



Appunti universitari
Tesi di laurea
Cartoleria e cancelleria
Stampa file e fotocopie
Print on demand
Rilegature

NUMERO: 2431A

ANNO: 2019

A P P U N T I

STUDENTE: Pecora Gianni

**MATERIA: Meccanica delle Macchine - Appunti + Formulario -
Prof. Marchesiello**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

CINEMATICA

↳ Studio del moto dei corpi indipendentemente dalle cause che lo producono. "È vietato parlare di Force"

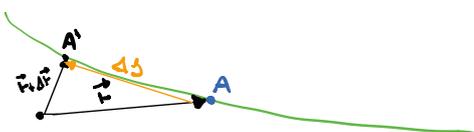
→ Grandezze: Tempo t , posizione r e le sue (derivate rispetto al tempo) [Velocità, accelerazione]

Modello di corpo → punto materiale (modello grossolano) → le dimensioni sono trascurabili



Cinematica del Punto

↳ Traiettorie →



$$t \rightarrow A \rightarrow \vec{r}$$

$$t + \Delta t \rightarrow A' \rightarrow \vec{r} + \Delta \vec{r}$$

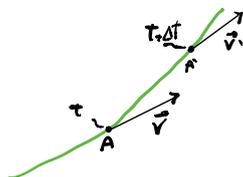
Spazio percorso Δs

• $\Delta \vec{r}$ non dipende dal sistema di riferimento

↳ $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ → Velocità media (nell'intervallo Δt)

↳ $\vec{v} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ (velocità istantanea)

↳ \vec{v} è sempre tangente alla traiettoria



• $\Delta \vec{v}$ in generale può cambiare modulo e/o direzione

↳ $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ → accelerazione media (in Δt)

↳ $\vec{a} \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ (accelerazione istantanea)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

IN GENERALE L'ACCELERAZIONE NON È NE' TANGENTE NE' NORMALE ALLA TRAIETTORIA!!

↳ MA LA COMPONENTE NORMALE È SEMPRE CENTRIPETA (diretta verso il centro di curvatura)

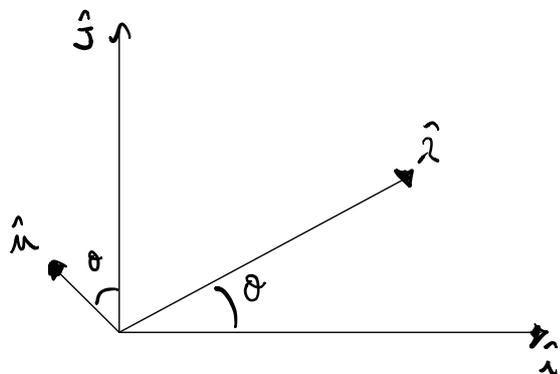
• SISTEMI DI COORDINATE

1) Coordinate cartesiane

2) Coordinate cilindriche (Polar, nel piano)

$$\vec{r} = \rho \hat{\lambda} + z \hat{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\rho} \hat{\lambda} + \rho \frac{d\hat{\lambda}}{dt} + \dot{z} \hat{k}$$



$$\hat{\lambda} = \cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}$$

$$\hat{\mu} = -\sin\theta \hat{i} + \cos\theta \hat{j}$$

$$\frac{d\hat{\lambda}}{dt} = (-\sin\theta \hat{i} + \cos\theta \hat{j}) \dot{\theta} = \omega \hat{\mu} \quad (\text{rotazione di } 90^\circ)$$

$$\left[\frac{d}{dt} \cos[\theta(t)] = \frac{d}{d\theta} \cos\theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = -\sin\theta \cdot \dot{\theta} \right]$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (\text{velocità angolare})$$

$$\frac{d\hat{\lambda}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \hat{\lambda} = (\dot{\theta} \hat{k}) \wedge \hat{\lambda} = \omega \hat{\mu}$$

Poisson

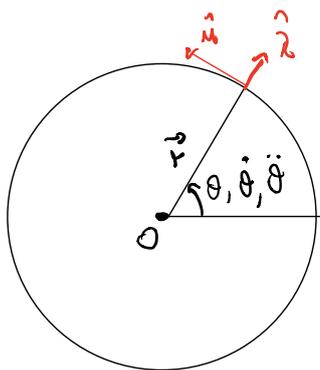
$$\vec{v} = \dot{\rho} \hat{\lambda} + \rho \dot{\theta} \hat{\mu} + \dot{z} \hat{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{\rho} \hat{\lambda} + \dot{\rho} \frac{d\hat{\lambda}}{dt} + \dot{\rho} \dot{\theta} \hat{\mu} + \rho \ddot{\theta} \hat{\mu} + \rho \dot{\theta} \frac{d\hat{\mu}}{dt} + \ddot{z} \hat{k} =$$

$$= \ddot{\rho} \hat{\lambda} + \dot{\rho} \dot{\theta} \hat{\mu} + \dot{\rho} \dot{\theta} \hat{\mu} + \rho \ddot{\theta} \hat{\mu} + (-\dot{\theta}) \dot{\rho} \hat{\lambda} + \ddot{z} \hat{k} =$$

$$= (\ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2) \hat{\lambda} + (\rho \ddot{\theta} + 2\dot{\rho} \dot{\theta}) \hat{\mu} + \ddot{z} \hat{k}$$

