NUMERO: **2501A** ANNO: 2020

A P P U N T I

STUDENTE: Pieretto Letizia

MATERIA: Sistemi Elettrici - Prof. Piglione, Russo

CIRCUITO ELETTRICO ELEMENTARE

in regime stazionario

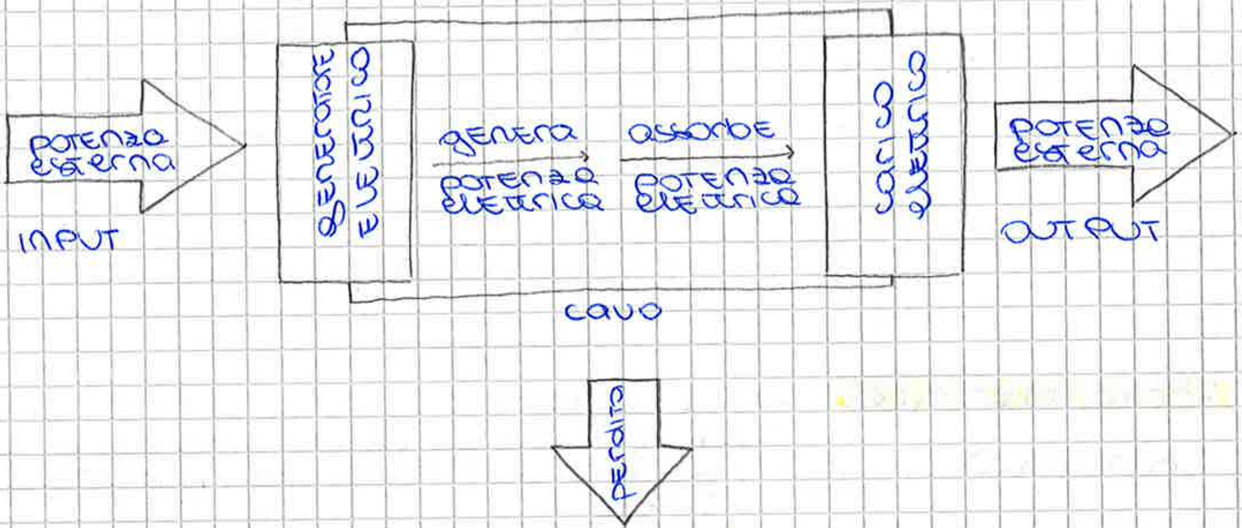
- energia elettrica → converte energia da fonti primarie

↓

vettore energetico → trasporto energia per lunghe distanze

→ fornisce diversi tipi di carico

- circuito elementare



- potenziale elettrico → funzione scalare definita in un campo elettrico

→ energia per caricare un'unità

→ alto potenziale significa alta energia della carica elettrica

→ in una differenza di potenziale si assegna il segno positivo al punto con potenziale più alto

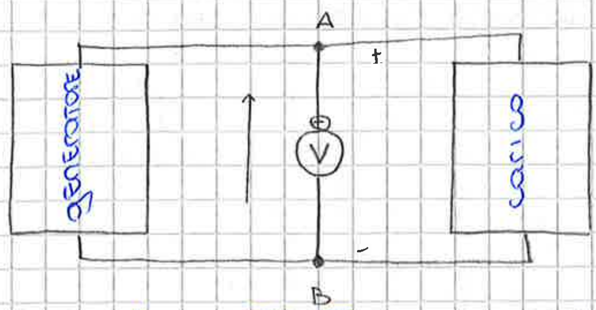
→ una carica elettrica si muove dal punto positivo a quello negativo

- voltaggio → è detta anche differenza di potenziale

→ esiste tra due punti ed è definita come energia per unità di carica

VOLTAGGIO (tensione elettrica)

- è una quantità misurata con uno strumento ideale chiamato voltmetro

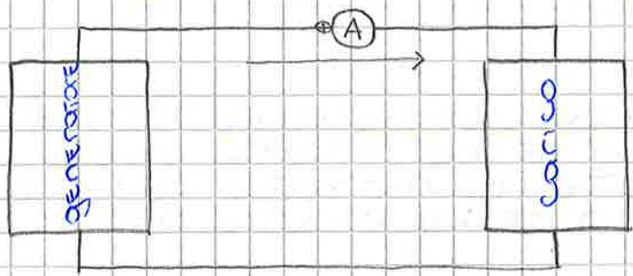


$$V_{AB} = V_B - V_A$$

valore positivo se morsetto contrassegnato collegato al +

CORRENTE

- è una quantità misurata con uno strumento chiamato amperometro



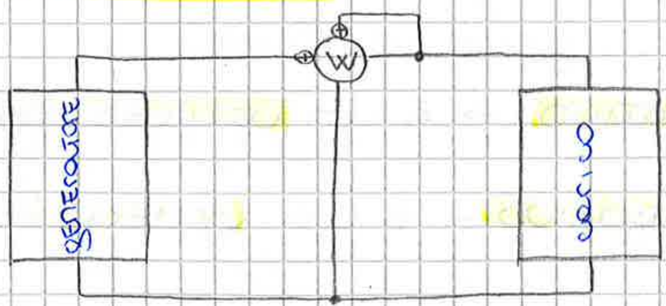
indica i uscente

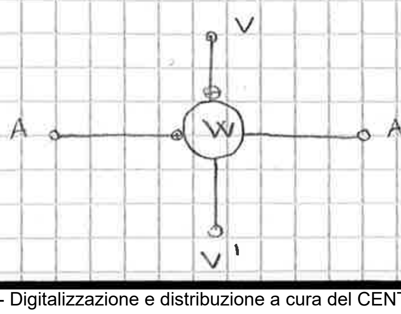
corrente vista come flusso di cariche positive

valore positivo se i entra dal morsetto contrassegnato

POTENZA ELETTRICA

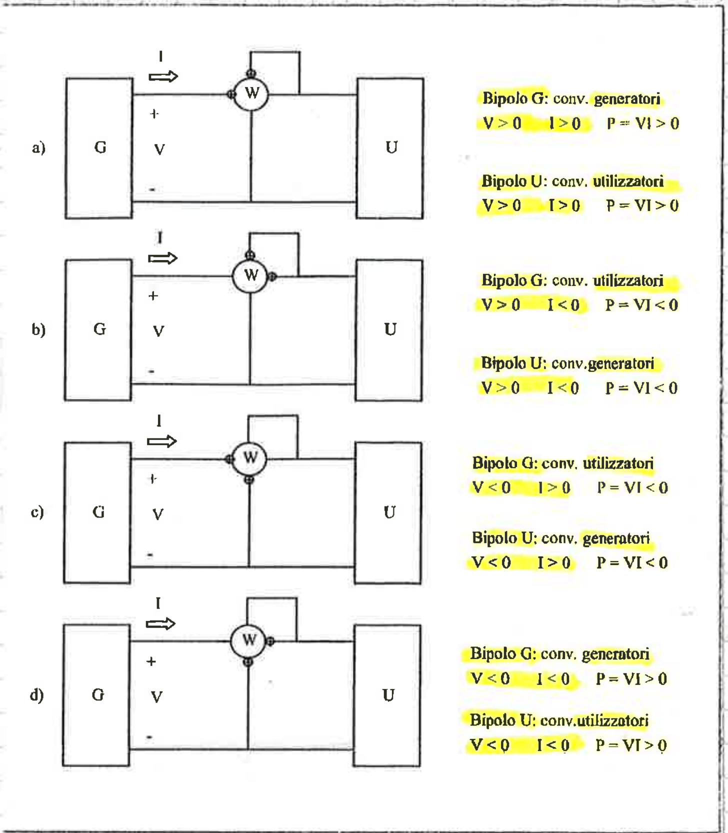
misurata usando sia il voltmetro che l'amperometro → wattometro





VV' coppia voltmetrica

AA' coppia amperometrica



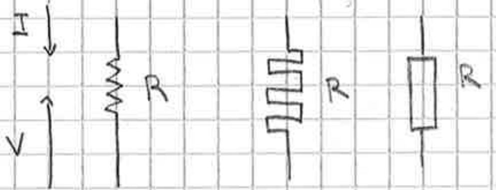
BIPOLI ELETTRICI

- bipolo → componente elettrico dotato di due morsetti di connessione non intercambiabili, quindi uno di essi viene contrassegnato

- caratterizzato da:
  - → caratteristica → legge fisica che esprime il legame tra tensione e corrente ai suoi morsetti
  - → convenzione di segno

RESISTORE IDEALE

è un bipolo dissipativo, in grado unicamente di convertire potenza elettrica in potenza termica per effetto Joule



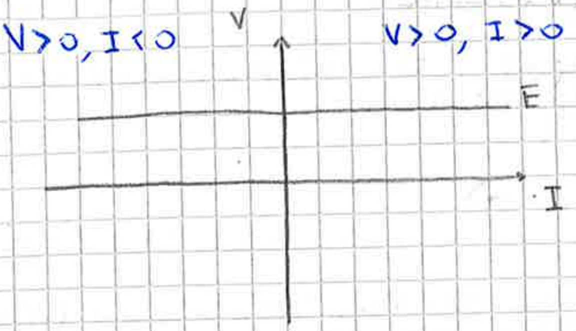
non ha morsetti contrassegnati, quindi è un bipolo invertibile

$\boxed{V = E}$

caratteristica, è una retta // x, la tensione rimane costante per qualsiasi valore di corrente

$\boxed{P = E I}$

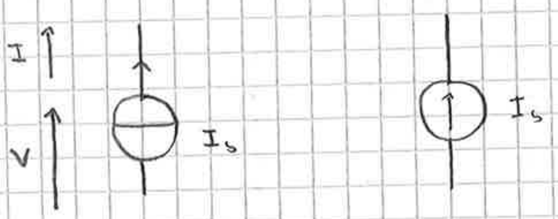
potenza erogata o assorbita dal generatore



siccome ha segni concordi che discordi → è una macchina reversibile

GENERATORE IDEALE DI CORRENTE

è un bipolo attivo in grado di erogare oppure assorbire qualunque valore di potenza mantenendo sempre costante la corrente I_s circolante tra i suoi morsetti



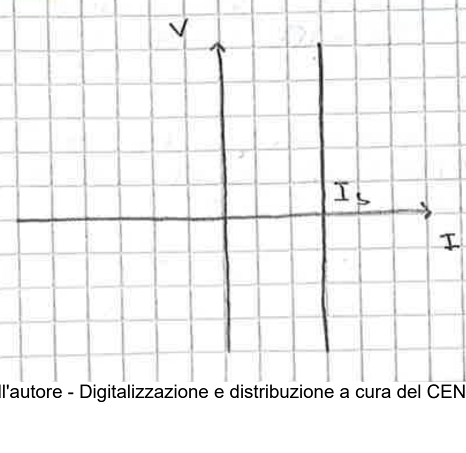
è un bipolo non invertibile perché uno dei due morsetti è contrassegnato da una freccia

$\boxed{I = I_s}$

caratteristica, retta // y, la corrente rimane costante per qualsiasi valore di tensione

