



*centroappunti.it*

**CORSO LUIGI EINAUDI, 55/B - TORINO**

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 2494A**

**ANNO: 2020**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Jonathan Epifani**

**MATERIA: Introduzione alla meccanica del volo - Prof. Guglieri**

**Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.**

**Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.**

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

*Jonathan Epifani*



# **INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DEL VOLO**

**EASA PART 66**

**APPUNTI**

## **UNITA' DI MISURA**

### **LUNGHEZZA**

*Miglia nautiche:* 1 n.mi = 6076 ft = 1852 m = 1,150 s.mi

*Miglia terrestri:* 1 s.mi = 5280 ft = 1609 m = 0,868 n.mi

*Piedi:* 1 ft = 0,3048 m = 12 in

*Pollici:* 1 in = 0,0254 m = 25,4 mm

### **SUPERFICIE**

1 m<sup>2</sup> = 10,764 ft<sup>2</sup>

1 ft<sup>2</sup> = 0,093 m<sup>2</sup>

### **VOLUME**

1 gallon<sub>UK</sub> = 4,546 l

1 gallon<sub>US</sub> = 3,785 l

### **MASSA**

1 kg = 2,20415 lb

1 lb = 0,45369 kg

### **FORZA**

1 kg = 2,20415 lb

1 lb = 0,45369 kg = 4,448 N

### **L'ATMOSFERA TERRESTRE**

<b>Gas</b>	<b>% Volume</b>
Azoto (N <sub>2</sub> )	78.084
Ossigeno (O <sub>2</sub> )	20.947
Argon (Ar)	0.934
Biossido di carbonio (CO <sub>2</sub> )	0.0314
Neon (Ne)	0.001818
Elio (He)	0.000524
Ozono (O <sub>3</sub> ) in estate	0.000007
in inverno	0.000002

La composizione chimica dell'aria atmosferica secca è circa costante al variare della quota ( $h < 90$  km), almeno per quanto riguarda i suoi componenti principali (rif. DOC 7488 "Manual of the ICAO Standard Atmosphere").

Sotto i 10.000 ft non necessario la pressurizzazione in cabina.

### **L'ATMOSFERA STANDARD**

L'ICAO (International Civil Aviation Organization) ha definito le caratteristiche atmosferiche standard del nostro pianeta fino ad una quota di 80 km (rif. DOC 7488 "Manual of the ICAO Standard Atmosphere"). In parallelo, anche l'ISO (International Standard Organization) ha definito le caratteristiche dell'atmosfera terrestre - in accordo con le definizioni ICAO - nel documento International Standard ISO-2533 - Standard Atmosphere. Tali definizioni (in forma tabulare) sono il risultato di decenni di rilievi sperimentali ed analisi delle caratteristiche dell'atmosfera della Terra.

Oltre alle applicazioni aeronautiche ed aerospaziali (analisi delle prestazioni dei velivoli, progetto degli aeromobili, analisi di prove di volo, calibrazione della strumentazione di bordo, ecc.), la definizione delle caratteristiche standard dell'atmosfera trova applicazione per studi nel campo della geofisica e della meteorologia.

Le proprietà atmosferiche possono essere anche definite per via analitica - con scostamenti trascurabili rispetto ai dati sperimentali di riferimento - assumendo di trattare l'aria come un gas perfetto ed imponendo il gradiente termico verticale in modo coerente con il modello ICAO dell'atmosfera. Infatti, risulta lecito applicare l'equazione di stato dei gas perfetti  $p/\rho = RT$  e la legge di trasformazione adiabatica  $p/\rho^\gamma = \text{cost}$  visto che i gas che la compongono sono lontani dalle condizioni critiche.

## **DEFINIZIONE ANALITICA DEI PROFILI CARATTERISTICI (troposfera $0 < h < 11.000 \text{ m}$ )**

Il profilo termico verticale viene espresso convenzionalmente in forma lineale:

$$T = T_{SL} + a h$$

Dove il gradiente termico vale:

$$a = \frac{dT}{dh} = -0,0065 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}} = -6,5 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{km}} = -1,98 * 10^{-3} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{ft}}$$

Per il calcolo della pressione si applica la legge di Stevino:

$$\frac{dp}{dh} = \frac{dp}{dT} \frac{dT}{dh} = \frac{dp}{dT} a = -\rho g = -\frac{p}{RT} g$$

$$\frac{dp}{p} = -\left(\frac{g}{aR}\right) \frac{dT}{T} \rightarrow \int_{p_{SL}}^p \frac{dp}{p} = \int_{T_{SL}}^T -\left(\frac{g}{aR}\right) \frac{dT}{T}$$

$$\int_{p_{SL}}^p \frac{dp}{p} = [\log p]_{p_{SL}}^p = \log p - \log p_{SL} = \log\left(\frac{p}{p_{SL}}\right)$$

$$\int_{T_{SL}}^T -\left(\frac{g}{aR}\right) \frac{dT}{T} = -\left(\frac{g}{aR}\right) [\log T]_{T_{SL}}^T = -\left(\frac{g}{aR}\right) (\log T - \log T_{SL}) = -\left(\frac{g}{aR}\right) \log\left(\frac{T}{T_{SL}}\right)$$

$$\log\left(\frac{p}{p_{SL}}\right) = \log\left(\frac{T}{T_{SL}}\right)^{-\left(\frac{g}{aR}\right)}$$

$$\frac{p}{p_{SL}} = \left(\frac{T}{T_{SL}}\right)^{-\left(\frac{g}{aR}\right)}$$

$$\left(g = 9,806 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} e R = 287,052 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2\text{K}}\right)$$

$$\frac{p}{p_{SL}} = \left(\frac{T}{T_{SL}}\right)^{-\left(\frac{g}{aR}\right)} = \left(\frac{T}{T_{SL}}\right)^{5,25}$$

Applicando la legge dei gas perfetti si ottiene la densità:

$$\frac{\rho}{\rho_{SL}} = \frac{p}{RT} \frac{RT_{SL}}{p_{SL}} = \frac{p}{p_{SL}} \frac{T_{SL}}{T} = \left(\frac{T}{T_{SL}}\right)^{-\left(\frac{g}{aR}\right)} \frac{T_{SL}}{T} = \left(\frac{T_{SL}}{T}\right)^{-\frac{g}{aR}-1} = \left(\frac{T_{SL}}{T}\right)^{5,25-1}$$

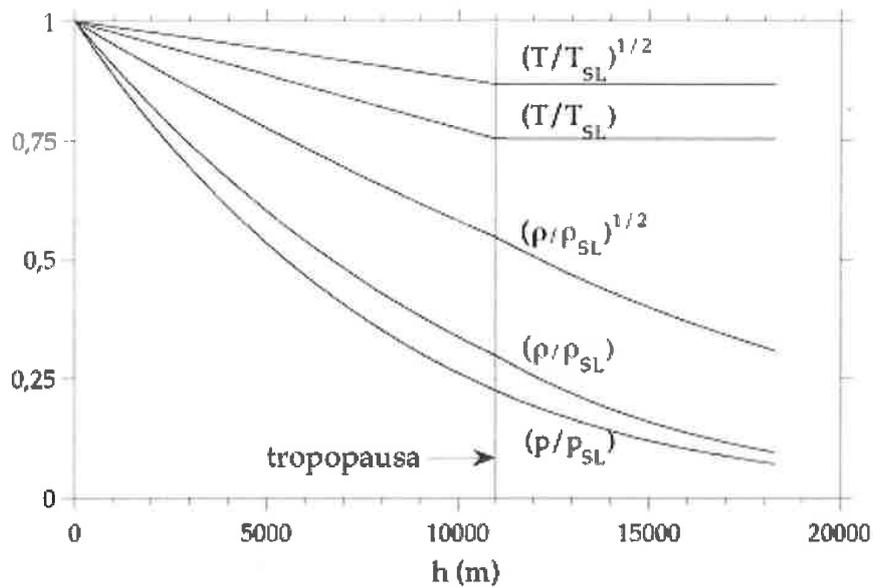
$$\frac{\rho}{\rho_{SL}} = \left(\frac{T}{T_{SL}}\right)^{4,25}$$

Velocità del suono:  $c = \sqrt{\gamma RT} = 20,05 \sqrt{T} \text{ m/s}$

### CONSIDERAZIONI GENERALI

In base alle precedenti relazioni analitiche si ritrova che:

- La pressione atmosferica si dimezza ( $\frac{p}{p_{SL}} = 0.5$ ) ad una quota  $h = 5480 \text{ m} = 17979 \text{ ft}$ ;
- Per gli strati più bassi dell'atmosfera, risulta che ogni 1000 m di dislivello la pressione atmosferica si riduce di circa 100 mbar;
- La temperatura  $T$  attraversa lo zero per una quota  $h = 2307 \text{ m} = 7571 \text{ ft}$ ;
- La densità dell'aria si dimezza ( $\frac{\rho}{\rho_{SL}} = 0.5$ ) ad una quota  $h = 6668 \text{ m} = 21876 \text{ ft}$ ;
- La velocità del suono vale  $c = 340 \text{ ms}^{-1}$  al livello del mare ( $h=0$ ) e  $c_s = 295 \text{ ms}^{-1}$  alla tropopausa ( $h_{TP} = 11000 \text{ m}$ ).



## L'ATMOSFERA REALE

L'atmosfera terrestre reale è una miscela di gas, vapore acqueo ed una certa quantità di aerosol. In alcuni casi, le quantità di vapore acqueo, ozono e biossido di carbonio possono variare a seconda della località e della stagione.

Le goccioline in sospensione sono diverse dal vapore acqueo (che è invisibile).

In particolare, il vapore acqueo può raggiungere una concentrazione maggiore in bassa quota con temperature elevate. La concentrazione di acqua allo stato gassoso decresce comunque rapidamente all'aumentare della quota man mano che la temperatura diminuisce.

Per la legge di Avogadro, volumi uguali di vapore acqueo ed aria secca alla stessa temperatura e pressione hanno densità proporzionali ai rispettivi pesi molecolari  $\frac{\rho_v}{\rho} = \frac{M_v}{M_a} = \frac{18}{29} \approx \frac{5}{8}$ .

Essendo  $\rho_v < \rho$  la densità dell'aria umida diminuisce al crescere della percentuale di vapore acqueo presente.

L'umidità relativa  $\Psi$  dell'aria è misurabile tramite un igrometro ed indica il rapporto tra la quantità di vapore acqueo presente e quella massima contenibile a saturazione per un m<sup>3</sup> di miscela gassosa.

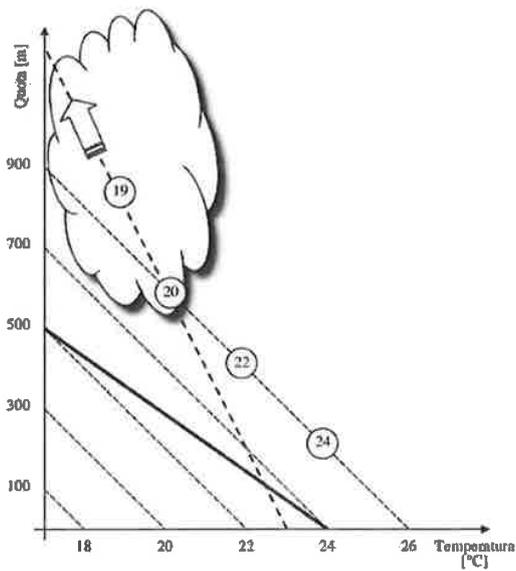
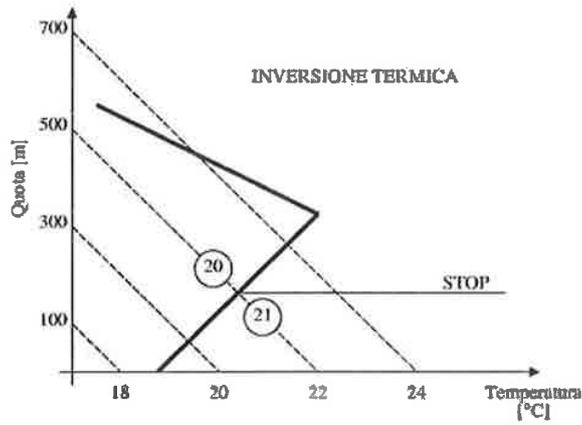
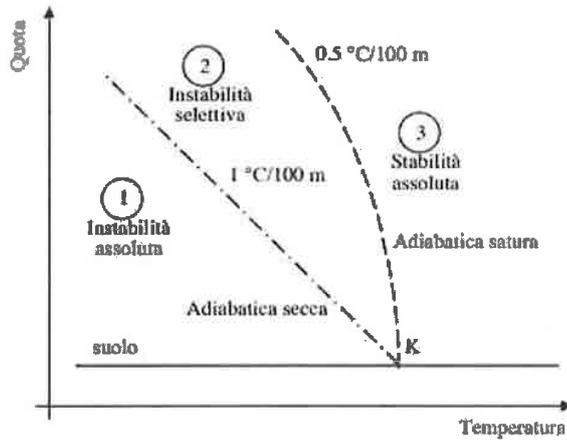
La riduzione di densità dell'aria dovuta all'umidità vale:

$$\Delta\rho = \frac{3}{8} \Psi \frac{p_v}{p}$$

dove la pressione di saturazione (tensione di vapore)  $p_v$  viene calcolata utilizzando un'approssimazione analitica:

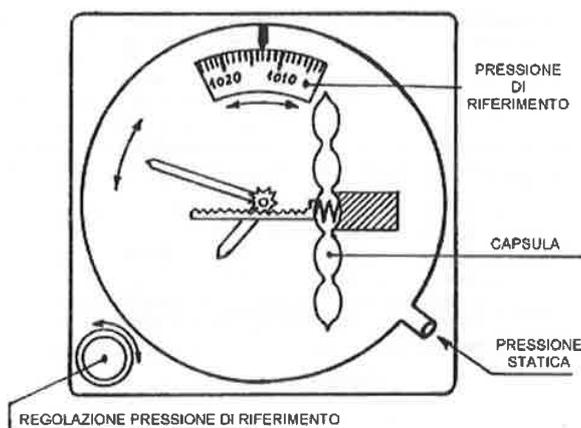
$$p_v = 611 e^{17,27 \left( \frac{T-273,15}{T-35,85} \right)}$$

La riduzione  $\Delta\rho$ , solitamente modesta, è utilizzata per correggere gli spazi di decollo e le letture altimetriche in caso di elevati valori di umidità e temperatura dell'aria.



