NUMERO: **2542A** ANNO: 2022

A P P U N T I

STUDENTE: Di Noto Giulia

MATERIA: Fondamenti di Elettrotecnica - Prof. Lombardi

Elettrotecnica I

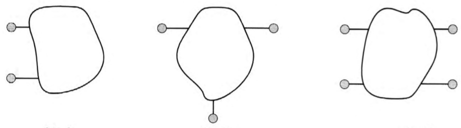
In condizioni quasi stazionarie...

La corrente elettrica si calcola come: $i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \to \frac{dq}{dt}$
- Direct Current (DC)
  - Tensione costante
- Alternating Current (AC), corrente sinusoidale

Ad ogni carica q è associata un'energia w, chiamiamo potenziale V l'energia per unità di carica: $V = \frac{w}{q}$

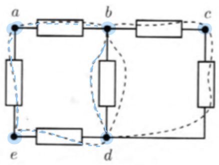
Chiamiamo tensione (o differenza di potenziale) tra A e B la quantità: $V_{AB} = \frac{\Delta w}{q} = \frac{w_A - w_B}{q} = V_A - V_B$

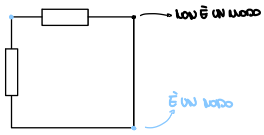
Per circuito elettrico intendiamo l'interconnessione di un numero arbitrario di elementi collegati per mezzo di fili (ideali e dunque equipotenziali), accessibili attraverso terminali.



Un nodo è un punto al quale sono connessi due o più elementi.

Una maglia (o percorso chiuso) è una sequenza di nodi che inizia e termina nello stesso modo, e in cui ogni nodo, tranne il primo, si incontra una volta sola.





conseguenza del principio di conservazione della carica

caso particolare della spezzata chiusa

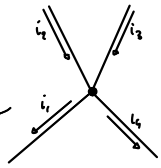
KCL: la somma algebrica delle correnti che entrano in un nodo è nulla.
(in regime stazionario o approssimativamente in regime quasi stazionario)

$$\sum_k i_k(t) = 0$$

per ogni t // in ogni istante

$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0$

$i_2 + i_3 = i_4 + i_1$



elementi del circuito

numero di equazioni per i nodi linearmente indipendenti = n−1

La corrente entrante in un bipolo è sempre uguale a quella uscente.

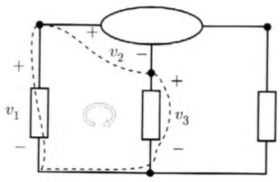
conseguenza del principio di conservazione dell'energia

caso particolare della spezzata chiusa

KVL: la somma algebrica delle tensioni lungo una maglia è nulla.
(in regime stazionario o approssimativamente in regime quasi stazionario)

$$\sum_k v_k(t) = 0$$

per ogni t



elementi del circuito

numero di equazioni per i nodi linearmente indipendenti = B − n + 1

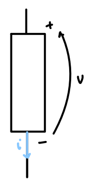
numero di maglie

Una carica infinitesima che attraversa un bipolo perde una quantità di energia che viene assorbita dal bipolo, la variazione nel tempo di questa quantità è detta potenza.

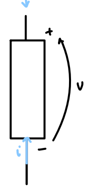
$p = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{dw}{dt} = v \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = v \cdot i$

NORMALE, POTENZA ASSORBITA

POTENZA GENERATA



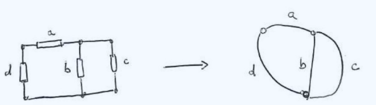
$P = iv =$ <0 GENERATORE / >0 UTILIZZATORE



$P = iv =$ <0 UTILIZZATORE / >0 GENERATORE

conseguenza di KCL e KVL

Conservazione della potenza istantanea o Teorema di Tellegen: la somma algebrica delle potenze assorbita da tutti gli elementi di un circuito è nulla in ogni istante.



m=2
n=3
ℓ=4

Teorema fondamentali della topologia delle reti: ℓ=m+n-1

Linearità

In applicazioni e trasformazioni lineari, siano X e Y due spazi vettoriali, una funzione F: X -> Y è una trasformazione lineare se soddisfa le seguenti proprietà:

$$f(ax) = a f(x)$$
$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

$i(t) + a\left(\frac{di}{dt}\right) = b\, v(t) + c \int_{-\infty}^{t} v(t')\, dt'$ bipolo lineare

$v(t) = a i^3(t)$ bipolo non lineare

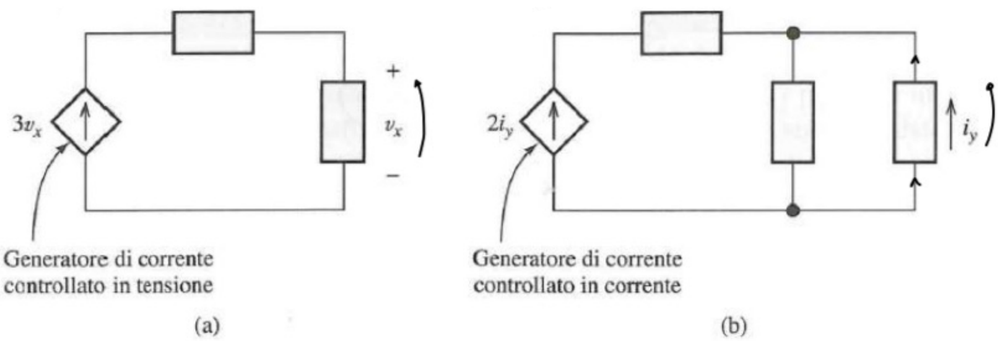
Memoria

Privo di memoria: quando la relazione costitutiva esprime un legame solo fra la tensione e la corrente allo stesso istante di tempo (mi basta conoscere una delle due per ricavare l'altra in un istante di tempo).
Con memoria: quando la relazione costitutiva riguarda anche valori di tensione o di corrente relativi ad istanti di tempo diversi da t (non mi basta conoscere l'altra grandezza in un istante per conoscere l'altra).

Tempo

Bipolo autonomo o tempo invariante quando la relazione costitutiva non dipende dal tempo.
Bipolo variabile nel tempo quando la relazione costitutiva è funzione del tempo.
Riguarda la legge, se la legge che lega la tensione alla corrente non varia nel tempo, allora il bipolo è tempo in variante, altrimenti se varia è bipolo variante.

