



*centroappunti.it*

**CORSO LUIGI EINAUDI, 55/B - TORINO**

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 2512A**

**ANNO: 2021**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Forestieri Andrea**

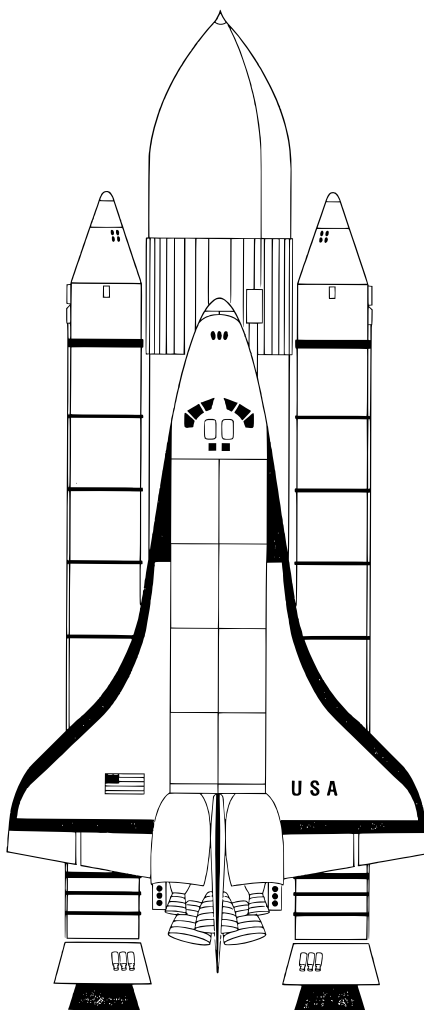
**MATERIA: Endoreattori - Prof. Pastrone**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

# ENDOREATTORI



**Dispense del corso**

Politecnico di Torino

# Indice

<b>1</b>	<b>Endoreattori: Introduzione e Fondamenti</b>	<b>6</b>
1.1	Introduzione . . . . .	6
	Equazione del razzo di Tsiolkowsky . . . . .	7
	Parametri orbitali . . . . .	10
	Scopi e requisiti degli endoreattori . . . . .	11
	Nomenclatura dei razzi . . . . .	12
	Classificazione dei razzi . . . . .	12
1.1.1	Endoreattori Chimici . . . . .	13
	Liquid Rocket Engine . . . . .	14
	Solid Rocket Motor . . . . .	15
	Gaseous Rocket Engine . . . . .	16
	Hybrid Rocket Engine . . . . .	16
1.1.2	Endoreattori elettrici e nucleari . . . . .	16
	Nuclear Rocket Engine . . . . .	16
	Electric Rocket Propulsion . . . . .	16
1.2	Prestazioni: definizioni . . . . .	17
	Energia ed efficienza . . . . .	20
1.3	Prestazioni: valori tipici . . . . .	22
1.4	Modello di endoreattore ideale . . . . .	23
1.5	Coefficiente di spinta (modello ideale) . . . . .	28
	Effetto di $\varepsilon$ . . . . .	29
	Effetto di $p_c/p_0$ . . . . .	30
	Effetto della quota . . . . .	32
	Effetto di $\gamma$ . . . . .	33
1.6	Effetto del rapporto di miscela sulle prestazioni . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Effetti Reali e Heat Transfer</b>	<b>36</b>
2.1	Effetti reali: introduzione . . . . .	36
2.2	Effetti in camera di combustione . . . . .	36
	2.2.1 Mixing . . . . .	36
	2.2.2 Combustione incompleta . . . . .	36
2.3	Effetti nell'ugello . . . . .	38
	2.3.1 Perdite dovute alla cinetica chimica . . . . .	38
	Modello di Bray . . . . .	41
	2.3.2 Perdite per flusso bifase . . . . .	43
	Scambi efficaci di quantità di moto e di calore . . . . .	48
	Solo scambi efficaci di quantità di moto . . . . .	50
	Solo scambi efficaci di calore . . . . .	50

*Indice*

---

3.6	Combustione e Instabilità Di Combustione . . . . .	142
	Instabilità di Alta Frequenza . . . . .	144
	Instabilità di Bassa Frequenza . . . . .	147
<b>4</b>	<b>Endoreattori A Propellenti Solidi – Solid Rocket Motors (SRM)</b>	<b>156</b>
4.1	Balistica Interna . . . . .	159
4.2	Propellente In Camera Di Combustione . . . . .	161
4.3	Pressione Di Equilibrio, Effetti Della Temperatura e Pseudo-equilibrio . . . . .	163
	Pressione di equilibrio . . . . .	163
	Effetto della temperatura del grano . . . . .	167
	Pseudo-equilibrio . . . . .	170
	Erosive burning . . . . .	173
4.4	Geometria Del Grano E Legge Di Spinta . . . . .	174
	Grano a stella . . . . .	178
	Altre geometrie . . . . .	180
	Architettura booster . . . . .	181
4.5	Tipi Di Propellenti Solidi . . . . .	182
	Propellenti solidi omogenei . . . . .	182
	Propellenti solidi compositi . . . . .	185
	Prestazioni dei propellenti solidi omogenei e compositi . . . . .	188
4.6	Processi Di Combustione . . . . .	189
<b>5</b>	<b>Endoreattori A Propellenti Ibridi (HRE)</b>	<b>194</b>
5.1	Propellenti per HRE . . . . .	196
5.2	Balistica Interna . . . . .	196
5.3	Metodi per aumentare le prestazioni . . . . .	198
	Paraffin Based Fuels . . . . .	200
5.4	Regolazione . . . . .	201
5.5	Mixture ratio shifting . . . . .	202

## 1.1. Introduzione

Il mezzo più conveniente è quello preso dall'esterno, perché non contribuisce al peso del motore: un propulsore aeronautico cerca di prendere tanto flusso esterno e accelerarlo poco. Ovviamente non si può prescindere dal peso del motore, quindi l'ottimo si avrà per dimensioni non troppo elevate e accelerazioni del flusso esterno non troppo basse. In questo caso i rapporti di miscela aria-combustibile sono dell'ordine di 50 : 1. Gli endoreattori, per contro, sono progettati per operare anche nel vuoto o in ambienti molto rarefatti. Per questo motivo, anche l'ossidante deve essere immagazzinato, causando un costo più elevato del sistema. Inoltre, la disponibilità di ossidante non è infinita e pertanto si cerca di usarlo al meglio in modo da ottenere la massima spinta con il minimo consumo. Questo è il motivo per cui si cerca di accelerare moltissimo una massa piccola, il che è inefficiente dal punto di vista dello spreco energetico.

	<b>Esoreattori</b>	<b>Endoreattori</b>
<b>Prestazioni</b>	Dipendono dalla velocità di volo $u$ e da condizioni ambiente (quota $z$ ). Utilizzo in atmosfera.	Non dipendono da velocità di volo. Il mezzo influisce solo tramite livello di pressione ambiente. Funzionano in atmosfera, acqua e anche nel vuoto.
<b>Livello di spinta</b>	Limiti su livelli di spinta	Ampia gamma di spinta
<b>Pressione combustore</b>	Dipende da $u$ e da $z$ . Max intorno a 40 ÷ 50 bar	Indipendente da $u$ e da $z$ . Può essere anche elevata (fino a circa 300 bar).
<b>Spinta/Peso</b>	Limitato (ordine 10)	Elevato grazie ad elevata potenza specifica (alta pressione di camera)
<b>Consumo</b>	Limitato grazie all'uso di aria-combustibile	Elevato per utilizzo di propellente <i>on board</i>

La pressione di camera è un'indicazione della potenza e della compattezza del motore. Inoltre, le temperature di combustione sono di circa 2000 K per gli esoreattori. Per gli endoreattori possono arrivare anche a 5000 K.

### Equazione del razzo di Tsiolkowsky

Si vuole studiare la salita di un razzo facendo le seguenti assunzioni:

- studio bidimensionale
- Terra non rotante ( $\vec{V} = \vec{V}_r$ )
- sistema di riferimento inerziale

Si può scrivere

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\vec{F} + \vec{R}}{M} + \vec{g}$$

## 1.1. Introduzione

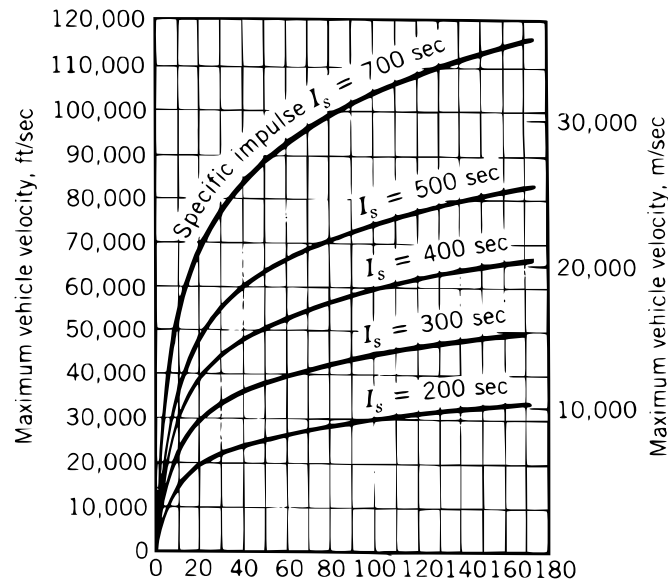


Figura 1.2: Velocità massima del veicolo nello spazio per rapporti  $M_i/M_f$  e impulsi specifici.

Se non ci fossero perdite (spinta assiale, nessuna resistenza aerodinamica, assenza di gravità) la differenza di velocità sarebbe

$$\Delta V = \int_{t_i}^{t_f} \frac{F}{M} dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{F}{M} \frac{dM}{dM} dt = \int_{M_i}^{M_f} \frac{F}{M} \frac{dM}{M} = \int_{M_i}^{M_f} \frac{F}{-\dot{m} M} dM = \frac{F}{\dot{m}} \ln \frac{M_i}{M_f} = I_s g_0 \ln \frac{M_i}{M_f}$$

dove  $\dot{M}$  è la variazione di massa del razzo e  $\dot{m}$  è la portata di propellente.  $I_s = \frac{F}{\dot{m}g_0}$  è l'impulso specifico, che verrà approfondito in seguito, e  $g_0$  è l'accelerazione gravitazionale a *sea level*. Questa formula è molto utile per fare una stima approssimata e si deve notare che:

- non dipende dalla traiettoria
- non dipende dal tempo di combustione
- dipende dalle masse finali e iniziali, quindi dal propellente espulso
- dipende dall'impulso specifico

Nella formula si trascurano i tempi di accensione e spegnimento, in cui la spinta varia, e viene considerato il caso senza perdite di un singolo stadio i cui sistemi non necessitano di energia, per il quale la differenza tra massa iniziale e finale è la massa di propellente espulsa. Si ricava che

$$M_f = M_i e^{-\frac{\Delta V}{I_s g_0}} = M_i e^{-\frac{\Delta V}{c}}$$

## 1.1. Introduzione

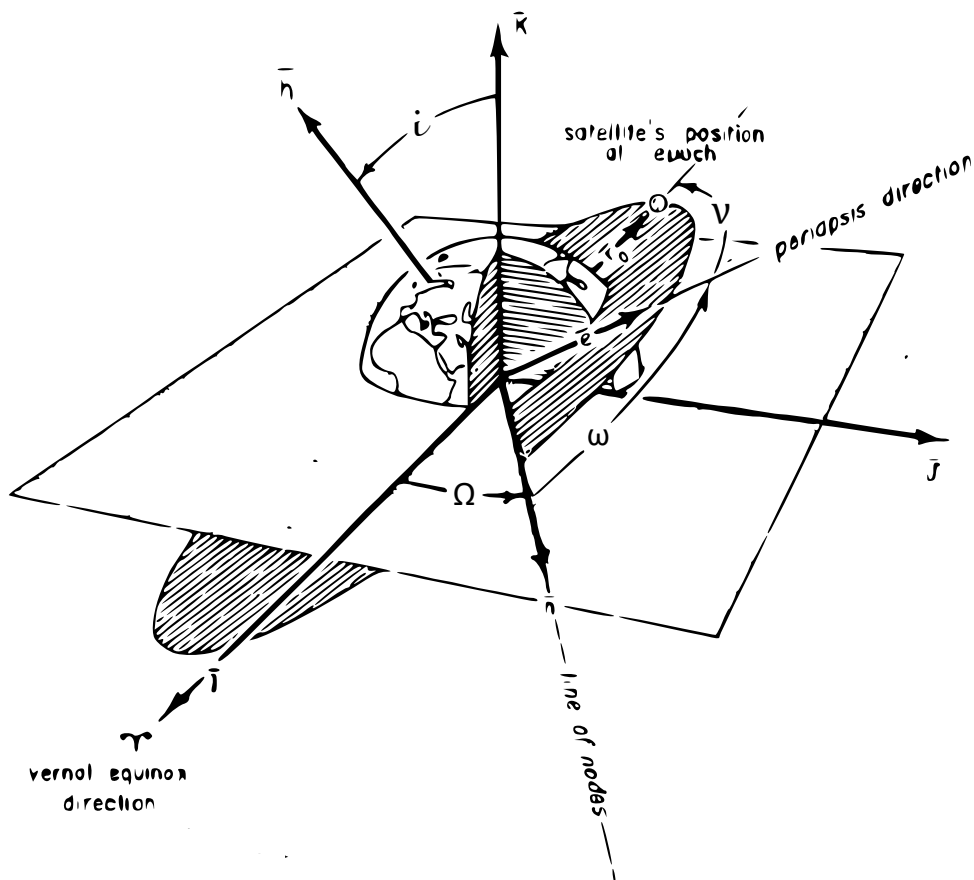


Figura 1.3: Parametri orbitali

### Scopi e requisiti degli endoreattori

Lo scopo generale è quello di applicare forze e momenti sul veicolo per variare il suo momento e la quantità di moto. In particolare:

1. Jet assisted take-off (JATO)
2. Accelerator
3. Launcher first stage, upper stage: grande spinta e bassa precisione
4. Orbit injection/Orbit transfer: poca spinta e grande precisione per cambiare  $a$ ,  $e$ ,  $i$
5. Orbit trim, orbit maintenance and in-flight corrections maneuvers: bassi livelli di spinta, corta durata, ad impulso, precisione altissima
6. Reentry (deorbiting/disposal) and landing: variazione di spinta 10/1 without atmosphere



## 1.1. Introduzione

---

**Endoreattori termici** Il propellente viene accelerato in un ugello dopo il riscaldamento causato da:

- reazioni chimiche (endoreattori chimici)
- reazioni nucleari (endoreattori nucleari)
- sole (endoreattori termo-solari)
- energia elettrica (endoreattori elettrotermici)

**Endoreattori elettrostatici** Degli ioni sono accelerati da un campo elettrostatico

**Endoreattori elettromagnetici** Del plasma è accelerato da un campo elettromagnetico

### 1.1.1 Endoreattori Chimici

Fanno parte dei razzi a propulsione termica, in cui un fluido è accelerato dinamicamente in un ugello dopo essere stato riscaldato grazie a delle reazioni chimiche di combustione. Solitamente i gas caldi sono a temperature dell'ordine di 4000 °C, due volte la temperatura di fusione dell'acciaio. Per questo motivo è necessaria la refrigerazione.