CASO PARTICOLARE Di MOTO PIANO:
MOTO CIRCOLARE



$$(\vec{r} = \rho)$$

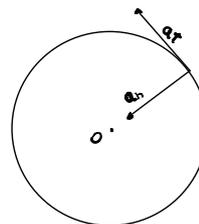
$$\vec{r} = r \hat{\lambda}$$

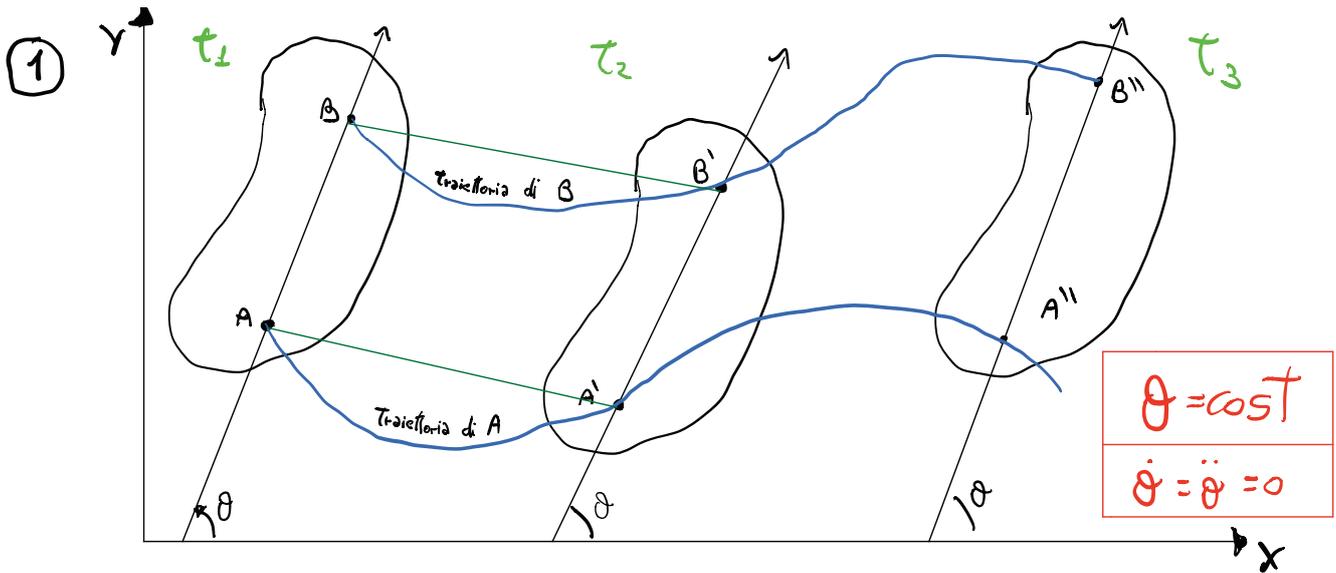
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r} \hat{\lambda} + r \dot{\theta} \hat{\mu}$$

($r = \text{cost} \rightarrow$ moto circolare)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{r} \dot{\theta} \hat{\mu} + r \ddot{\theta} \hat{\mu} + r \dot{\theta} (-\dot{\theta} \hat{\lambda})$$

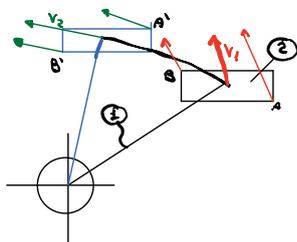
$$a = \underbrace{r \ddot{\theta} \hat{\mu}}_{\text{Componente Tangenziale } a_t} - \underbrace{r \dot{\theta}^2 \hat{\lambda}}_{\text{comp. Normale an (CENTRIFUGA)}}$$





- $ABB'A'$ PARALLELOGRAMMA $\vec{v}_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{AA}'}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{BB}'}{\Delta t} = \vec{v}_B \rightarrow v_A = v_B$
- Nel moto traslatorio Tutti i punti hanno la stessa velocità in un dato istante
- Analogamente $\vec{a}_A = \vec{a}_B$