Abbiamo generatori indipendenti di corrente ideale che vengono attraversati da un preciso valore di corrente fissato a priori, che mantiene ai suoi capi, e i generatori dipendenti di tensione ideali GTCT e GTCC:

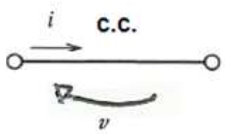


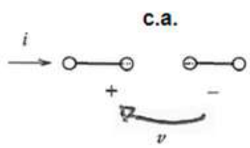
Corto circuito

Tratto di conduttore equipotenziale è il corto circuito, qui la relazione costitutiva è essendo equipotenziale la tensione è nulla e la corrente è qualsiasi. Da cosa dipende la corrente? Dagli altri componenti collegati a questo corto circuito, come se fosse un generatore di tensione particolare dove la tensione è 0.

Circuito aperto

Il circuito aperto è il duale, sposto la proprietà della tensione sulla corrente e viceversa, la tensione nulla diventa corrente nulla, la corrente qualsiasi diventa la tensione qualsiasi. Necessariamente la corrente è nulla perché non abbiamo supporto in cui possono scorrere le cariche, la tensione è qualsiasi e dipende da cosa è collegato a il circuito aperto.





interpretati come generatore di tensione e generatore di corrente.

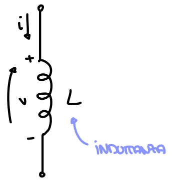
Altri bipoli ideali

L'induttore la cui relazione costitutiva (in convenzione degli utilizzatori) è: (1) $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$ dove v ed i hanno versi di riferimento coordinati

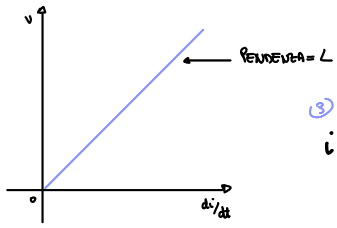
SE DERIVO: (2) $\varphi(t) = L\,i(t)$

(4) $L = \dfrac{\mu N^2 A}{\ell} = \mu m^2 A\ell$

$m = N / \ell$



Gli induttori in commercio sono realizzati avvolgendo un filo di materiale conduttore attorno ad un nucleo, fino a formare numerose spire. Sappiamo che la corrente che scorre nel filo crea nel nucleo un campo di induzione magnetica. Il flusso di induzione concatenato con l'avvolgimento $\varphi(t)$ è proporzionale alla corrente. La variazione temporale del flusso provoca una tensione tra i morsetti, espressa dalla legge di Faraday, che sostituendo per una torbidate otteniamo la formula 4.

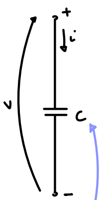


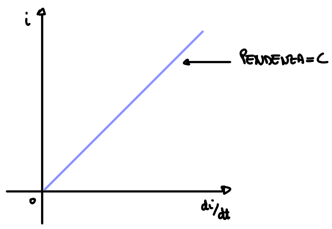
(3) $i = \dfrac{1}{L}\displaystyle\int_{-\infty}^{t} v(t)\,dt$

Si differenzia dalla legge di Ohm: tanto più R è grand' e tanto è più piccola la corrente secondo Ohm, qui abbiamo un fenomeno che tanto più L è grande sempre a parità di tensione, tanto è più piccola la variazione di corrente.

Le proprietà che la caratterizzano sono che il comando è sia in tensione che in corrente, è lineare (poichè il legame tra la tensione e la derivata della corrente è di tipo lineare), con memoria, a tempo in variante ed è un bipolo strettamente passivo.
Dalla formula 3 si vede che la corrente all'istante t non dipende solo dalla tensione in t, come accade nel resistore, ma anche dall'andamento della tensione tra t0 e t, e da i(t0). Per questo motivo si dice che l'induttore è un elemento con memoria.
Quando la corrente è costante (DC) l'induttore equivale ad un corto circuito, in quanto anche matematicamente lo vediamo dalla formula di v(t) che se deriviamo i che è costante, otteniamo 0. Inoltre la corrente nell'induttore è una funzione continua e l'induttore non dissipa energia, ma è in grado di immagazzinarla.

Il condensatore è un bipolo caratterizzato dalla seguente relazione differenziale tra la tensione e la corrente:





conv. utilizzatori

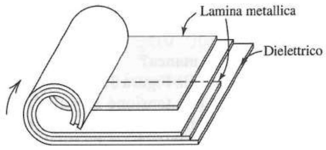
$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

add. − per conv. generatori

Se guardiamo i circuiti reali la corrente è sempre continua, nei circuiti ideali per esempio in tagli di induttori e maglie, sono reti degeneri, in cui può anche saltare la corrente.

SE DERIVO: $q(t) = C\,v(t)$

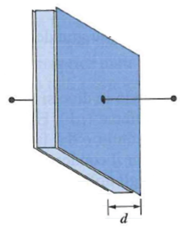
La capacità denota la proprietà di opporsi alla variazione di tensione.
Per la dualità con l'induttanza, devono valere le stesse proprietà di comando: sia in tensione che in corrente, lineare, con memoria, tempo invariante, strettamente passivo.
Quando la tensione è costante, il conduttore equivale ad un circuito aperto (DC). La tensione tra i morsetti del condensatore è una funzione continua. Il condensatore non dissipa energia, ma può immagazzinarla. L'effetto capacitivo è ottenuto inserendo uno strato sottile di materiale isolante tra due strati di conduttore. La corrente che arriva al condensatore accumula cariche positive sullo strato superiore e negative su quello inferiore. Questo fenomeno genera un campo elettrico tra i due strati e quindi una differenza di potenziale.



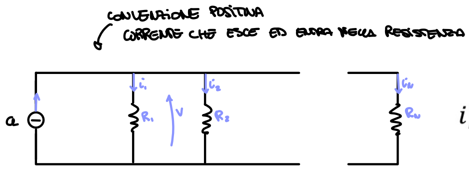
I condensatori reali possono essere costruiti interponendo ai piatti due strati di dielettrico e avvolgendolo. Traslando la posizione dei piatti, la connessione può essere fatta per ogni piatto all'estremo del rotolo.

$$q(t) = Cv(t)$$

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} \qquad i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$



Analogamente..



$$i_k = vG_k = \frac{aG_k}{(G_1+G_2+..+G_N)}$$

..si ripartisce fra i resistori in misura proporzionale al valore di conduttanza. Per questo motivo il circuito in figura viene detto partitore di corrente.