Si definisce *propellente* ciò che viene conservato nei serbatoi per generare spinta. La parola viene usato in modo non univoco: può infatti indicare il combustibile, l'ossidante o l'unione dei due. I propellenti possono essere di varia composizione:

- bipropellenti: la combustione avviene unendo ossidante e combustibile
- monopropellenti: con un eventuale catalizzatore, le molecole di una sostanza si decompongono e danno luogo alla combustione
- *cold gas* e *heated gas*: la spinta viene fornita dall'accelerazione di gas che non cambiano composizione chimica

Quando avviene una reazione chimica è necessaria la distinzione tra *propellente* (immagazzinato prima della reazione) e *prodotti della reazione* (gas esausti).

In base allo stato del propellente, gli endoreattori chimici si classificano in:

- *Liquid Rocket Engine* (LRE), in cui i propellenti o il monopropellente è allo stato liquido
- *Solid Rocket Motor* (SRM), se il propellente è solido
- *Hybrid Rocket Engine* (HRE), se l'ossidante è liquido e il combustibile è solido

### 1.1. Introduzione

nell'ugello:

$$w_e = \sqrt{2c_p T_c \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)}$$

Il valore

$$w_e = \sqrt{2c_p T_c}$$

rappresenta il massimo solo teoricamente raggiungibile per rapporti di espansione che tendono a infinito.

Questo tipo di endorattore può essere spento e riacceso più volte perché l'immissione di propellente in camera è regolata da iniettori. Il sistema di alimentazione però costituisce un peso in più e diminuisce l'affidabilità dell'architettura.

### Solid Rocket Motor

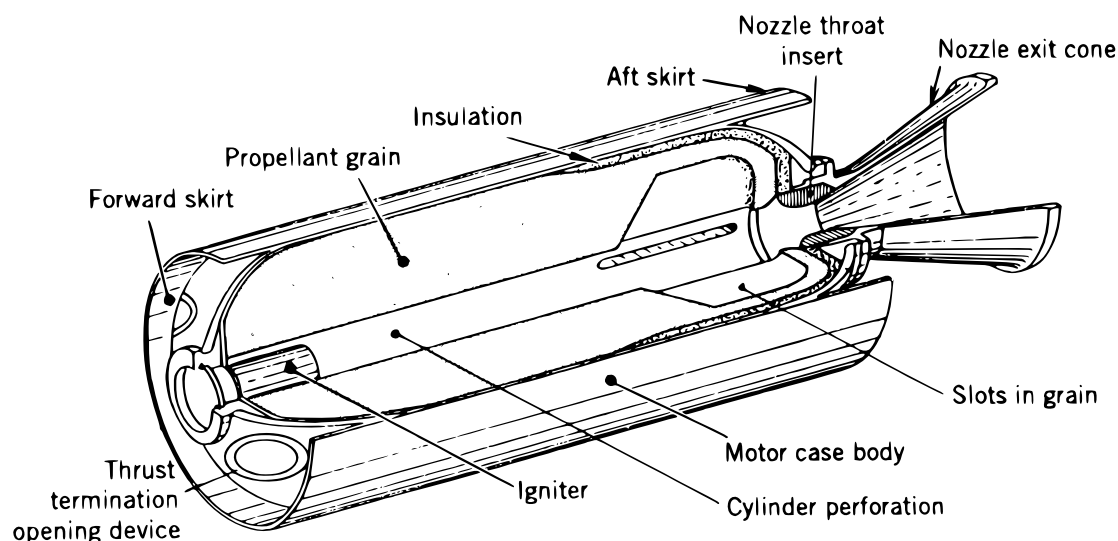


Figura 1.5: Solid Rocket Motor

Il termine *motor* sta ad indicare che questo tipo di propulsore non è regolabile una volta acceso. Ossidante e combustibile sono conservati dentro allo stesso grano solido, messo direttamente nella camera di combustione (fig. 1.5). Non è pertanto necessario alcun sistema di alimentazione, rendendo il sistema più compatto e leggero, anche se maggiormente imprevedibile. Il pericolo principale per questi propulsori è la *deflagration to detonation transition* (DDT), che consiste nel fenomeno non del tutto prevedibile nel passaggio da deflagrazione, quindi fiamma subsonica, a detonazione, quindi combustione supersonica caratterizzata da onde d'urto. Un altro rischio può essere l'accensione non voluta del propellente.

## 1.2. Prestazioni: definizioni

### 1.2 Prestazioni: definizioni

Le prestazioni di un endoreattore possono essere calcolate o verificate sperimentalmente. In particolare le prestazioni possono riferirsi a:

- prestazioni reali, cioè quelle misurate
- prestazioni teoriche, con eventuali fattori di correzione
- prestazioni in condizioni standard, anche queste misurate
- prestazioni minime garantite, che indicano il minimo di quanto l'endoreattore può fornire

Si deve in ogni caso soddisfare dei requisiti richiesti in base alla missione di applicazione. Ad esempio, un requisito potrebbe essere la funzione della spinta del propulsore nel tempo. In questo caso si vuole che la spinta segua nel tempo i valori voluti con una massima percentuale di errore, e in alcuni punti critici della missione il requisito di massimo discostamento dal valore voluto potrebbe diventare più stringente.

Nell'esplicitazione delle prestazioni sarà molto importante la distinzione tra *definizione* e *modello*. Si daranno infatti delle definizioni di prestazione che poi, attraverso un *modello*, sono implementate nel caso teorico.

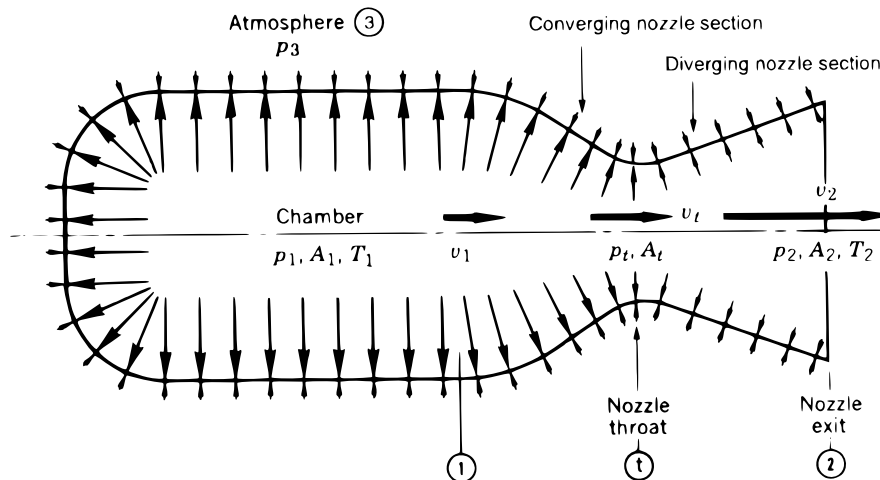


Figura 1.7: Le pressioni del gas sulla camera e sulla parete interna dell'ugello non sono uniformi. La pressione interna (indicata dalla lunghezza delle frecce) è più alta in camera e decresce stabilmente fino a raggiungere l'uscita. La pressione esterna è uniforme.

Schematicamente, la camera di spinta è quella riportata in fig. 1.7. Essendo la spinta variabile nel tempo, un parametro importante per definire il suo effetto è l'*impulso totale*,

## 1.2. Prestazioni: definizioni

---

diventa

$$I_s = \frac{F}{g_0 \dot{m}} = \frac{c}{g_0}$$

dove

$$c = \frac{F}{\dot{m}}$$

rappresenta la *velocità efficace di scarico*. Questa prestazione indica la velocità dei gas all'uscita dall'ugello nel caso adattato. Infatti, la spinta è

$$F = \dot{m}w_e + A_e(p_e - p_0)$$

Pertanto,  $c$  è esattamente  $w_e$  nel caso in cui  $p_e = p_0$ . Si noti che

$$I_s = \frac{c}{g_0}$$

Quindi definito l'impulso specifico è definita anche la velocità di scarico, e viceversa. È condiviso il fatto che sarebbe stata una scelta più opportuna definire l'impulso specifico come la velocità di scarico (senza il fattore  $g_0$ ): in questo caso l'unità di misura sarebbe analoga alla velocità, e nel caso di ugello adattato l'impulso sarebbe proprio la velocità di espulsione dei gas combusti relativa al veicolo.

Nei motori a propellenti solidi è solitamente difficile calcolare la portata in massa, per cui  $I_s$  viene calcolato sperimentalmente dall'impulso totale e dalla massa di propellente immesso in camera.

Un altro parametro prestazionale importante è la *velocità caratteristica*:

$$c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}}$$

dove  $p_c$  indica la pressione di camera e  $A_t$  l'area di gola. Essa è indipendente dalle caratteristiche dell'ugello e non rappresenta una velocità fisica. Infatti,  $c^*$  è collegata all'efficienza del processo di combustione. Propellenti efficienti presentano un numero alto di velocità caratteristiche, stando a significare che, a data area di gola e portata massica, instaurano pressioni di camera più alte.

Il *coefficiente di spinta* è definito come

$$C_F = \frac{F}{p_c A_t}$$

e indica l'effetto benefico dell'ugello sulla spinta ottenuta. Infatti,  $p_c A_t$  è la spinta che si otterrebbe in un ipotetico istante iniziale in cui si pratica un'apertura di area  $A_t$  in una camera in pressione  $p_c$ . Si nota che

$$c = \frac{F}{\dot{m}} = \frac{F}{p_c A_t} \frac{p_c A_t}{\dot{m}} = C_F c^*$$

Un parametro di progetto (non prestazionale) importante è il *mixture ratio*, definito come rapporto tra portata di ossidante e portata di combustibile

$$r_m = \frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_f}$$

## 1.2. Prestazioni: definizioni

---

dove  $H_i$  è la potenza chimica specifica associata alla massa. La potenza entalpica disponibile è

$$P_{ent} = \eta_{comb} P_{chem} = \eta_{comb} \dot{m} H_i$$

La potenza del getto pertanto è

$$P_{jet} = \eta_i P_{ent} = \eta_i \eta_{comb} P_{chem} = \eta_i \eta_{comb} \dot{m} H_i = \eta \dot{m} H_i$$

dove

$$\eta = \eta_i \eta_{comb}$$

La potenza del getto è anche definibile come

$$P_{jet} = \frac{1}{2} \dot{m} c^2$$

Ne consegue che

$$\frac{1}{2} \dot{m} c^2 = \eta \dot{m} H_i$$

$$c = \sqrt{2\eta H_i}$$

La velocità di scarico, pertanto, è limitata dall'entalpia chimica associata al propellente.

Inoltre, è possibile definire anche un rendimento propulsivo

$$\eta_P = \frac{Fu}{Fu + E_{k_{loss}}}$$

dove con  $u$  è indicata la velocità e con  $E_{k_{loss}}$  l'energia cinetica residua del getto. Questo rendimento è unitario se il getto ha velocità relativa uguale a quella del razzo, e quindi una volta uscito ha velocità nulla rispetto al sistema di riferimento inerziale.

## 1.4. Modello di endoreattore ideale

---

### 1.4 Modello di endoreattore ideale

Le definizioni di prestazioni possono essere usate in un modello di endoreattore ideale. Con opportune ipotesi, è possibile utilizzare i principi della termodinamica in forma relativamente semplice. Sperimentalmente, si nota che le prestazioni calcolate dal modello si discostano dai valori realmente ottenuti con un errore dell'ordine del 5%. Il modello deve quindi essere corretto con opportuni fattori. Le ipotesi sono:

1. **Fluido omogeneo** (stesse proprietà e stessa fase in ogni punto)  
 Nei LRE il modello si avvicina alla realtà quando i getti sono ben miscelati.  
 Nei SRM il modello si avvicina alla realtà se il grano è omogeneo. In altri casi, se sono presenti fasi non gassose, ad esempio se si utilizzano particelle di alluminio, l'ipotesi salta.  
 Negli HRE l'ipotesi non è valida perché la miscelazione non è buona.
2. **Equilibrio chimico in camera di combustione** (frazioni molari costanti)
3. **Gas perfetto con  $\gamma$  costante**
4. **Fluido con composizione costante** (*frozen equilibrium*: le frazioni molari si mantengono costanti)
5. **Espansione adiabatica** (senza flussi di calore)
6. **Non sono presenti onde d'urto o altre discontinuità**
7. **Non sono presenti gli effetti dello strato limite**
8. **Flusso unidimensionale in uscita** (non ci sono perdite per divergenza)
9. **Velocità assiale**
10. **Flusso stazionario** (in realtà ci sono fluttuazioni di pressione e vibrazione notevoli)

Sotto queste ipotesi, dal primo principio della termodinamica

$$Q + L_i = \Delta H$$

è valida la conservazione dell'entalpia totale:

$$\Delta H = 0$$

Nella trasformazione da camera e gola si può scrivere

$$h_c = h_e + \frac{w_e^2}{2}$$

L'entalpia totale è l'entalpia di camera. Da questa relazione si ricava la velocità di uscita dei gas:

$$w_e = \sqrt{2(h_c - h_e)} = \sqrt{2(c_p T_c - c_p T_e)} = \sqrt{2c_p (T_c - T_e)} = \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \frac{T_e}{T_c}\right)}$$

#### 1.4. Modello di endoreattore ideale

---

Sostituendo in

$$T_c = T + \frac{w^2}{2c_p}$$

si ottiene

$$T_c = T + \frac{\gamma \mathcal{R} T}{2c_p} M^2$$

Ricordando che

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}$$

la relazione diventa

$$T_c = T + \frac{\gamma \mathcal{R} T}{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \mathcal{M}} M^2 = T \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

Si ottiene pertanto:

$$\frac{T_c}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

Dalle relazioni dell'isentropica,

$$\frac{p_c}{p} = \left( \frac{T_c}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Quindi,

$$\frac{p_c}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Poiché, dalla legge dei gas perfetti,

$$\frac{\rho_c}{\rho} = \frac{\frac{p_c}{T_c}}{\frac{p}{T}} = \frac{p_c}{p} \frac{T}{T_c}$$

si ottiene

$$\frac{\rho_c}{\rho} = \left( \frac{T_c}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \frac{T}{T_c} = \left( \frac{T_c}{T} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

da cui

$$\frac{\rho_c}{\rho} = \left( \frac{T_c}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \frac{T}{T_c} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

La portata attraverso la sezione di gola è

$$\dot{m}_t = \rho_t A_t w_t$$

Essa può essere espressa in funzione delle condizioni totali di camera. La densità in gola può essere espressa come

$$\rho_t = \frac{\rho_c}{\left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}} = \frac{p_c}{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}} = \frac{p_c}{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}}$$

#### 1.4. Modello di endoreattore ideale

---

La velocità di uscita è

$$w_e = \sqrt{2c_p T_c \left[ 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_c}{p_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]}$$

$$= \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c \left[ 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_c}{p_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]}$$

