NUMERO: **2564A**

ANNO: 2024

A P P U N T I

STUDENTE: Franco Nina

MATERIA: Fisica 1 - Prof. Gliozzi

INDICE

LEGENDA

SEZIONI

CAPITOLI

PARAGRAFI

SOTTOPARAGRAFI

Nomi / parole-chiave

Costanti / unità di misura / annotazioni

Principi / leggi / teoremi / ...

Formule

Dimostrazioni / applicazioni

FISICA

1

Greco "physis", scienza sperimentale, metodo scientifico

Caduta di un grave:
$$t = s^{\alpha} m^{\beta} g^{\gamma} \xrightarrow[\text{an. dim.}]{} [T]=[L]^{\alpha}[M]^{\beta}\left[\frac{L}{T^2}\right]^{\gamma} \rightarrow \begin{cases}\beta=0 \\ \alpha+\gamma=0 \rightarrow \alpha=\frac{1}{2} \\ 1=-2\gamma \rightarrow \gamma=-\frac{1}{2}\end{cases} \rightarrow t \propto \sqrt{\frac{s}{g}}$$

Prodotto scalare: $\vec{a}\cdot\vec{b} = \langle \vec{a},\vec{b}\rangle = ab\cos\vartheta \rightarrow$ comp. omogenee

Prodotto vettoriale: $\vec{a}\times\vec{b} = \vec{a}\wedge\vec{b} = ab\sin\vartheta \rightarrow$ comp. non omogenee

MECCANICA

CINEMATICA DEL PUNTO

Sist. rif.: insieme di corpi fissi tra loro (fisico)

Sist. coordinate: astrazione matematica che fissa metrica (geometrico)

Punto materiale: punto rappresentativo di corpo

Traiettoria: luogo dei punti occupati da corpo in moto

UNIDIMENSIONALE:

Legge oraria: relazione s-t

Velocità media: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \longrightarrow$ velocità istantanea: $v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \longrightarrow$ studio variazione posizione

Acceler. media: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \longrightarrow$ acceler. istantanea: $a = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \longrightarrow$ studio variazione velocità

$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow v\,dt = dx \rightarrow \int_{t_0}^{t} v\,dt = \int_{t_0}^{t} dx = x(t)-x(t_0) \rightarrow x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v\,dt$$

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a\,dt = dv \rightarrow \int_{t_0}^{t} a\,dt = \int_{t_0}^{t} dv = v(t)-v(t_0) \rightarrow v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a\,dt$$

> moto rettilineo uniforme ($v(t)$ costante) $\longrightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\,dt = x_0 + v_0\int_{t_0}^{t} dt \rightarrow x(t) = x_0 + v_0(t-t_0)$

> moto rettilineo unif. accelerato ($a(t)$ costante)
$$\rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\,dt = v_0 + a_0\int_{t_0}^{t} dt \rightarrow v(t) = v_0 + a_0(t-t_0)$$
$$\rightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t}[v_0 + a_0(t-t_0)]\,dt = x_0 + v_0(t-t_0) + a_0\int_{t_0}^{t}(t-t_0)\,dt$$
$$x(t) = x_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2$$
$$\downarrow$$
$$\begin{cases} x-x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{v-v_0}{a}\end{cases} \Big\rangle\; x-x_0 = v_0\frac{v-v_0}{a} + \frac{1}{2}a\frac{v^2-2vv_0+v_0^2}{a^2}$$
$$x-x_0 = \frac{v^2-v_0^2}{2a}$$

> moto rettilineo smorzato
$$\rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -kv \rightarrow \frac{dv}{v} = -k\,dt \rightarrow \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = -k\int_{t_0}^{t} dt \rightarrow [\ln v]_{v_0}^{v} = -k(t-t_0)$$
$$v = v_0 \cdot e^{-kt}$$
$$\rightarrow x(t) = \int v(t)\,dt = \frac{v_0}{k}(1-e^{-kt})$$

> moto armonico semplice
$$\rightarrow x(t) = A\sin(\omega t+\varphi)$$
$$\rightarrow v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t+\varphi)$$
$$\rightarrow a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t+\varphi)$$

