M}{k} = EI = \text{RIGIDEZZA FLESSIONALE}$$

Alle sollecitazioni all'interno di una materiale in seguito all'applicazione di un momento contribuisce anche come queste forze sono distribuite all'interno del materiale a seconda dei vincoli:

Quindi una cosa è la distribuzione del carico, un'altra è la distribuzione del momento $M(x)$, queste sono strettamente correlate

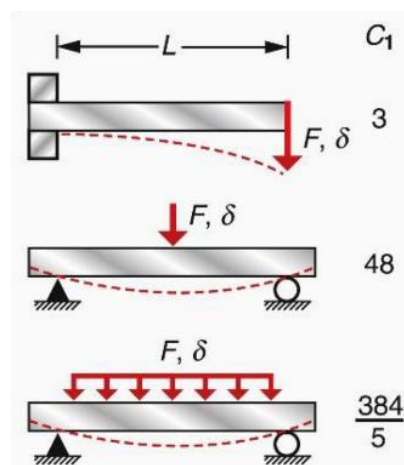
$$\frac{\sigma}{y} = \frac{M}{I} = Ek = E \frac{d^2 u}{dx^2}$$

Integro due volte la curvatura per un dato Momento e ottengo la massima freccia δ

$$S = \frac{F}{\delta} = \frac{C_1 EI}{L^2}$$

La rigidezza tiene conto di quanto quel componente si oppone al movimento **N.B.**

Questo risultato VALE per tutte le distribuzioni semplici di carico, varia solo C1 (che è una costante che dipende dal tipo di carico). Si può quindi lavorare sulla lunghezza del componente L , sul modulo di Young (E) oppure sul momento di Inerzia.

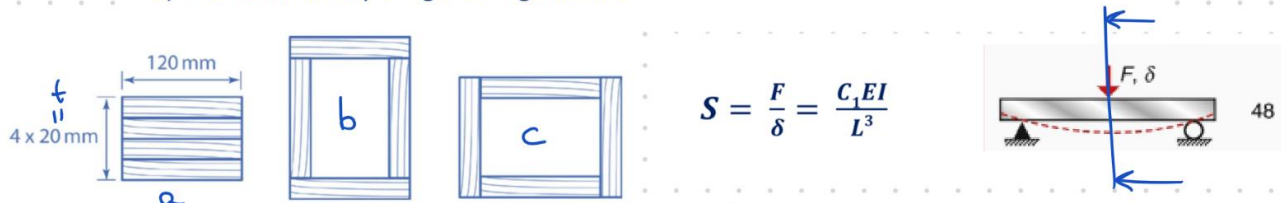


Trave composta da 4 tavole di legno incollate e inchiodate con le seguenti dimensioni.

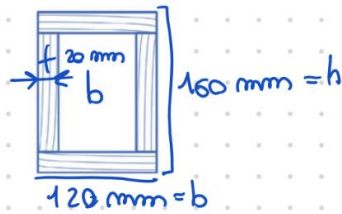
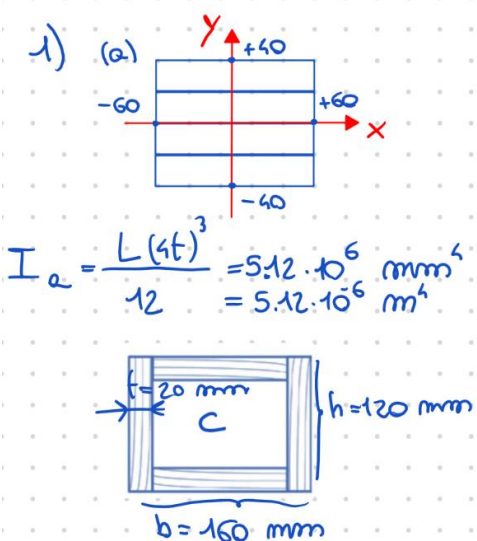
$L = 2\text{m}$

Spessore: 20mm, larghezza 120mm, $E = 10\text{GPa}$

- 1) Calcolare il momento di inerzia I per le tre configurazioni in figura
- 2) Calcolare la freccia centrale quanto sono vincolate agli estremi e caricate con carico centrale pari a $F = 1000\text{N}$
- 3) Determinare S per ogni configurazione

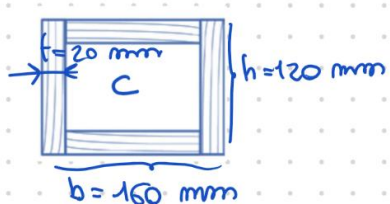


$$S = \frac{F}{\delta} = \frac{C_1 EI}{L^3}$$



$$I_a = \frac{L(4t)^3}{12} = \frac{5 \cdot 12 \cdot 10^6}{12} \text{ mm}^4 = 5.12 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_b = \frac{120 \cdot 160^3}{12} - \frac{80 \cdot 120^3}{12} = 29.44 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 = 29.44 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



$$I_c = \frac{150 \cdot 120^3}{12} - \frac{120 \cdot 80^3}{12} = 17.92 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 = 17.92 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

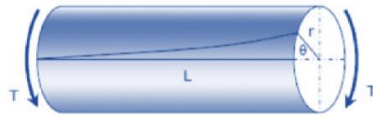
2) (a) $\delta_a = \frac{L^3 F}{48 EI_a} = \frac{2^3 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ N}}{48 \cdot 10 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot 5.12 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} = 3.25 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3.25 \text{ mm}$

(b) $\delta_b = \frac{L^3 F}{48 EI_b} = \frac{2^3 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ N}}{48 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot 4.437 \cdot 10^5 \text{ mm}^4} = 5.66 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0.566 \text{ mm}$

(c) $\delta_c = \frac{L^3 F}{48 EI_c} = \frac{2^3 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ N}}{48 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot 2.88 \cdot 10^5 \text{ mm}^4} = 9.30 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0.930 \text{ mm}$

3) $S_a = \frac{F}{\delta_a} = 3.1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{m}$ $S_b = \frac{F}{\delta_b} = 1.77 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{m}$

$S_c = \frac{F}{\delta_c} = 1.08 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{m}$