## ALTIMETRO

L'altimetro non è altro che un barometro ovvero un misuratore della pressione atmosferica. È costituito da una cassa a tenuta (collegata alla presa statica del tubo di Pitot) al cui interno si trova una capsula aneroide in cui è stato fatto il vuoto. La capsula è mantenuta in forma da un dispositivo elastico. La deformazione della capsula dovuta alla variazione della pressione statica nella cassa viene trasmessa alle lancette del quadrante dell'altimetro. Ad esempio, una riduzione di pressione si accompagna ad una espansione della capsula con rotazione delle lancette verso quote crescenti. Tramite una manopola, presente sul pannello dello strumento, è possibile variare la pressione di riferimento  $p_{SL}$  (finestrella) e conseguentemente cambiare il riferimento altimetrico a quota zero.

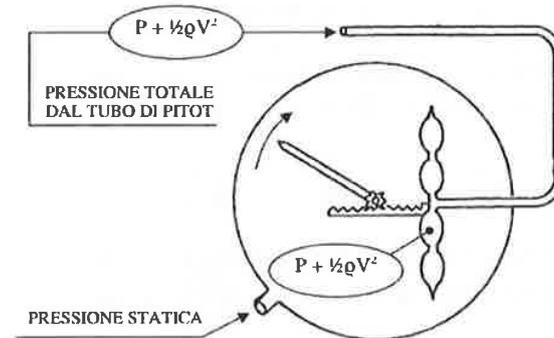


L'altimetro è lo strumento basilare per la navigazione aerea, atto a garantire la separazione del traffico negli spazi aerei controllati. In particolare, ad ogni velivolo viene assegnato dall'ente preposto al controllo del traffico un livello di volo (quota o flight level FL) differente. I livelli di volo sono designati da una sigla a tre cifre (ad esempio FL120 equivale ad una quota pari a 12000 ft). Le regole di assegnazione delle quote impediscono l'interferenza dei velivoli condotti con volo a vista con quelli in volo strumentale. Inoltre, per impedire comunque l'intersezione alla stessa quota, i livelli di volo sono anche distinti in base alla direzione della rotta.

Per impedire confusione nella regolazione degli altimetri, al di sopra dei 3000 ft (quota di transizione), si vola comunque per livelli settando l'altimetro in atmosfera standard (regolazione QNE) imponendo la pressione al livello del mare pari a 1013 mbar. In tal caso, l'altimetro non riporterà un'indicazione esatta della quota ma garantirà che tutti i velivoli stanno contemporaneamente utilizzando lo stesso riferimento altimetrico assoluto.

Nelle fasi di decollo, circuito ed avvicinamento, l'altimetro viene invece regolato ad una pressione di riferimento tale da riportare le quote corrette rispetto all'aeroporto su cui si sta operando (regolazione QNH fornita dall'ente di controllo aeroportuale ovvero dalla torre di controllo).

## ANEMOMETRO



L'anemometro (Air Speed Indicator) è lo strumento che consente di misurare la velocità dell'aereo relativa all'aria. Esso è schematicamente costituito da una cassa a tenuta stagna, in collegamento con l'esterno tramite la presa statica. All'interno della cassa si trova la capsula, in collegamento con l'esterno mediante la presa dinamica. La capsula è collegata all'indice dello strumento da un'opportuna combinazione di leve ed ingranaggi, che trasformano il moto di contrazione ed espansione della capsula in moto rotatorio dell'indice. Gli anemometri forniscono la loro indicazione in nodi, ma sono anche presenti versioni in Km/h e in mph.

Ogni anemometro è dotato delle colorazioni standard che delimitano i campi di velocità di impiego dell'aereo su cui viene montato.

Le colorazioni sono:

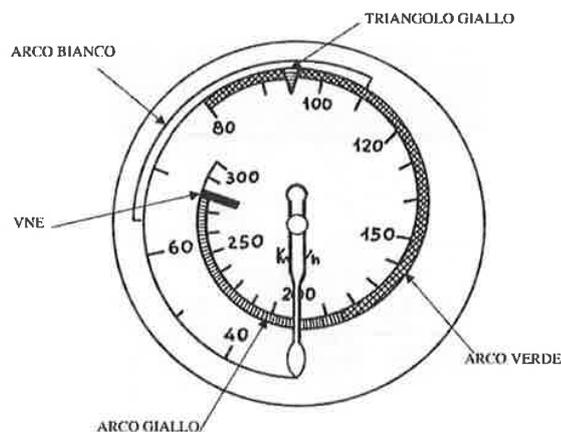
**arco bianco:** inizia dalla velocità di stallo con carrello e ipersostentatori completamente estesi e termina alla velocità massima consentita coi flaps completamente deflessi

**arco verde:** inizia dalla velocità di stallo con carrello e flaps retratti, e termina alla velocità massima consentita senza limitazioni sulle deflessioni di barra

**arco giallo:** a complemento dell'arco verde e si estende fino alla velocità massima VNE (never exceed airspeed)

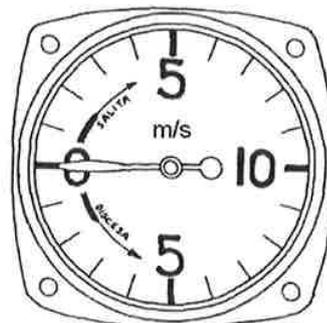
**tacca gialla:** minima velocità di avvicinamento raccomandata (non coincide necessariamente con la velocità di massima efficienza)

**tacca rossa:** mette in evidenza il valore della VNE.



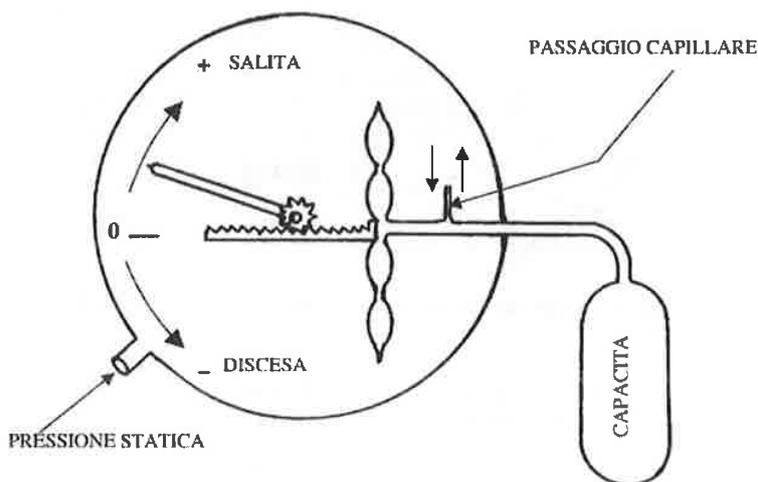
## VARIOMETRO

Il variometro, detto anche VSI (Vertical Speed Indicator) o indicatore del rateo di salita, visualizza la velocità alla quale un aeroplano sale o scende, normalmente in piedi al minuto. Il pilota utilizza il variometro principalmente durante il volo per stabilire il corretto rateo di discesa durante gli avvicinamenti e per mantenere ratei di salita o discesa costanti.



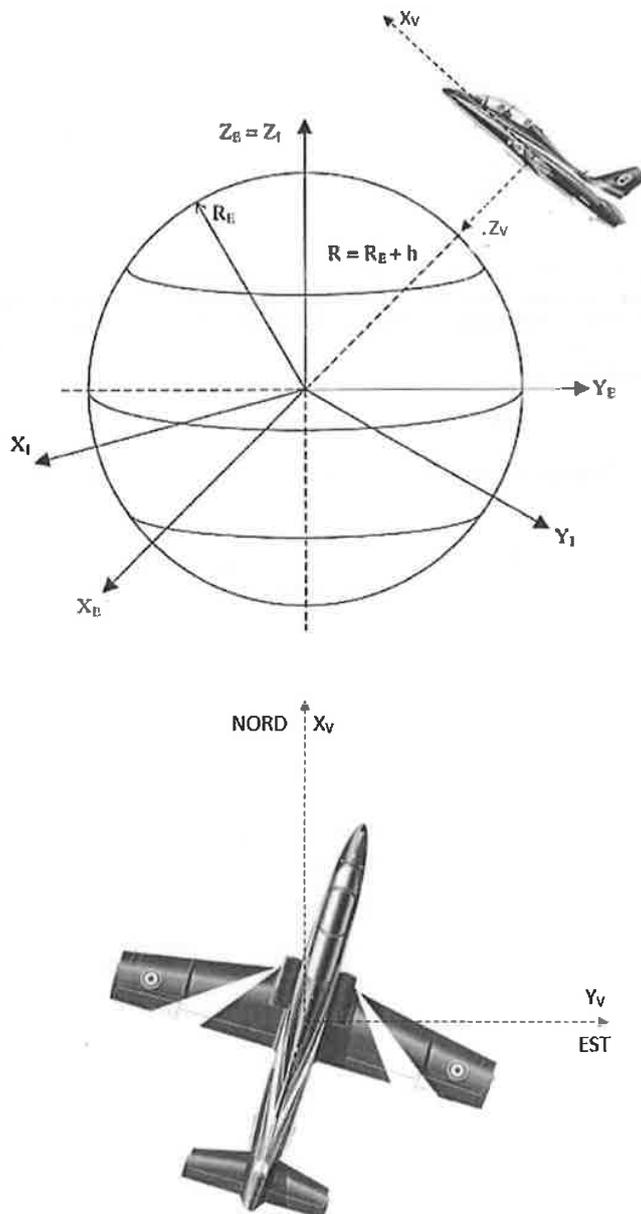
Il variometro è connesso al sistema statico del tubo di Pitot. La pressione dell'aria all'interno della cassa dello strumento diminuisce quando l'aeroplano sale e aumenta quando scende. All'interno della cassa una capsula aneroide, dotata di tubicino capillare calibrato, si espande o si contrae a seconda della differenza di pressione tra cassa e capsula, determinatasi per effetto del ritardo con cui la pressione agente all'interno della capsula tende a bilanciare quella interna alla cassa. Quando il velivolo è livellato sia nella capsula che all'interno della cassa regna la stessa pressione statica; se il velivolo varia la sua quota la pressione statica nella cassa cambia secondo la variazione della pressione statica dell'atmosfera esterna mentre quella della capsula si adatta con un certo ritardo per effetto della capillarità del tubo che la collega con la cassa. Si determina così una differenza di pressione che causa la sua deformazione. Un indicatore collegato alla capsula ruota seguendo l'espansione o la contrazione della capsula stessa, indicando il rateo di salita o discesa.

Il variometro non dovrebbe essere utilizzato come principale indicatore dell'assetto di volo. Se l'aeroplano inizia una salita o una discesa il variometro indica inizialmente il cambio di assetto nella corretta direzione, ma l'indicatore impiega alcuni secondi per arrivare a indicare l'effettivo rateo di salita o discesa.

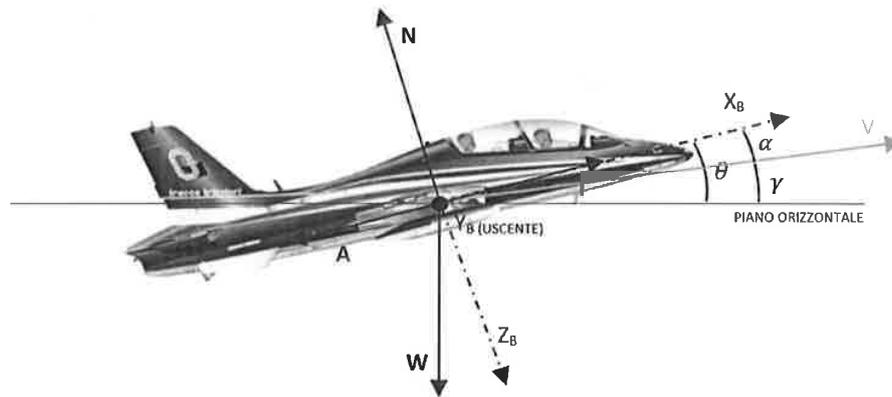


### ASSI VERTICALE LOCALI NED

L'origine di questo sistema di riferimento coincide con il centro di gravità del velivolo. L'asse verticale ZV (Down) è allineato secondo la direzione locale del vettore dell'accelerazione di gravità. XV E YV appartengono al piano tangente alla superficie della Terra per h=0 (parallelo al piano tangente per h>0). Il verso di Xv (Nord) punto verso nord mentre Yv (Est) è orientato da Ovest a Est in modo da rendere la terna destrorsa.