Moto circolare

- coordinate cartesiane → $\vec{r} = x(t)\,\hat{u}_x + y(t)\,\hat{u}_y$
  - → $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{u}_x + \frac{dy}{dt}\hat{u}_y$
  - → $\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{u}_x + \frac{dv_y}{dt}\hat{u}_y$
- coordinate polari → $\vec{r} = R\hat{u}_r$
  - → $\vec{v} = R\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\text{velocità angolare}}\hat{u}_\theta = R\omega\hat{u}_\theta$
  - → $\vec{a} = -R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\hat{u}_r + R\underbrace{\frac{d^2\theta}{dt^2}}_{\text{accelerazione angolare}}\hat{u}_\theta = -R\omega^2\hat{u}_r + R\alpha\hat{u}_\theta$
- coordinate intrinseche → $\vec{s}(t) = R\theta(t)$
  - → $\vec{v}(t) = R\frac{d\theta}{dt}\hat{u}_T = R\omega\hat{u}_T$
  - → $\vec{a}(t) = R\frac{d\omega}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{R}\underbrace{\hat{u}_N}_{-\hat{u}_R} = R\alpha\hat{u}_T + R\omega^2\hat{u}_N$

> moto circolare uniforme (ω costante) → $\vartheta = \vartheta_0 + \int_{t_0}^{t}\omega(t)\,dt = \vartheta_0 + \omega(t-t_0)$
- $x = R\cos\vartheta = R\cos(\omega t + \varphi)$
- $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- → $\vec{a} = \frac{v^2}{R} = \vec{a}_N$

> moto circolare uniformemente accelerato (α costante) → $\vartheta(t) = \vartheta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- $s(t) = s_0 + vt + \frac{1}{2}a_T t^2$
- → $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$
- $v(t) = v_0 + a_T t$
- → $\vec{a} = R\frac{d\omega}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{R}\hat{u}_N$
- $\vec{a} = \vec{\alpha}\times\vec{R} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{R})$

DINAMICA DEL PUNTO:

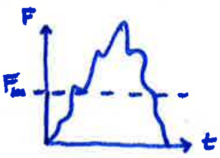
Principi
- 1° (inerzia) → accelerazione é dovuta a **forza**: grandezza vettoriale che esprime interazione tra sistemi (anche a distanza)
  - * sforzo
- 2° → forze ≠ su stesso corpo o stessa forza su corpi ≠ generano $\vec{a}\neq$ → $\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_R = \underbrace{m}_{\text{massa inerziale}}\vec{a}$
  - $\vec{P} = m\vec{g} = [N] = \left[\frac{Kg\,m}{s^2}\right]$
  - $\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ → eq. moto: $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{\vec{F}}{m}$
- 3° (azione-reazione)

Statica: $\sum\vec{F} = 0$ → contate anche forze vincolari

Quantità di moto: grandezza che definisce stato dinamico del sistema

$\vec{p} = m\cdot\vec{v}$

$\sum\vec{F} = m\cdot\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ → $\vec{F}dt = d\vec{p}$ → $\underset{\text{impulso}}{\vec{J}} = \int_{t_0}^{t}\vec{F}dt = \int_{p_0}^{p}d\vec{p} = \Delta\vec{p}$: teorema dell'impulso

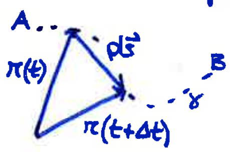


teorema della media: $\vec{J} = \vec{F}_m\cdot\Delta t = \Delta\vec{p}$

se $\sum\vec{F} = 0$ → $\Delta\vec{p} = 0$: conservazione quantità di moto

ENERGIA E LAVORO:

Per muovere corpo contro forze, serve lavoro (spendere energia)



lavoro infinitesimo: $dL = \vec{F}\cdot d\vec{s} = [J] = [N\cdot m]$

lavoro totale: $L = \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F} d\vec{s}$ → $L>0,\ \theta<\frac{\pi}{2}$: lavoro motore

