NUMERO: **2486A** ANNO: 2020

A P P U N T I

STUDENTE: Volpini Leonardo

MATERIA: Fisica 1 - Prof. Ferrero

TEORIA DELLA MISURA

SI PUÒ DEFINIRE MISURAZIONE DI UNA GRANDEZZA FISICA IL NUMERO CHE RAPPRESENTA IL RAPPORTO TRA LA GRANDEZZA CONSIDERATA E QUELLA FISSATA COME UNITÀ.

OGNI MISURA È AFFETTA DA INCERTEZZA. L'ERRORE INVECE PUÒ ESSERE RIDOTTO O CORRETTO, MA L'ERRORE PRESUPPONE CHE SI CONOSCA COMUNQUE IL VERO VALORE.

VALORE VERO: SI OTTIENE DA UNA MISURAZIONE PERFETTA (NON LO È MAI)

VALORE CONVENZIONALMENTE VERO: VALORE ATTRIBUITO AD UNA GRANDEZZA, AVENTE INCERTEZZA ADEGUATA PER UN DETERMINATO SCOPO.

2 TIPI DI INCERTEZZE:

- TIPO A: SI RIDUCONO CON METODI STATISTICI (PRODOTTE DA EFFETTI CASUALI)
- TIPO B: RELATIVE AD EFFETTI SISTEMATICI (SI RIPETONO SEMPRE UGUALI MA NON POSSONO ESSERE ELIMINATI O MIGLIORATI).

ERRORE ASSOLUTO: DIFFERENZA ALGEBRICA FRA VALORE INDICATO E IL VALORE CONVENZIONALMENTE VERO

ERRORE RELATIVO: RAPPORTO FRA L'ERRORE ASSOLUTO E IL VALORE CONVENZIONAL. VERO

SE DUE MISURE DELLA STESSA GRANDEZZA SONO IN DISACCORDO, ALLORA VI È UNA DISCREPANZA, CHE PUÒ ESSERE O NON ESSERE SIGNIFICATIVA

ESEMPIO: MISURA 1: (40 ± 5) ohm MISURA 2: (42 ± 8) ohm

DISCREPANZA = $(42-40)$ ohm = 2 ohm MINORE DEGLI ERRORI ⇒ MISURE CONSISTENTI (SENNÒ INCONSISTENTI)

MEDIA DEI RISULTATI: $\bar{x} \equiv M(x) = \sum_{k=1}^{m} x_k P_k$ CON $P_k = \frac{m_k}{N}$

m_k → RIPETIZIONI DEL VALORE; P_k → FREQUENZA; N → N° PROVE

INCERTEZZA DI UNA FUNZIONE $y(x)$: MODULO DELLA DERIVATA · INCERTEZZA DI X

QUINDI: $\Delta y = \left|\frac{dy}{dx}\right| \cdot \Delta x$

FUNZIONE DATA DI M GRANDEZZE FRA LORO INDIPENDENTI E DIRETTAMENTE MISURABILI:

$y = f(x, w, \dots, z)$ NOTI GLI ERRORI $\Delta x, \dots, \Delta z$ ERRORE MAX: $|\Delta y| = \left|\frac{\partial y}{\partial x}\Delta x\right| + \dots + \left|\frac{\partial y}{\partial z}\Delta z\right|$

$\Delta x = \bar{x} \pm \delta x$ ⇒ DISTANZA = DISTANZA MEDIA ± INCERTEZZA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 80

SVOLGENDO OTTENGO: $x(t) - x_0 = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt \Rightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$ ②

MOTO RETTILINEO UNIFORME (CASO PARTICOLARE: $v(t) = v = cost$):

$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt \rightarrow x(t) = x_0 + v(t - t_0)$

$\Delta t \rightarrow t_2 - t_1$ $\quad v_2 - v_1$ SE C'È VARIAZIONE DI VELOCITÀ $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a_m$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO:

$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\quad [LT^{-1}][T^{-1}] = [LT^{-2}] \Rightarrow m/s^2$

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = a_{ist}$ ③ (ACCELERAZIONE ISTANTANEA)

$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow dv = a\,dt$ $\quad \int_{v_0}^{v(t)} dv = \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt$

$v(t) - v_0 = \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt \Rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt$ ④

SE $a_0 = a = cost \Rightarrow$ UNIFORM. ACCELERATO $\rightarrow v(t) = v_0 + a(t - t_0)$

E $x(t) = x_0 + \int_{t}^{t_0} (v_0 + at)\,dt \rightarrow x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

EXTRA:

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{d}{dt} = \boxed{\frac{d^2x}{dt^2}}$

$a = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \boxed{\frac{dv}{dx} \cdot v}$

$a\,dx = v\,dv$

$\int_{x_0}^{x} a\,dx = \int_{v_0}^{v} v\,dv$

$\int_{x_0}^{x} a\,dx = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$

Esercizio

$\Delta x = \bar{x} \pm \delta x$ $\quad \bar{x} = 10{,}0\,m$ $\quad \delta x = \pm 0{,}1\,m$ $\quad \bar{v}_m$?

$\Delta t = \bar{t} \pm \delta t$ $\quad \bar{t} = 10{,}04\,s$ $\quad \delta t = \pm 0{,}01\,s$ $\quad \delta v$? assoluta rel. %?

$v_m = \frac{\bar{x} \pm \delta x}{\bar{t} \pm \delta t} = \frac{10{,}0\,m \pm 0{,}1\,m}{10{,}04\,s \pm 0{,}01\,s} = 0{,}996 \pm 0{,}001\ m/s$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\cos(\omega t)\cdot\omega \rightarrow v(t) = \omega A\cos(\omega t)$$

PERCIÒ IN $t=0$ $x(t)=0$ MENTRE $v(t)$ SARÀ MASSIMA

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \omega A\cdot -\sin(\omega t)\cdot\omega \rightarrow a(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) \rightarrow a(t) = -\omega^2 x(t)$$

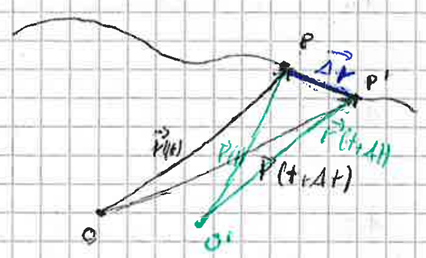
PERCIÒ DOVE AVRÒ v MAX $a(t)=0$ MENTRE DOVE v È NULLA a SARÀ MASSIMA

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

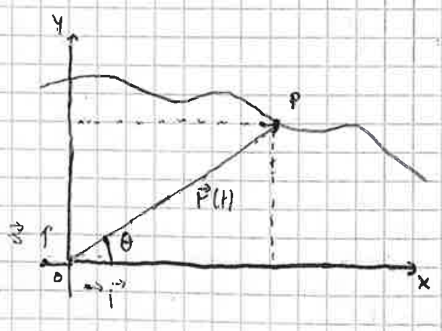
MOTO NEL PIANO (BIDIMENSIONALE)

POSIZIONE DI UN PUNTO NEL PIANO INDIVIDUATO DA COORDINATE (CARTESIANE O POLARI). CONCETTO DI POSIZIONE INDIVIDUATA DA UN VETTORE

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) = \vec{r}'(t+\Delta t) - \vec{r}'(t)$$



- $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}_m$ (VELOCITÀ MEDIA VETTORIALE)
- $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_{IST}$ (VELOCITÀ ISTANTANEA VETTORIALE)
- $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}_m$ (ACCELERAZIONE MEDIA VETTORIALE)
- $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_{IST}$ (ACCELERAZIONE ISTANTANEA VETTORIALE)



$$\vec{r}(t) = \vec{x}(t) + \vec{y}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d[x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j}]}{dt} = \frac{d[x(t)\vec{i}]}{dt} + \frac{d[y(t)\vec{j}]}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} =$$

$$= v_x(t)\,\vec{i} + v_y(t)\,\vec{j} \Rightarrow \vec{v}(t) = v_x(t)\,\hat{i} + v_y(t)\,\hat{j} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d[v_x\hat{i} + v_y\hat{j}]}{dt} = \frac{d[v_x\vec{i}]}{dt} + \frac{d[v_y\vec{j}]}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} =$$

$$= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} \Rightarrow \vec{a}(t) = \vec{a}_x + \vec{a}_y \qquad v_x(t) = \frac{dx}{dt} \qquad a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

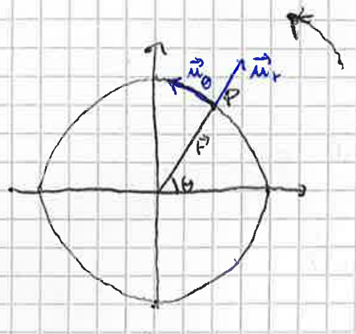
① $\omega = \text{COSTANTE} \Rightarrow \alpha = 0 \text{ rad/s}^2$ (MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0)$$

② $\alpha = \text{COSTANTE} \Rightarrow \omega(t) = \omega_0 + \alpha(t - t_0)$ $\quad \theta(t) = \theta_0 + \int_{t_0}^{t} \omega_0 + \alpha(t - t_0)\, dt$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \alpha(t - t_0)^2 \cdot \frac{1}{2}$$ (MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACCELERATO)

CON COORDINATE POLARI:



$P(r, \theta)$ $\quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ $\quad \vec{r}(t) = \underset{\text{RAGGIO}}{R}\, \vec{u}_r$

$\vec{u}_r = \cos\theta\, \vec{i} + \sin\theta\, \vec{j}$ $\quad \vec{u}_\theta = -\sin\theta \cdot \vec{i} + \cos\theta\, \vec{j}$

$$\vec{v} = \frac{d(R\vec{u}_r)}{dt} = R\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \left(-\frac{d\theta}{dt}\sin\theta\, \vec{i} + \frac{d\theta}{dt}\cos\theta\, \vec{j}\right)R$$

$$\vec{v} = \left(\frac{d\theta}{dt}\left(-\sin\theta\, \vec{i} + \cos\theta\, \vec{j}\right)\right)R \Rightarrow \vec{v} = R\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\left(R\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_\theta\right)}{dt} = R \cdot \frac{d(\omega \vec{u}_\theta)}{dt} =$$

$$= R \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot \vec{u}_\theta + R\omega \underbrace{\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}}_{-\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_r} = R\frac{d\omega}{dt}\vec{u}_\theta - R\omega^2\vec{u}_r \Rightarrow \vec{a} = R\alpha\vec{u}_\theta - R\omega^2\vec{u}_r$$

$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$ con $x(t) = R\cos\theta(t)$ $\quad y(t) = R\sin\theta(t)$ (con cartesiane...)

