



**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 2440A**

**ANNO: 2019**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Ferrera Alessandra**

**MATERIA: Temi di Esame Elettronica - Prof. Stievano**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

K1

**Ingegneria Biomedica  
Esame di Elettrotecnica**

Nome \_\_\_\_\_

Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Domande (2 punti ciascuna)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Un circuito RC serie si sta scaricando con una costante di tempo di  $10 \mu\text{s}$ . Se  $R = 3 \text{ k}\Omega$ , determinare il valore del condensatore.

[ $C = 3.33 \text{ nF}$ ]



$$\frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \rightarrow \int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC} \rightarrow \ln \frac{q}{q_0} = -\frac{t}{RC} = -\frac{t}{\tau}$$

$$q = q_0 e^{-t/RC}$$

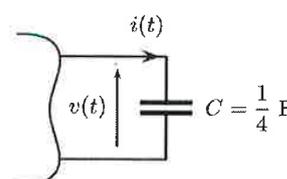
$$RC = \tau \rightarrow C = \frac{\tau}{R} = 3,33 \times 10^{-9} \text{ F} = 3,33 \text{ nF}$$

b) Se  $v(t) = 2\cos(100\pi t - 45^\circ) \text{ V}$ , calcolare l'impedenza del condensatore.

[ $Z = -j 12.7 \text{ m}\Omega$ ]

$$\hat{V} = 2e^{-j45^\circ} = \sqrt{2} - j\sqrt{2} \text{ V}$$

$$\hat{V} \rightarrow \hat{I}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{100\pi \frac{1}{4}} = -j 12,7 \text{ m}\Omega$$


**2) Esercizi (3 punti ciascuno)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Calcolare  $i_x$

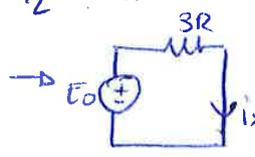
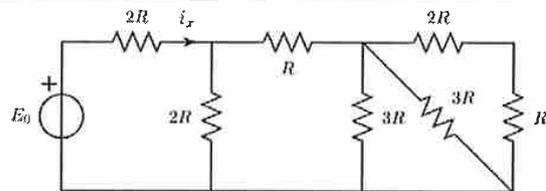
[ $i_x = E_0/3R$ ]

$$R_{eq} \rightarrow (2R+R) \parallel 3R = \frac{3}{2}R$$

$$\frac{3}{2}R \parallel 3R = \frac{9}{2} : \frac{9}{2} = 1R = R$$

$$(R+R) \parallel 2R = R$$

$$2R+R = 3R$$

$$i_x = \frac{E_0}{3R}$$



K1

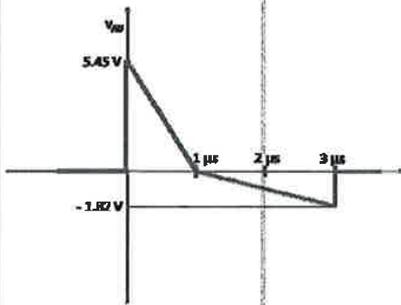
**3) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.

Calcolare e fornire un grafico quotato di  $v_{AB}(t)$ .

Se si usa la sovrapposizione degli effetti, si hanno solo 4 punti a disposizione per questo esercizio.

$R = 1 \text{ k}\Omega$

$[v_{AB} = 2/11 (3e_1 + e_2)]$



$$v_{AB} = v_H = \frac{e_1}{R} + \frac{e_2}{3R} = \left(\frac{e_1}{R} + \frac{e_2}{3R}\right) \frac{6R}{11} = \frac{6}{11} e_1 + \frac{2}{11} e_2$$

PER  $t < 0$ ,  $e_1 = 0$ ,  $e_2 = 0 \rightarrow v_{AB} = 0$

PER  $t = 0$ ,  $e_1 = 10V$ ,  $e_2 = 0 \rightarrow \frac{6}{11} \cdot 10 = 5,45V$

PER  $0 < t < 1\mu s$ ,  $e_1$  dec. lineari,  $e_2 = 0 \rightarrow \frac{6}{11}(\alpha t + 10)$   
 $\rightarrow 0 < t < 1\mu s \rightarrow v_{AB} = \frac{60}{11} - \frac{6}{11} t \cdot 10^6$   
 PER  $1\mu s < t < 3\mu s \rightarrow e_1 = 0, e_2 = ?$

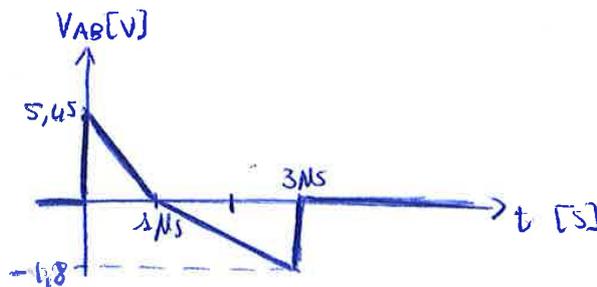
$\begin{cases} \alpha \cdot 10^{-6} + \beta = 0 \\ \alpha \cdot 3 \cdot 10^{-6} + \beta = -10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta = -\alpha \cdot 10^6 \\ \alpha = -5 \cdot 10^{16} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta = +5 \\ \alpha = -5 \cdot 10^{16} \end{cases}$

$\rightarrow v_{AB} = \frac{2}{11}(-5 \cdot 10^{16} t + 5) = -9 \cdot 10^5 t + 0,9 \text{ V}$

$t > 3\mu s \rightarrow v_{AB} = 0$

(per  $1 < t < 3 \mu s$ ):

$t = 3\mu s \rightarrow v_{AB} = -9 \cdot 10^5 t + 0,9 = -1,8$



15:30

C7

## Ingegneria Biomedica Esame di Elettrotecnica

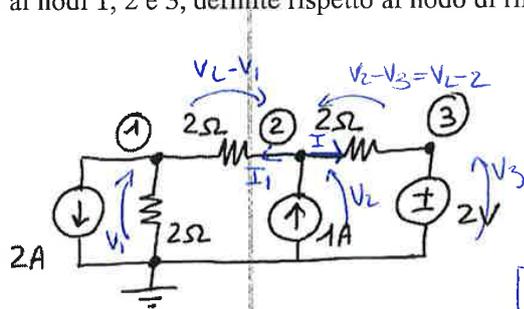
Nome \_\_\_\_\_

Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Esercizi (4 punti ciascuno) – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.**

a) Scrivere le equazioni del metodo dei nodi in forma matriciale (le tensioni nodali incognite sono le tensioni ai nodi 1, 2 e 3, definite rispetto al nodo di riferimento).



dato che  $V_3 = 2V$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2A \\ 2A \end{bmatrix}$$

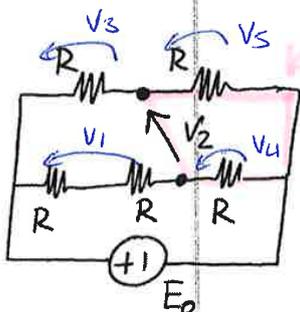
$$\begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2A \\ 2A \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2A \\ 2A \end{bmatrix}$$

$2A \rightarrow 1A + I \rightarrow 1A + \frac{V_2 - 2}{2} = 1$

KCL USCENTI:  $\frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_2 - 2}{2} = 1A \rightarrow -\frac{1}{2}V_1 + V_2 = 1 + 1 = 2A$

b) Calcolare la tensione  $V_2$ .

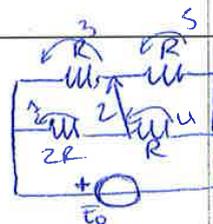


$$V_4 = E_0 \frac{R}{R+2R} = E_0 \frac{1}{3}$$

$$V_5 = E_0 \frac{R}{2R} = \frac{E_0}{2}$$

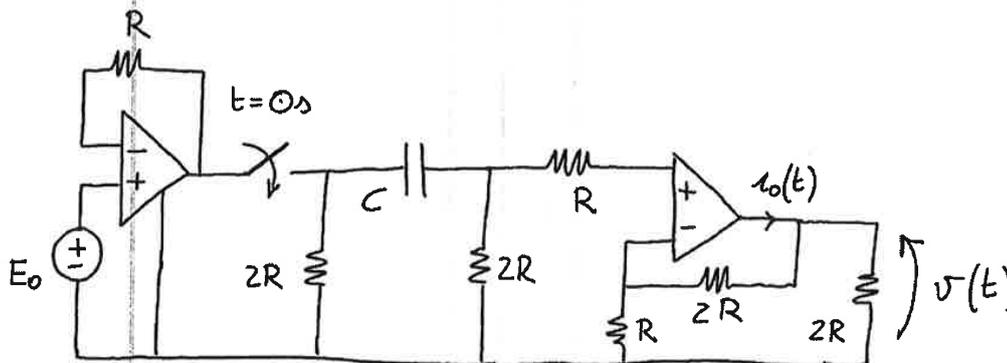
$$V_2 = V_5 - V_4 = \frac{E_0}{2} - \frac{E_0}{3} = \frac{3E_0 - 2E_0}{6} = \frac{E_0}{6}$$

$$V_2 = \frac{E_0}{2} - \frac{E_0}{3} = \frac{E_0}{6}$$



**2) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.

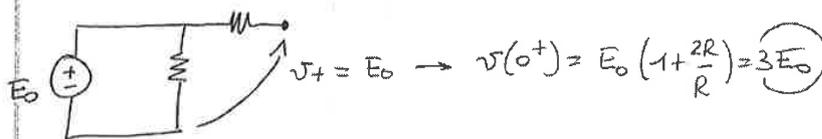
- (a) Calcolare l'evoluzione temporale della tensione  $v(t)$  per  $t \geq 0$  s e tracciarne il diagramma quantitativo (DATI:  $E_0 = 5V, R = 1\text{ k}\Omega, C = 1\text{ }\mu\text{F}$ );  
 (b) Calcolare il valore massimo della corrente  $i_0$ .