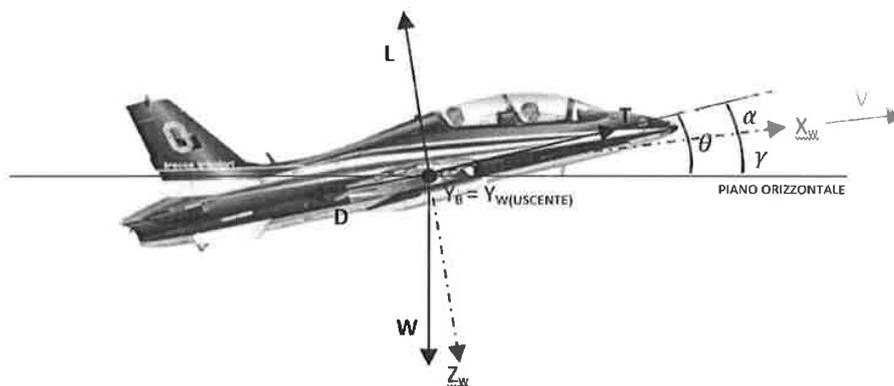


**SPECIALIZZAZIONE DELE EQUAZIONI PER LO STUDIO DELLE PRESTAZIONI  
NEL PIANO LONGITUDINALE (ASSI CORPO)**



$$\begin{cases} T - A = W \sin \theta \\ N = W \cos \theta \end{cases}$$

**SPECIALIZZAZIONE DELE EQUAZIONI PER LO STUDIO DELLE PRESTAZIONI  
NEL PIANO LONGITUDINALE (ASSI VENTO)**



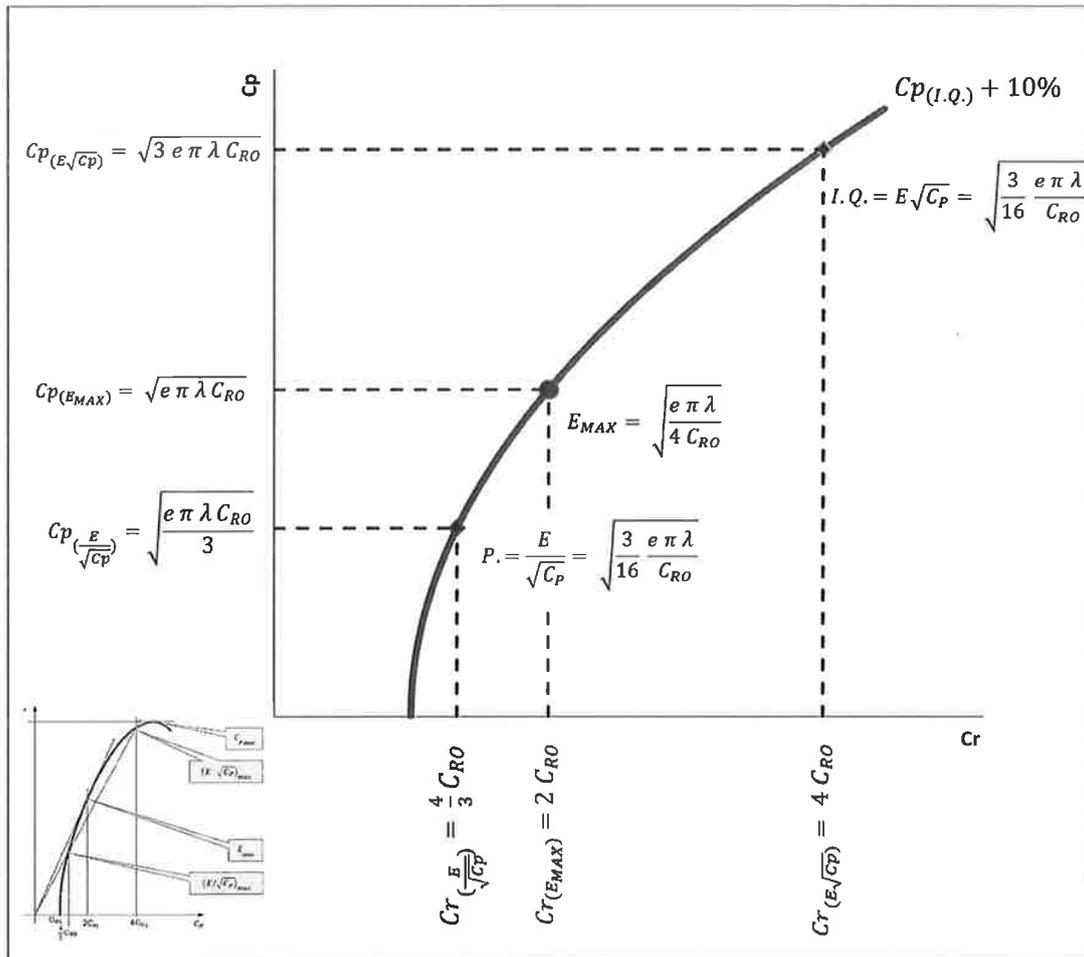
$$\begin{cases} T - D = W \sin \gamma \\ L = W \cos \gamma \end{cases}$$

La risultante F dei carichi aerodinamici vale:  $F = \sqrt{A^2 + N^2} = \sqrt{D^2 + L^2}$

in forma adimensionale:  $c_F = \frac{F}{q_\infty S} = \sqrt{c_A^2 + c_N^2} = \sqrt{c_D^2 + c_L^2}$

## ASSETTI CARATTERISTICI

### Diagramma della Polare



	$C_{D0}$	$P = \frac{E}{\sqrt{C_L}}$	$E_{MAX}$	$I.Q. = E \sqrt{C_L}$	$C_{LMAX}$
$C_L$	0	$\sqrt{\frac{e \pi \lambda C_{D0}}{3}}$	$\sqrt{e \pi \lambda C_{D0}}$	$\sqrt{3 e \pi \lambda C_{D0}}$	$C_{L(I.Q.)} + 10\%$
$C_D$	$C_{D0}$	$\frac{4}{3} C_{D0}$	$2 C_{D0}$	$4 C_{D0}$	$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda}$
$E$	0	$\sqrt{\frac{3 e \pi \lambda}{16 C_{D0}}}$	$\sqrt{\frac{e \pi \lambda}{4 C_{D0}}}$	$\sqrt{\frac{3 e \pi \lambda}{16 C_{D0}}}$	$\frac{C_{LMAX}}{C_D(C_{LMAX})}$

### Dimostrazione Efficienza

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda}}$$

Applichiamo la derivata prima rispetto a  $C_L$ :

$$\frac{dE}{dC_L} = \frac{C_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda}}$$

$$\frac{dE}{dC_L} = \frac{dC_L \left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right) - C_L d \left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right)}{\left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right)^2} = \frac{1 \left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right) - C_L \left( 0 + \frac{2 C_L}{e \pi \lambda} \right)}{\left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right)^2}$$

$$\frac{dE}{dC_L} = \frac{C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} - \frac{2 C_L^2}{e \pi \lambda}}{\left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right)^2} = \frac{C_{D0} - \frac{C_L^2}{e \pi \lambda}}{\left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right)^2}$$

Si pone la derivata uguale a zero:

$$\frac{C_{D0} - \frac{C_L^2}{e \pi \lambda}}{\left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right)^2} = 0 \rightarrow C_{D0} - \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} = 0 \rightarrow \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} = C_{D0} \rightarrow C_L^2 = e \pi \lambda C_{D0} \rightarrow C_L = \sqrt{e \pi \lambda C_{D0}}$$

$$C_L = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}}$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} = C_{D0} + \frac{e \pi \lambda C_{D0}}{e \pi \lambda} = C_{D0} + C_{D0} \rightarrow C_D = 2 C_{D0}$$

$$E_{MAX} = \frac{C_{LMAX}}{C_{DMAX}} = \frac{\sqrt{e \pi \lambda C_{D0}}}{2 C_{D0}} = \sqrt{\frac{e \pi \lambda C_{D0}}{4 C_{D0}^2}} \rightarrow E_{MAX} = \sqrt{\frac{e \pi \lambda}{4 C_{D0}}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{k C_{D0}}} = 0,886 \sqrt{\frac{\lambda}{C_{r0}}}$$

**Il valore di  $C_L$  per cui si realizza il massimo dell'efficienza aerodinamica identifica l'assetto per cui si realizza il volo di minima resistenza.**

**Il valore massimo dell'efficienza aerodinamica si può identificare graficamente utilizzando la retta passante per l'origine e tangente alla polare del velivolo (condizione di massima pendenza).**

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} = C_{D0} + \frac{3 e \pi \lambda C_{D0}}{e \pi \lambda} = C_{D0} + 3 C_{D0} \rightarrow C_D = 4 C_{D0}$$

$$E_{E\sqrt{C_L}} = \frac{C_{LE\sqrt{C_L}}}{C_{DE\sqrt{C_L}}} = \frac{\sqrt{3 e \pi \lambda C_{D0}}}{4 C_{D0}} = \sqrt{\frac{3 e \pi \lambda C_{D0}}{16 C_{D0}^2}} \rightarrow E_{E\sqrt{C_L}} = \sqrt{\frac{3 e \pi \lambda}{16 C_{D0}}}$$

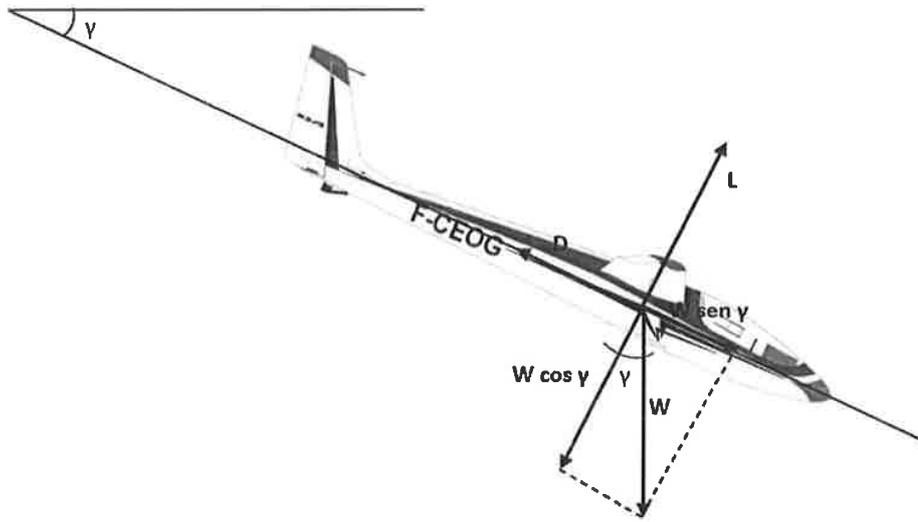
$$C_R = Cr_0 + \frac{C_P^2}{e \pi \lambda} = Cr_0 + \frac{1}{3} \frac{Cr_0}{e \pi \lambda} = Cr_0 + \frac{Cr_0}{3} \rightarrow C_R = \frac{4}{3} Cr_0$$

$$E_{E\sqrt{C_P}} = \frac{C_{PE\sqrt{C_P}}}{C_{RE\sqrt{C_P}}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \frac{Cr_0}{e \pi \lambda}}}{\frac{4}{3} Cr_0} = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \frac{Cr_0}{e \pi \lambda}}}{\sqrt{\frac{16}{9} Cr_0^2}} \rightarrow E_{E\sqrt{C_P}} = \sqrt{\frac{3 e \pi \lambda}{16 Cr_0}}$$

## MANOVRA DI DISCESA

### VOLO LIBRATO STAZIONARIO IN ARIA CALMA

Fasi di volo librato (non propulso) si possono verificare per avaria o esaurimento del carburante di un aereo a motore oppure quando un velivolo non è dotato di sistema propulsivo (aliante).



Le equazioni del moto si specializzano ponendo la spinta T uguale a zero:

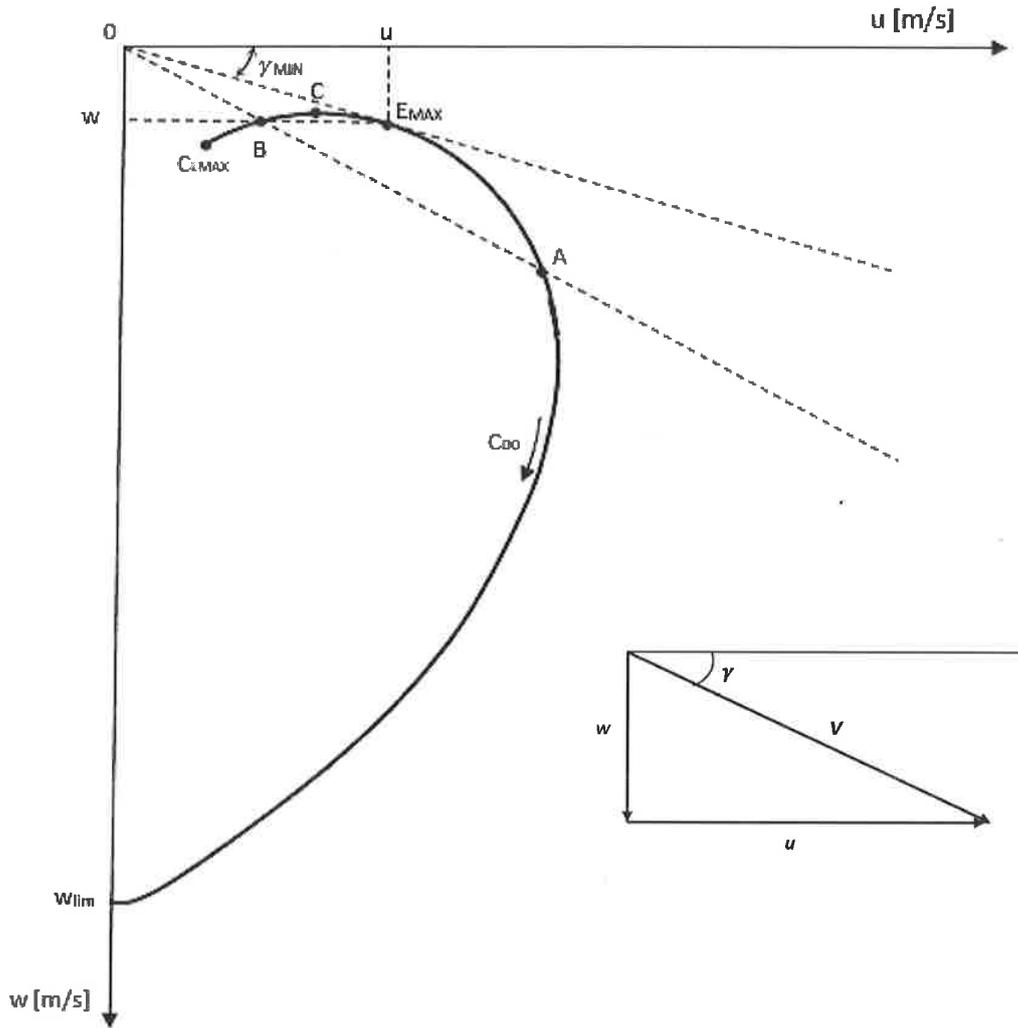
$$\begin{cases} L = W \cos \gamma \\ D = W \sin \gamma \end{cases}$$

$$\beta_{MIN} = \beta - \alpha$$

$$\frac{L}{D} = \frac{W \cos \gamma}{W \sin \gamma} \rightarrow E = \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} \rightarrow E = \cotg \gamma \rightarrow E = \frac{1}{\tg \gamma}$$

$$E = \frac{1}{\tg \gamma} \rightarrow \tg \gamma = \frac{1}{E} \rightarrow \gamma = \arctg \frac{1}{E}$$