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ $\quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$

DINAMICA

1° PRINCIPIO ~~DI~~ D' INERZIA: UN CORPO NON SOGGETTO A FORZE NON SUBISCE CAMBIAMENTI DI VELOCITÀ, OSSIA RIMANE IN QUIETE SE GIÀ LO ERA O SI MUOVE ~~~~ DI MOTO RETTILINEO UNIFORME

2° PRINCIPIO D' INERZIA: L' ACCELERAZIONE DI UN OGGETTO È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA FORZA RISULTANTE AGENTE SU DI ESSO ED INVERSAMENTE PROPORZ. ALLA SUA MASSA.

$\Downarrow$

$F_{RIS} = m \cdot a$ → RELAZIONE DI TIPO VETTORIALE

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt} \Rightarrow F = m\frac{d^2r}{dt} = m\frac{dv}{dt}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \vec{F} = \vec{F}_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} \qquad \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \Rightarrow \vec{F}_t + \vec{F}_n = m(\vec{a}_t + \vec{a}_n)$$

$$[F] = [M]\cdot[L]/[T][T] = kg \cdot m/s^2 = N$$ (DOVE N INDICA NEWTON)

3° PRINCIPIO D' INERZIA: SE UN CORPO A ESERCITA UNA CERTA FORZA SU UN CORPO B, ALLORA B ESERCITA SU A UNA FORZA DELLA STESSA INTENSITÀ, MA DI VERSO OPPOSTO

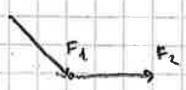
QUANTITÀ DI MOTO

GRANDEZZA VETTORIALE: $\vec{p} = m\vec{v}$ $\qquad [M][L]/[T] = Kg\,m/s$

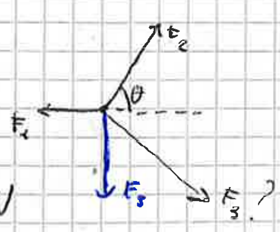
$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}m)}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \int_{t_0}^{t}\vec{F}dt = \int_{p_0}^{p}\vec{p}\,dp$$

$\int_{t_0}^{t} F\,dt$ LO CHIAMO J $\Rightarrow$ $J = \int_{t_0}^{t}\vec{F}dt = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$ (IMPULSO : J)

RISULTANTE DELLE FORZE: $R = F_1 + F_2 + \ldots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i \qquad a = \frac{R}{m}$



EQUILIBRIO: $R = 0$



ESEMPIO: $F_1 = 30N \quad F_2 = 60N \quad F_3 ? \quad R = 0 \quad \theta = 60°$

$F_{2x} = F_2\cos\theta = \frac{F_2}{2} = 30N \qquad F_{2y} = F_2\sin\theta = 30\sqrt{3}\,N$

$\vec{F}_3 = -30\sqrt{3}\,\vec{j}\,N$

$\Uparrow$

$0 = R_x = -F_1 + F_{2x} + F_{3x} \qquad F_{3x} = 30(1-1) = 0N \qquad F_{3y} = -F_{2y} = -30\sqrt{3}\,N$

$\vec{F} = m\vec{a}$ $\quad F_y = 0 \quad \cancel{mg}\ N - mg = 0 \quad F_x = ma \quad -K\Delta x = ma$

$x(t) \quad a(t) = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \qquad -Kx = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \qquad \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{K}{m}x$

⚠ $\dfrac{K}{m}$ È COSTANTE $\quad \dfrac{K}{m}$ LA CHIAMO $\omega^2 \Rightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ (MOTO PERIODICO DI TIPO ARMONICO)

TALE FUNZIONE È DEL TIPO $\sin(\omega t)$ CON $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$ $\rightarrow x(t) = A\sin(\omega t + \Phi)$

DOVE A È L'AMPIEZZA E Φ È LA FASE

FORZA DI ATTRITO VISCOSO

RESISTENZA DI UN FLUIDO QUANDO UN CORPO TENTA DI MUOVERSI IN ESSO.
È IN FUNZIONE DELLA VELOCITÀ.

- CASO SEMPLICE (DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA VELOCITÀ): $\vec{F}_v = -\beta\vec{v}$ $\quad \beta$ COEFFICIENTE ATTRITO VISCOSO

OGGETTO CHE CADE:

$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \vec{P} + \vec{F}_v = m\vec{a} \qquad mg - \beta v = ma \qquad g - \dfrac{\beta}{m}v = a$

- $\dfrac{\beta}{m}$ COSTANTE LO CHIAMO $K \qquad g - Kv = a \qquad \boxed{\dfrac{dv}{dt} = g - Kv}$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{g-Kv} = \int_{t_0}^{t} dt \qquad -\frac{1}{K}\ln(g-Kv)\Big|_{v_0}^{v} = t\Big|_{t_0}^{t}$$

$$\ln\frac{g-Kv}{g-Kv_0} = -K(t-t_0) \quad \text{CON } v_0 = 0 \text{ E } t_0 = 0 \rightarrow \ln\frac{g-Kv}{g} = -Kt$$

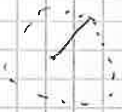
FACCIO ESPONENZIALE: $\dfrac{g-Kv}{g} = e^{-Kt} \qquad v(t) = \dfrac{g}{K}\left(1 - e^{-Kt}\right)$ $\quad$ CON $K = \dfrac{\beta}{m}$

FORZE CENTRIPETE

TUTTE LE FORZE ORTOGONALI ALLA TRAIETTORIA SONO FORZE CENTRIPETE.

$F_N = ma_m = m\dfrac{v^2}{r}$ $\quad r$ È IL RAGGIO DI CURVATURA DELLA TRAIETTORIA

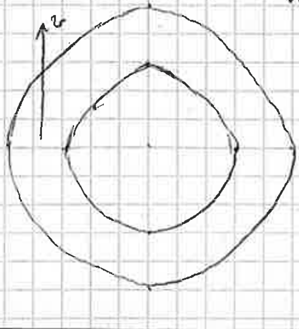
PER ESEMPIO LA TENSIONE T DI UN FILO CON UN MOVIMENTO CIRCOLARE È SEMPRE DIRETTA VERSO IL CENTRO



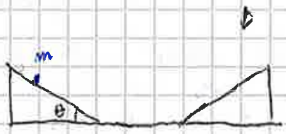
SE OGGETTO NON SI MUOVE IN DIREZ. ORTOGONALE ALLA TRAIETTORIA → ATTRITO STATICO

ESEMPIO:

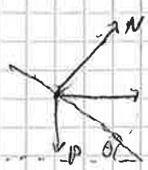
PISTA CIRCOLARE VISTA DALL'ALTO

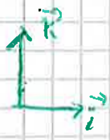


PISTA CIRCOLARE IN SEZIONE



v COSTANTE





$N\cos\theta = mg \qquad R = N\sin\theta$

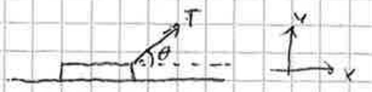
NO ATTRITO $\qquad R = F_N = m\dfrac{v^2}{r}$

$m\dfrac{v^2}{r} = N\sin\theta \qquad \cancel{m}\dfrac{v^2}{r} = \dfrac{\cancel{m}g}{\cos\theta}\sin\theta \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \dfrac{v^2}{gr}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 80

Esercizio

$\Delta x = 10\,m$ $\quad T = 60\,N$; $\theta = 60°$ $\quad L_t ?$



$$\vec{F} = (T\cos\theta\,\vec{i} + T\sin\theta\,\vec{j}) \qquad d\vec{s} = dx\,\vec{i}$$

$$L = \int_0^{10} (T\cos\theta\,\vec{i} + T\sin\theta\,\vec{j}) \cdot \vec{i}\,dx = \int_0^{10} (30\,\vec{i} + 30\sqrt{3}\,\vec{j}) \cdot \vec{i}\,dx$$

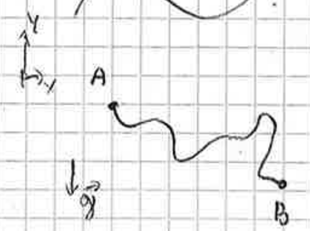
$$L = \int_0^{10} 30\,dx + \cancel{\int_0^{10} 0\,dx} \Rightarrow L = \int_0^{10} 30\,dx = 30 \cdot 10 = 300\,J$$

Energia cinetica

$$L = \int_{v_A}^{v_B} m v\,dv = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$, la singola quantità è l'energia cinetica