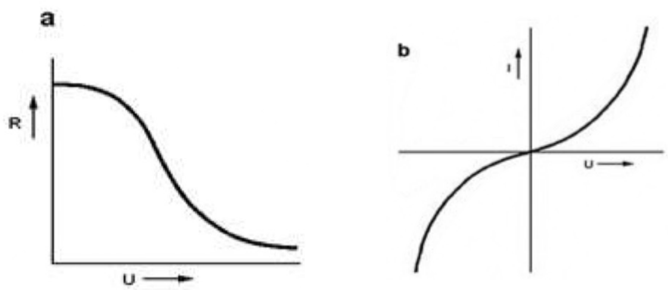
Due circuiti si dicono duali se sono caratterizzati dalle stesse equazioni con quantità scambiate tra loro secondo la tabella delle coppie di termini duali

Tabella	Coppie di termini duali
Resistenza *R*	Conduttanza *G*
Induttanza *L*	Capacità *C*
Tensione *v*	Corrente *i*
Generatore di tensione	Generatore di corrente
Nodo	Anello
Serie	Parallelo
Circuito aperto	Corto circuito
KVL	KCL
Thevenin	Norton

Le resistenze dipendenti dalla tensione, dette anche varistori, sono poco conosciute ed usate. Grazie alle loro peculiari caratteristiche, sono ottimamente adatti per proteggere i circuiti elettronici ed i semiconduttori contro le tensioni eccessive.

I varistori, che sono classificati per convenzione come "resistenze non lineari", sono composti da carburo di silicio, ossido dì zinco oppure ossido di titanio. I granuli di tali materiali vengono sinterizzati ad alta temperatura, in modo da formare una ceramica vetrosa. Un'eminente qualità delle resistenze dipendenti dalla tensione (VDR) è la caratteristica simmetrica che lega la loro resistenza alle variazioni della tensione applicata ai loro terminali (figura a), essa è cioè indipendente dalla polarità. Ciò è dovuto al fatto che, per quanto ciascun singolo contatto nella massa resistiva possa raddrizzare, la distribuzione casuale di un gran numero di contatti in serie od in parallelo dà come risultato numeri uguali di contatti che rettificano in direzioni opposte. Questa caratteristica rende tali componenti perfettamente adatti per le correnti alternate, con le quali non è possibile usare i diodi di protezione.

E' possibile comprendere nel modo migliore il funzionamento di un varistore, considerandolo come se fosse una coppia di diodi zener collegati a polarità opposte. Al di sotto di una certa tensione, la corrente è bassa. perché la resistenza è elevata. Quando la tensione aumenta, la resistenza diminuisce o la corrente aumenta con legge esponenziale (figura b).



La relazione tra la tensione U e la corrente I in un varistore può essere espressa da U=CI b, dove b è in volt, I in ampere, mentre C e b sono costanti caratteristiche del materiale resistivo. La corrente aumenta con legge esponenziale quando aumenta la tensione (b).

I valori pratici di C variano da 14 ad alcune migliaia alcuni valori di b sono tabellati. Quando la tensione e la corrente sono rappresentate in una scala logaritmica doppia, la caratteristica U/I è rappresentata da una linea retta con pendenza b. Questa caratteristica devia dall'andamento rettilineo solo quando la corrente è molto bassa. Per poter usare certi tipi di VDR non è necessario, rigorosamente parlando, conoscere la loro caratteristica, è di solito sufficiente conoscere alcuni dati, come:

1) Il livello di tensione al "ginocchio", cioè la tensione alla quale il varistore inizia a lavorare. L'acutezza del ginocchio della caratteristica è una funzione del materiale usato: i varistori all'ossido di zinco, per esempio, hanno un ginocchio più pronunciato rispetto ai tipi al carburo di silicio. I varistori all'ossido di titanio, hanno un livello di ginocchio relativamente basso (a partire da 2,7 V). La tensione di ginocchio è data per una determinata corrente, che dipende dal valore della VDR.

2) Questa costante è più bassa per i varistori all'ossido di zinco, e ciò vuol dire che anche un piccolo aumento della tensione provoca un forte aumento della corrente una salvaguardia per i semiconduttori.

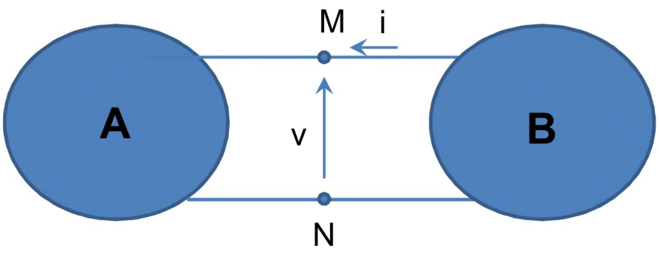
3) Massima corrente di picco, cioè la massima energia impulsiva che il componente è in grado di dissipare: questo è, naturalmente, un parametro importantissimo nei circuiti di protezione.

4) Possibilità di carico continuativo, che è un fattore importante quando il varistore e usato in un circuito regolatore od in presenza di impulsi ad elevata frequenza.

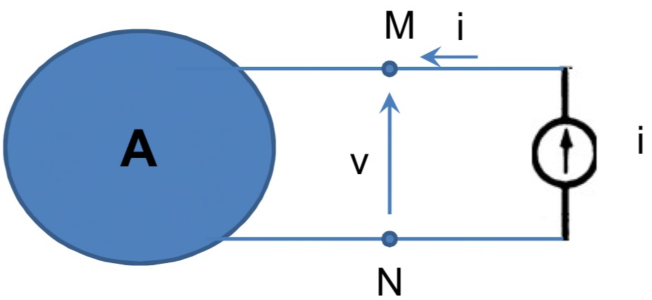
Per analizzare usiamo il principio di sostituzione A con un circuito più semplice, esistono due formulazioni: Thevenin e Norton, che riduce C a un modello costituito da generatori indipendenti di tensione, mentre il modello a destra è relativo a Norton.
Un circuito resistivo lineare, accessibile da 2 terminali, è equivalente ad un generatore indipendente di tensione in serie ad un resistore. La tensione vT del generatore è la tensione che si ha tra i terminali, quando sono aperti (tensione a vuoto). La resistenza RT del resistore è la resistenza equivalente al circuito con i generatori indipendenti spenti.

Teorema di Thevenin

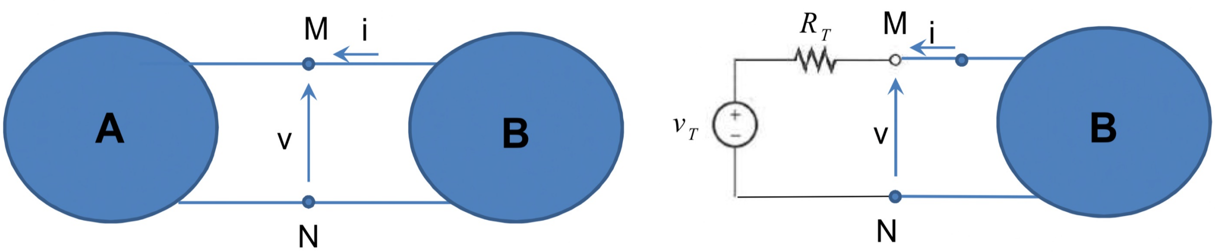
Una delle principali conseguenze del principio di sovrapposizione [in un circuito resistivo lineare, qualunque tensione o corrente è la somma degli effetti dei singoli generatori indipendenti, quando agiscono uno alla volta] è il Teorema di Thevenin.
Principio di sostituzione sarà necessario per l'enunciato, e di sovrapposizione per la dimostrazione.