Esempio

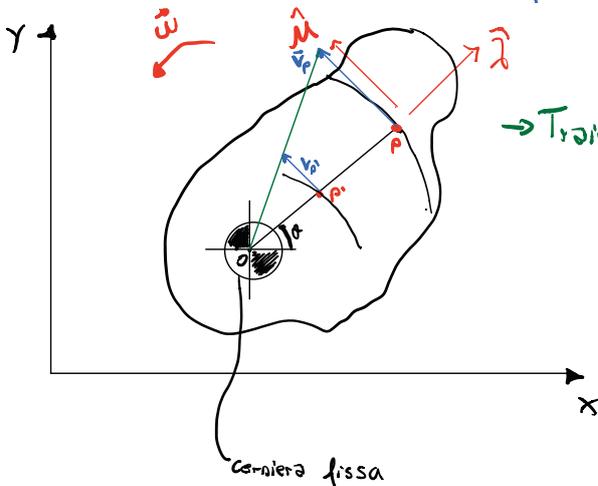


① PEDIVELLA
 ② PEDALE

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}_1$$

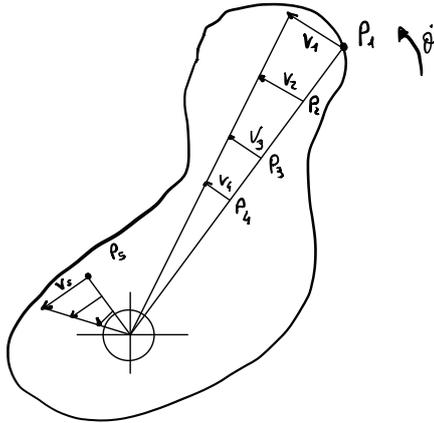
$$\vec{v}_{A'} = \vec{v}_{B'} = \vec{v}_2$$

② Moto rotatorio attorno ad un asse fisso

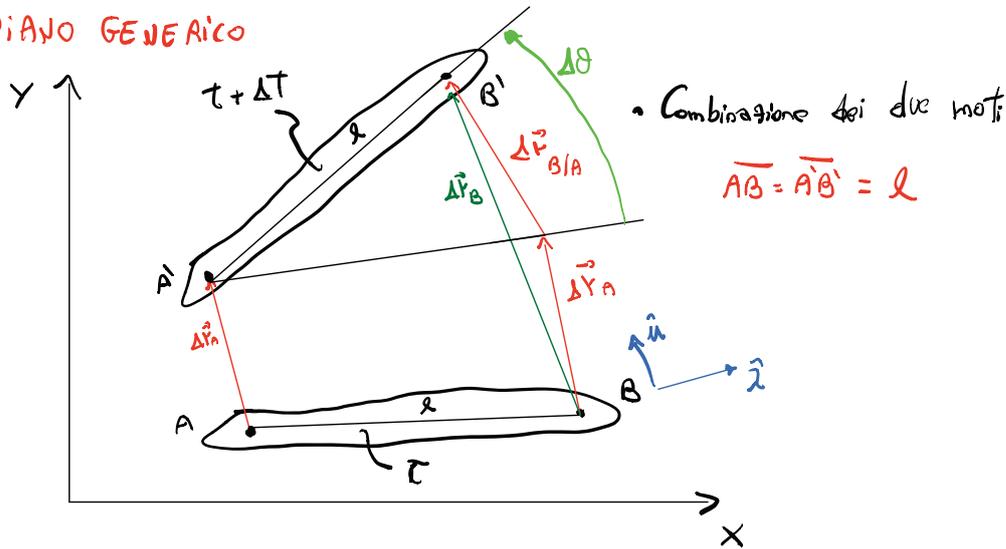


→ Traiettoria circolare $\overline{OP} = cost$

LA DISTRIBUZIONE DELLE VELOCITÀ È TRIANGOLARE!



MOTO PIANO GENERALE



$$\Delta \vec{r}_B = \Delta \vec{r}_A + \Delta \vec{r}_{B/A} \quad \text{"B interno ad A"} \quad \text{Eq. (1)}$$

$$\Delta r_{B/A} \approx l \Delta \theta$$

Divido Eq. 1 per Δt , faccio tendere a zero Δt

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}_B}{\Delta t} = \vec{v}_B$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} \quad \rightarrow \text{Formula fondamentale della cinematica}$$

$v_{B/A}$ Velocità di B interno ad A (Velocità che avrebbe B se A fosse fermo)

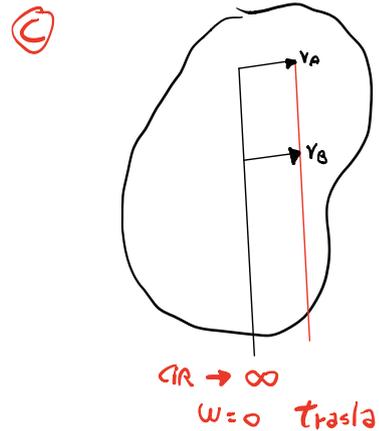
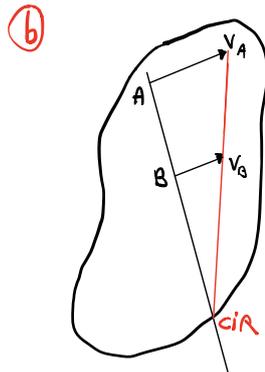
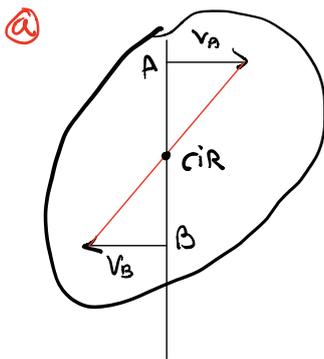
$$\vec{v}_{B/A} = \vec{\omega} \wedge \vec{l} = \omega l \hat{u} = \omega A \vec{e}_\theta \hat{u}$$

(A E B DEVONO APPARTENERE ALLO STESSO CORPO !!)

CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE

$$\vec{V}_{CIR} = \vec{0}$$

• Casi particolari \vec{V}_A e \vec{V}_B sono parallele

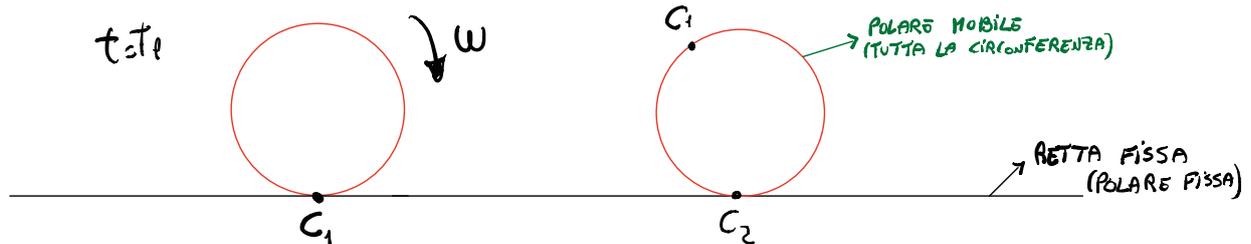


Generalmente il CIR non è fisso
↳ pertanto definisce una traiettoria (polare del moto)

→ POLARE FISSA : Luogo dei CIR nel piano

→ POLARE MOBILE : Luogo dei CIR nel piano mobile, solidale col corpo

Esempio → La polare mobile ruota senza strisciare sulla polare fissa.



Rotolamento Puro (Ruota senza strisciare)

$$\vec{V}_{C_2} = \vec{0} \rightarrow C_2 = CIR(t_2)$$

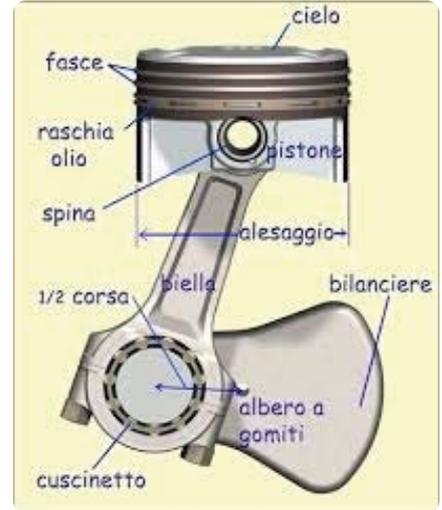
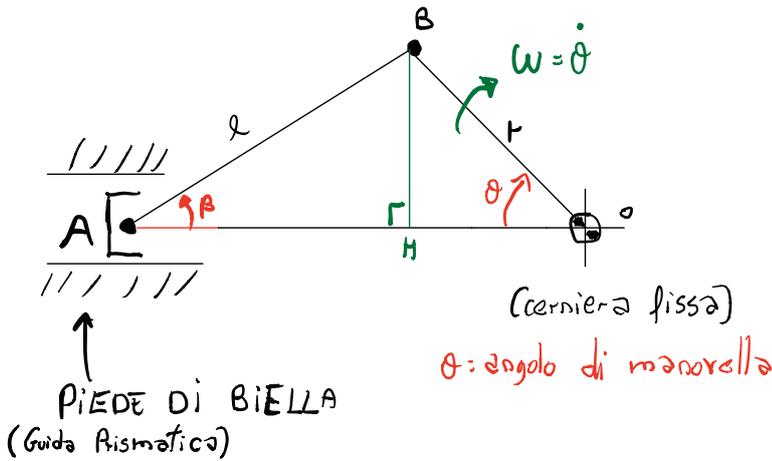
$$\vec{a}_{C_2} \neq \vec{0}$$

$$\vec{V}_{C_1} = \vec{0}$$

$$\vec{a}_{C_1} \neq \vec{0}$$

$$\rightarrow \vec{V}_C = \vec{0} \neq \vec{a}_C = \vec{0}$$

ESEMPIO (meccanismo biella (mano vella))



Assegnata la geometria (l, r, θ) e ω ; calcolare \vec{V}_A e $\dot{\beta}$

① POSIZIONI E ANGOLI \rightarrow è necessario calcolare β
 $\rightarrow BH = r \sin \theta = l \sin \beta \rightarrow \beta = \arcsin \left(\frac{r}{l} \sin \theta \right)$

② VELOCITÀ (scegliere di solito una cerniera mobile, oppure il punto A)
 \rightarrow applichiamo il teorema fondamentale della cinematica tra A e B che SONO PUNTI APPARTENENTI ALLO STESSO CORPO RIGIDO

$\rightarrow \vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{A/B}$ (Relazione vettoriale) \rightarrow Vietato trasformare in relazione scalare!

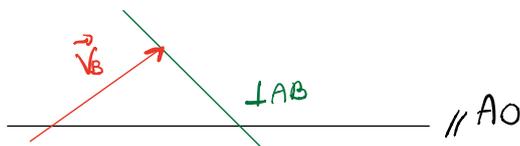
	V_A	V_B	$\vec{V}_{A/B}$
MODULO	?	ωr	$?(\dot{\beta} \cdot \overline{AB})$
DIREZIONE	$\parallel AO$	$\perp OB$	$\perp \overline{AB}$
VERSO	?	\rightarrow	?