Sostituendo,

$$\dot{m}_e = \rho_e A_e w_e$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_e &= \frac{1}{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c} p_e^{\frac{1}{\gamma}} p_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} A_e \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c \left[ 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_c}{p_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]} = \\ &= A_e \frac{\sqrt{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c}}{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c} \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} p_e^{\frac{2}{\gamma}} p_c^{\frac{2\gamma-1}{\gamma}} \left[ 1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = \\ &= \frac{A_e}{\sqrt{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c}} \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ p_e^{\frac{2}{\gamma}} p_c^{\frac{2\gamma-1}{\gamma}} - p_e^{\frac{2}{\gamma}} p_c^{\frac{2\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = \\ &= \frac{A_e}{\sqrt{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c}} \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ p_e^{\frac{2}{\gamma}} p_c^{\frac{2\gamma-2}{\gamma}} - p_e^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} p_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = \\ &= \frac{A_e}{\sqrt{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c}} \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} p_c^2 \left[ p_e^{\frac{2}{\gamma}} p_c^{\frac{-2}{\gamma}} - p_e^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} p_c^{\frac{-\gamma+1}{\gamma}} \right]} = \\ &= \frac{p_c A_e}{\sqrt{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c}} \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \end{aligned}$$

La portata deve essere uguale in ogni sezione per continuità, pertanto

$$\dot{m}_t = \dot{m}_e$$

$$\frac{p_c A_t}{\sqrt{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c}} \Gamma = \frac{p_c A_e}{\sqrt{\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T_c}} \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$



### 1.5. Coefficiente di spinta (modello ideale)

Il coefficiente di spinta, nel modello, è

$$C_F = C_F \left( \gamma, \varepsilon, \frac{p_0}{p_c} \right)$$

Non è funzione del rapporto di  $p_e/p_c$  poiché esso è definito da  $\gamma$  e da  $\varepsilon$ . Si può dividere in due termini:

$$C_F = C_{F_{vac}} - \varepsilon \frac{p_0}{p_c}$$

dove il coefficiente di spinta nel vuoto è

$$C_{F_{vac}} = \Gamma \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon \frac{p_e}{p_c}$$

#### Effetto di $\varepsilon$

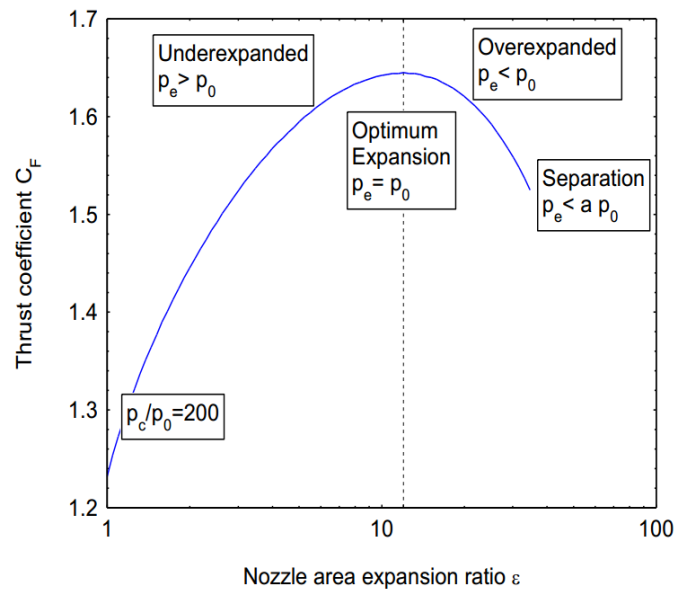


Figura 1.9: Effetto del rapporto di espansione sul coefficiente di spinta

Per un dato  $\gamma$  e  $p_0/p_c$ , quindi fissata la composizione del propellente e la quota, si può diagrammare il coefficiente di spinta in funzione di  $\varepsilon$  (fig. 1.9). Il massimo si ha per condizioni di adattamento, cioè per quel rapporto di espansione che fa sì che la pressione di uscita sia uguale a quella ambiente. Nella zona a sinistra del massimo la pressione di uscita è maggiore di quella esterna, e il getto si dice *sottoespanso*. Nella zona a destra, invece, la pressione di uscita è minore e il getto si dice *sovraespanso*. In quest'ultimo caso è presente un ultimo tratto di ugello in cui la pressione è inferiore a quella ambiente, e pertanto questa zona non dà contributo alla spinta, ma anzi viene frenata. Tuttavia, negli ugelli sovraespansi si creano onde d'urto oblique che comprimono il flusso fino

### 1.5. Coefficiente di spinta (modello ideale)

---

Si può diagrammare l'effetto del rapporto tra  $p_c$  e  $p_0$ , al variare di  $\varepsilon$  (fig. 1.10). I massimi, all'aumentare del rapporto, si spostano a rapporti di espansione maggiori perché a pressioni ambientali più basse il flusso deve espandere di più per essere adattato. Il massimo assoluto si avrebbe quando il rapporto tende ad infinito, cioè nel vuoto, se si riuscisse a espandere il flusso fino a  $p_e = 0$ , quindi a rapporto di espansione non fisicamente possibile.

Gli ugelli solitamente vengono progettati in modo da essere adattati a una certa quota, per esempio alla quota media della missione.

Una situazione analoga di variazione di  $C_F$  è l'accensione, poiché  $p_c$  cresce mentre  $p_0$  rimane costante. Il flusso è inizialmente sovraespanso e mano a mano la pressione di uscita cresce, spostando gli urti verso la sezione di uscita.

**Criterio Summerfield** La separazione avviene per

$$\frac{p_{we}}{p_0} < 0.35/0.40$$

dove  $p_{we}$  indica la pressione a parete in uscita. Si evita pertanto di costruire endoreattori in questo range, e l'unico momento dove ciò è inevitabile è l'accensione.

## 1.6. Effetto del rapporto di miscela sulle prestazioni

### Effetto di $\gamma$

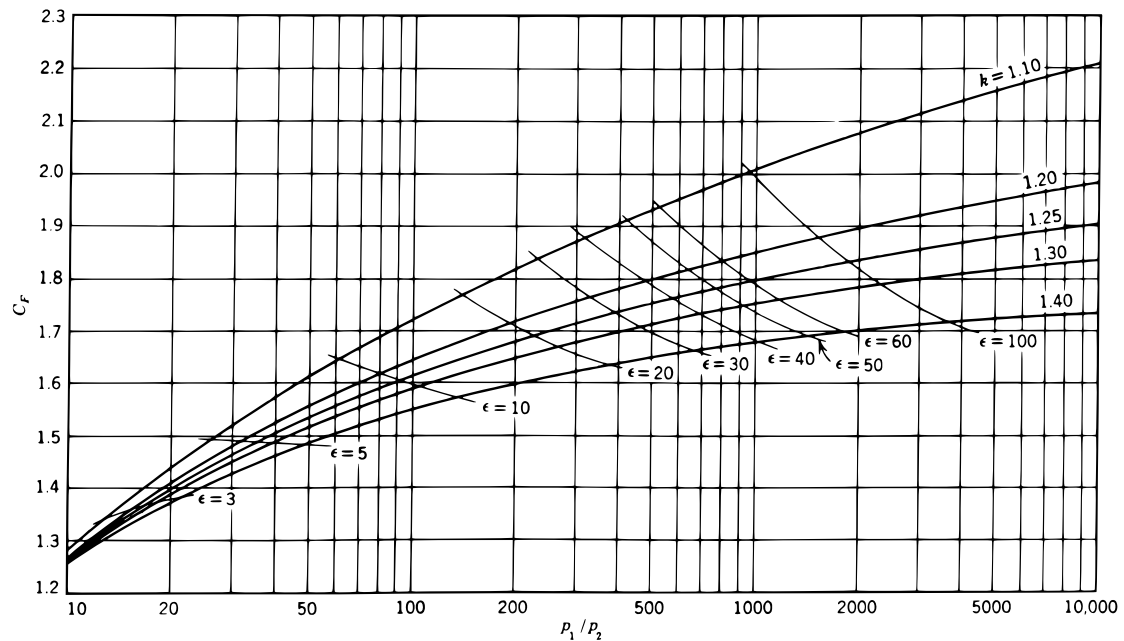


Figura 1.12: Coefficiente di spinta in funzione del rapporto di pressione, del rapporto di espansione e del rapporto tra i calori specifici nella condizione adattata

Dato  $p_c/p_e$ , si può diagrammare il coefficiente di spinta in funzione di  $\gamma$  (fig. 1.12), per il caso adattato. In questo caso,

$$C_F = \Gamma \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]}$$

Si può vedere come  $C_F$  cresce al diminuire di  $\gamma$ . Ciò è dovuto al fatto che al diminuire di  $\gamma$  crescono i gradi di libertà delle molecole e la velocità di uscita è maggiore a parità di pressione. Inoltre, fissato  $p_c/p_e$ , il rapporto di espansione

$$\varepsilon = \frac{\Gamma}{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma}} \right]}$$

crece al diminuire di  $\gamma$ .

## 1.6 Effetto del rapporto di miscela sulle prestazioni

Decidere un certo rapporto di miscela influisce sulla chimica della combustione. A sua volta, questa influisce sul coefficiente di spinta. La definizione di velocità caratteristica è

$$c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}}$$

1.6. Effetto del rapporto di miscela sulle prestazioni

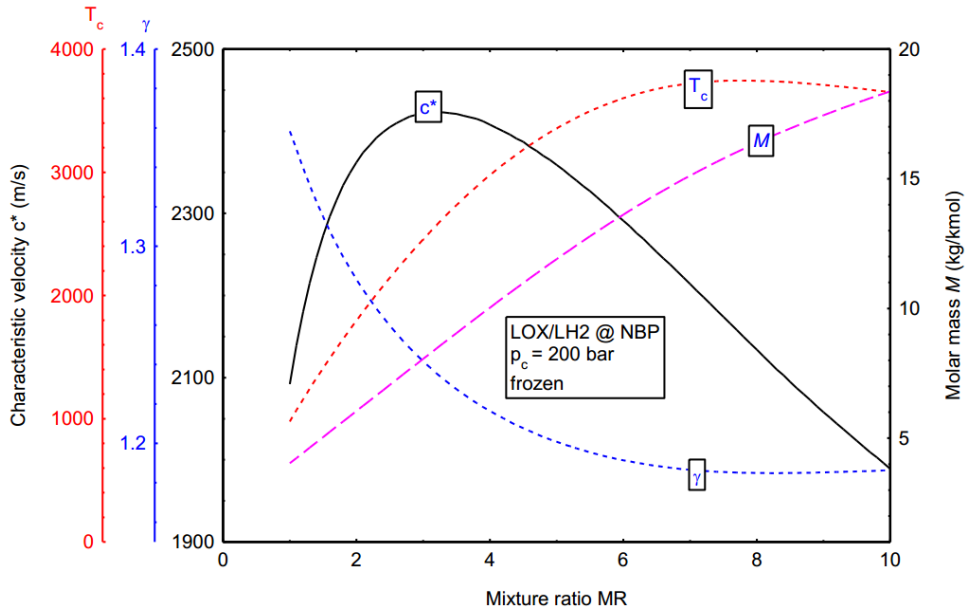


Figura 1.13: Velocità caratteristica al variare del rapporto di miscela per LH2 e LOX

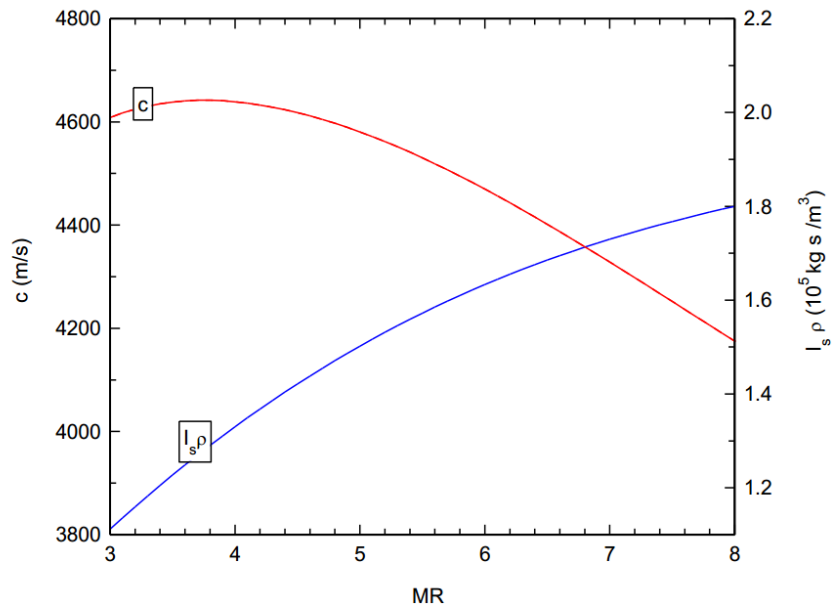
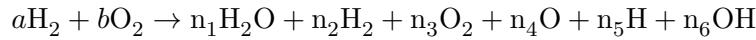


Figura 1.14: Velocità di scarico e impulso specifico per densità al variare del rapporto di miscela per LH2 e LOX

## 2.2. Effetti in camera di combustione

---

Considerando reagenti e prodotti in forma gassosa, il processo basico di combustione è descritto dalla reazione



$\text{H}_2$  e  $\text{O}_2$  si trovano sia nei reagenti sia nei prodotti, perché parte dei reagenti rimane intoccata. La combustione infatti è incompleta, per cui non tutta l'energia ideale di combustione viene rilasciata. Si può definire un'efficienza di combustione, misurabile sperimentalmente, come rapporto tra l'entalpia rilasciata dalla combustione e quella teorica della combustione completa. Questo rendimento è intorno al 95%.

Nel caso semplificato della reazione precedente bastano 6 equazioni per risolvere il problema (noti  $a$  e  $b$ ). Nel caso più generale, con più di 150 reazioni, l'onere computazionale diventa eccessivo, e si necessita di semplificare il problema. Si può introdurre un tempo caratteristico  $t_{ch}$ , che indica quanto serve al combustibile e all'ossidante per reagire e arrivare all'equilibrio chimico. Questo tempo, che contiene anche il tempo di atomizzazione e vaporizzazione) deve quindi essere confrontato con il tempo di permanenza in camera. Detta  $w_c$  la velocità media in camera e  $L_c$  la lunghezza della camera, il tempo di residenza è pari a

$$\tau^* = \frac{L_c}{w_c}$$

Esso può essere espresso in funzione della portata. Infatti

$$w_c = \frac{\dot{m}}{\rho_c A_c}$$

Pertanto,

$$\tau^* = \frac{\rho_c A_c L_c}{\dot{m}} = \frac{\rho_c V_c}{\dot{m}}$$

Sostituendo la portata con

$$\dot{m} = \frac{p_c A_t}{c^*}$$

si ottiene

$$\tau^* = \frac{\rho_c V_c}{p_c A_t} c^* = \frac{V_c}{A_t} \frac{c^*}{RT_c}$$

Poiché

$$RT_c = c^{*2} \Gamma^2$$

si può esprimere il tempo di residenza come

$$\tau^* = \frac{V_c}{A_t} \frac{1}{c^* \Gamma^2}$$

Definendo la lunghezza caratteristica,

$$L^* = \frac{V_c}{A_t}$$

risulta

$$\tau^* = \frac{L^*}{c^* \Gamma^2}$$

### 2.3. Effetti nell'ugello

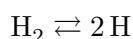
---

Ovviamente tutte le reazioni reali sono nel range descritto dai due modelli. Quelle caratterizzate da cinetica chimica lenta si avvicinano al modello *frozen*, e viceversa.