$\boxed{P = V I_s}$

potenza erogata o assorbita



è una macchina reversibile

PRINCIPI DI KIRCHOFF

1) Legge dei nodi

La somma algebrica delle correnti confluenti in un nodo è identicamente nulla

$$\boxed{\sum_i I_i = 0}$$

+ i entranti
- i uscenti

$- \xleftarrow{\;i\;} +$

2) Legge delle maglie

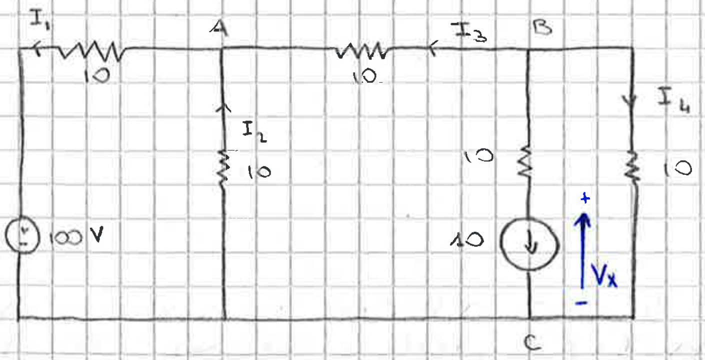
La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia è identicamente nulla

$$\boxed{\sum_i V_i = 0}$$

+ V se, seguendo il verso di percorrenza incontro prima la polarità positiva

$+ \xleftarrow{\;V\;} -$

es.



fisso V_x in modo arbitrario

- nodo A: $-I_1 + I_3 + I_2$
- maglia esterna (orario): $-100 - 10 I_1 - 10 I_3 + 10 I_4$
- maglia CABC (orario): $10 I_2 - 10 I_3 + 10 \cdot 10 + V_x$
- V_{AC}: $-10 I_2$ oppure $-10 I_3 + 10 \cdot 10 + V_x$

- di generatori (di tensione)

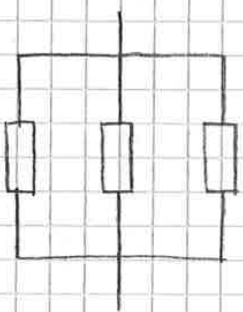
- $E_{AB} = E_1 + E_2 + E_3$

si considerano positivi i generatori di cui si incontra per primo la polarità positiva

non è possibile collegare in serie due o più generatori di corrente

2 in parallelo

- due o più bipoli si dicono in parallelo se sono connessi in modo da essere sottoposti alla stessa tensione



- di resistori

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

- $$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

la R_{eq} è inferiore della minore delle resistenze

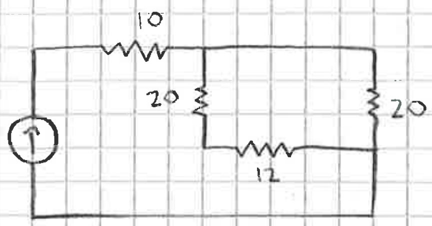
- di generatori (di corrente)

$$I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3$$

si considera positiva se è nel verso di I_{eq}.

- non è possibile collegare in parallelo due o più generatori ideali di tensione

20 e 30 in // → 12

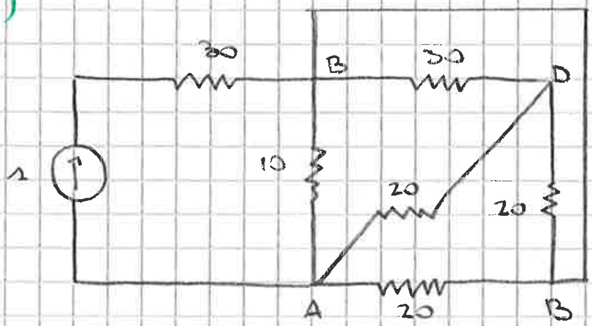


20 e 12 in serie → 32

20 e 32 in // → 12.308

12.308 e 10 in serie → 22.308 = Req

1.2)



BB allo stesso potenziale

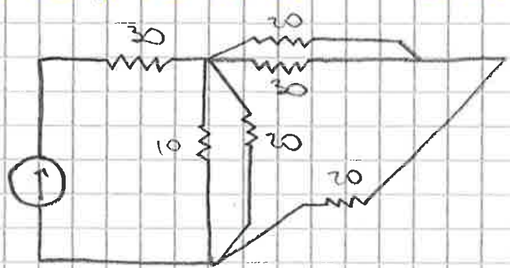
Trascuro 20 da B a B

20 e 10 in //

20 e 30 in // → 12

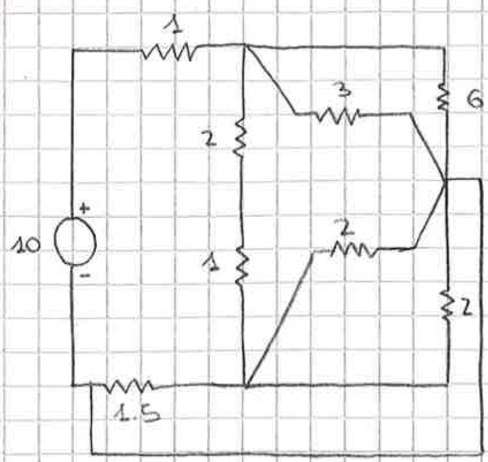
20 e 12 in serie → 32

10, 20, 32 in // → 5.517



5.517 e 30 in serie → 35.517 = Req

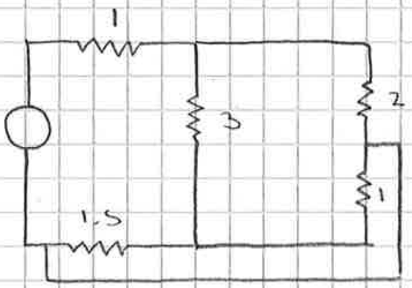
2)



1 e 2 in serie → 3

3 e 6 in // → 2

2 e 2 in // → 1



1.5 e 1 in // → 0.6

3 e 0.6 in serie → 3.6

3.6 e 2 in // → 1.29

1 e 1.29 in serie → 2.29 = Req

PARTITORE DI TENSIONE e DI CORRENTE

I partitori di tensione e di corrente si possono usare solo con serie e paralleli di resistori

- di TENSIONE

$$\boxed{V_i = \frac{R_i}{\sum R_k} V}$$

R_i → resistore su cui voglio calcolare V

consente di calcolare la tensione sul singolo resistore appartenente a una serie di resistori, nota la tensione ai morsetti della serie

- di CORRENTE

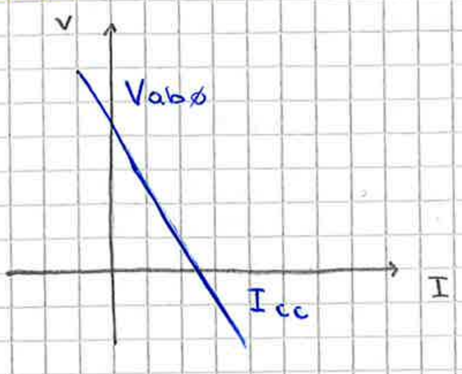
$$\boxed{I_i = \frac{\frac{1}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_k}} I}$$

consente di calcolare la corrente entrante nel singolo resistore appartenente a un parallelo di resistori, nota la corrente entrante complessivamente nel parallelo

- se ho solo due resistori

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

BIPOLI EQUIVALENTI GENERALIZZATI

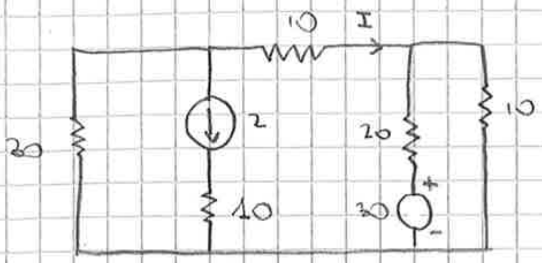


bipolo definito da una retta

$V_{AB} = 10 - 50 = -40$

5 e 20 sono in // → 4 = R_{eq}

es. 2.4

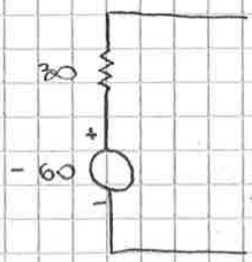


divido il circuito

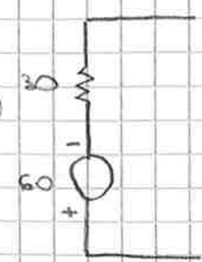
$V_{AB} = -60$

azzero gen. di corrente

$R_{eq} = 30$



oppure



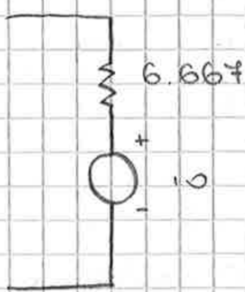
corrente si muove in senso orario

$-30 + 20\,i + 10\,i = 0$

$i = 1$

$V_{CD} = +30 - 20 = 10$

20 e 10 in // → 6.667 = R_{eq}



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 168

i_1 e i_2 generate dal generatore di corrente

$$i_1 = \frac{35+15}{35+25+5+15} \cdot 3 = 1.875 \text{ A}$$

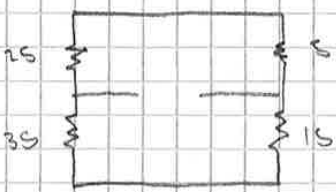
$$i_2 = \frac{25+5}{35+25+5+15} \cdot 3 = 1.125 \text{ A}$$

f. partitore di corrente

calcolo $V_{ab} = -1.875 \cdot 25 + 1.25 \cdot 35 = -7.5 \text{ V} = E_{eq}$

devo calcolare R_{eq}

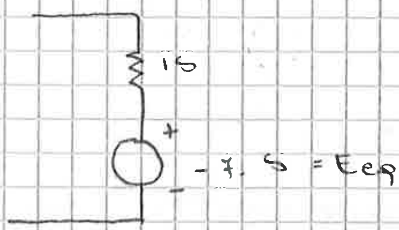
chiudo generatore di corrente



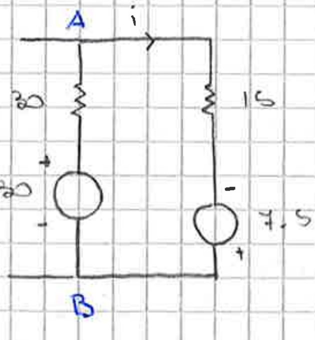
25 e 35 in serie → 60

5 e 15 in serie → 20

60 e 20 in // → 15 = R_{eq}



ora riunisco



scelgo verso di i

? V_{ab}

$-30 + 30i + 15i - 7.5 = 0$

$i = 0.83$

$V_{AB} = -0.83 \cdot 30 + 30 = 5 \text{V} = E_{eq}$

calcolo R_{eq}

spengo generatori di tensione

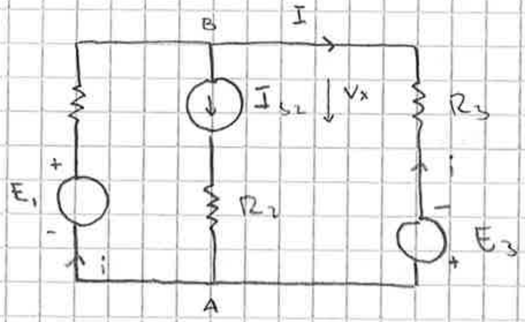
30 e 15 in // → 10 = R_{eq}

Tabella di dualità	
maglia	nodo
parallelo	serie
cortocircuito	circuito aperto
tensione	corrente
resistenza	conduttanza
induttanza	capacità
reattanza	suscettanza
impedenza	ammettenza

METODO SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Una qualsiasi tensione o corrente in un circuito elettrico può essere calcolata come somma degli effetti dei singoli generatori, presi separatamente. L'effetto del singolo generatore si valuta annullando gli altri generatori presenti e cioè cortocircuitando i generatori di tensione e aprendo quelli di corrente

es.



voglio trovare I

- tolgo I_{s2} e E_3, ecc.