$\Rightarrow$ $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ $\quad \Rightarrow$ $L = E_{k_B} - E_{k_A}$ ma integrali danno una visione media

$$v_B = \sqrt{\frac{2L_{AB}}{m} + \frac{1}{2} v_A^2} \qquad \vec{p} = m\vec{v} \qquad p^2 = m^2 v^2 \qquad E_k = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2mE_k}$$



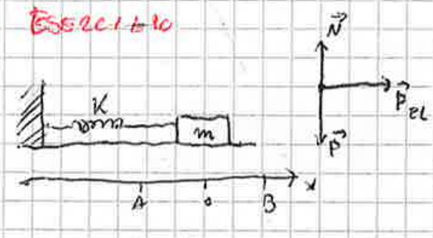
$$L = \int_A^B \vec{F}\,d\vec{s}$$ lavoro forza peso: $\vec{F} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{j}$

$$d\vec{s} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} \qquad L_p = \int_A^B (-mg\,\vec{j}) \cdot (dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j}) = \int_{y_A}^{y_B} -mg\,dy$$

$\Rightarrow$ $L_p = -mg(y_B - y_A)$ $\rightarrow$ lavoro forza peso $\quad mgy_B = E_{p_B}$ (energia potenziale)

$\Rightarrow$ energia potenziale forza peso $\quad E_{p_B} = mgy_B \qquad E_{p_A} = mgy_A$

Esercizio



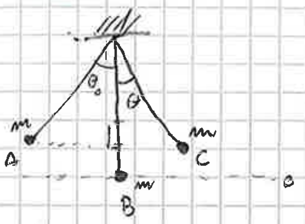
$$L = \int_A^B \vec{F}\,d\vec{s}$$

$$\vec{F} = -kx\,\vec{i} \qquad d\vec{s} = dx\,\vec{i}$$

$E_{p_B} = \frac{1}{2} k x_B^2$ $\rightarrow$ energia potenziale elastica

$$L = \int_A^B \vec{F}\,d\vec{s} = \int_A^B -kx\,\vec{i} \cdot dx\,\vec{i} = \int_{x_A}^{x_B} -kx\,dx = -\frac{1}{2} k (x_B^2 - x_A^2)$$ è lavoro forza elastica

ESERCIZIO



A: $E_m = E_k + E_p = 0 + mg(L - L\cos\theta_0)$

B: $E_m = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$

C: $E_m = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + mgL(1-\cos\theta)$ PUNTO GENERICO

C-A: $\frac{1}{2}\cancel{m} v^2 + \cancel{m}gL(1-\cos\theta) = \cancel{m}gL(1-\cos\theta_0)$ $\quad v(t) = \sqrt{2gL(\cos\theta - \cos\theta_0)}$

$E_p(x, y, z)$ $\quad E_p = mgy$ (IN QUESTO CASO IN FUNZ. SOLO Y)

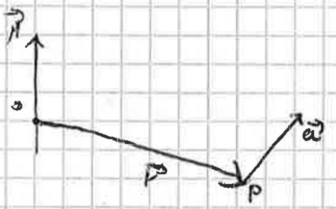
DERIVATA PARZIALE: $\frac{\partial E_p}{\partial y} = mg$ $\quad$ ENERGIA POTENZIALE → SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

$-\frac{\partial E_p}{\partial y} = P$ $\quad dL = \vec{F} d\vec{s} = (F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k})(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k})$

$\Rightarrow dL = F_x dx + F_y dy + F_z dz = -dE_p$ $\quad dE_p = \frac{\partial E_p}{\partial x}dx + \frac{\partial E_p}{\partial y}dy + \frac{\partial E_p}{\partial z}dz$

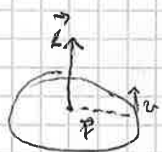
FORZA CONSERVATIVA: $\vec{F}_c = -\nabla \vec{E}_p$ DOVE IL GRADIENTE: $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\vec{k}$

MOMENTO ANGOLARE



QUANTITÀ DI MOTO $\vec{p} = m\vec{v}$

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ANZICHÉ $\vec{M}$ SPESSO SI USA $\vec{L}$



$L = \vec{r} \times \vec{p} = rp\sin\theta$ $\quad p = mv$ $\quad \vec{L} = r^2 m \vec{\omega}$

MOMENTO DELLA FORZA

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ $\quad M = rF\sin\theta$ $\quad$ I MOMENTI VARI SONO CALCOLATI RISPETTO A UN POLO

$M = r^2 m \alpha$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} + \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v}\times\vec{p} + \vec{r}\times\vec{F}$$

$\vec{v}$ e $\vec{p}$ SONO // $\Rightarrow \vec{v}\times\vec{p} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r}\times\vec{F} = \vec{M}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 80

SE $O \equiv O'$ MA ASSI RUOTANO $\Rightarrow \vec{v}_{O'} = 0\ m/s$

CONSIDERO UN PUNTO A SOLIDALE AL SISTEMA DI RIFERIMENTO MOBILE:

$\vec{v}'_A = 0\ m/s$ $\quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}'$ (MOTO CIRCOLARE UNIFORME) (VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO).

NEL CASO GENERALE: $\vec{a} = \vec{a}' + \underbrace{\vec{a}_{O'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}'}_{a_t} + \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{v}'}_{a_c}$

$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{a}' + \vec{a}_t + \vec{a}_c)$

a_t: ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO $\quad a_c$: ACCELERAZIONE DI CORIOLIS O COMPLEMENTARE

ACCELERAZIONE DI UN PUNTO P SUGLI ASSI MOBILI: $\vec{a}_p = \omega^2 r\, \vec{u}_n + \frac{d\omega}{dt} \cdot r\, \vec{u}_t$ (MOTO CIRCOLARE SCRIV. INTRINSECHE)

1) $\vec{\omega} = 0 \quad \vec{a}_{O'} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{r} = \vec{OO'} + \vec{r}' \\ \vec{v} = \vec{v}_{O'} + \vec{v}' \\ \vec{a} = \vec{a}' \end{cases}$ TRASLAZIONE SOLO ASSE X:

CASO CON $\vec{v}_{O'} = cost$

CADUTA DI UN OGGETTO:

- RISPETTO AD O VEDO UN MOTO VERTICALE RISPETTO ASSE Y

$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$

- RISPETTO AD O': $a_x = a'_x = 0\ m/s^2 \quad v_x = v_{O'x} + v'_x$ — TUTTO AL VARIARE DI t

$x = x_{O'} + x' \quad a_y = a'_y = g \quad v_y = v_{O'y} + v'_y \quad y = y_{O'} + y'$

$v'_x(t) = \cancel{v_x(t)} - v_{O'x} \quad x'(t) = \cancel{x(t)} - v_{O'x} \cdot t \quad y'(t) = y(t) - \cancel{y_{O'}} \quad v'_y(t) = v_y(t) - \cancel{v_{O'y}}$

PERCIÒ RISPETTO AD O' AVRÒ UN MOTO PARABOLICO

2) NO ROTAZIONE $\Rightarrow \vec{\omega} = 0$ MA $\vec{a}_{O'} \neq 0$ SEMPRE TRASLAZ. ASSE X:

$\Rightarrow \begin{cases} \vec{r} = \vec{OO'} + \vec{r}' \\ \vec{v} = \vec{v}_{O'} + \vec{v}' \\ \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{O'} \end{cases}$ SEMPRE CASO CADUTA DI UN OGGETTO:

- RISPETTO AD O: $y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \quad v_y(t) = -gt$

- RISPETTO AD O':

$a'_x = \cancel{a_x} - \vec{a}_{O'} \quad v'_x = \cancel{v_x} - v_{O'x} \Rightarrow v'_x = -at \quad x'(t) = \cancel{x(t)} - x_{O'}(t) \Rightarrow x(t) = -\frac{1}{2} a t^2$

$a'_y = a_y - \cancel{a_{O'y}} = -g \quad v'_y(t) = v_y - \cancel{v_{O'y}(t)} \Rightarrow v'_y(t) = -gt \quad y'(t) = y(t) - \cancel{y_{O'}(t)} = h - \frac{1}{2} g t^2$

$\begin{cases} x'(t) = -\frac{1}{2} a t^2 \rightarrow t^2 = -\frac{2x'}{a} \\ y'(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow y'(t) = h + \frac{g}{a} x'(t)$

VEDIAMO UN METODO PER LA RISOLUZIONE DELLA SEGUENTE EQUAZIONE DIFFERENZIALE DEL SECONDO ORDINE OMOGENEA:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{con} \quad \omega^2 = \frac{K}{X}$$

$x(t) = A e^{\alpha t}$ CON A E α COEFFICIENTI NON NOTI A PRIORI

CALCOLO PRIMA E 2^a DERIVATA: $\frac{dx}{dt} = \alpha A e^{\alpha t}$; $\frac{d^2x}{dt} = \alpha^2 A e^{\alpha t}$

SOSTITUISCO: $\alpha^2 \cancel{A e^{\alpha t}} + \omega^2 \cdot \cancel{A e^{\alpha t}} = 0$ SUPPONENDO A E $\alpha \neq 0$

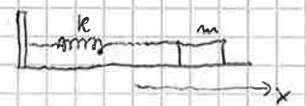
OTTENGO: $\alpha^2 + \omega^2 = 0 \Rightarrow \alpha = \pm\sqrt{-\omega^2} = \pm i\omega$