$\vec{F} = F_T\hat{u}_T + F_N\hat{u}_N$ — discordi → $L=0,\ \theta=\frac{\pi}{2}$: lavoro nullo

→ $L<0,\ \theta>\frac{\pi}{2}$: lavoro resistente

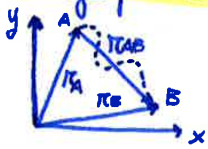
› lavoro della velocità → energia cinetica: $dL = F_T ds = m a_T ds = m\frac{dv}{dt}ds = m\,dv\,v$

$L_{AB} = \int_{A,\gamma}^{B} m v\,dv = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$: teorema energia cinetica / forze vive

$\rightarrow \Delta E_K$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{p=mv} E_K = \frac{p^2}{2m}$

› lavoro della forza peso → energia potenziale gravitazionale:



$L_{AB} = \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F}d\vec{s} = \vec{F}\int_{A,\gamma}^{B} \vec{r}_{AB} = -mg\hat{u}_y\left[(y_B-y_A)\hat{u}_y + \cancel{(x_B-x_A)\hat{u}_x}\right] =$

forza peso: costante verso il basso

discordi (p. scalare)

$= -mgy_B + mgy_A$: teorema energia potenziale

→ lavoro indipendente da percorso

$\rightarrow -\Delta E_p$

$E_p = mgy$

› lavoro della forza elastica → energia potenziale elastica:

$L_{AB} = \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F}d\vec{s} = -\int_{A,\gamma}^{B} Kx\hat{u}_x\,dx\hat{u}_x = -\frac{1}{2}K(x_B^2 - x_A^2)$: teorema energia elastica

$\rightarrow -\Delta E_{el}$

$E_{el} = \frac{1}{2}Kx^2$

› lavoro della forza attrito → $L_{AB} = \int_{A,\gamma}^{B} \vec{F}_d\,d\vec{s} = -\int_{A,\gamma}^{B} \mu_d N\hat{u}_T\,ds\hat{u}_T = -\mu_d\int_{A,\gamma}^{B} N ds$ → dipendente dal percorso

Conservazione → forze conservative: $\oint \vec{F}d\vec{s} = 0$ — circuitazione nulla

$E_M = E_K + E_p$ — energia meccanica

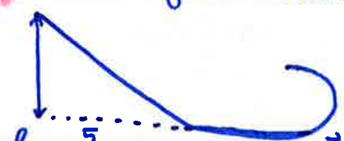
$E_{KB} - E_{KA} = E_{pA} - E_{pB}$: principio di conservazione energia meccanica

→ forze non conservative:

$L_{AB} = \Delta E_K \rightarrow \int_{A,\gamma}^{B}\vec{F}_{cons}\,d\vec{s} + \int_{A,\gamma}^{B}\vec{F}_{non\,cons}\,d\vec{s} = \Delta E_K \rightarrow E_{pA} - E_{pB} + L_{nc} = E_{KB} - E_{KA}$

$\rightarrow L_{nc} = E_{MB} - E_{MA}$: principio di conservazione energia

Adesione a guida circolare: per restare attaccato, $N=0$



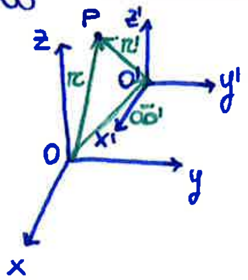
$h_{min} = \frac{5}{2}R$ → $v_{min} = \sqrt{5gR}$

$\int_{A,\gamma}^{B} dL = \int_{A,\gamma}^{B}\vec{F}d\vec{s} = -\int_{A,\gamma}^{B} dE_p \longrightarrow dE_p = \frac{\partial E_p}{\partial x}dx + \frac{\partial E_p}{\partial y}dy + \frac{\partial E_p}{\partial z}dz \longrightarrow \vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\hat{u}_x - \frac{\partial E_p}{\partial y}\hat{u}_y - \frac{\partial E_p}{\partial z}\hat{u}_z = -\vec{\nabla}E_p$

differenziale esatto — differenziale totale — gradiente: vettore diretto lungo massima pendenza di funzione