$I' = E_1 / (R_1 + R_3)$ contributo gen. E_1

$I'' = -I_{s2} R_1 / (R_1 + R_3)$ contributo I_{s2}

perché $V_{AB} = -R_2 I_{s2} + V_x$

devo mettere il - perché in R_3, I ha verso opposto

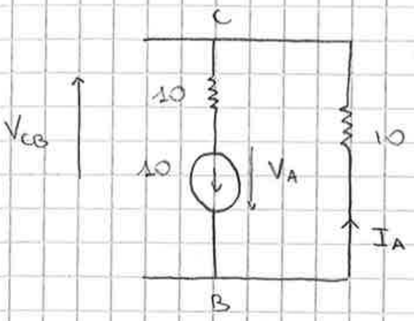
$I''' = E_3 / (R_1 + R_3)$ contributo gen E_3

- se l'incognita è data, non posso mettere in modo arbitrario I

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 168

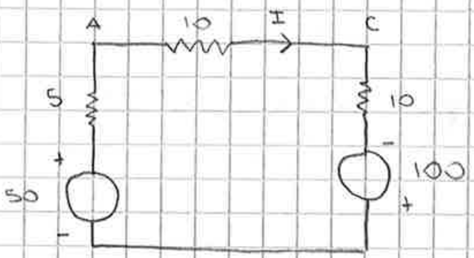
$R_{eq} \rightarrow$ 10 e 10 in // $\rightarrow 5 = R_{eq}$

- ora guardo la parte di destra



$V_{CB} = -10\, I_A = -100\,V$

- $R_{eq} \rightarrow$ apro gen. di i $\rightarrow 10 = R_{eq}$



calcolo I

$-50 + 5I + 10I + 10I - 100 = 0$

$I = 6A$

per trovare I_1 torno al circuito iniziale e trovo l'eq. di nodo C

- $I - I_A - I_1 = 0$

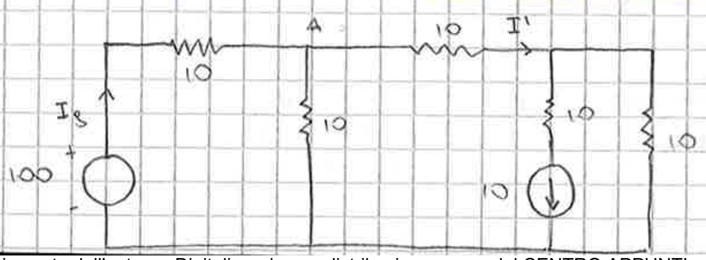
$6 - 10 - I_1 = 0 \quad \rightarrow I_1 = 4$

ora posso calcolare V

$V_{CB} = 10 \cdot I_1 = -40\,V$ TOT, non solo della pt destra

ma $V_{CB} = 10\, I_A + V \rightarrow V = -100 - 40 = -140\,V$

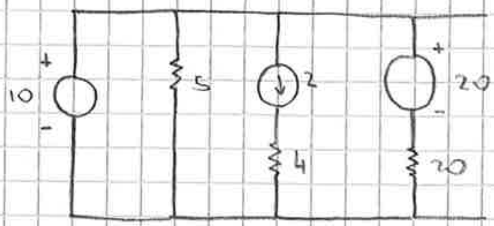
- calcolo bipolo con sovrap. effetti



$I = I' + I'' = 6\,A$

es.

voglio calcolare bipolo eq. di Thevenin

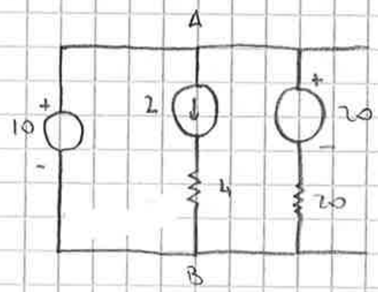


inizio da sinistra

$V = 10\,V$

tolgo il generatore → 5 // con un cortocircuito

quindi bipolo eq = solo il generatore



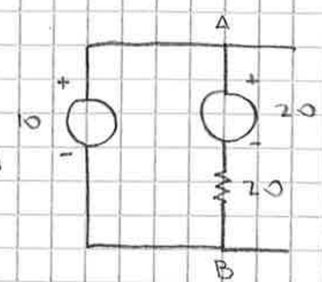
uso metodo sovrap. degli effetti

tolgo gen. di tensione → $V_{AB} = 0$ (cortocircuito)

tolgo gen di corrente → rimane solo $V = 10$

↓

in tot rimane solo il gen. di tensione



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 168

TEOREMA DI MILLMAN

consente di calcolare ΔV tra due nodi di una rete formata esclusivamente da lati in parallelo

$$\boxed{V_{AB} = \frac{\sum \frac{E_i}{R_i} + \sum I_{si}}{\sum \frac{1}{R_k}}}$$

al **numeratore**

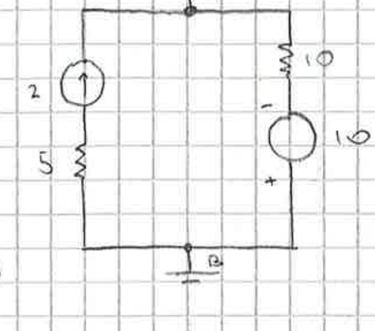
- generatore di tensione in serie ad un resistore, positivo se morsetto + verso l'alto
- generatore di corrente, positivo se il + della corrente è diretto verso il morsetto positivo (A o B, quello superiore)

al **denominatore**

- inversa delle resistenze dei rami con generatori di tensione
- inversa delle resistenze dei rami che non contengono generatori

I resistori in serie a generatori di corrente non vengono considerati

es. (due soli rami in //)



$V_{AB} = 20 - 10 = 10\ V$ (eq. maglie)

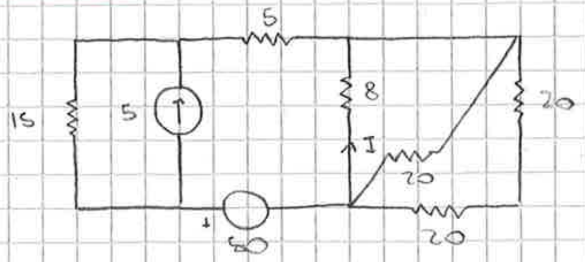
con millman invece

$$V_{AB} = \frac{2 - \frac{10}{10}}{\frac{1}{10}} = 10\ V$$

Tema d' esame

24.02.15

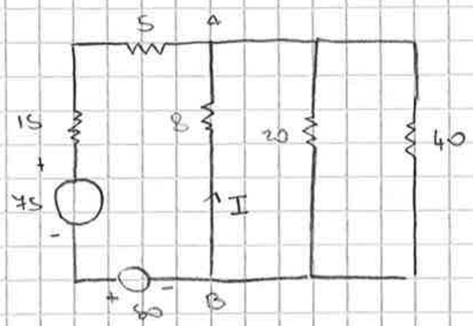
1)



? I

non posso usare direttamente millman

$$V_{AB\emptyset} = \frac{5}{\frac{1}{15}} = 75\ V$$ per il ramo di sinistra



20 e 20 in serie → 40

gen in serie 75+50 = 125

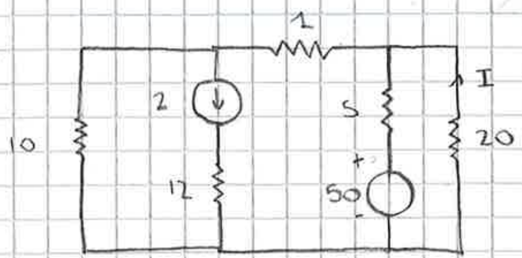
15 e 5 in serie → 20

$$V_{AB} = \frac{\frac{125}{20}}{\frac{1}{20}+\frac{1}{8}+\frac{1}{40}} = 25\ V$$

$V_{AB} = -I\,8 = 25 \rightarrow I = -3.125\ A$

28.07.11

1)



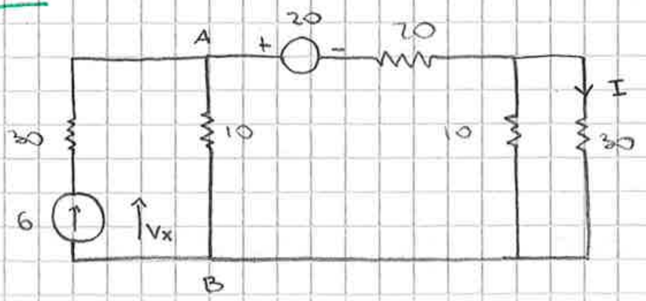
? I

? potenza dissipata da $R = 10\,\Omega$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 168

11.09.12

1)



? I

? P gen. di I

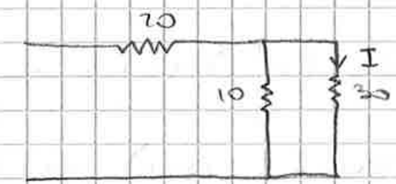
10 e 30 in // → 7.5

ora posso usare Millman

$$V_{AB} = \frac{6 + \frac{20}{27.5}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{27.5}} = 49.33\,V$$

$V_{AB} = 20 + 27.5\, I_{dx} \rightarrow I_{dx} = 1.067\,A$

I_{dx} non é ancora la I che sto cercando



$I = I_{dx} \dfrac{10}{10+30}$ uso partitore di corrente

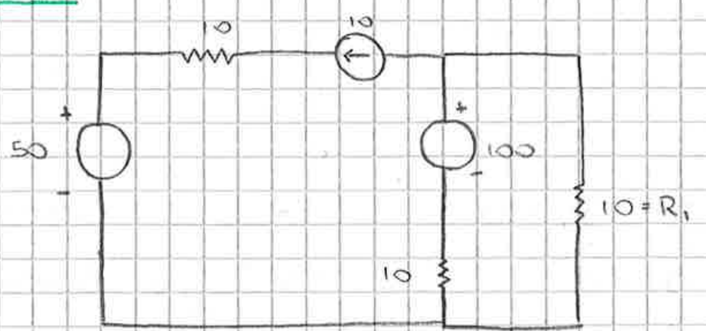
$I = 0.267$

$V_{AB} = -6 \cdot 30 + V_x \rightarrow V_x = 229.33$

$P = V_x \cdot I = 1376\,W$

4.09.07

1)



? P di $R_1 = 10$

$-100 - V_x + 10 I_1 = 0$ meglio a destra

eq. dei nodi

$-I_2 - I_3 - I = 0$ A

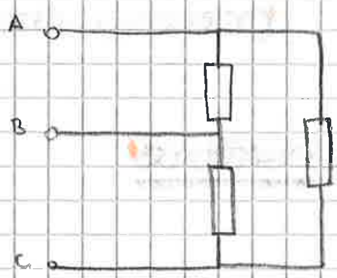
$+I - 10 - I_1 = 0$ B

porto i termini noti a sx → creo matrice e trovo le sz.