**PROPRIETÀ DELL'ODOGRAFA**



OGGETTO	RELAZIONE	U.M.
Velocità sulla traiettoria	$V = \sqrt{\frac{2 W / S \cos \gamma}{\rho C_L}}$	m/s
Velocità verticale (ascensionale)	$w = V \sin \gamma$	m/s
Velocità orizzontale	$u = V \cos \gamma$	m/s
Coefficiente di portanza	$C_L = \frac{2 L}{S \rho V_{TAS}^2} = \frac{2 W \cos \gamma}{S \rho V_{TAS}^2} \cong \frac{2 W / S}{\rho V_{TAS}^2}$	-
Coefficiente di resistenza	$C_D = \frac{2 D}{S \rho V_{TAS}^2} = \frac{2 W \sin \gamma}{S \rho V_{TAS}^2} \cong -\frac{2 W / S \gamma}{\rho V_{TAS}^2}$	-

### AUTONOMIE

Per il calcolo delle prestazioni in volo librato viene introdotta la semplificazione  $tg \gamma \cong \gamma$ .

Il calcolo dell'autonomia chilometrica nel caso di volo librato ad assetto costante (CL e velocità indicata costanti) e uguale:

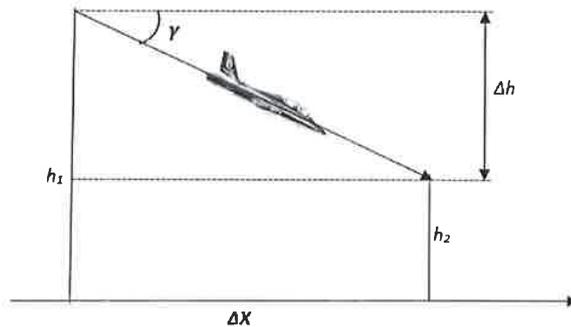
$$tg \gamma = -\frac{1}{E}$$

$$\Delta h = \Delta X tg \gamma$$

Sostituisco:

$$\Delta h = \Delta X \left(-\frac{1}{E}\right) \rightarrow \Delta X = \Delta h (-E)$$

$$\Delta X = E(h_1 - h_2)$$



Per massimizzare la distanza persorsa in aria calma, a parità di dislivello di quota, occorre volare all'assetto ed alla velocità di efficienza massima:

$$\Delta X_{MAX} = X_{BEST RANGE} = E_{MAX}(h_1 - h_2)$$

Il tempo di volo si calcola nel seguente modo:

$$t = \frac{\Delta h}{\left(\frac{R}{D}\right)_{MIN}} = \frac{\Delta h}{w_{MIN}} = \frac{\Delta h}{V_{TAS} \sin \gamma}$$

$$\begin{cases} tg \gamma \cong \gamma = -\frac{1}{E} \\ R/D = W = V \sin \gamma \cong V \gamma \end{cases} \rightarrow \frac{R}{D} = -\frac{V}{E} = -\sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} \cos \gamma \frac{1}{E} \cong -\sqrt{\frac{2W/S}{\rho}} \frac{1}{E \sqrt{C_L}}$$

$\left(\frac{R}{D}\right)_{MIN} = V_{SEM} \gamma$   
 $\downarrow$   
 $V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_{L_{EFF}}}}$

$$\left(\frac{R}{D}\right)_{MIN} = w_{MIN} = -\frac{1}{(E \sqrt{C_p})_{MAX}} \sqrt{\frac{2W/S}{\rho}}$$

$$t = \frac{\Delta h}{\left(\frac{R}{D}\right)_{MEDIATO}} = \frac{\Delta h}{\frac{\left(\left(\frac{R}{D}\right)_1 + \left(\frac{R}{D}\right)_1\right)}{2}} \quad \text{questa approssimazione vale per } \Delta h = 1000 \text{ m}$$

$$t_{BEST ENDURANCE} = \frac{\Delta h}{w_{MIN}} = \frac{h_2 - h_1}{-\frac{1}{(E \sqrt{C_p})_{MAX}} \sqrt{\frac{2W/S}{\rho}}} = \frac{h_1 - h_2}{\frac{1}{(E \sqrt{C_p})_{MAX}} \sqrt{\frac{2W/S}{\rho}}}$$

**Il tempo di planata se ho vento a favore o vento contrario non varia.**

### IL VOLO LIBRATO IN PRESENZA DI VENTO

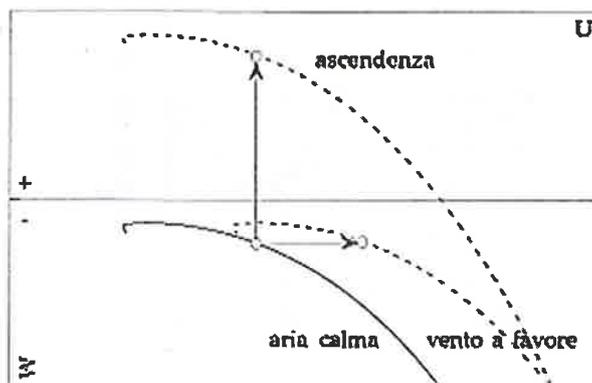
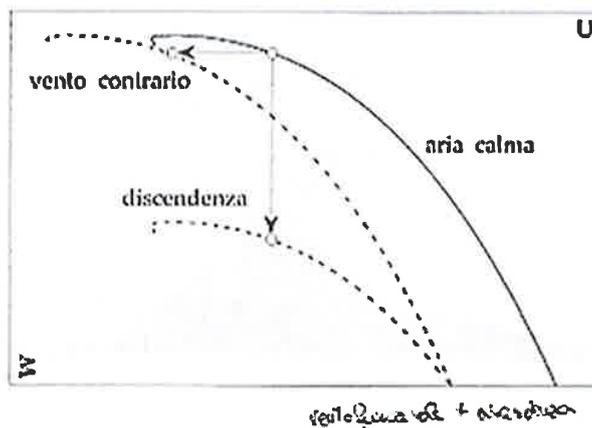
Per valutare gli effetti del vento stazionario sull'autonomia chilometrica in volo librato occorre distinguere tra componenti orizzontali (a favore o contrarie) e verticali (ascendenze o discendenze) ove il segno positivo si applica rispettivamente nel caso di vento a favore e ascendenza. In tali condizioni risulta che l'angolo di planata non può più essere stimato con le relazioni valide nel caso di volo in aria calma in quanto bisogna correggere la velocità rispetto al suolo.

$$\begin{aligned}
 \text{tg } \gamma_w &= \frac{V \sin \gamma \pm W_w}{V \cos \gamma \pm U_w} \cong \frac{V \gamma + W_w}{V + U_w} = \frac{-V/E + W_w}{V + U_w} \\
 \gamma_w &= \frac{R/D \pm W_w}{V_{\text{IAS}} \pm U_w}
 \end{aligned}$$

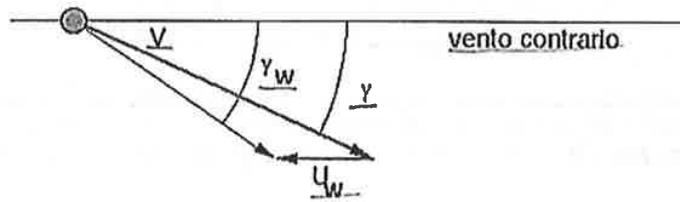
L'autonomia chilometrica corretta per l'effetto del vento risulta essere:

$$X_w = \frac{\Delta h}{\text{tg } \gamma_w}$$

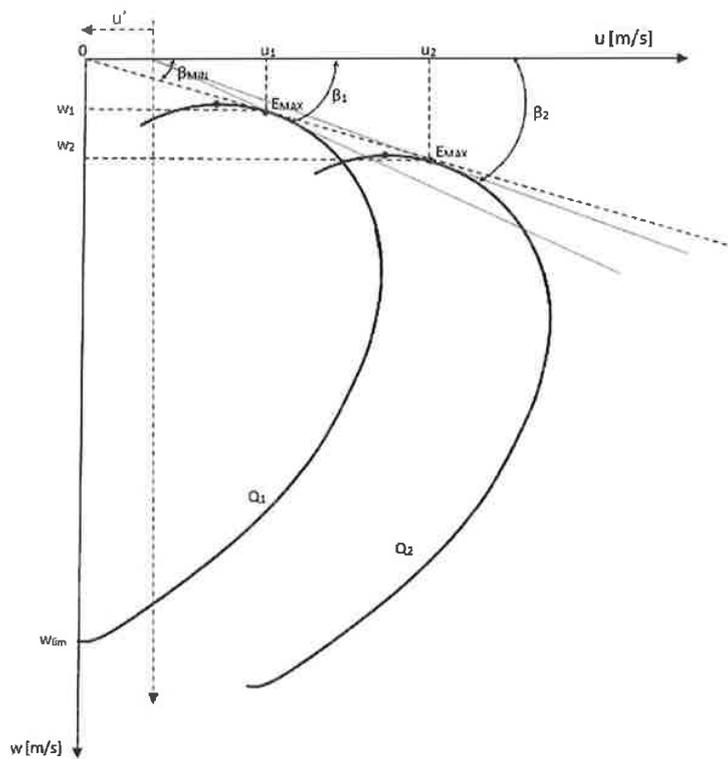
Quindi l'autonomia tende a ridursi rispetto al caso nominale con atmosfera in quiete.



2. Vento orizzontale contrario al moto del velivolo



In questo caso l'odografa deve essere traslata orizzontalmente verso sinistra, il che equivale a spostare l'asse verticale verso destra.

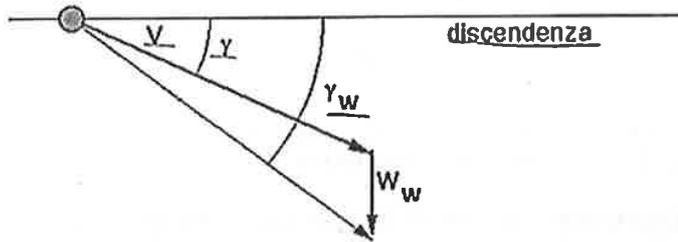


L'angolo di minima planata ( $\beta_{MIN}$ ) aumenta e aumenta maggiormente per un velivolo leggero; il velivolo più pesante in caso di piantata motore con vento contrario si trova avvantaggiato rispetto al velivolo leggero.

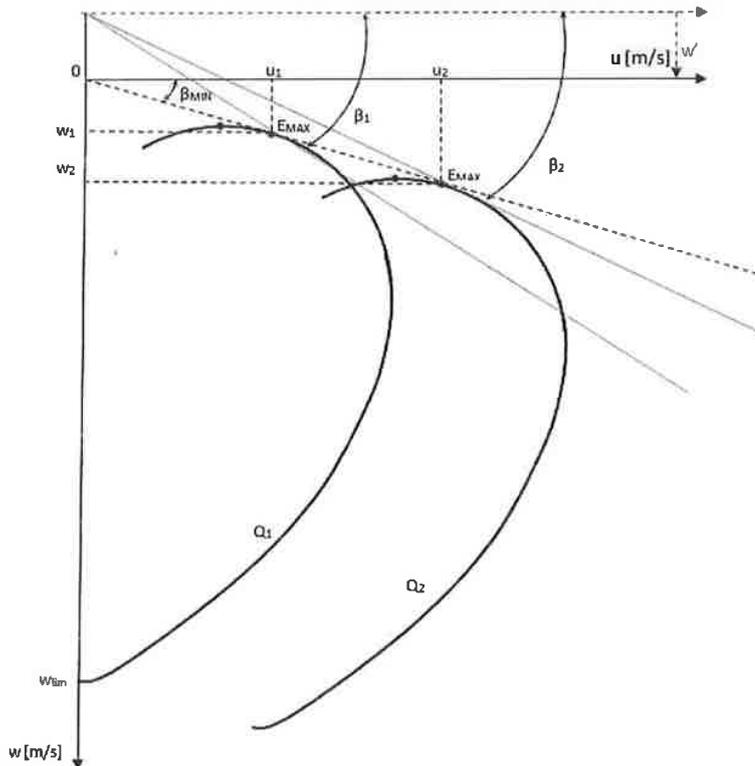
$$\beta_1 > \beta_2 > \beta_{MIN}$$

$$D_{Q_1} < D_{Q_2} < D$$

4. *Vento verticale discendente*



In questo caso l'odografa deve essere traslata verso il basso, il che equivale a spostare l'asse orizzontale verso l'alto.



$$\beta_1 > \beta_2 > \beta_{MIN}$$

$$D_{Q_1} < D_{Q_2} < D$$

*Si ottiene una velocità verticale di salita quando la velocità ascensionale della massa d'aria è maggiore della velocità verticale di discesa dell'aliante.*

**RICHIAMI ALIANTE**

velocità indicata dagli stum. di bordo  
 $V_{IAS}$

se no errori di misura,  $V_{EAS} = V_{IAS}$   
 ↓  
 velocità equivalente

(IMP)  $V_{EAS} \Rightarrow \rho = \rho_{SL}$

Qual è la velocità alla quale vengono valutati tutti i parametri caratteristici?