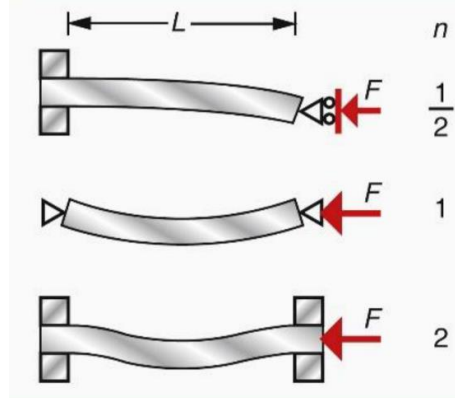


Barra ottone con sezione cilindrica, diametro 10mm, modulo di taglio $G = 40\text{GPa}$, $L = 200\text{mm}$, momento torcente = 10Nm. Angolo di torsione?

$$\frac{T}{K} = G \cdot \frac{\theta}{L} \quad K = J \quad J = \frac{\pi}{2} 0,005^4 = 0,98 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$\theta = \frac{TL}{G \cdot J} = \frac{10 \times 0,2}{40 \cdot 10^9 \cdot 0,98 \cdot 10^{-9}} = 0,051 \text{ rad} = 2,9^\circ$$

INSTABILITA' COLONNA ELASTICA

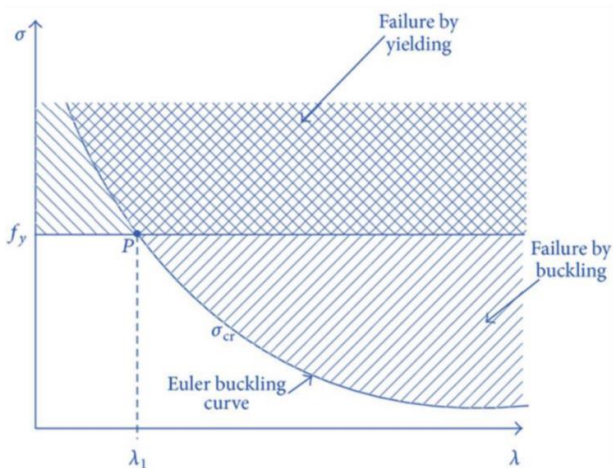


Per strutture sollecitate a compressione, dove l'asse di sollecitazione non coincide con l'asse baricentrico, si crea un momento flettente (sollecitazione di Bending).

$$F_{crit} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \text{ (carico critico di Eulero)}$$

n è il numero di semionde che realizza una trave per unità di lunghezza quando è sottoposta a bending, ad n si associano dei valori differenti e diventa via via più grande più la struttura è bloccata (infatti compare a numeratore quindi più n aumenta più F_{crit} aumenta perché l'elemento è più vincolato). Uso L della sezione resistente lungo l'asse in cui avviene il bending. $L \cdot F_{crit}$ è un carico applicato (carico di Eulero) che è un carico limite oltre al quale ho un cedimento per instabilità (buckling in inglese) per carico di punta elastico (bending). Il cedimento che si realizza è catastrofico e avviene all'improvviso (sono sufficienti piccoli disallineamenti), nella progettazione bisogna controllare di essere lontani da F_{crit} . Si può definire la snellezza di una struttura come segue:

$$\frac{L}{r} = \lambda \text{ detto coefficiente di snellezza}$$



Maggiore è la lunghezza a parità di sezione, e quindi maggiore è il rapporto tra la lunghezza e la sezione resistente, minore sarà la resistenza. In egual modo tenendo costante la lunghezza, al diminuire della sezione resistente aumenta il coefficiente di snellezza e quindi diminuisce il carico di Eulero e quindi minore sarà la resistenza.

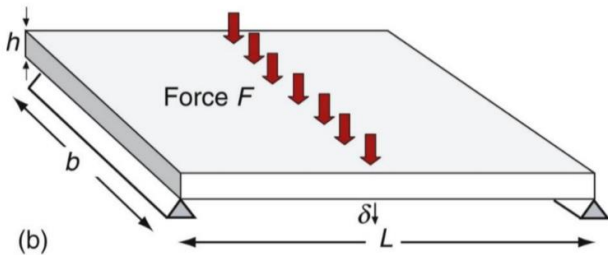
Quindi se sto al di sotto del carico di snervamento (f_y nel grafico a fianco) posso essere anche al di sotto del carico di Eulero e quindi mi trovo in una zona di sicurezza (zona non tratteggiata). Oppure al di sopra del carico critico di Eulero e allora la mia struttura andrà in contro a instabilità per carico di punta (buckling).

$$m = S * L_0^2 \frac{\rho}{E} \text{ da minimizzare}$$

L'obiettivo è minimizzare la massa ma dato che cerchiamo materiali per cui S ed L₀ non sono variabili libere dovremo tenere in considerazione ρ/E. Inoltre, intuitivamente noi riusciamo a ordinare in maniera più immediata materiali che massimizzino un valore piuttosto che minimizzarlo (è una convenzione: dal più grande al più piccolo); quindi, dovrò fare l'inverso di questo rapporto per ottenere l'indice di merito:

$$M_t = \frac{E}{\rho} \text{ Rigidezza specifica (INDICE TRAZIONE)}$$

Es. Pannello



FUNZIONE	PANNELLO
Vincoli	Rigidezza S* definita (funzionale) Lunghezza L e profondità b definite (geometrico)
Obiettivo	Minimizzare la massa
Variabili libere	Scelta del materiale Scelta dello spessore del pannello h

Analogamente al caso precedente per la definizione dell'indice di merito si seguono i seguenti passaggi:

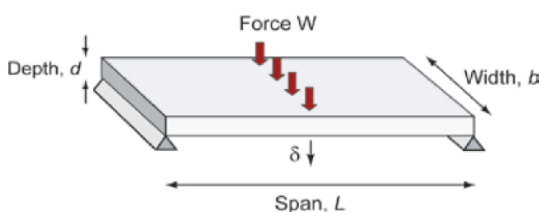
$$m = AL\rho = bhL\rho$$

$$S^* = \frac{C_1 EI}{L^3} \quad I = \frac{bh^3}{12} \quad \text{Sostituisco } I \text{ in } S^* \text{ e ricavo } h \text{ da sostituire in } m \quad m = \sqrt[3]{\frac{12S^*}{C_1 b}} bL^2 \frac{\rho}{\sqrt[3]{E}}$$

$$S^* = \frac{C_1 E}{L^3} \cdot \frac{bh^3}{12} \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{12S^* L^3}{C_1 E b}} = L \sqrt[3]{\frac{12S^*}{C_1 E b}}$$

$$m = b \cdot h \cdot L \cdot \rho \rightarrow m = b \cdot L \cdot \rho \cdot L \sqrt[3]{\frac{12S^* L}{C_1 b} \frac{1}{E}} \rightarrow m = bL^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{12S^*}{c_1 b} \cdot \frac{\rho}{\sqrt[3]{E}}} \rightarrow M_p = \frac{\sqrt[3]{E}}{\rho}$$

ESERCIZIO



Devo progettare un pannello per uno yacht. La sezione è rettangolare e sarà sollecitata a flessione come in figura. La lunghezza L e la larghezza b sono fisse, posso variare lo spessore d fino a un dato valore massimo. La rigidezza richiesta è determinata dalla massima deflessione consentita δ sotto carico centrale F. Valutare gli indici per minimizzare il peso.