TRASFORMAZIONE STELLA-TRIANGOLO

tre bipoli possono essere collegati tra loro

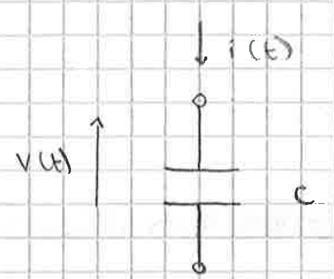
stella triangolo



se ho 3 resistenze uguali

R_Y stella e R_Δ triangolo

$\boxed{R_\Delta = 3 R_Y}$ o $\boxed{R_Y = R_\Delta / 3}$



condensatore ideale

$$\boxed{i = C\frac{dv}{dt}}$$

C = capacità $\rightarrow v = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + V_0$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}Cv^2}$$

energia accumulata

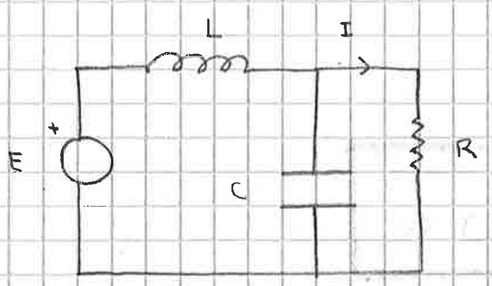
non posso variare istantaneamente l'energia e quindi nemmeno la tensione

BIPOLI CONSERVATIVI

in regime stazionario

$\frac{di}{dt} = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow$ cortocirc.

$\frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow i = 0 \rightarrow$ circuito aperto



induttore $\frac{1}{2}Li^2$

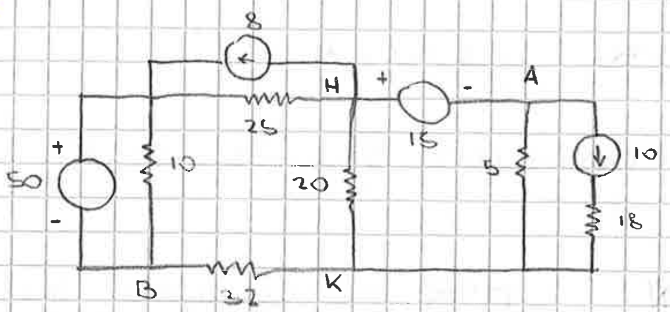
condensatore $\frac{1}{2}CE^2$

$I = E/R$ valore di regime della corrente

TEMA D'ESAME

02.12

1) regime stazionario



? P erogata da V = 15

? P dissipata da R = 25

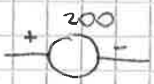
? V_{AB}

devo semplificare il circuito

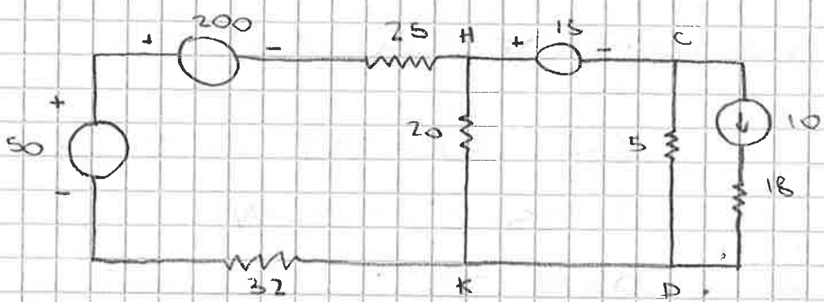
rimuovo R, perché è in // con gen. di tensione

uso Thevenin tra R = 25 e I = 8

$V = 8 \cdot 25 = 200\ V$



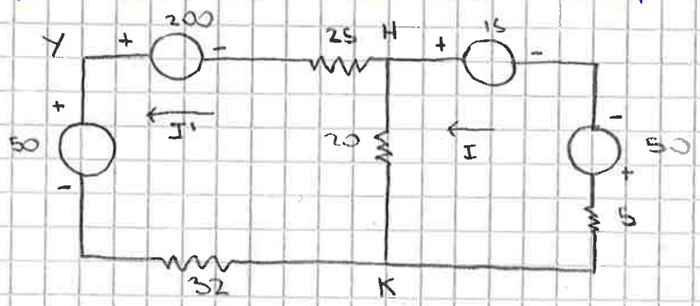
Req → annullo I = 8 → Req = 25



uso Thevenin tra R = 5, R = 18 e I = 10

$V_{CD} = -10 \cdot 5 = -50\ V$

Req → annullo I = 10 → Req = 5



METODO DEI FASORI

- eq. di nodo e di maglia differenziali

$$a(t) = a_t(t) + a_p(t)$$

$a_p(t)$ → termine permanente

$a_t(t)$: è un termine transitorio, si annulla a regime

Se i generatori sinusoidali della rete operano tutti alla stessa frequenza, tutte le correnti e tensioni misurabili nella rete sono anche esse sinusoidali isofrequenziali con i generatori

- fasori → vettori nel piano che rappresentano sinusoidi (vettori rotanti)

$$\underline{A} = A_M e^{j(\omega t + \varphi)} \iff a(t) = A_M \sin(\omega t + \varphi)$$

siccome il termine rotante $e^{j\omega t}$ è comune, posso toglierlo

e poi $A = A_M / \sqrt{2}$

$$\boxed{\underline{A} = A e^{j\varphi} \iff a(t) = \sqrt{2} A \sin(\omega t + \varphi)}$$

solo tensioni e correnti sono fasori

IMPEDENZA DI UN BIPOLO

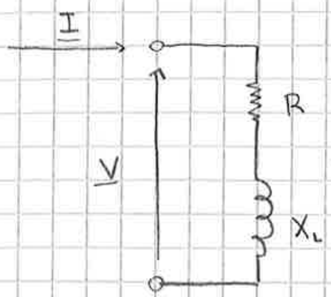
$$\boxed{\underline{Z} = \underline{V} / \underline{I}}$$

impedenza

$\underline{V} = V e^{j\varphi_V}$ fasore tensione

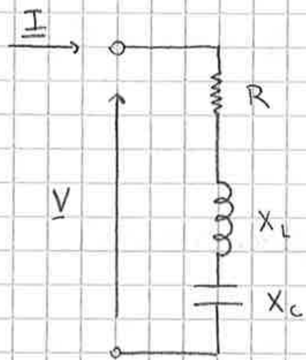
$\underline{I} = I e^{j\varphi_I}$ fasore corrente

bipolo ohmico - induttivo



$$\boxed{\underline{V} = (R + jX_L)\,\underline{I}}$$

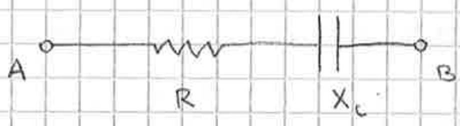
resistore, induttore e condensatore



$$\boxed{\underline{V} = R\underline{I} + j(X_L - X_C)\underline{I}}$$

ESERCIZI corrente alternata

1)



$\underline{V}_{AB} = 50\,V$? R, X_C

$\underline{I} = 5 + j10\ A$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}_{AB}}{\underline{I}} = \frac{50}{5+10j} = \frac{10}{1+2j}$$

$$= \frac{10(1-2j)}{(1+2j)(1-2j)} = \frac{10-20j}{5} = 2 - j4\ \Omega$$

quindi $R = 2$ $X_C = 4$

↳ è il modulo

metodo 1

$$\underline{I}_1 = \frac{100}{6+j12} = \frac{50\,(3-j6)}{9+36} = 3.33 - 6.67j \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{100}{-j10+10} = \frac{10\,(1+j)}{1+1} = 5+5j \text{ A}$$

$$\underline{V}_{AB} = -6\,(3.33-6.67j) - 10j\,(5+j5) = 30 - j10 \text{ V}$$

METODO 2

$$\underline{V}_{CA} = 100\,\frac{6}{6+j12} = 20 - j40 \text{ V}$$

uso partitore di tensione

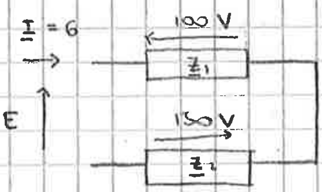
$$\underline{V}_{CB} = 100\,\frac{-j10}{10-j10} = 50 - j50 \text{ V}$$

$$\underline{V}_{AB} = \underline{V}_{AC} + \underline{V}_{CB} = 30 - j10 \text{ V}$$

$\downarrow$

V_{CA}

4)



? E

$\underline{Z}_1 = R_1 = 8\Omega$ $\underline{Z}_2 = X_2 = 10\Omega$ ohmico-induttivo

La somma dei moduli è diversa dal modulo della somma

$$Z_1 = \frac{100}{6} = 16.67 \quad \text{modulo}$$

$$Z_1^2 = R_1^2 + X_1^2 \rightarrow X_1 = \sqrt{Z_1^2 - R_1^2} = 14.62$$

$$\underline{Z}_1 = 8 + j14.62$$

6)

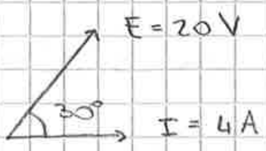


diagramma fasoriale

a) circuito eq. ?

ho un circuito ohmico - induttivo

$\underline{Z} = (20\, e^{j30})/4 = 5\, e^{j30} = 5\,(\cos 30° + j \sin 30°)$

$= 4.33 + j\,2.5$ $\qquad Z = V/I$

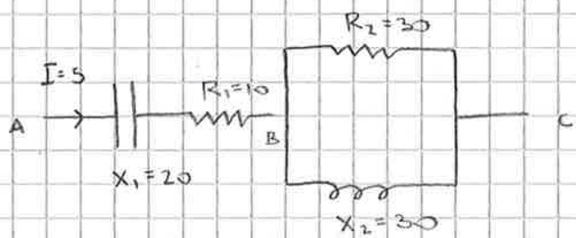
b) calcolare sfasamento temporale con $f = 50\ Hz$