MOTI RELATIVI:

Leggi fisiche cambiano da s.r. ad altro se questi sono in moto tra loro (non inerziali)



$$\vec{r} = \vec{OO'} + \vec{r'}$$

> pura traslazione:

$$\underbrace{\vec{v}}_{\text{assoluta}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(\vec{OO'}+\vec{r'})}{dt} = \frac{d\vec{OO'}}{dt} + \frac{d\vec{r'}}{dt} = \underbrace{\vec{v}_{O'}}_{\text{di trascinamento}} + \underbrace{\vec{v'}}_{\text{relativa}}$$: teorema delle velocità relative

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}_{O'}+\vec{v'})}{dt} = \frac{d\vec{v}_{O'}}{dt} + \frac{d\vec{v'}}{dt} = \vec{a}_{O'} + \vec{a'}$$: teorema delle accelerazioni relative

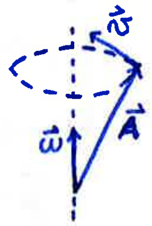
$$\underbrace{\vec{F}}_{\text{forze reali}} = m\vec{a} = m(\vec{a}_{O'}+\vec{a'}) = m\vec{a}_{O'} + m\vec{a'} = \underbrace{m\vec{a}_{O'}}_{\text{forze apparenti / inerziali}} + \vec{F'}$$

> roto-traslazione:

relazione di Poisson: per qualunque vettore $\vec{A}$ in moto di precessione con $\vec{\omega}$, vale

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A} \; *$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{v}$$



$$\begin{cases} \vec{r} = x\hat{u}_x + y\hat{u}_y + z\hat{u}_z \\ \vec{OO'} = x_{O'}\hat{u}_x + y_{O'}\hat{u}_y + z_{O'}\hat{u}_z \\ \vec{r'} = x'\hat{u}_{x'} + y'\hat{u}_{y'} + z'\hat{u}_{z'} \end{cases}$$ ⊛ → vanno derivati (hanno velocità)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_{O'} + \frac{d\vec{r'}}{dt}$$

$$\left(\frac{dx'}{dt}\hat{u}_{x'} + x'\underbrace{\frac{d\hat{u}_{x'}}{dt}}_{*\,\vec{\omega}\times\hat{u}_{x'}}\right) + \left(\frac{dy'}{dt}\hat{u}_{y'} + y'\underbrace{\frac{d\hat{u}_{y'}}{dt}}_{*\,\vec{\omega}\times\hat{u}_{y'}}\right) + \left(\frac{dz'}{dt}\hat{u}_{z'} + z'\underbrace{\frac{d\hat{u}_{z'}}{dt}}_{*\,\vec{\omega}\times\hat{u}_{z'}}\right) \rightarrow$$

(i tre termini $\frac{dx'}{dt}\hat{u}_{x'} + \frac{dy'}{dt}\hat{u}_{y'} + \frac{dz'}{dt}\hat{u}_{z'}$ → $\vec{v'}$)

$$\rightarrow \frac{d\vec{r'}}{dt} = \vec{v'} + x'(\vec{\omega}\times\hat{u}_{x'}) + y'(\vec{\omega}\times\hat{u}_{y'}) + z'(\vec{\omega}\times\hat{u}_{z'}) = \vec{v'} + \vec{\omega}\times\underbrace{(x'\hat{u}_{x'} + y'\hat{u}_{y'} + z'\hat{u}_{z'})}_{⊛\ \vec{r'}} = \vec{v'} + \vec{\omega}\times\vec{r'}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_{O'} + \vec{v'} + \vec{\omega}\times\vec{r'}$$: teorema delle velocità relative $\longrightarrow \underbrace{\vec{v}_t}_{\text{velocità di trascinamento}} = \vec{v}_{O'} + \vec{\omega}\times\vec{r'}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{O'}}{dt} + \frac{d\vec{v'}}{dt} + \left(\underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r'}}_{\vec{\alpha}\times\vec{r'}} + \underbrace{\vec{\omega}\times\frac{d\vec{r'}}{dt}}_{\vec{\omega}\times(\vec{v'}+\vec{\omega}\times\vec{r'})}\right)$$