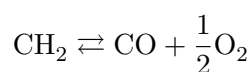
Il *frozen equilibrium* è un modello conservativo. Infatti, se si considera il cambiamento di composizione durante l'espansione, avvengono delle riassociazioni esotermiche delle molecole che cedono energia al flusso. Per contro, il modello *shifting* sovrastima questo effetto, sovrastimando anche le prestazioni.

#### Esempio

La dissociazione dell'idrogeno



avviene nell'ordine dei  $10^{-5}$  s. Quella dell'anidride carbonica invece



è caratterizzata da tempi dell'ordine di  $10^{-3}$  s. I tempi di permanenza nell'ugello, solitamente, sono nel campo tra  $10^{-3} \div 10^{-5}$  s. Pertanto, la dissociazione dell'idrogeno è descritta più accuratamente dal modello *shifting*. La dissociazione dell'anidride carbonica, che ha tempi molto lunghi, è descritta meglio dal modello *frozen*.

Dal momento che le velocità maggiori sono nel divergente, si può pensare di utilizzare lo *shifting equilibrium* nel convergente e il *frozen equilibrium* nel divergente. In questo modo, bisogna calcolare l'equilibrio solo in camera. Altrimenti, se si vuole considerare il modello *shifting* nell'ugello, bisogna calcolare l'equilibrio per ogni sezione imponendo la conservazione dell'entalpia e dell'entropia, e considerando le variazioni di pressione e temperatura. Inoltre, se si considera che il flusso reale è tridimensionale, bisogna considerare variazione di composizione anche in una stessa sezione. Vicino allo strato limite le temperature sono più alte e la composizione varia. Come se non bastasse, il flusso solitamente è non stazionario e turbolento. Per calcolare questi effetti si ricorre alla *computational fluid dynamics* (CFD).

Come già osservato, la realtà è nel campo in mezzo ai due modelli (fig. 2.1). La differenza tra i due può essere sostanziale quando sono presenti onde di condensazione e precipitati. La temperatura di camera nei due modelli è uguale perché ciò che cambia è l'evoluzione del flusso. La temperatura di uscita del modello *shifting* è più alta perché le riassociazioni sono esotermiche. In fig. 2.2 è rappresentato l'andamento della composizione di alcune specie chimiche al variare del rapporto di espansione, considerando lo *shifting equilibrium*. Il rapporto di espansione decresce muovendosi lungo l'asse delle ascisse, pertanto spostandosi a destra si va verso la camera. Il grafico delle composizioni al variare della distanza dalla camera è qualitativamente simile, dal momento che al crescere del rapporto di espansione cresce anche la distanza lungo l'asse dell'ugello. Si nota che la  $\text{CO}_2$  aumenta con il rapporto di espansione, mentre l'acqua ha un massimo e poi crolla. Inoltre, i dissociati OH, H,  $\text{O}_2$  e O tendono a scomparire subito dopo la camera. Infatti, la dissociazione aumenta con la temperatura e diminuisce con la pressione. Muovendosi verso l'uscita, la temperatura e la pressione scendono. Dal lato della tempe-

### 2.3. Effetti nell'ugello

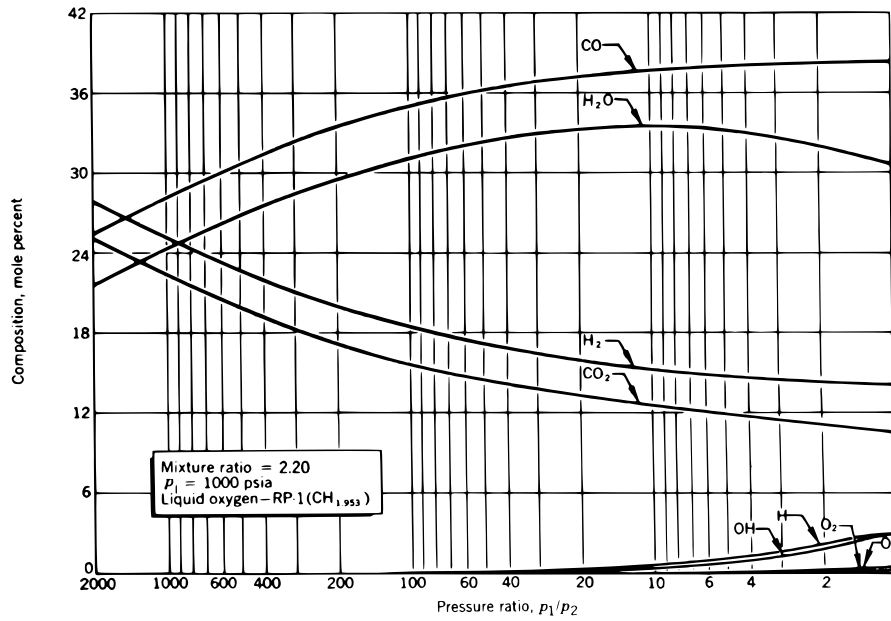
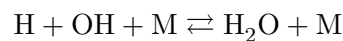


Figura 2.2: Variazione di composizione dei gas combusti all'uscita dell'ugello con il rapporto di pressione, fissato il rapporto di miscela e per lo shifting equilibrium.

#### Modello di Bray

Sarebbe possibile costruire un modello più preciso che, chiamando in causa la cinetica chimica, risulta adatto per ogni tipo di propellente. Tale modello, tenendo conto di tutte le innumerevoli reazioni, risulterebbe scomodo e non efficiente dal punto di vista computazionale. Per questo motivo, si tiene conto soltanto delle reazioni più energetiche.

Bray ha proposto un modello basato su una sola reazione chimica tra tutte quelle più lente e energetiche. Nel caso di H<sub>2</sub> e O<sub>2</sub>, ad esempio, si sceglie la dissociazione dell'acqua:



Detto  $r_f$  il *rate forward*, ossia la velocità di reazione dai reagenti ai prodotti,  $\alpha$  la frazione molare dei prodotti e  $r_b$  il *rate backward*, ossia la velocità di ritorno della reazione inversa dai prodotti ai reagenti, si può scrivere

$$\frac{d\alpha}{dt} = r_f - r_b$$

Ovvero la variazione di frazione molare dei prodotti nel tempo è uguale alla variazione dei reagenti in prodotti nel tempo meno la variazione di prodotti in reagenti nel tempo. Considerando fig. 2.3, si può identificare dove considerare la transizione da *shifting* a *frozen*. Essendo  $\frac{d\alpha}{dx}$  la variazione di frazione molare dei prodotti lungo l'asse dell'ugello nel modello *shifting* e  $w = \frac{dx}{dt}$  la velocità del flusso, si può scrivere

$$\frac{d\alpha}{dt} = r_f - r_b = \frac{d\alpha}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{d\alpha}{dx} w$$

### 2.3. Effetti nell'ugello

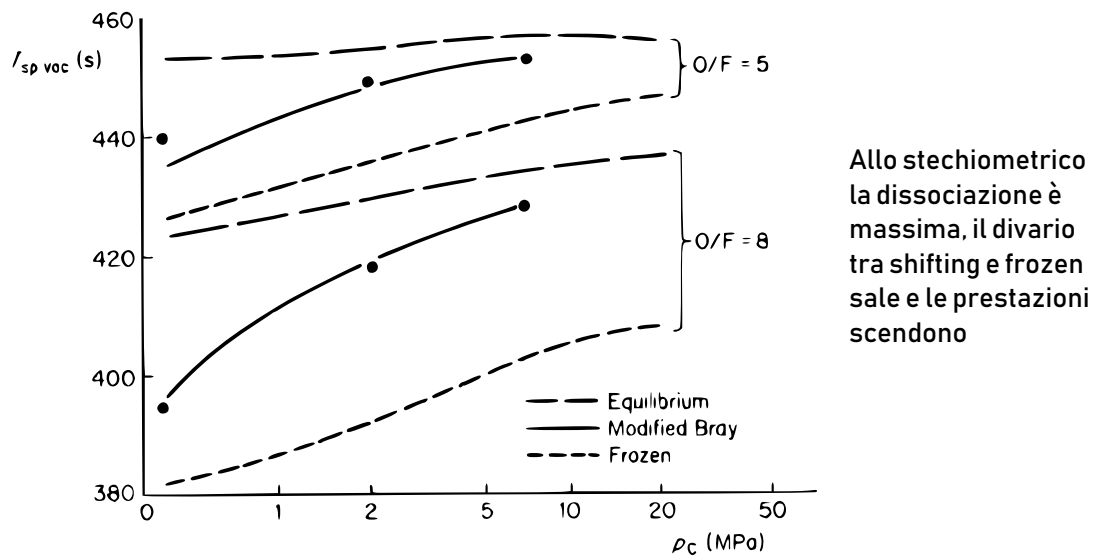


Figura 2.4: Variazione di impulso specifico, di un motore avente come propellente il perossido di idrogeno, con la pressione. Sono mostrati due rapporti di miscela per diverse condizioni di flusso.

#### 2.3.2 Perdite per flusso bifase

Nel modello ideale il flusso veniva considerato omogeneo e monofase. In realtà, possono essere presenti piccole gocce liquide e particelle solide. Le gocce possono ad esempio formarsi in conseguenza a un urto di condensazione. Nell'espansione, temperatura e pressione seguono andamenti approssimabili a isoentropici, scendendo drasticamente. Potrebbe quindi capitare che la pressione scenda sotto la pressione di saturazione del liquido in stato di vapore, formando goccioline di condensazione. Questo fenomeno avviene in maniera brusca, causando una struttura apparentemente simile ad un'onda d'urto (anche se non lo è). In letteratura, tuttavia, questi fenomeni prendono il nome di *onde di condensazione*. Il processo può avvenire in due modi:

- *condensazione eterogenea*: le polveri presenti nel flusso abbassano la temperatura causando localmente la condensazione
- *condensazione omogenea*: le gocce si formano indistintamente in tutto il flusso, in maniera rapida e uniforme

In un flusso in espansione, poiché il numero di particelle che condensano omogeneamente è predominante rispetto al numero di particelle di polveri, la nucleazione è pressoché omogenea. Facendo riferimento a fig. 2.5, la condensazione omogenea non avviene in maniera immediata sul punto di incrocio tra le due curve, poiché, come tutti i processi, necessita di un tempo di reazione. Si nota quindi un certo intervallo di transizione



### 2.3. Effetti nell'ugello

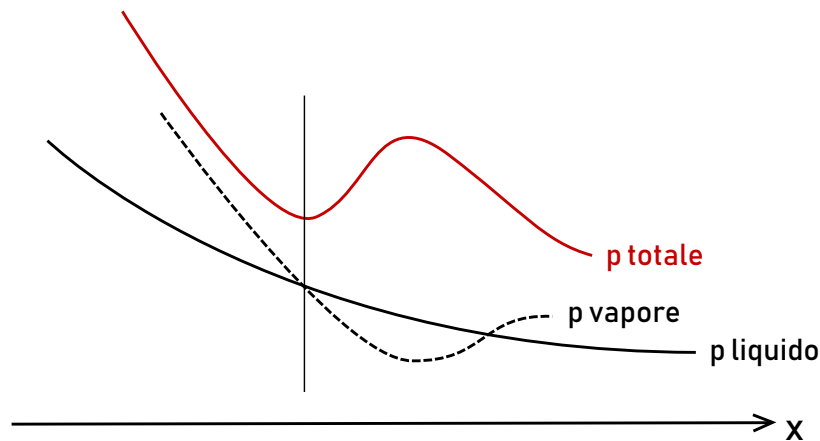


Figura 2.6: Andamento delle pressioni al variare della distanza assiale

tanto meno forniscono energia termica e assorbono più energia cinetica. In particolare, si può affermare che aggiungere precipitati al flusso ha effetti positivi sulle prestazioni solo se l'energia fornita da essi supera il contributo perso per via della non espansione di parte del combustibile. Per valutare le perdite dovute ad un flusso bifase si possono descrivere quattro casi diversi:

- scambi efficaci di quantità di moto e di calore
- solo scambi efficaci di quantità di moto
- solo scambi efficaci di calore
- nessuno scambio efficace

Sono presenti, in realtà, altri meccanismi di scambio come moti Browniani e trasferimenti di massa tra particelle e fluido tramite condensazione e evaporazione, ma li si trascura per semplicità di trattazione.