FUNZIONE	PANNELLO PER YACHT
VINCOLI	Lunghezza L, e profondità b
OBIETTIVI	Minimizzare il peso
VARIABILI LIBERE	Spessore d fino ad un massimo

$$\phi = \frac{12I}{A^2} \rightarrow I = \frac{\phi A^2}{12} \rightarrow S^* = \frac{C_1 E \phi A^2}{12L^3} \rightarrow A = L^2 \sqrt{\frac{3LS^*}{C_1 E \phi}}$$

$$m = 2L^2 \rho \frac{1}{\sqrt{E\phi}} \sqrt{\frac{3LS^*}{C_1}} \rightarrow m \propto \frac{\rho}{\sqrt{E\phi}} \rightarrow M_I = \frac{\sqrt{E\phi}}{\rho}$$

Esiste un fattore di forma massimo per ogni materiale che dipende dalle proprietà intrinseche e dalla lavorabilità. Se voglio minimizzare il costo nelle formule precedenti a ρ sostituisco ρC_m dove C_m è costo al Kg. Devo tenere conto del costo complessivo in cui entrano anche tutti i costi di produzione (formatura, giunzione, finitura...). Analoghe considerazioni valgono per la torsione (cfr esercizio seguente).

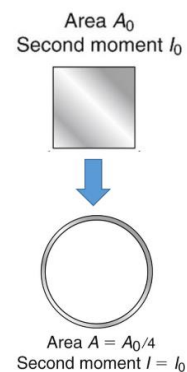
MATERIALE	FATTORE FORMA MASSIMO Φ_{max}
Acciai	64
Leghe Al	49
Compositi (GFRP, CFRP)	36
Legno*	9

(b) Nel caso in cui voglio mantenere lo stesso momento di Inerzia I ma cambiando la forma potrò risparmiare in massa. Infatti, il fattore di forma si correla in modo diretto col fattore di massa. Perché, se si osserva la formula ci si rende conto che l'estensione della sezione resistente è inversamente proporzionale all'inverso della radice quadrata del fattore di forma ovvero:

$$I = \frac{\phi A^2}{12} \rightarrow A \propto \frac{1}{\sqrt{\phi}}$$

Questo significa che, se ho un materiale che mostra un rapporto di forma molto elevato, come l'acciaio, posso ottenere lo stesso momento di inerzia I andando a ridurre la massa a 1/8 rispetto alla massa che avrebbe la medesima sezione resistente quadrata.

MATERIALE	Φ_{max}	RAPPORTO DI MASSA
Acciai	64	$\frac{1}{8}$
Leghe Al	49	$\frac{1}{7}$
Compositi (GFRP, CFRP)	36	$\frac{1}{6}$
Legno*	9	$\frac{1}{3}$

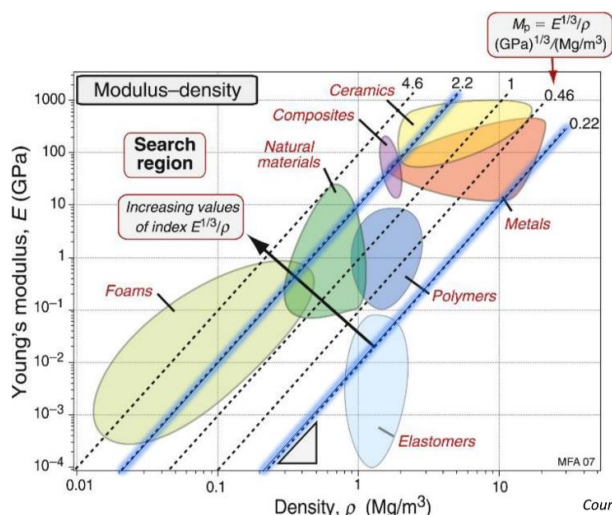


Esercizio in riferimento alla tabella sottostante

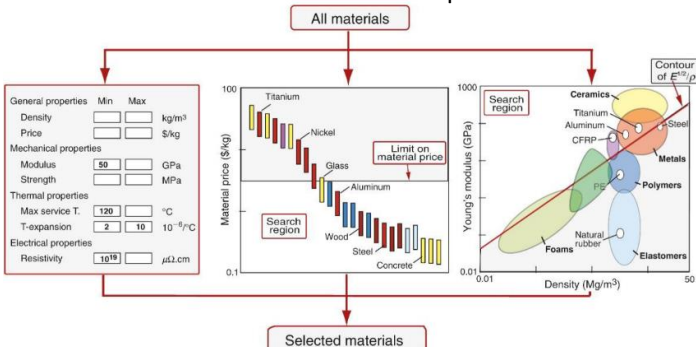
Candidati per una trave con obiettivo leggerezza e limiti di design nella rigidezza. Inizialmente trave quadrata ma con area variabili. L'indice di merito è $M_b = \frac{\sqrt{E}}{\rho}$

Quale sarà il miglior candidato? Se potessi modificare la forma, potrei migliorare la massa di un fattore di forma $\Phi^{-1/2}$. Il nuovo indice è $M_b = \frac{\sqrt{E\phi}}{\rho}$. Come cambierebbe il ranking?

Ad esempio, nelle leghe di alluminio il fattore di forma è più basso dell'acciaio ma la densità dell'alluminio è bassissima e quindi alla fine avrò un indice migliore nel caso dell'alluminio.