$$\left(\frac{dv_{x'}}{dt}\hat{u}_{x'} + v_{x'}\underbrace{\frac{d\hat{u}_{x'}}{dt}}_{*\,\vec{\omega}\times\hat{u}_{x'}}\right) + \left(\frac{dv_{y'}}{dt}\hat{u}_{y'} + v_{y'}\underbrace{\frac{d\hat{u}_{y'}}{dt}}_{*\,\vec{\omega}\times\hat{u}_{y'}}\right) + \left(\frac{dv_{z'}}{dt}\hat{u}_{z'} + v_{z'}\underbrace{\frac{d\hat{u}_{z'}}{dt}}_{*\,\vec{\omega}\times\hat{u}_{z'}}\right) \longrightarrow$$

(i tre termini $\frac{dv_{x'}}{dt}\hat{u}_{x'} + \frac{dv_{y'}}{dt}\hat{u}_{y'} + \frac{dv_{z'}}{dt}\hat{u}_{z'}$ → $\vec{a'}$)

$$\rightarrow \frac{d\vec{v'}}{dt} = \vec{a'} + v_{x'}(\vec{\omega}\times\hat{u}_{x'}) + v_{y'}(\vec{\omega}\times\hat{u}_{y'}) + v_{z'}(\vec{\omega}\times\hat{u}_{z'}) = \vec{a'} + \vec{\omega}\times\underbrace{(v_{x'}\hat{u}_{x'} + v_{y'}\hat{u}_{y'} + v_{z'}\hat{u}_{z'})}_{\vec{v'}} = \vec{a'} + \vec{\omega}\times\vec{v'}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{O'} + (\vec{a'} + \vec{\omega}\times\vec{v'}) + \vec{\alpha}\times\vec{r'} + \vec{\omega}\times\vec{v'} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r'})$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{O'} + \vec{a'} + 2\vec{\omega}\times\vec{v'} + \vec{\alpha}\times\vec{r'} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r'})$$: teorema delle accelerazioni relative

$\vec P = \sum m_i \vec v_i \xrightarrow{\text{derivo}} \frac{d\vec P}{dt} = M_{tot}\frac{d\vec v_{CM}}{dt} = M_{tot}\vec a_{CM} \to \frac{d\vec P}{dt} = \sum \vec F_i^{(e)}$: I equazione cardinale dinamica sistemi

se sist. non inerziale $+\sum F_{apparenti}$

Conservazione quantità di moto: $\vec R^{(e)} = 0 \to \frac{d\vec P}{dt} = 0 \to \vec P$ costante

totale, non dei singoli punti

Applicazioni
- scoppio/urto
- esplosione
- decadimento particelle

MOMENTO ANGOLARE:

$\vec L_{tot} = \sum \vec b_i \times m_i \vec v_i$

> P fisso, $b_i \equiv r_i$: $\vec L_{tot} = \sum \vec r_i \times m_i \vec v_i \xrightarrow{\text{derivo}} \frac{d\vec L_{tot}}{dt} = \cancel{\sum \underbrace{\frac{d\vec r_i}{dt}}_{\vec v_i} \times m_i \vec v_i} + \sum \vec r_i \times m_i \underbrace{\frac{d\vec v_i}{dt}}_{\vec a_i} = \sum \vec r_i \times m_i \vec a_i =$

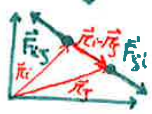
paralleli

$= \sum \vec r_i \times \vec F_i = \cancel{\sum \vec r_i \times \vec F_{ij}^{(int)}}^{\,0} + \sum \vec r_i \times \vec F_i^{(e)}$