Supponiamo di avere questa rete, sappiamo che il problema è ben posto perché abbiamo una soluzione ed è unica, supponiamo che i sia nota, se sostituisco a B un generatore dipendente i ottengo la stessa i e su A devo avere la stessa v. Alimentando con la stessa i necessariamente dobbiamo avere la stessa v, i è la corrente effettiva che avremmo nel circuito originario, è incognita sopratutto con A e B che sono reti generiche. Come fonte di alimentazione abbiamo il generatore dipendente i e poi dei generatori indipendenti. Usiamo il principio di sovrapposizione degli effetti, per ognuno possiamo avere un contributo sulla tensione v, continuiamo attutando a turno tutto i generatori dentro A, ognuno di questi generatori attuandosi mi darà un contributo sulla tensione, siccome sono lineari la dipendenza tra v ed i è un coefficiente moltiplicativo. Vediamo questa sovrapposizione degli effetti a gruppi: gruppo generatori interni alla sotto rete A, quando si attiva esclusivamente i, abbiamo un i=0 e chiamiamo questo contributo vt (tensione di reverimmo) che è la tensione a vuoto, perché è la tensione che abbiamo ai morsetti della sottorete A quando i è 0, quindi quando il circuito è aperto.



Il secondo contributo è dato quando la sottorete A è spenta, cioè è la resistenza equivalente ai morsetti quando la sottorete A è spenta. Questo è un bipolo composto, sintetizziamo la rete mettendo vt ed Rt in serie.

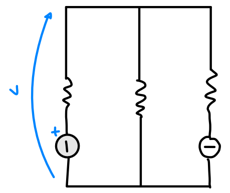


Un circuito resistivo lineare, accessibile da due terminali, è equivalente ad un generatore indipendente di tensione in serie ad un resistore. La tensione vT del generatore è la tensione che si ha tra i terminali quando sono aperti (tensione a vuoto). La resistenza RT del resistore è la resistenza equivalente al circuito con i generatori indipendenti spenti.

Scheda riassuntiva

Millman

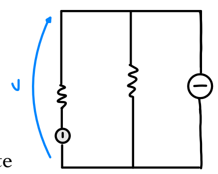
Per Millman devo avere: massimo due nodi (a eccezione di quello che collega le due cose), o un generatore di tensione in serie con una resistenza, o solo una resistenza, o solo un generatore di corrente.



POSSO SCRIVERE UN CIRCUITO EQUIVALENTE

La corrente che passa per la resistenza sarà sempre la corrente generata dal generatore, quindi la resistenza non mi influisce, dunque posso non trascriverla e riscrivere un circuito equivalente senza la resistenza.

ORA È UN CIRCUITO MILLMAN



$$V = \frac{\frac{E_i}{R} + I}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

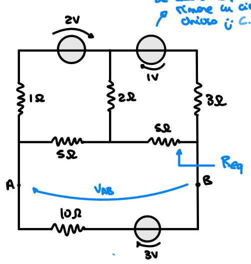
si considera sempre

Il verso della tensione che cerco deve essere concorde con i generatori per metterli positivi nella formula

TROVARE LE EQUAZIONI SEMPRE CON MATRICE

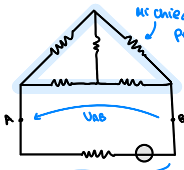
TRUCCHETTO
Se cancello le pallino rimane un circuito chiuso → c.c.

È UN PO' UNA MERDA



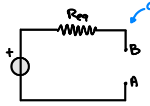
R_{eq} → LA TROVO SPEGNENDO TUTTI I GENERATORI

Mi chiede questo circuito perché ci chiede V_{AB}



questo sta sotto V_{AB}, non ci interessa

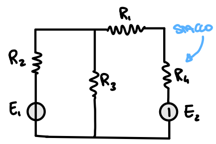
Thevenin



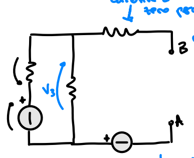
CIRCUITO DI THEVENIN

2°- Spegnere i generatori, trovare la R equivalente, riaccendere i generatori e trovare la tensione a vuoto.
1°- collegare un generatore di corrente ai nodi A B

ESEMPIO: corrente in R_4?



stacco R_4



corrente è zero perché il circuito è aperto → allora $V=0$

idem

2° METODO

$R_{eq} = (R_2 // R_3) + R_1 = 4\Omega$

USO IL PARTITORE DI CORRENTE

$V_3 = E_1 \frac{R_3}{R_3+R_4} = 6V$

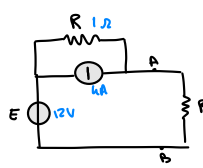
⇓

KVL

$6 + V_{AB} + 3 = 0$

$V_{AB} = -9V$

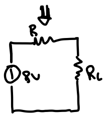
Thevenin 2° metodo

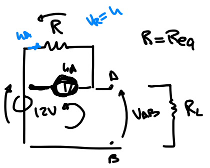


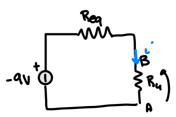
$R = R_{eq}$

$V_{AB} = -4 + 12 = 8V$

⇓







CERCO LA TENSIONE

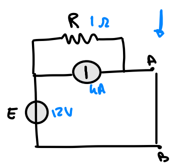
$R_E = R_{eq} + R_4 = 4 + 5 = 9\Omega$

$V_{BA} = -9V$

Ohm → $V = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{-9}{9} = -1A$

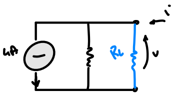
Norton

Metto esempio un generatore di tensione



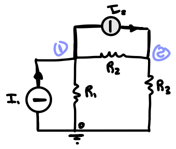
$R = R_{eq}$ → in parallelo con un c.c. quindi è 0 e non scorre corrente dal c.c.

$i = I_{eq} + G_{eq} \cdot V \Rightarrow 4 \cdot 1 \cdot V$



Trovo con il partitore di corrente R_L e poi i e da qui trovo V

Metodo ai nodi per ispezione

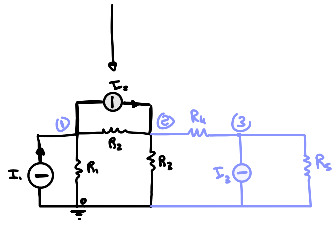


MATRICE

conduttanze collegate direttamente

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1-I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Tale metodo ai nodi per ispezione può analizzare anche reti incrementali



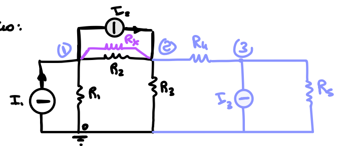
Cosa cambia ora nella matrice?