\rightarrow Velocità che avrebbe A se B fosse fermo

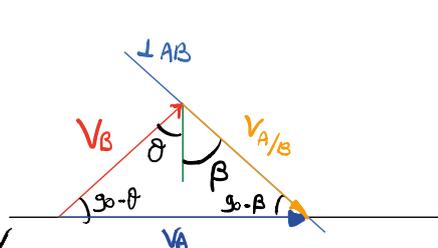
il verso non lo si può dire a priori \uparrow Nota completamente

TRIANGOLO DELLE VELOCITÀ

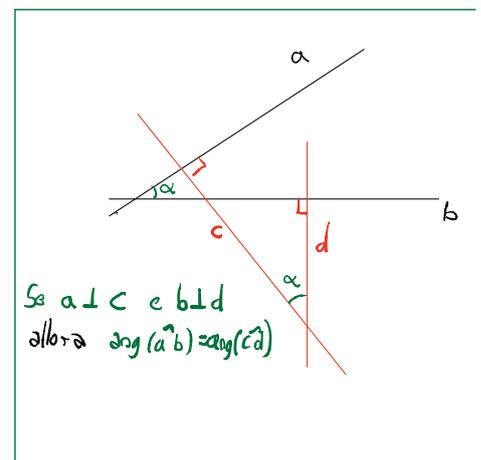
1° step



2° step



Unico modo per che ~~$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{A/B}$~~ (vuol dire $V_B = V_A + V_{A/B} \cos \alpha$)

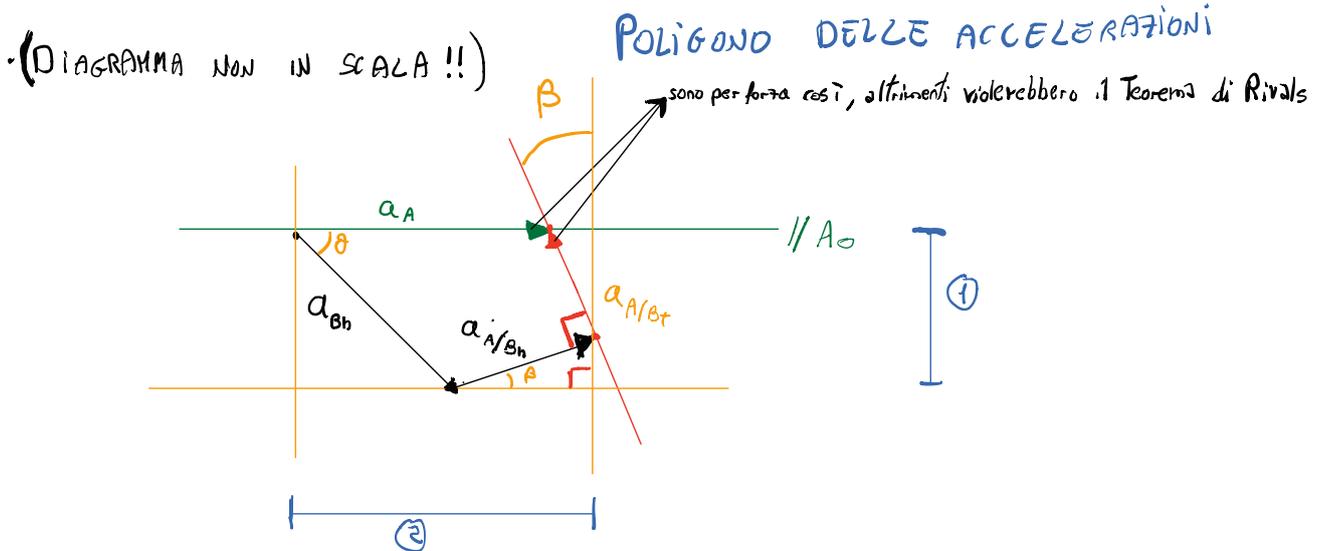


Continuiamo l'esercizio supponendo $w = \text{cost}$ $v \uparrow \rightarrow \dot{w} = 0$

RIVALS $\rightarrow \vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$ (AL MAX 6 VETTORI)
 (perché moto rettilineo) $\leftarrow a_A$
 A_{Bn} A_{Bt} $A_{A/Bn}$ $A_{A/Bt}$
 $\vec{w} \uparrow = 0 \rightarrow$ ma qui abbiamo solo 4 acc.

$\vec{a}_A = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{A/Bn} + \vec{a}_{A/Bt}$

	\vec{a}_a	\vec{a}_{Bn}	$\vec{a}_{A/Bn}$	$\vec{a}_{A/Bt}$
modulo	?	$w^2 r$	$\dot{\beta}^2 l$	$(\ddot{\beta} l)?$
direzione	—	// OB	// AB	$\perp AB$
Verso	?	$B \rightarrow O$ nota	$A \rightarrow B$ (centripeta) nota	?