(a)

$t = 0^-$   $v(0^-) = 0V, v_c(0^-) = 0V$

$t = 0^+$

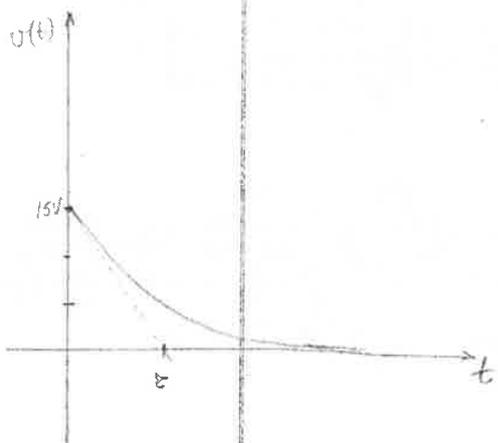


$t \rightarrow \infty$

$v(\infty) \rightarrow 0V$

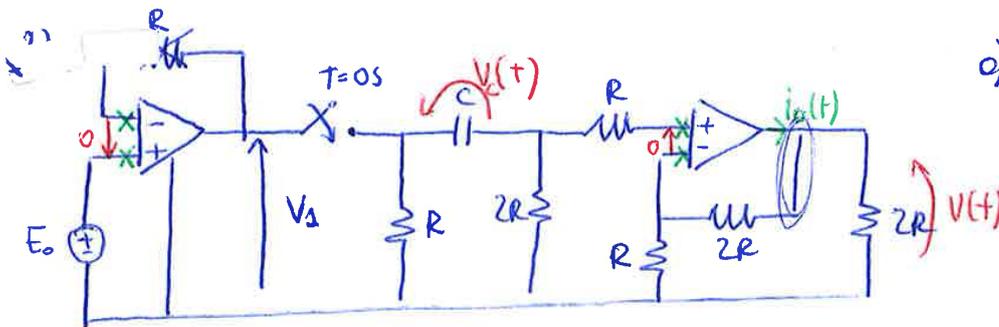
$$v(t) = [v(0^+) - v(\infty)] \exp\left(-\frac{t}{\tau = 2RC}\right) + v(\infty)$$

$$= 15 \exp\left(-\frac{t}{2\text{ms}}\right) V$$



(b)

$$\max(i_0) = \max\left(\frac{V}{2R} + \frac{V}{3R}\right) = \frac{3E_0}{6R} 5 = 12.5\text{ mA}$$

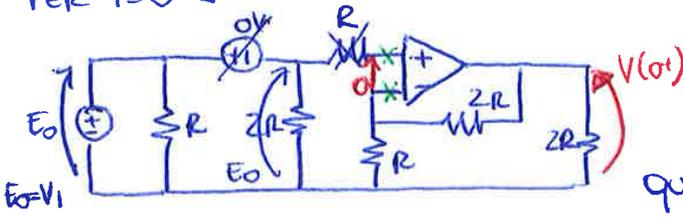


d) calcola  $V(t)$  per  $t \geq 0$

$E_0 = 5V$   
 $R = 1k\Omega$   
 $C = 1\mu F$

$V_1 = E_0 \left(1 + \frac{R}{R}\right) = E_0 \cdot 2 = 10V = 2E_0$  - Nota poi che nel resto del circuito, che risulta come "staccato", non circola corrente quindi  $V_C(0) = 0V$

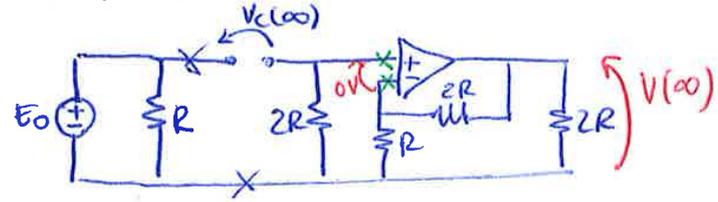
PER  $t = 0^+ s$



Nota che il secondo OPAMP opera in modalità "non invertente" quindi, potendo togliere R direttamente connessa al polo  $\oplus$  dell'OPAMP ideale (i.e.  $i_{in} = 0A$  poiché ideale)

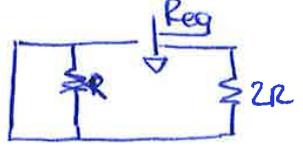
$V_{OUT} = V_{IN} \left(1 + \frac{2R}{R}\right)$  con  $V_{IN} = E_0$  e  $V_{OUT} = V(0^+)$   
 $V(0^+) = E_0(3) = 3E_0 V$

PER  $t \rightarrow \infty$



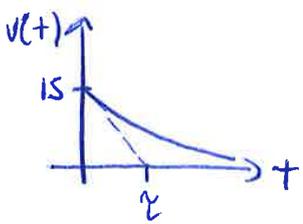
ho un circuito aperto  $\rightarrow$  il generatore è staccato quindi  $V_{IN} = 0 = V_{OUT} = V(\infty) = 0V$

PER  $\tau$ :

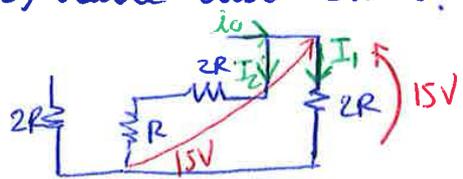


$\Rightarrow Req = 2R$       $\tau = Req \cdot C = 2RC$

$V(t) = 3E_0 e^{-\frac{t}{2RC}} = 15e^{-\frac{t}{2ms}} V$



b) valore max di  $i_0$ ? lo calcolo con  $V(t)_{max} = 15V$



$i_0 = I_1 + I_2 = \frac{15}{2R} + \frac{15}{3R} = \frac{10 + 15}{2R} = \frac{5E_0}{2R} = 12,5\mu A$

**Ingegneria Biomedica  
Esame di Elettrotecnica**

Nome \_\_\_\_\_

Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Domande (2 punti ciascuna)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

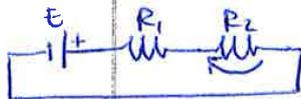
a) Dato il fasore  $\hat{V} = \sqrt{2} p + jp$  ( $p$  reale e positivo), scrivere l'espressione polare di  $\hat{V} + \hat{V}^*$

$[2\sqrt{2} p e^{j0}]$

$\hat{V}^* = \sqrt{2} p - jp$   
 $\hat{A} = \hat{V} + \hat{V}^* = \sqrt{2} p + jp + \sqrt{2} p - jp = 2\sqrt{2} p$   
 forma polare  $\hat{A} = 2\sqrt{2} p e^{j0}$  dove  $0 = \text{fase} = \text{Tg}^{-1} \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = 0$

b) Una batteria di valore  $E$  è collegata alla serie di due resistori di valore  $R_1 = 2R$  e  $R_2 = 4R$ . Calcolare la tensione sul resistore  $R_2$

$[V_2 = \frac{2}{3} E]$



$V_2 = \text{per partitore} = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = E \cdot \frac{4R}{6R} = \frac{4}{6} E [V]$   
 $= \frac{2}{3} E [V]$

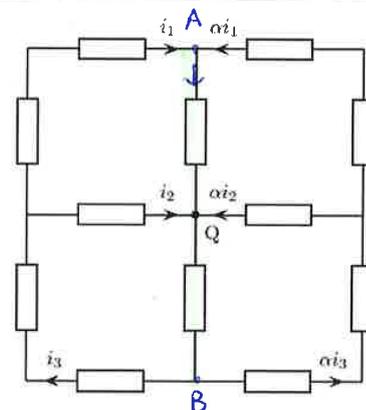
**2) Esercizi (3 punti ciascuno)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Dimostrare che il KCL in  $Q$  è rispettato.

$[i_2 + \alpha i_2 + i_1 + \alpha i_1 = i_3 + \alpha i_3]$   
 $i_3 = i_2 + i_1$

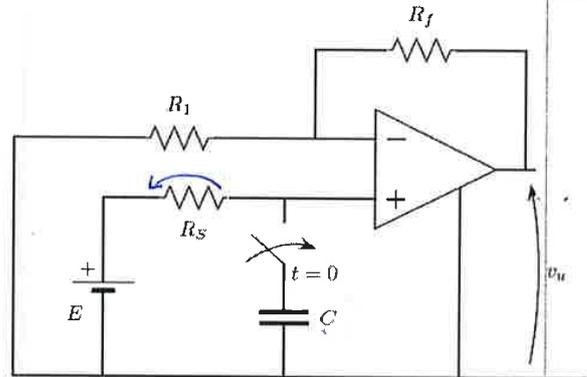
*scelgo un superciclo*

$i_1 + \alpha i_1 + i_2 + \alpha i_2 = i_3 + \alpha i_3$   
 $(\alpha + 1) i_1 + (\alpha + 1) i_2 = (\alpha + 1) i_3$   
 $i_3 = i_2 + i_1$



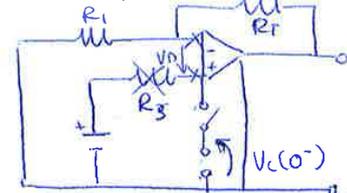
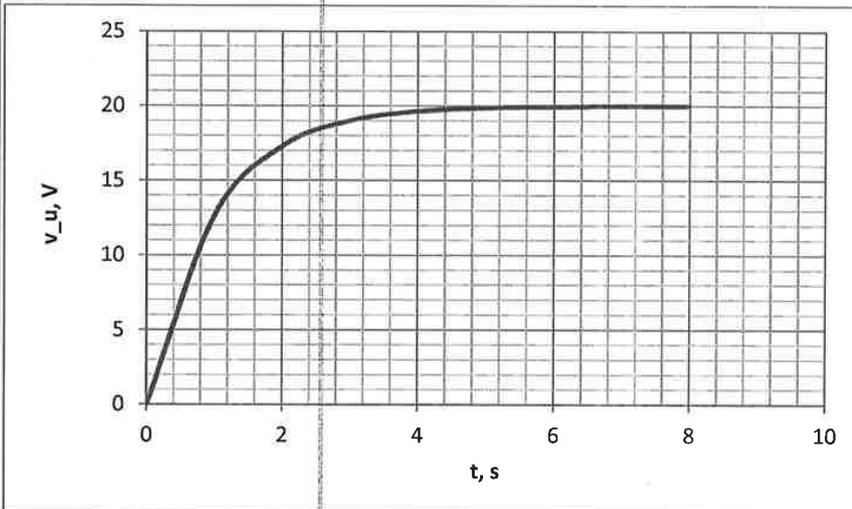
**3) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.