Si è detto che gli scambi di quantità di moto sono dovuti alla resistenza aerodinamica delle particelle. Queste vengono accelerate dal flusso che espande, determinando una diminuzione della velocità della fase gassosa. Le particelle di condensato, inoltre, riscaldano il gas. L'effetto di questi meccanismi è regolato dal rapporto volume/superficie. Riferendosi alla fig. 2.7, la forza esercitata sul tratto considerato è

$$(p - p_0) dA = SF_2 - SF_1$$

Dove con  $SF$  si indica la *stream force*

$$SF = \dot{m}w + A(p - p_0)$$

Per cui,

$$SF_1 = \dot{m}_s w_s + \dot{m}_g w_g + A(p - p_0)$$

### 2.3. Effetti nell'ugello

---

Quindi,

$$x = \frac{\rho_s w_s A}{\rho_s w_s A + \rho_g w_g A} = \frac{\rho_s w_s}{\rho_s w_s + \rho_g w_g}$$

Da cui

$$w_s = \frac{x}{1-x} \frac{\rho_g}{\rho_s} w_g$$

Ne consegue che

$$w_g dw_g = -\frac{dp}{\rho_g} - \frac{\rho_s}{\rho_g} \frac{x}{1-x} \frac{\rho_g}{\rho_s} w_g dw_s$$

$$w_g dw_g = -\frac{dp}{\rho_g} - \frac{x}{1-x} w_g dw_s$$

L'equazione descrive il bilancio di quantità di moto. Si deve notare che la densità  $\rho_s$  non è la densità del solido di cui sono formate le particelle, perché nello scrivere le equazioni si fa riferimento alla sezione  $A$  e non alla sezione realmente occupata dal solido. Per questo motivo la densità del solido è

$$\rho_{solido} = \frac{\dot{m}_s}{w_s A_{solido}} = \rho_s \frac{A}{A_{solido}}$$

La densità del solido è quindi maggiore di quella  $\rho_s$  del pulviscolo. Applicando il primo principio della termodinamica in forma euleriana,

$$L + Q = \Delta H$$

essendo il processo adiabatico, l'entalpia totale si conserva:

$$\Delta H = 0$$

$$\Delta h + \Delta E_c = 0$$

La variazione di entalpia legata al solido è

$$dh_s = \frac{m_s}{m_s + m_g} c_s dT_s = x c_s dT_s$$

mentre quella legata al gas è

$$dh_g = \frac{m_g}{m_s + m_g} c_p dT_g = (1-x) c_p dT_g$$

Le variazioni di energia cinetica di solido e gas sono:

$$\begin{cases} dE_{c_s} = x w_s dw_s \\ dE_{c_g} = (1-x) w_g dw_g \end{cases}$$

Sostituendo si ottiene:

$$x c_s dT_s + (1-x) c_p dT_g + x w_s dw_s + (1-x) w_g dw_g = 0 \quad (2.1)$$

### 2.3. Effetti nell'ugello

---

$$[xc_s + (1 - x)c_p] dT = (1 - x) \frac{dp}{\rho_g}$$

$$\bar{c}_p dT = (1 - x) \frac{dp}{\rho_g}$$

Dalla legge dei gas perfetti

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

Sostituendo,

$$\bar{c}_p \frac{dT}{T} = R(1 - x) \frac{dp}{p}$$

Definendo

$$\bar{R} = (1 - x) R$$

risulta

$$\bar{c}_p \frac{dT}{T} = \bar{R} \frac{dp}{p}$$

Integrando,

$$\bar{c}_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \bar{R} \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\bar{R}}{\bar{c}_p}} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}}}$$

Con

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_p - \bar{R}}$$

Formalmente, le equazioni sono uguali a quelle dell'isentropica, con

$$\begin{cases} \bar{c}_p = xc_s + (1 - x)c_p \\ \bar{R} = (1 - x)R \end{cases}$$

La velocità di uscita del gas è pertanto:

$$w_A = \sqrt{2\bar{c}_p T_c \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}}}} \right)}$$

L'impulso specifico è

$$I_s = \frac{F}{\dot{m}g_0} = \frac{\dot{m}_s w_s + \dot{m}_g w_g + A(p - p_0)}{(\dot{m}_s + \dot{m}_g) g_0}$$

Considerando il caso adattato,

$$I_{sA} = \frac{\dot{m}_s w_s + \dot{m}_g w_g}{(\dot{m}_s + \dot{m}_g) g_0}$$

Poiché  $w_s = w_g = w_A$ ,

$$I_{sA} = \frac{w_A}{g_0}$$

### 2.3. Effetti nell'ugello

#### Nessuno scambio efficace

In questo caso il gas e il solido non scambiano né calore né quantità di moto. La temperatura della particella in realtà varia sulla superficie ma, essendo di dimensioni elevate, rimane invariata al suo interno.

$$\begin{cases} dw_s \simeq 0 \implies w_s \simeq \text{cost} \\ dT_s \simeq 0 \implies T_s \simeq \text{cost} \end{cases}$$

Per le stesse motivazioni del caso B, l'esponente della politropica è esattamente l'esponente  $\gamma$  dell'isentropica. Dalla 2.1 si ottiene:

$$\begin{aligned} (1-x)c_p dT_g + (1-x)w_g dw_g &= 0 \\ c_p dT_g + w_g dw_g &= 0 \end{aligned}$$

Da cui

$$w_g = w_D = \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)} = w_0$$

La velocità di uscita è esattamente uguale a quella del caso isoentropico. Infatti, in questo caso è come se il solido non ci fosse. Non scambia calore e non scambia quantità di moto, quindi il gas espande indipendentemente da esso. Tuttavia l'impulso specifico, considerando l'ugello adattato, diventa:

$$I_{sC} = \frac{\dot{m}_s w_s + \dot{m}_g w_g}{(\dot{m}_s + \dot{m}_g) g_0} = \frac{\dot{m}_g w_0}{(\dot{m}_s + \dot{m}_g) g_0} = (1-x) \frac{w_0}{g_0} = (1-x) I_{s0}$$

Le prestazioni si abbassano esattamente della percentuale di portata di solido.

**Esempio** Si vogliono stimare le perdite di flusso bifase per i gas combustibili di un endoreattore a propellenti solidi, aventi le seguenti caratteristiche:

- $T_c = 3480$  K
- $M = 22$  kg/kmol
- $\gamma = 1.26$
- presenza di condensato (calore specifico 2100 J/kgK) pari al 10% della portata totale.

Considerando il caso di una espansione adattata da  $p_c = 60$  bar a  $p_e = p_0 = 1$  bar, si può innanzitutto valutare l'impulso specifico nel caso di assenza di particelle condensate:  $I_{s0} = 275$  s. Si ottiene per ciascuno dei 4 casi:

CASO	0	A	B	C	D
	Solo gas	$w_s = w_g$		$w_s = 0$	
		$T_s = T_g$	$T_s = \text{cost}$	$T_s = T_g$	$T_s = \text{cost}$
$I_s$ (s)	275	265	261	251	247
$-\Delta I_s$ (%)	0	-3.6	-5.1	-8.7	-10

### 2.3. Effetti nell'ugello

---

(fig. 2.8). Le pareti dell'ugello, in un sistema rigenerativo, sono costituite da tubazioni in cui passa il propellente liquido (come LH2). Il propellente, dopo aver sottratto calore al gas, finisce in camera di combustione con un valore energetico più alto di quanto avrebbe senza la rigenerazione. Per questo motivo il valore di entalpia rilasciata in camera di combustione aumenta.

Pur sottraendo calore al flusso in espansione, che dovrebbe portare a una diminuzione delle prestazioni, la rigenerazione è benefica dal punto di vista prestazionale. Per eseguire uno studio accurato del processo bisognerebbe studiare i coefficienti di scambio termico convettivo in ogni punto. Un modello semplificato consiste nel considerare la curva di espansione come una politropica. In realtà, localmente questo modello non è per nulla accurato. Tuttavia, considerando l'espansione a livello globale, esso approssima abbastanza fedelmente la realtà. Pertanto, si misura sperimentalmente il calore sottratto al gas  $\Delta Q_{ref}$  e si sceglie un esponente  $n$  della politropica tale per cui il  $\Delta Q$  sottratto al gas sia in modulo uguale a  $\Delta Q_{ref}$ . L'espansione segue una politropica, pertanto:

$$pv^n = \text{cost}$$

Per il primo principio della termodinamica,

$$L + Q = \Delta h + \Delta E_c$$

Considerando  $\Delta Q_{ref}$  come il calore assorbito dal liquido, ne segue che il calore sottratto al gas è

$$Q = -\Delta Q_{ref}$$

Per cui, se il gas cede calore,  $Q$  è negativo e  $\Delta Q_{ref}$  positivo. Pertanto,

$$\Delta Q_{ref} = -\Delta h - \Delta E_c$$

Per valutare il calore sottratto si deve valutare la differenza di entalpia e di energia cinetica tra sezione di uscita e camera. La differenza di entalpia è

$$\begin{aligned} \Delta h &= c_p(T_e - T_c) = \\ &= -\frac{\gamma}{\gamma - 1} RT_c \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{n-1}{n}}} \right) \end{aligned}$$

Per valutare la differenza di energia cinetica, si ricorda il secondo principio della termodinamica:

$$Tds = dQ + dL_w$$

dove con  $s$  è indicata l'entropia e con  $L_w$  il lavoro delle forze dissipative. Dal momento che

$$Tds = du + pdv = dh - vdp$$

si può scrivere

$$dQ = dh - vdp - dL_w$$

### 2.3. Effetti nell'ugello

---

Il calore assorbito dal refrigerante, quindi, è

$$\Delta Q_{ref} = \frac{n - \gamma}{(\gamma - 1)(n - 1)} RT_c \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{n-1}{n}}} \right)$$

Il caso  $n = \gamma$  corrisponde al caso adiabatico, come si può vedere dal fatto che il calore scambiato si annulla. I casi di nostro interesse sono quelli per cui  $n > \gamma$ , cioè quelli per cui il gas cede calore. Infatti, si era assunto  $\Delta Q_{ref} = -Q$ . Se  $n > \gamma$ ,  $\Delta Q_{ref}$  è positivo,  $Q$  deve essere negativo, e quindi il gas sta cedendo calore. Per scegliere un  $n$  che simuli al meglio il caso reale, si può misurare il calore scambiato realmente a pari rapporto di espansione e scegliere un  $n$  tale per cui il calore è lo stesso. Come già detto, la politropica non è una descrizione di ciò che accade realmente ma globalmente gli effetti sono ben approssimati.

Se non c'è refrigerazione,  $T_0 = T_c$  e la velocità di uscita si ricava da  $\Delta E_{cin}$ . Se invece è presente la rigenerazione l'entalpia in camera viene aumentata dal calore assorbito dal propellente raffreddando l'ugello

$$c_p T_c = c_p T_0 + \Delta Q_{ref}$$

da cui si ricava

$$T_c = \frac{T_0}{1 - \frac{1}{c_p} \frac{n-\gamma}{(\gamma-1)(n-1)} R \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{n-1}{n}}} \right)}$$

Da cui si può calcolare la velocità di uscita attraverso  $\Delta E_{cin}$ . Infatti,

$$\Delta E_{cin} = \frac{w_e^2}{2} = \frac{n}{n-1} RT_c \left[ 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{n-1}{n}}} \right]$$

Si sostituisce  $T_c$ , si calcola  $\Delta E_{cin}$  e infine si ricava  $w_e$ .

Dal punto di vista prestazionale, la rigenerazione determina un guadagno di impulso specifico di circa 1%. Nel caso senza rigenerazione, il calore non utilizzato viene visto come una perdita di impulso specifico. La refrigerazione richiede sistemi complicati, regione per cui si adotta con lo scopo di salvaguardare la vita operativa dei materiali dell'ugello e non con lo scopo di un aumento di prestazioni.

### 2.3. Effetti nell'ugello

In generale il modello ideale, a causa di questi fenomeni, presenta un errore dell'ordine di  $0.5 \div 5\%$  dell'impulso specifico.

#### 2.3.5 Perdite per divergenza

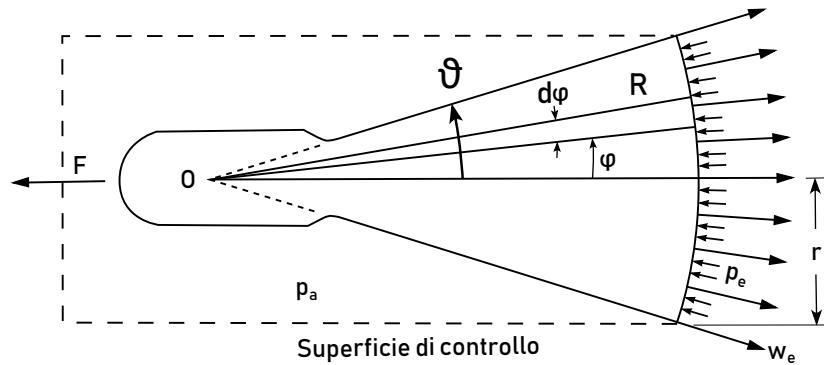


Figura 2.10: Flusso sferico in uscita

Nel modello di endoreattore ideale, il flusso in uscita è stato assunto assiale, uniforme e unidimensionale. In realtà, generalmente questo non si verifica e le perdite per divergenza del flusso fanno sì che la spinta reale sia ridotta di un fattore  $\lambda$  rispetto alla spinta ideale. Per questo motivo, al fine di minimizzare le perdite, la forma dell'ugello ha un ruolo molto importante. La parte convergente dell'ugello può essere anche molto corta assialmente, quindi con grandi angoli, perché i gradienti di pressione sono favorevoli e il flusso è subsonico. Così facendo, limitando la superficie del convergente, si riducono i pesi e le perdite per attrito. Tuttavia, la superficie del convergente deve essere abbastanza grande da consentire un'efficace refrigerazione. Il convergente e il divergente sono raccordati in gola con due raggi di raccordo diversi tra loro. I modelli del passato prevedevano divergenti conici per la loro facilità e basso costo di costruzione. In questo caso (fig. 2.10), il flusso in uscita descrive una calotta sferica; pertanto il flusso non è assiale e unidimensionale, bensì radiale e divergente. Sulla calotta sferica il flusso ha ugual velocità e pressione, ma direzione diversa. Logicamente, solo la componente assiale della velocità genera spinta. Le componenti di velocità radiali, essendo il flusso assialsimmetrico, si elidono vicendevolmente. Dal teorema della quantità di moto si ha che

$$\sum F_x = F + (p_a - p_e) A_e = \int \rho (\vec{w} \cdot \vec{n}) w_x dA$$

dove  $A_e = \pi r^2$  è la sezione di uscita (circa uguale alla calotta sferica con angoli di semi-cono piccoli). In coordinate sferiche si ha:

$$dA = 2\pi R \sin(\varphi) R d\varphi$$

### 2.3. Effetti nell'ugello

---

(per una data espansione) e pesanti. Pertanto, gli ugelli conici sono caratterizzati da angoli di semi-apertura nel range tra i  $12^\circ$  e i  $18^\circ$ . Per via di queste perdite, vengono utilizzate altre forme che, a parità di rapporto di espansione, riescono a riallineare efficacemente il flusso senza richiedere lunghezze eccessive. Per convenzione, per valutare il coefficiente di correzione  $\lambda$  di questi ugelli, si fa riferimento a un ugello conico di  $15^\circ$  di semi-apertura con lo stesso rapporto di espansione. Per esempio, per valutare  $\lambda$  di un ugello di tipo *Bell*, che verrà approfondito in seguito, si calcola quanto sarebbe lungo un ugello conico di  $15^\circ$  di semi-apertura con lo stesso rapporto di espansione. Si osserva quindi qual è la percentuale di lunghezza rispetto all'ugello conico. I valori di  $\lambda$  per questa percentuale sono tabulati al variare del parametro  $\varepsilon$ .