Ricordarsi che l'indice di merito genera sempre un fascio di rette parallele e la scelta della retta si fa in base al cut-off che mi è richiesto nel caso di studio specifico

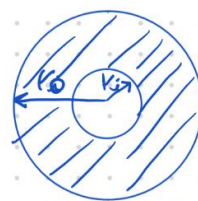
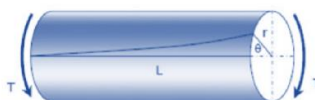


Quello che si può fare in flessione si può fare anche in torsione. Anche nella torsione si può ottimizzare la sezione resistente, per fare un esempio immaginiamo di mantenere la massa dell'esempio qui sotto riportato invariata, quindi variamo l'area applicando lo stesso momento torcente. Vediamo come varia l'angolo torcente:

TORSIONE

$$\frac{T}{\theta} = GK$$

Barra ottone con sezione cilindrica, diametro 10mm, modulo di taglio = 40GPa, L = 200mm, momento torcente = 10Nm. Angolo di torsione?



$$\frac{T}{K} = G \cdot \frac{\theta}{L} \quad K = J \quad J = \frac{\pi}{2} \cdot 0,005^4 = 0,98 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$\theta = \frac{TL}{G \cdot J} = \frac{10 \times 0,2}{40 \cdot 10^9 \cdot 0,98 \cdot 10^{-9}} = 0,051 \text{ rad} = 2,9^\circ$$

La stessa barra è modificata in un tubo cilindrico cavo con d_o = 25mm e stessa L (200mm). La massa è invariata. Si applica lo stesso momento torcente. Angolo torcente? Confrontare la rigidità torsionale con quella dell'esercizio precedente.

$$\pi R^2 = \pi (R_0^2 - R_i^2)$$

$$R_0 = \frac{d_o}{2}$$

$$R^2 = R_0^2 - R_i^2$$

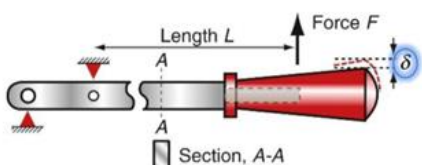
$$R_i = \sqrt{R_0^2 - R^2} = 11,5 \text{ mm}$$

$$J = \frac{\pi}{2} (R_0^4 - R_i^4) = 1,08 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$\theta = \frac{10 \cdot 0,2}{40 \cdot 10^9 \cdot 1,08 \cdot 10^{-8}} = 4,63 \cdot 10^{-3} \approx 0,27^\circ$$

Quindi anche in questo caso viene aumentato il momento di inerzia e l'angolo torcente nel caso cavo diminuisce, in particolare è quasi un decimo di quello pieno ($\theta_{cavo}/\theta_{pieno} = 1/10$).

Esempio dell'applicazione del cavatappi: leva modellizzata come piccolissima trave



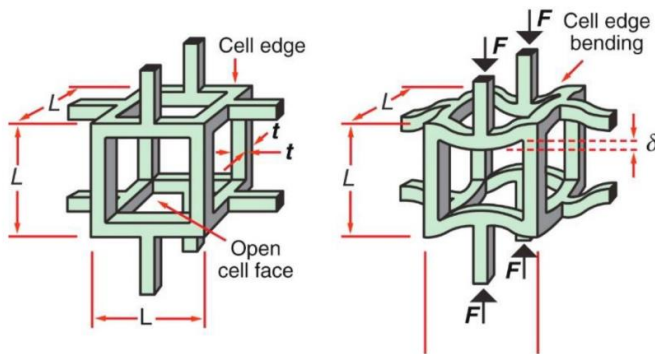
$$M_b = \frac{\sqrt{E}}{\rho}$$

FUNZIONE	Leva leggera (cfr trave leggera e rigida)
VINCOLI	Rigidità S* definita (funzionale) Non fragile (cadute accidentali) L definita (geometrico) Geometria sezione rettangolare (geometrico)
OBIETTIVO	Minimizzare la massa
VARIABILI LIBERE	Scelta del materiale Area della sezione resistente

AMMORTIZZATORI E SMORZATORI

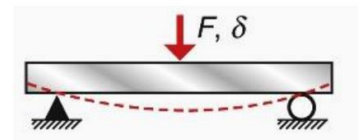
Abbiamo correlato le forze di legame con la rigidezza della molla di legame, poi con la dimensione degli atomi coinvolti e da qui avevamo concluso che il modulo di Young ha un certo range di variabilità (da 1 a circa 1000MPa). In realtà alcune aree rimangono vuote e possono essere popolate dai materiali compositi (coi moduli E_U e E_L dispensa 1). Un'altra parte dei moduli di Young più bassi è collegata al mondo delle schiume e avevamo visto come riducendo di un ordine di grandezza (1/10) la densità della schiuma (cioè, introducendo il 90% di vuoti) la riduzione del modulo di Young complessivo fosse di due ordini di grandezza (1/100). Ora vediamo come pervenire a questo risultato.

Modellizzazione di una schiuma reticolare. La parte di materiale è rappresentato da una trabecola a sezione rettangolare. Per questo posso modellarla come una trave, in questo caso la carichiamo a flessione, la trave mostra una sua deflessione (freccia) delta.



$$F = \sigma L^2$$

F flette i bordi che si comportano come trave vincolata a estremità caricata centralmente.



$$\frac{\rho_{foam}}{\rho_{solid}} = \left(\frac{t}{L}\right)^2, \text{ questa formula vale solo con } t \ll L;$$

$$S = \frac{F}{\delta} = \frac{C_1 EI}{L^3}; \delta = \frac{FL^3}{C_1 E_s I}; E_f = \text{modulo foam}, I = \frac{t^4}{12}$$

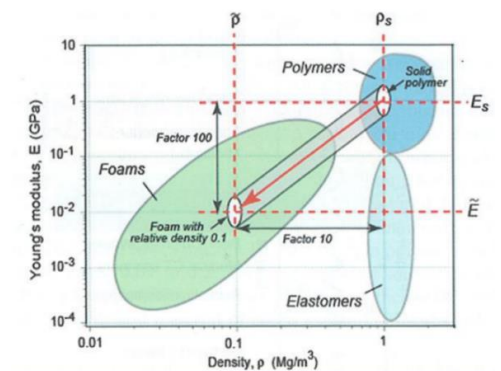
$$\varepsilon = \frac{2\delta}{L} \text{ (compressione)}, \frac{\rho_f}{\rho_s} = \left(\frac{t}{L}\right)^2. \text{ Combinando ricavo } \frac{E_f}{E_s} \propto \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^2$$

Dimostrazione:

$$E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon_s}; \varepsilon_s = \frac{2\delta_s}{L}; I_s = \frac{L^4}{12}; E_f = \frac{\sigma}{\varepsilon_f}; \varepsilon_f = \frac{2\delta_f}{L}; I_f = \frac{t^4}{12}$$

$$\delta_f = \frac{FL^3 \cdot 12}{C_1 E t^4}, \quad \delta_s = \frac{FL^3 \cdot 12}{C_1 E L^4} \quad \rightarrow \quad \frac{E_f}{E_s} = \frac{\delta_s}{\delta_t} = \frac{FL^3 \cdot 12}{C_1 E L^4} \cdot \frac{C_1 E t^4}{FL^3 \cdot 12} = \frac{t^4}{L^4} = \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^2$$

Q.E.D.