MATRICE 3x3

collegamento tra 1 e 3 (nodi)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1-I_2 \\ I_2 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

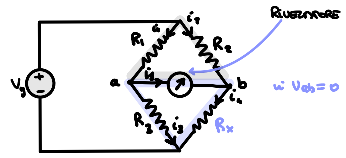
SE ANCORA AGGIUNGO:



RISCANO

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & \frac{R_2 \cdot R_x}{R_2+R_x} & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1-I_2 \\ I_2 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

Ponte di Wheatstone



La misura di una resistenza è problematica con il sistema di un collegamento con la batteria ad un resistore con la misura amperometrica. È problematica sia quando R è piccola sia quando è grande, il ponte di Wheatstone risolve questo problema. È costituito da una R incognita, da tre resistori di cui conosciamo i valori, il primo è un resistore di precisione, cioè ha una tolleranza molto bassa di errore, il secondo e terzo sono resistenze variabili, di cui una con regolazione fine e l'altra più grossa.

Poi abbiamo uno strumento interposto tra il nodo A e il nodo B, che è un micro-amperometro che serve a misurare correnti molto piccole, ha una resistenza interna molto piccola. Vediamo perché il ponte permette l'individuazione del valore di R incognita: parliamo di ponte bilanciato nel momento in cui questa corrente che passa dal rilevatore è 0, praticamente nulla, quindi cerchiamo di regolare R2 ed R3 in maniera empirica finché il passaggio di corrente dal micro-amperometro è nulla. Quando la corrente è nulla, siccome sappiamo che il rivelatore ha una resistenza interna molto piccola e gli passa una corrente che tende a zero, il prodotto di questi due dà una tensione nulla, allora la corrente che scorre sul resistore 1, scorre tutta sul resistore 3, non passa a destra, analogamente per la corrente 2, quindi sfruttiamo Kirchoff in tensione su entrambi i percorsi evidenziati (lilla e grigio), cosa individuiamo? Individuiamo che le tensioni sulle resistenze 1 e 2 devono essere uguali perché sul rivelatore è zero, analogamente sulla resistenza 3 deve avere stessa tensione della resistenza incognita, allora in termini di legge di Ohm:

Ponte bilanciato quando $i_g=0$ quindi $V_{ab}=0$

$$R_1 i_1 + V_{ab} = R_2 i_2$$
$$R_x i_4 + V_{ab} = R_3 i_3$$

$$\xrightarrow{\text{BILANCIATO}} R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3$$

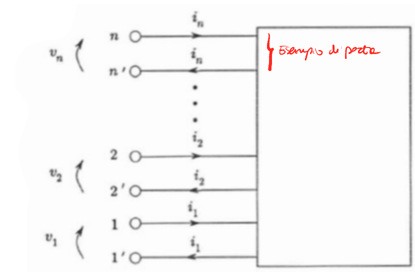
Multipoli e multiporta

chiamiamo *porta* una coppia di terminali in cui la corrente che entra da un terminale è uguale a quella uscente dall'altro, in ogni istante.

n-multiporta e' un 2n-polo

Relazione costitutiva lega

Correnti e tensioni $\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$; $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$



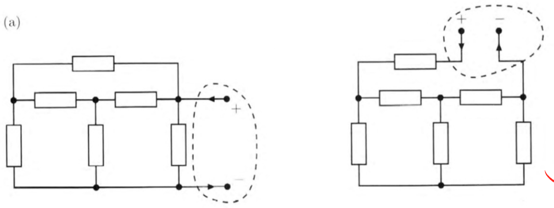
In base a definizione di correnti e tensioni indipendenti

Potenza assorbita $\boxed{p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + \cdots + v_n i_n = \mathbf{v}^t \mathbf{i}}$

(somma delle potenze di ciascuna porta)

Passivo se $w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(t)\, dt \geq 0.$

(a)



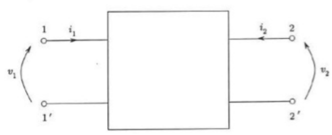
ottenuta collegando due morsetti in parallelo ad un elemento

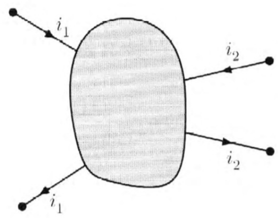
ottenute collegando due morsetti in serie ad un elemento

Multiporta lineari privi di memoria hanno relazione costitutiva

$\mathbf{A}\,\mathbf{v} + \mathbf{B}\,\mathbf{i} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ Inerte **c=0**

Caso particolare **Doppio Bipolo** (o **Due-porte**)





Chiamiamo *doppio bipolo* o *rete due-porte*(1) un circuito accessibile da quattro terminali i quali formano due porte.

Intrinseco:
Il vincolo tra le correnti dei terminali di ciascuna porta e' conseguenza della struttura interna del componente

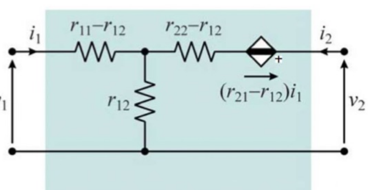
Non Intriseco:
i vincoli tra le correnti derivano dal modo in cui il componente e' collegato

Esempio di circuiti equivalenti di doppi bipoli resistivi rappresentati con matrice R (doppi bipoli lineari privi di memoria inerti)

=

Matrice di Resistenze

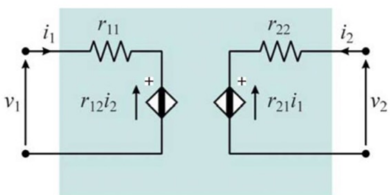
$$\begin{cases} v_1 = r_{11} i_1 + r_{12} i_2 \\ v_2 = r_{21} i_1 + r_{22} i_2 \end{cases}$$



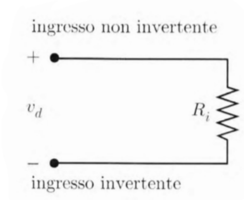
Sintesi

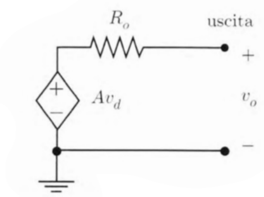
Matrice delle Conduttanze

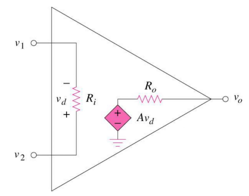
$$i_1 = G_{11} v_1 + G_{12} v_2$$
$$i_2 = G_{21} v_1 + G_{22} v_2$$