#### Forme dei divergenti

I parametri che accomunano ogni configurazione sono diversi. Le superfici devono essere lisce e riflettenti per ridurre gli attriti e gli scambi di calore radiativi. Devono essere evitate irregolarità, imperfezioni superficiali e corpi protrudenti, che creano zone ad alta temperatura e pressione che potrebbero portare al danneggiamento dell'ugello. Le forme più comuni sono:

- Conical Nozzle
- Bell Nozzle
- Aerospike Nozzle
- Expansion Deflection Nozzle



### 2.3. Effetti nell'ugello

**Bell Nozzle** Detto anche *contour nozzle*, questo tipo di divergente è la forma più utilizzata ad oggi. La geometria è caratterizzata da un grande angolo di espansione subito dopo la gola (anche  $50^\circ$ ). Segue una graduale diminuzione dell'angolo che la retta tangente al profilo forma con l'asse dell'ugello, fino ad arrivare ad un angolo di uscita solitamente minore di  $10^\circ$  al fine di diminuire le perdite per divergenza. L'angolo d'ingresso può essere anche molto elevato perché, per via dei gradienti di pressione favorevoli in quella zona, non vi è rischio di separazione del flusso. In un ugello a campana, il flusso è costretto a deviare la propria direzione, creando onde di espansione dalla gola fino all'angolo massimo e successivamente onde di compressione fino all'uscita. Queste, essendo onde elementari, non dissipano energia. Se l'ugello è ben progettato, le onde di espansione incontrano in modo opportuno quelle di compressione, attenuandole e riducendo gli urti all'interno dell'ugello stesso. Nell'ugello conico, invece, l'eventuale ri-compressione è tutta concentrata all'uscita. Si riesce, a pari lunghezza con il conico o anche a lunghezze inferiori, ad avere angoli di divergenza di flusso in uscita piccoli. L'angolo  $\vartheta_i - \vartheta_e$  tra ingresso e uscita è chiamato *turn-back angle*. Un altro parametro che influenza la forma del divergente è il raggio di gola, perché i raggi di raccordo di convergente e divergente sono in funzione di esso. Esiste, per questa categoria, una forma particolare che per una data lunghezza dell'ugello e un dato rapporto di espansione, ottimizza il coefficiente di spinta. Questa geometria è chiamata TOC (*Thrust Optimized Contour nozzle*). La sua forma è anche influenzata, debolmente, da  $\gamma$  e  $A_t$ . La forma TOC è ben approssimata da una parabola. Gli ugelli che adottano questa soluzione sono detti TOP (*Thrust Optimized Parabolic nozzle*). G. V. R. Rao, ingegnere aerospaziale americano, ha dimostrato che le TOC sono le forme ideali, ovvero quelle che rendono gli ugelli più efficienti. Gli ugelli a campana sono indicati in nomenclatura come frazioni percentuali di un ugello conico di  $15^\circ$  di semi-apertura con lo stesso rapporto di espansione (fig. 2.12). La lunghezza dell'ugello conico con stesse aree è

$$L_{cone} = \frac{r_e - r_i}{\tan 15^\circ}$$

Va notato che il ramo di parabola che descrive il contorno non ha asse coincidente con l'asse dell'ugello. Per questo motivo l'equazione che la descrive è in forma parametrica, con parametro l'angolo  $\vartheta$ . Gli ugelli a campana sono efficienti per via della loro compattezza e per le ridotte perdite per divergenza. Tuttavia, non si può compattare troppo la forma perché altrimenti si creerebbero degli urti obliqui. Nei razzi a propellenti solidi si presenta un altro problema. Negli ugelli a campana, come detto, il flusso devia con piccole onde di compressione. Tuttavia, se sono presenti ossidi di alluminio come particelle solide, la parete dell'ugello potrebbe essere abrasa dagli urti causati da essi. L'abrasione è tanto più consistente quanto più è grande il *turn-back angle*.

**Ideal Nozzle** Si potrebbero annullare le perdite per divergenza tramite un contorno divergente che permetta l'espansione "ideale", fino ad arrivare all'uscita con pressione uniforme e velocità assiale. Tale ugello risulta però essere troppo lungo e pesante. In alcuni casi si è adottato un ugello ideale troncato TIC (*Truncated Ideal Contour nozzle*). In altri casi, è stata ulteriormente ridotta la lunghezza comprimendo la forma dello stesso, adottando quindi un ugello CTIC (*Compressed Truncated Ideal Contoured nozzle*). Un esempio è il motore LE7A per il lanciatore H II.

### 2.3. Effetti nell'ugello

#### Ugelli con capacità di adattamento in quota

La perdita più grande per un lanciatore è la variazione del coefficiente di spinta con la quota. Ciò è dovuto al fatto che la geometria fissa degli ugelli determina una sovraespansione o sottoespansione al variare della quota. L'ideale sarebbe un ugello in grado di cambiare geometria in modo da avere rapporti di espansione piccoli a quote basse e rapporti di espansione grandi a quote alte. La variazione dell'area di uscita di un ugello è meccanicamente possibile, ma a motore avviato è di difficile esecuzione.

Esistono varie soluzioni possibili per simulare il cambio di geometria, in modo da permettere al gas in espansione di adattarsi all'ambiente esterno. Le principali soluzioni sono:

- controllo della separazione
- ugelli a spina (*aerospike*)
- ugelli *expansion-deflection*
- ugelli ad area di gola variabile
- *Dual Bell*

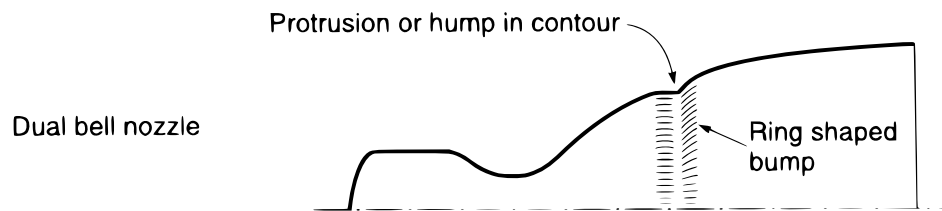


Figura 2.13: Ugello dual-bell

**Dual Bell** Questa configurazione prevede due *bell contours* diversi, con  $\varepsilon$  diversi (fig. 2.13). Non è presente un meccanismo mobile, infatti è presente una discontinuità dove i contorni si uniscono, che fa in modo che il flusso sia o staccato o attaccato. A bassa quota il flusso rimane separato dalla seconda campana, mentre per quote più alte il flusso si attacca alla seconda campana. L'inconveniente sta nel fatto che, a quote basse, si crea una bolla di ricircolo dove il contorno cambia forma che provoca un *aspiration drag*, che riduce notevolmente le prestazioni. Inoltre, come osservabile da fig. 2.14, il flusso si attacca alla seconda campana prima della quota teorica. Per questo motivo l'ugello è sovraespanso per un certo tempo. La forma delle due campane non è né TIC né TOC, le prestazioni saranno anche per questo motivo leggermente inferiori rispetto a un ugello di Rao. Questo tipo di ugello non è mai stato utilizzato se non per test a terra.

### 2.3. Effetti nell'ugello

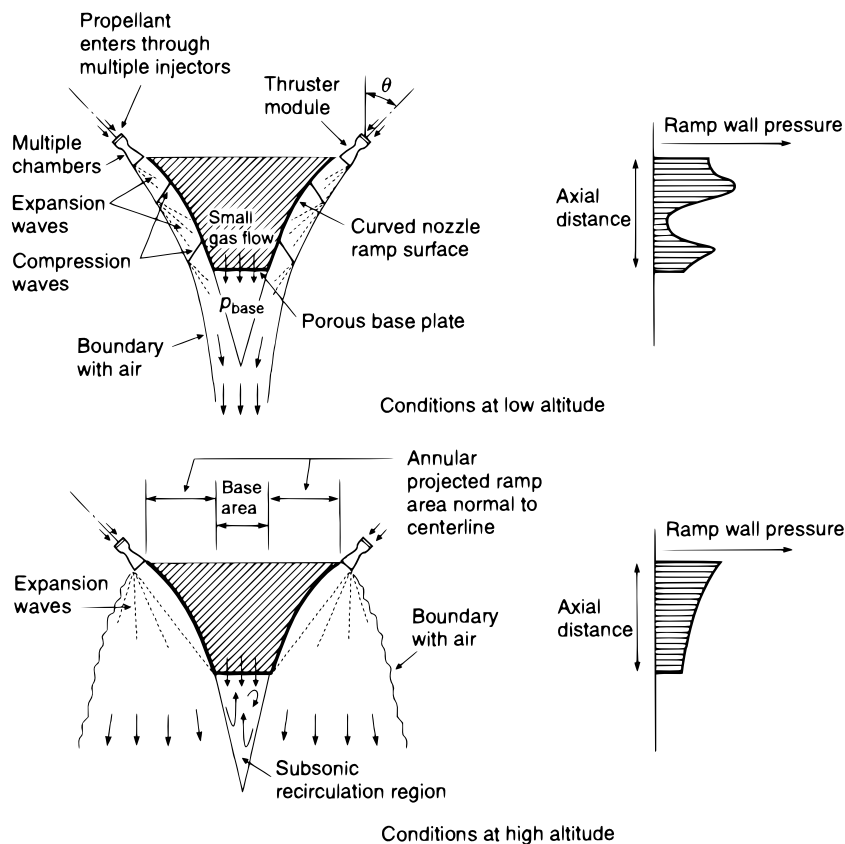


Figura 2.15: Profili di pressione e andamento del flusso lungo le pareti di un ugello aerospike

contributo negativo che porta la spina troncata ad avere prestazioni inferiori è dato dalla base di troncamento. Per valutare il livello di pressioni su di essa bisogna considerare due possibili casi:

- scia aperta: la pressione della base equivale a quella ambiente perché la scia è in comunicazione con l'ambiente
- scia chiusa: la scia presenta un ricircolo indipendente dall'ambiente esterno

A basse quote la scia risulta aperta, successivamente tende a chiudersi facendo crollare le prestazioni. L'effetto può essere mitigato ricorrendo ad un sistema *aerospike*.

Il vantaggio di questa configurazione è anche quello di essere più corta a parità di spinta rispetto alla geometria a campana. Inoltre, il *thrust vector control* è di facile implementazione, ricorrendo semplicemente allo spegnimento di determinati *thruster*.

## 2.4. Heat Transfer

---

- Gas/Parete
- Liquido/Parete

Le tecniche di refrigerazione che sfruttano tali fenomeni sono:

- *Refrigerazione rigenerativa*: costituita da condotti di refrigerazione che passano lungo la camera di spinta e percorsi da un propellente. Ovviamente questo tipo di refrigerazione può avvenire solo per propellenti liquidi.
- *Film cooling*: viene iniettata dalle pareti una miscela con  $r_m$  molto distante dallo stechiometrico in modo da avere gas più freddo sulle pareti
- *radiation cooling*: i materiali refrattari da cui è costituita la parete si portano ad alte temperature e aumentano gli scambi radiativi
- *heat sink*: tipo di refrigerazione non stazionaria, la parete ha temperatura crescente per tutta la durata dell'utilizzo dell'endoreattore, finché le temperature non raggiungono un certo valore massimo. La capacità termica e la massa delle pareti sono fattori essenziali e le operazioni del razzo devono essere arrestate prima che le pareti si surriscaldino troppo
- *materiali ablativi*: questi materiali sublimano e/o vaporizzano in maniera endotermica, bruciano lentamente e mantengono la struttura ben refrigerata

### 2.4.1 Conduzione

La conduzione è un tipo di trasferimento di calore che avviene senza scambi di massa. Essa è descritta dalla legge di Fourier:

$$\vec{q} = -k\nabla T$$

dove  $k \left[ \frac{W}{mK} \right]$  è la *conducibilità termica*. Per studiare fenomeni transitori, nell'ipotesi che la conducibilità termica  $k$  e la *capacità termica*  $c$  siano costanti, si utilizza l'equazione di bilancio dell'energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + g$$

dove  $\alpha = \frac{k}{c\rho}$  è la *diffusività termica*. Moltiplicando per la densità si ottiene la *conducibilità termometrica*

$$K = \frac{k}{c}$$

Infine,  $g$  tiene conto delle possibili fonti di calore.

### 2.4.2 Convezione

#### Convezione libera

Nella convezione libera, il flusso è generato da una differenza di densità in un campo gravitazionale: il moto è indotto dalle forze di volume che ci sono nell'ambiente. Non è presente alcun intervento esterno. L'impatto di questo modo di trasferimento di calore risulta trascurabile nello studio che pertiene agli endoreattori.

## 2.4. Heat Transfer

---

Dove

$T_{aw}$  = temperatura adiabatica di parete

$T_{wg}$  = temperatura della parete a contatto col gas

$T_g$  = temperatura statica del gas

$T_{wl}$  = temperatura della parete a contatto con il liquido

$T_l$  = temperatura del liquido

La temperatura adiabatica di parete, introdotta nella sezione 2.3.3, è la temperatura che avrebbe la parete se il flusso di calore attraverso di essa fosse nullo

$$T_{aw} = T_{statica} + R \frac{w^2}{2c_p}$$

con

$$R = \frac{T_{aw} - T_g}{T_0 - T_g} = \begin{cases} \sqrt{Pr} & \text{se laminare} \\ Pr^{\frac{1}{3}} & \text{se turbolento} \end{cases}$$

Si ricorda che il numero di Prandtl è

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$$

ed è approssimabile con la formula di Eucken:

$$Pr \simeq \frac{4\gamma}{9\gamma - 5}$$

Il numero di Nusselt è

$$Nu = \frac{h_c D}{k}$$

e descrive il confronto tra scambio termico convettivo e conduttivo.

### Convezione forzata gas/parete

Nel caso di convezione forzata tra gas e parete il numero di Nusselt è approssimato dalla formula semi-empirica

$$Nu = 0.026 Re_D^{0.8} Pr^{0.4}$$

Dove  $Re_D$  rappresenta il numero di Reynolds calcolato prendendo il diametro della sezione come lunghezza caratteristica. Quindi:

$$Nu = 0.026 \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right)^{0.8} Pr^{0.4}$$

Ne consegue che

$$h_g = 0.026 \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right)^{0.8} Pr^{0.4} \frac{k}{D}$$

## 2.4. Heat Transfer

varia maggiormente di quella ceduta al liquido. Il carico termico potrebbe quindi aumentare fino a bruciare il motore. Tale problema è critico nel caso di regolazione della spinta. Risulta quindi evidente come sia più facile refrigerare in modo rigenerativo un endoreattore con pressioni alte, quindi a alte spinte e prestazioni, piuttosto che un endoreattore di piccole dimensioni.

Se si suppone invece di fissare  $p_c$  e la portata  $\dot{m}$ , il coefficiente di scambio termico si può scrivere come

$$h_g = 0.026 \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right)^{0.8} Pr^{0.4} \frac{k}{D}$$

Poiché  $\rho w D \propto \dot{m}$ ,

$$h_g \propto \left( \frac{\dot{m}}{\mu D} \right)^{0.8} Pr^{0.4} \frac{k}{D}$$

Da cui infine

$$h_g \propto \frac{1}{D^{1.8}}$$

Quando la sezione di passaggio è minima si ha il massimo scambio termico. Ovvero, ci si aspetta che il massimo flusso termico sia nella sezione di gola dell'ugello. In realtà, non è propriamente così a causa del calore scambiato per irraggiamento. Quest'ultimo è maggiore a temperature più alte, quindi il massimo flusso termico è in corrispondenza di una sezione un po' a monte della gola.

Nella realtà, l'ugello è caratterizzato da sezione e velocità variabili. La formulazione proposta da *Bartz* permette di stimare empiricamente il coefficiente di scambio termico a partire da grandezze note o facilmente ricavabili:

$$h_g = \left[ \frac{0.026}{D_t^{0.2}} \left( \frac{\mu^{0.2} c_p}{Pr^{0.6}} \right)_{T_c} \left( \frac{p_c}{c^*} \right)^{0.8} \left( \frac{D_t}{R_N} \right)^{0.1} \right] \left( \frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \sigma$$

con  $R_N$  raggio di curvatura dell'ugello e  $D_t$  diametro di gola. La funzione  $\sigma$  dipende dal numero di Mach, dalla temperatura statica del gas, e dalla sua temperatura a parete:

$$\sigma = \left[ 0.5 \frac{T_{wg}}{T_c} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) + 0.5 \right]^{-0.68} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-0.12}$$

Un altro importante fattore per la convezione forzata è la rugosità della parete; infatti, gli scambi termici possono aumentare di un fattore anche maggiore di 2 su ostruzioni o rugosità.