- a) Ricavare l'espressione di  $v_u(t)$ , per  $t \geq 0$
- b) Sapendo che  $E = 10 \text{ V}$ ,  $R_s = 10^6 \Omega$ ,  $R_1 = R_f = R_u = 10 \Omega$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$ , tracciare un grafico quantitativo di  $v_u(t)$



$$v_u(t) = E \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) (1 - e^{-t/\tau})$$

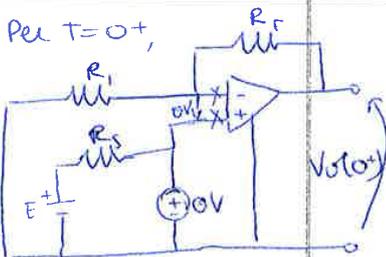
Per poter determinare  $v_u(0^+)$  mi serve conoscere  $v_c(0^-)$  per applicare il principio di sostituzione. Ridisegno quindi il circuito per  $t=0^-$



Posso non considerare  $R_s$  perché non percorso da corrente

$$v_c(0^-) = 0$$

→ per  $t=0^+$  sostituisco il condensatore con un generatore di tensione da 0V



$$\rightarrow v_u(0^+) \text{ non invertente} = 0V \cdot \left( \frac{R_f}{R_1} + 1 \right) = 0V$$

$$v_c(\infty) = E \rightarrow v_u(\infty) = E \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) V$$

**Ingegneria Biomedica**  
**Esame di Elettrotecnica**

Nome \_\_\_\_\_

Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Domande (2 punti ciascuna)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Un circuito RC si sta scaricando con una costante di tempo di  $41 \mu\text{s}$ . Ad un certo istante  $t_0$  la corrente nel circuito è  $3.4 \text{ mA}$  e la tensione sul resistore è  $2 \text{ V}$ . Determinare il valore del condensatore.

[ $C = 69.7 \text{ nF}$ ]



il condensatore, inizialmente carico, fugge da qui di tensione  
ricorriamo alle relazioni per la scarica del condensatore

$$\Delta V_C + \Delta V_R = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} \cdot R + \frac{q(t)}{C} = 0 \rightarrow \int \frac{dq}{q} = - \int \frac{1}{RC} dt$$

$$\ln q = -\frac{1}{\tau} t_0 \rightarrow q = e^{-t_0/\tau} (q_0) \rightarrow q \text{ iniziale} \quad \tau = RC = 41 \mu\text{s}$$

SOL →  $\Delta V_R = \Delta V_C = IR \rightarrow R = \frac{\Delta V_R}{I}$   
 $\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{\tau I}{\Delta V_R} = \frac{41 \mu\text{s} \cdot 3.4 \text{ mA}}{2} = 69.7 \text{ nF}$

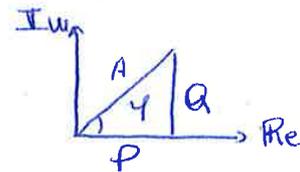
b) Un motore alimentato a  $220 \text{ V}$  assorbe una corrente di  $7.6 \text{ A}$  (valori efficaci). La potenza media fornita al motore è di  $1317 \text{ W}$ . Calcolare il fattore di potenza.

[ $\cos \varphi = 0.7877$ ]

~~P = 1672~~  $P = 1317 \text{ W}$

$$1672 \text{ VA} = 220 \text{ V} \cdot 7.6 \text{ A} = 1672 \text{ VA}$$

$$\rightarrow \text{pf} = \cos \varphi = \frac{P}{A} = \frac{1317}{1672} = 0.7877$$



# TRIANGOLO  
DELLA POTENZA

**2) Esercizi (3 punti ciascuno)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Calcolare  $v_x$

[ $v_x = E_0/6$ ]

$$2R \parallel 2R = 2R \parallel (R+R) = R$$

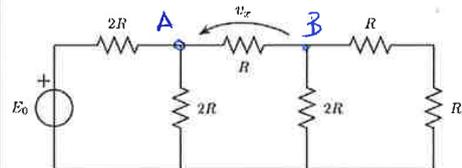
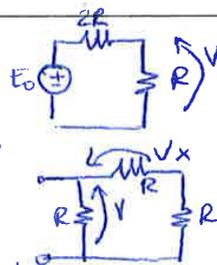
$$(R+R) \parallel 2R = 2R \parallel 2R = R$$

$$V \text{ per partitore} = E_0 \cdot \frac{R}{3R} = \frac{E_0}{3} V$$

$$v_x = V \cdot \frac{R}{2R} = \frac{V}{2} = \frac{E_0}{6} V$$

↳ per partitore di  $V$  su  $R$  ed  $R$

# strada alternativa: metodo dei nodi



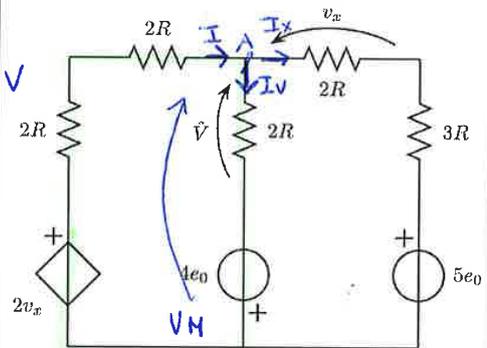
**3) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.

Regime sinusoidale. Calcolare il fasore  $\hat{V}$ .

$$e_0(t) = 10\cos(317t + 45^\circ) \text{ V} \Rightarrow \hat{e}_0 = 10e^{j45^\circ} = 5\sqrt{2} + j5\sqrt{2} \text{ V}$$

$$R = 1 \Omega$$

$$[\hat{V} = 13.33 e^{j45^\circ} \text{ V}]$$

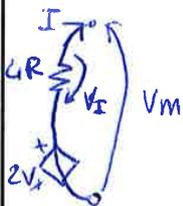


Applico il Teorema di Millman e calcolo  $V_H = \hat{V} - 4e_0$

$$V_H = \frac{\frac{2V_x}{4R} - \frac{4e_0}{2R} + \frac{5e_0}{3R}}{\frac{1}{4R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R}} = \hat{V} - 4e_0$$

$$\frac{V_x}{2} - 2e_0 + e_0 = (\hat{V} - 4e_0) \cdot \frac{19}{20} \rightarrow \frac{V_x}{2} - e_0 = (\hat{V} - 4e_0) \frac{19}{20} \quad [2]$$

PER KCL @ A  $\rightarrow I = I_x + I_V = \frac{V_x}{2R} + \frac{\hat{V}}{2R} *$



PER KVL  $\rightarrow V_H = 2V_x - V_I = 2V_x - 4RI$

$$-V_H + 2V_x = 4RI \rightarrow I = \frac{2V_x - V_H}{4R} *$$

$$\frac{V_x}{2R} + \frac{V}{2R} = \frac{2V_x - V_H}{4R} \rightarrow 2V_x + 2V = 2V_x - V_H \quad [1]$$

$$\begin{cases} [1] \\ [2] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V = -\frac{V_H}{2} \rightarrow V_H = -2V \\ -2V = V - 4e_0 \rightarrow -3V = -4e_0 \rightarrow V = \frac{4}{3}e_0 = 13.33e^{j45^\circ} \text{ V} \end{cases}$$

E

**Ingegneria Biomedica  
Esame di Elettrotecnica**

Nome \_\_\_\_\_

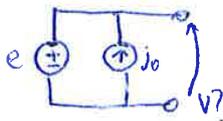
Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Domande (2 punti ciascuna)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Un generatore ideale di tensione  $e = 3\cos(4t)$  V è collegato in parallelo ad un generatore ideale di corrente  $j_0 = 4$  A. Quanto vale la tensione che si misura sul parallelo al tempo  $t = 0.1$  s ?

[2.76 V]



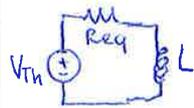
$e = 3\cos(4t) \Rightarrow 3V = \hat{e}$

**CALCOLATRICE IN RADIANTI**

$V = 3\cos(4 \cdot 0,1) = 2,76V$

b) Un circuito, rappresentato da un equivalente Thevenin, si connette all'istante  $t = 0$  con un induttore  $L = 1$  mH. L'equazione differenziale che descrive il circuito per  $t \geq 0$  è  $\frac{di_L}{dt} + 1000i_L = 5000$ . Calcolare la corrente  $i_L(\infty)$  in condizioni stazionarie, dopo molto tempo dalla connessione dell'induttore.

[ $i_L(\infty) = 5$  A]



$\frac{di_L}{dt} + 1000i_L = 5000$

$x_0 \rightarrow \frac{di_L}{dt} = -1000i_L \rightarrow i_L = e^{-1000t}$  per  $t \rightarrow \infty = 0$

$i_L(\infty) = x_p$   $x_p \rightarrow x \rightarrow$  **Stazionario**  $\rightarrow \frac{di_L}{dt} = 0$

$\rightarrow 1000i_L = 5000 \rightarrow i_L(\infty) = 5A$

**2) Esercizi (3 punti ciascuno)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Calcolare  $i_3, i_{10}$

$[i_3 = \frac{11}{5}I_0; i_{10} = -\frac{1}{5}I_0]$

Risolvero con KCL:

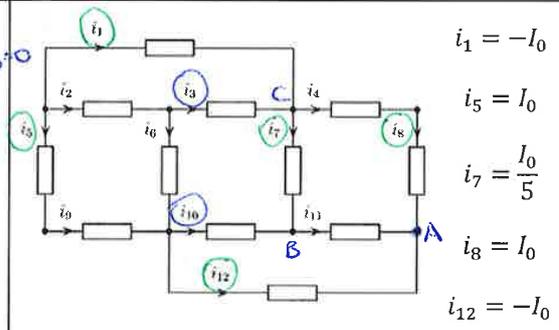
@ A  $\rightarrow i_{11} = -i_8 - i_{12} = -I_0 + I_0 = 0$

@ B  $\rightarrow i_{10} = i_{11} - i_7 = 0 - \frac{I_0}{5} = -\frac{I_0}{5}$

Nota che  $I_4 = I_8$

@ C  $\rightarrow I_1 + I_3 = I_8 + I_4$

$I_3 = I_8 + I_4 - I_1 = I_0 + \frac{I_0}{5} - I_0 = \frac{11}{5}I_0$



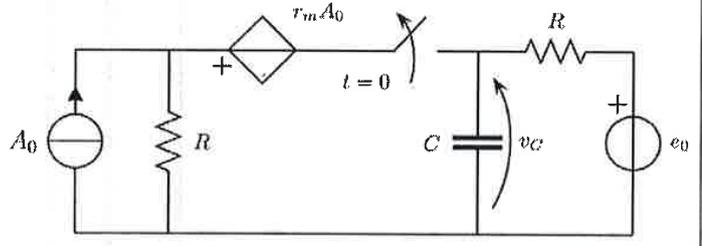
- $i_1 = -I_0$
- $i_5 = I_0$
- $i_7 = \frac{I_0}{5}$
- $i_8 = I_0$
- $i_{12} = -I_0$

