



Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2452A

ANNO: 2019

A P P U N T I

STUDENTE: Patruno Marco

MATERIA: Motori per Aeromobili - Esercitazioni - Prof. Pastrone

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

POLITECNICO DI TORINO
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale



ESERCITAZIONI "MOTORI PER AEROMOBILI"

Professore:Dario Giuseppe Pastrone

Studente:Marco Patruno

Motori per Aeromobili - Esercitazione 1

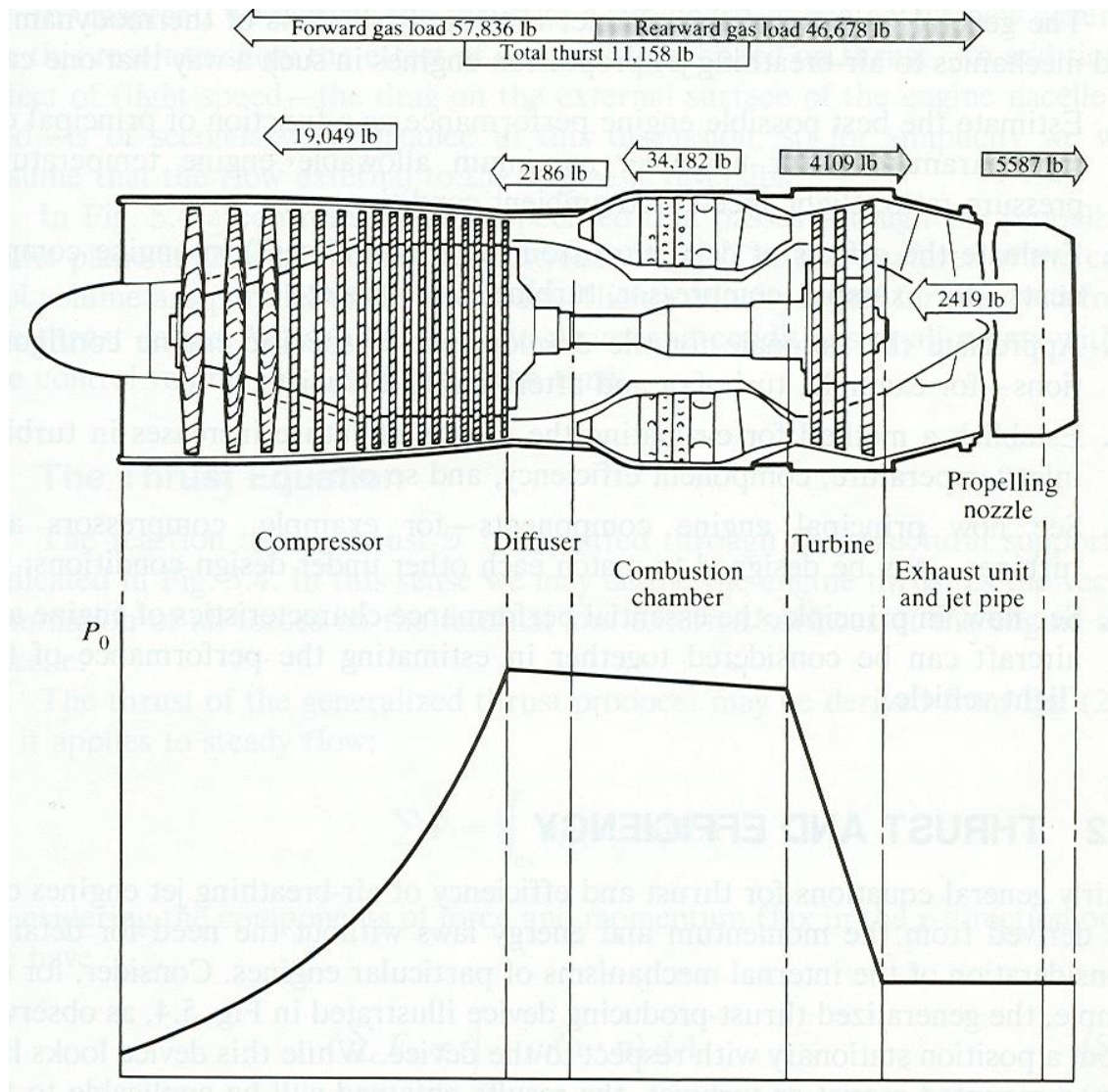
Spinta lorda, contributo alla spinta dato dall'ugello ed adattamento della spinta

Si consideri un ugello semplicemente convergente.

Nella sezione di ingresso ugello, di area 0.15 m^2 , regna una temperatura totale pari a 1000 K , una pressione totale di 3 bar e una pressione statica pari a 2.6 bar . Il gas ha una costante di 287 J/kgK e l'esponente dell'isentropica pari a $4/3$. Sapendo che la pressione ambiente vale 1 bar si valutino

1. la spinta lorda
2. la forza esercitata sul condotto
3. i vantaggi che si avrebbero aggiungendo un divergente per adattare la spinta

NB: l'ugello è sede di un contributo negativo alla spinta. Peraltro serve per mantenere il livello di pressione all'interno del propulsore (vedi figura sottostante che mostra la distribuzione di spinta e pressione nel caso di un turbogetto monoflusso).



Calcolo spinta lorda

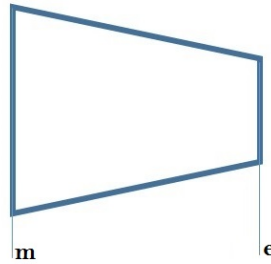


Fig.2: Ugello semplicemente convergente

Per prima cosa si calcola il Mach nella sezione di ingresso m , partendo dalla definizione di isentropica e i dati della pressione:

$$\frac{p_m^o}{p_m} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_m^2\right)^{\gamma/\gamma-1} \rightarrow \boxed{M_m = 0.4675}$$

Ora é possibile valutare la portata nella sezione di ingresso, che si manterrà costante all'interno dell'ugello:

$$\dot{m} = \frac{p^o A}{\sqrt{RT^o}} f(M_m) = \frac{p^o A}{\sqrt{RT^o}} \cdot \frac{\sqrt{\gamma} M_m}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_m^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \rightarrow \boxed{\dot{m} = 40 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

Ora passiamo alle grandezze riguardanti la sezione di uscita, partendo dalla velocità : $w_e = M_e \cdot c_e$

Per quanto riguarda il M_e si ragiona sull'ugello, é un semplicemente convergente e il fluido é in regime subsonico pertanto verrà accelerato. La massima accelerazione possibile é quella del caso *critico* dove nella sezione di gola il Mach é pari a 1. Dato che l'evoluzione nell'ugello é isentropica possiamo calcolare il rapporto di espansione β_{cr} nel caso di espansione critica con Mach pari a 1 in gola:

$$\frac{p_m^o}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\right)^{\gamma/\gamma-1} = \beta_{cr} = 1.85$$

Dai dati:

$$\frac{p_m^o}{p_e} = 3 > 1.85$$

Questo vuol dire che l'ugello é **critico**, pertanto il Mach in gola é pari a 1. Si passa al calcolo della temperatura e della velocità del suono:

$$T_e = \frac{T_m^o}{1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot (1)} = 858.4K \rightarrow \boxed{c_e = w_e = \sqrt{\gamma RT_e} = 572.4 \frac{m}{s}}$$

La pressione statica é pari a quella critica:

$$p_e = \frac{p_m^o}{\beta_{cr}} \rightarrow \boxed{p_e = 161933 \text{ Pa}}$$

Infine si calcola l'area della sezione A_e . La portata si conserva (come la temperatura e pressione totali), quindi invertendo la formula della portata nella sezione di uscita si ottiene:

$$A_e = \frac{\dot{m} \sqrt{RT^o}}{p^o} \cdot \frac{1}{\Gamma} \quad \text{dove} \quad \Gamma = f(1) = \frac{\sqrt{\gamma}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = 0.673$$

$$\boxed{A_e = 0.106 \text{ m}^2}$$

Adattamento ugello e vantaggi conseguenti

Consideriamo la figura 3b, in cui è riportato il bilancio di pressione per una sezione convergente di ugello. Se l'ugello fosse divergente, la situazione sarebbe il duale di quella raffigurata, pertanto anche l'ugello contribuirebbe alla spinta. Però l'espansione è conveniente fino alla condizione di adattamento ($p_e = p_0$), poiché se sovraespandiamo la componente orizzontale risulta all'indietro come nel caso dell'ugello convergente.

Si valuta il guadagno di spinta lorda (tutte le quantità dell'ugello adattato hanno l'apice '):

$$\frac{S'_j}{S_j} = \frac{\dot{m} w'_e + A_e \cancel{(p_0 - p_0)}}{\dot{m} w_e + A_e (p_e - p_0)} = \frac{\dot{m} w'_e}{\dot{m} w_e + A_e (p_e - p_0)}$$

$$\frac{S'_j}{S_j} = \frac{w'_e/w_e}{1 + X_s}, \text{ dove } X_s = \frac{A_e (p_e - p_0)}{\dot{m} w_e}$$

Il divergente non influisce sul convergente in quanto la gola è sonica pertanto nessun tipo di disturbo può risalire fino al convergente. Il rapporto delle velocità di uscita si ricava dall'entalpia totale che è costante ed uguale nei due ugelli poiché in assenza di urti l'evoluzione nell'ugello è isoentropica, quindi anche adiabatica:

$$h_e^o = c_p T_m^o = c_p T_e + \frac{w_e^2}{2} = c_p T'_e + \frac{w_e'^2}{2}$$

$$\frac{w'_e}{w_e} = \sqrt{1 + \frac{2c_p(T_e - T'_e)}{w_e^2}} = \sqrt{1 + \frac{2\gamma R}{\gamma - 1} T_e \left(1 - \frac{T'_e}{T_e}\right) \frac{1}{w_e^2}} \quad \left(c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}\right)$$

Poiché:

$$\frac{\gamma R T_e}{w_e^2} = \frac{c_e^2}{w_e^2} = \frac{1}{M_e^2} = 1 \quad \frac{T'_e}{T_e} = \left(\frac{p'_e}{p_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow (p'_e = p_0) \rightarrow \left(\frac{p_0}{p_e}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\frac{w'_e}{w_e} = \sqrt{1 + \frac{2}{(\gamma - 1)} \left(1 - \frac{p_0}{p_e} \frac{\gamma-1}{\gamma}\right)} \rightarrow \boxed{\frac{w'_e}{w_e} = 1.30}$$

Passiamo al calcolo del termine X_s :

$$X_s = \frac{A_e (p_e - p_0)}{\dot{m} w_e} = \frac{\gamma}{\gamma} \cdot \frac{\cancel{A_e} p_e (1 - p_0/p_e)}{\rho_e w_e \cancel{A_e} w_e} = \frac{\gamma R T_e}{\gamma w_e^2} \left(1 - \frac{p_0}{p_e}\right) = \frac{1}{\gamma M_e^2} \left(1 - \frac{p_0}{p_e}\right)$$

$$\boxed{X_s = 0.287}$$

Abbiamo tutto ciò che ci serve:

$$\boxed{\frac{S'_j}{S_j} = 1.0075 \approx 1.01}$$

Il guadagno che si riporta è dell'1%. Alla luce di questa analisi possiamo dire che l'adattamento non è necessario poiché per ottenere un guadagno così basso dovremmo aggiungere una sezione divergente all'ugello, aumentandone il peso e la complessità. Se avessimo analizzato invece ciò che accade in un lanciatore, dove le pressioni sono molto alte, allora β sarebbe stato molto maggiore con un recupero di spinta più grande che avrebbe reso conveniente l'adattamento.

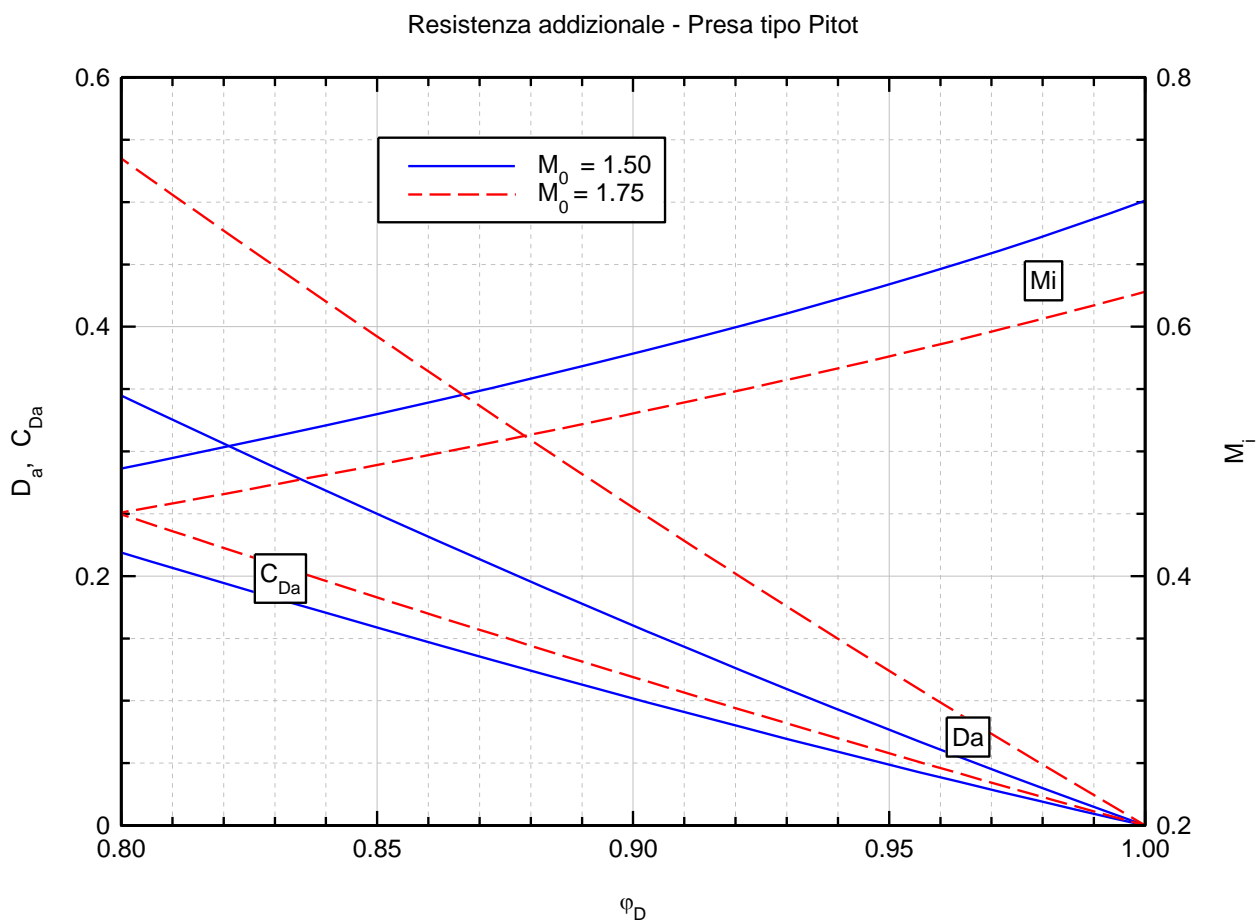
Motori per Aeromobili

Esercitazione 2

Valutazione della resistenza addizionale – caso della presa tipo Pitot in volo supersonico

Si consideri una presa d'aria tipo Pitot.

1. Si esprima la resistenza addizionale (forma adimensionata e coefficiente), identificando i parametri da cui dipende
2. Si consideri un Mach di volo 1.5
 - a. Si valuti la resistenza addizionale per un caso di funzionamento subcritico della presa.
 - b. Supponendo che l'area di uscita della presa sia 1.25 volte l'area di ingresso, si valuti la portata corretta in uscita presa che determina la condizione scelta.



Valutazione resistenza addizionale D_A

La *resistenza addizionale* è il contributo dato alla spinta dalle forze sul tubo di flusso che va dalla sezione 0 a quella i , è detta anche spinta pre-ingresso. Dal punto di vista del motore è una perdita propulsiva:

$$S_{INT} = S - D_A \quad \longrightarrow \quad D_A = (SF)_i - (SF)_0 = \int_{A_0}^{A_i} (p - p_0) dA_x$$

$$SF = \dot{m}w + A_i(p - p_0)$$

$$D_A = \dot{m}w_i + A_i(p_i - p_0) - [\dot{m}u + A_0(p_0 - p_0)]$$

In termini di *dinamia*:

$$\tilde{p} = \frac{\dot{m}w}{A} + p = p(1 + \gamma M^2)$$

$$D_A = (\tilde{p}_i - p_0)A_i - (\tilde{p}_0 - p_0)A_0$$

Vogliamo valutare la resistenza addizionale adimensionata:

$$\tilde{D}_A = \frac{D_A}{p_0 A_i} = \left[\frac{p_i(1 + \gamma M_i^2)}{p_0} - 1 \right] - \left[\frac{p_0(1 + \gamma M_0^2)}{p_0} - 1 \right] \frac{A_0}{A_i}$$

$$\tilde{D}_A = f(M_0, M_i, \frac{p_i}{p_0}, \phi_d)$$

$$\tilde{D}_A = \frac{p_i}{p_0} (1 + \gamma M_i^2) - \phi_d \gamma M_0^2 - 1$$

Il relativo coefficiente è pari a:

$$c_{\tilde{D}_A} = \frac{D_A}{\frac{1}{2}\rho_0 U^2 A_i} = \frac{\tilde{D}_A p_0 A_i \gamma}{\frac{1}{2}\rho_0 U^2 A_i \gamma} = \frac{2\tilde{D}_A}{\gamma M_0^2}$$

D_A per funzionamento subcritico

Il mach di volo assegnato è pari a $M_0 = 1.5$. Per ricavare il valore della resistenza addizionale si procede calcolando i vari parametri liberi.