I calcoli vengono effettuati alla VELOCITÀ VERA  
 $V_{TAS}$

$$\rho V_{TAS}^2 = \rho_{SL} V_{EAS}^2 \Rightarrow V_{TAS} = V_{EAS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho}}$$

se  $\rho = \rho_{SL}$ ,  $V_{TAS} = V_{EAS}$

$$\text{se } \rho \neq \rho_{SL}, V_{TAS} = V_{EAS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho}} = V_{EAS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho_{SL} \cdot \exp(-h/H)} \cdot \frac{1}{\exp(-h/H)}} = V_{EAS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho_{SL}} \cdot \frac{1}{\exp(-2h/H)}} = V_{EAS} \cdot \sqrt{\exp(2h/H)}$$

$$\sigma = \exp(-h/H) = \frac{\rho}{\rho_{SL}}$$

$$H = 9061 \text{ m}$$

(IMP.) I coefficienti aerodinamici sono sempre  $> 0$

$$\gamma < 0, D > 0, C_D > 0$$

Se NOTI i coeff. della polare AERODINAMICA,

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2$$

•  $C_{D0}, K$  sono cost.

•  $C_L$  DA FORMULA precedente

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

(?)  $E$  può essere espresso in funzione di  $\gamma$ ?

Partendo dalle EQS del moto

$$\begin{cases} L = W \cos \gamma \\ D = -W \sin \gamma \end{cases} \rightarrow \boxed{E = \frac{L}{D} = -\frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} = -\frac{1}{\tan \gamma}}$$

$$\text{md } E = \frac{C_L}{C_D} = -\frac{1}{\tan \gamma} \approx -\frac{1}{\gamma} \quad \gamma \text{ piccoli}$$

$E_{\max}$ ? max efficienza  $\frac{dE}{dC_L} = 0$

$$\frac{d}{dC_L} \left( \frac{C_L}{C_{D0} + K C_L^2} \right) = 0 \quad \text{md} \quad C_{L E_{\max}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

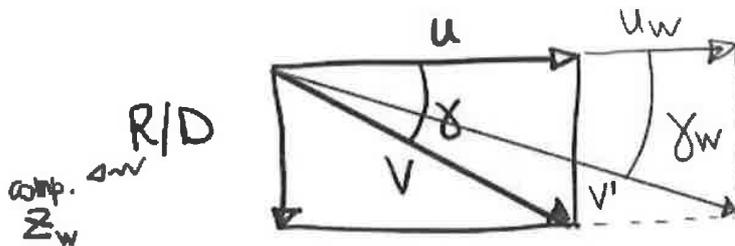
$$C_{D E_{\max}} = C_{D0} + K \frac{C_{D0}}{K} = 2 C_{D0}$$

Quindi  $E_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{K C_{D0}}}$

Nota  $C_{L E_{\max}}, \quad V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_{L E_{\max}}}}$

ipotez.  $L \sim W$

VENTO a favore  $u_w > 0$   $\rightarrow$  stessa direzione  $u$



comp.  $\downarrow$   $R/D$   
 $Z_w$

$$\vec{V}' = (\vec{u} + \vec{u}_w) + \vec{R/D}$$

nona comp. lungo  $X_w$

(?) Se vento a favore, come cambia  $\gamma_w$  rispetto a  $\gamma$ ?

VENTO a favore

(IMP)  $\gamma < 0, \gamma_w < 0$

$\gamma_w > \gamma$  (con segno)

$|\gamma_w| < |\gamma|$

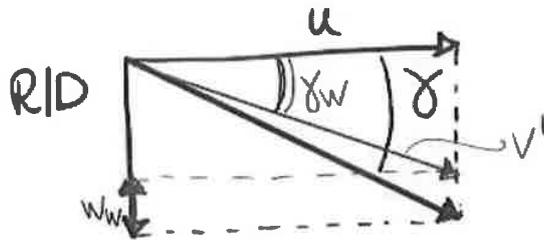
Per calcolare  $\gamma_w$

$$\tan \gamma_w = \frac{R/D}{u + u_w}$$

$\rightarrow$  IMP.  $R/D < 0$   
 $\rightarrow$  solo comp.  $\rightarrow$  cambia  
 $\rightarrow$  favore

VENTO ascendente

$w_w > 0$   $\rightarrow$  in direz. opposta a R/D



$$\vec{v}' = \vec{u} + (R/D + w_w)$$

(IMP.)  $R/D < 0$   
 $w_w > 0$

(?) Se vento ascendente, come cambia  $\gamma_w$  rispetto a  $\gamma$ ?

VENTO ascendente

(IMP)  $\gamma < 0, \gamma_w < 0$

$\gamma_w > \gamma$  (con segno)  
 $|\gamma_w| < |\gamma|$

Per calcolare  $\gamma_w$

$$\text{tg } \gamma_w = \frac{R/D + w_w}{u}$$

$R/D + w_w$   $\rightarrow$  ascend.  
 $R/D < 0$   
 $u$   $\rightarrow$  invariato!

(?) Se si volesse calcolare  $w_{min}$  (velocità min di discesa)?

• Qual è assetto di volo?

$$w_{min} = \left( \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L} \cdot \cos \gamma} \cdot \sin \gamma \right)_{min}$$

NOTA  $R/D = V_{TAS} \cdot \sin \gamma = \left( \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} \cdot \gamma \right)_{min}$

$$w_{min} = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho}} \cdot \frac{1}{(E\sqrt{C_L})_{max}}$$

$$w_{min} \sim (E\sqrt{C_L})_{max} = (R/D)_{min}$$

$$C_L(E\sqrt{C_L})_{max} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{K}}, \quad C_D = C_{D0} + K \cdot \frac{3C_{D0}}{K} = 4C_{D0}$$

$$\sim E = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{max} \sim E_{(E\sqrt{C_L})_{max}} < E_{max}$$

$\sim 0,866$

① se si volesse calcolare la distanza massima percorribile durante la planata?  $X_{max}$ ?

② Come cambia questa formula  $X = E(h_1 - h_2)$ ?

③ Quale assetto di volo?

la massima distanza percorribile si ha per ASSETTO di max. EFFICIENZA

$$X_{max} = E_{max} (h_1 - h_2) \\ \downarrow \\ = \frac{1}{2kG_0}$$

se vento a favore o vento contrario,

$\Delta t$  non cambia perché influenzato solo da  $R/D$

se vento ascendente o vento discendente

$\Delta t$  cambia, perché  $R/D' = R/D \pm w_w$

(?) Se si volesse calcolare il tempo minimo di planata?

(?) Quale assetto deve assumere l'aeroplano?

$$dt = \frac{dh}{V_{\text{res}} \cdot \sin \gamma} = \frac{dh}{\sqrt{\frac{2W/S}{\rho}} \cdot \frac{\gamma}{\sqrt{C_L}}}$$

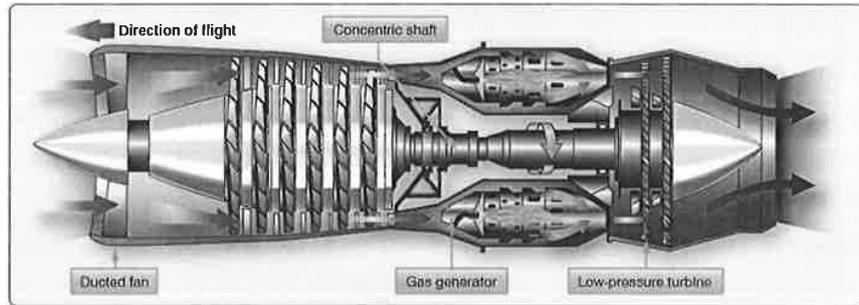
Si dovrebbe calcolare integrale ma si può approssimare

$$\Delta t = \frac{\Delta h}{\sqrt{\frac{2W/S}{\rho}} \cdot \frac{\gamma}{\sqrt{C_L}}} = \frac{\Delta h}{\sqrt{\frac{2W/S}{\rho}} \cdot \frac{1}{E\sqrt{C_L}}} = \frac{\Delta h}{\sqrt{\frac{2W/S}{\rho}}} \cdot E\sqrt{C_L}$$

se  $\Delta t_{\min}, (E\sqrt{C_L})_{\max}$

## SISTEMI PROPULSIVI

### TURBOGETTO



Il turboreattore genera spinta sfruttando l'espansione di una massa di gas in un ugello.

$$T = \dot{m}_g(W - V)$$

Il velivolo dotato di turboreattore è caratterizzato, in termini di prestazioni, dalla spinta disponibile:

$$T_d = T_d(h, V, \Pi)$$

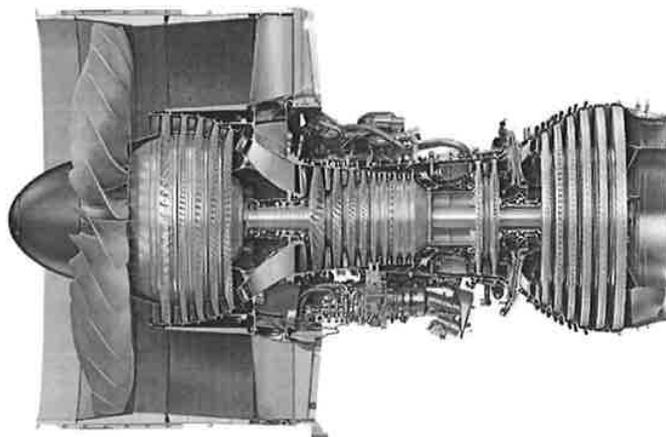
che dipende dalla quota  $h$ , dalla velocità di volo  $V$  e dalla regolazione della manetta  $\Pi$ .

Il rapporto di spinta massimo al decollo (rapporto tra spinta massima al livello del mare e peso al decollo dell'aeromobile) vale:  $T/W = 0,25$ .

$$T_d = \Pi T_{d,MAX,SL} \sigma^x$$

$$\Pi = 0 \div 1 \quad \sigma = \frac{\rho(h)}{\rho_{SL}} \quad \sigma = e^{-h/H} = e^{-h/9061} \quad x = 0,7 \div 1$$

## **TURBOFAN**



Nel caso del turbofan, parte dell'energia dei gas viene spesa per mantenere in rotazione la turbina che trascina (oltre al compressore) una girante intubata (fan), che produce una componente aggiuntiva di spinta. Le caratteristiche di questo propulsore dipendono dal rapporto by-pass.

La spinta generata dal turbofan viene rappresentata da:

$$T = \left( \eta \frac{SHP}{V} + T_J \right)$$

$\eta$ : rendimento propulsivo del fan

$SHP$ : potenza assorbita dal fan

Il consumo del turbofan viene rappresenta in modo analogo al caso del turbogetto.

$$\frac{dW}{dt} = -c^* T$$

In conclusione, il turbofan combina la buona efficienza propulsiva e la spinta disponibile alle basse velocità tipica del turboelica con la bassa dipendenza della spinta dalla velocità di volo che caratterizza la curva della spinta del turbogetto. Inoltre, la riduzione del peso derivante dalla semplificazione costruttiva della trasmissione lo rendono competitivo rispetto al turboelica. A differenza di quest'ultimo, l'efficienza dell'elica intubata è meno sensibile all'aumento della velocità. Infatti, il turbofan può essere utilizzato a velocità superiori senza penalizzazioni rilevanti. Il consumo specifico è inferiore a quello del turbogetto puro ed è confrontabile con quello del turboelica. Infine, è caratterizzato da emissioni acustiche inferiori sia al turbogetto che al turboelica.

Il consumo del propulsore è assunto proporzionale alla potenza dell'albero erogata:

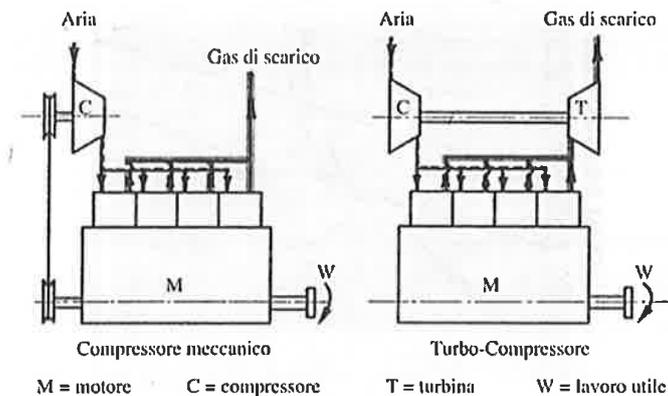
$$\frac{dW}{dt} = -k_c P_a = -k_c \frac{P_d}{\eta_P} = -k_c \frac{T_d V}{\eta_P} = -\hat{c} T_d$$

$k_c = 0,4 \div 0,5$  [lb/h/hp = N/s/Watt]: consumo specifico HPSFC (horsepower specific fuel consumption)

Il parametro  $k_c$  varia debolmente in funzione della velocità e della quota; per semplicità viene considerato costante.

$\hat{c} = k_c \frac{V}{\eta_P}$ : consumo specifico equivalente.

Per compensare la perdita di potenza al variare della quota si utilizzano di compressori che permette di aumentare la pressione di aspirazione. I sistemi di sovralimentazione possono essere a comando meccanico o con turbocompressore.