10

**3) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.

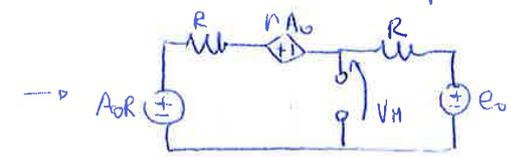
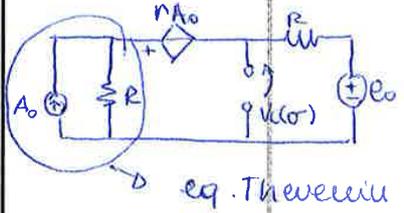
a) Determinare  $v_C(t)$  per  $t \geq 0$   
 b) Tracciare un diagramma quantitativo di  $v_C(t)$  per  $t \geq 0$

$A_0 = \frac{1}{25} \text{ A}$        $C = \frac{1}{10} \text{ F}$   
 $e_0 = 10 \text{ V} \quad \forall t$        $r_m = 100 \Omega$   
 $R = 5 \Omega$



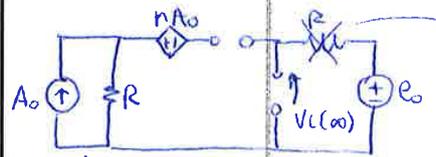
$[v_C = (10 - 6.9e^{-2t}) \text{ V}]$

calcolo  $v_C(0^-) = v_C(0^+) = v_C(0^*)$  per continuità v di stato. condensatore  $\rightarrow$  circuito aperto



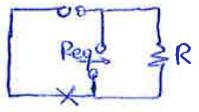
$V_H = \text{Millman} = \frac{\frac{e_0}{R} + \frac{A_0 R - A_0 r_m}{R}}{\frac{2}{R}} = \frac{e_0 + A_0 R - A_0 r_m}{2} = 3.1 \text{ V}$

Sostituzione per  $t \rightarrow \infty$ . Soluzione a regime per  $t \rightarrow \infty$  (cond. c. aperto)



Nota che R non e' percorso da corrente quindi per KVL,  $e_0 = v_C(\infty) = 10 \text{ V}$   
 calcolo  $\tau = R_{eq} \cdot C$  (spergo i gen indipend)

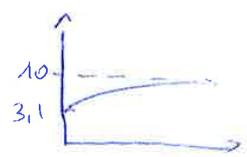
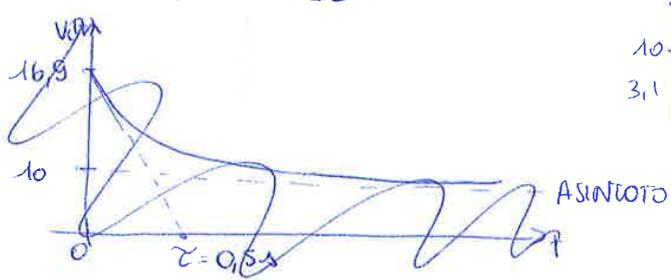
se lo spergo, R // corto = corto  $\rightarrow$  però ho  $r_m A_0$  pilotato da  $A_0 \rightarrow$  corto  
 Ridisegno il circuito per il calcolo di  $\tau$



$R_{eq} = R \rightarrow \tau = R \cdot C = \frac{1}{10} \cdot 5 = \frac{1}{2} \text{ s}$

$v_C(t) = (v_C(0) - v_C(\infty)) e^{-t/\tau} + v_C(\infty) \text{ V}$

$v_C(t) = -6.9 e^{-2t} + 10 \text{ V}$



**Ingegneria Biomedica  
Esame di Elettrotecnica**

Nome \_\_\_\_\_

Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Domande (2 punti ciascuna) – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.**

a) *In regime sinusoidale alla frequenza  $f=1$  MHz, il fasore della tensione su un condensatore  $C=1 \mu F$  vale  $\hat{V}_c = V_m e^{-j\pi/2}$ . Scrivere l'espressione nel tempo della corrente nel condensatore  $i_c(t)$ .*

$[i_c(t) = V_m 2\pi \cos(2\pi 10^6 t)]$



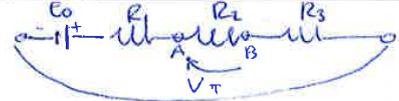
$\hat{i} = \frac{V}{j\omega C} = \frac{V}{j\omega C} = -j\omega C V = j(\omega C V)$

$\rightarrow i(t) = V_m 2\pi \cdot f \cdot C \cos(2\pi f t + \frac{\pi}{2} \left( \frac{-\pi}{2} \right))$  *fase tensione*

b) *Un circuito è costituito dalla serie di una batteria  $E_0$  e di tre resistori  $R_1, R_2, R_3$ . Indichiamo con A e B i nodi di collegamento del bipolo  $R_2$ . Determinare l'equivalente Thevenin visto da AB (senza sconnettere  $R_2$ ).*

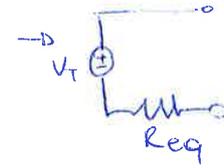
$[E_T = E_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}]$

$[R_T = R_2 \parallel (R_1 + R_3)]$



$V_T = E_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$

$R_{eq} = (R_1 + R_3) \parallel R_2$



**2) Esercizi (3 punti ciascuno) – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.**

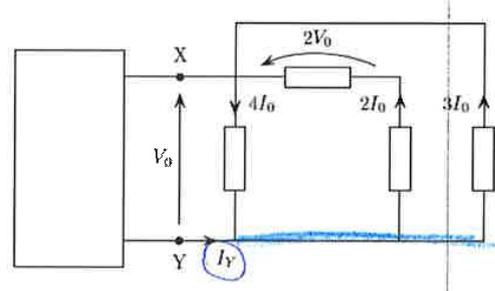
a) *Determinare  $I_y$ .*

$[I_y = I_0]$

*$I_y$  PER KCL  $\rightarrow$*

$I_y + 4I_0 - 2I_0 - 3I_0 = 0$

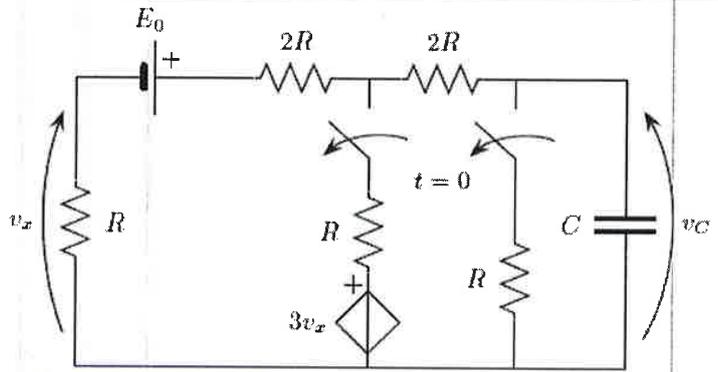
$I_y = I_0 \text{ [A]}$



**3) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; *indicare sempre il procedimento letterale.*

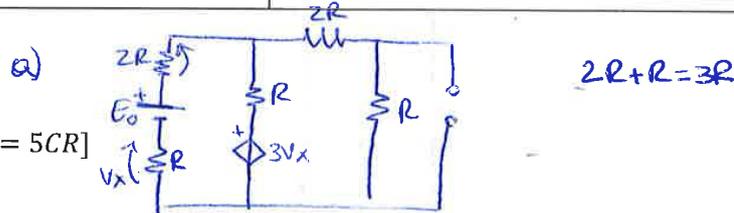
- a) Calcolare  $v_x$ , per  $t < 0$
- b) Calcolare  $v_c(t)$ , per  $t \geq 0$

I due interruttori agiscono simultaneamente.



$[v_x = -2/3 E_0]$

$[v_c(t) = E_0 - \frac{4}{3} E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; \tau = 5CR]$



$$V_M = E_0 + v_x + 2v_x = \frac{E_0}{\frac{1}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3R}} + \frac{3v_x}{R} \rightarrow (E_0 + 3v_x) \left( \frac{2}{3R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{E_0}{\frac{1}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3R}} + \frac{3v_x}{R}$$

$$E_0 \frac{2}{3R} + \frac{E_0}{R} + v_x \frac{2}{R} + v_x \frac{3}{R} = \frac{E_0}{3R} + \frac{3v_x}{R}$$

# per  $t=0$   
il condensatore  
si comporta come  
un circuito aperto

$$E_0 \left( \frac{2}{3} + 1 - \frac{1}{3} \right) = v_x (3 - 3 - 2) \rightarrow -2v_x = \frac{4}{3} E_0$$

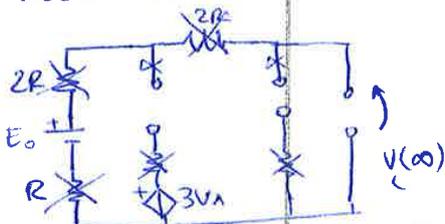
$$v_x = -\frac{2}{3} E_0 \quad \text{per } t < 0$$



Per calcolare  $v_c$ , considero (0)  $\rightarrow v_c(0^-) = v_c(0) = v_c(0^+)$

per partitore,  $v_c(0) = v_M \frac{R}{3R} = -\frac{2}{3} E_0$  - Applico sostituz.

Per  $t \rightarrow \infty$



$$V_M(0) = E_0 + 3v_x = E_0 - 2E_0 = -E_0$$

$$\rightarrow v_c(0) = -E_0 \cdot \frac{2R}{3R} = -\frac{2}{3} E_0$$

$$v_c(\infty) = E_0$$

$$\tau = 5RC$$

$$\rightarrow v_c(t) = \left( -\frac{1}{3} E_0 - E_0 \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + v_c(\infty) =$$

$$= -\frac{4}{3} E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + E_0 \quad [V]$$

**Ingegneria Biomedica  
Esame di Elettrotecnica**

Nome \_\_\_\_\_

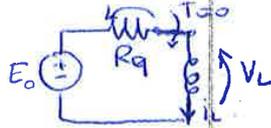
Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Domande (2 punti ciascuna)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

a) Un circuito, rappresentato da un equivalente Thevenin (batteria  $E_0$  e resistore  $R_q$ ), si connette all'istante  $t = 0$  con un induttore  $L$ . Scrivere l'equazione differenziale che descrive il circuito per  $t \geq 0$ .

[  $di_L/dt + (R/L) i_L = E_0/L$  ]      so che  $v_L = L \frac{di_L}{dt}$

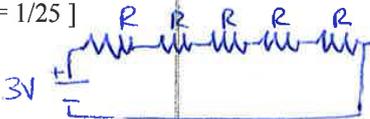


PER KVL,  $E_0 = v_L + R_q i_L \rightarrow v_L = R_q i_L + E_0 = L \frac{di_L}{dt}$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_q}{L} i_L + \frac{E_0}{L}$$

b) Una batteria ha tensione di 3 V. Calcolare il rapporto  $p_s/p_p$ , dove  $p_s$  è la potenza fornita dalla batteria connessa con cinque resistori in serie di valore  $R$  e  $p_p$  è la potenza fornita dalla batteria connessa con gli stessi cinque resistori in parallelo.