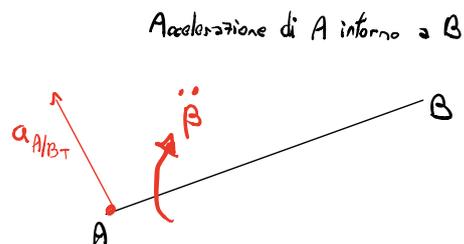
① $a_{Bn} \sin \theta = a_{A/Bn} \sin \beta + a_{A/Bt} \cos \beta$

② $a_A + a_{A/Bt} \sin \beta = a_{Bn} \cos \theta + a_{A/Bn} \cos \beta$

Ricavo $a_A = \dots m/s^2$ verso \rightarrow
 $a_{A/Bt} = \dot{\beta} l$

$\dot{\beta} \frac{a_{A/Bt}}{l} = \dots \text{rad/s}^2$

Verso \downarrow



$$\vec{\omega}_t \wedge (x\hat{i} + y\hat{j}) = \vec{V}_{t\ p/A} \quad (\text{Velocità di Trascinamento di P intorno ad A})$$

$$\vec{V}_A + \vec{V}_{t\ p/A} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{V}_{t\ p} \quad (\text{Velocità di Trascinamento di P})$$

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{t\ p} + \vec{V}_{r\ p} \quad (\text{Velocità di Trascinamento + Relativa}) \quad (\text{risultato intuitivo})$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_p &= \frac{d\vec{V}_p}{dt} = \frac{d\vec{V}_A}{dt} + \frac{d}{dt} [\vec{\omega}_t \wedge (x\hat{i} + y\hat{j})] + \frac{d}{dt} \vec{V}_{r\ p} = \\ &= \vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}_t}{dt} \wedge (x\hat{i} + y\hat{j}) + \vec{\omega}_t \wedge \frac{d}{dt} (x\hat{i} + y\hat{j}) + \frac{d}{dt} (x\dot{\hat{i}} + y\dot{\hat{j}}) = \\ &= \vec{a}_A + \frac{d\omega_t}{dt} \wedge \vec{r} + \omega_t \wedge (\dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j}) + \omega_t \wedge (\omega_t \wedge \vec{r}) + \underbrace{\ddot{x}\hat{i} + \ddot{y}\hat{j}}_{\vec{a}_{r\ p}} + \omega_t \wedge (\dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j}) = \\ &= \underbrace{\vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}_t}{dt} \wedge \vec{r} + \vec{\omega}_t \wedge (\vec{\omega}_t \wedge \vec{r})}_{\text{accelerazione di TRASCINAMENTO}} + \underbrace{\vec{a}_{r\ p}}_{\text{acc. RELATIVA}} + \underbrace{2\vec{\omega}_t \wedge \vec{V}_{r\ p}}_{\text{ACCELERAZIONE DI CORIOLIS}} \end{aligned}$$

• RISULTATO NON INTUITIVO

Notiamo che $\vec{a}_{r\ p} \neq \frac{d\vec{V}_{r\ p}}{dt}$

$$\vec{a}_{t\ p} = \vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}_t}{dt} \wedge \vec{r} + \vec{\omega}_t \wedge (\omega_t \wedge \vec{r}) \quad (\text{Acc. di Trascinamento (RIVALS)})$$

$$\vec{a}_{r\ p} \stackrel{\text{def}}{=} \ddot{x}\hat{i} + \ddot{y}\hat{j} \quad (\text{Acc. RELATIVA})$$

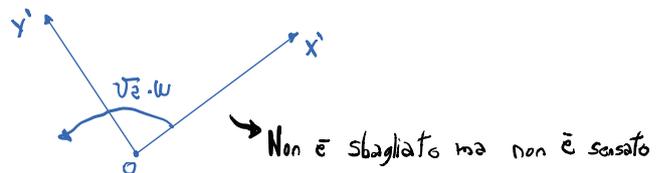
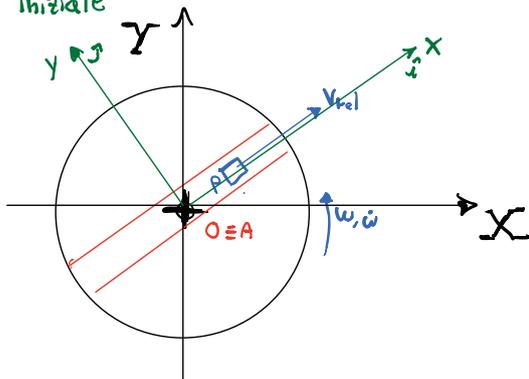
$$\vec{a}_{cp} = 2\vec{\omega}_t \wedge \vec{V}_{r\ p} \quad (\text{Accelerazione elementare o di Coriolis})$$

↑
TRASCINAMENTO

→ In definitiva $\vec{a}_p = \vec{a}_{r\ p} + \vec{a}_{t\ p} + \vec{a}_{cp}$

A MEMORIA!