Per primo calcoliamo il Mach nella sezione di ingresso (M_i). Innanzitutto definiamo le due condizioni che limitano il range del M_i : questo deve essere maggiore di 0.4 affinché non venga persa l'unidimensionalità a causa del gran rifiuto di portata (in questo caso il flusso non sarebbe assiale e la D_A non si recupererebbe) ed inoltre deve essere minore del Mach a valle dell'urto retto in quanto il tubo di flusso è divergente e il flusso al suo interno, dalla sezione V a quella i è subsonico. Riassumendo:

$$0.4 < M_i < M_v$$

Conoscendo il Mach a monte dell'urto, possiamo ricavare il Mach a valle tramite le relazioni dell'urto retto o dalle relative tabelle:

$$M_v = \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{\gamma M_0^2 - \frac{\gamma-1}{2}}} = 0.7011 \quad \longrightarrow \quad 0.4 < M_i < 0.7011$$

All'interno di questo range è possibile compiere una scelta sul Mach di ingresso. Nel nostro caso lo scegliamo pari a 0.6.

$$M_i = 0.6$$

Questi risultati erano ottenibili anche graficamente:

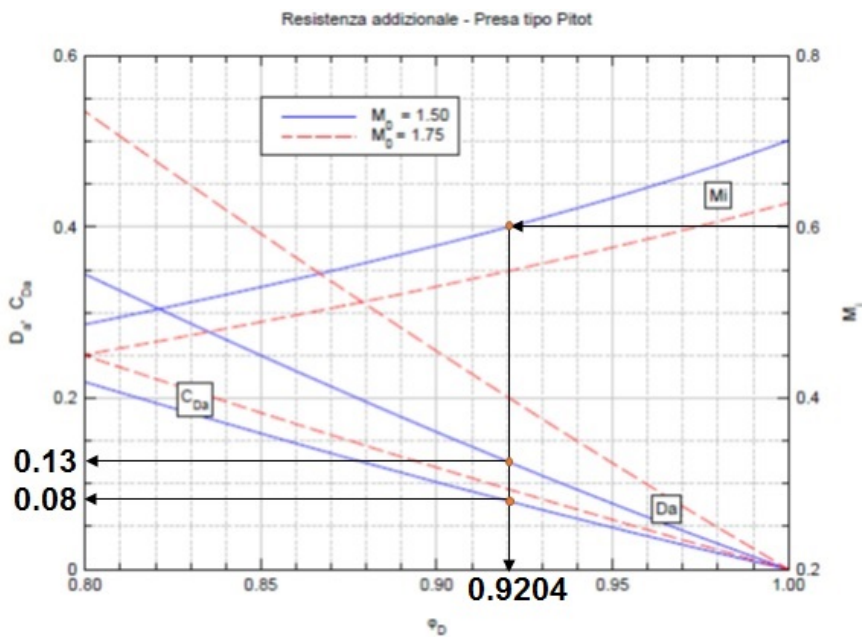


Fig.3: Grafico per la D_A

Il procedimento è il seguente: per prima cosa si opera la scelta di M_i e dopodiché si interseca la curva che si riferisce a $M_0 = 1.5$. Dall'intersezione si scende sull'asse delle ascisse e si individua il valore di ϕ_d . Oltre a ϕ_d si intersecano le curve di \tilde{D}_A e $c_{\tilde{D}_A}$.

Portata corretta in uscita

Supponiamo che $A_1 = 1.25A_i$. L'espansione nella presa è isentropica, non ci sono urti, pertanto, oltre alla portata, si conservano sia la pressione che la temperatura totale. Da ciò deriva:

$$f(M_1) = f(M_i) \frac{A_i}{A_1} = 0.4610$$

Il condotto è divergente ed il flusso che lo attraversa è subsonico pertanto il Mach nella sezione 1 sarà minore di quello nella sezione i ($M_1 < M_i$), per tale motivo lo sarà anche la funzione portata corretta. Calcolare M_1 da $f(M_1)$ è un problema non semplice e in generale non ha soluzione analitica. Si possono seguire due strade: quella numerica, oppure si possono consultare le tabelle. Dalla tabella del flusso compressibile adiabatico ricaviamo:

$$\Gamma = f(1) = \frac{\sqrt{\gamma}}{\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = 0.6847 \rightarrow \frac{f(M_1)}{\Gamma} = 0.6733$$

$$M_1 = 0.45$$

Motori per Aeromobili - Esercitazione 3

Presa supersonica con rampa piana prominente, geometria fissa.

Si consideri una presa d'aria supersonica 2D (presa piana) a compressione esterna, geometria fissa, dotata di una rampa piana prominente avente angolo di rampa $\delta = 15^\circ$. La presa è progettata per avere coefficiente di portata unitario a Mach di volo $M_0 = 2$.

1. Supponendo di volare a $M_0 = 2$ si valuti, nel caso di funzionamento critico, la perdita in termini di pressione totale, confrontandola con il caso di urto retto. Quanto vale la resistenza addizionale in questo caso?
2. Si valuti, nel caso di Mach di volo $M_0 = 1.75$
 - a. il coefficiente di portata massimo (funzionamento critico).
 - b. la resistenza addizionale, confrontandone il valore che si avrebbe per la presa di Pitot a pari valori di M_0 e φ_D .
 - c. la perdita in termini di pressione totale, confrontandola con il caso di urto retto (presa tipo Pitot).
3. Si calcoli il massimo coefficiente di portata per $M_0 = 1.2$

Legenda

theta = delta (angolo rampa);

beta = sigma (angolo urto)

Pedici:

x = prima di urto;

y = dopo urto;

t = totale;

0 = free stream;

s = dopo urto finale

Risultati per la presa progettata a $M_0 = 2$

Results for Shock #1 - Oblique Shock

$M_x = 2.0000$ $M_y = 1.4457$ $\Theta = 15.000$ $\beta = 45.344$

$P_y/P_x = 2.1947$ $T_y/T_x = 1.2694$ $P_{t,y}/P_{t,x} = 0.9524$ $A_y/A_x = 0.7102$

Results for Terminal Shock - Normal Shock

$M_x = 1.4457$ $M_y = 0.7212$ $\Theta = 0.000$ $\beta = 90.000$

$P_y/P_x = 2.2718$ $T_y/T_x = 1.2844$ $P_{t,y}/P_{t,x} = 0.9460$ $A_y/A_x = 1.0000$

Total Change Across Shocks (Oblique + Normal)

$M_0 = 2.0000$ $M_s = 0.7212$ $\Theta = 15.000$

$P_s/P_0 = 4.9858$ $T_s/T_0 = 1.6304$ **$P_{t,s}/P_{t,0} = 0.9010$** $A_s/A_0 = 0.7102$

m corr = 45.36 kg/sec

Area0 = 0.3167 m²

Caso presa Pitot: Normal Shock $M = 2$

$M_x = 2.0000$ $M_y = 0.5774$ $\Theta = 0.000$ $\beta = 90.000$

$P_y/P_x = 4.5000$ $T_y/T_x = 1.6875$ **$P_{t,y}/P_{t,x} = 0.7209$** $A_y/A_x = 1.0000$

Risultati per la presa progettata a $M_0 = 1.75$

Results for Shock #1 - Oblique Shock

$M_x = 1.7500$ $M_y = 1.1867$ $\Theta = 15.000$ $\beta = 53.422$

$P_y/P_x = 2.1374$ $T_y/T_x = 1.2581$ $P_{t,y}/P_{t,x} = 0.9569$ $A_y/A_x = 0.7739$

Results for Terminal Shock - Normal Shock

$M_x = 1.1867$ $M_y = 0.8506$ $\Theta = 0.000$ $\beta = 90.000$

$P_y/P_x = 1.4763$ $T_y/T_x = 1.1197$ $P_{t,y}/P_{t,x} = 0.9940$ $A_y/A_x = 1.0000$

Total Change Across Shocks (Oblique + Normal)

$M_0 = 1.7500$ $M_s = 0.8506$ $\Theta = 15.000$

$P_s/P_0 = 3.1556$ $T_s/T_0 = 1.4087$ **$P_{t,s}/P_{t,0} = 0.9511$** $A_s/A_0 = 0.7739$

m corr = 45.36 kg/sec

Area0 = 0.2602 m²

Caso presa Pitot: Normal Shock $M = 1.75$

$M_x = 1.7500$ $M_y = 0.6281$ $\Theta = 0.000$ $\beta = 90.000$

$P_y/P_x = 3.4063$ $T_y/T_x = 1.4946$ **$P_{t,y}/P_{t,x} = 0.8346$** $A_y/A_x = 1.0000$

Introduzione

Una presa d'aria di tipo Pitot abbassa la velocità del flusso attraverso la compressione attuata da un urto retto, che è fortemente dissipativo in termini di pressione totale. In particolare, per Mach di volo superiori a 1.5, le perdite non sono accettabili e si ricorre a soluzioni alternative.

Un fluido che va incontro a due urti consecutivi dissipa meno del caso di urto unico, naturalmente assumendo che il primo urto incontrato sia meno forte dell'urto unico del secondo caso. Partendo da questa assunzione, per abbassare la dissipazione dovuta al funzionamento della presa è possibile attuare una pre-compressione del fluido attraverso un urto obliquo, meno dissipativo dell'analogo retto, innescato da una rampa in testa alla presa d'aria.

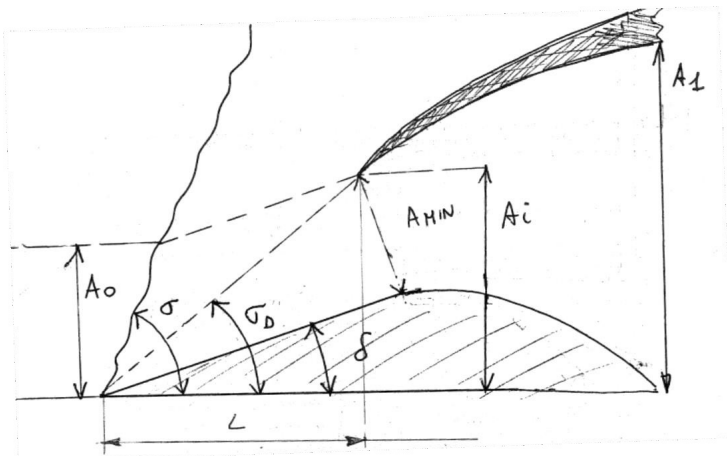


Fig.1: Presa supersonica con rampa prominente (critica)

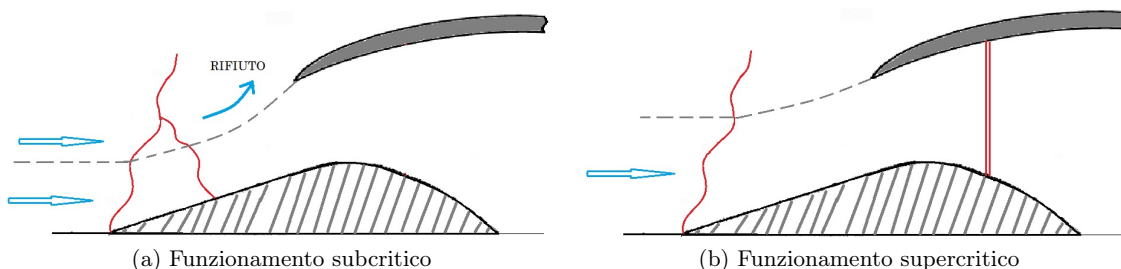
A_i	sezione di ingresso di riferimento
A_{MIN}	sezione minima (ingresso fisico) \perp alla rampa
L	lunghezza presa prominente
δ	inclinazione rampa
σ	inclinazione urto obliquo
σ_D	inclinazione urto obliquo in condizioni di design

Condizione di design:

- urto retto nella sezione di ingresso A_{MIN} che risulta in un valore unitario del coefficiente di portata $\phi_D = 1$.
- Urto obliquo inclinato di un angolo $\sigma = \sigma_D$, incidente sul labbro aguzzo. In realtà si preferisce avere un angolo leggermente maggiore ($\sigma + d\sigma$) per evitare l'interferenza con il flusso derivante dalle interazioni urto obliquo-strato limite.

Alla luce di queste considerazioni il funzionamento *critico* di una presa di questo tipo avrà $\phi_D < 1$ poiché l'angolo dell'urto obliquo è leggermente maggiore.

Le condizioni off-design sono di due tipi:



$$D_A = \int_0^i (p_i - p_0) \vec{n} \cdot \vec{i} \, dA = (p_v - p_0) \int_0^i \sin \delta \, dA = (p_v - p_0)(A_i - A_0)$$

La pressione nel tubo è costante ed è pari a p_v , la pressione a valle dell'urto obliquo. Adimensionalizziamo:

$$\tilde{D}_A = \frac{D_A}{p_0 A_i} = \frac{(p_v - p_0)(A_i - A_0)}{p_0 A_i} = \left(\frac{p_v}{p_0} - 1 \right) (1 - \phi_D)$$

Dalle formule dell'urto obliquo:

$$M_{0n} = M_0 \sin \delta = 1.4157 \rightarrow \frac{p_v}{p_0} = \frac{2\gamma M_{0n}^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \rightarrow \frac{p_v}{p_0} = 2.17$$

Calcoliamo:

$$\boxed{\tilde{D}_A = 0.0936} \quad \text{e} \quad \boxed{c_{\tilde{D}_A} = \frac{\tilde{D}_A}{\gamma/2 M_0^2} = 0.044}$$

Ora questo risultato va confrontato con il caso della presa Pitot:

$$\tilde{D}_A = \frac{p_i}{p_0} (1 + \gamma M_i^2) - \frac{A_i}{A_0} (1 + \gamma M_0^2) + \left(\frac{A_0}{A_i} - 1 \right)$$

Per usufruire di questa espressione ci mancano M_i e il rapporto delle pressioni p_i/p_0 . Dalla relazione dell'urto retto ricaviamo:

$$M_v = \sqrt{\frac{(\gamma - 1)M_0^2 + 2}{2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)}} = 0.62809$$

La portata nel tubo di flusso si conserva, inoltre l'andamento è isentropico e otteniamo:

$$\dot{m} = \frac{\rho^{\sigma} A_0}{\sqrt{R \mathcal{P}^{\sigma}}} f(M_v) = \frac{\rho^{\sigma} A_i}{\sqrt{R \mathcal{P}^{\sigma}}} f(M_i) \rightarrow f(M_i) = \frac{A_0}{A_i} f(M_v) = \phi_D f(M_v) = \phi_D \frac{\sqrt{\gamma} M_v}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_v^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

$$f(M_i) = 0.54305 \quad \text{per via analitica o tramite tabulati} \rightarrow \boxed{M_i = 0.5460}$$

Ricaviamo il rapporto di pressioni tramite catena di rapporti:

$$\frac{p_i}{p_0} = \frac{p_v^{\circ} p_i}{p_0 p_v^{\circ}} = \frac{p_v}{p_0} \left(\frac{1 + [(\gamma - 1)/2] M_v^2}{1 + [(\gamma - 1)/2] M_i^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Ricaviamo p_v/p_0 dalle relazioni dell'urto retto:

$$\frac{p_i}{p_0} = \frac{[2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)]}{\gamma + 1} \left(\frac{1 + [(\gamma - 1)/2] M_v^2}{1 + [(\gamma - 1)/2] M_i^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow \boxed{\frac{p_i}{p_0} = 3.628}$$

Ora è possibile calcolare la resistenza addizionale:

$$\boxed{\tilde{D}_A(\text{PITOT}) = 0.2079 > \tilde{D}_A(\text{RAMPA}) = 0.0936}$$

$$\boxed{c_{\tilde{D}_A}(\text{PITOT}) = 0.0970 > c_{\tilde{D}_A}(\text{RAMPA}) = 0.044}$$

Passiamo al caso rampa:

$$\varepsilon_D^R = (\varepsilon_D)_{NS}^R \cdot (\varepsilon_D)_{OS}^R$$

$$(\varepsilon_D)_{OS}^R = \frac{p_v^o}{p_0^o} = \frac{p_v}{p_0} \left(\frac{1 + [(\gamma - 1)/2]M_{vn}^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]M_{0n}^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{[2\gamma M_{vn}^2 - (\gamma - 1)]}{\gamma + 1} \left(\frac{1 + [(\gamma - 1)/2]M_{vn}^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]M_{0n}^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$(\varepsilon_D)_{NS}^R = \frac{p_1^o}{p_v^o} = \frac{p_1}{p_v} \left(\frac{1 + [(\gamma - 1)/2]M_1^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]M_v^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{[2\gamma M_v^2 - (\gamma - 1)]}{\gamma + 1} \left(\frac{1 + [(\gamma - 1)/2]M_1^2}{1 + [(\gamma - 1)/2]M_v^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\begin{cases} M_{0n} = M_0 \sin \sigma_D = 1.42 \\ M_{vn} = 0.7338 \rightarrow M_v = M_{vn} / \sin(\sigma_D - \delta) = 1.446 \\ M_1 = 0.7211 \quad \text{da urto retto} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\varepsilon_D)_{OS}^R = 0.9524 \\ (\varepsilon_D)_{NS}^R = 0.9460 \end{cases} \rightarrow \varepsilon_D^R = 0.9010 > (\varepsilon_D^P = 0.7209)$$

Max ϕ_D per $M_0 = 1.2$

Per prima cosa verifichiamo che l'urto sia ancora attaccato alla parete della rampa. Se M_0 è troppo basso l'urto può staccarsi dalla parete diventando un urto curvo e staccato. Per verificare che ciò non avvenga usufruiamo del grafico riportante sulle ordinate il valore di σ , angolo di deflessione dell'urto in funzione del Mach a valle e della deflessione imposta dalla rampa δ :

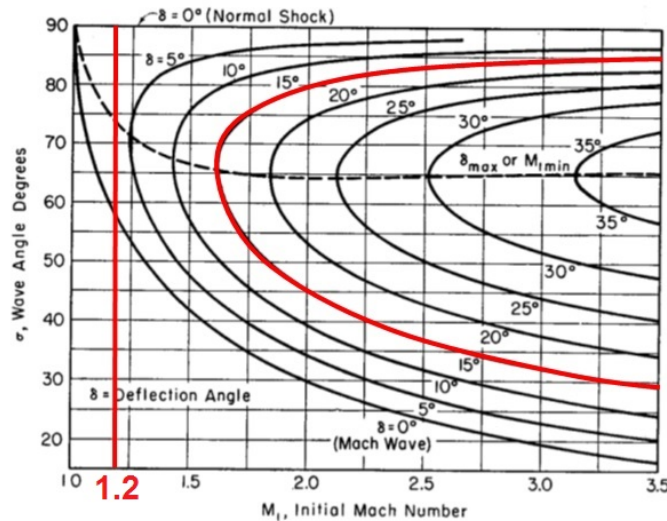


Fig. 16.4. Shock angle versus inlet Mach Number and turning angle ($k = 1.4$).