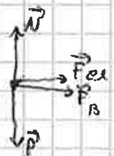
$$\Rightarrow x(t) = A e^{i\omega t} + B e^{-i\omega t} \iff x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

SAPPIAMO ANCHE: $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ E $e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$

OSCILLATORE ARMONICO SMORZATO

PRESENZA DI UN ATTRITO VISCOSO PROPORZIONALE ALLA VELOCITÀ





$\vec{F} = m\vec{a}$ $\quad \vec{F}_{el} + \vec{F}_{av} = m\vec{a}$

$\vec{F}_{el} = -Kx\,\vec{i}$ $\quad \vec{F}_{av} = -\beta\vec{v} = -\beta v\,\vec{i}$

$-Kx - \beta v = ma \qquad -kx - \frac{dx}{dt}\beta = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\beta}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{K}{m}x = 0$

CON $\frac{K}{m} = \omega_0^2$ E $\frac{\beta}{m} = 2\gamma \Rightarrow \frac{d^2x}{dt} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + x\omega_0^2 = 0$

$x(t) = A e^{\alpha t} \qquad \frac{dx}{dt} = \alpha A e^{\alpha t} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = \alpha^2 A e^{\alpha t}$

$$\alpha^2 \cancel{A e^{\alpha t}} + 2\gamma\alpha \cancel{A e^{\alpha t}} + \omega_0^2 \cdot \cancel{A e^{\alpha t}} = 0$$

$\alpha^2 + 2\gamma\alpha + \omega_0^2 = 0 \qquad \Delta = 4\gamma^2 - 4\omega_0^2 \qquad \alpha_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

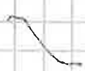
1) $\gamma^2 - \omega_0^2 > 0$ $\quad \alpha_{1,2}$ REALI DISTINTE $\quad \gamma^2 > \omega_0^2 \quad \frac{\beta^2}{4m^2} > \frac{K}{m} \Rightarrow \beta^2 > 4mK$

2) $\gamma^2 - \omega_0^2 = 0$ $\quad \alpha_{1,2}$ REALI COINCIDENTI $\quad \beta^2 = 4mK$

3) $\gamma^2 - \omega_0^2 < 0$ $\quad \alpha_{1,2}$ IMMAGINARIE DISTINTE $\quad \beta^2 < 4mK$

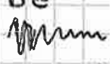
$x(t) = A e^{(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} + B e^{(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t}$ SUPERSMORZAMENTO

$x(t) = e^{-\gamma t}(At + B)$ SMORZAMENTO CRITICO



PONGO $\omega_0^2 - \gamma^2 = \omega^2 \Rightarrow x(t) = e^{-\gamma t}(A e^{i\omega t} + B e^{-i\omega t})$ POSSO AVERE: $x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\sin(\omega t + \varphi)$

SMORZAMENTO DEBOLE GRAFICO:



$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{(i)} + \sum_i \vec{F}_i^{(e)}}_{} = \left(\sum_i m_i\right) \vec{a}_{CM} \rightarrow \underset{\text{RISULTANTE}}{\vec{R}^{(e)}} = \left(\sum_i m_i\right) \vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

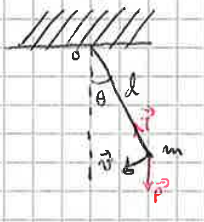
$L_O \rightarrow$ LA "O" INDICA IL POLO

MOMENTO ANGOLARE: $\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p}$. $\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$ $\quad \vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

SE UNA DERIVATA È NULLA $\Rightarrow$ GRANDEZZA COSTANTE ES: $\dfrac{d\vec{P}}{dt}$ $\quad \vec{P} = cost$

$$\vec{L}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i \qquad \frac{d\vec{L}_0}{dt} = \frac{d(\sum \vec{L}_i)}{dt} = \frac{d(\sum \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i)}{dt} = \underbrace{\sum \frac{d\vec{r}_i}{dt} \times m_i \vec{v}_i}_{0} + \sum_i \vec{r}_i \times \underbrace{\frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt}}_{\vec{F}_i}$$

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{(e)}}_{\vec{M}^{(e)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_{is}^{(i)}}_{\vec{M}^{(i)}}$$



$$M_0 = l\, mg \sin\theta \qquad L_0 = l m v = l \cdot l\, m \frac{d\theta}{dt} = l^2 m \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{dL_0}{dt} = m l^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{r}_i \times \vec{F}_{si} + \vec{r}_s \times \vec{F}_{is} \quad \vec{F}_{si} = -\vec{F}_{is} \Rightarrow \vec{M}^{(i)} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{M}^{(e)}$$

ESPRESSIONE VALIDA SE ORIGINE FISSA O COINCIDENTE COL CENTRO DI MASSA

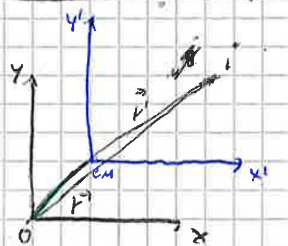
SE ORIGINE HA UNA CERTA VELOCITÀ:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i - \vec{v}_0 \qquad \frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{M}^{(e)} - \vec{v}_0 \times \sum m_i \vec{v}_i = \vec{M}^{(e)} - \vec{v}_0 \times v_{CM} \sum_{i=1}^{n} m_i$$

SPESSO CONSIDEREREMO IL SISTEMA DI RIFERIMENTO CON CENTRO IL CENTRO DI MASSA:

$$\vec{R}^{(e)} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i = \vec{a}_{CM} \sum_{i=1}^{n} m_i$$

$$\vec{M}_{CM}^{(e)} = \frac{d\vec{L}_{CM}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d(\vec{r}_{CM} \times m_i \vec{v}_i)}{dt}$$



$$\vec{r}_i = \vec{r}_{CM} + \vec{r}'_i \qquad \vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}'_i \qquad E_{CIN} = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_{CM} + \vec{v}'_i) \cdot (\vec{v}_{CM} + \vec{v}'_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2} m_i \vec{v}_{CM}^2 + \frac{1}{\cancel{2}} m_i \cancel{2} \vec{v}_{CM} \cdot \vec{v}'_i + \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i'^2 \right) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_{CM}^2 + \sum_i m_i \vec{v}_{CM} \cdot \vec{v}'_i + \sum_{i=1} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i'^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \underbrace{\left(\sum_i m_i\right)}_{M_{TOT}} v_{CM}^2 + \cancel{\vec{v}_{CM} \cdot \underbrace{\sum m_i \vec{v}'_i}_{\vec{P}'_{TOT} = \sum_i m_i \vec{v}'_{CM} \Downarrow 0}} + \underbrace{\sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i'^2}_{E'_c} \Rightarrow$$

1° TEOREMA DI KONIG:

$$E_{CIN} = \frac{1}{2} M_{TOT} \vec{v}_{CM}^2 + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i'^2$$

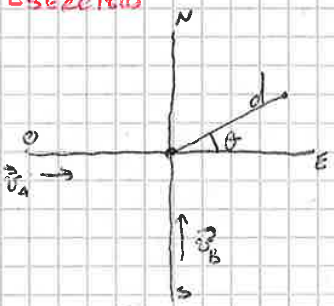
$E_{K_{IN}} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{CM}^2 + \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$

v_1' E v_2' DOPO L'URTO ~~[illegible]~~ VALGONO ZERO PERCHÉ DOPO L'URTO I PUNTI COINCIDONO COL CENTRO DI MASSA

$E_{K_{FIN}} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{CM}^2 < E_{CIN_{IN}}$

$\Rightarrow \Delta E_K = E_{K_f} - E_{K_i} = -E'_K$

Esercizio



INCIDENTE ALL'INCROCIO E A E B RIMANGONO ATTACCATI

$\theta = 30°$ $d = 1,87\ m$ $m_A = 1100\ Kg$ $m_B = 1300\ Kg$

$\mu_d = 0,8$ $M = m_A + m_B$ $L_{NC} = \Delta E_K$

$-\frac{1}{2} M v_f^2 = -Mg\, d\, \mu_d$ $v_f = \sqrt{2gd\mu_d} =$

$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = M \vec{v}_f$

x: $m_A v_A + 0 = M v_f \cos\theta$ $v_A = \frac{M v_f \cos\theta}{m_A}$ $v_B = \frac{M v_f \sin\theta}{m_B}$

y: $0 + m_B v_B = M v_f \sin\theta$

URTO ELASTICO

IN UN URTO ELASTICO SI CONSERVA ANCHE L'ENERGIA CINETICA DEL SISTEMA.
LE FORZE INTERNE SONO CONSERVATIVE. $\Rightarrow p_{FIN} = p_{IN}$ e $E_{K_f} = E_{K_i}$

URTO ELASTICO:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} & \leftarrow \text{QUANTITÀ DI MOTO} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 & \leftarrow \text{ENERGIA CINETICA} \end{cases}$$

CASO UNIDIMENSIONALE:

IN QUESTO CASO LA 1ª EQ. DA VETTORIALE DIVENTA EQUAZIONE NORMALE.
NOTE LE MASSE E LE VELOCITÀ INIZIALI OTTENGO LE v_f DALLE 2 EQUAZIONI:

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2) v_{1i} + 2 m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \qquad v_{2f} = \frac{2 m_1 v_{1i} + (m_2 - m_1) v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

CASO PARTICOLARE $m_1 = m_2$: $v_{1f} = \frac{2m v_{2i}}{2m} = v_{2i}$ $v_{2f} = v_{1i}$

CASO PARTICOLARE ② INIZIALMENTE FERMO: $v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_{1i}$ $v_{2f} = \frac{2 m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2}$

a) $m_1 >> m_2$ $v_{1f} \simeq v_{1i}$ $v_{2f} \simeq 2 v_{1i}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 80