$T = 1/f = 20\ ms$

$\frac{dt}{T} = \frac{30°}{360°} \rightarrow dt = 20 \cdot 0.0833 = 1.67\ ms$

i(t) è in ritardo rispetto a e(t)

7)



? $\underline{V}_{AC}$

? $\underline{V}_{BC}$

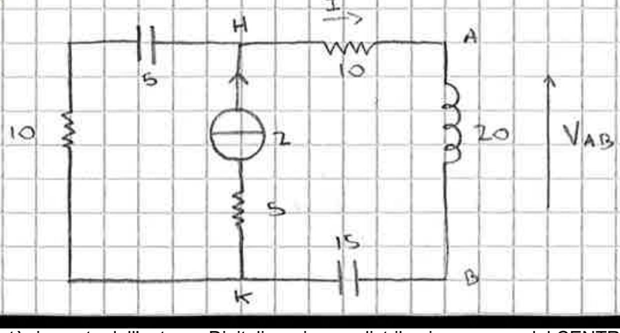
I presa come riferimento di fase

$R_2 /\!/ X_2 \rightarrow \underline{Z}_2 = \frac{30 \cdot j30}{30 + j30} = 15 + j15$

$\underline{V}_{AC} = 5 \cdot (-j20 + 10 + 15 + j15) = 125 - j25\ V$

$\underline{V}_{BC} = 5 \cdot (15 + j15) = 75 + j75\ V$

8)



? V_{AB}

AMMETTENZA DI UN BIPOLO

- ammettenza → reciproco dell'impedenza

$$\boxed{\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G - jB}$$

G = conduttanza

B = suscettanza

- bipoli
  - → ohmico - induttivo $X>0$ $B<0$
  - → ohmico - capacitivo $X<0$ $B>0$

- in coord. polari $\boxed{\underline{Y} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi}}$

- legge di Ohm $\boxed{\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{V}}$

$\boxed{\underline{I} = (G - jB)\underline{V}}$ eq. al nodo per il parallelo di una conduttanza e di una suscettanza sottoposte allo stesso $\underline{V}$

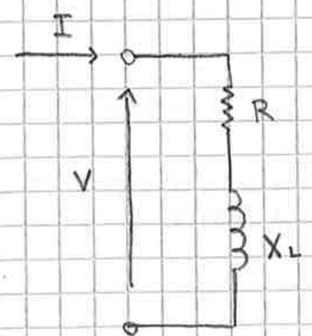
IMPEDENZA

$\boxed{\underline{V} = (R + jX)\underline{I}}$ eq. al nodo per la serie di una resistenza e di una reattanza attraversate dalla stessa $\underline{I}$

AMMETTENZA

POTENZE IN REGIME SINUSOIDALE

potenza istantanea



$$v(t) = \sqrt{2}\,V \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,I \sin(\omega t)$$

$$\underline{Z} = R + j\omega L = Z\,e^{j\varphi}$$

bipolo ohmico - induttivo

$\boxed{p(t) = v(t)\,i(t)}$ potenza istantanea

- condensatore

$\boxed{P=0}$ $\boxed{Q=-V^2/X_C}$

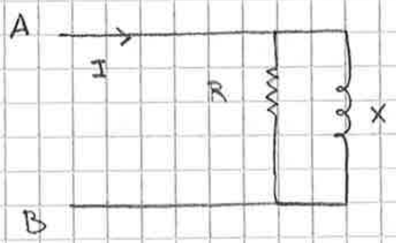
↳ sfasamento in ritardo tra fasore tensione e fasore corrente, $\varphi=-90°$

TEOREMA BOUCHEROT

In un circuito in regime sinusoidale, la somma algebrica delle potenze attive e di quelle reattive sono identicamente nulle

$$\Sigma P_i = 0 \qquad \Sigma Q_i = 0$$

es.



$I = 4\,A$

$P = 100\,W$

$\cos\varphi = 0.85$

? R, X

$P = VI\cos\varphi \rightarrow V_{AB} = 29.41\,V$

sul resistore $P = V_{AB}^2/R \rightarrow R = 8.65\,\Omega$

sulla reattanza $Q = V_{AB}^2/X_L$

↓

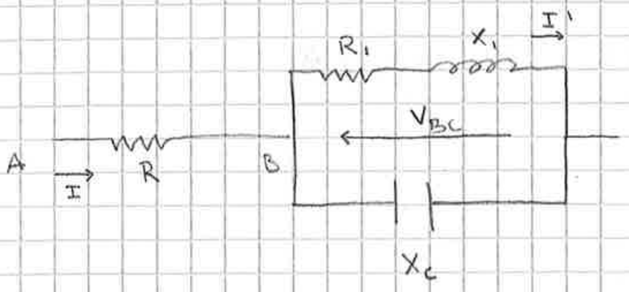
trovo Q

$S = V_{AB} I = 117.64\,VA$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 61.96\,Var$

$X = 13.96\,\Omega$

2)



$V_{BC} = 50$ V

$X_1 = 8\ \Omega$

$X_c = 12.5\ \Omega$

$P = 200$ W

$Q = 20$ Var induct.

? R, R_1

X_c assorbe potenza reattiva

$Q_c = V_{BC}^2 / X_c = 200$ Var

$Q = Q_c + Q_L = \underset{\substack{\downarrow \\ X_c \text{ capacitivo,} \\ \text{quindi } -}}{-200} + Q_L \rightarrow Q_L = 220$ Var

$Q_L = X_1 \cdot I'^2 \rightarrow I' = 5.24$ A

Trovo impedenza $Z_{rx} = V_{BC} / I' = 9.54$

posso trovare $R_1 = \sqrt{Z_{rx}^2 - X_1^2} = 5.2\ \Omega$

Lavoro con le potenze

calcolo la P su R_1 $P_{R_1} = R_1 \cdot I'^2 = 142.8$ W

$P = \underset{\text{su } R}{P_R} + \underbrace{P_{R_1}}_{\text{su } R_1}$ (P su $X_1 = 0$)

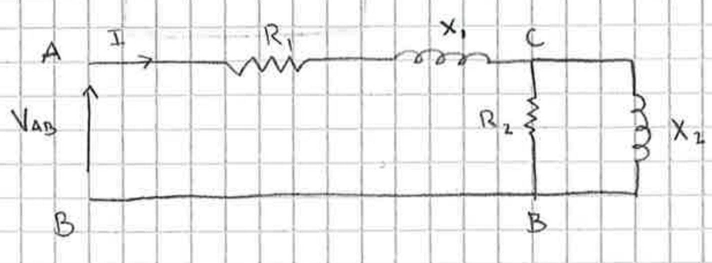
$P_R = P - P_{R_1} = 57.2$ W

$S_{BC} = \sqrt{P_{R_1}^2 + Q^2} = 144.2$ A

ma $S_{BC} = VI \rightarrow I = 2.88$ A

quindi $P_R = R \cdot I^2 \rightarrow R = 6.9\ \Omega$

3)



$V_{AB} = 100$ V

$R_1 = 10\ \Omega$

$X_1 = 20\ \Omega$

? R_2, X_2

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 168

sapendo che $Z_2 = \sqrt{3^2 + 6^2}$

$V_{AB} = 100\ V$

$I_2 = V_{AB} / Z_2 = 14.9\ A$

$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 666\ W$

$Q_{X_2} = X_2 \cdot I_2^2 = 1332\ Var$

$Z_1 = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3.61\ \Omega$

$I_1 = V_{AB} / Z_1 = 27.7\ A$

$P_{R_1} = 2 \cdot I_1^2 = 1535\ W$

$Q_{X_1} = 3 \cdot I_1^2 = 2302\ Var$

$P_{AB} = P_{R_1} + P_{R_2} = 2201\ W$

$Q_{AB} = Q_{X_1} + Q_{X_2} = 3634\ Var$

$S_{AB} = \sqrt{P_{AB}^2 + Q_{AB}^2} = 4249\ A$

$S_{AB} = V_{AB} I \rightarrow I = 42.5\ A$

metodo fasori

$V_{AB} = \sqrt{S_2 Z_2} = 100\ V$

assumo V_{AB} come riferimento di fase

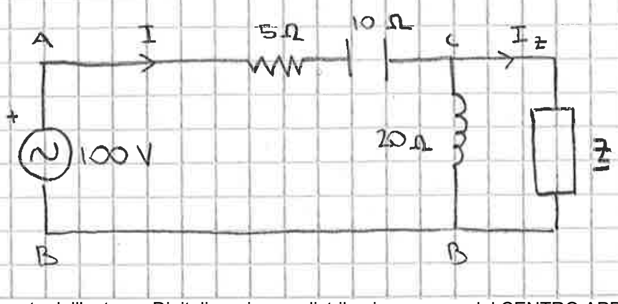
$\underline{I}_2 = \underline{V}_{AB} / Z_2 = 100 / (3 + 6j) = 6.67 - j13.33\ A$

$\underline{I}_1 = \underline{V}_{AB} / Z_1 = 100 / (2 + j3) = 15.38 - 23.1j\ A$

$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 22.05 - j36.43\ A$

$|\underline{I}| = 42.6\ A$

5)



? P assorbita da X = 20

? $\underline{Z}$

6)

C = 637 μF
f = 50 Hz

? V_c
? P erogata dal generatore

$X_c = 1/\omega C$
ma $\omega = 2\pi f$

$X_c = 5\,\Omega$

$$\underline{V}_{AB} = \frac{10}{\frac{1}{5-j5} + \frac{1}{10j}} = 100\text{ V}$$ uso millmann

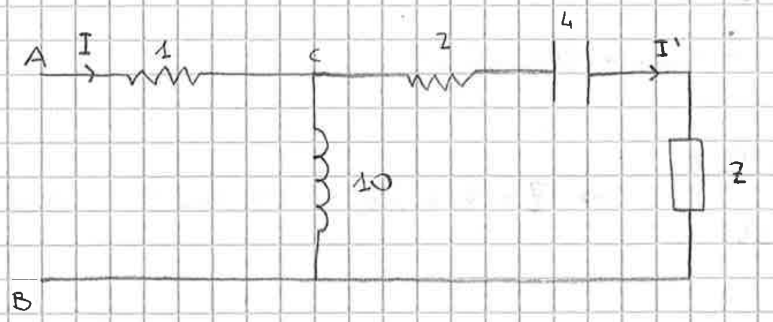
$\underline{V}_{AB} = Z\underline{I} = (5-j5)\underline{I} \rightarrow \underline{I} = 10 + 10j$ A

$\underline{V}_c = -j5\,\underline{I} = 50 - j50$ V

$\underline{V}_{AB} = -10 \cdot 50 + \underline{V}_g \rightarrow \underline{V}_g = 600$ V

$S_g = 10 \cdot V_g = 6000$ VA $\rightarrow$ ma Q = 0 e P = 6000 W
(R non assorbe Q)

7)