Fig.4: Grafico δ - σ -M

Dal grafico evinciamo che non ci sono intersezioni per un Mach pari a 1.2 con la curva parametrata da δ con quest'ultimo pari a 1.2, pertanto l'urto si stacca. Non esiste urto piano che possa deflettere la corrente di 15° quando questa viaggia a $M = 1.2$.

Si approssima l'urto curvo e staccato con un urto retto nell'intorno della presa. Il massimo coefficiente di portata si riscontra quando la sezione i di ingresso è critica ($M_i = 1$). Il problema è bidimensionale si assume che la profondità della presa sia uniforme.

Turbina a gas che realizza un ciclo semplice

Introduzione

In questa esercitazione si tratterà delle prestazioni di un motore turboshaft. Questa tipologia di motore aeronautico segue un ciclo Joule-Brayton che in output fornisce potenza all'albero.

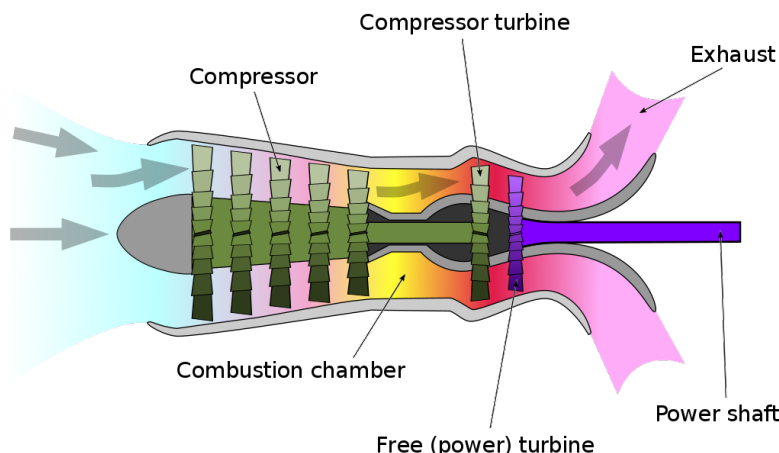


Fig.1: Schema di un motore turboshaft

È costituito da una presa d'aria, un compressore, un combustore e una turbina. Quest'ultima fornisce potenza all'utilizzatore. In particolare, nella figura 1 è riportato lo schema a *turbina libera di potenza*, ovvero la turbina in esame è bialbero. Il primo albero (Gas Generator) è collegato direttamente al compressore pertanto non genera potenza, in quanto il lavoro di compressore e turbina sono uguali. Il secondo albero è collegato direttamente all'utilizzatore e riceve il gas caldo compresso dal Gas Generator.

Per studiare le prestazioni del motore, occorre studiare le prestazioni di ogni singolo componente. Per prima cosa, ricaviamo le espressioni del lavoro per *compressore* e *turbina*.

COMPRESSORE

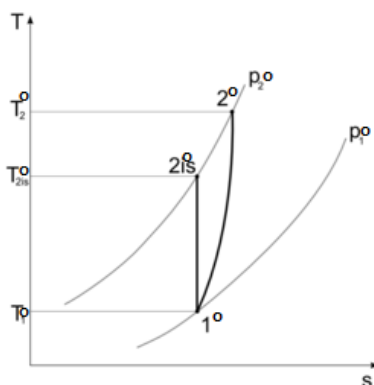


Fig.2: Compressione su grafico T-s

Nel caso ideale la trasformazione è adiabatica e reversibile, per cui isentropica e l'espressione del lavoro sarà:

$$\text{I princ. term.: } L_{Cis} = \Delta h^o \rightarrow L_{Cis} = c_p(T_{2is}^o - T_1^o)$$

Nel caso reale la trasformazione non è reversibile e per tenere conto della non idealità si introduce il *rendimento adiabatico* del compressore η_C :

$$\eta_C = \frac{L_{Cis}}{L_C} < 1 \rightarrow L_C = \frac{L_{Cis}}{\eta_C}$$

sarà:

$$L_T = \eta_T c_p T_3^o \left(1 - \frac{1}{\beta_T^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)$$

Analogamente tramite rendimento idraulico η_{yt} :

$$L_T = c_p T_3^o \left(1 - \frac{1}{\beta_T^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \eta_{yt}}} \right)$$

Prestazioni a progetto

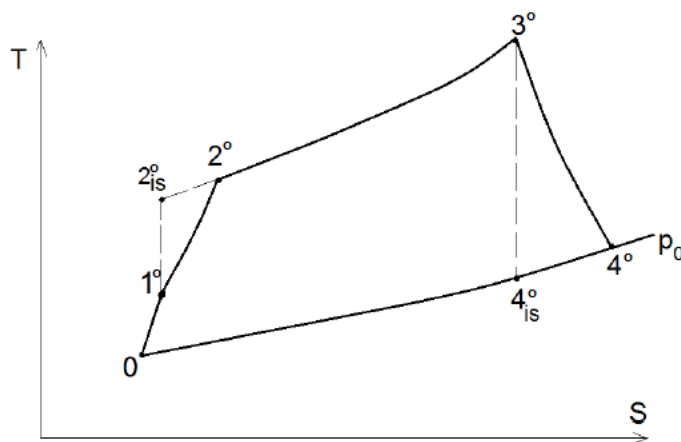


Fig.3: Ciclo Joule-Brayton per un turboshaft

Per calcolare le prestazioni a progetto del motore lo analizzeremo nelle sue parti e ne studieremo le prestazioni. Si parte dalla *presa d'aria* ($0 \rightarrow 1^o$). Per prima cosa calcoliamo le grandezze totali all'ingresso:

$$T_0^o = T_0 = 288K \quad p_0^o = p_0 = 1bar$$

Sono uguali a quelle statiche poiché il punto di lavoro è stato scelto a un valore del numero di Mach pari a zero. Nella presa avviene una trasformazione adiabatica, inoltre il parametro ϵ_D che si riferisce alla dissipazione di pressione totale è unitario, quindi la trasformazione è isentropica:

$$\begin{aligned} T_1^o &= T_0^o = 288 K \\ p_1^o &= \epsilon_D p_0^o = 1 bar \end{aligned}$$

Compressore $1 \rightarrow 2$

I dati a nostra disposizione sono:

β_C	Overall Pressure Ratio OPR	9
η_{yc}	rendimento idraulico	0.85
$c_p(T)$	calore specifico	$946 + 0.1884 T \left[\frac{J}{kg K} \right]$

Combustore 2 → 3

I dati che abbiamo in questo caso sono:

H_i	potere calorifico inferiore	43100 [kJ/kg]
$c'_p(T)$	calore specifico gas combusti	$c_p + A(54.418 + 0.07535 T)$ [J/(kg K)]
R'	costante gas combusti	$R(1 + 0.06A)$ [J/(kg K)]
ε_b	rappporto pressioni combustore	0.96
η_b	rendimento combustione	0.98
T_3^o	Inlet turbine temperature TIT	1300 [K]
α_{st}	dosatura stechiometrica	14.7
A		$\frac{1+\alpha_{st}}{1+\alpha}$

La T_3^o è uno dei due dati di progetto ed è definita dopo varie considerazioni di tipo termofluidodinamico e strutturale riferite al materiale della turbina a valle del combustore. Si parte dall'equazione di bilancio in camera di combustione:

$$\eta_b \dot{m}_b H_i = c'_p(\dot{m} + \dot{m}_b)(T_3^o - T_2^o)$$

$$\eta_b H_i = c'_p(1 + \alpha)(T_3^o - T_2^o) \quad \alpha = \text{dosatura} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_b}$$

Consideriamo il calore specifico dei gas combusti, è una funzione della temperatura e della dosatura α , ma noi sappiamo il range di temperatura che interessa il combustore e a partire da questa espressione possiamo ricavare il valore di α . Consideriamo il c'_p (per brevità indichiamo $c_p(T_M) = \bar{c}_p$, ma è diverso dal risultato della precedente sezione):

$$\bar{c}'_p = c'_p(T_M) = \bar{c}_p + A(54.418 + 0.07535 T_M) = \bar{c}_p + \frac{1 + \alpha_{st}}{1 + \alpha} (54.418 + 0.07535 T_M) = \bar{c}_p + \frac{B(T_M)}{1 + \alpha}$$

La temperatura media in questo componente del motore la conosciamo:

$$T_M = \frac{T_3^o + T_2^o}{2} = 946,144 \text{ K}$$

Sostituiamo l'espressione del calore specifico medio nel bilancio:

$$\eta_b H_i = [(1 + \alpha)\bar{c}_p + B(T_M)](T_3^o - T_2^o)$$

Dopo qualche passaggio analitico si ottiene:

$$\alpha = \frac{1}{\bar{c}_p} \left[\frac{\eta_b H_i}{T_3^o - T_2^o} - B(T_M) \right] - 1 \longrightarrow \boxed{\alpha = 50.3 \quad A = 0.306}$$

Si calcolano le altre variabili relative ai gas combusti:

$$\boxed{c'_p = 1.1627 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad R = (1 + 0.06 A)R = 292,267 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}}$$

E il livello di pressione totale in uscita:

$$\boxed{p_3^o = \varepsilon_b p_2^o = 8.64 \text{ bar}}$$

Dopo aver calcolato le prestazioni per ogni singolo componente, è possibile calcolare le prestazioni globali del motore:

$$\text{Potenza: } P = P_T - P_C = (\dot{m} + \dot{m}_b) L_T \eta_{mt} - \dot{m} L_C \frac{1}{\eta_{mc}}$$

$$\text{Potenza specifica: } L = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{1 + \alpha}{\alpha} L_T \eta_{mt} - L_C \frac{1}{\eta_{mc}} \rightarrow \boxed{L = 240,96 \frac{\text{kW}}{\text{kg s}}}$$

$$\text{Consumo specifico: } q_p = \frac{\dot{m}_b/\dot{m}}{P/\dot{m}} = \frac{1}{\alpha L} \rightarrow \boxed{q_p = 296,8 \frac{\text{g}}{\text{kW h}}}$$

$$\text{Rendimento globale: } \eta = \frac{P}{\dot{m}_b H_i} = \eta = \frac{P/\dot{m}}{(\dot{m}_b/\dot{m}) H_i} = \frac{L}{H_i} \alpha \rightarrow \boxed{\eta = 0,281}$$

Introduciamo il fattore di potenza installata J , tiene conto delle interferenze dell'installazione ed inoltre rende possibile prevedere a quali componenti è possibile fornire potenza e alimentare. È una misura della potenza prodotta in turbina che rimane una volta alimentato il compressore:

$$J = \frac{P_T}{P} = \frac{1 + \alpha \eta_{mt} L_T}{\alpha \frac{P}{\dot{m}}} = \frac{1 + \alpha \eta_{mt} L_T}{\alpha L} \rightarrow \boxed{J = 2,3259}$$

Effetto condizioni ambiente

In condizioni di progetto il motore fornisce 900 kW di potenza, vogliamo fare uno studio per il suo funzionamento off-design in quattro condizioni. Inoltre dobbiamo verificare sempre che siano rispettate due specifiche di progetto:

- La T_3^o , temperatura di ingresso in turbina non deve superare i 1400 K
- I numeri di giri dell'utilizzatore non devono superare il 105% del valore a progetto ($n_{MAX} = 105\%$)

Calcoliamo il consumo di aria e il consumo orario di carburante on-design:

$$\dot{m} = \frac{P}{P/\dot{m}} = 3,7382 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad \dot{m}_b = q_b P = 267,3896 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Per valutare le condizioni fuori progetto del nostro motore ci riferiremo alle grandezze adimensionali. Supponiamo di lavorare (assegnata la macchina) a n . giri corretto, m corretta e M_0 costanti. Variando le condizioni ambiente facciamo uno studio fuori progetto a *parametri di regolazione costanti*.

Ad esempio per la potenza:

$$\frac{P}{D^2 p_0 \sqrt{R T_0}} = \frac{P}{p_0 \sqrt{T_0}} = \frac{P}{p_0^o \sqrt{T_0^o}} = f\left(M_0, \frac{N}{\sqrt{T_0}}, \frac{T_3^o}{T_0^o}\right)$$

La nostra macchina è a geometria fissata ($D = \text{costante}$) ed il fluido di lavoro è fissato ($R = \text{costante}$), inoltre poiché $M_0 = 0$ introduciamo direttamente le grandezze totali nell'espressione. Una volta fissato il funzionamento a progetto possiamo scrivere il funzionamento in qualsiasi altra condizione, facendo riferimento a parametri adimensionali (0:grandezze a progetto):

$$\begin{cases} P' = P \frac{p}{p_0} \sqrt{\frac{T}{T_0}} \\ N' = N \sqrt{\frac{T}{T_0}} < 1,05 \\ T_3^o \approx T_3^o \frac{T}{T_0} < 1400K \end{cases}$$

Se il rendimento del combustore è costante allora il consumo specifico q_b è già corretto e non ci sarà bisogno di riferirlo a condizioni fuori progetto, rimane costante se lo sono i parametri indipendenti. Se non rispettassimo le specifiche di progetto, ad esempio $T_3^o > 1400K$, allora questa regolazione a *parametri costanti* non sarebbe più possibile, ma bisognerebbe variare anche T_3^o/T_1^o .

Le condizioni off-design sono:

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} = \frac{p_3^o}{p_3^{o*}} \sqrt{\frac{T_3^{o*}}{T_3^o}}$$

Ora consideriamo il lavoro del motore:

$$L = \dot{m} \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) L_T \eta_{mT} - \frac{1}{\eta_{mC}} L_C \dot{m}$$

$$\frac{L}{L^*} = \frac{\left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) \eta_{mT} L_T - \frac{1}{\eta_{mC}} L_C}{L^*} \cdot \left(\frac{L_C^*}{L_C^*} \frac{L_T^*}{L_T^*} \right) = \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) \eta_{mT} \left(\frac{L_T}{L_T^*} \right) \left(\frac{L_C^*}{L_C^*} \right) - \frac{1}{\eta_{mC}} \left(\frac{L_C}{L_C^*} \right) \left(\frac{L_C^*}{L_C^*} \right)$$

Introduciamo il fattore di potenza installata:

$$J^* = \frac{1 + \alpha^*}{\alpha^*} \eta_{mT}^* \frac{L_T^*}{L_C^*} = \frac{P_T^*}{P^*} \quad \rightarrow \quad J^* - 1 = \frac{P_T^* - P^*}{P^*} = \frac{1}{\eta_{mC}} \frac{L_C^*}{L^*}$$

Nel corso della trattazione il nostro scopo sarà quello di legare tutti questi rapporti al parametro della regolazione e dopo di tabellare e diagrammarne i vari andamenti.

Turbina monoalbero

Il compressore, la turbina e l'utilizzatore sono sullo stesso albero, avranno stesso numero di giri.

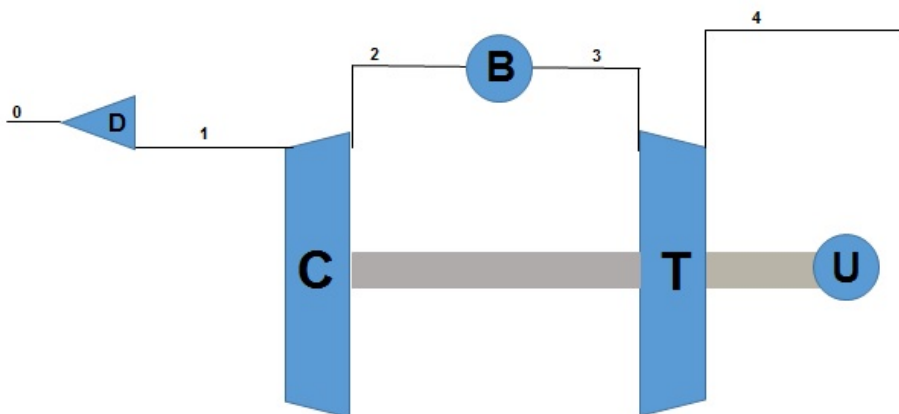


Fig.4: Schema per motore monoalbero

Per le assunzioni fatte all'inizio, il numero di giri corretto sarà costante, pertanto sulla mappa del compressore ci muoveremo su una sola curva iso-N. Agiamo solo sulla T_3^o , ma si nota che pur agendo sulla temperatura e muovendoci sulla linea iso-N il β_C non varia molto, nelle zone "alte" della mappa dove avviene la regolazione.

$$L_C \propto N^2 \quad \text{ma} \quad N = \text{cost} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{L_C}{L_C^*} = 1}$$

$$T_0, M_0, p_0 = \text{cost} \quad \rightarrow \quad T_1^o, p_1^o = T_0^o, p_0^o = \text{cost}$$

Per l'espressione del lavoro del compressore si ha:

$$L_C = c_p (T_2^o - T_1^o) = c_p T_1^o \left(\beta_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{\eta_{yC}}} - 1 \right) \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \boxed{\frac{T_2^o}{T_2^{o*}} = 1} \\ \boxed{\frac{\beta_C}{\beta_C^*} = 1} \end{cases}$$

Turbina bialbero con turbina libera di potenza

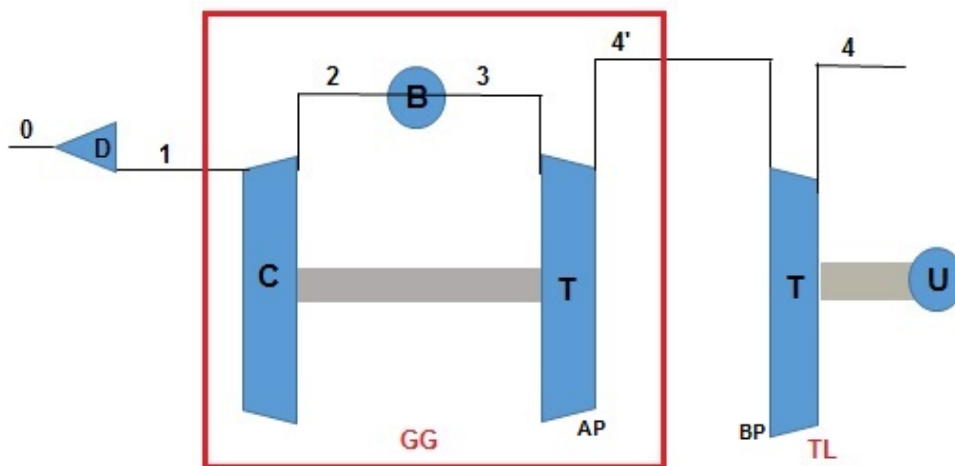


Fig.5: Schema per motore bialbero

Rispetto al caso monoalbero c'è una variabile in più che è il numero di giri dell'utilizzatore che non è più sullo stesso albero di compressore e turbina. In compenso, abbiamo un'equazione in più e si tratta del bilancio nullo di potenza del Gas Generator (GG):

$$P_C = (P_T)_{AP} \rightarrow L_C \propto (L_T)_{AP} \rightarrow \begin{cases} L_C \propto N_{GG}^2 \\ L_T \propto T_3^o \end{cases} \rightarrow N_{GG}^2 \propto T_3^o$$

Se consideriamo la mappa del compressore del GG ci muoviamo solo sulla *working line*, luogo dei punti dove il bilancio di potenza è nullo ed è determinata dalle scelte delle caratteristiche a progetto.