* $\vec M^{(e)} = \frac{d\vec L_{tot}}{dt} = \sum \vec r_i \times \vec F_i^{(e)}$

momento totale forze esterne

non posso dire che è nullo perché $\sum \vec F_i^{(e)} = 0$



$\vec F_{ij} = -\vec F_{ji}$

$\vec r_i \times \vec F_{ij} + \vec r_j \times \vec F_{ji} =$

$(\vec r_i - \vec r_j) \times \vec F_{ij} = 0$

paralleli

> P non fisso : $\vec L_{tot} = \sum \vec b_i \times m_i \vec v_i \xrightarrow{\text{derivo}} \frac{d\vec L_{tot}}{dt} = \sum \frac{d\vec b_i}{dt} \times m_i \vec v_i + \sum \vec b_i \times m_i \underbrace{\frac{d\vec v_i}{dt}}_{\vec a_i} =$

$\vec b_i = \vec r_i - \vec r_P$

$\frac{d\vec b_i}{dt} = \frac{d\vec r_i}{dt} - \frac{d\vec r_P}{dt} = \vec v_i - \vec v_o$

$= \sum (\cancel{\vec v_i} - \vec v_o) \times m_i \vec v_i + \underbrace{\sum \vec b_i \times m_i \vec a_i}_{*\ \vec M^{(e)}}$

paralleli

$\frac{d\vec L_{tot}}{dt} = -\vec v_o \times \sum m_i \vec v_i + \vec M^{(e)} = -\vec v_o \times \vec v_{CM} \sum m_i + M^{(e)}$: II equazione cardinale dinamica sistemi / teorema del momento angolare totale

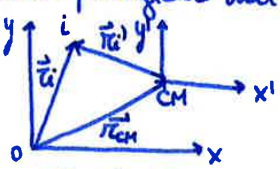
costante

$\vec v_{CM} = \frac{\sum m_i \vec v_i}{\sum m_i} \to \sum m_i \vec v_i = \vec v_{CM} \sum m_i$

Conservazione del momento angolare: $\vec M^{(e)} = 0 \to \frac{d\vec L_{tot}}{dt} = 0 \to \vec L_{tot}$ costante

S.r. CM: sistema privilegiato non inerziale → $\frac{d\vec L_{tot}}{dt} = -\vec v_o \times \cancel{\vec v_{CM}} \sum m_i + \vec M^{(e)} \to \frac{d\vec L_{tot}}{dt} = \vec M^{(e)}$

paralleli



$\begin{cases} \vec r_i = \vec r_i' + \vec r_{CM} \\ \vec v_i = \vec v_i' + \vec v_{CM} \\ \vec a_i = \vec a_i' + \vec a_{CM} \end{cases}$

→ $\vec r'_{CM} = \frac{\sum m_i \vec r_i'}{\sum m_i} = 0 \to \sum m_i \vec r_i' = 0$

→ $\vec v'_{CM} = \frac{\sum m_i \vec v_i'}{\sum m_i} = 0 \to \sum m_i \vec v_i' = 0 \longrightarrow \vec P'_{tot} = 0$

→ $\vec F_i' = m_i \vec a_i' = m_i(\vec a_i - \vec a_{CM}) = m_i \vec a_i - m_i \vec a_{CM} = \vec F_i - m_i \vec a_{CM} =$

$= \vec F_i^{(e)} + \cancel{\vec F_i^{(int)}} - m_i \vec a_{CM}$

$\sum \vec F_i' = \sum \vec F_i^{(e)} - \sum m_i \vec a_{CM} = \sum m_i \vec a_i' = 0 \longrightarrow \sum \vec F_i' = 0$

ENERGIA CINETICA:

$$dW_i = \vec F_i\, d\vec s_i = m_i a_{ti}\, ds_i = m_i \frac{dv_i}{dt} ds_i = m_i v_i\, dv_i \xrightarrow{\text{integro}} \sum \int_A^B \vec F_i\, d\vec s_i = \sum \int_A^B m_i v_i\, dv_i = \sum \left[\frac{1}{2} m v_i^2\right]_A^B$$

esterne / interne: non si annullano

$$dW_i^{(int)} = \vec F_{ij}\, d\vec r_j + \vec F_{ji}\, d\vec r_i = \vec F_{ij}\,\underbrace{(d\vec r_j - d\vec r_i)}_{\neq 0}$$