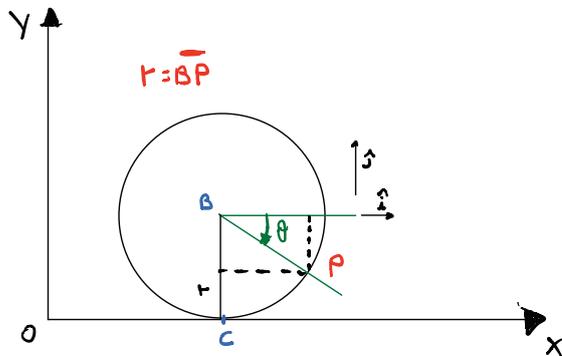
Esempio iniziale



Scelgo SRM in modo che sia semplice esprimere il moto relativo

Metodo ③: "Derivazione delle relazioni geometriche"

↳ Ruota che rotola senza strisciare su una retta (Rotolamento Puro)



rot. Puro \rightarrow $X_B = \dot{\theta} r + X_0$
 $X_B(\theta=0) = X_0$

$$\begin{cases} X_P = X_B + r \cos \theta \\ Y_P = r - r \sin \theta \end{cases} \xrightarrow{\text{derivando}} \begin{cases} \dot{X}_P = \dot{X}_B - r \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{Y}_P = -\dot{\theta} r \cos \theta \end{cases} \xrightarrow{\text{derivando}} \begin{cases} \ddot{X}_P = \ddot{X}_B - \dot{\theta}^2 r \cos \theta - r \ddot{\theta} \sin \theta \\ \ddot{Y}_P = -\dot{\theta} r \cos \theta + \dot{\theta}^2 r \sin \theta \end{cases}$$

Cosa succede se $\dot{\theta} = \omega = \omega \cos t$ ($\rightarrow \dot{\omega} = \ddot{\theta} = 0$) al punto C ($\theta = \frac{\pi}{2}$)

$$\begin{cases} \dot{X}_C = \omega r - \omega r \sin \frac{\pi}{2} = \omega r - \omega r = 0 \\ \dot{Y}_C = -\omega r \cos \frac{\pi}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow \vec{V}_C = \vec{0}$$

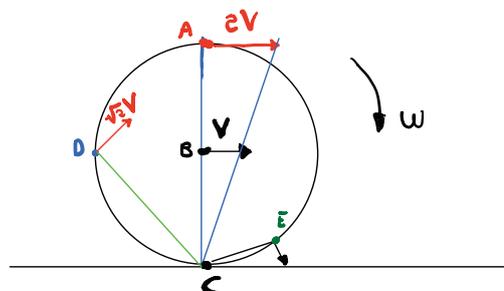
Infatti $C = CI R$

Ma $\begin{cases} \ddot{X}_C = 0 - 0 - 0 = 0 \\ \ddot{Y}_C = 0 + \omega^2 r \sin \frac{\pi}{2} = \omega^2 r \end{cases} \rightarrow \vec{a}_C = \omega^2 r \hat{j}$

C NON È IL CENTRO DELLE ACCELERAZIONI

$$\vec{V}_C = \vec{0} \not\Rightarrow \vec{a}_C = \vec{0}$$

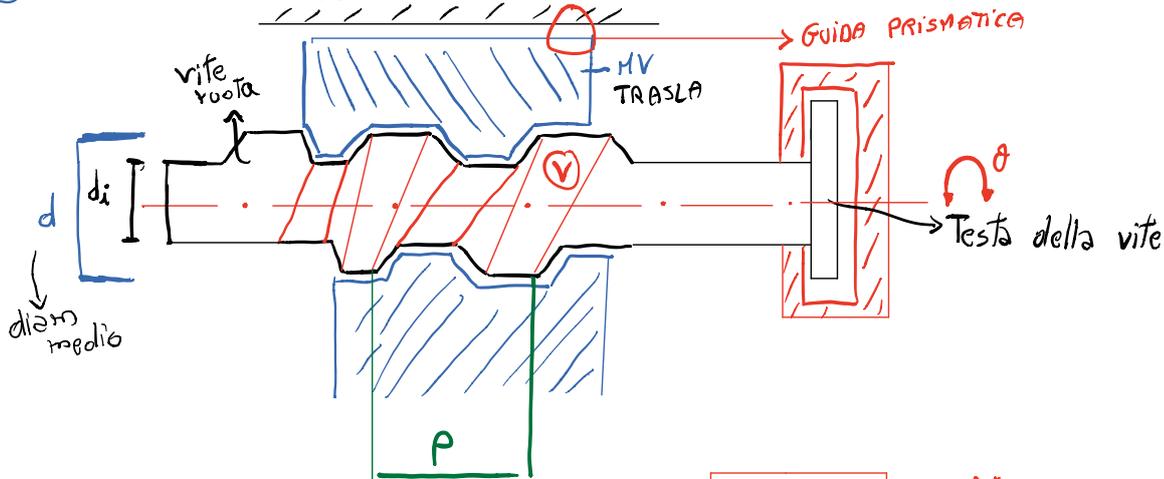
↳ Provare con teorema fondamentale della cinematica: $\begin{cases} \text{Dato } \dot{x}_B = \omega r = \cos t \Rightarrow \vec{V}_C \\ \text{RIVALSI} \rightarrow \vec{a}_C \end{cases}$