[  $p_s/p_p = 1/25$  ]



$$P_s = VI = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{9}{5R}$$

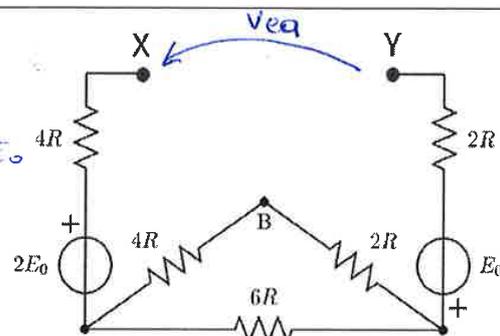
$$P_p = 5 \cdot \frac{V^2}{R} = \frac{45}{R}$$

$$\frac{P_s}{P_p} = \frac{9}{5R} \cdot \frac{R}{45} = \frac{1}{25} \quad \checkmark$$

**2) Esercizi (3 punti ciascuno)** – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.

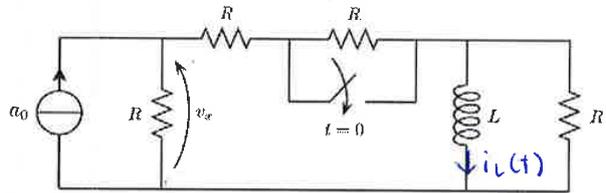
a) Calcolare l'equivalente di Thevenin ai nodi XY

[  $R_{eq} = 9R$ ;  $V_{eq} = 3E_0$  ] Per il calcolo di  $V_{eq}$  noto che, poiché ho solo circuiti aperti  $I=0$ . Quindi  $V_{eq} = 2E_0 + E_0 = 3E_0$   
 $R_{eq} = 4R + 2R + (6R || 6R) = 6R + 3R = 9R$



**3) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.

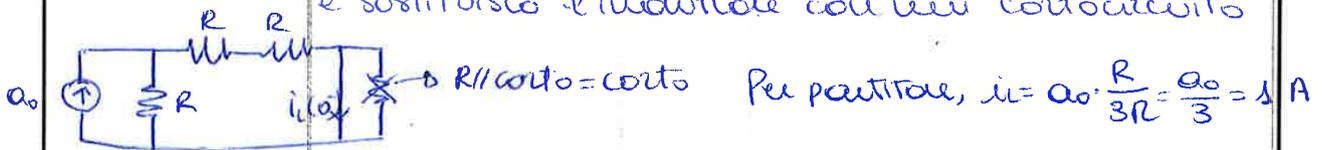
- a) Scrivere l'espressione della corrente nell'induttore  $i_L(t)$  per  $t \geq 0$  e tracciarne un diagramma quantitativo.  
 b) Calcolare la potenza erogata dal generatore a transitorio esaurito.



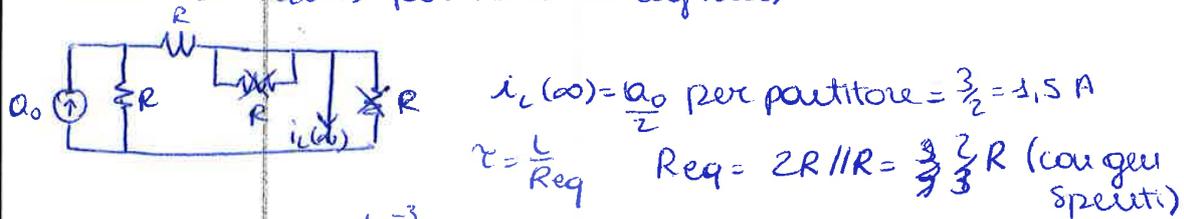
$R = 5 \Omega$   
 $a_0 = 3 \text{ A}$   
 $L = 1 \text{ mH}$

[a]  $i_L(t) = (1.5 - 0.5e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ A}; \tau = 0.3 \text{ ms}$   
 b)  $22.5 \text{ W}$

So che per continuità variabili di stato,  $i_L(0^-) = i_L(0^+)$ . Quando il circ. per  $t < 0$  e sostituisco l'induttore con un cortocircuito



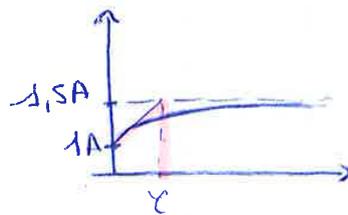
calcolo di  $i_L(\infty)$  per  $t \rightarrow \infty$  (a regime)



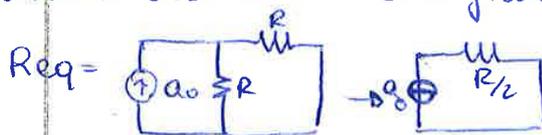
$\rightarrow \tau = \frac{10^{-3}}{\frac{2}{3} \cdot 5} = 0.3 \text{ ms}$

$i_L(t) = (1 - 1.5)e^{-\frac{t}{\tau}} + 1.5 = 0.5e^{-\frac{t}{\tau}} + 1.5$  (con  $\tau = 0.3 \text{ ms}$ ) [A]

**NB**



b) a transitorio esaurito  $\rightarrow$  a regime ( $t \rightarrow \infty$ )  $\rightarrow$  induttore = corto



Puramente resistivo  
 $P = V \cdot R = I^2 \cdot R_{eq} =$   
 $= a_0^2 \cdot R_{eq} = 9 \cdot \frac{5}{2} = \frac{45}{2} = 22.5 \text{ W}$

$(S = P + jQ \rightarrow S = P \rightarrow VA = W)$

**Ingegneria Biomedica  
Esame di Elettrotecnica**

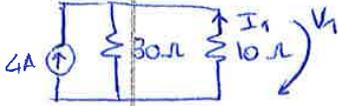
Nome \_\_\_\_\_

Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

**1) Domande (2 punti ciascuna) – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.**

a) Un generatore di corrente da 4 A si trova in parallelo a un resistore da 30 Ω e a un altro da 10 Ω. Calcolare la tensione sul resistore da 10 Ω.

[  $V_{10} = 30 V$  ]   $I_1$  per partitore =  $4 \cdot \frac{30}{40} = 3 A$   
quindi  $V_{10} = I_1 \cdot 10 = 3 \cdot 10 = 30 V$

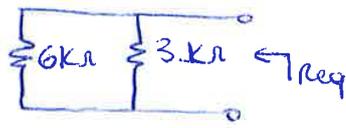
b) Calcolare la frequenza di taglio  $f_B$  di un filtro passa-basso con  $R = 300 \Omega$  e  $C = 100 \text{ pF}$ .

[  $f_B = 5.31 \text{ MHz}$  ]  $\omega = \frac{1}{RC} = 33,33 \text{ Mrad/s}$   
 $\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 5,31 \text{ MHz}$

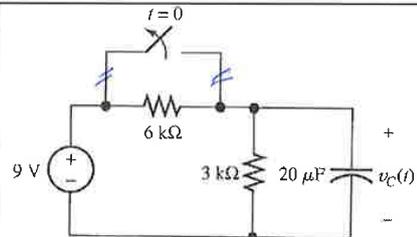
**2) Esercizi (3 punti ciascuno) – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.**

a) Calcolare la costante di tempo  $\tau$  del circuito.

[  $\tau = 40 \text{ ms}$  ] *Calcolo  $\tau$  per  $t \rightarrow \infty$ . Ho solo un condensatore,  $\tau = R_{eq} \cdot C$ .  $R_{eq}$ ?*

$R_{eq} \rightarrow$    $6k\Omega // 3k\Omega = \frac{18}{9} k = 2k\Omega = R_{eq}$

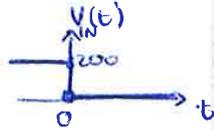
$\tau = R_{eq} \cdot C = 2k \cdot 20\mu = 40 \text{ ms}$



**3) Problema (6 punti)** – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.

Calcolare l'espressione di  $v_{out}(t)$  per  $-\infty < t < +\infty$  e disegnarne l'andamento.

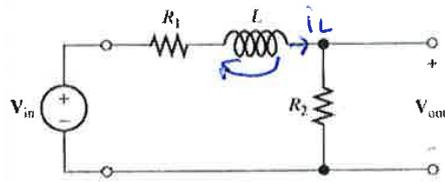
$$v_{in}(t) = \begin{cases} 200 \text{ V} & \text{per } t < 0 \\ 0 \text{ V} & \text{per } t \geq 0 \end{cases}$$



$$L = 1 \text{ mH}$$

$$R_1 = 5 \text{ k}\Omega$$

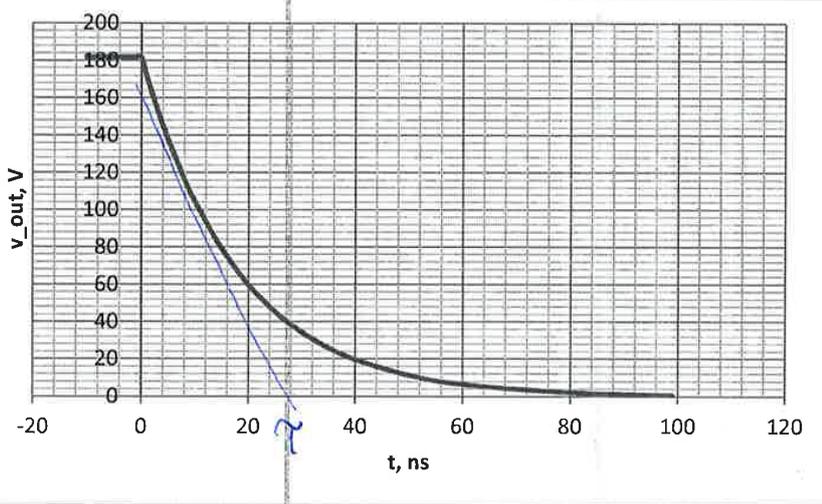
$$R_2 = 50 \text{ k}\Omega$$



imposto  $v_{induttore} = v_{out}$

$$[v_{out}(t) = 181.82 e^{-\frac{t}{\tau}}; \tau = 18 \text{ ns}]$$

$$V_{OUT} = \frac{V_{IN}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + j\omega L}}$$



PER  $t=0^-$ , induttore = corto.