CORPO RIGIDO

UN CORPO RIGIDO È UN OGGETTO, O MEGLIO UN SISTEMA DI PUNTI MATERIALI, IN CUI LE DISTANZE RELATIVE NON VARIANO NEL TEMPO

LE FORZE INTERNE HANNO LE SEGUENTI CARATTERISTICHE:

- NO RISULTANTE $\Rightarrow R^{(i)} = 0$
- NO MOMENTO $\Rightarrow M^{(i)} = 0$
- NO LAVORO $\Rightarrow W^{(i)} = 0$

$R^{(e)} = m a_{CM}$ $\Rightarrow$ LE FORZE ESTERNE SONO RESPONSABILI DEL MOTO DEL CENTRO DI MASSA

ESTENDENDO CIÒ CHE SI È VISTO PER UN INSIEME DISCRETO DI PUNTI MATERIALI LE SINGOLE MASSE SARANNO INFINITESIME $\Rightarrow m_i = dm$ $\Rightarrow$ LE SOMME DIVENTANO INTEGRALI

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \longrightarrow \vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r}\, dm}{\int dm}$$

DENSITÀ: $\rho = \frac{dm}{dV}$ DOVE dV È IL VOLUME INFINITESIMO OCCUPATO DA dm

NORMALMENTE LA DENSITÀ È IN FUNZIONE DEL RAGGIO VETTORE $\Rightarrow \rho(\vec{r}) = \frac{dm}{dV}$

NEL CASO BIDIMENSIONALE: LA DENSITÀ: $\sigma = \frac{dm}{dS}$

$$dm = \rho\, dV \Rightarrow \vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r} \rho\, dV}{\int \rho\, dV} \quad \text{SE } \rho \text{ È COSTANTE} \quad \vec{r}_{CM} = \frac{\rho \int \vec{r}\, dV}{\rho \int dV}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r}\, dV}{V_{TOT}}$$

CORPO CONTINUO SOTTOPOSTO ALLA FORZA PESO: $dm \rightarrow g\, dm$

SE FACCIO LA RISULTANTE FORZE EST. $\int g\, dm = g \int dm = mg$ APPLICATA NEL C.M.

$$\vec{M}^{(e)} = \sum_i (\vec{r}_i \times m_i \vec{g}) \quad \text{MA ORA DIVENTA} \quad \vec{M}^{(e)} = \int \vec{r} \times \vec{g}\, dm = \int \vec{r}\, dm \times \vec{g}$$

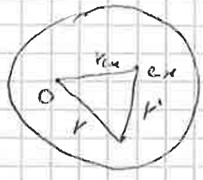
MA $r_{CM} = \frac{\int r\, dm}{\int dm} \rightarrow \int r\, dm = r_{CM} \int dm$ QUINDI $\vec{M}^{(e)} = \left(\vec{r}_{CM} \int dm\right) \times \vec{g} = \vec{r}_{CM} \times m\vec{g}$

PER $E_p^{(e)} = \sum_i m_i g h \rightarrow E_p = \int dm\, g h = g \int h\, dm$ MA ANCHE QUI:

$$h_{CM} = \frac{\int h\, dm}{\int dm} \Rightarrow E_p = g\, h_{CM} \int dm = m g h_{CM}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 80

TEOREMA DI HUYGHENS-STEINER



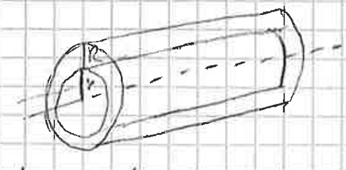
CORPO QUALSIASI CHE RUOTA INTORNO AD O. I_O?

$$I_O = \int r^2 dm = \int (r_{CM} + r')^2 dm = \int (r_{CM}^2 + r'^2 + 2 r_{CM} r') dm =$$

$$= \int r_{CM}^2 dm + \int r'^2 \cdot 2 r_{CM} dm + \int r'^2 dm = m r_{CM}^2 + 2 r_{CM} \int r' dm + I_{CM}$$

$$\vec{r}'_{CM} = \frac{\int r' dm}{\int dm} = \vec{0} \Rightarrow 2 r_{CM} \int r' dm = 0 \Rightarrow I_O = m r_{CM}^2 + I_{CM}$$

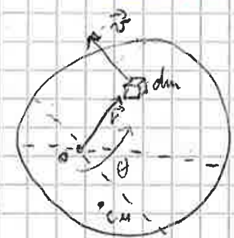
ESEMPIO:



CILINDRO CAVO SPESSORE: dr

$$dm = \rho\, dr \qquad dV = 2\pi r L dr \qquad I_O = \int_0^R r^2 \rho\, 2\pi r L dr = \rho 2\pi L \int_0^R r^3 dr \ldots \Rightarrow I_O = \frac{1}{2} m R^2$$

ENERGIA CINETICA PER LA ROTAZIONE INTORNO AD UN ASSE FISSO



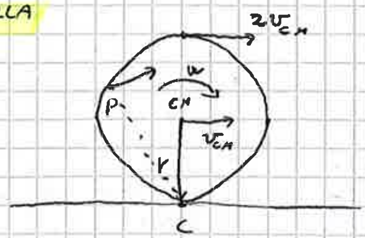
$$E_{CM} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i'^2 = \int \frac{1}{2} dm\, v'^2 \qquad v = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$E_C = \int \frac{1}{2} dm\, r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \int r^2 dm = \frac{1}{2} I_O \omega^2 = E_{CM}$$

ROTOLAMENTO PURO

SE UN CORPO ROTOLA SUL PIANO LE VELOCITÀ DEI SUOI PUNTI NON SONO TUTTE UGUALI.

ROTOLAMENTO PURO: PUNTO DI CONTATTO HA VELOCITÀ NULLA



IN OGNI INTERVALLO DI TEMPO dt È COME SE IL CORPO RUOTASSE INTORNO AD UN ASSE FISSO PASSANTE PER IL PUNTO DI CONTATTO C, CON VELOCITÀ ANGOLARE ω

PER MANTENERE FERMO OGNI PUNTO C NEGLI INTERVALLI dt AGISCE LA FORZA DI ATTRITO STATICO ESERCITATA TRA PIANO E CORPO

VELOCITÀ DI UN QUALSIASI PUNTO P: $v_P = \omega \cdot \overline{PC}$

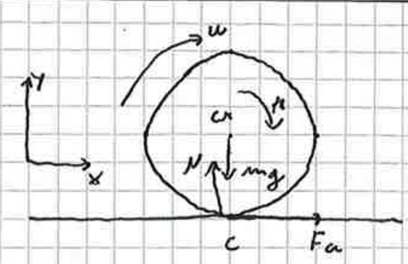
FORMULA VELOCITÀ RELATIVE: $\vec{v} = \vec{v}_{O'} + \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r} \Rightarrow \vec{v}_C = \vec{v}_{CM} + \vec{\omega} \times \vec{r}$

MA $v_C = 0$ PERCHÉ ROTOLAMENTO PURO $\Rightarrow \vec{v}_{CM} = -\vec{\omega} \times \vec{r}$

CON MODULO: $v_{CM} = \omega R$ E $a_{CM} = \alpha r$

NEL COMPLESSO IL ROTOLAMENTO PURO SI PUÒ VEDERE COME UNA ROTO-TRASLAZIONE

2° CASO (GENERATO DA UN MOTORE):



INVECE DI APPLICARE UNA FORZA $\vec{F}$, PER AVERE UN MOTO DI ROTOLAMENTO PURO, SI PUÒ ANZI APPLICARE ALL'ASSE UN MOMENTO COSTANTE M.

$\Downarrow$

FA SLITTARE C VERSO SX $\Rightarrow$ $\vec{F}_a$ HA LO STESSO VERSO DEL MOTO

EQUAZIONI CARDINALI:
$$\begin{cases} \vec{F}_{tot} = m\vec{a}_{cm} & \rightarrow \text{TRASLAZIONE} \\ \vec{M}_{cm} = \dfrac{d\vec{L}_{cm}}{dt} & \rightarrow \text{ROTAZIONE} \end{cases}$$

TRASLAZIONE (MOTO DI CM):
$$\begin{cases} F_a = m a_{cm} \\ N - mg = 0 \end{cases}$$

ROTAZIONE (POLO CM): $M + 0 + 0 + r \times F_a = I_{cm}\alpha \Rightarrow M - rF_a = I_{cm}\dfrac{a_{cm}}{r}$

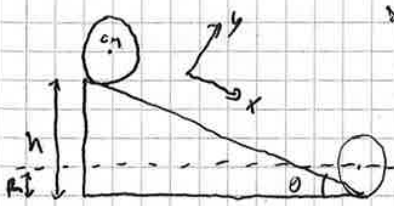
OTTENGO:
$$\begin{cases} F_a = m a_{cm} \\ F_a = \dfrac{M}{r} - \dfrac{I_{cm} \cdot a_{cm}}{r^2} \end{cases} \dots \Rightarrow a_{cm} = \frac{M}{mr\left(1 + \frac{I_{cm}}{mr^2}\right)} \qquad F_a = \frac{M}{r\left(1 + \frac{I_{cm}}{mr^2}\right)}$$

$M \leq \mu_s mg r \left(1 + \dfrac{I}{mr^2}\right) = M_{LIM}$ OLTRE NON È PIÙ ROTOLAMENTO PURO

$E_c = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + E'_{cm} = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$ MA $I = \frac{1}{2}mr^2$