### Depositi carboniosi

Quando vengono utilizzati propellenti idrocarburi, quali il cherosene, durante la combustione si crea uno strato di carbonio sulla parete del motore. Lo strato di carbonio è più spesso verso l'uscita e più sottile in prossimità della gola, e funge da isolante per la parete. Il suo effetto sul flusso termico può essere descritto dall'analogia con le resistenze elettriche, per la quale il flusso di calore è analogo all'intensità di corrente e la variazione di temperatura è analoga alla differenza di potenziale:

$$\begin{cases} q \longleftrightarrow i \\ \Delta T \longleftrightarrow \Delta V \end{cases}$$

## 2.4. Heat Transfer

devono essere tutte soddisfatte. Quindi, a seconda delle proprietà dei componenti ( $k$ ,  $s$ ,  $h_g$ ,  $h_l$ ) le differenze di temperature sono tali da soddisfare l'uguaglianza del flusso di calore attraverso l'ugello.

In gola lo strato ha spessore minimo. Infatti, in quella zona il cambiamento rapido di geometria non favorisce il deposito di carbonio. Pertanto, dove già il flusso è massimo a causa dello strato limite, vi è l'inconveniente di avere  $R_{dc}$  minima. La sezione di gola è quindi una componente critica del motore. Inoltre, se il propellente utilizzato per refrigerare è a base di cherosene, si possono formare depositi anche dal lato del liquido. Questi, oltre a ostruire i condotti, rendono inefficace lo scambio termico e possono portare a *failure* del sistema.

### Convezione forzata liquido/parete

Se si utilizza un liquido per refrigerare è possibile che esso possa cambiare fase, specie se ha un basso punto di ebollizione, come ad esempio l'idrogeno. Esiste una pressione, detta "critica", al di sopra della quale il passaggio di fase avviene a densità costante e a calore latente nullo. Le proprietà refrigeranti del liquido sono migliori al di sotto della pressione critica, in quanto l'entalpia di cambiamento di fase incrementa il calore ceduto dalla parete. Tuttavia, un'eccessiva vaporizzazione potrebbe formare un film gassoso a contatto con la parete che riduce notevolmente il coefficiente di scambio termico (il gas conduce meno del liquido).

Per flussi riscaldati debolmente, le regioni di convezione forzata formano uno strato limite liquido di caratteristiche ben prevedibili. Questo è indicato dal tratto A-B di fig. 2.18. In questo caso, la temperatura è solitamente sotto il punto di ebollizione del liquido. Il numero di Nusselt viene ben approssimato dalla formula semi-empirica

$$Nu = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} \left( \frac{\mu}{\mu_{wl}} \right)^{0.14}$$

Le proprietà del liquido nella relazione sono valutate per  $T_l$ , eccetto  $\mu_{wl} = \mu(T_{wl})$ . Il Reynolds, come il Nusselt, ha come lunghezza caratteristica il diametro delle tubazioni attraverso le quali scorre il propellente. Pertanto,

$$\frac{h_l D_{tubi}}{k_l} = 0.023 \left( \frac{\rho w D_{tubi}}{\mu(T_l)} \right)^{0.8} \left( \frac{\mu(T_l) c_l}{k_l} \right)^{0.4} \left( \frac{\mu(T_l)}{\mu(T_{wl})} \right)^{0.14}$$

Quando la temperatura di parete supera la temperatura di vaporizzazione del liquido di circa  $10 \div 50$  K, iniziano a formarsi piccole bolle di vapore sulla superficie calda. Queste creano turbolenza locale, si staccano dalla parete e, una volta raggiunto il cuore del liquido, collassano rilasciando entalpia. Tutto ciò aumenta lo scambio termico in quanto le bolle trasportano energia dalla parete calda al cuore più freddo. Si tratta di evaporazione eterogenea, poiché le bolle si formano solo a parete e non uniformemente in tutto il liquido. Questo accade perché, nei difetti superficiali della parete, le molecole di vapore riescono a vincere la pressione del liquido, in quanto si riduce la superficie sulla quale agisce la pressione del vapore. Infatti, una bolla formata in una zona circondata interamente da liquido collasserebbe immediatamente sotto l'effetto della pressione del

## 2.4. Heat Transfer

fig. 2.18. L'idrogeno liquido è un eccellente refrigerante, ha un calore specifico alto e non lascia residui.

Esistono altri fattori che influenzano gli scambi termici, in particolare la geometria: snodi, curve nei condotti, saldature mal effettuate. Inoltre, se il materiale usato per refrigerare è di tipo organico, a determinate temperature potrebbe innescarsi una fiamma o persino un'esplosione, oltre alla formazione di depositi carboniosi.

**Calcolo del flusso di calore con e senza nucleate boiling** Dalla formula

$$\frac{h_l D_{tubi}}{k_l} = 0.023 \left( \frac{\rho w D_{tubi}}{\mu (T_l)} \right)^{0.8} \left( \frac{\mu (T_l) c_l}{k_l} \right)^{0.4} \left( \frac{\mu (T_l)}{\mu (T_{wl})} \right)^{0.14}$$

si ricava il coefficiente di scambio termico convettivo. Con esso si calcola il flusso

$$q_{no-boiling} = h_l (T_{wl} - T_l)$$

Se è presente il fenomeno di ebollizione, lo si corregge:

$$q_{boil} \propto \frac{q_{no-boiling}}{p_l G}$$

dove  $G$  è il flusso di massa

$$G = \frac{\dot{m}_l}{A_l} = \rho_l V$$

Per fluidi refrigeranti al di sopra della loro pressione critica vale la formula

$$h_l = 0.029 \frac{c_l \mu^{0.2} G^{0.8}}{Pr^{2/3} D^{0.2}} \left( \frac{T_l}{T_{wl}} \right)^{0.55}$$

### 2.4.3 Irraggiamento

L'irraggiamento consiste nello scambio di energia sotto forma elettromagnetica. Il raffreddamento per irraggiamento è utilizzato soprattutto per motori che devono operare nel vuoto, essendo assente il mezzo per altri modi di scambiare calore. L'energia dipende dalla frequenza dell'onda; essa è massima per lunghezze d'onda nel campo degli infrarossi ( $\lambda = 10^{-4} \div 10^{-5} \mu\text{m}$ ). Per un corpo nero l'emissione dipende solo dalla temperatura della superficie secondo la legge di Stefan-Boltzmann:

$$q(T) = \sigma T^4$$

con  $\sigma$  costante di Stefan-Boltzmann. Nella realtà, l'emissione di una superficie dipende anche dalla lunghezza d'onda e dalla direzione della propagazione. I corpi grigi seguono il comportamento dei corpi neri a meno di una costante:

$$q(T) = \varepsilon \sigma T^4$$

dove  $\varepsilon$  è detta *emissività sferica totale* e dipende da  $\lambda$  e da  $\theta$  (direzione dell'emissione). Essa tiene conto delle emissioni globali dalla superficie. La trasmissione del calore per



## 2.4. Heat Transfer

### Refrigerazione attiva a gas separato

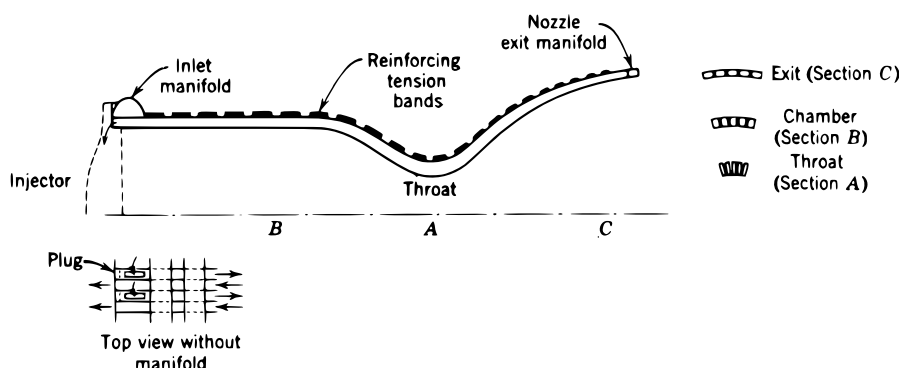


Figura 2.19: Schema di un condotto di refrigerazione tubolare con andata e ritorno.

I tubi sono curvati per seguire il contorno dell'ugello e della camera; sono costruiti in modo da avere una sezione trasversale variabile, per avere lo stesso numero di tubi in corrispondenza della gola e della sezione di uscita. Il refrigerante entra nei tubi di andata attraverso il collettore di entrata e procede assialmente fino al collettore di uscita, dal quale entra nei tubi di ritorno, finendo infine nell'iniettore.

**Regenerative cooling** Questo tipo di refrigerazione, già trattata in sezione 2.3.3 e di cui si sono visti i meccanismi di trasmissione del calore in sezione 2.4.2, è implementabile per esempio con camere tubolari che costituiscono la parete dell'ugello (fig. 2.19). Per via della forma circolare delle tubazioni, che creerebbe una parete ondulata, viene effettuata una brasatura dei tubi per rendere la parete liscia. La configurazione delle tubazioni può essere di diverso tipo. Se queste scorrono longitudinalmente rispetto all'asse dell'ugello, si devono stringere mano a mano che si avvicinano alla gola, rendendo la loro sezione ovale. Dove i tubi si stringono aumenta lo scambio termico convettivo, in quanto viene anche ridotta la sezione per aumentare la velocità del fluido al fine di aumentare la refrigerazione. Il rapporto di miscela influenza la configurazione dei tubi. Se ad esempio il *mixture ratio* è tale per cui è disponibile poca portata di propellente refrigerante, si opta solitamente per una disposizione dei tubi a elica oppure longitudinale con andata e ritorno; queste configurazioni infatti sfruttano al meglio la poca portata disponibile.

La scelta dei materiali usati è influenzata dalla composizione del gas, dalla temperatura massima di parete accettabile, dall'intensità del flusso termico e dai cicli operativi. Per motori dalle alte prestazioni e alti flussi di calore qualsiasi materiale dalla alta conducibilità termica con uno spessore sottile riduce gli stress termici. Il rame e alcune delle sue leghe sono eccellenti conduttori e non si ossidano considerevolmente con miscele *fuel-rich*. Le pareti interne sono solitamente costruite con leghe di rame, che non hanno conducibilità alla pari del rame puro ma presentano proprietà meccaniche migliori.

## 2.4. Heat Transfer

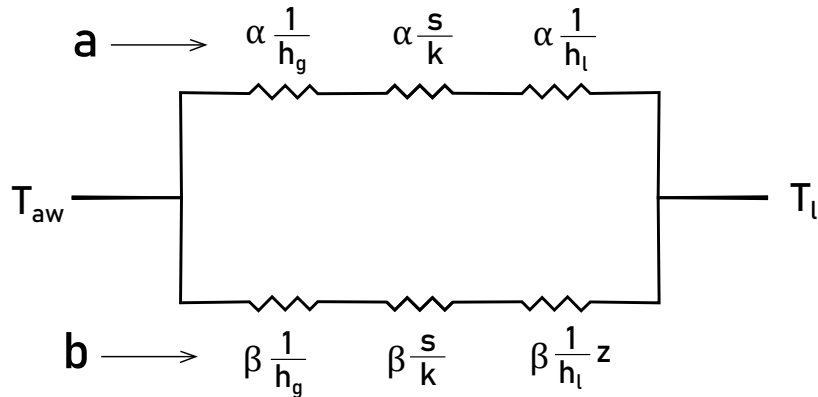


Figura 2.22: Analogia elettrica per i flussi di calore

calore segue due strade principali:

- Dalla superficie  $a$  passa al liquido del condotto soprastante
- Dalla superficie  $b$  passa al liquido dei condotti contigui, anche attraverso alette di refrigerazione che rendono lo scambio più efficiente

Il circuito elettrico analogo è quello in fig. 2.22.  $\alpha$  e  $\beta$  sono coefficienti di amplificazione e  $z$  tiene conto delle alette di refrigerazione. Le superfici  $a$  e  $b$  sono diverse, quindi le resistenze termiche vanno pesate sulle porzioni di area che si affacciano al gas.

$$R_1 = \frac{a+b}{a} \left[ \frac{1}{h_g} + \frac{s}{k} + \frac{1}{h_l} \right]$$

$$R_2 = \frac{a+b}{b} \left[ \frac{1}{h_g} + \frac{s}{k} + \frac{a+b}{2L\eta} \frac{1}{h_l} \right]$$

dove con  $\eta$  è indicata l'efficienza delle alette. Il profilo di temperatura  $T_{wg}$  non è uniforme, infatti in corrispondenza delle superfici come  $a$  la temperatura di parete è maggiore perché si affacciano al liquido, mentre le superfici come  $b$  si affacciano al solido, che conduce meglio. La resistenza totale è

$$R_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

e il flusso di calore è

$$q = \frac{T_{aw} - T_l}{R_{tot}}$$

La scelta del liquido refrigerante si basa sulle proprietà fisiche dei propellenti a disposizione. Ricordando che

$$h_l = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} \left( \frac{\mu}{\mu_{wl}} \right)^{0.14} \frac{k_l}{D}$$

## 2.4. Heat Transfer

---

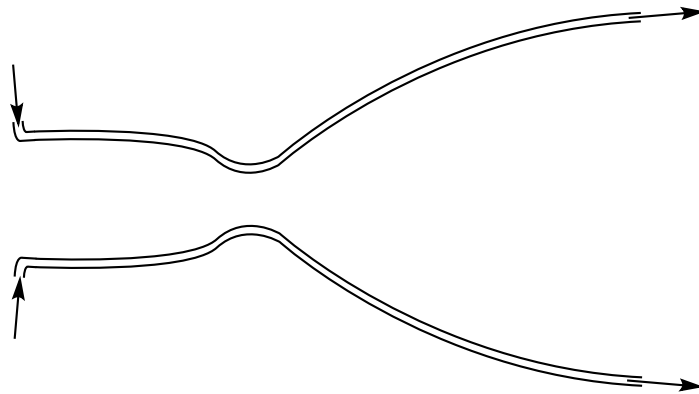


Figura 2.23: Dump cooling

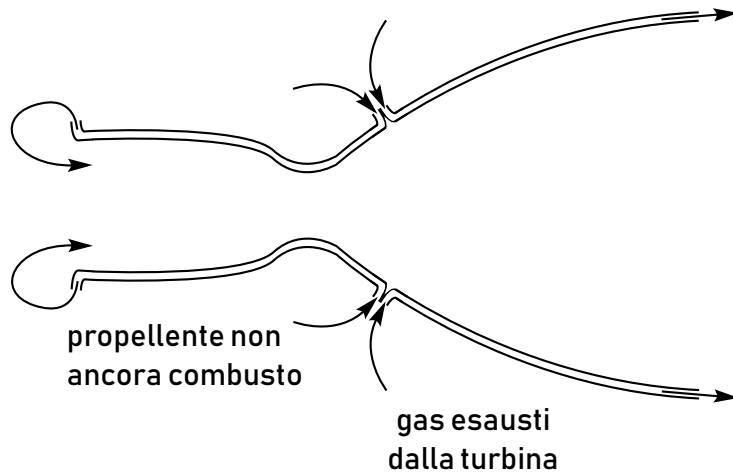


Figura 2.24: Dump cooling con rigenerazione

L'architettura può essere modificata per ridurre le perdite, creando una sorta di ibrido tra *regenerative cooling* e *dump cooling*. Nei canali di refrigerazione in corrispondenza della camera di combustione viene fatto fluire propellente che poi viene immesso nella camera di combustione. La parte divergente viene invece raffreddata con gas esausti provenienti dalla turbina. Questi sono relativamente freddi perché la temperatura di ingresso turbina è al massimo intorno 1000 K per evitare di bruciare le palette, e all'uscita dopo l'espansione scendono a circa 500 K. Al termine del raffreddamento, vengono quindi scaricati all'esterno.