$$V_{OUT} = \frac{V_{IN}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}} \text{ con } V_{IN} = 200 \text{ V}$$

$$V_{OUT} \approx 180 \text{ V} = 181,82 \text{ V}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) \Rightarrow$$

$$\frac{-V_{OUT} + V_{IN}}{R_1} = +3,6 \text{ mA}$$

PER  $t=0^+$   $V_{OUT} = R_2 \cdot i_L(0^+) = 3,6 \text{ mA} \cdot 50 \text{ k}\Omega = 181,82 \text{ V}$

PER  $t \rightarrow \infty$   $V_{OUT} = \frac{V_{IN}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}} = 0$  perché  $V_{IN}$  per  $t \rightarrow \infty \rightarrow 0$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{1 \text{ mH}}{55 \text{ k}\Omega} = 18 \text{ ns}$$

$$\rightarrow v_{out}(t) = 181,82 e^{-\frac{t}{18 \text{ ns}}} \text{ V}$$

## Ingegneria Biomedica Esame di Elettrotecnica

Nome \_\_\_\_\_

Cognome \_\_\_\_\_

N.ro matricola \_\_\_\_\_

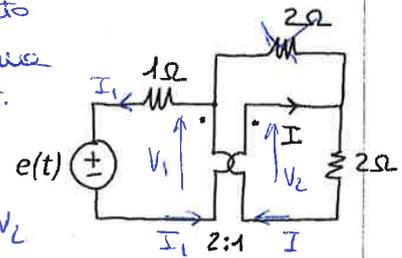
**1) Esercizi (4 punti ciascuno) – Fornire il risultato e una sintetica traccia di soluzione nello spazio che segue ogni domanda.**

a) Calcolare la corrente  $I$ . Posso togliere il ponte in quanto le correnti che entrano/escono in ciascuna porta devono rimanere costanti  $\rightarrow I$  cost.

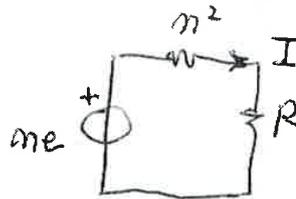
Nota che per KVL,  $V_2 = I \cdot 2$

Per eq. costitutive Trasformatore  $\rightarrow V_1 = 2V_2$

Vi per KVL  $\rightarrow e(t) + I_1 \cdot 1 = V_1 \rightarrow \frac{e + I_1}{2} = I \cdot 2$



$$n = \frac{1}{2}$$



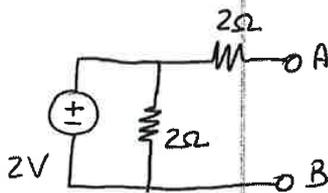
$$I_1 = -\frac{1}{n} I$$

$$I = \frac{ne}{n^2 + R} = \frac{e/2}{\frac{1}{4} + 2} = \frac{2e}{9}$$

$$\frac{e - \frac{1}{2}I}{2} = I \cdot 2$$

$$4I + \frac{1}{2}I = e \rightarrow \frac{9}{2}I = e \rightarrow I = \frac{2}{9}e \text{ [A]}$$

b) Determinare il bipolo equivalente di Norton.

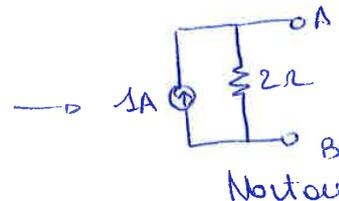
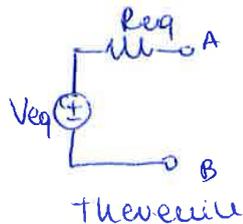
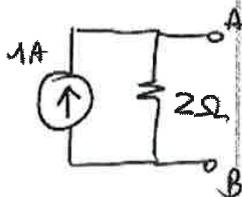


Per  $V_{eq}$  non considero  $2\Omega$

$$V_{eq} = 2V$$

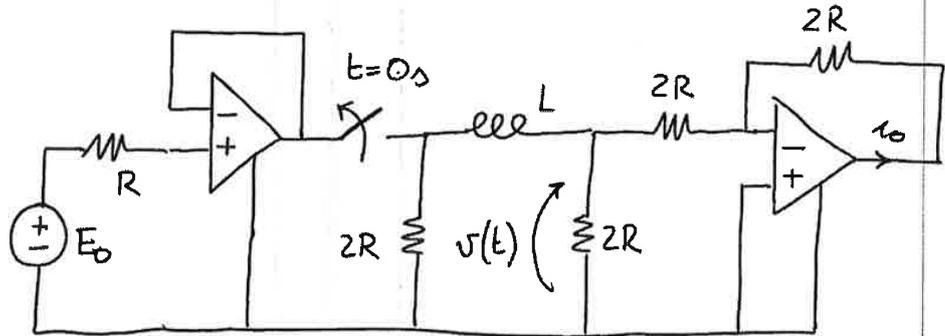
$$R_{eq} (\text{cortocircuitato}) = 2\Omega$$

(Perché  $R$  // corto = corto)

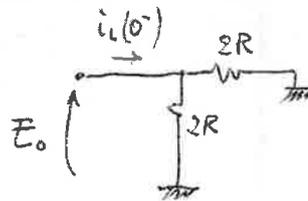


**2) Problema (6 punti) – Sviluppare la soluzione nello spazio seguente il testo; indicare sempre il procedimento letterale.**

- (a) Calcolare l'evoluzione temporale della tensione  $v(t)$  per  $t \geq 0$  s e tracciarne il diagramma quantitativo (DATI:  $E_0 = 4V$ ,  $R = 1\text{ k}\Omega$ ,  $L = 3\text{ mH}$ );  
 (b) Calcolare il valore massimo del modulo della corrente  $i_0$  erogata dall'amplificatore operazionale.

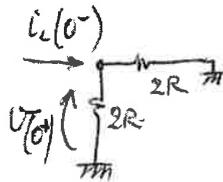


(a)  $t < 0$



$$i_L(0^-) = \frac{E_0}{2R // 2R} = \frac{E_0}{R}$$

@  $t = 0^+$

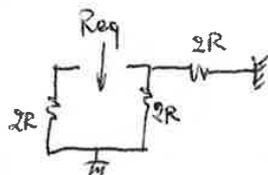


$$v(0^+) = \frac{i_L(0^+) \cdot 2R}{2} = E_0 = 4V$$

@  $t \rightarrow \infty$

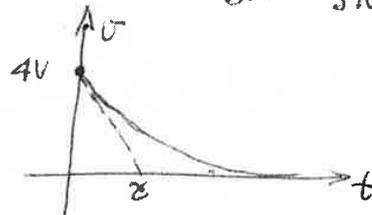
$$v(\infty) = 0$$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$$



$$R_{eq} = 3R \quad \tau = \frac{L}{3R} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^3} = 1 \mu s$$

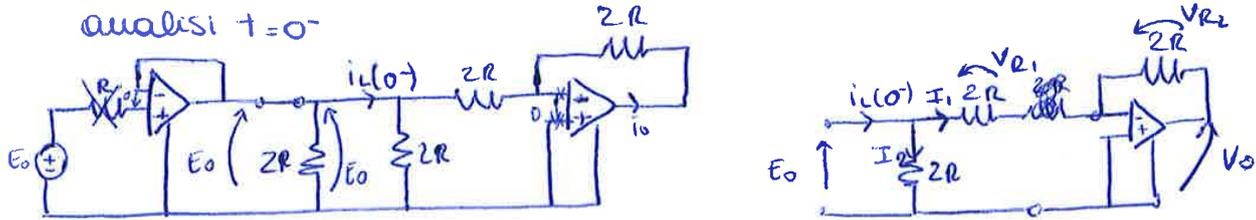
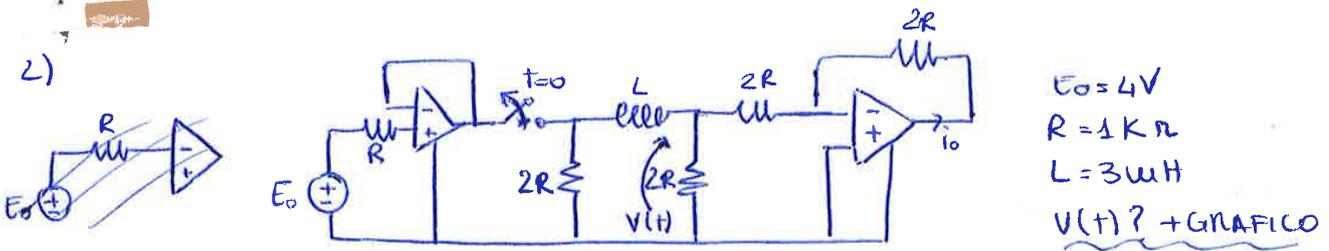
$$v(t) = E_0 e^{-t/\tau}$$



(b)

$$i_0 = -\frac{v(t)}{2R}$$

$$\max |i_0| = \max \frac{|v|}{2R} = \frac{E_0}{2R} = \frac{4}{2 \cdot 10^3} = 2\text{ mA}$$



noto che  $i_L = I_2 + I_1$

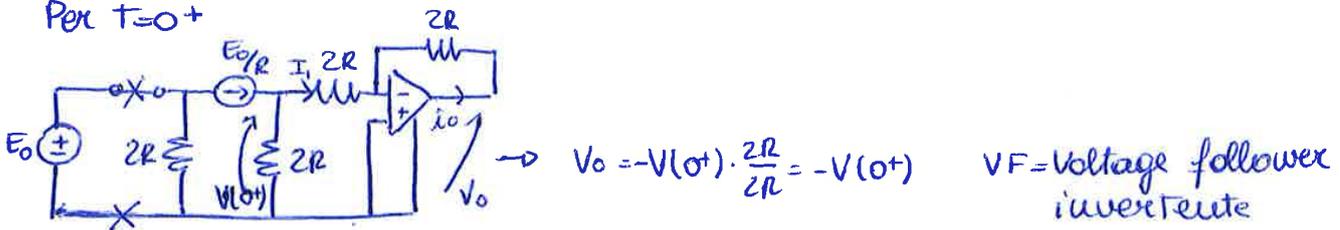
$V_0$ , per invertente,  $V_0 = -E_0 \frac{2R}{2R} = -E_0$

Per KVL,  $E_0 = V_R + V_0 = V_R - E_0 \Rightarrow 2E_0 = V_R = I_1 \cdot 4R$

$$I_1 = \frac{2E_0}{4R} = \frac{E_0}{2R}$$

$$I_2 = \frac{E_0}{2R} \Rightarrow I_L(0^-) = I_1 + I_2 = \frac{E_0}{2R} + \frac{E_0}{2R} = \frac{E_0}{R} \text{ [A]}$$