$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mr^2\omega^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{4}mv_{cm}^2$

ESERCIZIO



DATI: $m, R, I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2, h, \theta$ $\quad a_{cm}?\ v_f?$

x: $m a_{cm} = P\sin\theta - F_a$

y: $0 = N - P\cos\theta \Rightarrow N = mg\cos\theta$

$\vec{M}_{cm} = \dfrac{d\vec{L}_{cm}}{dt} \rightarrow RF_a = I_{cm}\alpha \quad F_a = \dfrac{I_{cm}}{R^2}\cdot a_{cm} = \dfrac{m a_{cm}}{2}$

$$\begin{cases} m a_{cm} = mg\sin\theta - \dfrac{m a_{cm}}{2} \\ F_a = \dfrac{m a_{cm}}{2} \end{cases} \longrightarrow \frac{3}{2}\cancel{m} a_{cm} = \cancel{m}g\sin\theta \quad a_{cm} = \frac{2g\sin\theta}{3}$$

$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_{cm}^2 + \frac{1}{4}\cancel{m}v_{cm}^2 \qquad v_{cm} = 2\sqrt{\frac{gh}{3}} = v_f$

- E_{CIN} VARIA ⇒ C'È LAVORO $\mathcal{L} = E_{C_{fin}} - E_{C_{IN}} = \frac{1}{2} I_z \omega_f^2 - \frac{1}{2} I_z \omega_i^2$

IN FORMA INFINITESIMA: $dL = dE_{CIN}$ $\quad dE_c = \frac{1}{\cancel{2}} I_z\, \cancel{2}\omega\, d\omega$ → DERIVATA ω^2

$dE_c = I_z \omega\, d\omega \qquad \omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt} \qquad d\omega = \alpha\, dt$

$\Rightarrow dL = I_z \frac{d\theta}{\cancel{dt}} \alpha \cdot \cancel{dt} = I_z\, d\theta\, \alpha$ MA $I_z \vec{\alpha} = \vec{M}_z \Rightarrow dL = M_z\, d\theta$

PASSO AGLI INTEGRALI: $L = \int_0^\theta M_z\, d\theta$ SE $\vec{L} /\!/ \omega$ (MOMENTO ANGOLARE) $\quad L = \int_0^\theta M\, d\theta$ (LAVORO)

- POTENZA: $P = \frac{dL}{dt} = M_z \frac{d\theta}{dt} = M_z \omega$

- IMPULSO ANGOLARE: $J = \int_0^t F\, dt = \Delta p$ ← IMPULSO CLASSICO

$\int_{t_1}^{t_2} M\, dt = \Delta \mathcal{L}$ ← IMPULSO ANGOLARE $\quad \Delta \mathcal{L} = r \times J$ → MOMENTO DELL'IMPULSO

- SE $\vec{R}^{(e)} = 0$ IL CM SI MUOVE DI MOTO RETTILINEO UNIFORME, MA NON È DETTO CHE IL MOTO DEI SINGOLI PUNTI DEL CORPO SIA RETTILINEO UNIFORME ⇒ $p = m v_{CM}$
- SE $\vec{M} = 0$ IL MOMENTO ANGOLARE $\vec{L}$ RESTA COSTANTE IN DIREZIONE, MODULO E VERSO
- IL MOMENTO ANGOLARE SI CONSERVA (DUE SFERETTE LUNGO UN'ASTA CHE SI AVVICINANO)

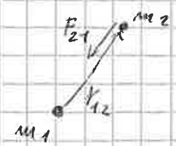
$\Rightarrow L_2 = L_1 \qquad L = I\omega \qquad I = 2mr^2$ ⇒ SE r DIMINUISCE E PERCIÓ I DIMINUISCE ⇒ ω AUMENTA E VICEVERSA, OVVERO: SE $r_2 < r_1$ ALLORA $\omega_2 > \omega_1$ ⇒ $\omega_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \omega_1$

↓

L'ENERGIA PERÓ NON SI CONSERVA, INFATTI $E_c = \frac{L^2}{2I}$ PERCIÓ CI SARÀ UN LAVORO: $\mathcal{L} = \frac{L^2}{2I_f} - \frac{L^2}{2I_i}$

PER IL VETTORE $\vec{F}$ SERVIRÀ UN VERSORE: $\vec{u}_r$ RADIALE.

IL SEGNO '−' INDICHERÀ $\vec{u}_r$ (VERSO OPPOSTO A $\vec{u}_r$)



$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$

$\Rightarrow$ FORZA GRAVITAZIONALE $\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$ $\quad$ $\vec{u}_r$ VARIA A SECONDA DI CHE FORMA PRENDO

- AD OGNI ISTANTE LA VELOCITÀ È SEMPRE TANGENTE ALLA TRAIETTORIA, MENTRE LA FORZA (E QUINDI L'ACCELERAZIONE) È SEMPRE DIRETTA LUNGO LA CONGIUNGENTE TRA IL PUNTO DOVE SI TROVA LA MASSA ED IL CENTRO DEL PIANETA (TERRA, SOLE ECC.)

- SE L'OGGETTO PRESENTA UNA DISTRIBUZIONE OMOGENEA DI MASSA CON UNA SIMMETRIA SFERICA SI PUÒ DIMOSTRARE CHE LA F_G ESERCITATA DALL'OGGETTO SUI CORPI ALL'ESTERNO È LA STESSA CHE SE FOSSE UN OGGETTO PUNTIFORME CON LA STESSA MASSA

FORZA ELETTROSTATICA

LA FORZA ELETTROSTATICA È MOLTO PIÙ INTENSA DI QUELLA GRAVITAZIONALE

FORZA ELETTROSTATICA TRA DUE CARICHE PUNTIFORMI: $\vec{F}_e = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}_r$

CON K COSTANTE $K = 9 \cdot 10^9 \ Nm^2/C^2$ $\quad K = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}$ DOVE $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \ C^2/Nm^2$

$\hookrightarrow$ COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO

LA CARICA PUÒ AVERE SOLO MULTIPLI INTERI (È IN QUANTITÀ DISCRETE, QUANTIZZATA)

FORZE CENTRALI

LA FORZA DI GRAVITÀ E LA FORZA DI COULOMB SONO ESEMPI DI FORZE CENTRALI

CARATTERISTICA: $\vec{F}(r_{12}) = F(r_{12}) \cdot \vec{u}_r$ $\qquad \vec{u}_r = \frac{\vec{r}_{12}}{\|\vec{r}_{12}\|}$

- IL LAVORO DI UNA FORZA CENTRALE NON DIPENDE DAL PERCORSO: $\mathcal{L}_{AB} = \int_A^B F ds$

$\Downarrow$

SONO FORZE CONSERVATIVE $\Rightarrow$ CON UN PERCORSO CHIUSO IL LAVORO È NULLO

- $\vec{M}_0 = \frac{d\vec{L}_0}{dt}$ MA $\vec{M}_0 = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}_0}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L}_0$ È COSTANTE

VELOCITÀ AREOLARE GENERICA: $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$ $\qquad r^2 \frac{d\theta}{dt}$ È COSTANTE $\Rightarrow$ ANCHE $\frac{dA}{dt}$

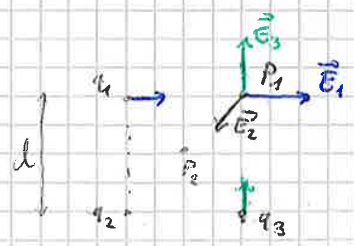
IN PROSSIMITÀ DELLA SUPERFICIE TERRESTRE: $\vec{H} = \vec{g}$

MASSE E CARICHE NON PUNTIFORMI (CIOÈ DISTRIBUITE) E NON AVENTI SIMMETRIE CIRCOLARI:

$$\vec{E} = K \int_Q \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

ESERCIZIO 10.2

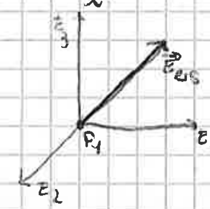
$l = 2\,m$ $\quad q_1 = 1 \cdot 10^{-8}\,C$ $\quad q_2 = -1 \cdot 10^{-8}\,C$ $\quad q_3 = 1 \cdot 10^{-8}\,C$



E_{P_1}? $\quad E_{P_2}$? $\quad F_{P_2}$? SE IN P_2 HO $q = 2\,\mu C$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \qquad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

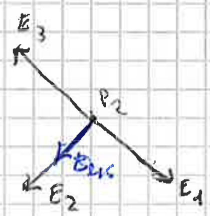
$$\|\vec{E}_1\| = K \frac{q_1}{l^2} \qquad \|\vec{E}_3\| = K \frac{q_3}{l^2} \qquad \text{MA } q_1 = q_3 \Rightarrow \|\vec{E}_1\| = \|\vec{E}_3\| \qquad \|\vec{E}_2\| = K \frac{q_2}{(l\sqrt{2})^2}$$



$$x: \quad K \frac{q_1}{l^2} - K \frac{q_2}{2l^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \frac{4K|q_1| - \sqrt{2}K|q|}{4l^2}$$

$$y: \quad \text{UGUALE ALLA } x \Rightarrow \frac{4K|q| - \sqrt{2}K|q|}{4l^2}$$

$$\|\vec{E}_{P_1}\| = \sqrt{E^2_{x_{P_1}} + E^2_{y_{P_1}}} = 20,57\ N/C$$



$$x: \quad \frac{K|q|}{\left(l\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cancel{2}\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} \frac{K|q|}{\left(l\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \rightarrow \frac{\cancel{2}K|q|\sqrt{2}}{l^2 \cdot \cancel{2}} - \frac{2\sqrt{2}K|q|}{l^2}$$

$$x: \quad -\frac{K|q|\sqrt{2}}{l^2} \qquad \text{IDEM PER } y$$

$$\|\vec{E}_{P_2}\| = \sqrt{E^2_{x_{P_2}} + E^2_{y_{P_2}}} = 45\ N/C \qquad F_{P_2} = q \cdot E_{P_2} = 2\mu C \cdot 45\ N/C = 90 \cdot 10^{-6} N = 90\,\mu N$$