VIBRAZIONI

Ci sono ambiti in cui devo fare attenzione alle vibrazioni, soprattutto per componenti soggetti a sollecitazioni importanti come quelle generate dal vento. Carico vento: il ponte deve essere sufficientemente rigido da prevenire l'eccitazione delle frequenze naturali

$$f \propto \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



ESERCIZIO

Il corpo di uno strumento di precisione può essere modellizzato come una trave di lunghezza L , momento di inerzia I e massa per unità di lunghezza m_0 .

Affinché lo strumento abbia la migliore accuratezza, si desidera massimizzare la sua frequenza naturale di vibrazione.

Si supponga la sezione quadrata $b \times b$ in cui b può essere scelto e la rigidezza S è definita dal progettista.

Trovare l'indice di merito che massimizza la frequenza naturale.

$$f = \frac{C_2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m_0 L^4}}$$

$$A = b^2 \quad I = \frac{b^4}{12} \quad f = \frac{C_2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m_0 L^4}} = \frac{C_2}{2\pi} \sqrt{\frac{E b^4}{\rho b^2 L^4 \cdot 12}} = \frac{C_2}{2\pi} \sqrt{\frac{E b^2}{\rho L^4 \cdot 12}}$$

$$S^* = \frac{F}{\delta} = \frac{C_1 EI}{L^3} = \frac{C_1 E b^4}{12 L^3} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{12 S^* L^3}{C_1 E}}$$

$$f = \frac{C_2}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho L^4 \cdot 12}} \cdot \sqrt[4]{\frac{12 S^* L^3}{C_1 E}} = \frac{C_2}{2\pi} \frac{E^{1/2} \cdot 12^{1/4} \cdot S^{*1/4} \cdot L^{3/4}}{L^2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \rho^{1/2} \cdot C_1^{1/4} \cdot E^{1/4}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{\sqrt{E}}{\sqrt{\rho}}$$

QUESTA PAGINA È INTENZIONALMENTE LASCIATA IN BIANCO

Quindi riscrivendo la relazione avrò:

$$\sigma_{MAX} = \frac{M}{Z_e}$$

Questa formula definisce il σ_{MAX} che si ottiene applicando un certo M a una certa sezione resistente in corrispondenza della parte di materiale collocata alla massima distanza dall'asse neutro. Posso quindi introdurre la seguente formula:

$$M_x = Z_x \sigma_y$$

Questa formula mi servirà per andare a definire, una volta delimitata la forma specifica della sezione resistente, il momento che devo applicare alla suddetta sezione per ottenere il primo snervamento **Ze (primo yield)**, oppure il completo collasso plastico della struttura e allora userò **Zp (modulo plastico di sezione)**. Questa è la formula generica con cui si ricaverà il momento di onset della plasticità andando a sostituire Z_e , oppure il momento (più elevato) che dovrò applicare alla struttura per avere un completo collasso plastico. [onset della plasticità = intorno del carico di snervamento]

I due moduli Z_e e Z_p sono solo funzione della forma della sezione resistente, e maggiore è la differenza tra i due maggiore è la sicurezza meccanica della struttura. Questo perché più sono diversi i due moduli, più dovrà aumentare il momento flettente per passare da una condizione di primo snervamento a una condizione di collasso completo della struttura (come si vede nei digrammi della tensione in Figura). Se invece Z_e e Z_p fossero molto vicini, avrei il rischio che appena ho una variazione del carico la mia struttura ceda subito (non sono in sicurezza)

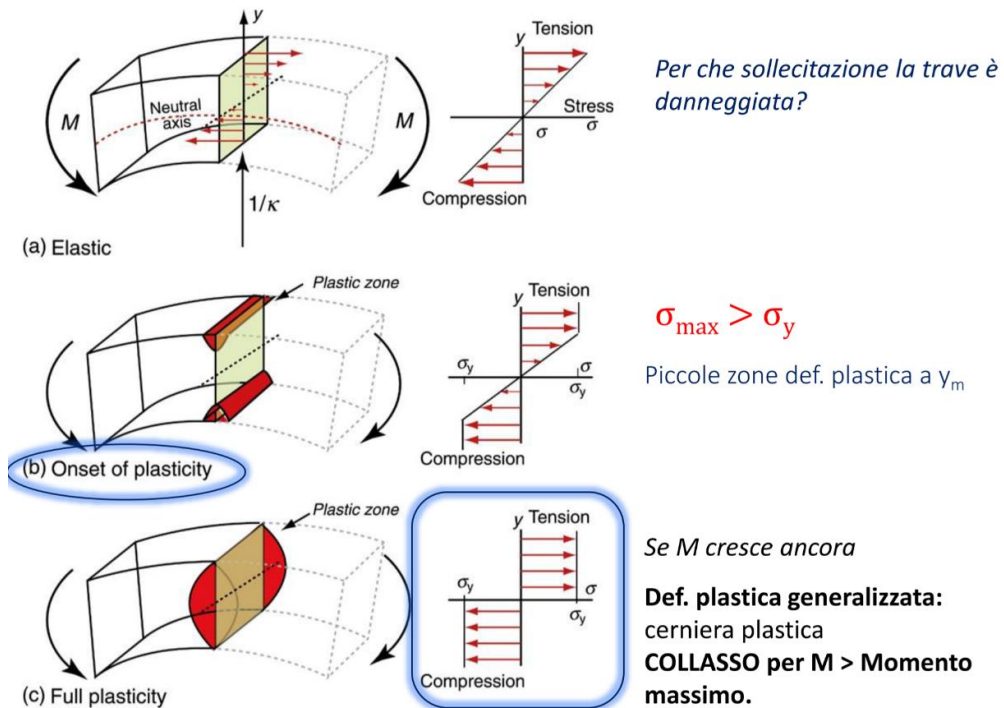


Figura 22 – (b) Quando la σ massima viene raggiunta nel punto più lontano dall'asse neutro (y_m) la σ non può aumentare ulteriormente, quindi il momento flettente produce deformazione plastica, la deformazione inizia proprio alla distanza massima dall'asse neutro. Quando arrivo alla prima deformazione plastica (onset della plasticità) ormai la trave è danneggiata. Questo si realizza per un momento (M_e che corrisponde a Z_e)