Facciamo delle assunzioni:

- $N_U = \text{costante}$
- $T_0, p_0, M_0 = \text{costante}$
- La turbina libera di potenza è critica pertanto la turbina di alta pressione a monte è bloccata nel suo funzionamento $\rightarrow (\beta_T)_{AP} = \text{costante}$.

Si parte dalle espressioni del lavoro di turbina e compressore di alta pressione:

$$\begin{cases} L_C \propto N^2 \\ (L_T)_{AP} \propto T_3^o \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{L_C}{L_C^*} = \left(\frac{N_{GG}}{N_{GG}^*}\right)^2 \\ \frac{(L_T)_{AP}}{(L_T)_{AP}^*} = \frac{T_3^o}{T_3^{o*}} = X \end{cases}$$

$$\boxed{\left(\frac{N_{GG}}{N_{GG}^*}\right)^2 = \frac{L_C}{L_C^*} = \frac{(L_T)_{AP}}{(L_T)_{AP}^*} = \frac{T_3^o}{T_3^{o*}} = X}$$

Poiché varia il lavoro del compressore, varierà anche la T_2^o all'uscita di quest'ultimo:

$$T_2^o = T_1^o + \frac{L_C}{c_p} = T_1^o + X \cdot \frac{L_C^*}{c_p}$$

Ma la T_1^o è costante poiché M_0 e $\varepsilon_D = 1$:

$$\boxed{T_2^o = T_1^{o*} + X(T_2^{o*} - T_1^{o*})}$$

$\frac{T_3^o}{T_3^{o*}}$	$\frac{T_2^o}{T_2^{o*}}$	β_C	$\frac{p_3^o}{p_3^{o*}}$	β_T	$\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*}$	$\frac{\alpha}{\alpha^*}$	$\frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_B^*}$	$\frac{L_T}{L_T^*}$	$\frac{L}{L^*}$
1.0000	1.0000	9.0000	1.0000	8.6400	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.9563	0.9775	8.3920	0.9324	8.0563	0.9535	1.0656	0.8948	0.9315	0.8988
0.9125	0.9550	7.8179	0.8687	7.5052	0.9094	1.1404	0.7974	0.8647	0.8012
0.8687	0.9326	7.2708	0.8079	6.9800	0.8667	1.2265	0.7067	0.7992	0.7070
0.8250	0.9101	6.7500	0.7500	6.4800	0.8257	1.3266	0.6224	0.7353	0.6163

$\frac{P}{P^*}$	$\frac{\eta}{\eta^*}$	$\delta [^\circ]$
1.0000	1.0000	45.0000
0.8570	0.9577	41.8236
0.7286	0.9137	38.5690
0.6128	0.8671	35.2486
0.5089	0.8175	31.8989

É possibile appurare, anche solo da questi calcoli preliminari che la regolazione in turbina bialbero é piú efficiente di quella monoalbero, difatti il campo di variazione del parametro di regolazione T_3^o/T_3^{o*} é minore. Inoltre durante il funzionamento il motore segue la working line permettendo una regolazione piú precisa.

La regolazione con turbina monoalbero invece porta con sé il richio del pompaggio del compressore e inoltre l'effetto "antagonista" della portata é molto piú marcato, di conseguenza avremo rendimenti inferiori.

Monoalbero con laminazione

É inserita una valvola di laminazione prima della presa d'aria che regola la \dot{m} in ingresso in modo da mantenere costante la T_3^o ; Pertanto il pilota controllerá un'unica manetta che cambia il funzionamento della valvola. É una regolazione semplice ma ha bassi rendimenti.

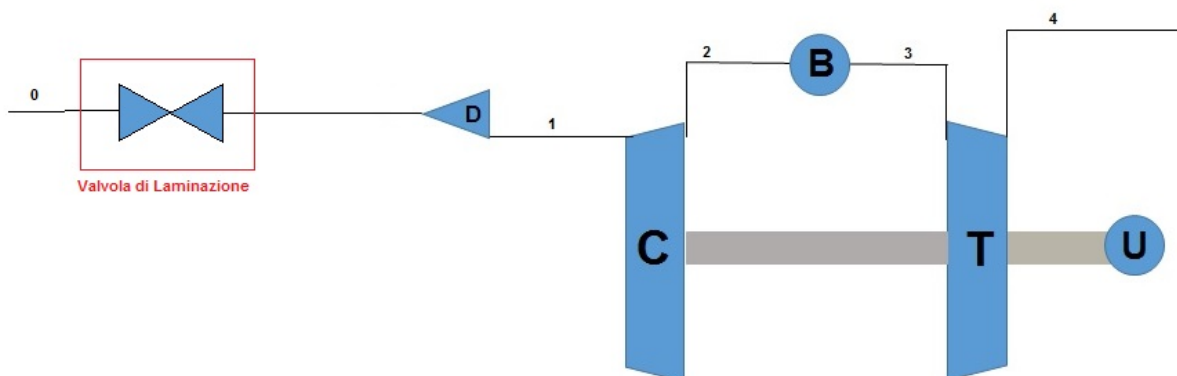


Fig.6: Schema per motore monoalbero con laminazione all'ingresso

Il nuovo parametro di controllo é l'indice di strozzatura della valvola $\frac{p_1^o}{p_0^o}$. Il funzionamento della valvola é isoentalpico, ma la laminazione dissipa una parte di pressione totale, pertanto non é isoentropica.

$\frac{p_1^o}{p_1^{o*}}$	$\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*}$	$\frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_B^*}$	β_T	$\frac{L_T}{L_T^*}$	$\frac{L}{L^*}$	$\frac{P}{P^*}$	$\frac{\eta}{\eta^*}$	δ [°]
1	1	1	8.6400	1	1	1	1	45
0.9287	0.9287	0.9287	8.0244	0.9727	0.9364	0.8697	0.9364	42.8844
0.8575	0.8575	0.8575	7.4088	0.9427	0.8667	0.7432	0.8667	40.6131
0.7863	0.7863	0.7863	6.7932	0.9095	0.7895	0.6208	0.7895	38.1762
0.7150	0.7150	0.7150	6.1776	0.8725	0.7034	0.5030	0.7034	35.5648

Per completezza si riporta lo script Matlab per le tre regolazioni:

```

1 %Turbina monoalbero
2 clear all
3 close all
4 clc
5
6 x = linspace(1,0.75,5);
7 portata = sqrt(1./x);
8 T2_T3 = 0.4556;
9 dosatura = (1 - T2_T3)./( x - T2_T3);
10 combustibile = portata./dosatura;
11 lavoro_turbina = x;
12 J = 2.3259;
13 lavoro = J*x - J + 1;
14 potenza_1 = portata.*lavoro;
15 rend_1 = potenza_1./combustibile;
16 Δ = (atan(combustibile))';
17
18 [x',portata',dosatura',combustibile',lavoro_turbina',lavoro',potenza_1',rend_1',Δ]
19
20 % Turbina Bialbero
21 clear all
22 close all
23 clc
24
25 J = 2.3259;
26 T2_T3 = 0.4556; T1 = 288;
27 T2_d = 592.287; gamma = 1.387; gamma_comb = 1.327;
28 etayc = 0.85; etayt = 0.85; beta_Cd = 9; beta_Td = 8.64;
29
30 x = linspace(1,0.825,5);
31 T_2 = T1 + x.*(T2_d - T1);
32 rapp_T2 = T_2./T2_d;
33 beta_C = (T_2./T1).^( (gamma*etayc) / (gamma-1) );
34 beta_C(1) = 9;
35 p3 = beta_C./beta_Cd;
36 beta_T = p3.*beta_Td;
37 portata = p3.*(x.^(-0.5));
38 dosatura = (1 - T2_T3)./(x -(rapp_T2).*(T2_T3));
39 combustibile = portata./dosatura;
40 lavoro_turb = x.*(1 - beta_T.^(-((gamma_comb-1)*etayt) / (gamma_comb) ) ).*((1 - ...
    beta_Td.^(-((gamma_comb-1)*etayt) / (gamma_comb) ) ) ^(-1));
41 lavoro = lavoro_turb.*J - (x.*(J-1));
42 potenza_2 = portata.*lavoro;
43 rend_2 = potenza_2./combustibile;
44 Δ = (atan(combustibile))';
45
46 [x',rapp_T2',beta_C',p3',beta_T',portata',dosatura',...
47     combustibile',lavoro_turb',lavoro',potenza_2',rend_2',(rad2deg(Δ))]
48
49 % laminazione
50 clear all
51 close all
52 clc
53

```

Motori per Aeromobili

Esercitazione 5 - Turbogetto monoflusso monoalbero

1) ON-DESIGN

Si considera un turbogetto monoflusso calcolato nelle seguenti condizioni

- **Punto di progetto**
 - $M_0 = 0.85$ $z=30000$ ft $\rightarrow T_0 = 228.7$ K $p_0 = 0.3$ bar
- **Parametri di progetto**
 - $T_3^o = 1250$ K $\beta_c = 11$ (NB: attualmente TIT e OPR sono più elevati.)
- **Dati componenti**
 - $\varepsilon_d = \varepsilon_n = 1.00$ $\eta_{yc} = \eta_{yt} = 0.88$ $\varepsilon_b = 0.95$ $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.99$ $\eta_b = 0.99$

Dati relativi ai fluidi

a) combustibile $H_i = 10350$ kcal/kg $\alpha_{st} = 14.8$

b) aria $c_p = 946 + 0.1884 T$ (K) J/(kg K) $R = 287$ J/(kg K)

c) gas combusti $c_p' = c_p + A (54.418 + 0.07535 T(K))$ J/(kg K) $R' = R (1 + 0.06 A)$; $A = \frac{1 + \alpha_{st}}{1 + \alpha}$

RISULTATI ON-DESIGN

Ciclo e prestazioni

u (m/s)= 258.5724 $\text{gam}_0 = 1.409$ T^o_1 (K)= 262.39 $\text{ptot}_1/p_0 = 1.605$

Ttot_2(K)	Ttot_4(K)	T_t(K)	T_e(K)	
563.5	992.3	848.1	632.7	
ptot_2/p0	ptot_4/p0	p_t/p0	EPR	
17.659	5.721	3.075	3.564	
α	β_t	w_t(m/s)	w_e (m/s)	M_e
53.20	2.932	577.2	902.5	1.797
Lc (kcal/kg)	Lt (kcal/kg)	Ia (m/s)	Iae (m/s)	
73.63681	73.74582	624.6	660.9	
ptot_3/p0	β_n	q_s(kg/h/daN)	q_se (kg/h/daN)	
16.776	5.721	1.083	1.060	
eta_t	eta_p	etatg (ugello adattato)		
0.468	0.447	0.210		

2) FUNZIONAMENTO E PRESTAZIONI OFF-DESIGN

Supponendo che

- l'ugello sia critico e semplicemente convergente
- il lavoro di compressione sia proporzionale al quadrato dei numero di giri
- i valori di η , ε , calori specifici, costanti dei gas e rapporto di portata turbina/portata compressore siano quelli di progetto

a) Si tracci la linea di funzionamento

b1) si valuti la spinta lorda corretta al variare della manetta

b2) alla quota e velocità di progetto si valutino le prestazioni lorde e nette al variare del numeri di giri

b3) alla quota e numero di giri di progetto si valutino le prestazioni lorde e nette al variare del Mach di volo

Considerando tutte le ipotesi fatte, nella (1) risulta che tutti i rapporti sono costanti tranne EPR e la manetta T_3°/T_1° , permettendo di riscrivere la portata corretta come:

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_1^\circ}}{p_1^\circ A_1} = k_1 EPR \sqrt{\frac{T_1^\circ}{T_3^\circ}}$$

Essendo k_1 una costante, essa può quindi essere valutata in condizioni di progetto, se sono noti ($f(M_1^*)$, $EPR^* = 3.564$, $T_3^{\circ*}/T_1^{\circ*} = 1250/262.39$):

$$k_1 = f(M_1^*) \frac{1}{EPR^*} \sqrt{\left(\frac{T_3^\circ}{T_1^\circ}\right)^*}$$

In realtà non si conosce M_1^* . Questo si potrebbe ricavare dalla conservazione della portata (sapendo che $\dot{m}_t = \frac{1+\alpha}{\alpha} \dot{m}_1$):

$$\frac{p_t^\circ A_t}{\sqrt{R'T_t^\circ}} f(M_t = M_e = 1) = \frac{1+\alpha}{\alpha} \frac{p_1^\circ A_1}{\sqrt{RT_1^\circ}} f(M_1)$$

Però non si conosce il rapporto geometrico A_t/A_1 . Allora si ipotizza (ragionevolmente) $M_1^* = 0.45$. Allora, con $\gamma = 1.3895$, si ha:

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_1^\circ}}{p_1^\circ A_1} = f(M_1^*) = \sqrt{\frac{\gamma M_1^2}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} = 0.474$$

e quindi, sostituendo si ottiene:

$$k_1 = 0.2903$$

A questo punto si cerca di ottenere l'EPR in funzione della manetta. Lo si può esprimere con una catena di rapporti:

$$EPR = \frac{p_4^\circ}{p_1^\circ} = \frac{p_4^\circ p_3^\circ p_2^\circ}{p_3^\circ p_2^\circ p_1^\circ} = \frac{\varepsilon_b \beta_c}{\beta_t} = k_2 \beta_c$$

dove $k_2 = 0.324$ è costante. Bisogna quindi esplicitare β_c tramite il bilancio della potenza all'albero:

$$\frac{\dot{m}}{\eta_{mc}} c_p T_1^\circ \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{\eta_{yc}}} - 1 \right) = \eta_{mt} (\dot{m} + \dot{m}_b) c'_p T_3^\circ \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma'-1}{\gamma'} \eta_{yt}}} \right)$$

dalla quale si esplicita:

$$\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}} - 1 = \left[\eta_{mc} \eta_{mt} \frac{\alpha + 1}{\alpha} \frac{c'_p}{c_p} \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma'-1}{\gamma'} \eta_{yt}}} \right) \right] \frac{T_3^\circ}{T_1^\circ} = k_3 \frac{T_3^\circ}{T_1^\circ} \quad (2)$$

Analogamente a prima, si può ricavare questa costante dai valori di progetto:

$$k_3 = \left[\beta_c^* \frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}} - 1 \right] \left(\frac{T_1^\circ}{T_3^\circ} \right)^* = 0.2408$$

Si può poi ricavare la relazione per il numero di giri sapendo che $L_t \propto L_c \propto N^2$. Sapendo che:

$$L_t = c'_p T_3^\circ \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma'-1}{\gamma'} \eta_{yt}}} \right)$$

T_3°/T_1°	β_c	EPR	$f(M_1)$	n/n^*
2.067	3.555	1.153	0.233	0.659
2.236	3.866	1.253	0.243	0.685
2.404	4.195	1.360	0.255	0.710
2.572	4.542	1.473	0.266	0.735
2.741	4.909	1.592	0.279	0.759
2.909	5.295	1.717	0.292	0.782
3.078	5.702	1.849	0.306	0.804
3.246	6.129	1.987	0.320	0.826
3.414	6.578	2.133	0.335	0.847
3.583	7.048	2.285	0.350	0.867
3.751	7.541	2.445	0.366	0.887
3.920	8.057	2.612	0.383	0.907
4.088	8.597	2.787	0.400	0.926
4.256	9.160	2.970	0.418	0.945
4.425	9.748	3.161	0.436	0.964
4.593	10.362	3.360	0.455	0.982
4.761	11.001	3.567	0.474	1.000
4.930	11.667	3.783	0.494	1.017
5.098	12.359	4.007	0.515	1.035
5.267	13.079	4.241	0.536	1.052

Si può decidere di spostare questo termine al primo membro per avere un andamento della spinta lorda solo in funzione della manetta. Se si volesse tenere conto anche del Mach le curve sarebbero le stesse ma traslate verso l'alto all'aumentare del Mach stesso.

$$\frac{S_j}{p_1^{\circ} A_t} + \frac{p_0}{p_1^{\circ}} = f\left(\frac{N}{\sqrt{T_1^{\circ}}}\right)$$

Si vedono ora nello specifico gli altri termini. Si può esplicitare il primo come una sequenza di rapporti tra grandezze note (si usa la costanza del rapporto di α) e si ha:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \alpha \dot{m} w_t}{\alpha p_1^{\circ} A_t} &= \frac{1 + \alpha^* \dot{m} \sqrt{RT_1^{\circ}}}{\alpha^* \underbrace{p_1^{\circ} A_1}_{f(T_3^{\circ}/T_1^{\circ})}} \frac{A_1}{A_t} \frac{w_t}{\sqrt{RT_1^{\circ}}} = \\ &= \frac{1 + \alpha^* \dot{m} \sqrt{RT_1^{\circ}}}{\alpha^* p_1^{\circ} A_1} \frac{A_1}{A_t} \sqrt{\frac{2\gamma'}{\gamma' - 1} \frac{R'T_4^{\circ}}{RT_1^{\circ}} \left(1 - \frac{1}{\beta_{cr}^{\gamma'}}\right)} \end{aligned}$$

dove si è esplicitata la velocità all'uscita dell'ugello in funzione delle grandezze termodinamiche considerando una trasformazione isoentropica. Si ha anche che:

$$\frac{T_4^{\circ}}{T_1^{\circ}} = \underbrace{\frac{T_4^{\circ}}{T_3^{\circ}}}_{f(\beta_t, \eta_{yt})=\text{cost}} \frac{T_3^{\circ}}{T_1^{\circ}}$$