P = 200 W in AB
Q = 200 var
I = 6.25 A

? I' ? Z

$P_{AB} = P_R + P_{CB}$
↳ assorbita dalle R

$P_{AB} = 6.25 \cdot 1 + P_{CB} \rightarrow P_{CB} = 161$ W

$P_{AB} = P_g - P_R$

$P_{AB} = P_g - 5 \cdot I^2 = 80\ W$

$P_R = P_{AB} = 80\ W$ potenza nella resistenza

ma $P_R = V_{AB}^2 / 8 \rightarrow V_{AB} = 25.3\ V$

$S_{AB} = V_{AB} \cdot I = 101.2\ VA$

ma $S_{AB} = \sqrt{Q_{AB}^2 + P_{AB}^2} \rightarrow Q_{AB} = 62\ Var$

ma $Q_{AB} = Q_g$ $R=5$ non consuma Q

$Q_{AB} = V_{AB}^2 / X_c \rightarrow X_c = 10.32\ \Omega$

$C = 1/(\omega \cdot X_c) = 309\ \mu F$

poiché $\omega = 2\pi \cdot 50\ Hz = 314$

Q_R essendo assorbita da un condensatore $Q_r < 0$

$$\boxed{Q_d = Q_R + Q}$$

potenza desiderata

$Q_d < Q$ data da $Q_r < 0$ → rifasamento negativo

↳ voglio ridurre la potenza reattiva a parità di V per avere meno perdite di potenza

ascuone rifasamento ho P costante

$Q = P\,tg\varphi$ → $Q_R = P(tg\varphi_d - tg\varphi)$

$X_C = V^2 / Q_R$

$C = Q_R / \omega V^2 = 1/\omega X_C$

$Q_d = P_d/2 = 529$ var

$Q_d = Q_1 + Q_2 \rightarrow Q_1 = -1588$ var

$X_1 = V^2/|Q_1| = 33.3\ \Omega$

$C = 1/\omega X_1 = 95.6\ \mu F$

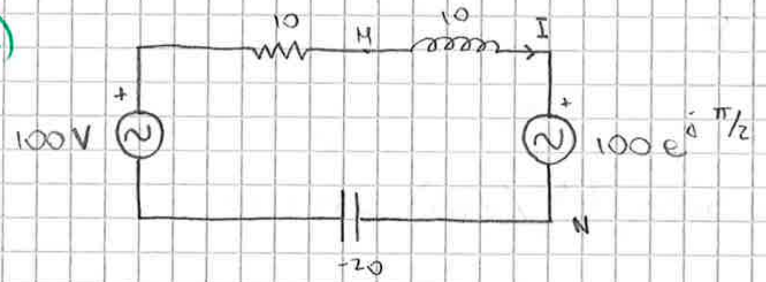
con formula del rifasamento

$tg\varphi_d = Q_d/P_d = 0.5$

$Q_1 = P_R(tg\varphi_d - Q_2/P_R) = -1588$ var

ESERCIZI corrente alternata

1)



? V_{MN} fasore

a) uso millman

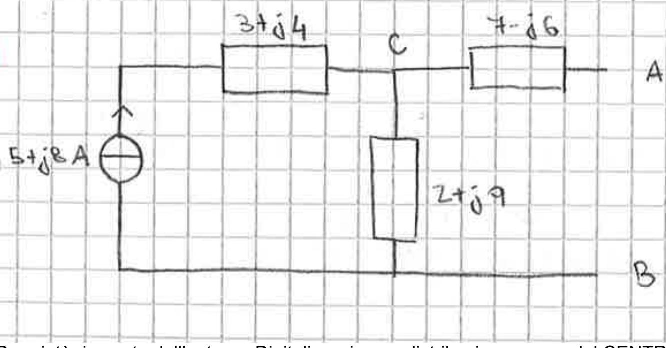
$$V_{MN} = \frac{\overbrace{\frac{100}{10-j20}}^{1° \text{ ramo}} + \underbrace{\frac{j100}{j10}}_{2° \text{ ramo}}}{\frac{1}{10-j20} + \frac{1}{j10}} = j200\,V$$

b) eq. di maglia

$-100 + (10+j10)I + j100 - j20\,I = 0 \rightarrow I = 10\,A$

$\underline{V}_{MN} = j10\,I + j100 = j200\,V$

2)

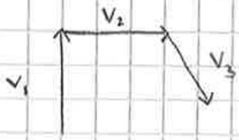


© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 168

SISTEMI TRIFASE

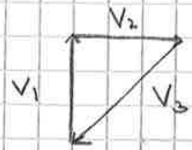
• Tipi di terne di fasori

1) spuria



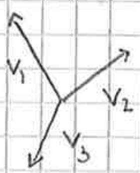
la loro somma è diversa da zero

2) pura



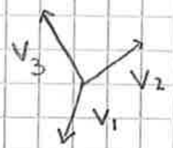
la loro somma è nulla

3) simmetrica diretta



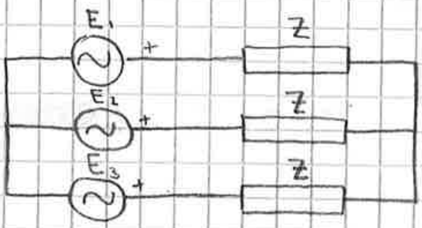
V_1, V_2, V_3 si succedono in senso orario

4) simmetrica inversa



V_1, V_2, V_3 si succedono in senso antiorario

• sistema trifase

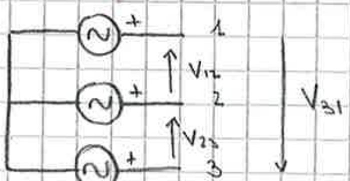


Terna simmetrica di gen. di tensione e terna di impedenza di carico

ogni fasore è in ritardo di 120° rispetto a quello precedente

$\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3 = 0$

Tre gen. collegati a stella



misuro V tra il morsetto di fase e il centro stella

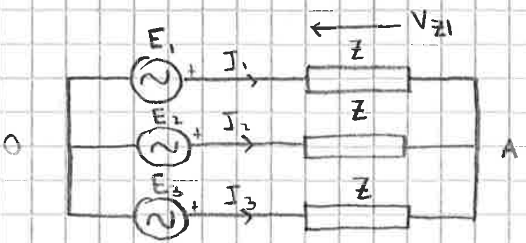
↓

tensioni di fase

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 168

SISTEMA TRIFASE SIMMETRICO

- terna simmetrica di generatori che alimenta un carico simmetrico ed equilibrato



A e O centri stelle

utilizzo Milmann

$$\underline{V}_{AO} = \frac{\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}} + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}}}{\frac{3}{\underline{Z}}} = 0$$

$$\underline{V}_{Z_1} = \underline{E}_1 - \underline{V}_{AO} = \underline{E}_1$$
$$\underline{V}_{Z_2} = \underline{E}_2 - \underline{V}_{AO} = \underline{E}_2$$
$$\underline{V}_{Z_3} = \underline{E}_3 - \underline{V}_{AO} = \underline{E}_3$$

quindi siccome $I = V/Z$

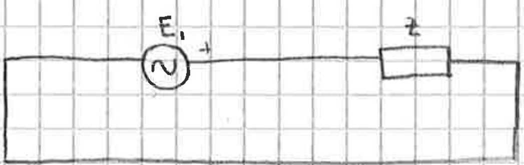
$$\underline{I}_1 = \underline{E}_1 / \underline{Z}$$
$$\underline{I}_2 = \underline{E}_2 / \underline{Z}$$
$$\underline{I}_3 = \underline{E}_3 / \underline{Z}$$

sono una terna simmetrica

studio solo una fase, le altre due sono solo sfasate di $\pm 120°$

↓

circuito monofase equivalente



ESERCIZIO TRIFASE

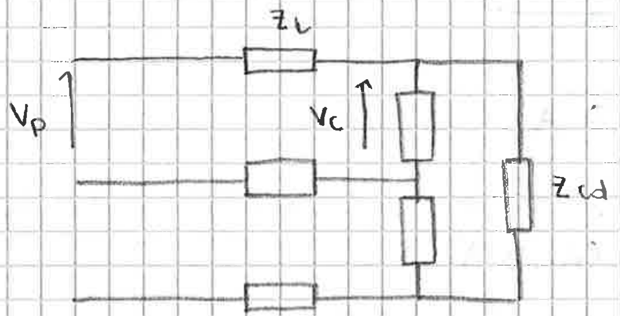
1) Linea trifase a BT (bassa tensione)

Tre impedenze uguali $\underline{Z} = 2 + j5\ \Omega$

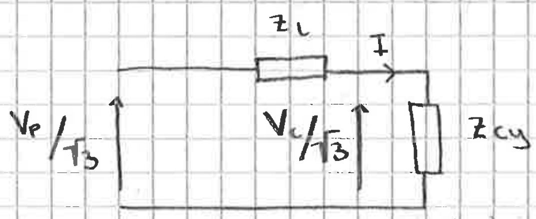
Impedenza di linea $400 + j100\ m\Omega$

$V_p = 400\ V$ tensione concatenata

? Valore efficace V concatenate (V_c), I, V_p, I_d



Trasformo triangolo in stella e prendo monofase equivalente



$$\underline{Z}_{cy} = \underline{Z}_{cd}/3 = 0.667 + j\,1.667\ \Omega$$

metodo dei fasori

uso partitore di tensione

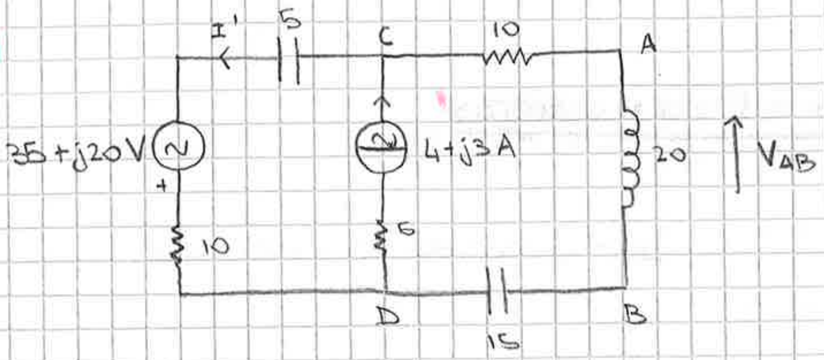
$$\frac{V_c}{\cancel{\sqrt{3}}} = \frac{V_p}{\cancel{\sqrt{3}}} \frac{\underline{Z}_{cy}}{\underline{Z}_l + \underline{Z}_{cy}}$$

$V_c = 348\ V$

$$I = \frac{V_c/\sqrt{3}}{Z_{cy}} = 111.9\ A \quad \text{corrente di linea}$$

Esercizio corrente alternata

1)