(c) Se M cresce ancora la deformazione plastica si estende e interesserà zone più ampie e il diagramma delle tensioni assumerà la forma in figura (carico di snervamento raggiunto in tutta la lunghezza della mia sezione resistente) fino ad arrivare a un M massimo di collasso che si realizza per M_p con Z_p .

Da un lato voglio minimizzare la massa (come visto nella dispensa 9) → quindi voglio che il materiale si disponga lontano dall'asse neutro così facendo, come visto nello studio della rigidezza, posso: tenere la sezione resistente costante e ottenere dei momenti di inerzia elevati (ridisponendo il materiale lontano dall'asse neutro), oppure tenere lo stesso momento di inerzia ma ridurre la sezione resistente (alleggerimento del materiale). Abbiamo visto i limiti legati al fattore di forma e alla lavorabilità

Dall'altro voglio mantenere l'integrità della struttura → infatti come appena visto andando a disporre il materiale lontano dall'asse neutro peggioro la sicurezza della struttura perché i moduli Z_e e Z_p si avvicinano.

Insomma, l'ultima considerazione è data al progettista e cambia di caso in caso.

Esercizio

Ho un righello, lungo 300mm, $w = 25$ mm, spessore = 1 mm. Sporge di 250mm, applico un carico con $F = 10$ N. Il mio materiale ha $E = 207$ GPa (acciaio). Lo monto con asse XX orizzontale. Confrontare il carico snervamento del mio righello con la sollecitazione che si ottiene applicando il momento flettente e con lo stress a cui sarebbe sottoposto se il carico fosse applicato assialmente.

$$M = F \cdot L = 10 \text{ N} \cdot 0.25 \text{ m} = 2.5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

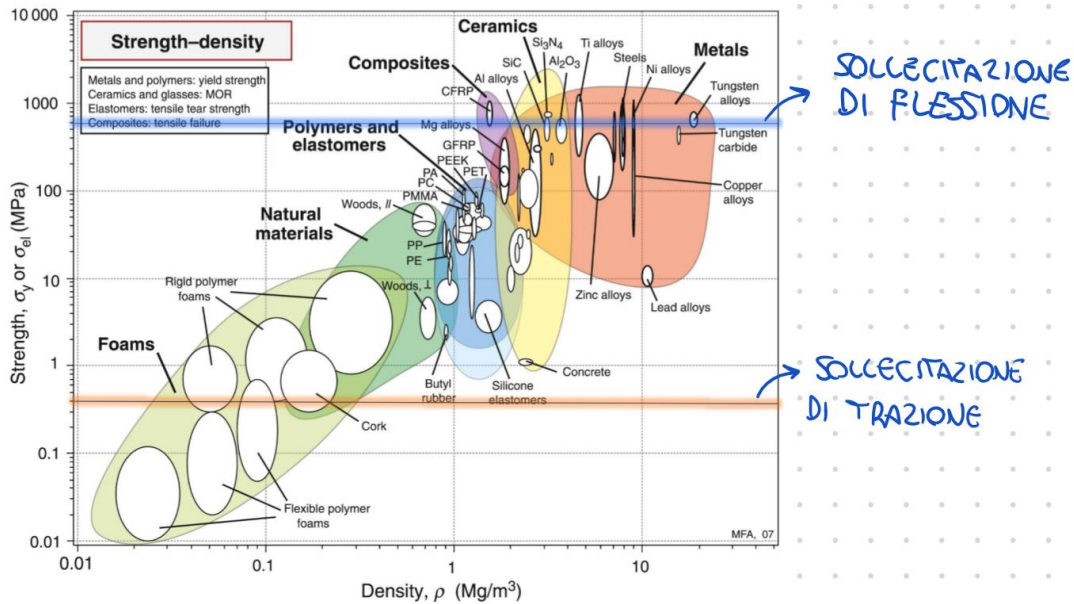
$$I_{xx} = \frac{FL^3}{12ES} = \frac{10 \text{ N} \cdot (0.25 \text{ m})^3}{3 \cdot 207 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0.001 \text{ m}} = 2.1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4$$

$$\sigma_{\text{MAX}} = \frac{M \cdot y_m}{I_{xx}} = \frac{2.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2.1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4} = 595 \text{ MPa}$$

$$M = Z_e \sigma$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10 \text{ N}}{0.25 \cdot 0.001} = 0.4 \text{ MPa} \quad \text{tirante}$$

Se vuoi selezionare il materiale



DISCHI ROTANTI (volani e giroscopi)

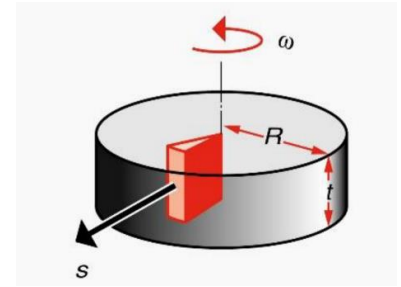
Sono dispositivi utili per immagazzinare energia: le forze centrifughe generano una tensione radiale che deve stare sotto il carico di snervamento; quindi, una volta scelta la geometria dovrà scegliere la velocità angolare più alta possibile in modo che possa immagazzinare più energia. Non mi conviene lavorare sul raggio perché l'oggetto spesso deve essere di piccole dimensioni.

Per disco con densità ρ , raggio R , spessore t che ruota a una certa velocità angolare ω , ponendo $v = 1/3$, si ha:

$$U = \frac{\pi}{4} \rho t \omega^2 R^4$$

$$\sigma_{MAX} = 0.42 \cdot \rho \cdot \omega^2 R^2$$

Il disco si deformerà quando $\sigma_{max} > \sigma_y$, determinando così la massima ω e quindi la massima U (energia inerziale immagazzinata).