TEOREMA DI GAUSS PER IL CAMPO ELETTRICO (GRAVITAZIONALE)

IL FLUSSO SI CALCOLA SEMPRE ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA

$$\Phi(E) = \oint E \cdot u_n \, dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i = \frac{Q_{INTERNA}}{\varepsilon_0} \qquad \Phi(H) = \oint H \cdot u_n \, dS = 4\pi G \cdot M_{INTERNA}$$

IL CAMPO E NELL' INTEGRALE DEL FLUSSO È IL CAMPO DOVUTO A TUTTE LE PARTICELLE CARICHE, INTERNE ED ESTERNE ALLA SUPERFICIE CONSIDERATA, MA IL FLUSSO ATTRAVERSO L' INTERA SUPERFICIE È DOVUTO SOLTANTO ALLE CARICHE CHE SI TROVANO ALL' INTERNO

1) $\Phi(E)$? E GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME q ATTRAVERSO UNA GENERICA SUPERFICIE CHIUSA S CHE LA CONTIENE, SU UN QUALSIASI PUNTO DISTANTE r DA q.

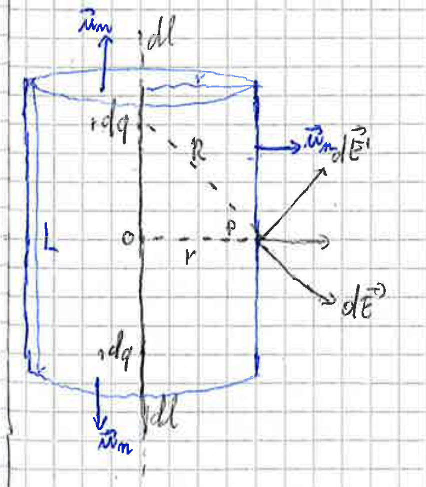
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{u}_r \quad \text{DOVE } \vec{u}_r \text{ È IL VERSORE DEL VETTORE DI } r$$

$$\Phi(E) = \oint E \cdot u_n \, dS = \underbrace{\cancel{u_n \cdot u_r}}_{1} \, dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint \frac{dS}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint d\Omega$$

MA NELLA SFERA $\oint d\Omega = 4\pi \implies \Phi(E) = 4\pi \cdot \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

SE AVESSI PIÙ CARICHE: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i} \vec{u}_{r_i} \implies \Phi(E) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$

CAMPO ELETTRICO DI UN FILO



SO CHE dE_{RIS} SARÀ DIRETTO VERSO x. USO GAUSS:

SUPERFICIE CHIUSA: CILINDRO RAGGIO r LUNGHEZZA L

$$\oint \vec{E} \vec{u}_n \, dS = \int_{S_L} \vec{E} \vec{u}_n \, dS + \int_{S_b + S_{sup}} \vec{E} \cdot \vec{u}_n \, dS$$

NELLE DUE AREE DI BASI $u_n \perp E \implies \Phi = 0$

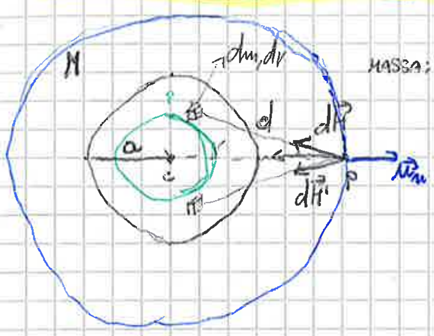
$$\implies \oint \vec{E} \vec{u}_n \, dS = \int_{S_L} \vec{E} \vec{u}_n \, dS \quad \text{MA } \vec{E} \parallel u_n$$

$$\implies \int_{S_L} \vec{E} \vec{u}_n \, dS = \int_{S_L} E \, dS = E \int_{S_L} dS \qquad \int_{S_L} dS = \text{SUP LATERALE CILINDRO} = 2\pi r L$$

$$\implies \oint \vec{E} \vec{u}_n \, dS = E \, 2\pi r L \quad \text{MA } 2\pi r L E = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0} \qquad \lambda = \frac{dq}{dl} \implies \text{IN } L, \; Q_{TOT} = \lambda L$$

$$2\pi r \cancel{L} E = \frac{\lambda \cancel{L}}{\varepsilon_0} \implies E_{FILO} = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} \quad \text{(MODULO DEL CAMPO)}$$

CAMPO GRAVITAZIONALE TERRA



MASSA: M

GAUSS: SFERA DI RAGGIO $\overline{CP}$ (r) CONCENTRICA ALLA TERRA

$$\Phi = \oint \vec{H}\, \vec{u}_n\, dS = 4\pi G \sum m_i$$

$$H \oint dS = 4\pi G \int dm$$

$$H\, \cancel{4\pi} r^2 = \cancel{4\pi} G M \qquad \boxed{H = \frac{GM}{r^2}} \quad \Rightarrow \text{MODULO}$$

SE r FOSSE $< a$ (OVVERO P INTERNO): $\oint \vec{H}\vec{u}_n\, dS = H \oint dS = H\, 4\pi r^2$

$$\cancel{4\pi} G m = H \cancel{4\pi} r^2 \qquad \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{4/3\, a^3 \pi} \qquad m = \rho V_{int} = \rho\, \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$m = \frac{3M}{4\pi a^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad m = \frac{M r^3}{a^3} \qquad G\frac{M r^3}{a^3} = H r^2 \qquad H = \frac{GMr}{a^3}$$

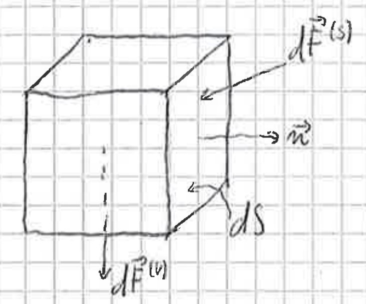
POTENZIALE

LAVORO NON DIPENDE DAL PERCORSO PERCHÉ FORZE CONSERVATIVE: $\mathcal{L} = \int_a^b F\, ds$

$$\vec{F}_G = -G\frac{mM}{r^2}\vec{u}_r \qquad E_{p_G} = -G\frac{mM}{r} \qquad \frac{dE_p}{dr} = G\frac{Mm}{r^2} \qquad \boxed{\vec{F} = -\nabla E_p} \qquad \nabla = \text{GRADIENTE}$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$ (3 DERIVATE PARZIALI, OGNUNA ORIENTATA)

GRAVITAZIONALE	ELETTROSTATICO
$E_p = -G\frac{mM}{r}$	$E_p = k\frac{q_1 q_2}{r}$
$\downarrow$	$\downarrow$
$V = \frac{E_p}{m} = -G\frac{M}{r}$	$V = \frac{E_p}{q_2} = k\frac{q_1}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r}$ $\quad J/C \Rightarrow V$ (volt)
$\vec{H} = -\nabla V$	$\vec{E} = -\nabla V$
$\mathcal{L} = \int_A^B \vec{F} ds = \int_A^B m\vec{H} ds = m\int_A^B \vec{H} ds$	$\mathcal{L} = \int_A^B \vec{F} ds = \int_A^B q_2 \vec{E} ds$ CON ANALOGHI
$\mathcal{L} = -(\Delta E_p) = \int_A^B \vec{H} ds = -\frac{E_B - E_A}{m}$	PASSAGGI: $\mathcal{L} = -q_2 \Delta V$ $\quad \Delta V = -\int_A^B E\, ds$
$\Rightarrow \mathcal{L} = m(V_A - V_B) = -m\Delta V$	



$$F_t^{(s)} \Rightarrow \frac{dF_t^{(s)}}{dS} = \tau$$

$$F_n^{(s)} \Rightarrow \frac{dF_n^{(s)}}{dS} = p$$

SCALARI

FORZE DI VOLUME: $dF^{(V)} = g\,dm = g\,\rho\,dV$

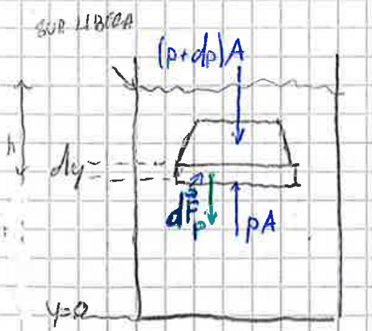
FORZE DI SUPERFICIE:
- SFORZO DI TAGLIO: $\tau = \frac{dF^{(s)}}{dS}$
- SFORZO NORMALE: $p = \frac{dF_n^{(s)}}{dS}$

LAVORO DELLE FORZE DI PRESSIONE

$$\mathcal{L} = \int \vec{F}\,d\vec{l} = \int \vec{F}_n\,dl \qquad F_n = pS \qquad S\,dl = dV \Rightarrow \mathcal{L} = \int p\,dV$$