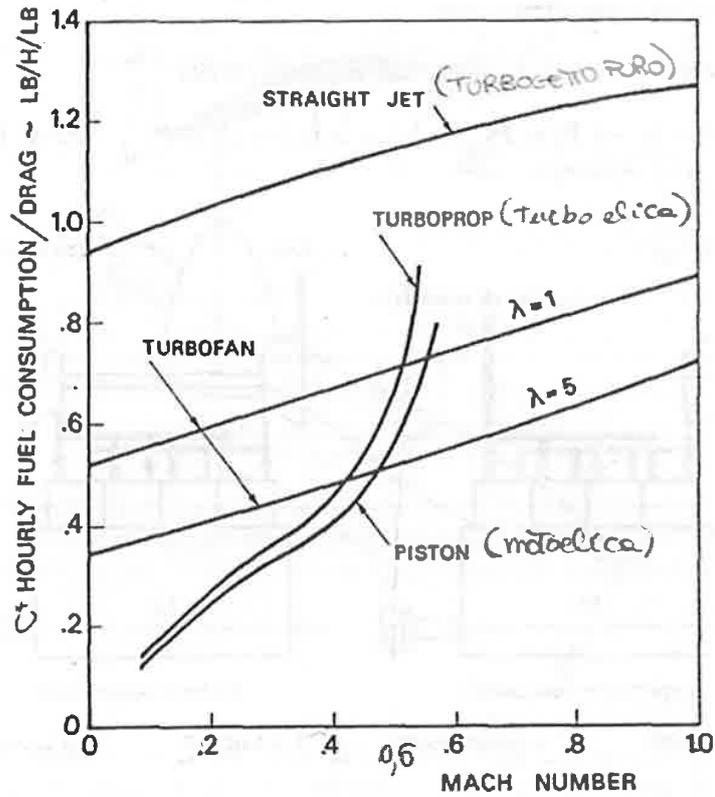


La riduzione della potenza viene neutralizzata fino ad una certa  $h$  detta quota di ristabilimento  $h_c$ .

Nel caso di motore con compressore meccanico:

$$h < h_r \rightarrow P_d = P_{d,SL} \qquad h > h_r \rightarrow P_d = P_{d,SL} \frac{\sigma}{\sigma_r}$$

### DIAGRAMMA REGIME DI FUNZIONAMENTO



(tratto da E. Torenbeek, "Synthesis of subsonic airplane design")

Il caso più semplice è l'elica a passo costante  $p_o$ : in tal caso il calettamento non può rimanere invariato ma deve diminuire dalla radice verso l'estremità essendo:

$$\tan \beta = \frac{p_o}{2\pi r} = \frac{k}{r}$$

Se il passo varia con il raggio  $r$  l'elica è detta a passo vario.

Quando non è possibile variare il calettamento delle pale, l'elica è a passo fisso; se le pale dell'elica possono ruotare di un angolo  $\Delta \beta$  si ottiene un incremento del passo di riferimento ed una variazioni dei coefficienti caratteristici (trazione, coppia e rendimento).

I parametri di trazione e coppia vengono diagrammati in funzione del rapporto di avanzamento:

$$J = \frac{V}{\omega R}$$

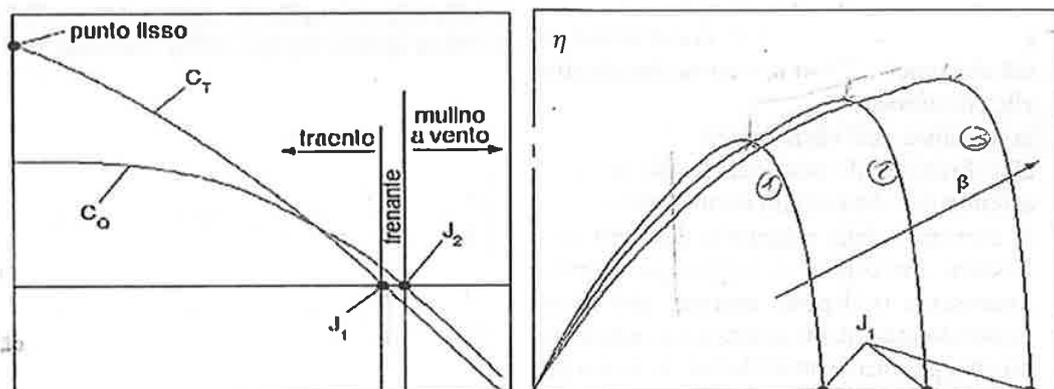
Il rendimento  $\eta$  dell'elica è dato dal rapporto tra potenza utile e potenza necessaria all'albero, ossia:

$$\eta = \frac{TV}{Q\omega} = \frac{C_T}{C_Q} \frac{V}{\omega R} = \frac{C_T}{C_Q} J$$

Al crescere del rapporto di avanzamento l'elica smette di essere traente per  $J = J_1$ .

Per  $J_1 < J < J_2$  l'elica non genera trazione ma continua a frenare il motore, mentre per  $J > J_2$  l'elica frena la corrente e sviluppa coppia all'albero.

Al crescere del calettamento geometrico  $\beta$  (e quindi anche del passo geometrico  $p$ ) le curve di funzionamento cambiano in modo da spostare la condizione di massima efficienza verso valori più alti del rapporto di avanzamento  $J$ . Tale caratteristica viene sfruttata vantaggiosamente nelle eliche a giri costanti e passo variabile in moto.



### ***Sollecitazioni della pala:***

- Azione centrifuga (trazione delle pale);
- Trazione T (flessione delle pale fuori dal piano del disco);
- Coppia resistente Q (flessione delle pale ne piano del disco);
- Carichi torsionali aerodinamici ed inerziali (torsione delle pale):

### ***ELICHE A PASSO FISSO***

Le pale sono applicate in modo fisso al mozzo, così da rendere costante il calettamento geometrico delle pale.

L'equilibrio tra potenza necessaria all'avanzamento e potenza all'albero può essere stabilito regolando il regime di rotazione del motore; ovvero, per ogni regolazione di manetta i giri del motore si assestano al valor che ripristina tale equilibrio in ragione del variare della velocità di avanzamento e della coppia resistenza Q.

Il costruttore solitamente definisce il passo geometrico dell pale in modo da sviluppare il regime di rotazione massimo.

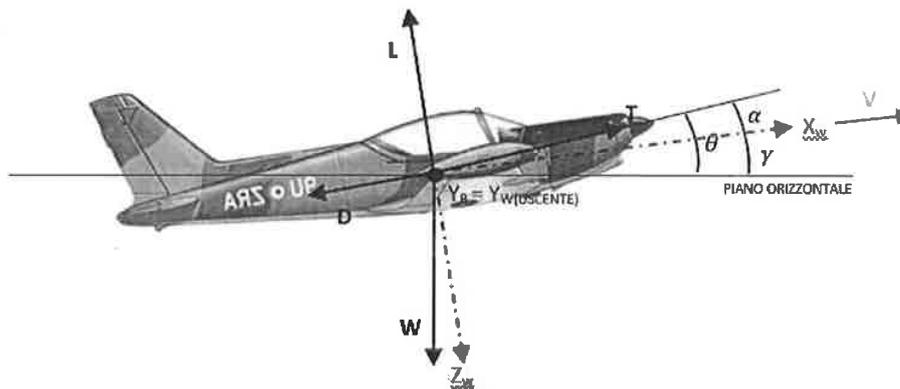
### ***ELICHE A GIRI COSTANTI***

La variazione del passo dell'elica può essere ottenuta con diverse modalità: variabile a terra, variabile in moto con regolazione manuale o automatica.

La regolazione in moto di tipo manuale consente al pilota di adattare il passo ai diversi regimi di volo migliorando il rendimento ma richiede comunque un intervento di regolazione combinato della manetta per contenere la variazione del numero di giri.

Per ridurre il carico di lavoro del pilota, sono state realizzate le eliche a passo variabile a giri costanti. Le pale di queste eliche ruotano automaticamente intorno all'asse longitudinale tramite un meccanismo in modo da regolare il passo per mantenere costante il numero di giri del motore così come impostato dal pilota.

### POTENZA NECESSARIA AL VOLO



$$\begin{cases} T - D = W \sin \gamma \\ L = W \cos \gamma \end{cases}$$

da cui, assumendo volo livellato (quota h costante)  $\rightarrow \gamma \cong 0$ , si ricava:

$$\begin{cases} T = D \\ L = W \end{cases}$$

$$E = \frac{L}{D} = \frac{W}{T}$$

$$P_n = T_n V = D V = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S V = \frac{1}{2} \rho V^3 \left( C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda} \right) = \frac{1}{2} \rho V^3 \left[ C_{D0} + \left( \frac{2W}{\rho V^2 S} \right)^2 \frac{1}{e \pi \lambda} \right] S$$

$$P_n = \frac{1}{2} \rho V^3 \left[ C_{D0} + \frac{4W^2}{\rho^2 V^4 S^2} \frac{1}{e \pi \lambda} \right] S = \frac{1}{2} \rho V^3 C_{D0} S + \frac{2W^2}{\rho V S} \frac{1}{e \pi \lambda}$$

$$P_n = (P_n)_1 + (P_n)_2$$

$$T_n = \frac{1}{2} \rho V^3 C_{D0} S + \frac{2k W^2}{\rho V S}$$

$$T_n = A V^3 + \frac{B}{V}$$

PUNTO	ASSETTO	VELOCITÀ	POTENZA	AUTONOMIA
$T = \frac{W}{E} \rightarrow T * V = \frac{W V}{E}$				
A	$C_{LMAX}$	$V_{ST} = \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_{LMAX}}}$	$P_n = A V_{ST}^3 + \frac{B}{V_{ST}}$	-
	$P_n = D V = \frac{W}{E} V = \frac{W}{E} \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_L}} = \frac{W}{E_{C_{LMAX}}} \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_{LMAX}}}$ $\begin{cases} L = W \\ D = T \end{cases} \rightarrow \frac{L}{D} = \frac{W}{T} \rightarrow E = \frac{W}{T} \quad T = D \quad E = \frac{W}{R} \rightarrow R = \frac{W}{E}$			
B	$(E\sqrt{C_p})_{MAX}$	$V_{ECO} = \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_{L(E\sqrt{C_p})_{MAX}}}}$	$P_n = A V_{ECO}^3 + \frac{B}{V_{ECO}}$	$t_{MAX}$
	$P_n = D V = \frac{W}{E} \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_L}} = \frac{W}{E_{E\sqrt{C_L}}} \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_{L(E\sqrt{C_L})_{MAX}}}} = \frac{W}{(E\sqrt{C_L})_{MAX}} \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho}}$ $\begin{cases} L = W \\ D = T \end{cases} \rightarrow \frac{L}{D} = \frac{W}{T} \rightarrow E = \frac{W}{T} \quad T = D \quad E = \frac{W}{R} \rightarrow R = \frac{W}{E}$			
C	$E_{MAX}$	$V_C = \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_{LEMAX}}}$	$P_n = A V_C^3 + \frac{B}{V_C}$	$s_{MAX}$
	$P_n = D V = \frac{W}{E} \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_L}} = \frac{W}{E_{E_{max}}} \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho C_{LEmax}}}$ $\begin{cases} L = W \\ D = T \end{cases} \rightarrow \frac{L}{D} = \frac{W}{T} \rightarrow E = \frac{W}{T} \quad T = D \quad E = \frac{W}{R} \rightarrow R = \frac{W}{E}$			
	$\frac{\text{SPAZIO INFINITESIMO PERCORSO}}{\text{ENERGIA INFINITESIMA RICHIESTA}} = \frac{ds}{dc} = \frac{V dt}{P_n dt} = \frac{V}{P_n} = \frac{V}{D V} = \frac{1}{D} = \frac{1}{W/E} = \frac{E}{W}$ $\left(\frac{V}{P_n}\right)_{MAX} = \frac{E_{MAX}}{W}$			

### POTENZA DISPONIBILE

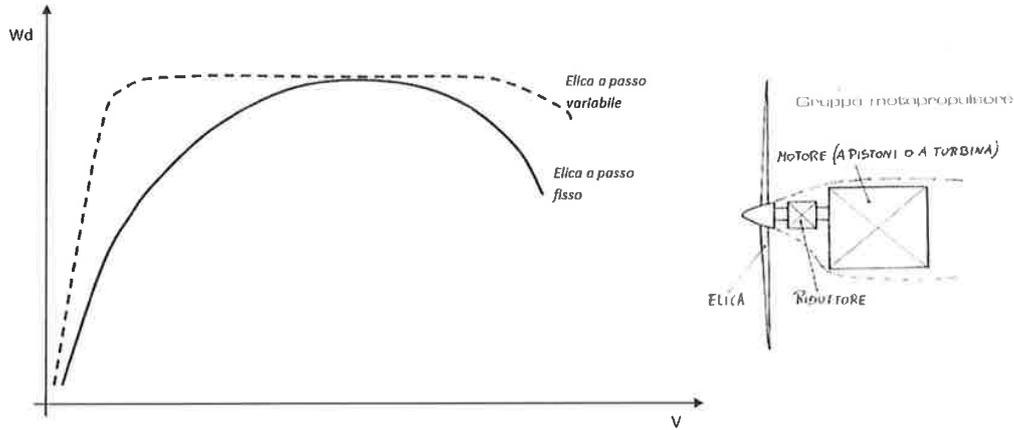


Grafico della potenza disponibile in funzione della velocità

$$P_d = \eta_p P_a$$

potenza albero  $\rightarrow P_a = P_{aSL} \sigma$

- $P_d$  non è influenzato da  $v, E, W$
  - $P_d$  non è influenzato da assetto di volo
  - $P_d$  varia al var. della quota
- $\Rightarrow P_d$  non varia  $\rightarrow P_d = \eta_p P_a$