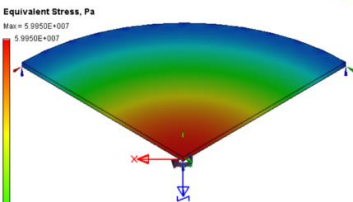
Un dispositivo elettromeccanico atto a recuperare parte dell'energia cinetica di un veicolo durante la fase di frenata e a trasformarla in energia meccanica o elettrica, nuovamente spendibile per la trazione del veicolo o per l'alimentazione dei suoi dispositivi elettrici.

Esercizio da svolgere con studenti

Un volano ha $R = 150\text{mm}$, spessore 50mm .
E' fatto con CFRP con $\sigma_{rottura} = 700\text{MPa}$
 $\rho = 1600\text{kg/m}^3$

Individuare la velocità angolare massima per la quale il materiale raggiunge carico massimo. Calcolarlo anche in rpm.
Quanta energia può immagazzinare?
Confrontare tale energia con l'energia immagazzinata da una massa equivalente di gasolio (43000kJ/kg)

↳ POTERE CALORIFICO INFERIORE



DIFFERENZA COMBUSTIBILE (FASE LIQUIDA)
e CARBURANTE (FASE GASSOSA)

$$\sigma_{MAX} = 0.42 \rho \omega^2 R^2$$

$$U = \frac{\pi}{4} \rho t \omega^2 R^4$$

CAMPO ELASTICO!

$$\omega = \sqrt{\frac{700 \text{ MPa}}{0.42 \cdot \rho \cdot R^2}} = 6800 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2} \right]$$

$$\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \text{rpm} : 6800 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{giri}}{2\pi} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 65.000 \text{ rpm}$$

$$U = \frac{\pi}{4} \rho t \omega^2 R^4 = \frac{\pi}{4} \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.05 \text{ m} \cdot \left(6800 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot (0.15 \text{ m}) = 1.5 \text{ MJ}$$

$$\text{massa volano} = \pi R^2 t \rho = \pi (0.15 \text{ m})^2 \cdot 0.05 \text{ m} \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5.7 \text{ kg}$$

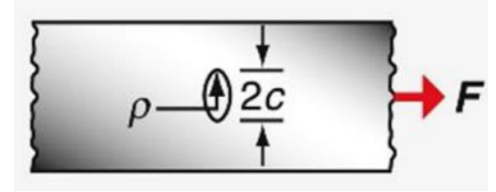
$$\text{Gasolio} = 43000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 5.7 \text{ kg} = 245 \text{ MJ}$$

- Duttile: il problema è praticamente inesistente si ha piccola deformazione plastica localizzata, nel caso di una cricca si ha arrotondamento dell'apice della cricca.
- Fragile: la trattazione è più complessa e delicata, la vedremo più avanti.

Per il momento utilizziamo quindi la seguente formula:

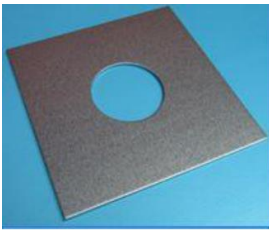
$$K_{sc} = \frac{\sigma_{MAX}}{\sigma_{NOM}} = 1 + \alpha \sqrt{\frac{c}{\rho_{sc}}}$$

Da notare dalla Figura che a volte c viene dato come $2c$ e quindi andrà inserita la metà, α ci informa rispetto al tipo di carico applicato: in particolare $\alpha=2$ per trazione e $\alpha=1/2$ per torsione e flessione (approssimazioni)



La trattazione è rivolta alla selezione dei materiali, quindi esistono delle tabelle più complesse per fare conti più vicini alla realtà, prendono il nome di tabelle Roark. (non sono da sapere, formule presenti sulle slide)

Esempio della LASTRA FORATA



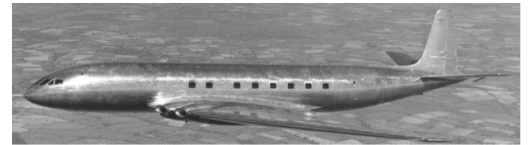
$$\rho_{sc} = R, \quad c = R$$

$$K_{SC} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = 1 + \alpha \sqrt{\frac{c}{\rho_{sc}}}$$

$$k_{sc} = 1 + \alpha \cdot \sqrt{\frac{c}{\rho_{sc}}} = 1 + 2 = 3$$

Quindi $\sigma_{FORO} = 3\sigma_{nom}$. Ho deformazione plastica localizzata con $\sigma_{nom} = \frac{1}{3} \sigma_y$ (carico di snervamento)

Nota storica: Siamo nel 1949, oblò quadrati, sono i primi tentativi di creare aerei di linea. La ditta americana o inglese in ogni caso dopo poco meno di un anno ne sono caduti 3 di aerei, c'erano problemi nella fusoliera e nelle rivettature molto era legato a sollecitazione a fatica ma anche a un design non felice degli oblò → concentrazione degli sforzi sugli spigoli vivi degli oblò perché quadrati.



Proviamo quindi a risolvere questo esercizio:

La parte esterna di un aereo è di Al con $\sigma_y = 300\text{MPa}$ e spessore $t = 8\text{mm}$. La fusoliera è un cilindro di raggio 2 m pressurizzata con $\Delta p = 0.5$ bar maggiore rispetto alla pressione esterna. Il finestrino è di **forma quadrata** (160mmx160mm) con angoli aventi $r = 5\text{mm}$. Calcolare la **tensione circolare** sulla parete dovuta alla pressione e stimare lo sforzo massimo vicino all'angolo del finestrino. Se il **massimo stress consentito fosse 100 MPa**, il raggio di curvatura sarebbe adatto per il finestrino?