? V_{AB}

? Q, P del gen. di corrente

uso millmann

$$V_{cd} = \frac{\frac{-35-j20}{10-j5} + 4 + j3}{\frac{1}{10-j5} + \frac{1}{10+20j-j15}} = 12.5 V$$

$$V_g = V_{cd} + 5I = 32.5 + j15 V$$

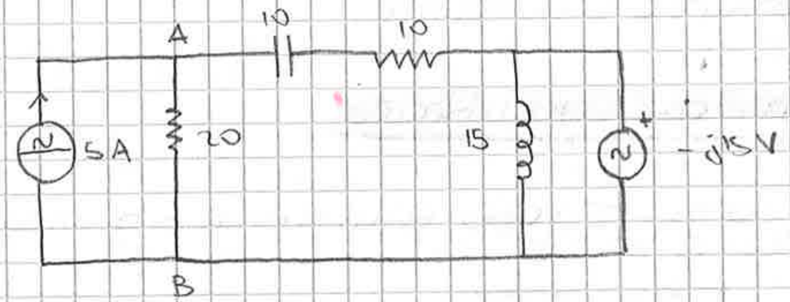
$$S_g = V_g \, I = (32.5+j15)(4-j3) = 175 - j37.5 \; A$$

↳ complesso coniug.

$$V_{AB} = V_{cd} \frac{j20}{10+j20-j15}$$ partitore di tensione

$$V_{AB} = 10 + j20 V$$

2)



? P, Q gen di corrente

? P_R $R = 20 \Omega$

$X_L = 15$ trascurabile perché // con gen. di tensione

$$V_{AB} = \frac{5 - \frac{j15}{10-j10}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{10-j10}} = -43 - j29 V$$

$V_g = V_{AB} \rightarrow S_g = V_g I = (43-j29)(5) = 215 - j145$ VA

$$P_R = V_{AB}^2 / 20 = 134.5 W$$

$\boxed{\underline{Z} = Z(\cos\varphi_z + j\sin\varphi_z)}$ impedenza complessa (a stella)

$\boxed{\underline{Z}_\Delta = 3\underline{Z}}$ se il carico è collegato a triangolo, risolvo a stella e poi converto

$\boxed{\begin{array}{l} P = 3RI^2 \\ Q = 3XI^2 \end{array}}$ per la singola impedenza

es.

un carico trifase equilibrato ohmico-induttivo

$V = 400V$

$P = 92 KW$

$Q = 122 Kvar$

linea di cavo lunga 150 m

$r_L = 0.236 \ m\Omega/m$

$x_L = 0.0939 \ m\Omega/m$

? V_P alla partenza della linea per avere 400V sul carico

$R_L = 150 \cdot 0.236 = 35.4 \ m\Omega$

$X_L = 150 \cdot 0.0939 = 14.08 \ m\Omega$

metodo delle potenze

$S = \sqrt{3}VI \rightarrow I = \sqrt{P^2+Q^2}/\sqrt{3}V = 221 A$

$P_L = 3R_L I^2 = 5187 \ W$

$Q_L = 3X_L I^2 = 2051 \ var$

$P_P = P + P_L = 92000 + 5187 = 97187 \ W$

$Q_P = Q + Q_L = 122000 + 2051 = 124051 \ var$ alla partenza

ESERCIZI TRIFASE

1) un carico trifase equilibrato

$V_c = 390\ V$ $\quad f = 50\ Hz$

$P = 50\ KW$

$\varphi_c = 0.85$

rifasato da una batteria eq. a 3 condensatori da $419\ \mu F$ a stella

$Z_L = 40 + j8\ m\Omega$

? V_p e rendimento della linea

$$X_{ry} = \frac{1}{\omega \cdot 419 \cdot 10^{-6}} = 7.6\ \Omega$$ batteria a stella di rifasamento

$X_{ry} = V_c^2 / Q_R$ perché nel rifasamento $P = cost$

$Q_R = 20\ Kvar$ (- perché capacitivo)

$S_c = P_c / \cos\varphi_c = 58.82\ KVA$

$Q_c = \sqrt{S_c^2 - P_c^2} = 30.98\ Kvar$ sul carico

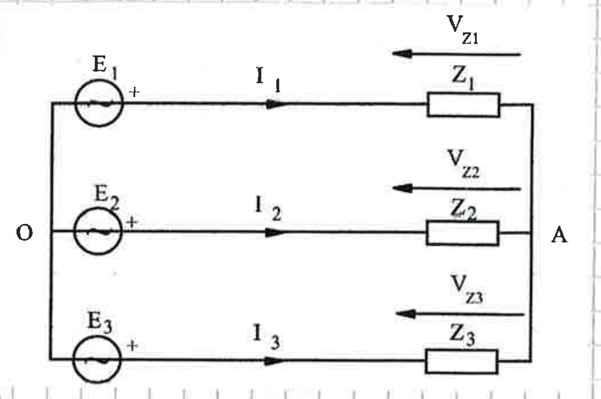
$Q_d = Q_c + Q_r = 11\ Kvar$

<u>metodo delle potenze</u>

$S_L = \sqrt{P_c^2 + Q_d^2} = 51.2\ KVA$ potenze che entra in carico e rifasam.

TRIFASE SQUILIBRATO CON ALIMENTAZIONE SIMMETRICA

terna simmetrica $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{E}_3$, ma carico impedenze squilibrato



immagino carico a stella

tre impedenze diverse

usando Millman

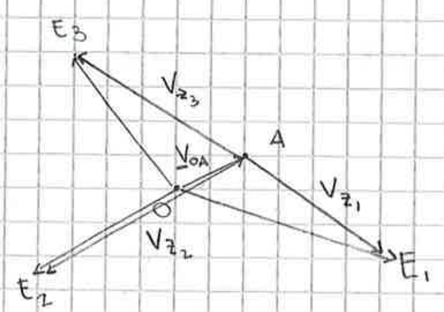
$$\underline{V}_{AO} = \frac{\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} \neq 0$$

$$\underline{V}_{Z_1} = \underline{E}_1 - \underline{V}_{AO}$$
$$\underline{V}_{Z_2} = \underline{E}_2 - \underline{V}_{AO}$$
$$\underline{V}_{Z_3} = \underline{E}_3 - \underline{V}_{AO}$$

terna dissimmetrica

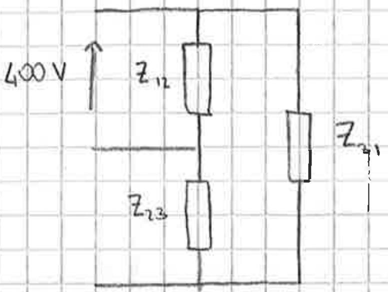
$$\underline{I}_1 = \underline{V}_{Z_1} / \underline{Z}_1$$
$$\underline{I}_2 = \underline{V}_{Z_2} / \underline{Z}_2$$
$$\underline{I}_3 = \underline{V}_{Z_3} / \underline{Z}_3$$

terna dissimmetrica



ESERCIZI TRIFASE

1)



carico squilibrato, 3 impedenze a triangolo

$V = 400\ V$

$\underline{Z}_{12} = 3 + j4$

$\underline{Z}_{23} = j8$

$\underline{Z}_{31} = 4 - j3$

? P, Q

metodo delle potenze

$I_{12} = V / |Z_{12}| = 80\ A$ → l'impedenza è una forma serie, quindi devo trovare prima I

$P_{12} = R\ I^2 = 3 \cdot 80^2 = 19.2\ KW$

$Q_{12} = X\ I^2 = 4 \cdot 80^2 = 25.6\ Kvar$

$I_{23} = V / |Z_{23}| = 50\ A$

$Q_{23} = X \cdot I^2 = 8 \cdot 50^2 = 20\ Kvar$

$I_{31} = V / |Z_{31}| = 80\ A$

$P_{31} = R \cdot I^2 = 4 \cdot 80^2 = 25.6\ KW$

$Q_{31} = X \cdot I^2 = -3 \cdot 80^2 = -19.2\ Kvar$

$P_{TOT} = 44.8\ KW \qquad Q_{TOT} = 26.4\ Kvar$

metodo delle potenze complesse

→ non sono fasori, quindi posso sommarle

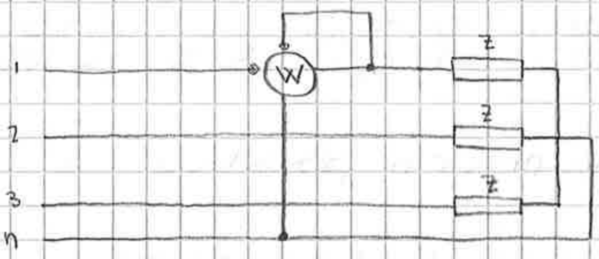
$$\underline{S} = \underline{V}\ \underline{I}^* = V^2 / \underline{Z}^*$$

$S_{12} = V^2/(3 - j4) = 19.2 + j25.6\ KVA$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 168

POTENZA SISTEMI TRIFASE

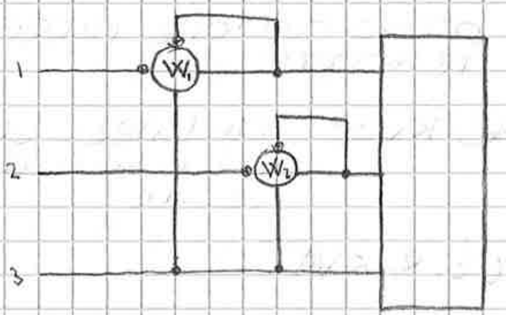
• wattmetro e centro stella accessibile



in alternata $P = V I \cos(\varphi_V - \varphi_I)$

$$\boxed{P = 3 P_W = 3 E I \cos\varphi}$$

• inserzione Aron



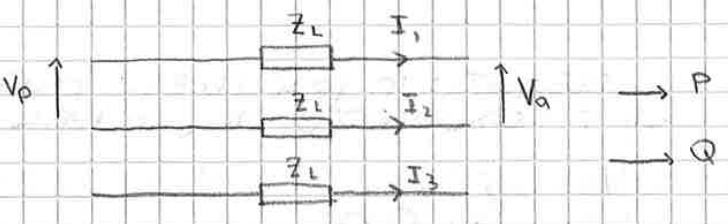
$\boxed{P = P_{W_1} + P_{W_2}}$ per qualsiasi tipo di carico

$\boxed{Q = \sqrt{3}\,(P_{W_1} - P_{W_2})}$ solo se carico simmetrico ed equilibrato