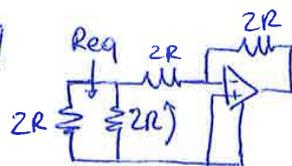
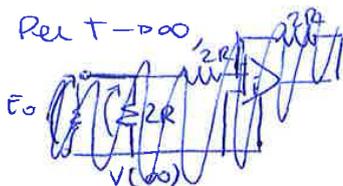
Per  $t=0^+$



Per KVL,  $V_R = V(0^+) - V_0 = V(0^+) + V(0^+) = 2V(0^+) = 4RI_1$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{2V(0^+)}{4R} = \frac{V}{2R}$$

Per KCL,  $\frac{E_0}{R} = \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R} \Rightarrow \frac{E_0}{R} = \frac{V}{R} \Rightarrow E_0 = V(0^+)$



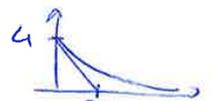
$V(\infty) = 0$  non ho corrente!

$$R_{eq} = 2 + 2//2 = 3R$$

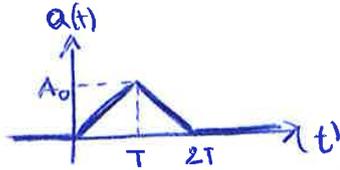
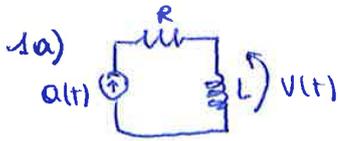
$$\tau = \frac{L}{3R} = 1\mu s$$

INVERTENTE VIENE VISTO COME RESISTENZA

$$V(t) = E_0 e^{-t/\tau} = 4e^{-t/1\mu s} V$$

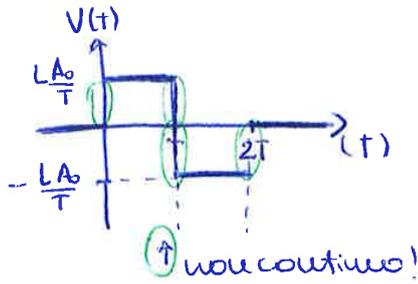


b)  $i_0 \text{ max?}$   $\rightarrow$  corrente con  $V \text{ max} = E_0 = V(0^+) \rightarrow i_0 \text{ max} = I_1 = \frac{V}{2R} = \frac{4}{2R} = 2\mu A$



E7

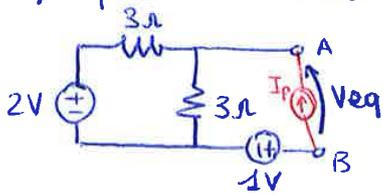
so che  $v_L = L \frac{di_L}{dt}$   
 → derivare il grafico di  $a(t)$



$v_L = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow$  integrato

$\int_T^{2T} v_L dt = \int_{A_0}^0 L di_L \rightarrow v_L = -\frac{L}{T} A_0$

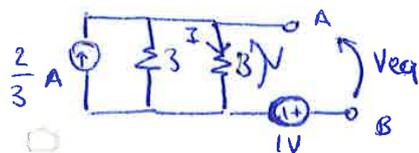
1b) equiv. di Thevenin



$R_{eq} = 3 \parallel 3 = \frac{3}{2} R$

attacco  $I_p$

$V_H = \frac{2}{3} + \frac{1 \cdot I_p}{2/3}$

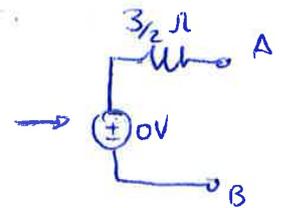


$I = (\text{per partitore}) = \frac{2}{3} A \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} A$

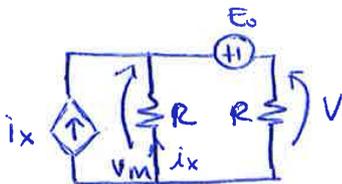
$V = I \cdot 3 = 1V$

1V (↑)  $V_{eq}$   
 1V (↓)

Per KVL,  $1V + V_{eq} = 1V \rightarrow 0V$



1c)



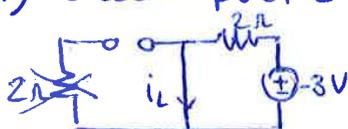
calcola V. Applico th. Millman

$\rightarrow V_H = \frac{i_x + \frac{E_0}{R}}{\frac{2}{R}} = -R i_x$

$i_x + \frac{E_0}{R} = -2 i_x \rightarrow i_x = -\frac{E_0}{3R}$

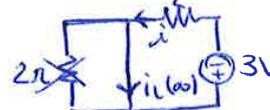
$V_H = -R i_x = \frac{E_0}{3}$ , per KVL,  $V_H \leftarrow E_0 \rightarrow V \rightarrow V = V_H - E_0 = \frac{E_0}{3} - E_0 = -\frac{2}{3} E_0$

1d) circuito per  $t=0^-$



$i_L(0^-) = -\frac{3}{2} A$

ciruito per  $t \rightarrow \infty$ ,  $i(\infty)$ ?

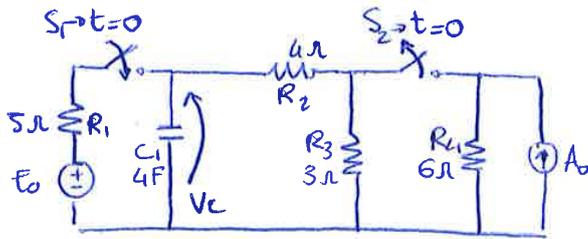


2 Ω ad un corto = corto

$i(\infty) = -\frac{3}{2} A$

PROBLEMA 2

EY



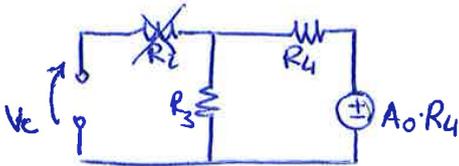
$E_0 = 20V$   
 $A_0 = 4A$

a) calcolo della  $\tau$  per  $t \rightarrow \infty$

$$R_{eq} = (R_2 + R_3) \parallel R_1 = 7 \parallel 5 = \frac{35}{12} = 2,92 \Omega$$

$$\tau = R_{eq} \cdot C = 4 \cdot 2,92 = 11,68 s$$

b)  $V_c(t)$ ? PER  $t=0^-$  ho  $S_1$  aperto e  $S_2$  chiuso



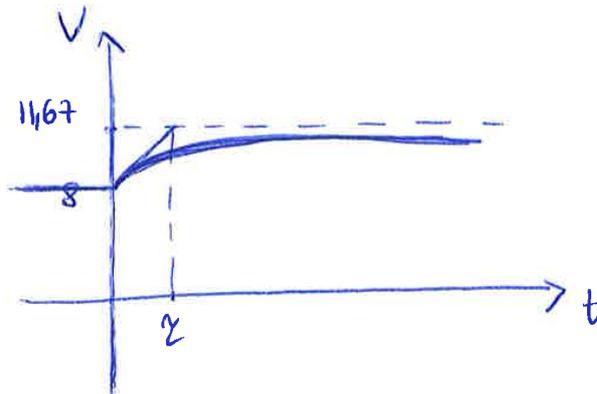
$$V_c(0) = A_0 R_4 \cdot \frac{R_3}{R_4 + R_3} = 8V$$

$V_c(\infty) \rightarrow$  ho  $S_1$  chiuso e  $S_2$  aperto

$$V_c(\infty) = V_H = \frac{\frac{E_0}{R_1}}{\frac{1}{2C} + \frac{1}{R_2 + R_3}} = (\text{nei fasori}) = \frac{4}{j\omega C + \frac{1}{R_2 + R_3}}$$

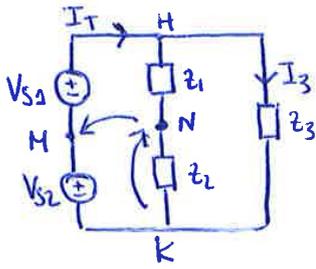
OPPURE partitore esterno  $\rightarrow V_c(\infty) = E_0 \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 11,67V$

$$V_c(t) = (8 - 11,67) e^{-t/\tau} + 11,67V \quad \text{con } \tau = 11,68s$$



PROBLEMA 2 (uguale a E7)

PROBLEMA 3



$$z_1 = (1+j3) \Omega$$

$$z_2 = 4 \Omega$$

$$z_3 = (4+j3) \Omega$$

$$V_{S1}(t) = 5 \cos(1000t) \text{ V} \rightarrow 5 \text{ V}$$

$$V_{S2}(t) = 3 \cos(1000t + 90^\circ) \text{ V} \rightarrow 3e^{j90} = j3 \text{ V}$$

a)  $\hat{V}_{NK}(t)$

$$\begin{aligned} \hat{V}_{S1} + \hat{V}_{S2} = \hat{V}_{HK} &\rightarrow \text{per partitore } \hat{V}_{NK} = \hat{V}_{HK} \cdot \frac{z_2}{z_1 + z_2} = \\ &= (5 + j3) \cdot \frac{4}{5 + j3} = 4 \text{ V} \end{aligned}$$

$$V_{NK}(t) = 4 \cos(1000t) \text{ V}$$

b)  $\hat{V}_{HN} \rightarrow$  per KVL,  $\hat{V}_{HN} + \hat{V}_{NK} = \hat{V}_{S2}$

$$\hat{V}_{HN} = \hat{V}_{S2} - \hat{V}_{NK} = j3 - 4 = -4 + j3 \text{ V}$$

c) Potenza reattiva  $Q$  assorbita da  $R_3 \rightarrow Q_{z_3}$

$$Q = \text{Im}\{S\}$$

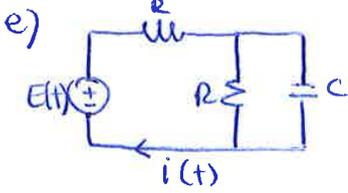
$$S = \frac{1}{2} |\hat{I}|^2 z_3 = \frac{1}{2} |\hat{I}_3|^2 z_3$$

$$\hat{I}_3 = \frac{\hat{V}_{HK}}{z_3} = \frac{\hat{V}_{S1} + \hat{V}_{S2}}{4 + j3} = \frac{5 + j3}{4 + j3} = \frac{20 - j15 + j12 + 9}{16 + 9} = \frac{29 - j3}{25} \text{ A}$$

$$|\hat{I}_3|^2 = 1,36$$

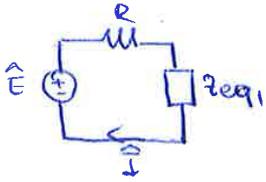
$$S = \frac{1}{2} 1,36 \cdot (4 + j3) \rightarrow \text{Im}\{S\} = \frac{1}{2} \cdot 1,36 \cdot 3 = +204 \text{ VAR}$$

$$\frac{1}{2} \frac{|\hat{V}|^2}{z^*} = \frac{1}{2} |\hat{I}|^2 z = S$$



$$H(j\omega) = \frac{I(j\omega)}{E(j\omega)}$$

$$z_{eq1} = R // \frac{1}{j\omega C} = \frac{R}{j\omega C} \cdot \left( R + \frac{1}{j\omega C} \right) = \frac{R}{j\omega C} \left( \frac{j\omega C R + 1}{j\omega C R + 1} \right)$$