Si nota che T_4° cambia se varia T_3° , ma non cambia il rapporto dovendo essere β_t costante nell'ipotesi di ugello critico e turbina bloccata. Si mettono in evidenza i termini non costanti:

$$\frac{1 + \alpha \dot{m} w_t}{\alpha p_1^{\circ} A_t} = k_4 \sqrt{\frac{T_3^{\circ}}{T_1^{\circ}}} \frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^{\circ}}}{p_1^{\circ} A_1}$$

Per ricavare k_4 si inseriscono le condizioni a progetto e si ottiene:

$$k_4 = \frac{\alpha^* + 1}{\alpha^*} \frac{A_1}{A_t} \frac{w_t^*}{\sqrt{RT_1^{\circ,*}}} \sqrt{\frac{T_1^{\circ,*}}{T_3^{\circ,*}}}$$

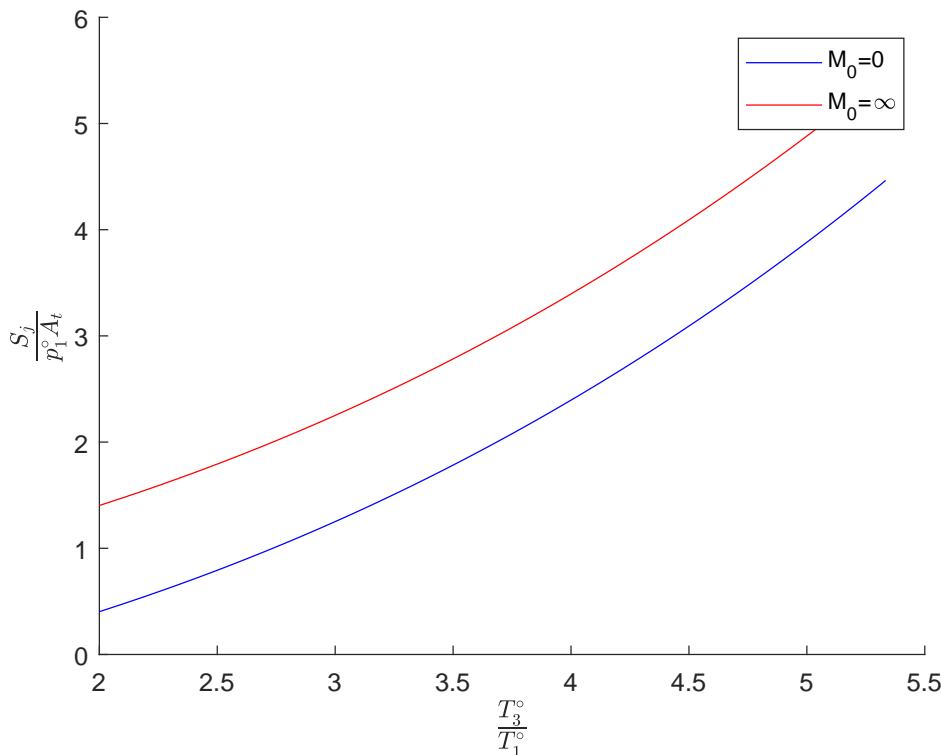


Figura 3: Spinta lorda corretta in funzione della manetta al variare di M_0

Prestazioni lorde e nette al variare del numero di giri

Si considera il Mach di volo M_0 costante. Per ipotesi il lavoro di compressione è direttamente proporzionale al numero di giri:

$$L_c \propto N^2 \quad \rightarrow \quad \frac{N}{N^*} = x \quad \rightarrow \quad \frac{L_c}{L_c^*} = x^2$$

dove x è in questo caso la manetta. La variazione del lavoro di compressione può anche essere scritta come:

$$\frac{L_c}{L_c^*} = \frac{c_p (T_2^0 - T_1^0)}{c_p (T_2^{0*} - T_1^{0*})}$$

quindi si può esprimere il rapporto delle temperature totali ai capi del compressore in funzione della manetta:

$$\frac{T_2^0}{T_1^0} = 1 + x^2 \left(\frac{T_2^{0*}}{T_1^{0*}} - 1 \right)$$

Esprimendo poi il lavoro L_c in funzione del rapporto di compressione e considerando che T_1^0 costante visto che M_0 e la quota di volo non variano, si ottiene una espressione per la variazione di β_c fuori progetto:

$$\frac{\left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}} - 1 \right)}{\left(\beta_c^{* \frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}} - 1 \right)} = x^2$$

Sfruttando l'equazione di bilancio in camera di combustione e ricordando l'ipotesi fatta su α , è possibile valutare la variazione della dosatura:

$$\eta_b H_i = (1 + \alpha) c_p' (T_3^0 - T_2^0)$$

- Spinta lorda:

$$\frac{I_{aj}}{I_{aj}^*} = \frac{w_t}{w_t^*} \left[\frac{1 + \frac{1}{\gamma'} \left(1 - \frac{p_0}{p_t}\right)}{1 + \frac{1}{\gamma'} \left(1 - \frac{p_0}{p_t}\right)^*} \right]$$

Questa espressione si ottiene partendo dalla definizione di spinta lorda:

$$I_{aj} = \frac{1 + \alpha}{\alpha} w_t + \frac{A_t(p_1 - p_0)}{\dot{m}} = \frac{1 + \alpha}{\alpha} w_t \left[\frac{1 + A_t p_1 \left(1 - \frac{p_0}{p_1}\right)}{\frac{1 + \alpha}{\alpha} \dot{m} w_t} \right]$$

Esprimendo $\frac{1 + \alpha}{\alpha} \dot{m} = \rho_b w_t A_t$ ed usando la legge dei gas perfetti $p_t = \rho_t R T_t$ si arriva a:

$$I_{aj} = \frac{1 + \alpha}{\alpha_t} w_t \left[1 + \frac{1}{M_t^2 \gamma'} \left(1 - \frac{p_0}{p_1}\right) \right]$$

ovvero all'espressione riportata sopra, con $M_t = 1$, dato l'ugello critico.

- Spinta specifica:

$$\frac{I_a}{I_a^*} = \frac{I_{aj} - u^*}{I_{aj}^* - u^*}$$

dato che la velocità di volo è tenuta costante.

- Spinta lorda:

$$\frac{S_j}{S_j^*} = \frac{\dot{m} I_{aj}}{\dot{m}^* I_{aj}^*}$$

- Spinta ($I_a = \frac{S}{\dot{m}}$):

$$\frac{S}{S^*} = \frac{\dot{m} I_a}{\dot{m}^* I_a^*}$$

- Consumo specifico ($q_s = \frac{1}{\alpha I_a}$):

$$\frac{q_s}{q_s^*} = \frac{\alpha^* I_a^*}{\alpha I_a}$$

- Consumo specifico lordo:

$$\frac{q_{sj}}{q_{sj}^*} = \frac{\alpha^* I_{aj}^*}{\alpha I_{aj}}$$

Prestazioni lorde e nette al variare del Mach di volo

In questo caso si considera costante il numero di giri N mentre M_0 cambia a parità di quota z . Essendo $L_c \propto N^2$, si sa che $L_c = L_c^*$. Le grandezze totali in ingresso variano con M_0 , mentre quelle statiche sono costanti perché la quota non cambia:

$$T_0^\circ = T_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right)$$

$$p_0^\circ = p_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

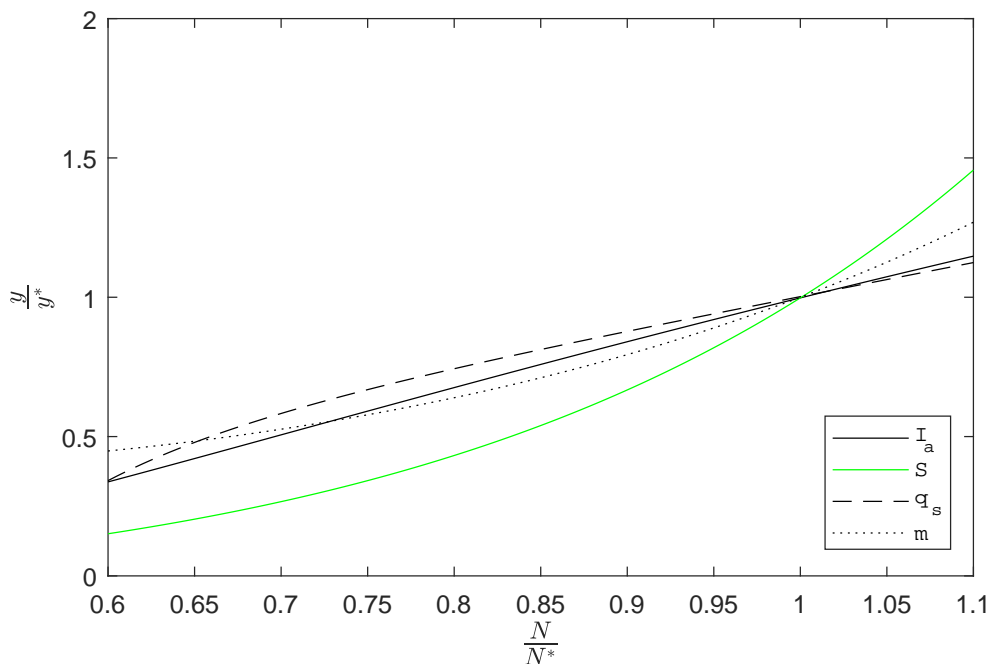


Figura 5: Prestazioni lorde al variare del numero di giri

Siccome per le pressioni vale:

$$p_3^{\circ} = \frac{p_3^{\circ} p_2^{\circ} p_1^{\circ} p_0^{\circ}}{p_2^{\circ} p_1^{\circ} p_0^{\circ}} p_0 \propto \frac{p_0^{\circ}}{p_0} \beta_c$$

allora per la portata si ha:

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} = \left(\frac{p_0^{\circ}}{p_0}\right) \left(\frac{p_0}{p_0^{\circ}}\right)^* \frac{\beta_c}{\beta_c^*}$$

Da quest'ultima relazione si nota che se aumenta M_0 si hanno due effetti contrastanti:

1. la portata diminuisce perché diminuisce β_c ;
2. la portata aumenta per aumentare la compressione dinamica.

Tra i due prevale il secondo, quindi la portata complessivamente cresce al crescere del Mach di volo.

Per quanto riguarda α , si giunge alla solita espressione imponendo l'equilibrio in camera di combustione:

$$\frac{1 + \alpha}{1 + \alpha^*} \approx \frac{\alpha}{\alpha^*} = \frac{T_3^{\circ*} - T_2^{\circ*}}{T_3^{\circ} - T_2^{\circ}}$$

Si nota che al crescere della velocità di volo è necessario scaldare di meno, cioè introdurre meno carburante, poiché la temperatura T_2° in uscita dal compressore è più alta per effetti dinamici. Ciò significa che la dosatura aumenta.

La velocità di uscita è:

$$w_t = \sqrt{2c_p T_4^{\circ} \left(1 - \frac{1}{\beta_{cr}^{\gamma'-1}}\right)} = w_t^*$$

poiché la T_4° è costante visto che L_t è costante e β_{cr} dipende solo dalle proprietà del gas.

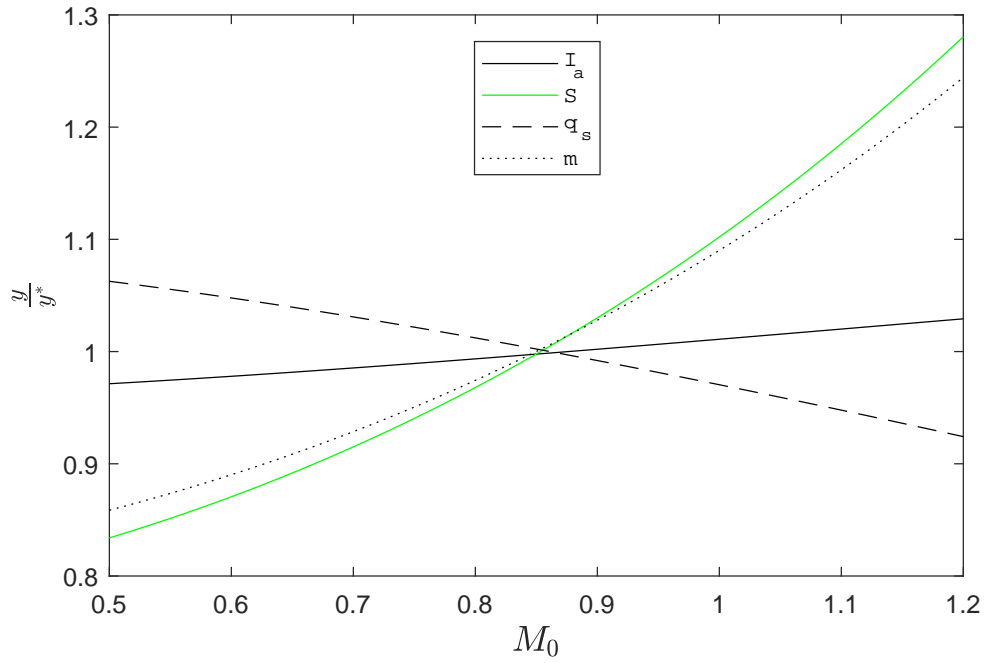


Figura 7: Prestazioni lorde al variare del Mach

Turbofan

Con il software GSP 11 si sono eseguite delle simulazioni su dei modelli di motori aeronautici. La prima simulazione é stata eseguita su un motore di tipo turbofan.

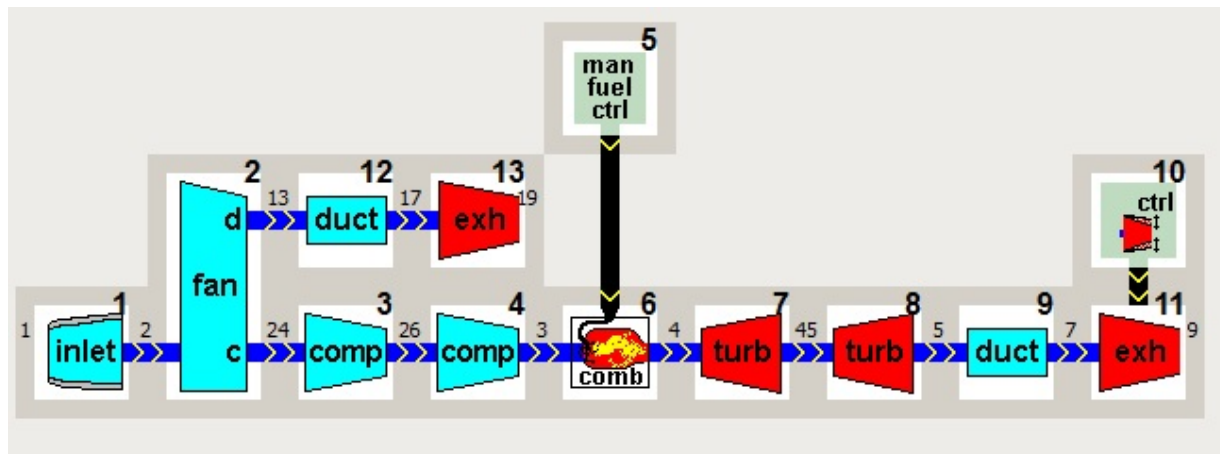
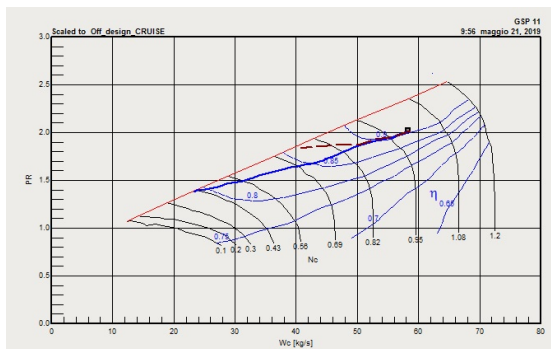
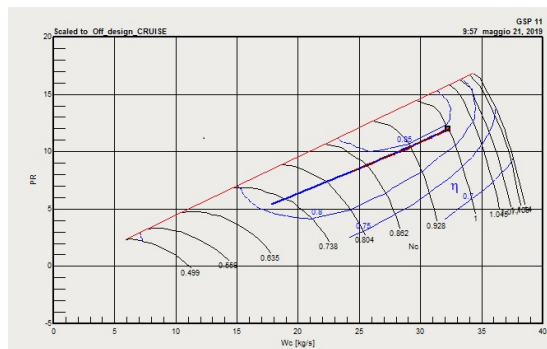


Fig.1: Schema della simulazione

Per prima cosa dopo aver settato tutti i parametri relativi alle condizioni di progetto, si attua una prima simulazione il cui scopo é quello di evidenziare l'andamento della working line per i componenti di alta e bassa pressione che compongono l'apparato di compressione.



(a) Compressore di bassa pressione



(b) Compressore di Alta pressione

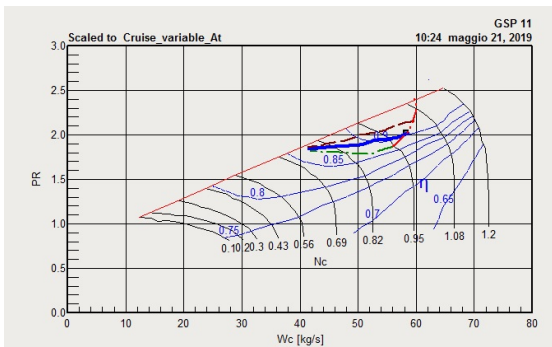
Le simulazioni effettuate si riferiscono a condizioni di take-off (linea blu continua) e di cruise (linea tratteggiata marrone). É possibile in prima battuta riscontrare la differenza fra le due working line che risiede nelle condizioni di lavoro dell'ugello del flusso caldo.

Per il compressore di bassa pressione, quest'ultimo é in condizioni sub-critiche come testimoniato dalla presenza degli effetti del M_0 sulla working-line che tende ad avvicinarla alla linea di pompaggio. Nel caso del compressore di alta, la working-line é una retta poiché la turbina che lo alimenta é bloccata. Ciò é dovuto essenzialmente al fatto che la turbina che alimenta il compressore di bassa pressione é in condizioni critiche, "congelando" la turbina di alta pressione nel suo funzionamento.