Sintesi



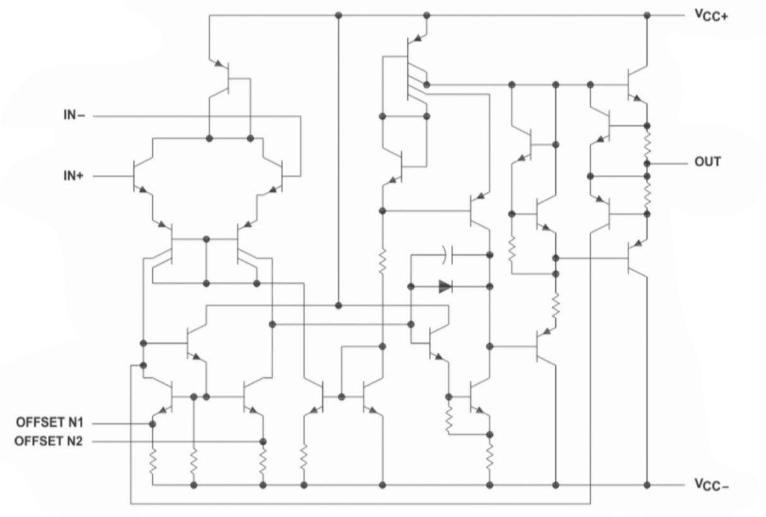




La resistenza R_i è detta resistenza di ingresso, la resistenza R_o è detta resistenza di uscita. La costante A, che rappresenta la pendenza della caratteristica nella regione lineare, viene detta guadagno ad anello aperto. La tensione di alimentazione E varia a seconda del modello considerato.

https://www.ti.com/product/UA741#params

Number of channels (#)	1
Total supply voltage (Max) (+5V=5, +/-5V=10)	36
Total supply voltage (Min) (+5V=5, +/-5V=10)	7
Rail-to-rail	No
GBW (Typ) (MHz)	1
Slew rate (Typ) (V/us)	0.5
Vos (offset voltage @ 25 C) (Max) (mV)	5
Iq per channel (Typ) (mA)	1.7
Vn at 1 kHz (Typ) (nV/rtHz)	20
Rating	Catalog
Operating temperature range (C)	0 to 70
Offset drift (Typ) (uV/C)	0
Features	–
Input bias current (Max) (pA)	500000
CMRR (Typ) (dB)	90
Output current (Typ) (mA)	25
Architecture	Bipolar



Component Count	
Transistors	22
Resistors	11
Diode	1
Capacitor	1

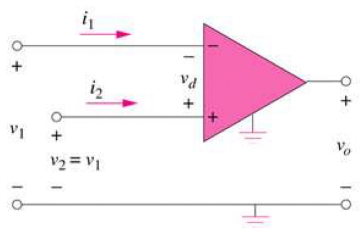
La resistenza di ingresso R_i assume generalmente valori così grandi che può essere considerata infinita, senza commettere un errore apprezzabile. Ciò equivale a sostituire il resistore R_i con un circuito aperto. Di conseguenza, le correnti che scorrono nei terminali di ingresso dell'operazionale si possono considerare entrambe nulle. Tale proprietà si esprime dicendo che tra i terminali di ingresso dell'operazionale c'è un circuito aperto virtuale.
Inoltre, supponendo che il funzionamento avvenga nella regione lineare, possiamo scrivere la seguente relazione per la tensione differenziale

$$-\frac{v_{\max}}{A} < v_d < \frac{v_{\max} \sim 10}{A \sim 10^5\text{-}10^6 \sim \infty} \Big\} \sim 0$$

Il valore di v_d nella regione lineare, è così piccolo che può essere generalmente trascurato. Considerare ed nulla equivale a supporre i due terminali di ingresso allo stesso potenziale. Ciò si esprime dicendo che, tra i terminali di ingresso dell'operazionale c'è un corto circuito virtuale. Le equazioni che definiscono un amplificatore operazionale ideale sono, dunque, le seguenti:

$$\boxed{v_d = 0 \qquad i_+ = i_- = 0}$$

Il fatto che la tensione v_d si considera nulla mentre v_o è diversa da zero, vuol dire che la tensione v_o non è più controllata dalla tensione differenziale v_d. Infatti, come vedremo, il suo valore è determinato dal resto del circuito in cui è inserito l'amplificatore operazionale.



- Concetto di massa virtuale

polo a tensione di riferimento in ingresso ad AO
non collegato direttamente a riferimento e
con corrente imposta da AO pari a zero
In questo esempio e' l'ingresso invertente – dell'AO

$$A_C = \frac{v_o}{v_i}$$

guadagno ad anello chiuso

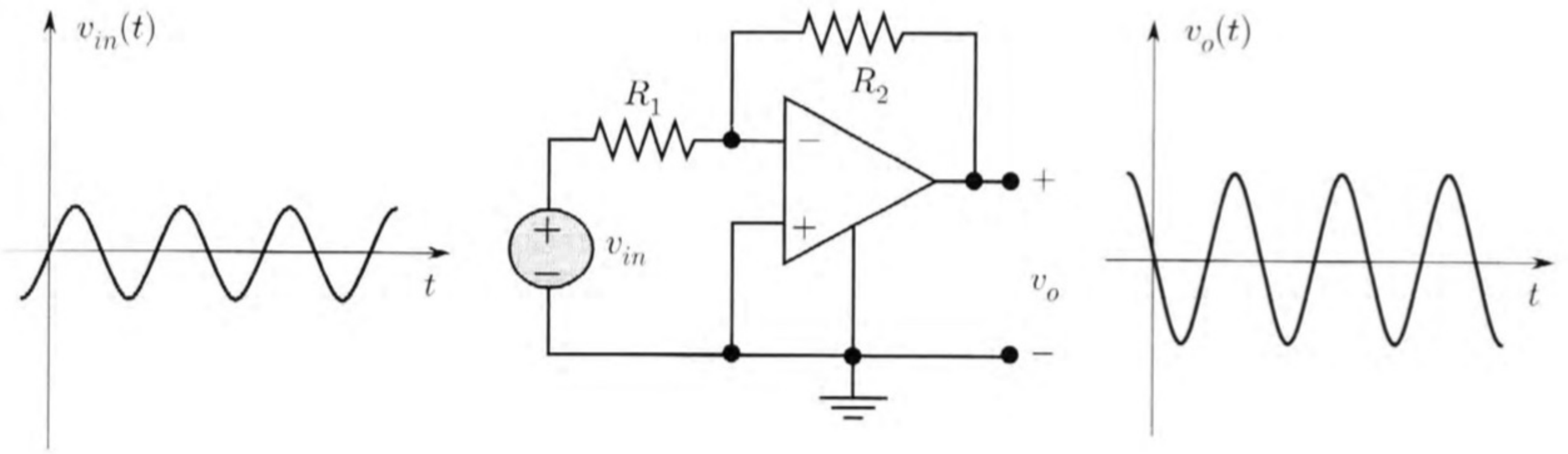
L'A_C viene definito dai parametri dei circuiti intorno all'AO in base alle esigenze di progetto