### Variazione della potenza disponibile con la quota

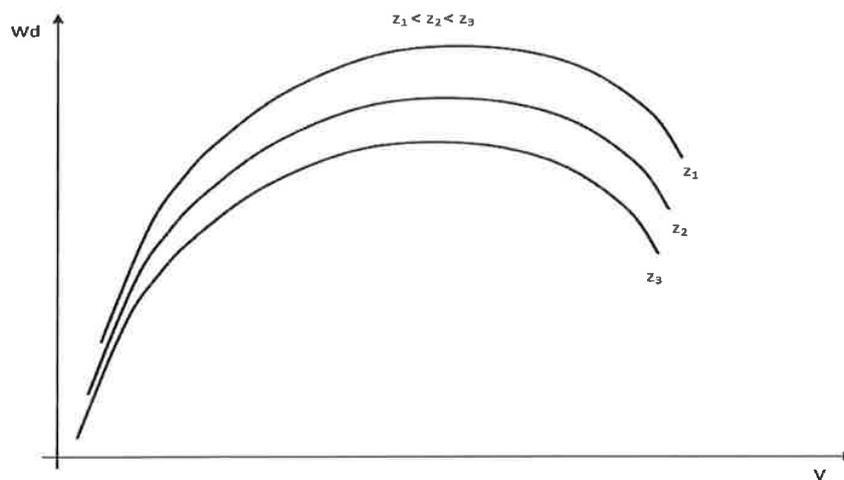
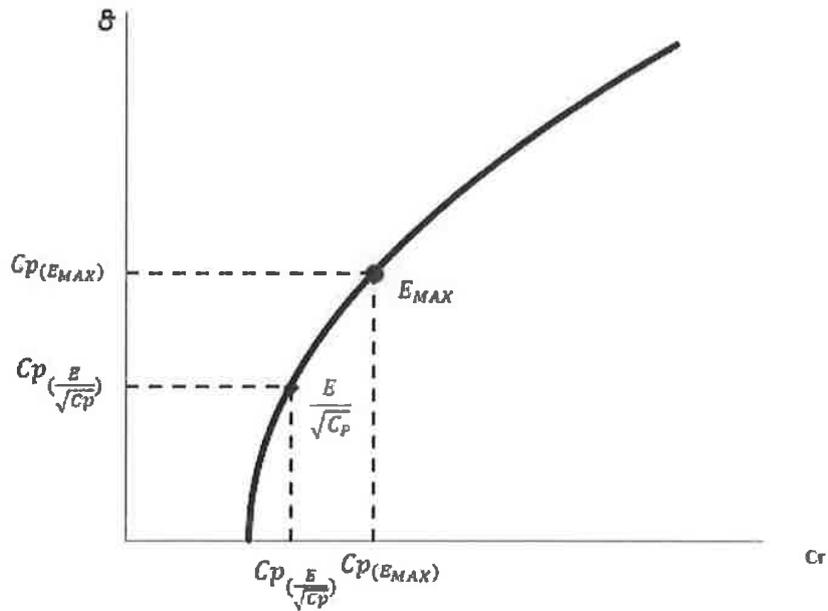
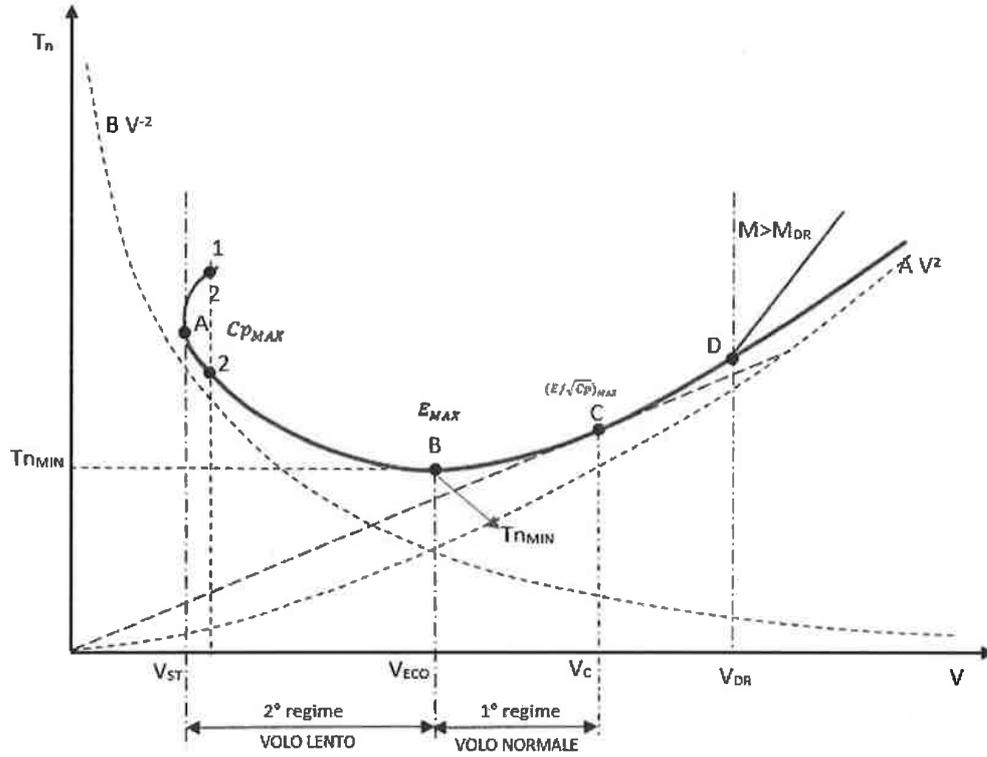
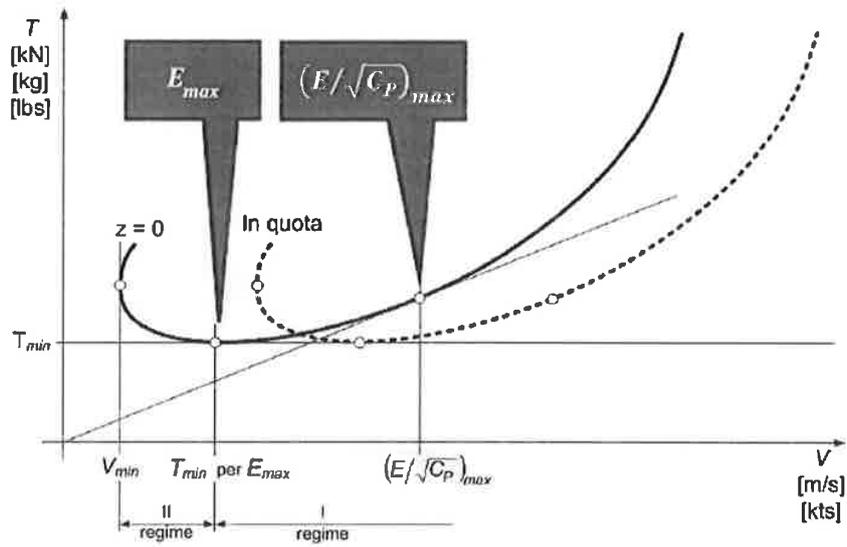


Grafico della variazione della potenza disponibile con la quota

**Grafico della spinta necessaria in funzione della velocità**



**Variatione della spinta necessaria con la quota**

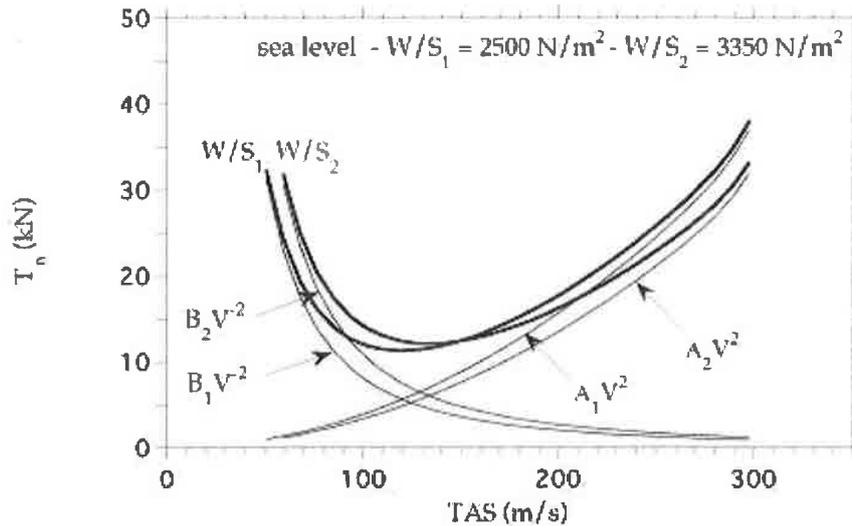


$$\frac{T_n}{T_{nSL}} = \frac{\rho V^2}{\rho_{SL} V^2} = 1$$

$T_n$  è invariante con la quota perchè  $\rho V^2 = \rho_{SL} V^2$

$$V_z = V_o \frac{1}{\sqrt{\delta}} = V_o \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho_z}{\rho_o}}}$$

### Effetto del carico alare sulla trazione necessaria (W costante)



Per un velivolo di assegnato peso  $W$ , al ridursi della superficie alare  $S_2 < S_1$  (analisi parametrica in fase di progetto), si osserva un cambiamento per i coefficienti A e B:

$$A_1 = \frac{\rho S_1 C_{D01}}{2} > A_2 = \frac{\rho S_2 C_{D02}}{2} \quad B_1 = \frac{2 \cdot kW^2}{\rho S_1} < B_2 = \frac{2 \cdot kW^2}{\rho S_2}$$

da cui lo spostamento verso velocità e trazioni maggiori.

Si noti che il coefficiente  $C_{D0}$  aumenta (l'efficienza massima diminuisce) al ridursi della superficie  $S$  dell'ala. Questo effetto spiega l'aumento della trazione minima.

Il coefficiente  $k$  (resistenza indotta) invece resta costante posto che la variazione di superficie avvenga a parità di allungamento alare.

### PRESTAZIONI IN CROCIERA TURBOGETTO

$$T_n = T_d$$

$$A V^2 + \frac{B}{V^2} = T_d \rightarrow A V^4 - T_d V^2 + B = 0$$

$$\text{dove: } A = \frac{1}{2} \rho C_{DO} S \text{ e } B = \frac{2 k W^2}{\rho S}$$

$$V_{1/2} = \sqrt{\frac{T_d \pm \sqrt{T_d^2 - 4AB}}{2A}} = \sqrt{\frac{T_d \pm \sqrt{T_d^2 - 4 \frac{1}{2} \rho C_{DO} S \frac{2 k W^2}{\rho S}}}{2 \frac{1}{2} \rho C_{DO} S}} = \sqrt{\frac{T_d \pm \sqrt{T_d^2 - 4 C_{DO} k W^2}}{\rho C_{DO} S}} =$$

$$V = \sqrt{\frac{T_d \pm \sqrt{T_d^2 \left(1 - 4 \frac{C_{DO} k W^2}{T_d^2}\right)}}{\rho C_{DO} S}} = \sqrt{\frac{T_d}{\rho C_{DO} S} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 C_{DO} k}{(T_d/W)^2}}\right)}$$

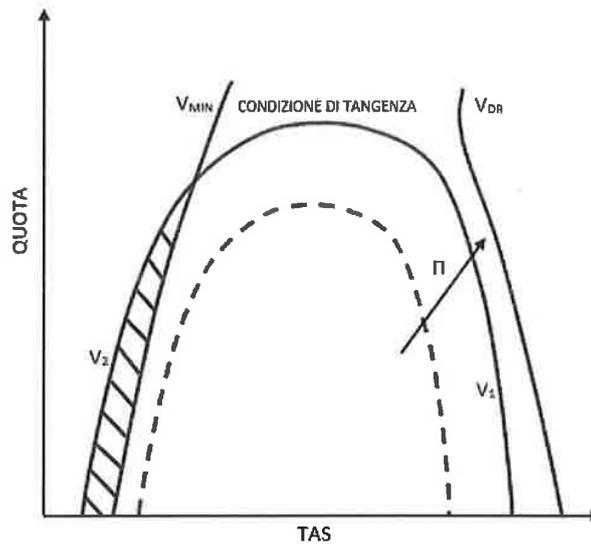
per avere due soluzioni reali distinte occorre verificare che:

$$1 - \frac{4 C_{DO} k}{\left(\frac{T_d}{W}\right)^2} > 0 \rightarrow \frac{\left(\frac{T_d}{W}\right)^2 - 4 C_{DO} k}{\left(\frac{T_d}{W}\right)^2} > 0 \rightarrow \left(\frac{T_d}{W}\right)^2 > 4 C_{DO} k \rightarrow \frac{T_d}{W} > \sqrt{4 C_{DO} k} \rightarrow \frac{T_d}{W} > \frac{1}{E_{MAX}}$$

$$T_d > \frac{W}{E_{MAX}} \rightarrow T_d > T_{nMIN}$$

Le velocità di equilibrio ottenute per via analitica devono essere comunque compatibili con i limiti di validità della polare quadratica. Infatti deve risultare che:

$$V_2 > V_{MIN} \text{ e } V_1 < V_{DR}$$



Dal diagramma riportato a titolo di esempio si evince l'impossibilità di mantenere in volo livellato la velocità minima al di sopra di una certa quota, in quanto al di fuori dei limiti propulsivi del velivolo. Al di sotto della medesima quota, risulta ugualmente impossibile mantenere velocità prossime alla  $V_2$  in conseguenza dei limiti aerodinamici (stallo ed effetti della compressibilità).

### **AUTONOMIA SPECIFICA (chilometrica ed oraria)**

Nell'assunzione di volo orizzontale ( $\gamma \cong 0$ ) risulta:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dX} \frac{dX}{dt} = \frac{dW}{dX} V = -c T_d$$

**Autonomia chilometrica specifica:**

$$\frac{dX}{dW} = -\frac{V}{c T_d} = -\frac{V}{c T_n} = -\frac{V}{c \frac{W}{E}} = -\frac{\sqrt{\frac{2W}{S}} \frac{E}{\rho C_L c W}}{\sqrt{\rho C_L c W}} = -\frac{\sqrt{2}}{c S \sqrt{\rho} \sqrt{W/S}} \frac{E}{\sqrt{C_L}}$$

**Autonomia oraria specifica:**

$$\frac{dt}{dW} = -\frac{1}{c T_d} = -\frac{1}{c T_n} = -\frac{1}{c \frac{W}{E}} = -\frac{1}{c W} E$$

**AUTONOMIA** (autonomia chilometrica  $s[km]$ ): si intende lo spazio che il velivolo può percorrere senza ricevere rifornimenti.