CADUTA DI TENSIONE

consideriamo una linea trifase simmetrica ed equilibrato

$\underline{Z}_L = R_L + j X_L$



$$\boxed{\Delta V = |\underline{V}_p| - |\underline{V}_a|}$$

caduta di tensione

V_p = partenza

V_a = arrivo

$$V_p = \frac{S_p}{\sqrt{3}\, I}$$ per il teorema di Boucherot

con $P_L = 3 R_L I^2$ → $P_p = P + P_L$

$Q_L = 3 X_L I^2$ → $Q_p = Q + Q_L$

dove P e Q sono le potenze assorbite

caduta di tensione approssimata

$$\boxed{\Delta V = \sqrt{3}\,(R_L \cos\varphi + X_L \sin\varphi)\, I}$$

dipende dalla differenza tra $\cos\varphi$ e $\cos\varphi_L$

I assorbita dal carico, φ angolo impedenza di carico, R_L e X_L resistenza e reattanza di linea

$$\boxed{\Delta V = \frac{P R_L + Q X_L}{V}}$$

quando sono qui note le potenze erogate dalla linea al carico

dove $V \simeq V_a$

metodo cdt industriale

$\Delta V = (P_c R_L + Q_d X_L)/V_c = -14.1\ V$

$V_p = V_c + \Delta V = 386\ V$

2) carico trifase ohmico-induttivo

$V = 400\ V$

3 impedenze uguali Z_Δ

batteria di rifasamento assorbe 4800 var

potenze assorbite in Aron $P_1 = 3711\ W$ e $P_2 = 2049\ W$

? Z_Δ

$P_L = P_c = P_1 + P_2 = 5760\ W$

$Q_L = \sqrt{3}\,(P_1 - P_2) = 2879\ var$

$Q_L = Q_r + Q_c$

$Q_c = Q_L - Q_r = 7679\ var$ $\quad 2879 - (-4800)$ ↳ capacitivo

$S_c = \sqrt{P_c^2 + Q_c^2} = 9599\ VA$

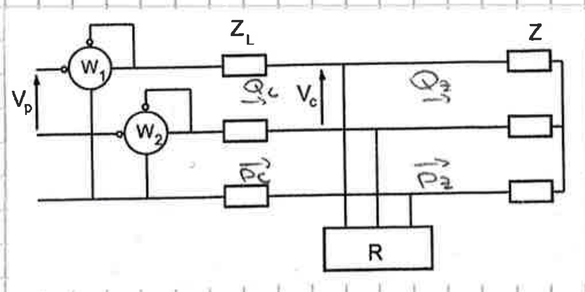
$Z_{cy} = V_c^2 / S_c = 16.67\ \Omega$ calcolo a stella

$Z_{cd} = 3 \cdot Z_{cy} = 50\ \Omega$ lo trasformo a triangolo

$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \dfrac{Q_c}{P_c} = 53.13°$

$Z_{cd} = 50\,(\cos 53.13° + j \sin 53.13°) = 30 + j40\ \Omega$

3) sistema trifase simmetrico ed equilibrato



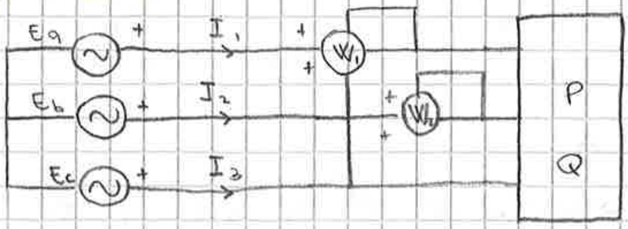
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 168

ESERCIZI RIPASSO

1) carico trifase equilibrato

$V = 400\ V$

$f = 50\ Hz$



$P = 3\ KW$

$Q = 1.732\ Kvar$

? I_c

? indicazione W_2

$$I_c = \sqrt{P^2 + Q^2} / \sqrt{3}\, V_c = 5\ A$$

$$P = P_{W_1} + P_{W_2}$$
$$Q = \sqrt{3}\,(P_{W_1} - P_{W_2}) \rightarrow \text{per Aron}$$

$$\frac{\sqrt{3}P - Q}{\sqrt{3}} = P_{W_2}\, 2 \rightarrow P_{W_2} = 1\ KW$$

successivamente voglio rifasare il carico con fattore di potenza 0.92

? Q necessaria per il rifasamento

? capacità condensatori nell'inserzione a triangolo

$$\cos\varphi_d = 0.92 \rightarrow \varphi_d = \arccos 0.92$$

$$Q_c = P\left(tg\varphi_d - \frac{Q}{P}\right) = -453\ var$$

$$X_{cy} = V_c^2 / Q_c = 353\ \Omega \quad \text{carico a stella}$$

$$X_{c\Delta} = 3\, X_{cy} = 1059\ \Omega \quad \text{converto a triangolo}$$

$$C_\Delta = 1 / \underbrace{\omega f}_{314} \cdot X_{c\Delta} = 3\ \mu F$$

? V_a sul parallelo dei carichi

? reattanza di lato X_Δ

? Z_Y

$P_p = P_{W_1} + P_{W_2} = 50\ KW$

$Q_P = \sqrt{3}\,(P_{W_1} - P_{W_2}) = 17.32\ Kvar$

$S_P = \sqrt{P_P + Q_P} = 52.91\ KVA$

$I_L = S_P / \sqrt{3}\, V_P = 76.37\ A$

$P_L = 3\, R_L I_L^2 = 2625\ W$

$Q_L = 3\, X_L I_L^2 = 1400\ var$

$P_C = P_P - P_L = 47375\ W$

$Q_C = Q_P - Q_L = 15920\ var$

$V_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} / \sqrt{3}\, I_L = 377.8\ V$

$X_Y = V_C^2 / Q_Y = 20.39\ \Omega$ a stella

$X_\Delta = 3\, X_Y = 61\ \Omega$

$P_{ZY} = P_C = 47375\ W$

$Q_{ZY} = Q_C - Q_Y$

$Z_Y = V_C^2 / \sqrt{P_{ZY}^2 + Q_{ZY}^2} = 2.96\ \Omega$

$\varphi_{ZY} = \operatorname{arctg}\left(\frac{Q_{ZY}}{P_{ZY}}\right) = 10.66°$

$Z = 2.96\,(\cos 10.66° + j \sin 10.66°) = 2.91 + j\,0.55\ \Omega$

$Q_P = Q_d + 3 \underbrace{X_L I_L^2}_{Q_L} = 18539$ var

$Re[V_{32} I_3^* + V_{12} I_1^*] = P_{Wa} + P_{Wb}$ da pag 92-93

$P_P = P_{Wa} + P_{Wb}$

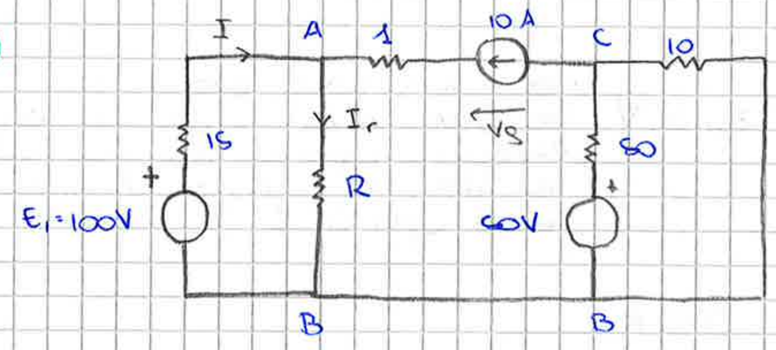
$Q_P = \sqrt{3}(P_{Wa} - P_{Wb})$

$P_P + \frac{Q_P}{\sqrt{3}} = 2P_{Wa}$

$P_{Wa} = 24.5$ KW

$P_{Wb} = 13.8$ KW

5)



? R

? potenza E_1

I_g eroga 1 KW

$V_g = P/I \rightarrow V_g = 100$ V

Trasformo in bipolo eq. Thevenin (dx)

$R_{eq} = 8.33$ V

$V_{eq} = 50 \frac{10}{50+10} = 8.33$ part. di tensione

$V_{AB} = -1 \cdot 10 + 100 - 8.33 \cdot 10 = 15V$

$V_{AB} = -15I + 100 \rightarrow I = 5.67$ A

$P = E_1 I = 100 \cdot 5.67 = 567$ W

$I + I_g - I_r = 0 \quad I_r = 15.67 \rightarrow R = V_{AB}/I_r = 0.957$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 168

7) carico trifase formato da una stella di induttori con induttanza 25 mH e un triangolo di resistori da 27 Ω.

$V_c = 400\,V$ e $f = 50\,Hz$

? P, Q carico

? Q necessario per rifasare il carico $tg\varphi = 0.5$

? I assorbito a monte del rifasam.

$X_L = \omega L = 314 \cdot 0.025 = 7.85\ \Omega$

$Q_L = V_c^2 / X_L = 20.38$ Kvar a stella

$P_{Ly} = V_c^2 / R_L = 5.92$ KW a stella

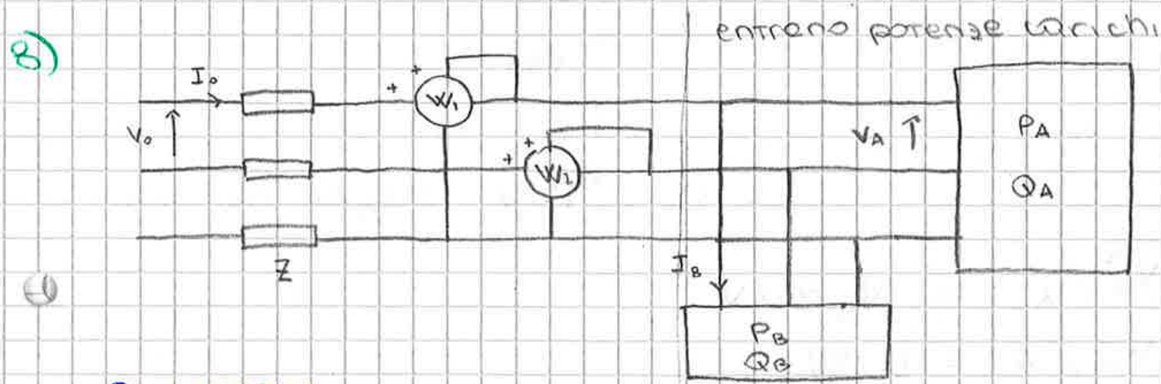
$P_r = 3\,P_{Ly} = 17.78$ KW a triangolo

$Q_r = P_r \left(0.5 - \frac{Q_L}{P_r}\right) = -11.49$ Kvar

$S_d = P_r / \cos\varphi = 19.89$ KVA

$I_L = S_d / \sqrt{3}\, V_c = 28.7$ A

8)



$P_A = 10$ KW

$\cos\varphi_A = 0.8$

$P_B = 4$ KW

$Q_B = 3$ Kvar

$\underline{Z} = 1.1 + j\,0.25\ \Omega$

$I_B = 7.3$ A

? I_0 ? W_1, W_2 ? V_0

$P_c = P_A + P_B = 14$ KW

$Q_c = Q_A + Q_B = P_A\, tg\varphi + Q_B = 10.5$ Kvar

V_A si trova anche sul carico B, essendo in //

$S_b = V_A \sqrt{3}\, I_B \rightarrow V_A = 395.4$ V

$S'_{AB} = V_{AB} \cdot 3 = 67.08\ VA$

$Q'_{AB} = Q_{AB} = -30\ var$ (R non assorbe Q)

$P'_{AB} = \sqrt{S'^2_{AB} - Q'^2_{AB}} = 60\ W$

$P'_{AB} = P_r + P_{AB} \rightarrow P_r = 20\ W$ sulla resistenza

$R = V_{AB}^2 / P_r = 25\ \Omega$

$P_g = 5 \cdot 3^2 + P'_{AB} = 105\ W$

potenza su R=5

$Q_g = Q'_{AB} = -30\ var$