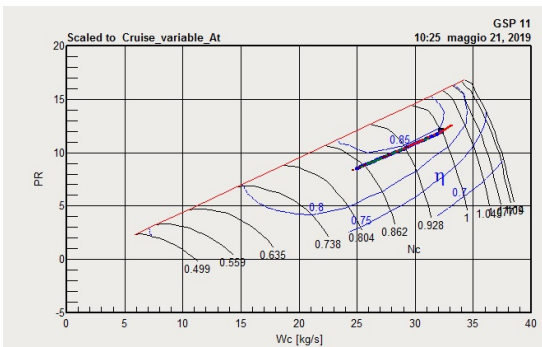
Dopodiché era richiesto di plottare l'andamento di alcune grandezze fondamentali nella definizione delle prestazioni del motore.

Variazione geometria ugello

Nella prima simulazione si é sempre considerato l'ugello con un'area di gola *costante*. Ora si vuole evidenziare le modifiche alle prestazioni che avvengono con un ugello avente una geometria diversa.



(a) Compressore di bassa pressione



(b) Compressore di Alta pressione

Come nel caso precedente la turbina di alta pressione é bloccata dalla turbina di bassa pressione critica, difatti una variazione dell'area di gola non varia la linea di funzionamento. Nel caso della turbina di bassa pressione si osserva il tipico andamento della working line al variare dell'area di gola. Non variando il numero di giri, il lavoro del compressore e di conseguenza della turbina rimane costante, ma se passa piú aria l'espansione é piú efficace e β_T cresce. Ma per mantenere costante il lavoro, l'unica soluzione é che T_3^o diminuisca. Spostandoci sulla mappa vediamo come un'aumento dell'area di gola (linea tratteggiata marrone) implichi un allontanamento dal pompaggio. Al contrario una graduale diminuzione dell'area di gola porterá la linea di funzionamento sulla linea di pompaggio. Si riportano i grafici delle prestazioni come nel primo caso.

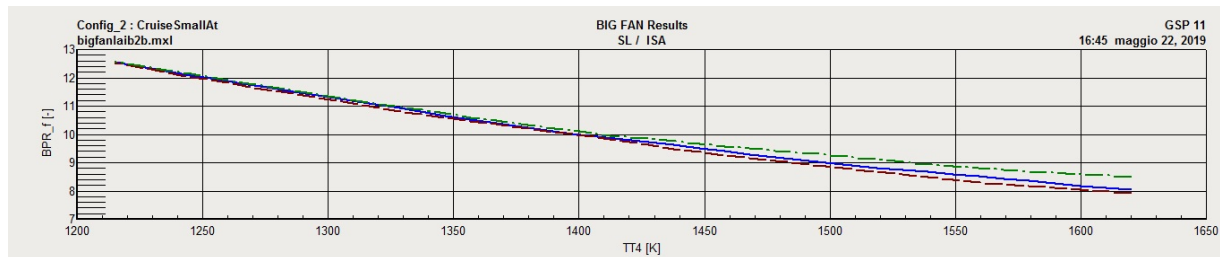


Fig.6: Bypass ratio

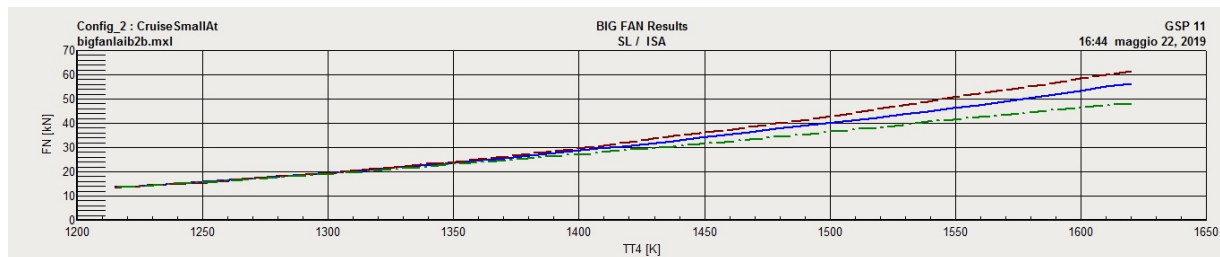


Fig.6: Spinta netta

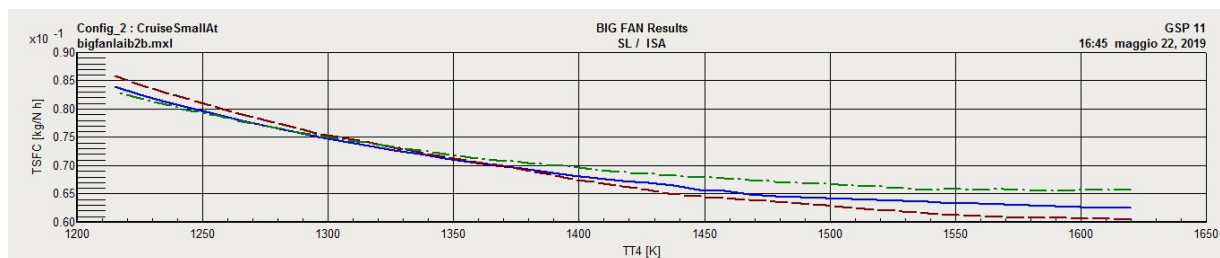


Fig.6: Consumo specifico

Esercitazione Laib 2

All'aumentare della manetta il numero di giri del generatore di gas aumenta, mentre quello della turbina libera di potenza rimane costante.

Aumenta la potenza disponibile in turbina, il compressore si muove verso potenze superiori fino alle condizioni di progetto. Aumenta anche la potenza disponibile alla turbina libera di potenza ma poiché l'elica è regolata a numero di giri costante, la potenza non varia. La potenza in eccesso, in generale è assorbita dall'elica.

Osservando l'andamento della mappa dell'elica è possibile dare una spiegazione al fenomeno.

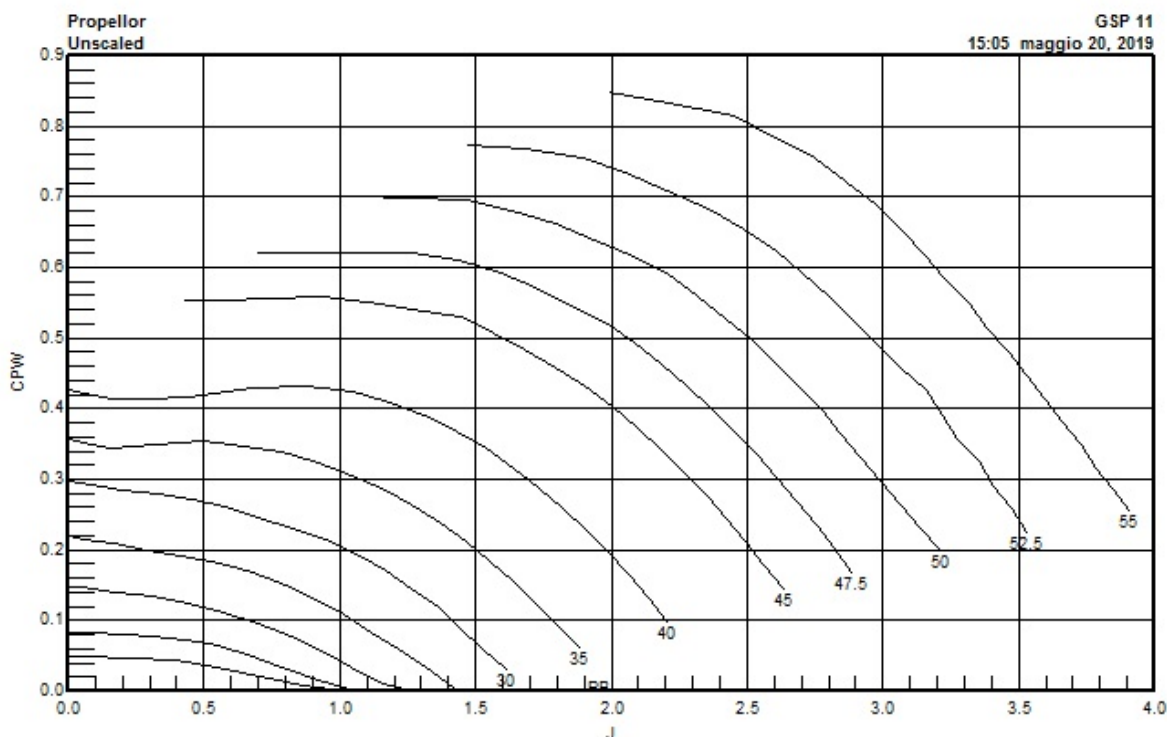


Fig.3: Mappa di funzionamento dell'elica

Sulle ascisse è riportato J (rapporto di avanzamento) pari al rapporto tra la velocità di volo e una velocità caratteristica dell'elica, rappresentata dal numero di giri. Nel nostro caso si lavora a punto fisso con $J=0$, ci si muove sull'asse delle ordinate, dove è riportato il coefficiente di potenza pari al rapporto fra la potenza effettiva e una potenza caratteristica costruita con le grandezze dell'elica, dice in maniera adimensionale la potenza richiesta dall'elica.

Ogni curva è funzione di un determinato valore del passo dell'elica. Man mano che il calettamento aumenta, aumenta anche la potenza richiesta, poiché le forze applicate con i relativi momenti aumentano.

Se il numero di giri cresce il calettamento si porta a gradi maggiori. Man mano che la turbina libera genera potenza maggiore il calettamento aumenta e l'elica avrà bisogno di maggiore potenza. Così facendo il numero di giri rimane costante, il punto di funzionamento si sposta verso l'alto, il CP cresce, e di conseguenza aumenta la potenza richiesta dall'elica. Assorbendo maggior potenza l'elica spingerà anche di più.

Turbogetto

Il punto di progetto é $M_0 = 0.85$ e $z = 30000$ ft e i parametri di progetto sono $\beta_C = 11$ e $TIT = 1250$ K.

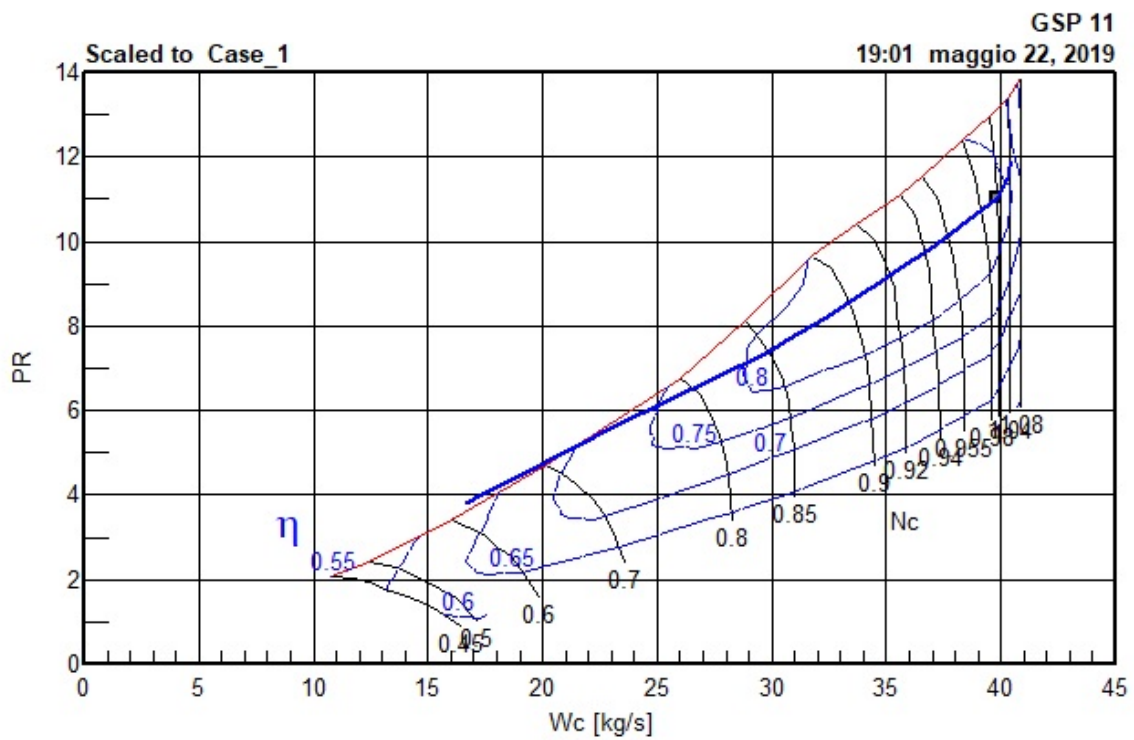
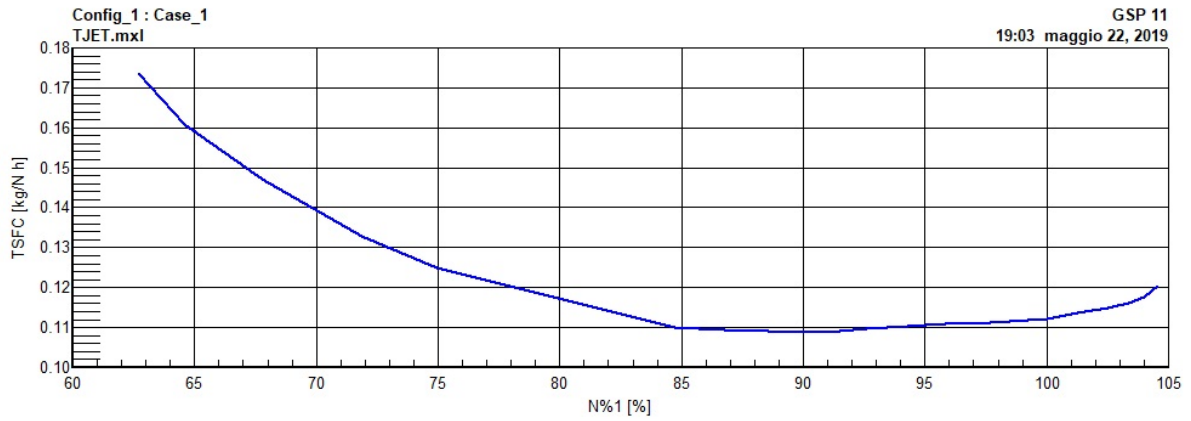
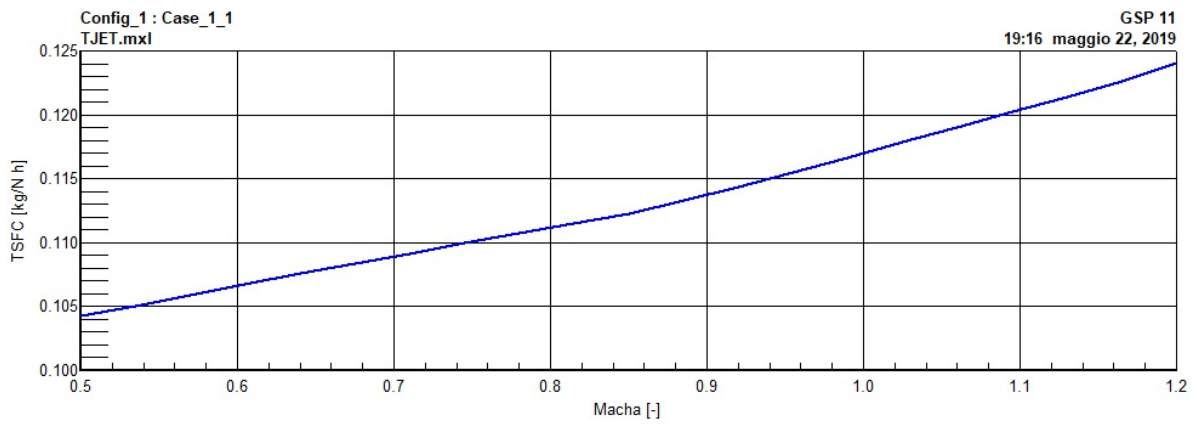


Fig.6: Mappa del compressore del turbogetto con working line

Infine si riporta l'andamento del consumo specifico al variare di:



(a) Numero di giri



(b) Numero di Mach

Motori per Aeromobili Esercitazione 6 – Combustore

Si considerino i seguenti dati necessari per il progetto preliminare di un combustore

- **Dati ciclo motore**

$$\dot{m} = 103 \text{ kg/s}$$

$$T_2^0 = 923 \text{ K}$$

$$T_3^0 = 1744 \text{ K}$$

$$\eta_b = 0.99$$

- **Dati relativi ai fluidi**

a) combustibile $H_i = 10350 \text{ kcal/kg}$; $\alpha_{st} = 14.8$

b) aria $c_p = 946 + 0.1884 T \text{ (K) J/(kg K)}$; $R = 287 \text{ J/(kg K)}$

c) gas combusti $c_p' = c_p + A (54.418 + 0.07535 T(K)) \text{ J/(kg K)}$; $R' = R (1 + 0.06 A)$; $A = (1 + \alpha_{st}) / (1 + \alpha)$

- **Cooling**

$K=6$ (Film cooling)

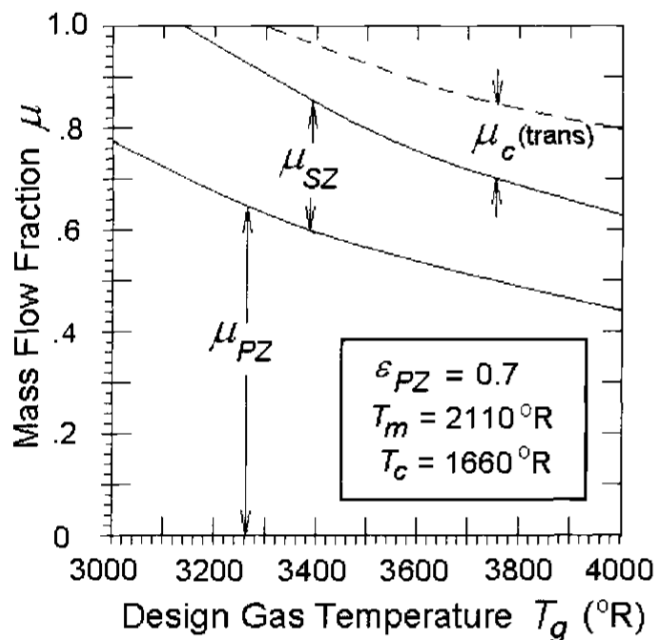
$K=25$ (Effusion cooling)

$T_{\text{metal}} = 1172 \text{ K}$

Considerando nella primary zone $\phi_{PZ}=0.8$ ed $\epsilon_{PZ}=0.7$ si valuti

- l'andamento della temperatura lungo l'asse del motore e la ripartizione della portata nella primary zone (PZ), secondary zone (SZ) e dilution zone (DZ);
- il sistema di cooling più appropriato

Considerando nella primary zone $\epsilon_{PZ}=0.7$ si valuti, la variazione della design gas temperature (massima temperatura del combustore) e la ripartizione della portata (primary zone (PZ), secondary zone (SZ), dilution zone (DZ) e cooling) al variare di ϕ_{PZ} nel range $0.4 \leq \phi_{PZ} \leq 0.8$.