Per modellizzare il finestrino usiamo un guscio cilindrico. La sigma del cilindrico differisce da quello sferico per un fattore 2 al denominatore: (riguardare la modellizzazione del guscio cilindrico e circolare se non lo si era fatto)

$$\sigma = 50 \text{ kN}$$

$$\sigma_y = 50 \text{ MPa}$$

$$L = 2c = 100 \text{ mm}$$

$$\rho = 1 \text{ mm}$$

$$F = 50 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{50 \text{ kN}}{7.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 6.67 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 6.67 \text{ MPa}$$

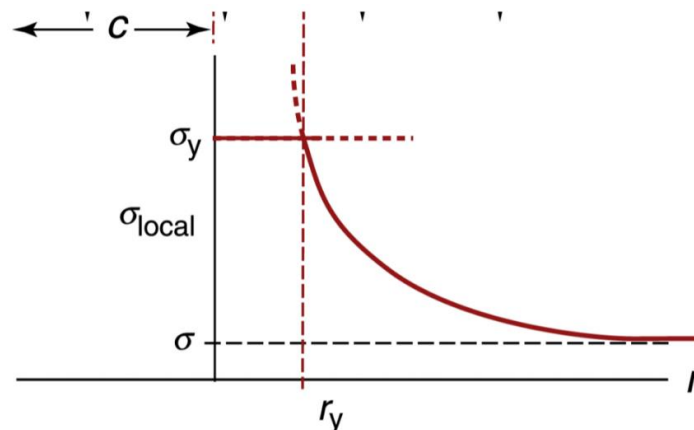
$$a) \sigma_{\text{nom}} ?$$

$$K_{sc} = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{nom}}} = 1 + \alpha \sqrt{\frac{c}{\rho}}$$

$$K_{sc} = 1 + 2 \sqrt{\frac{50}{1}} = 15.14$$

$$b) \sigma_{\text{max}} \approx 15.14 \cdot 6.7 \text{ MPa} \approx 101 \text{ MPa}$$

Il carico nominale è 6.7 MPa ed è vero che la piastra ha un difetto di 100 mm ma è 500mm di lunghezza e quindi ha tanto di spazio intorno al difetto, per comprendere come si distribuisce la concentrazione degli sforzi intorno al difetto guardiamo il seguente grafico:

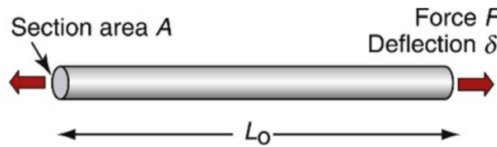


In ascissa abbiamo la distanza dal difetto. Come si nota la σ va virtualmente molto sopra il carico di snervamento all'avvicinarsi a $r=0$. All'atto pratico significa che, nel momento in cui il carico supera il carico di snervamento, localmente il materiale snerva e questo avviene fino a una certa distanza della zona plastica, cioè l'intorno del difetto (che andremo a definire meglio). Con questa deformazione plastica che avviene all'apice del difetto il materiale smorza il carico e quindi man mano che mi allontanano dal difetto, che agisce da concentratore delle sollecitazioni, il valore dello sforzo si porta fino al suo valore nominale (σ_{nom}). Quindi riprendendo l'esempio della piastra, essa non crolla ma snerva, poiché il carico nominale è molto inferiore rispetto al carico di snervamento (quasi un decimo). Quindi appena mi allontanano dal difetto scendo drasticamente al di sotto del carico di snervamento. Questo esercizio nella sua semplicità serviva a sottolineare due aspetti: da una parte una deformazione plastica localizzata (perché il carico superava localmente e di molto il carico di snervamento), dall'altra una situazione complessiva in cui il carico nominale era talmente tanto più basso rispetto a quello di snervamento che appena si riporta a valori più vicini alla sigma nominale il materiale non è più in snervamento quindi la piastra non crollerà. Quanto vale l'estensione massima della zona di plasticità (r_y dal grafico) ? Lo vedremo più avanti, è una caratteristica che dipende dal materiale, dalla K_{sc} e da altri fattori.

INDICI DEI MATERIALI: SNERVAMENTO

Indici di merito per la progettazione in resistenza, per evitare il collasso plastico, comparirà in questi indici il carico di snervamento. Solo nel caso di trazione/compressione pura (tirante/colonna) basterà sostituire nel modulo di Young, in tutti gli altri casi gli indici vanno ricavati con le procedure viste anche per la rigidezza.

TRAZIONE



FUNZIONE	TIRANTE
VINCOLI	L_0 definita (geometrico) Il materiale deve sopportare il carico F a trazione SENZA deformarsi plasticamente Non fragile
OBIETTIVO	Minimizzare la massa m
VARIABILI LIBERE	Scelta del materiale Scelta Area sezione resistente A

La trazione è assolutamente analoga alla situazione vista in passato:

Il vincolo sulla sigma è:

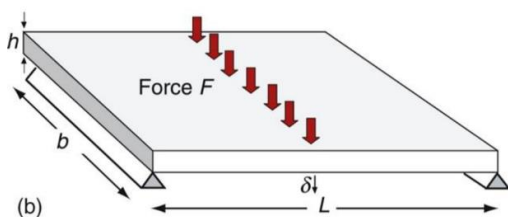
- Nel caso di concentrazione degli sforzi si userà la sigma intensificata
- Se non c'è concentrazione degli sforzi si userà la sigma nominale

Qui è riportato il caso generale. Andremo a ricavare A e sostituirla nella funzione obiettivo (minimizzare la massa) otterremo quindi l'indice di merito:

$$m = \rho LA$$

$$\frac{F}{A} \leq \sigma_y \rightarrow m \geq FL \left(\frac{\rho}{\sigma_y} \right) \rightarrow M_t = \frac{\sigma_y}{\rho}$$

PANNELLO LEGGERO E RESISTENTE



FUNZIONE	PANNELLO
Vincoli	Lunghezza L e larghezza b definite (geometrico) Pannello deve sopportare carico a flessione F SENZA def. plasticamente
Obiettivo	Minimizzare la massa
Variabili libere	Scelta dello spessore del pannello h Scelta del materiale

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$M_p = \frac{\sqrt{\sigma_y}}{\rho}$$

Cosa fare per minimizzare h?
vincolo su bending + pannello più sottile possibile?

Dobbiamo minimizzare la massa $m = bhL\rho$

Il modulo elastico di sezione Z_e vale : $Z_e = \frac{I}{y_m}$ e y_m è la massima distanza dall'asse neutro e vale $y_m = \frac{h}{2}$. Quindi:

$$Z_e = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6}$$

$$M \leq Z_e \sigma_y = \frac{I}{y_m} \sigma_y = \frac{bh^2}{6} \sigma_y \rightarrow h = \sqrt{\frac{6M}{b\sigma_y}}$$