## 2.4. Heat Transfer

---

### Refrigerazione passiva

**Materiali ablativi** La refrigerazione passiva non è stazionaria, la temperatura a parete infatti aumenta nel tempo. I materiali ablativi sono composti di fibre di vetro, carbonio o amianto impregnate in una resina. Essi sono materiali isolanti, e pertanto aumentano di molto la loro temperatura superficiale. A determinate temperature avviene il fenomeno della *pirolisi*, che consiste nella rottura delle molecole della resina e nella successiva sublimazione. Il processo è fortemente endotermico, a causa dell'energia assorbita per la rottura delle molecole e per il passaggio di stato. Il gas generato ha temperature di circa  $600 \div 700 \text{ K}$ , molto al di sotto dei gas combustibili della camera di spinta. Di conseguenza, si genera un film cooling che modifica il mixture ratio locale, dal momento che la resina è un combustibile. D'altro canto, le fibre mantengono la loro forma ma rischiano di spaccarsi. Lo spessore dello strato di composito deve essere progettato affinché allo spegnimento del motore ci sia ancora un sottile strato attaccato alla parete. Il sistema ha lo svantaggio del non mantenimento della forma della parete. In particolare, è essenziale che almeno la gola mantenga una determinata geometria, in quanto essa determina la pressione di camera, e quindi la spinta. L'erosione di gola viene evitata inserendo inserti di gola che si consumino il meno possibili, costituiti da materiali refrattari.

**Materiali refrattari** Questi materiali, rappresentati per esempio dalla *grafite pirolitica* e dalla *grafite pirocristallina*, oltre che dai materiali *carbon-carbon*, non sono isolanti; è quindi opportuna che tra di essi e la parete ci sia un sistema protettivo.

**Pozzo termico** Il metodo *heat sink* consiste nel solo riscaldamento della parete, la cui capacità di assorbimento termico ne determina la massima durata, che può essere relativamente breve (alcuni secondi). Le operazioni di combustione devono essere quindi fermate prima che le pareti arrivino a temperatura critica. Questo metodo è stato usato prevalentemente con pressioni di camera e flussi di calore contenuti. I materiali ablativi sono un esempio di pozzo termico.

**Irraggiamento** Il raffreddamento per irraggiamento è utilizzato soprattutto per motori che devono operare nel vuoto, ed è utilizzabile quando il flusso termico non è molto elevato con temperature di parete relativamente basse. Il flusso termico gas/parete è

$$q = h_g (T_{aw} - T_{wg})$$

Per pareti sottili si può considerare  $T_{wg}$  costante, per cui

$$q = \varepsilon \sigma T_{wg}^4$$

Dall'uguaglianza dei due flussi è possibile calcolare  $T_{wg}$ . Essa non deve superare determinati limiti critici, quindi per modificarla si può agire su  $\varepsilon$  verniciando la parete con ossidi di metallo che resistono alle alte temperature e alzano il valore di emissività sferica totale. Poiché il sistema è utilizzabile con bassi  $h_g$ , che determinano flussi contenuti, viene solitamente impiegato per le zone terminali dell'ugello.

## 2.4. Heat Transfer

---

Si considera:

$$T_{air} = 300 \text{ K}$$

$$T_{LOX} = 90 \text{ K}$$

La resistenza termica totale del sistema è:

$$R_{tot} = \frac{1}{h_1} + \frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2} + \frac{1}{h_2}$$

Per cui:

$$\frac{1}{R_{tot}} = 3.35 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

e il flusso di calore è

$$q = \frac{T_{air} - T_{LOX}}{R_{tot}} = 703 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Questo flusso aumenta l'energia dell'ossigeno liquido fino a farlo evaporare. In particolare, la potenza fornita al liquido è  $P = qA$ , dove  $A$  è l'area di serbatoio bagnata dall'ossigeno. Il calore latente di evaporazione dell'ossigeno è

$$h_{ev} = 212.9 \frac{\text{KJ}}{\text{kg}}$$

Se la portata di liquido che evapora è  $\dot{m}_{BOIL-OFF}$ , dall'uguaglianza delle potenze:

$$\dot{m}_{BO} h_{ev} = qA$$

La portata di liquido che evapora è quindi:

$$\dot{m}_{BO} = A \frac{q}{h_{ev}}$$

con

$$\frac{q}{h_{ev}} = 3.3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$$

L'area bagnata dall'ossigeno è calcolabile ricordando che

$$V = \frac{M_{LOX}}{\rho_{LOX}}$$

attraverso il parametro di forma  $V/A$ :

$$A = \frac{V}{\left(\frac{V}{A}\right)}$$

Per un calcolo più accurato, bisognerebbe considerare il flusso dovuto all'irraggiamento, sapendo che l'emissività è  $\varepsilon = 0.95$ :

$$q_{IRR} = \varepsilon \sigma (T_{air}^4 - T_{isolante}^4)$$

dove con  $T_{isolante}$  si indica la temperatura della superficie di isolante che si affaccia all'aria. Il flusso di calore convettivo è

$$q_c = h_1 (T_{air} - T_{isolante})$$

## 3 Endoreattori A Propellenti Liquidi – Liquid Rocket Engines (LRE)

Gli endoreattori a propellenti liquidi sono caratterizzati da un vasto campo di spinta ottenibile (da 0.001 N fino a 8 MN) e da prestazioni medio-alte. Poiché l'immissione di propellente in camera di combustione è regolata da iniettori è possibile regolare la spinta, riavviare il motore, testarlo e farlo funzionare ad impulsi. Il liquido usato come propellente può essere messo a disposizione dell'impianto di refrigerazione. Tutto ciò richiede una maggiore complessità di costruzione rispetto a un endoreattore a propellente solido. Infatti il propellente nel serbatoio è soggetto a problemi di conservazione e controllo in microgravità. Inoltre deve essere presente un sistema di alimentazione e controllo.

Le applicazioni di questo tipo di endoreattore sono delle più disparate e coprono quasi tutti i tipi di manovra:

- Booster, cioè lanciatori caratterizzati da grandi livelli di spinta e grandi pressioni di camera (100 ÷ 250 bar). Possono essere spendibili o riusabili e impiegano tempi dell'ordine dei secondi per raggiungere spinta massima.
- Propulsione ausiliaria: se usati ad esempio come motori per controllo di assetto e manovre orbitali sono caratterizzati da bassi livelli di spinta e basse pressioni di camera (2 ÷ 20 bar). Hanno una risposta molto veloce (0.004–0.08 s) e vita operativa lunga.

### 3.1. Propellenti Liquidi E Gestione Del Propellente

---

di temperature per cui l'ossido rimane liquido è più ampio. Queste miscele hanno come effetto collaterale quello di aumentare anche la pressione di vapore. Questa conseguenza ha come lato negativo l'obbligo di pressurizzare l'ossido per non farlo bollire a temperatura ambiente, quindi l'obbligo di avere serbatoi più spessi e pesanti. Il vantaggio però è che l'ossido liquido così ottenuto si auto-pressurizza.

**N<sub>2</sub>O (ossido di azoto)** Rispetto agli altri ossidi dell'azoto è meno tossico, anche se ha meno potere ossidante perché l'ossigeno è in rapporto di 1 a 2 con l'azoto. Ha come caratteristica principale quella di essere particolarmente auto-pressurizzante. La sua pressione di vapore a temperatura ambiente è di circa 60 bar, quindi si hanno pressioni nel serbatoio che sono abbastanza elevate. Appena si rilascia propellente nel sistema di alimentazione la pressione si abbassa perché il gas si espande. La pressione del vapore nel liquido diventa quindi maggiore della pressione del liquido e si formano delle bolle. La parte di propellente che diventa gas fa risalire la pressione nel serbatoio e pertanto lo auto-pressurizza. Di conseguenza non è necessario un sistema di pressurizzazione del serbatoio. La temperatura del propellente scende man mano che viene espulso perché gli viene sottratta energia dal gas in ebollizione. La pressione di vapore di conseguenza si abbassa e il liquido diventa sempre meno generoso per l'auto-pressurizzazione. Sui tubi si potrebbe formare del ghiaccio e si rischia di avere dei problemi nelle valvole. Il problema viene mitigato dall'energia che arriva dalla combustione in camera.

Inoltre, anche se più stabile dell'acqua ossigenata, l'ossido di azoto si decompone in ossigeno e azoto in modo esotermico se catalizzato opportunamente. In più ha la proprietà di andare ad attaccare materiali organici (come tenute) e produce gas combustibili, che potrebbero causare esplosioni. Nonostante tutto con qualche accorgimento è abbastanza gestibile. È usato molto negli endoreattori a propellenti ibridi per la sua capacità di auto-pressurizzazione, anche se le sue prestazioni sono mediocri proprio per il suo basso potere ossidante.

**HNO<sub>3</sub> (acido nitrico)** Non più usato, quando brucia produce fumi bianchi, le prestazioni sono medie. È molto corrosivo e instabile se concentrato. Si può stabilizzare e rendere meno corrosivo con la presenza di una piccola percentuale di N<sub>2</sub>O. Questo provoca un arrossamento dei fumi e il propellente così ottenuto viene definito RFNA (Red Fuming Nitric Acid). Dopo l'aggiunta di N<sub>2</sub>O è ancora abbastanza corrosivo; in genere allora si aggiunge acido fluoridrico HF, che anche se è lui stesso corrosivo inibisce l'acido nitrico. L'acido fluoridrico crea una pellicola di ossido attorno al serbatoio, proteggendolo con un meccanismo di auto-passivazione. Tale propellente è chiamato IRFNA (Inhibited Red Fuming Nitric Acid).

#### Combustibili

Si prediligono gli idrocarburi, che hanno buone prestazioni. Sono scelti in base all'entalpia di formazione dei loro ossidi, quindi in base a quanta energia rilasciano quando vengono ossidati.

### 3.1. Propellenti Liquidi E Gestione Del Propellente

---

**Combustibile** In genere si utilizza la monometilidrazina (MMH), che è più stabile. L'instabilità dell'idrazina è legata a un fenomeno di decomposizione che avviene:

- per catalizzazione (similmente all'acqua ossigenata c'è un catalizzatore che scatena la reazione)
- scaldando molto
- per onde di pressione (dovute ad esempio a un colpo di ariete, causato da *cut-off*)

L'introduzione del metile la stabilizza, oltre al fatto che aumenta il campo di temperature in cui rimane liquida. La monometilidrazina funziona bene con l'NTO, con cui forma un propellente ipergolico. La unsymmetrical-dimetilhydrazine (UDMH) accentua gli effetti dell'introduzione di metile. Un tipo di miscela molto utilizzato è la Aerozine50, composta da MMH e UDMH in parti uguali.



## 3.2. Sistemi Di Alimentazione

---

### 3.2.1 Sistemi Di Alimentazione Con Pressurizzazione Dei Serbatoi

Sono usati per piccoli impulsi totali. La pressione nei serbatoi è estremamente alta, il loro peso è quindi consistente. Il gas pressurizzante è generalmente gas inerte ( $N_2$ , He), che nel caso di sistemi a pressione regolata può essere conservato in serbatoi a parte a pressioni più alte. Nel caso di sistemi *blowdown* il gas pressurizzante può essere gas inerte o il vapore di propellente stesso, ed è conservato nello stesso serbatoio del propellente.

#### Valvole

Ne esistono vari tipi:

- Latching: comandate, in configurazione open-close, rimangono in posizione di progetto.
- Pirotecniche: comandate da un piccolo esplosivo, quindi si possono aprire o chiudere solo una volta.
- Check: valvole di non ritorno
- Di servizio: servono per riempire o svuotare il serbatoio. Solitamente svuotano nello spazio e bisogna monitorare la loro temperatura se ad esempio sono rivolte al sole.
- Regolatrici di pressione
- Del propulsore: richiedono di monitorare la loro temperatura.

L'andamento della portata reale delle valvole, alla loro attivazione, si discosta dall'andamento teorico a causa dei ritardi di risposta della valvola.

### 3.2. Sistemi Di Alimentazione

---

suddetta pressione di regolazione. Se infatti durante il processo la pressione nel serbatoio ausiliario scendesse fino alla pressione di regolazione prima che tutto il propellente venisse espulso, non ci sarebbe modo di mantenere la pressione del *tank* al valore di regolazione, perché si raggiungerebbe l'equilibrio e la valvola di regolazione non farebbe passare altro gas. Il propellente potrebbe comunque essere espulso con una pressione decrescente nel tempo per via dell'espansione del gas man mano che il liquido viene mandato nel *feed system*. Le condizioni finali nel serbatoio del propellente (dove il gas avrà occupato un volume  $V_p$ ) sono  $p$ ,  $m$ ,  $T$ .

Si fanno le seguenti ipotesi semplificative:

- Modello di gas perfetto
- Nessun trasferimento di calore tra il gas/fluido o fluido/parete, quindi nessun fenomeno di condensazione o ebollizione
- Nessun trasferimento di massa tra gas e liquido
- Il processo segue una trasformazione adiabatica
- Non c'è ullaggio, al tempo iniziale il serbatoio di propellente è pieno

Considerando il Primo Principio della Termodinamica

$$L + Q = \Delta U$$

applicandolo alla trasformazione del gas, poiché il processo è adiabatico,

$$L = \Delta U$$

Il lavoro svolto dal gas sul fluido è

$$L = -pV_p$$

L'energia interna allo stato iniziale è

$$U_i = c_v m_0 T_0$$

L'energia interna allo stato finale è data dalla somma dell'energia del gas nel serbatoio ausiliario e in quello del propellente

$$U_f = c_v m_f T_f + c_v m T$$

La differenza di energia interna tra stato finale e iniziale è

$$\Delta U = U_f - U_i = c_v m_f T_f + c_v m T - c_v m_0 T_0$$

Quindi,

$$-pV_p = c_v m_f T_f + c_v m T - c_v m_0 T_0$$