EQUILIBRIO DI UN FLUIDO IN PRESENZA DI FORZA PESO

FLUIDO IN QUIETE $\Leftrightarrow$ TUTTI GLI ELEMENTI HANNO ACCELERAZIONE E VELOCITÀ NULLA



PICCOLO ELEMENTO DI VOLUME IN FLUIDO IN EQUILIBRIO: dm

FORZA ESTERNA DI VOLUME: FORZA PESO $dF_v = -g\,dm = -g\,\rho\,\underbrace{A\,dy}_{dV}$

FORZA DI PRESSIONE: $dF_p = pA - (p+dp)A$

FLUIDO IN QUIETE: $dF_p + dF_v = 0$

$$pA - (p+dp)A - g\rho A\,dy = 0 \qquad dp\,A = -g\rho A\,dy$$

$$dp = -g\,\rho\,dy \qquad \text{SE } \rho \text{ È COSTANTE: } \int_{p_1}^{p_2} dp = -\rho g \int_{y_1}^{y_2} dy$$

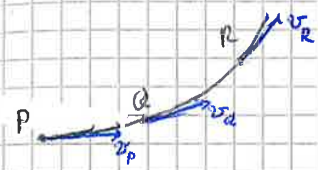
COSÌ OTTENGO $p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1) \rightarrow$ LEGGE DI STEVINO

SE y_2 È SULLA SUPERFICIE LIQUIDA DEL LIQUIDO $\rightarrow p_2 = p_0$ (PRESSIONE ATMOSFERICA)

$p_1 = p_0 + \rho g h$ PESO DI COLONNA DI LIQUIDO ALTA h: $\boxed{P = \rho h g}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 80

TUBI DI FLUSSO



v_P, v_Q, v_R

OGNI PARTICELLA CHE ARRIVA NEI DIVERSI PUNTI P, Q, R HA VELOCITÀ

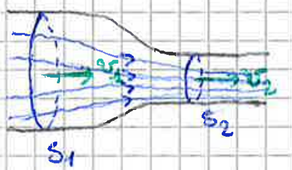
- DUE LINEE DI FLUSSO NON POSSONO MAI INCROCIARSI
- L'INSIEME DELLE LINEE DI FLUSSO È COSTANTE

- INSIEME DI LINEE DI FLUSSO PASSANTI PER UNA LINEA CHIUSA ⇒ TUBO DI FLUSSO

⇒ LA VELOCITÀ DELLE PARTICELLE DI FLUIDO CHE SI MUOVONO SULLA SUPERFICIE È // ALLA SUPERFICIE

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

TUBO DI FLUSSO DI SEZIONE INFINITESIMA dS, ORTOGONALE ALLE LINEE DI CORRENTE.



IL PRODOTTO $dq = v\,dS$ È DETTO PORTATA DEL TUBO DI FLUSSO E RAPPRESENTA IL VOLUME CHE PASSA IN S IN UN SECONDO

FLUIDO IDEALE ⇒ INCOMPRIMIBILE ⇒ ~~VELOCITÀ~~ DENSITÀ COSTANTE

SE SIAMO IN REGIME STAZIONARIO (CONFIGURAZIONE LINEE DI CORRENTE RIMANE IMMUTABILE)

⇓

LA PORTATA È LA STESSA IN QUALSIASI SEZIONE ⇒ $v\,dS = \text{COSTANTE}$

PORTATA: $q = \int_S dq = \int_S v\,dS = v_m S$ $\quad v_m$ = VELOCITÀ MEDIA NEI VARI PUNTI DI S

⇒ $q = v_m S = \text{COSTANTE}$ (EQUAZIONE DI CONTINUITÀ)

IL FLUIDO QUINDI PUÒ ESSERE:

- NON VISCOSO ⇒ ATTRITO INTERNO TRASCURABILE
- INCOMPRIMIBILE ⇒ DENSITÀ DEL FLUIDO COSTANTE
- STAZIONARIO ⇒ VELOCITÀ IN OGNI PUNTO COSTANTE NEL PUNTO
- IRROTAZIONALE ⇒ MOMENTO ANGOLARE DEL FLUIDO NULLO

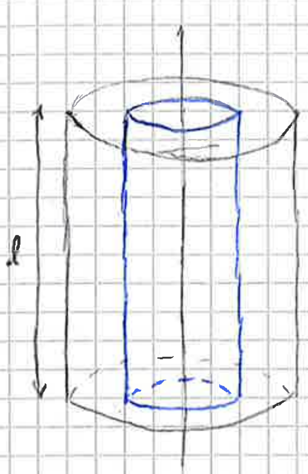
FLUIDO IN QUIETE ⇒ FORZE NORMALI ALLA SUPERFICIE

MOTO LAMINARE (FLUIDO REALE) (APPROFONDIMENTO)

FLUIDO REALE $\Rightarrow \eta \neq 0 \Rightarrow$ - PRESENZA ATTRITI INTERNI

- ESISTENZA FORZE TANGENZIALI $\Rightarrow$ SCORRONO FLUIDI SU ALTRI STRATI DEL FLUIDO

MOTO LAMINARE: REGIME È STAZIONARIO, CON LINEE DI CORRENTE COSTANTI NEL TEMPO



FLUIDO SCORRE IN UN CONDOTTO CILINDRICO DI RAGGIO R.
IN QUESTO MOTO IL FLUIDO A CONTATTO CON LE PARETI DEL CONDOTTO È FERMO. AVVICINANDOSI ALL'ASSE DEL CONDOTTO LA VELOCITÀ AUMENTA. $\Rightarrow$ ABBIAMO STRATI CILINDRICI COASSIALI DI FLUIDO CHE SCORRONO L'UNO DENTRO L'ALTRO CON VELOCITÀ DIVERSE. v MAX SULL'ASSE.

FORZA NECESSARIA PER MANTENERE IL MOTO LAMINARE TRA DUE LASTRE DI FLUIDO DISTANTI h IN REGIME STAZIONARIO È: $F = \eta S \frac{v}{h}$

- CONDOTTO ORIZZONTALE LUNGO ℓ CON DIFFERENZA DI PRESSIONE $P_1 - P_2$ AGLI ESTREMI:

v MAX IN $r=0$

$$v(r) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta\ell}(R^2 - r^2) \qquad v_{MAX} = \frac{P_1 - P_2}{4\eta\ell} R^2$$

LA PORTATA DEL CONDOTTO: $q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{P_1 - P_2}{\ell}$ $\qquad r$ = DISTANZA LASTRA–PARETE

MOTO VISCOSO (FLUIDO REALE)

SI FORMANO VORTICI VISIBILI ALL'INTERNO DEL FLUIDO.

$R_e = \rho \frac{vR}{\eta}$ $\qquad \rho$ = DENSITÀ FLUIDO $\quad R$ = RAGGIO CONDOTTO $\quad$ (SOPRA I 2000/2200 MI SEMBRA SIA VORTICOSO)

$n°$ DI REYNOLDS $\qquad R_e < 1200 \Rightarrow$ MOTO LAMINARE $\qquad R_e > 1200$ TRANSIZIONE

$$\frac{P_1 - P_2}{\ell} = \frac{K}{R} \frac{\rho v_m^2}{2}$$

RESISTENZA DEL MEZZO: $F_{res} = \frac{1}{2} c S \rho v^2$

c = COEFF. ADIMENSIONALE CHE DIPENDE DALLA FORMA

IL CALORE (L'ENERGIA TERMICA) È COSTITUITA DALLA SOMMA DELLE ENERGIE CINETICHE E POTENZIALI DELLE PARTICELLE CHE COSTITUISCONO IL SISTEMA (O L'AMBIENTE)

- $Q > 0$ ENERGIA FORNITA DALL'AMBIENTE AL SISTEMA
- $Q < 0$ ENERGIA CEDUTA DAL SISTEMA ALL'AMBIENTE

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

IL CALORE E IL LAVORO SCAMBIATI DIPENDONO DAL PERCORSO.

LA QUANTITÀ $Q - \mathcal{L}$ È INDIPENDENTE INVECE DAL PERCORSO SCELTO.

$\Downarrow$

$Q - \mathcal{L}$ RAPPRESENTA IL CAMBIAMENTO DI UNA PROPRIETÀ INTRINSECA (ENERGIA INTERNA)

$\Downarrow$

- DIFFERENZA ENERGIA INTERNA: $\Delta U = Q - \mathcal{L}$ $\qquad dU = dQ - d\mathcal{L}$

- $\mathcal{L} > 0$ LAVORO COMPIUTO DAL SISTEMA
- $\mathcal{L} < 0$ LAVORO COMPIUTO SUL SISTEMA

TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

TRASFORMAZIONE ADIABATICA: $Q = 0$ (~~TRASFORMAZIONE CICLICA~~)

TRASFORMAZIONE REVERSIBILE: AVVIENE ATTRAVERSO STADI DI EQUILIBRIO E IN ASSENZA DI QUALUNQUE FORZA DISSIPATIVA

TRASFORMAZIONE IRREVERSIBILE: AVVIENE ATTRAVERSO STADI DI NON EQUILIBRIO E/O CI SONO FORZE DISSIPATIVE

CAPACITÀ TERMICA

TRASFERIMENTO CALORE $\Rightarrow$ VARIAZIONE TEMPERATURA; IL COEFFICENTE DI PROPORZIONALITÀ È LA CAPACITÀ TERMICA C:

$Q = C\Delta T$ UNITÀ J/K $\rightarrow$ (CAPACITÀ TERMICA)

CALORE SPECIFICO: $c = C/m$ $\Rightarrow$ $Q = cm\Delta T$ UNITÀ J/KgK

I CAMBIAMENTI DI STATO AVVENGONO A TEMPERATURA COSTANTE