La (4.12) giustifica il nome di **amplificatore invertente**, dato al circuito. Infatti, se $R_2 > R_1$, la tensione di uscita, v_o, è, in valore assoluto, maggiore della tensione di ingresso, v_{in}. Il circuito quindi è in grado di *amplificare* la tensione di ingresso. Inoltre, a causa del segno $-$, la tensione di uscita ha sempre polarità opposta rispetto alla tensione v_{in}, da cui l'aggettivo *invertente*. Se per esempio la tensione di ingresso ha un andamento sinusoidale,

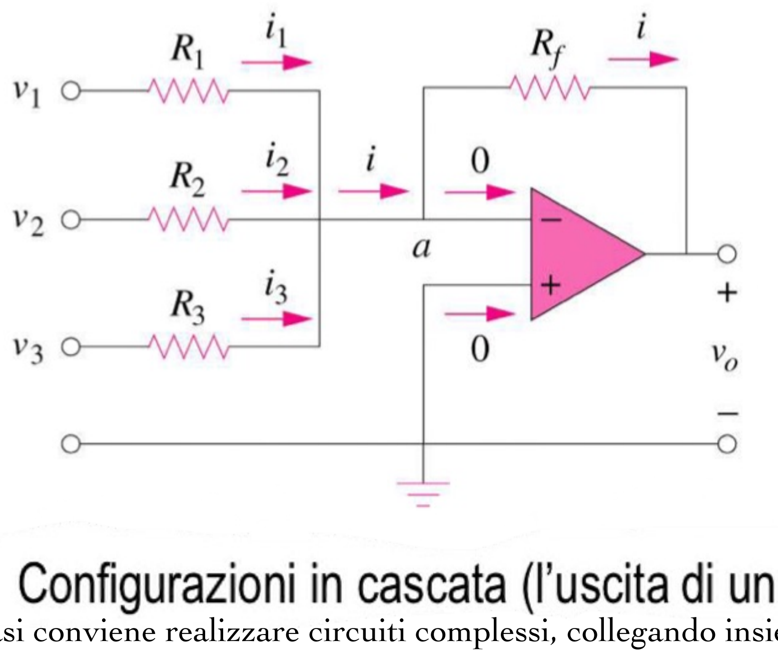
$$v_{in}(t) = \text{sen}(\omega t)\,,$$

la tensione di uscita è (Figura 4.16):

$$v_o(t) = -\frac{R_2}{R_1}\,\text{sen}(\omega t)$$



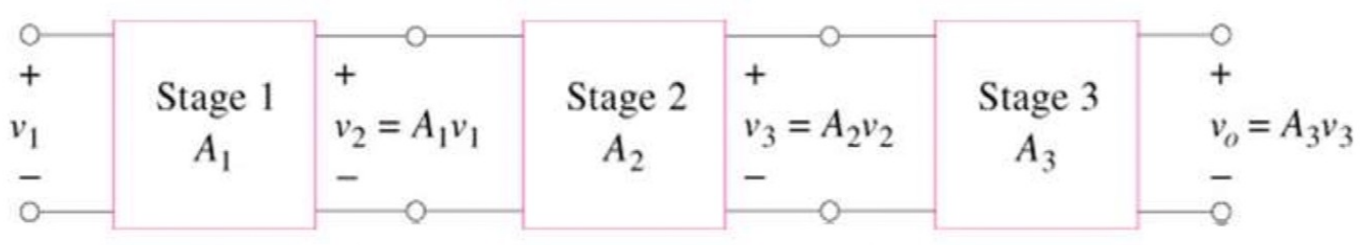
- Sommatore invertente



$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}v_1 + \frac{R_f}{R_2}v_2 + \frac{R_f}{R_3}v_3\right)$$

- Configurazioni in cascata (l'uscita di un AO e' l'ingresso di un altro AO)

In molti casi conviene realizzare circuiti complessi, collegando insieme circuiti più semplici, magari con una struttura standard. Ciascuno stadio e un circuito con due morsetti di ingresso e due morsetti di uscita. Ogni stadio è indipendente e non influenzato dall'altro (cioè ha relazione ingresso uscita in tensione indipendente) perché ho in pratica Ri infinita e Ro nulla [proprietà sdoppiamento dei generatori]



La tensione di picco è l'ampiezza del nostro segnale, e la picco-picco é l'esclusione del segnale dal valore massimo al valore minimo, e il valore efficace nel caso sinusoidale è questa grandezza:

Valore efficace di segnale periodico

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [v(t)]^2\,dt}$$

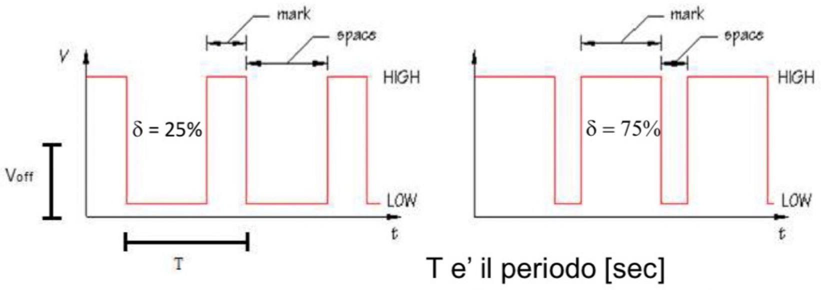
Il valore efficace e' una costante che dipende dalla forma del segnale periodico

Onda sinusoidale $V_{eff} = V_m / \sqrt{2}$ → Relazione diretta

Onda quadra con δ=50% e V_{off}=0V $V_{eff} = V_m$

Un altro segnale è l'onda quadra, ne abbiamo diverse tipologie, di solito viene identificato un valore alto e un valore basso, un'altra caratteristica è il duty cycle che è il rapporto tra la durata del segnale alto rispetto all'intero periodo, in questo caso T