$W_{tot} = E_{KB} - E_{KA}$ → forze conservative: $E_{KA} + E_{pA} = E_{KB} + E_{pB}$ costante

→ forze non conservative: $L_{nc} = (E_{KB} + E_{pB}) - (E_{KA} + E_{pA}) = E_{mB} - E_{mA}$

teorema energia-lavoro

URTI:

Forze impulsive, $\vec F^{(e)}$ non impulsive / trascurabili / nulle / ⊥ a piano $\xrightarrow{\text{no vincoli}}$ conservazione quantità di moto

↳ interne

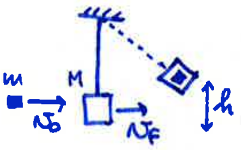
$$\begin{cases} m_1 \vec v_{1fin} - m_1 \vec v_{1in} = \Delta \vec p_1 = \vec J_{21} = \int_0^{\Delta t} \vec F_{21}\, dt \\ m_2 \vec v_{2fin} - m_2 \vec v_{2in} = \Delta \vec p_2 = \vec J_{12} = \int_0^{\Delta t} \vec F_{12}\, dt \end{cases} \Big\rangle\ \vec F_{12} = -\vec F_{21} \to \vec J_{12} = -\vec J_{21} \to \frac{d\vec p_1}{dt} = -\frac{d\vec p_2}{dt} \to \frac{d(\vec p_1 + \vec p_2)}{dt} = 0$$

> urti completamente anelastici: conservazione $\vec p$

$$\begin{cases} m_1 \vec v_{1in} + m_2 \vec v_{2in} = m_1 \vec v_{1fin} + m_2 \vec v_{2fin} \\ \vec v_{1fin} = \vec v_{2fin} = \vec v_{CM} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{Kin} = \frac{1}{2} m_1 v_{1in}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2in}^2 = \overbrace{\left(\frac{1}{2} m_1 v_{1in}'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2in}'^2\right)}^{E_K'} + \left(\frac{1}{2} m_1 v_{CM}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{CM}^2\right) = E_K' + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{CM}^2 \\ E_{Kfin} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{CM}^2 < E_{Kin} \end{cases}$$

Pendolo balistico:



$$\begin{matrix} \vec p_{in} = m v_0 \\ \vec p_{fin} = (m+M) v_F \end{matrix} \Big\rangle \begin{cases} \vec p_{in} = \vec p_{fin} \to v_0 = v_F \dfrac{m+M}{m} \\ \vec E_{m\,in} = \vec E_{m\,fin} \to \frac{1}{2}(m+M) v_F^2 = (m+M) g h \to v_F = \sqrt{2gh} \end{cases}$$

$$v_0 = \sqrt{2gh}\, \frac{m+M}{m}$$

> urti elastici: conservazione $\vec p$ / $\vec E_{in}$

$$\begin{cases} m_1 \vec v_{1in} + m_2 \vec v_{2in} = m_1 \vec v_{1fin} + m_2 \vec v_{2fin} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1in}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2in}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1fin}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2fin}^2 \end{cases} \quad : \text{sistema laboratorio}$$

$$\begin{cases} m_1 v_{1in}' = -m_2 v_{2in}' \\ m_1 v_{1fin}' = -m_2 v_{2fin}' \\ \dfrac{p_{1in}'^2}{2m_1} + \dfrac{p_{2in}'^2}{2m_2} = \dfrac{p_{1fin}'^2}{2m_1} + \dfrac{p_{2fin}'^2}{2m_2} \end{cases} \quad : \text{sistema CM}$$

> urti anelastici: conservazione $\vec p$

$$e = -\frac{p_{1fin}'}{p_{1in}'} = -\frac{p_{2fin}'}{p_{2in}'} = -\frac{v_{1fin}'}{v_{1in}'} = -\frac{v_{2fin}'}{v_{2in}'} \longrightarrow E_{Kfin}' = e^2 E_{Kin}'$$

↓

coefficiente di restituzione: $0 < e < 1$