Dopodiché si esprime tutto in funzione dell'unica variabile α :

$$\eta_B H_i = [c_p + A(\alpha)(54.418 + 0.07535 \cdot T_m)](1 + \alpha)(T_3^o - T_2^o) \rightarrow \boxed{\alpha = 40.8}$$

Si ricavano il dato del calore specifico c'_p dei gas combusti e la portata complessiva di combustibile \dot{m}_F .

$$\boxed{c'_p = 1250.5 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}} \quad \boxed{\dot{m}_f = 2.53 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

Andamento temperatura

Si vuole calcolare l'andamento della temperatura lungo l'asse motore e la ripartizione della portata fra le varie zone.

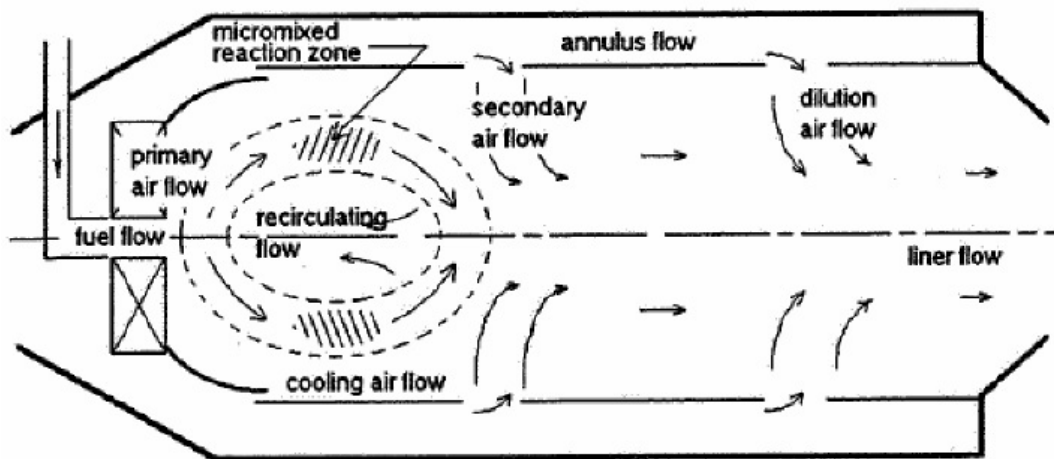


Fig.2: Flussi d'aria nel combustore

Per prima si considera la *primary zone*. Nei vari casi, il punto di partenza sarà sempre il bilancio in camera di combustione:

$$\phi_{PZ} = \text{equivalent ratio} = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_{PZ}} \frac{1}{f} = 0.8$$

$$\boxed{\dot{m}_{PZ} = \frac{\dot{m}_F \alpha_{ST}}{\phi_{PZ}} = 46.75 \frac{\text{kg}}{\text{s}}} \rightarrow \eta_B \varepsilon_{PZ} \dot{m}_F H_i = c'_p (T_{PZ}^o - T_2^o)(\dot{m}_{PZ} + \dot{m}_f)$$

$$\boxed{T_{PZ}^o = \frac{\eta_B \varepsilon_{PZ} \dot{m}_F H_i}{c'_p (\dot{m}_{PZ} + \dot{m}_f)} + T_2^o = 2153.7 \text{ K}}$$

In questa zona l'andamento è crescente.

Al termine della zona primaria c'è la zona secondaria (SZ) dove si completa la combustione. La temperatura è costante e pari a T_{PZ} . Si passa al calcolo della portata partendo dal bilancio in camera:

$$\eta_B(1 - \varepsilon_{PZ}) \dot{m}_f H_i = c'_p T_{PZ}^o (\dot{m}_{SZ} + \cancel{\dot{m}_f} - \dot{m}_{PZ} - \cancel{\dot{m}_f}) = c'_p T_{PZ}^o \Delta \dot{m}$$

$$\Delta \dot{m} = \frac{\eta_B (1 - \varepsilon_{PZ}) \dot{m}_f H_i}{c'_p T_{PZ}^o} = 12.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\boxed{\dot{m}_{SZ} = \dot{m}_{PZ} + \Delta \dot{m} = 58.82 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

Impatto di ϕ_{PZ} sulle prestazioni

Se ϕ_{PZ} varia, con esso variano le frazioni di massa per la varie zone del motore, con il rischio di non avere massa sufficiente per completare il processo. In particolare per quantificare l'impatto sulle prestazioni si fa variare ϕ_{PZ} fra 0.4 e 0.8, ovvero il valore effettivamente usato.

Si calcola in seguito la variazione della *design gas temperature* ($T_G = T_{PZ}^o$) e la ripartizione della portata tra le varie zone indicata dal parametro μ : mass flow fraction. La somma delle varie μ associate alle varie zone del combustore sarà naturalmente pari a 1.

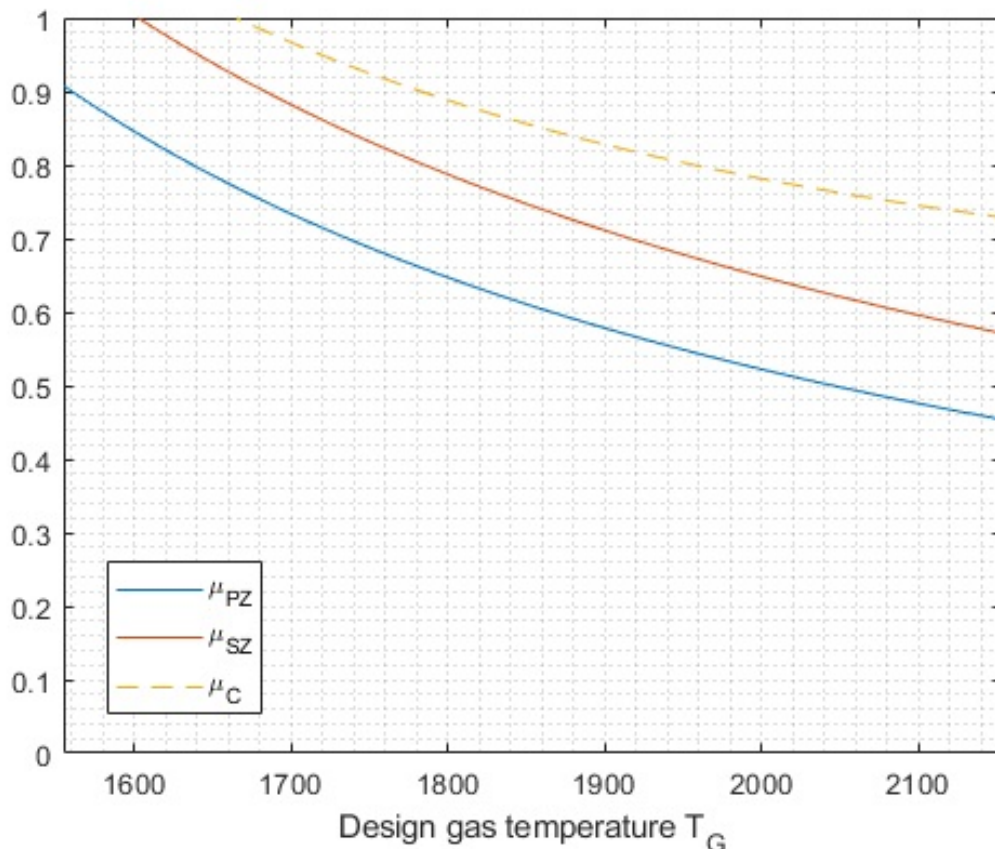


Fig.4: Ripartizione portata al variare della T_G

La situazione di design analizzata nella sezione precedente corrisponde al limite destro del grafico. Dove ritroviamo le frazioni ricavate precedentemente:

$$\begin{cases} \mu_{PZ} = 0.46 \\ \mu_{SZ} = \mu_{PZ} + 0.12 \\ \mu_C = 0.16 \\ \mu_{DZ} = 0.26 \end{cases}$$

La porzione riguardante la secondary zone é pari a 0.12 ma sul grafico é riportata la somma per evidenziarne l'incidenza sulla portata totale.

```

64 eta = 0.99; Hi = 43304e3;
65 A = @(x) (1+ alpha_st)/(1 + x);
66 cp_primo = @(x) cp_1 + A(x)*(54.418 + 0.07535*T);
67 f = @(x) eta*Hi - ((1 + x)*cp_primo(x)*Δ_T);
68
69 alpha = fsolve(f,40);
70
71 cp_combusti = cp_primo(alpha);
72 port_comb = port_aria / alpha;
73
74 % PZ
75 phi = linspace(0.4,0.8);eps = 0.7;
76
77 port_PZ = (port_comb*alpha_st)./phi;
78
79 T_G = ((eta*eps*port_comb*Hi) ./ ...
80      (cp_combusti*(port_PZ + port_comb))) + T_2;
81
82 % SZ
83
84 Δ_port = ( eta*(1 - eps)*port_comb*Hi ) ./ ...
85      ( cp_combusti * T_G);
86 port_SZ = port_PZ + Δ_port;
87
88 % DZ
89
90 T_metal = 1172; k = 25;
91
92 psi = (T_G - T_metal)./(T_G - T_2);
93 port_cool = (port_aria.*psi)./( k*(1-psi) );
94 port_diluition = port_aria - port_SZ - port_cool;
95
96 frac_PZ = port_PZ./port_aria;
97 frac_SZ = port_SZ./port_aria;
98 frac_cool = port_cool./port_aria;
99 frac_DZ = port_diluition./port_aria;
100
101 plot(T_G,frac_PZ)
102 hold on
103 plot(T_G,frac_SZ)
104 hold on
105 plot(T_G,frac_SZ+frac_cool,'--')
106 legend('\mu_{PZ}','\mu_{SZ}','\mu_C')
107 xlim([T_G(1) T_G(end)])
108 ylim([0 1])
109 xlabel('Design gas temperature T_G')
110
111 grid minor

```

Lo scopo di questa esercitazione é quello di progettare un combustore, nei suoi aspetti principali. I requisiti che questo combustore deve rispettare sono molteplici:

1. La camera principale deve lavorare in maniera soddisfacente in piú di un punto operativo.
2. La parte di motore racchiusa nel liner deve essere progettata affinché sia possibile una riaccensione ad alta quota.
3. Il sistema di air cooling del liner deve essere progettato per la massima temperatura raggiungibile dal componente.
4. La primary zone deve essere progettata in condizione di idling, ovvero con motore non in movimento.
5. La lunghezza del combustore deve essere progettata nel caso di massima portata massica.

In questa trattazione non si affronterà la progettazione del sistema di accensione, di competenza del secondo requisito, ci si concentrerà sugli altri.

In condizione di massima pressione dinamica (sea-level, Mach di volo pari a 1.2) si riscontrano la massima temperatura del gas e anche quella di portata massima. Per questo motivo, queste saranno le condizioni del design point del motore.

Dal design dei componenti turbina e compressore, si ricavano i valori dei raggi medi in ingresso e uscita al combustore:

$$r_{mIN} = 0,229 \text{ m} \quad r_{mOUT} = 0,178 \text{ m}$$

Grazie all'espressione per l'area del motore all'uscita del compressore(3.1) e all'ingresso in turbina(4) (note) e a quella del raggio medio nelle stesse "stazioni" si ricava la geometria del diffusore, che é una struttura a corona circolare, anulare:

$\left\{ \begin{array}{l} r_m = \frac{1}{2}(r_i + r_o) \text{ (noto)} \\ H = (r_o - r_i) \\ A = \pi(r_o^2 - r_i^2) = 2 \pi r_m H \text{ (noto)} \end{array} \right. \rightarrow$	Stazione 3.1	Stazione 4	
	$A(m^2)$	18.02	13.38
	$r_m(m)$	0.229	0.178
	$r_i(m)$	0.22	0.17
	$r_o(m)$	0.23	0.183
$H(m)$	0.013	0.012	

Layout

Una volta definiti i parametri principali, bisogna decidere il "layout" del motore. Ci sono due alternative:

- **Design A:** I raggi del case esterno e della stazione 3.1 combaciano.
- **Design B:** I raggi del case esterno e della stazione 4 combaciano.

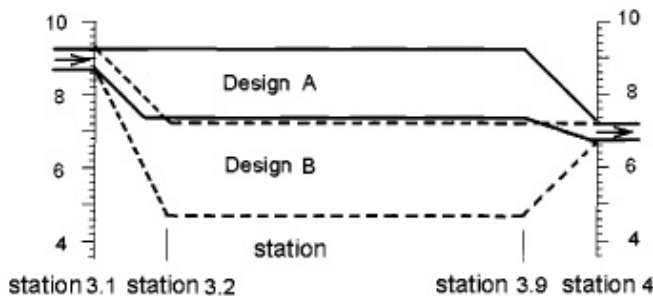


Fig.1: Alternative di layout

Liner

Dopo aver determinato le grandezze essenziali del case piú esterno, insieme all'air partitioning bisogna determinare e progettare le grandezze essenziali corrispondenti al liner e alla porzione di motore racchiusa da esso. Si conosce l'altezza radiale H_R del case piú esterno, il rapporto con l'altezza radiale del liner é pari ad α . Si privilegia il rapporto che determina la massima penetrazione dei getti nella zona secondaria.

$$\alpha_{OPT} = \frac{H_L}{H_R} = 1 - \left(\frac{\dot{m}_A}{\dot{m}} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\Delta p^o}{q} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

Il parametro \dot{m}_A che appare nella espressione é la portata che passa nella sezione anulare del motore (secondary e dilution zone).

Si fa riferimento alla configurazione del main burner e si calcolano i termini che compaiono nella espressione:

$$\frac{\Delta p^o}{q} = \frac{p_{3.2}^o - p_4^o}{p_{3.2}^o - p_{3.2}} = 8.585 \quad \frac{\dot{m}_A}{\dot{m}} = \mu_{SZ} + \mu_{DZ} = 0.372$$

Si calcola:

$$\alpha_{OPT} = 0.747 \rightarrow H_L = \alpha_{OPT} H_R = 0.050m$$

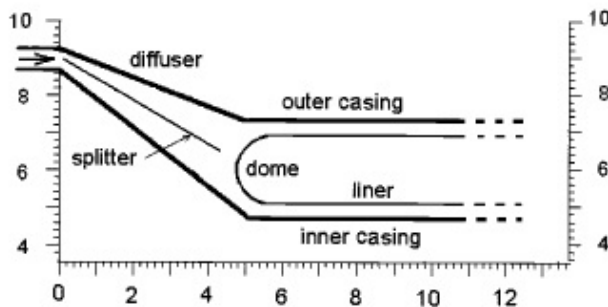


Fig.3: Liner dome

Perdita di pressione totale

Con i dati ottenuti possibile calcolare il valore di perdita pressione necessario affinché ci sia un adeguato stirring e mixing nella zona primaria.

$$\left(\frac{\Delta p^o}{q} \right)_{min} = \left(\frac{\dot{m}_{PZ}}{\dot{m}} \right)^2 \left(\frac{A_R}{A_L} \right)^2 \tau_{PZ} (2 \tau_{PZ} - 1) \rightarrow \tau_{PZ} = \frac{T_g}{T_{3.2}} = 2.319 \rightarrow \left(\frac{\Delta p^o}{q} \right)_{min} = 3.383$$

La perdita di pressione in questione é il 40% della perdita totale nel main burner (8.585), che é un buon margine di tolleranza.

Primary zone

Si progettano ora i nozzle per gli swirler della zona primaria. La velocità del getto si ricava dalla velocità di riferimento:

$$U_r = 49.96 \frac{m}{s} \rightarrow V_j = U_r \sqrt{\frac{\Delta p^o}{q}} = 146.37 \frac{m}{s}$$

Si impone raggio all'hub dello swirler pari a 0.013 m per inserire l'atomizzatore del getto d'aria, un buco a pareti appuntite con coefficiente di discharge pari a $C_D = 0.64$ e con un angolo delle palette dello swirl pari a 45° .