**DURATA** (autonomia oraria  $t[s]$ ): si intende il tempo durante il quale il velivolo può rimanere in volo senza ricevere rifornimento.

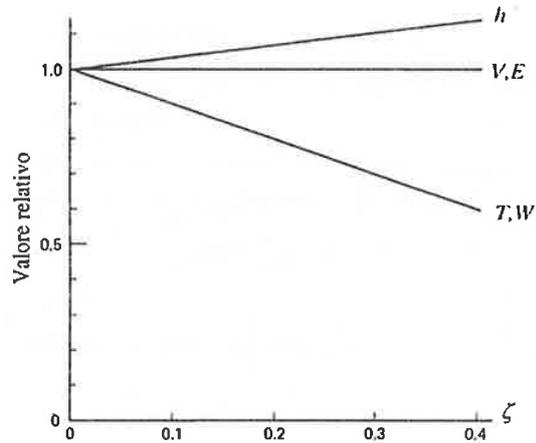
**Programma a coefficiente di portanza e velocità costanti (cruise-climb flight):**

$$X_{V-C_L} = -\frac{E V}{c_S} \int_1^2 \frac{dW}{W} = \frac{E V}{c_S} \log \frac{W_1}{W_2} = \frac{E V}{c_S} \log \frac{1}{1-\xi}$$

L'equazione (formula di Breguet) dimostra come, per mantenere costanti la velocità ed il coefficiente di portanza (e quindi l'efficienza aerodinamica) al ridursi del peso  $W$  per effetto del consumo di carburante, sia necessario incrementare la quota in modo da mantenere invariato il rapporto  $k_1 = W/\rho$ .

Il velivolo sale lungo una traiettoria con angolo di rampa modesto e, pertanto, continuano a valere le quazioni del volo livellato.

La spinta necessaria  $T_n = \frac{W}{E} = k_1 \rho/E$  decresce in funzione della riduzione del peso proporzionalmente all'aumento della quota. Poiché anche la spinta disponibile decresce in funzione della quota il pilota non deve effettuare nessuna correzione della manetta.



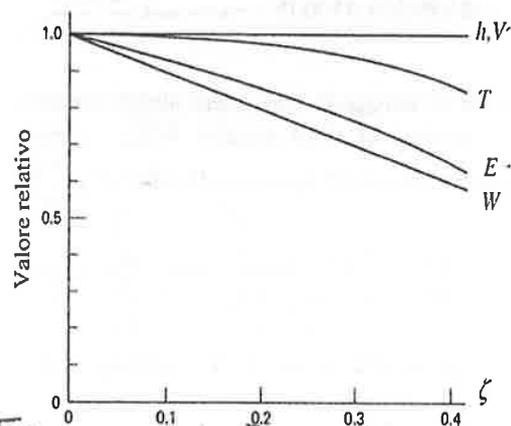
**Programma a quota e velocità costanti:**

$$X_{h-v} = -\frac{V}{c_S} \int_1^2 \frac{E}{W} dW = \frac{V}{c} \int_1^2 \frac{dW}{D} = \frac{V}{c} \int_1^2 \frac{dW}{T_n}$$

↓

$$X_{h-v} = \frac{2 V E_{MAX}}{c_S} \left[ a \tan \left( \frac{C_{L1}}{C_{LEMAX}} \right) - a \tan \left( \frac{C_{L2}}{C_{LEMAX}} \right) \right]$$

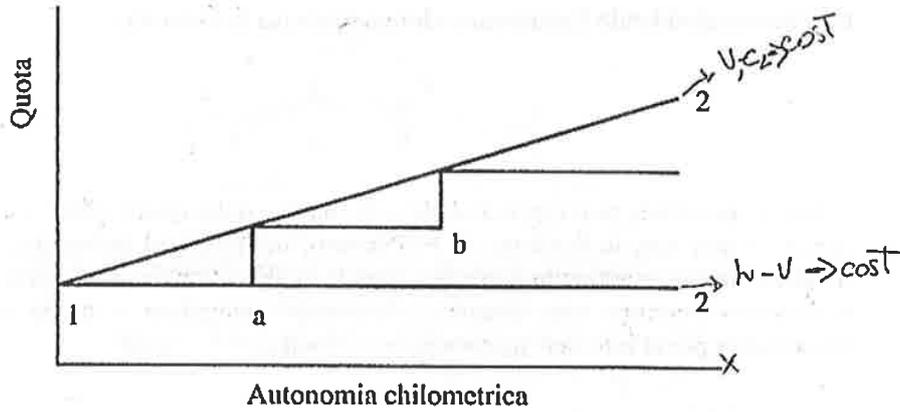
I due parametri aerodinamici e la spinta decrescono lungo la tratta. Il pilota può mantenere il programma combinando le due funzioni di mantenimento automatico della quota e della velocità.



$$X_{h-v} = \frac{2 V E_{MAX}}{c_S} a \tan \left[ \frac{\xi E_1}{2 E_{MAX} (1 - \xi \cdot K \cdot C_{L1} \cdot E_1)} \right]$$

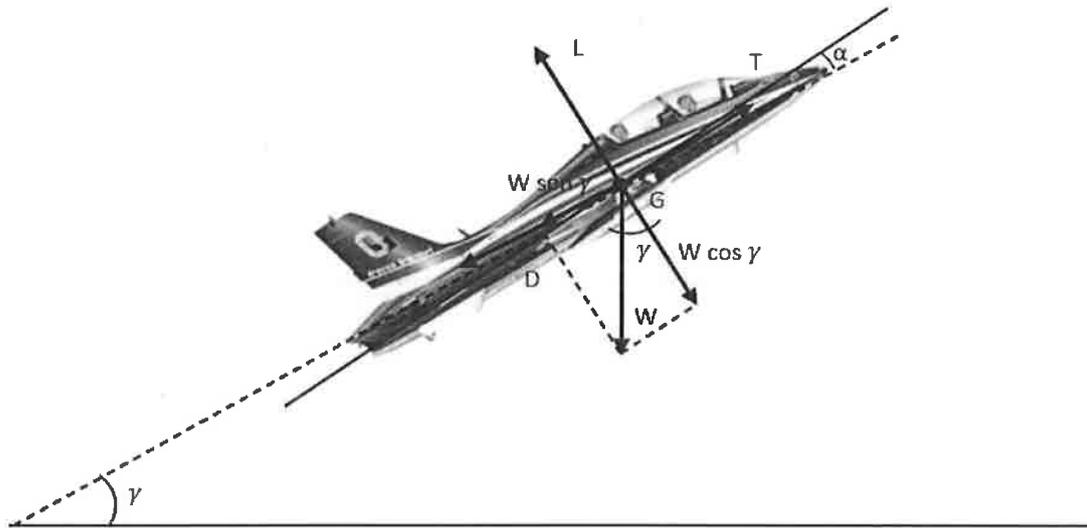
**APPROSSIMAZIONE DEL PROGRAMMA V-CL (stepped flight)**

Approssimo V-CL con dei tratti a h-V costanti.

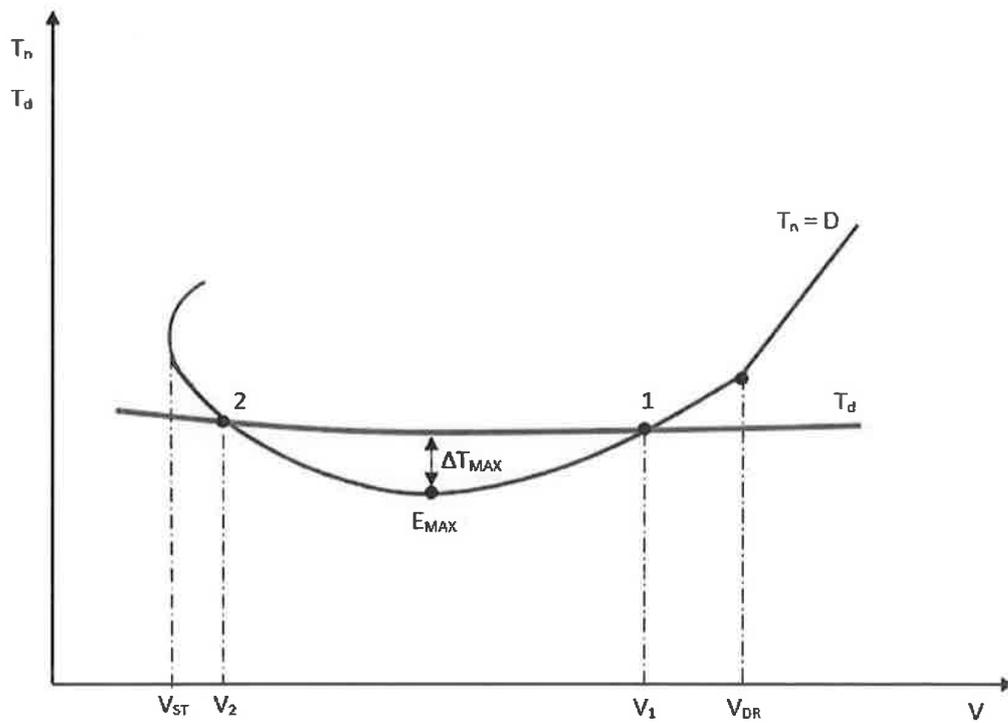


Nel caso del turbogetto, il programma di riferimento per la crociera è da considerarsi quello h-V costanti, l'unico ad essere compatibile con le regole imposte per il volo e la navigazione aerea. Per ridurre la penalizzazione della autonomie derivante dall'adozione di un programma di volo a quota e velocità costanti, per tratte considerevoli può essere vantaggioso sfruttare una serie di variazioni di quota autorizzate dall'ente preposto al controllo del traffico aereo in modo da approssimare per segmenti il programma  $V - C_L$  costanti, più vantaggioso in termini di autonomia chilometrica.

### PRESTAZIONI IN SALITA DEL TURBOGETTO

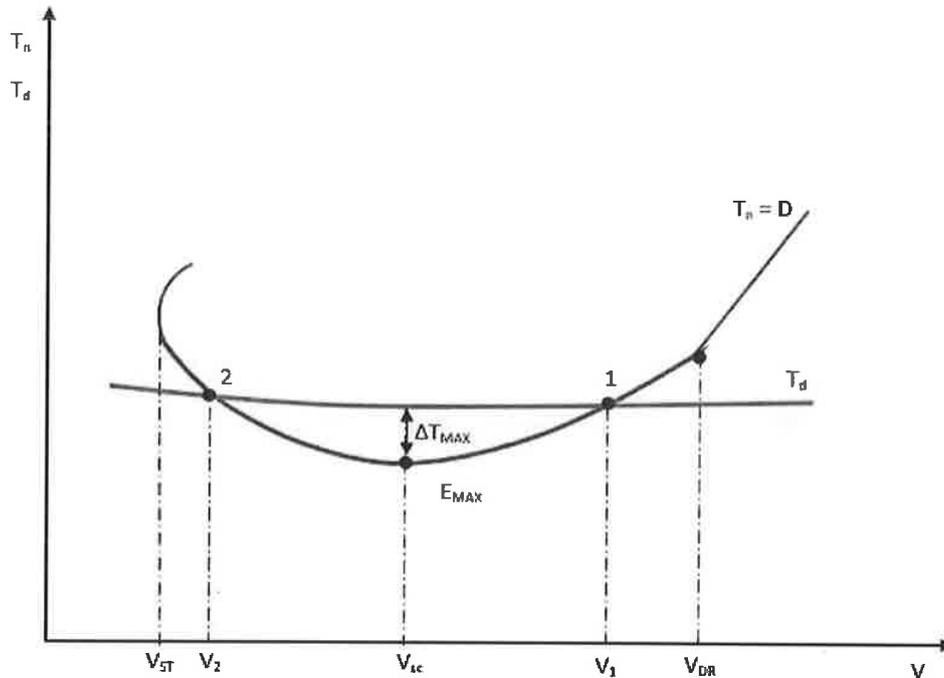


$$\begin{cases} L - W \cos \gamma + T \sin \gamma = 0 \\ -D - W \sin \gamma + T \cos \gamma = 0 \end{cases} \begin{cases} L - W \cos \gamma = 0 \\ -D - W \sin \gamma + T = 0 \end{cases} \begin{cases} L = W \cos \gamma \\ T_d - D = W \sin \gamma \end{cases}$$



### SALITA RIPIDA

La condizione di salita ripida (*steepest climb*) si ottiene massimizzando la pendenza della traiettoria, quindi  $\gamma_{MAX}$ .



$$\text{sen } \gamma_{SC} = \text{sen } \gamma_{MAX} = \frac{\Delta T}{W} = \frac{(T_d - T_n)_{MAX}}{W} = \frac{T_{d_{MAX}} - T_{n_{MIN}}}{W} = \frac{T_{d_{MAX}}}{W} - \frac{T_{n_{MIN}}}{W} = \frac{T_{d_{MAX}}}{W} - \frac{1}{E_{MAX}}$$

L'assetto utilizzato è quello di efficienza massima  $E_{MAX}$ .

Assetto di $E_{MAX}$	
Efficienza	$E_{MAX} = \sqrt{\frac{e \pi \lambda}{4 C_{DO}}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{k C_{DO}}}$
Coefficiente di portanza	$C_{L_{EMAX}} = \sqrt{e \pi \lambda C_{DO}} = \sqrt{\frac{C_{DO}}{k}}$
Coefficiente di resistenza	$C_{D_{EMAX}} = 2 C_{DO}$

La salita ripida è utile nella fase del volo successiva al decollo per superare un ostacolo prossimo alla zona aeroportuale o quando la procedura di salita in crociera avviene in zone montuose.