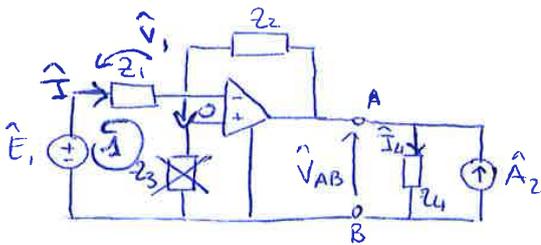
$$\hat{I} = \frac{\hat{E}}{R + z_{eq1}} \rightarrow \frac{\hat{I}}{\hat{E}} = H(j\omega) = \frac{1}{R + z_{eq1}}$$

$$R + z_{eq1} = j \frac{R^2 \omega C + R + 1}{j R \omega C + 1}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 + j R \omega C}{1 + R + j R^2 \omega C} = \frac{\alpha + j \omega}{1 + \frac{1}{R} + j R \omega}$$

$$= \frac{\alpha + j \omega}{\alpha + \frac{1}{C} + j R \omega} \rightarrow \frac{\alpha + j \omega}{2\alpha + j \omega} \quad \text{con } \alpha = \frac{1}{RC}$$

PROBLEMA 3



$$z_1 = 100 \Omega$$

$$z_2 = -j400 \Omega$$

$$z_3 = j1 \text{ k}\Omega$$

$$z_4 = 100 e^{j60^\circ} \Omega = 50 + j86,6 \Omega$$

$$\hat{A}_2 = 10 e^{-j60^\circ} \quad A = 5 - j8,7 \text{ A}$$

$$\hat{E}_1 = 3 \cos(100t + 45^\circ) = 3 e^{j45^\circ}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{2} + j \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{2} = \hat{E}_1$$

a)  $\hat{V}_{AB}$ ?  $\rightarrow$  non invertente quindi  $\hat{V}_{AB} = -\hat{E}_1 \frac{z_2}{z_1} = -\left( \frac{3\sqrt{2}}{2} + j \frac{3\sqrt{2}}{2} \right) (-j4) = +j6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 6\sqrt{2}(-1 + j) \text{ V}$

b)  $i_4(t)$ ?  $\rightarrow$  noto che  $\hat{I}_4 = \frac{\hat{V}_{AB}}{z_4} = \frac{6\sqrt{2}(-1 + j)}{50 + j86,6} = \frac{0,5(-1 + j)}{100 e^{j60^\circ}} = \frac{12 e^{j135^\circ}}{100 e^{j60^\circ}}$

$$= 0,12 e^{j75^\circ} \text{ A} \rightarrow i(t) = 0,12 \cos(100t + 75^\circ) \text{ A}$$

c)  $S_1$  generata da  $\hat{E}_1 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \hat{V} \hat{I}^* = \frac{1}{2} \hat{E} \cdot \hat{I}^*$

Per KVL  $\Rightarrow$  so che  $\hat{V}_1 = \hat{E}_1 \Rightarrow \hat{I} = \frac{\hat{E}_1}{z_1} = 0,03 e^{j45^\circ} \text{ A} \Rightarrow$

$$S = \frac{1}{2} (3 e^{j45^\circ}) (0,03 e^{-j45^\circ}) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0,03 e^{j0} = 0,045 \text{ W}$$

~~vec~~ Sist. matriciale:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_0 \\ M_{0,d} \end{bmatrix}$$

$$2\alpha = -\text{tr}[A] = -(A_{11} + A_{22})$$

$$\rightarrow \alpha = -\frac{(A_{11} + A_{22})}{2}$$

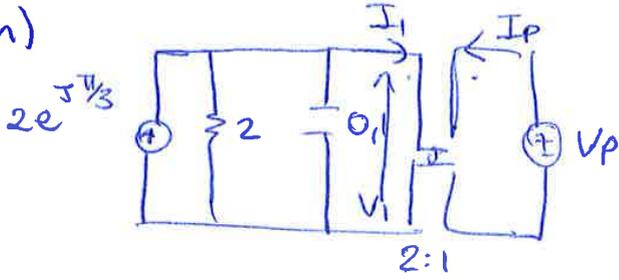
$$\omega_0^2 = \det[A] = A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} A_{21}$$

se  $\alpha^2 > \omega_0^2$  SOVRA

$\alpha^2 = \omega_0^2$  CRITICO

$\alpha^2 < \omega_0^2$  SOTTO

h)



$$V_1 = 2V_p$$

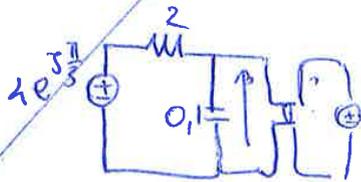
$$I_1 = -\frac{1}{n} I_p$$

$$2 \parallel \frac{1}{j\omega c} =$$

$$\frac{1}{j\omega c} = \text{circled } -j5$$

$$\frac{-j10}{2-j5} = \frac{-j20+50}{4+25} = 1,7-j0,69 \Omega$$

~~100~~



$$4e^{j\omega/3} \cdot \frac{-j5}{2-j5} =$$



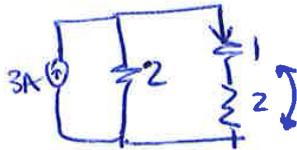
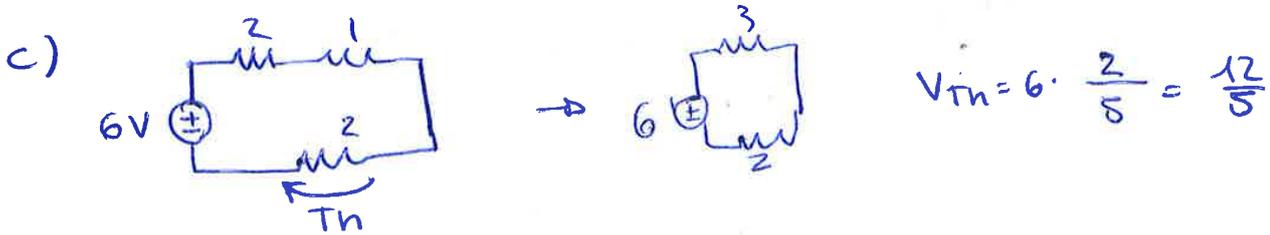
8

$$b) V_H = \frac{\frac{2}{1} - 3}{\frac{1}{2} + 1} = -2 \cdot i$$

$$\frac{-1}{1,5} = -2 \cdot i \rightarrow i = +\frac{1}{3}$$

$$-0,66 \quad +$$

$$\frac{-1}{3/2} = -\frac{2}{3} = -2i$$

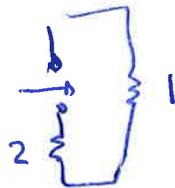


$$3A \cdot \frac{2}{2+3} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{6}{5} \cdot 2 = \frac{12}{5}$$

d) 1H in serie 2H  $\rightarrow$  3H

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$$



$$\tau = \frac{L_{eq}}{3} = 1 \text{ s}$$

a)  $S = \frac{1}{2} \hat{V} \hat{I}^*$

Per KVL, ~~V\_A~~  $V_A + 2V = 3V$

$$V_A = 1V$$

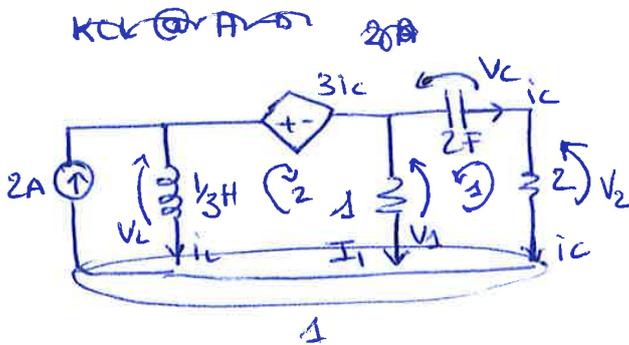
$$V \cdot I = 2W$$

PROBLEMA ONE

$$\frac{S}{\omega^2}$$

$$i_c = C \frac{dV_c}{dt}$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}$$



$$\text{KVL } \textcircled{1} \rightarrow V_2 + V_c = V_1$$

$$i_c \cdot 2 + V_c = I_1 \cdot 1$$

$$I_1 = i_c \cdot 2 + V_c$$

$$\text{KCL @ 1} \rightarrow 2A - i_L - I_1 - i_c = 0$$

$$i_c = 2A - i_L - I_1 = 2A - i_L - (2i_c + V_c)$$

$$I_1 = 2 - i_L - i_c$$

$$= 2 - i_L - \frac{2}{3}i_L + \frac{1}{3}V_c + \frac{V_c}{3}$$

$$= 2 - \frac{2}{3}i_L + \frac{V_c}{3} + \frac{V_c}{3}$$

$$= -\frac{2}{3}i_L + \frac{V_c}{3} + \frac{4}{3}$$

$$\text{KVL } \textcircled{2} \quad V_L - 3i_c - V_1 = 0$$

$$V_L - 3i_c - I_1 = 0$$

$$V_L = 3i_c + I_1 = 2i_c + V_c + 2i_c + V_c$$

$$V_L = 2 - i_L - V_c - \frac{2}{3}i_L + \frac{V_c}{3} + \frac{4}{3} =$$

$$= \frac{10}{3} - \frac{5}{3}i_L - \frac{2}{3}V_c = L \frac{di_L}{dt} \quad [2]$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/3L & -2/3L \\ -1/3C & -1/3C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10/3L \\ 2/3C \end{bmatrix}$$

$$-1 \frac{1}{3}$$

$$-5 \cdot -2$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -1/6 & -1/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 1/3 \end{bmatrix}$$