La massima penetrazione del getto è pari a:

$$\frac{Y_{max}}{d_j} = 1.15 \sqrt{\frac{q_j q_r}{q_r q_L} \left(1 - \frac{q_A q_r}{q_r q_j}\right)} = 3.022$$

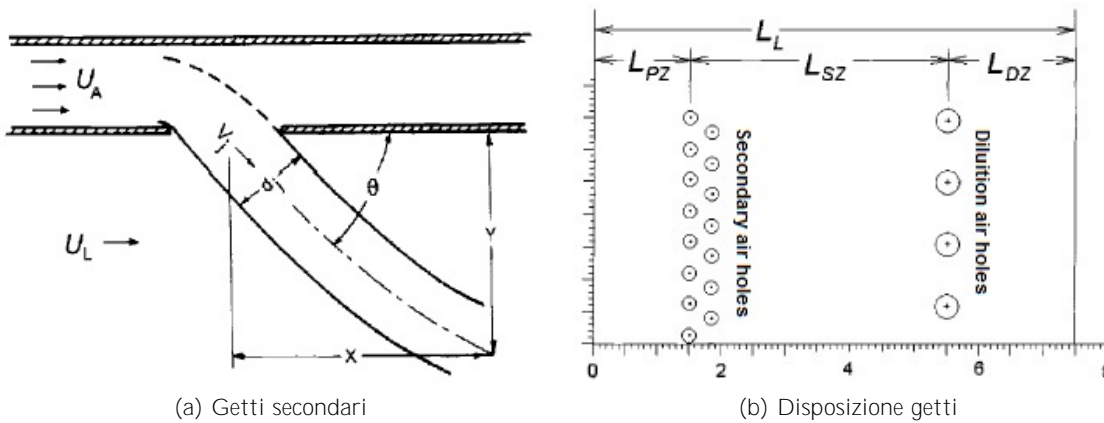
Il diametro del getto corrispondente a quello della "vena contracta", ovvero il diametro del foro sottratto in maniera simmetrica della spazio in cui il getto curva la sua traiettoria è pari a:

$$d_j = \frac{1}{4} H_L \left(\frac{Y_{MAX}}{d_j}\right)^{-1} = 0.004 \text{ m}$$

È possibile calcolare il numero di fori nella zona secondaria:

$$N_{hSZ} = \frac{4 \dot{m}_{SZ}}{\rho_r \pi d_j^2 V_j} = \mu_{SZ} \left(\frac{4 A_r}{\pi d_j^2}\right) \frac{U_r}{V_j} \sim 328$$

I getti secondari entrano nel liner con angolo θ :



$$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{q_A q_r}{q_r q_j}} \rightarrow \theta = 59.9^\circ$$

Il diametro di ogni foro è pari a:

$$d_h = \frac{d_j}{\sqrt{C_D} \sin \theta} = 0.59 \text{ cm}$$

Ci sono troppi fori secondari, non è possibile posizionarli in un'unica linea, ma devono essere comunque posizionati il più vicino possibile alla fine della primary zone. Per ogni ugello/swirler ci sono $238/14 = 17$ fori e saranno divisi in modo che 12 siano nel liner esterno e 5 in quello interno. Infine, la lunghezza della zona secondaria è calcolata come :

$$L_{SZ} = 2 H_L \sim 0.102 \text{ m}$$

Dilution zone

Si segue lo stesso procedimento della SZ, con una piccola differenza: in questo caso si cerca di ridurre Y_{MAX} (penetrazione getto) fino a $H_L/3$ invece di $H_L/4$ della SZ. I getti della zona secondaria hanno ridotto la portata anulare alla sola frazione della dilution zone, ciò comporta variazioni nei rapporti di pressione dinamica:

$$\frac{q_A}{q_r} = \left(\frac{\dot{m}_A A_r}{\dot{m}_r A_A}\right)^2 = \left(\frac{\mu_{DZ}}{1 - \alpha_{OPT}}\right)^2 = 0.446$$

Endoreattori a propellenti liquidi per lanciatore a tre stadi

1976 US Standard Atmosphere

Alt. (km)	T/To	P/Po	D/Do	Temp. (K)	Pressure	Density
0	1.00000	1	1	288.15	101.33	1.225
1	0.97745	0.88701	0.907477	281.65	89.88069	1.11166
2	0.95490	0.784618	0.821677	275.15	79.50535	1.006554
3	0.93236	0.692042	0.742248	268.66	70.1246	0.909254
4	0.90983	0.608541	0.668854	262.17	61.66346	0.819347
5	0.88730	0.533415	0.601166	255.68	54.0509	0.736428
6	0.86478	0.466001	0.538866	249.19	47.21991	0.660111
7	0.84227	0.405677	0.481647	242.70	41.10722	0.590018
8	0.81976	0.351853	0.429212	236.22	35.65328	0.525785
9	0.79727	0.303978	0.381275	229.73	30.8021	0.467062
10	0.77478	0.261532	0.337558	223.25	26.50108	0.413509
11	0.75229	0.22403	0.297796	216.77	22.70095	0.3648
12	0.75187	0.191456	0.254642	216.65	19.40027	0.311936
13	0.75187	0.163627	0.217628	216.65	16.58031	0.266594
14	0.75187	0.139849	0.186003	216.65	14.17095	0.227854
15	0.75187	0.119533	0.158982	216.65	12.11229	0.194753
16	0.75187	0.102173	0.135893	216.65	10.35322	0.166469
17	0.75187	0.087339	0.116163	216.65	8.850047	0.1423
18	0.75187	0.074662	0.099302	216.65	7.565491	0.121645
19	0.75187	0.063828	0.084893	216.65	6.467703	0.103994
20	0.75187	0.054569	0.072578	216.65	5.529479	0.088908
21	0.75510	0.04667	0.061807	217.58	4.729078	0.075713
22	0.75854	0.039945	0.05266	218.57	4.047606	0.064508
23	0.76199	0.034214	0.044902	219.57	3.466954	0.055004
24	0.76543	0.029328	0.038316	220.56	2.971816	0.046937
25	0.76888	0.025158	0.032721	221.55	2.549275	0.040083
26	0.77232	0.021597	0.027964	222.54	2.188419	0.034256
27	0.77576	0.018553	0.023916	223.54	1.880007	0.029297
28	0.77920	0.01595	0.02047	224.53	1.61622	0.025075
29	0.78264	0.013722	0.017533	225.52	1.390436	0.021478
30	0.78608	0.011813	0.015028	226.51	1.197043	0.018409
31	0.78952	0.010177	0.012891	227.50	1.031268	0.015791
32	0.79296	0.008774	0.011065	228.49	0.889067	0.013555
33	0.80157	0.007572	0.009447	230.97	0.767311	0.011572
34	0.81119	0.006547	0.008071	233.74	0.663412	0.009887
35	0.82080	0.005671	0.006908	236.51	0.574593	0.008463
36	0.83041	0.00492	0.005924	239.28	0.49852	0.007257
37	0.84002	0.004276	0.00509	242.05	0.433245	0.006235
38	0.84962	0.003722	0.004381	244.82	0.377135	0.005366
39	0.85922	0.003245	0.003777	247.59	0.328817	0.004626
40	0.86882	0.002834	0.003262	250.35	0.287139	0.003995
41	0.87842	0.002478	0.002821	253.12	0.251128	0.003456
42	0.88801	0.002171	0.002445	255.88	0.219963	0.002995
43	0.89760	0.001904	0.002121	258.64	0.192947	0.002599
44	0.90718	0.001673	0.001844	261.40	0.169492	0.002259
45	0.91677	0.001471	0.001605	264.17	0.149097	0.001966
46	0.92635	0.001296	0.001399	266.93	0.131337	0.001714
47	0.93592	0.001143	0.001222	269.69	0.115847	0.001496
48	0.93927	0.001009	0.001075	270.65	0.102292	0.001317
49	0.93927	0.000891	0.000949	270.65	0.090333	0.001163
50	0.93927	0.000787	0.000838	270.65	0.079776	0.001027

Introduzione

Lo scopo dell'esercitazione è studiare le prestazioni di un endoreattore a propellenti liquidi a 3 stadi, non riutilizzabile (*Expendable Launch Vehicle*) progettato per l'inserzione in orbita geostazionaria di un satellite di massa pari a 1200 kg. Forniti i dati relativi ai propellenti e alle condizioni in camera di combustione, si vuole, innanzitutto, calcolare i valori di determinati indici di prestazione nelle condizioni di progetto e, in seguito, verificare come varia la spinta (per il motore del primo stadio) al variare della quota. Si fanno innanzitutto alcune considerazioni preliminari:

Pressioni in camera p_c Data la natura della missione, poiché il motore opera in atmosfera, sono necessarie elevate pressioni in camera di combustione, per le quali conviene utilizzare cicli di alimentazione tramite turbopompe, che fornisce prestazioni maggiori e spinte elevate. Ciò è valido in particolare per i primi due stadi. Per il terzo stadio sono invece richieste pressioni più basse in quanto si parla di un motore che lavora nelle vicinanze dell'apogeo dell'orbita per manovre di circolarizzazione.

Propellenti Nel primo stadio è conveniente ridurre il più possibile la massa dei serbatoi e per questa ragione si preferisce ottimizzare gli indici prestazionali al fine di minimizzare tale valore, primo su tutti l'impulso specifico per densità; invece, negli stadi successivi si preferisce avere un impulso specifico maggiore per ridurre il consumo di combustibile. Inoltre, per il terzo stadio si preferiscono propellenti *storable*, ovvero più facili da immagazzinare per lunghi periodi in quanto non criogenici, perché potrebbero risultare utili per future manovre di *station keeping* (è il caso del tetrossido di azoto e della monometilidrazina).

Power plant Nel primo stadio si ha un'alimentazione con *gas generator*, che consiste in una turbina che aziona delle turbopompe, le quali inviano i propellenti in camera di combustione. È possibile scaricare i gas esausti all'uscita della turbina tramite ugelli secondari o iniettandoli dentro l'ugello principale, aumentando così la spinta di circa 13 kN. Nel secondo stadio è invece implementato il metodo *tap-off*, ovvero la turbina è alimentata dai gas combusti prelevati da una zona relativamente fredda della camera di combustione; i gas sono poi scaricati all'esterno come nel caso precedente, aumentando la spinta di circa 5 kN. L'ultimo stadio presenta un'alimentazione per pressurizzazione, ovvero è presente un serbatoio di gas inerte che pressurizza i serbatoi dei propellenti facendo in modo che essi fluiscano in camera di combustione. Questa soluzione risulta più affidabile e semplice ed è più conveniente visti i volumi relativamente bassi di propellente.

Si introducono le relazioni per il calcolo delle prestazioni a progetto. La velocità caratteristica è definita come:

$$c_{id}^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}}$$

e ricordando che la portata si può scrivere nella sezione di gola come:

$$\dot{m} = \frac{p_c A_t}{\sqrt{RT_c}} \Gamma$$

si ha:

$$c_{id}^* = \frac{\sqrt{RT_c}}{\Gamma}$$

con R che rappresenta il rapporto tra la costante universale dei gas e la massa molecolare del propellente e con Γ che è data dalla formula:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\gamma}}{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = f(M_t = 1)$$

Nel caso reale, siccome si ha una combustione incompleta che comporta il non raggiungimento della temperatura prevista e siccome non si ha una miscelazione uniforme del propellente (MR inferiori

Primo stadio: motore A-1

Il primo stadio é composto da 3 motori, ognuno in grado di fornire una spinta pari a 3340 kN al livello del mare. I motori utilizzano LOX, che risulta poco pericoloso da gestire, non tossico, non corrosivo e fornisce buone prestazioni, insieme al cherosene (RP-1), che ha una densità alta e permette così di avere serbatoi piccoli. MR é quella per cui I_s é ottimale, viste le simile densità dei propellenti. Sono forniti la pressione e la temperatura in camera di combustione, γ , MR e la massa molare dei propellenti. Per il motore A-1 é assegnata inoltre la pressione all'uscita dell'ugello. Il motore lavorerebbe in condizioni di massima spinta se l'ugello fosse adattato ma per difficoltà costruttive non sempre é possibile realizzare ciò perché la quota varia molto rapidamente e servirebbe perciò un ugello a geometria variabile. Un endoreattore viene progettato per una certa quota, detta quota di adattamento, e il flusso sarà sovraespanso a quota inferiore a quella di adattamento, e sottoespanso a quota superiore. Bisogna sempre verificare, inoltre, che il rapporto tra la pressione ambiente e quella di uscita dall'ugello sia inferiore a 0.4 altrimenti nascono nell'ugello onde d'urto oblique che creano un disallineamento della spinta e forti vibrazioni. Essendo le pressioni in camera di combustione elevate, l'ugello si può considerare critico.

Nota γ é possibile calcolare Γ e poi ottenere la velocità caratteristica ideale e quella reale utilizzando le relazioni prima calcolate. Nota la pressione di uscita dell'ugello, si può calcolare il rapporto di espansione ϵ e poi il coefficiente di spinta reale, considerando la pressione al livello del mare $p_0 = 1$ bar. Noti C_f e c é possibile calcolare l'impulso specifico e l'impulso specifico per densità con le apposite relazioni. Inoltre é possibile calcolare l'area di gola A_t e ricavare la portata nella sezione di gola. Dal seguente sistema si ricavano poi le portate di ossidante e combustibile necessarie a mantenere queste condizioni:

$$\begin{cases} \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{\dot{m}_F}{\rho_F} + \frac{\dot{m}_O}{\rho_O} \\ \dot{m} = \dot{m}_F + \dot{m}_O \\ \dot{m}_O = \dot{m}_F \cdot MR \end{cases}$$

Si nota che ϵ é parecchio inferiore a quello degli altri due motori poiché non si può espandere troppo in atmosfera.

Secondo e terzo stadio: Motori A-2 e A-3

Il secondo stadio é composto da 2 motori, ognuno dei quali fornisce una spinta pari a 670 kN nel vuoto. L'ossidante é l'ossigeno liquido (LOX). Il combustibile é idrogeno liquido (LH_2), che fornisce ottime prestazioni e presenta un costo accettabile. Il terzo stadio é costituito da un singolo motore che fornisce una spinta nel vuoto pari a 11 kN. L'ossidante é il *nitrogen tetraoxide* (NTO, tetraossido di diazoto) che fornisce medie prestazioni, ha lo stesso costo dell'ossigeno liquido, presenta alte pressioni di vapore ed é caratterizzato da un ridotto campo di temperature in cui é allo stato liquido. Il combustibile é *monometilhydrazine* (MMH, monometilidrazina), che crea con l'NTO una combinazione *iperbolica*, cioè l'accensione avviene spontaneamente non appena essi entrano in contatto. Quest'ultimo stadio é usato per il controllo dell'orbita e manovre correttive. MR ha la particolarità di rendere uguali le portate in volume, ovvero é possibile costruire due serbatoi uguali.

Viene fornito questa volta il rapporto di espansione ϵ invece della pressione all'uscita dell'ugello. E' possibile ricavare quest'ultima tramite un calcolo iterativo di punto fisso, partendo da un valore arbitrario, riscrivendo l'equazione come segue:

$$\left(\frac{\Gamma}{\epsilon}\right)^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} X^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - X^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$

in cui X é il rapporto tra la pressione di uscita e la pressione in camera di combustione, $X = p_e/p_c$. Noto p_e é possibile seguire lo stesso procedimento descritto nella sezione precedente per ricavare tutti i parametri prestazionali dell'endoreattore, considerando però $p_0 = 0$ dal momento che é data la spinta nel vuoto.

Tutte le grandezze calcolate sono riportate in **grassetto** nella tabella. Si noti che il secondo e terzo motore hanno impulsi specifici piú elevati del primo, per minimizzare i consumi, mentre il primo ha un impulso specifico per densità elevato per contenere i volumi e quindi i pesi dei serbatoi.

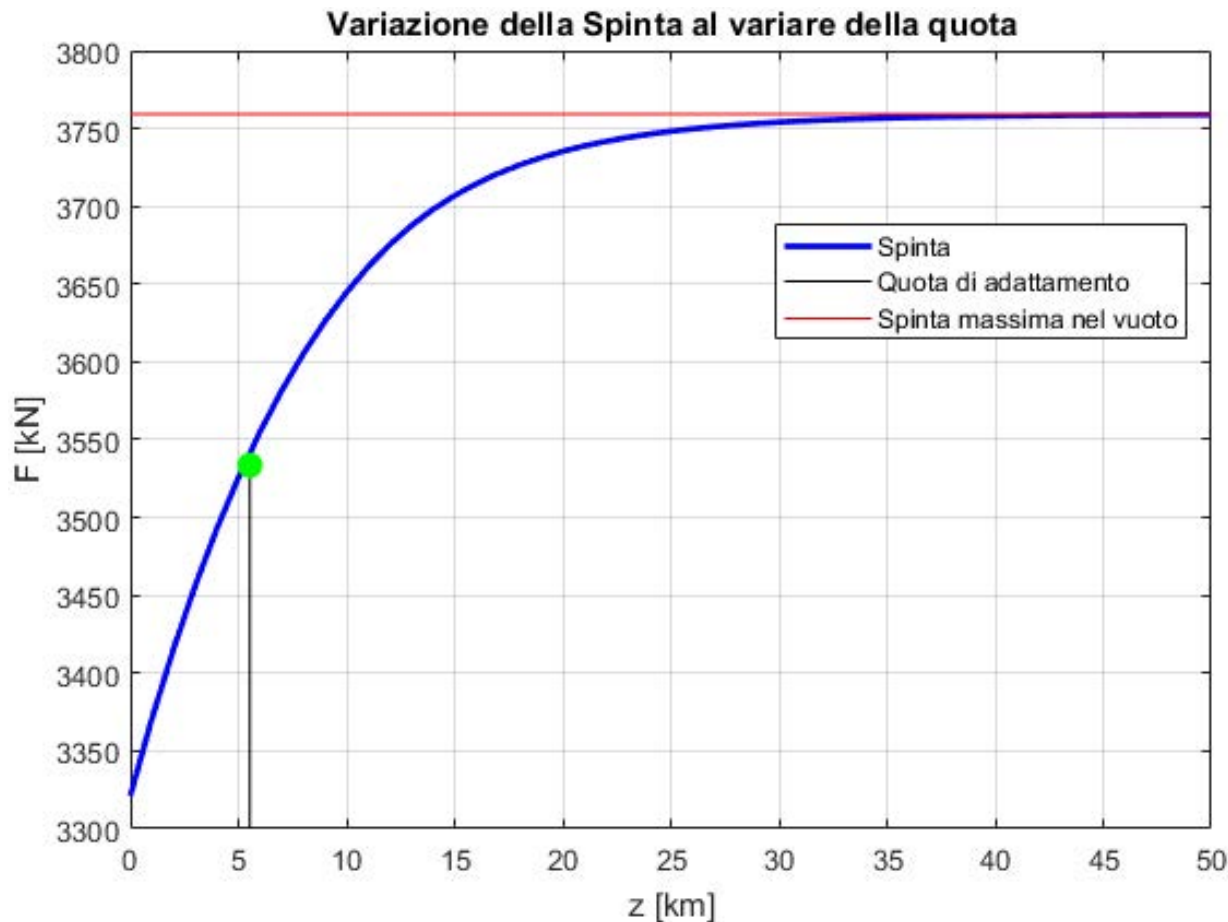


Figura 2: Spinta al variare della quota

Motore A-1: Spinta al variare della quota

Per valutare l'andamento della spinta al variare della quota ci si riferisce all'espressione del C_F . L'unico fattore influenzato dalla quota è il C_F .

$$C_F = \eta_F \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \eta_F \varepsilon \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_0}{p_c} \right)$$

che può essere scomposta in un termine che non dipende da p_0/p_c e un secondo che tiene in conto degli effetti dell'atmosfera:

$$C_F = C_{F_{vac}} - \eta_F \varepsilon \frac{p_0}{p_c} \implies F = C_F p_c A_t$$

All'aumentare della quota si ottiene un coefficiente di spinta sempre maggiore. Il C_F tende ad un valore asintotico rappresentato da $C_{F_{vac}}$. La quota di adattamento si ha quando $p_0 = p_e = 0,522$ bar. Utilizzando i dati dell'atmosfera internazionale standard (ISA) forniti in appendice, per interpolazione è possibile ricavare la quota di adattamento che risulta pari a $z_{ad} = 5,5348$ km. Tutte queste informazioni sono riportate nel grafico di figura