Onda quadra

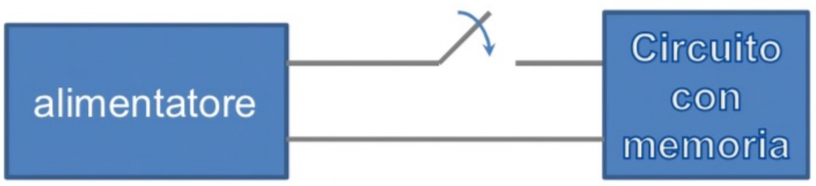


T e' il periodo [sec]
f=1/T la frequenza [Hz]
δ= duty cycle
V_{off}= tensione di offset

$$\delta_{\%} = \frac{\bar{t}}{T}\cdot 100$$

Transitori RC

Le reti dinamiche sono di fatto governate da equazioni differenziali anziché da equazioni algebriche. Nelle reti resistive adinamiche in generale le equazioni che modellano la rete sono di tipo algebrico, invece nelle reti dinamiche abbiamo introdotto elementi con memoria, quindi induttori o condensatori, quindi relazioni costitutive che incorporano la derivata o l'integrale, cioè l'effetto di memorie. Nel caso in cui avvenga una discontinuità nel tempo, una variazione topologica istantanea, oppure una variazione nei segnali che alimentano la mia rete, si instaura un fenomeno transitorio, che dura un certo intervallo di tempo, esaurito il fenomeno transitorio, la risposta del circuito rimane solamente a regime permanente. Dunque la risposta completa sarà costituita da un fenomeno transitorio più un fenomeno a regime permanente.
Noi analizzeremo circuiti le cui equazioni differenziali sono del primo ordine, questo ci vincola a un sottocaso di reti con fenomeni transitori, a un caso in cui la rete possa essere ridotta con un solo elemento con memoria, quindi vincoliamo l'analisi a solo questo caso. La proprietà fondamentale dei circuito con memoria è la possibilità di definire una variabile di stato, cioè che non subisce discontinuità, questa grandezza elettrica è direttamente collegata all'energia, in quanto non possiamo avere salti (variazioni istantanee) di energia per il fatto fisico che potenza infinita non è fisicamente realizzabile. Quindi se abbiamo una rete con un componente con memoria costituito da una capacità, la variabile di stato è la tensione, se abbiamo un circuito con un componente con memoria costituito da un induttore la variabile di stato è la corrente. La nostra rete dopo una discontinuità di sorgente o topologica della rete, avrà una particolarità che la variabile di stato sarà continua e il suo valore sarà mantenuto nell'atto della discontinuità, mentre le altre grandezze elettriche in generale saranno discontinue e in casi particolari continue. Questo è il modello circuitale con una discontinuità topologica (chiusura di un interruttore).

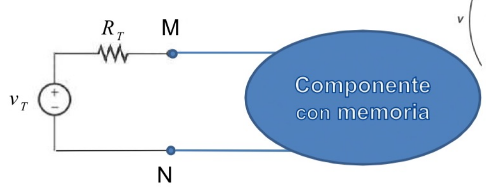


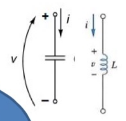
Nota: stessa procedura in caso di apertura in t=0sec

Esiste equivalente tale da

Per t>0sec

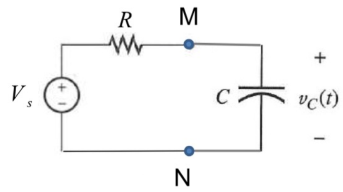
Thevenin





Per t>0sec

Thevenin



(Cauchy)

KCL in M
+
KVL +
relaz. costitutive

$$\boxed{C\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t) - V_s}{R} = 0}$$

Eq. Differenziale del 1° ordine

Nota: tutto in funzione della variabile di stato v_c

$$\boxed{v_c(0^-) = v_c(0^+) = v_o}$$

<u>Soluzione:</u> $v_C(t) = K_1 + K_2 e^{st}$

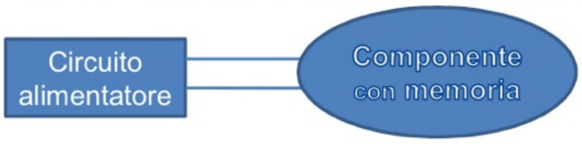
s e' determinato dalla equazione caratteristica

$$Cs + \frac{1}{R} = 0 \Rightarrow s = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}$$

Costante di tempo

Transitori 1° ordine

$$\boxed{\begin{array}{ll} \dfrac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) & \textbf{Equazioni di stato} \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t) & \textbf{Equazioni di uscita} \end{array}}$$



- Caso variabile di stato

Discontinuita' in $\bar{t}$

$$\begin{cases} x(t) = x_p & t \leq \bar{t} \\ x(t) = (x(\bar{t}) - x(+\infty))e^{-(t-\bar{t})/\tau} + x(+\infty) & t \geq \bar{t} \end{cases}$$

$$x_p = x(\bar{t})$$

- Caso non variabile di stato

$$\begin{cases} y(t) = y_p & t < \bar{t} \\ y(t) = (y(\bar{t}_+) - y(+\infty))e^{-(t-\bar{t})/\tau} + y(+\infty) & t > \bar{t} \end{cases}$$

$y(\bar{t}_+)$?

Transitori: step di analisi

Discontinuita' in $\bar{t}$

- Caso variabile di stato
  1. Calcolare la variabile di stato in $t \leq \bar{t}$ (e' continua in un intorno di $\bar{t}$)
  2. Calcolare la variabile di stato in $+\infty$
  3. Calcolare la costante di tempo τ

$$\begin{cases} x(t) = x_p & t \leq \bar{t} \\ x(t) = (x(\bar{t}) - x(+\infty))e^{-(t-\bar{t})/\tau} + x(+\infty) & t \geq \bar{t} \end{cases}$$

$$x_p = x(\bar{t})$$

Risultato gia' trovato risolvendo l'eq. differenziale nel caso RC

$$\boxed{v_c(t) = (v_o - v_{c\infty})e^{-\frac{t}{RC}} + v_{c\infty}}$$

Transitori: step di analisi

Discontinuita' in $\bar{t}$

- Caso non variabile di stato
  - Metodo 1:
    1. Calcolare var. di stato come nella procedura appena descritta [eq. di stato]
    2. Usare principio di sostituzione per il componente con memoria
    3. Analisi circuitale per la grandezza di uscita non variabile di stato [eq. di uscita]
  - Metodo 2:
    1. Calcolare la variabile non di stato e la variabile di stato in $t < \bar{t}$
    2. Calcolare la variabile non di stato in $\bar{t}_+$ (in generale e' discontinua in $\bar{t}$)
    3. Calcolare la variabile non di stato in $+\infty$
    4. Calcolare la costante di tempo τ

$$\begin{cases} y(t) = y_p & t < \bar{t} \\ y(t) = (y(\bar{t}_+) - y(+\infty))e^{-(t-\bar{t})/\tau} + y(+\infty) & t > \bar{t} \end{cases}$$