$$V = \omega r$$

→ la distribuzione delle velocità è triangolare

④ COPPIA ELICOIDALE - SISTEMA VITE-MADREVITE

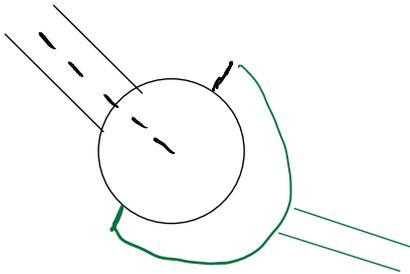


$$V_{MV} = \frac{x}{t} \quad \omega_v = \frac{\theta}{t} \quad v = x \frac{\omega_v}{\theta}$$

$$v = p \frac{\omega}{2\pi}$$

Verifica dimensionale
 $m/s = m \frac{rad/s}{rad}$ **OK!**

⑤ COPPIA SFERICA



Vincolo triplo nello spazio: lascia libere tre rotazioni, impedisce le traslazioni (usati spesso i cuscinetti)

GRAADI DI LIBERTÀ (GOL)

- Il numero di GOL corrisponde al numero di variabili indipendenti necessarie per definire univocamente la posizione di un corpo o un insieme di corpi e dunque studiarne il moto.
- Nello spazio un corpo rigido ha 6 gradi di libertà ad esempio x, y, z di un punto e 3 rotazioni rispetto al SR fisso
- Nel piano un corpo rigido ha 3 gradi di libertà: x_0, y_0, θ

NEL PIANO

- La cerniera fisso o mobile toglie 2 GOL
- La guida lineare toglie 1 GOL
- Il carrello toglie 1 GOL

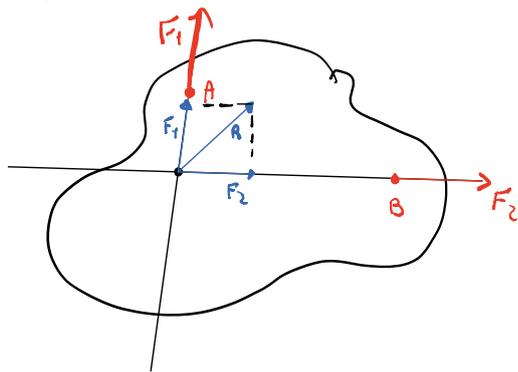
→ Per i cinematismi piani:

$$N_{GOL} = N_{ELEMENTI} \times 3 - N_{CERNIERE} \times 2 - N_{GUIDE LINEARI} \times 1 - N_{CARRELLI} \times 1$$

Per i corpi rigidi vale il principio di trasmissibilità: posso traslare la \vec{F} lungo la retta di azione



• Composizione di forze

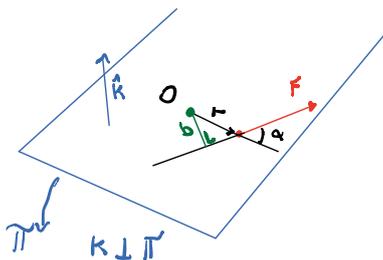


Risultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

(Regola del parallelogramma)

~~$R = F_1 + F_2$~~

MOMENTO DI UNA FORZA RISPETTO A UN POLO O



$b = \overline{OA} \sin \alpha$ (BRACCIO)

$\vec{M}_O \stackrel{\text{def}}{=} \vec{OA} \wedge \vec{F} = OA \cdot F \sin \alpha = b F \hat{K}$

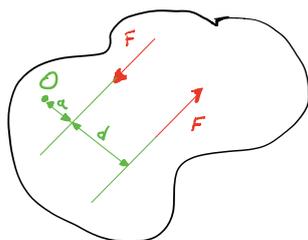
PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA RISPETTO ALL'ADDIZIONE

$\vec{r} \wedge (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \vec{r} \wedge \vec{F}_1 + \vec{r} \wedge \vec{F}_2$

$\vec{r} \wedge (\vec{P} + \vec{Q}) = \vec{r} \wedge \vec{P} + \vec{r} \wedge \vec{Q}$ (utile se \vec{P} e \vec{Q} sono le componenti in un SR cartesiano)

COPPIA DI FORZE

↳ Momento prodotto da due forze uguali in modulo e direzione ma con versi opposti (e non allineate)



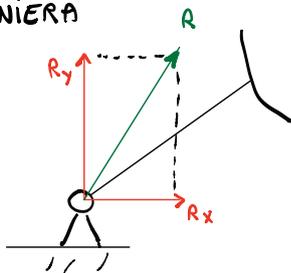
$\vec{M}_O = F(a+d) - Fa = Fd$

Deduciamo che la coppia dipende solo dall'intensità delle forze e dalla loro distanza ma non dal polo dei momenti

~~\vec{M}_O~~ = $\vec{M} = \vec{C}$

- Di fatto il polo O si sceglie a piacere in modo da eliminare il maggior numero di incognite
- IN PARTICOLARE LE REAZIONI VINCOLARI:
 - Forte è momenti che i vincoli sono in grado di esercitare sul corpo vincolato: corrispondono in numero ai GDL INTERDETTI.

CERNIERA

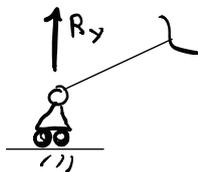


→ Impedisce X e Y

→ Applica R_x e R_y

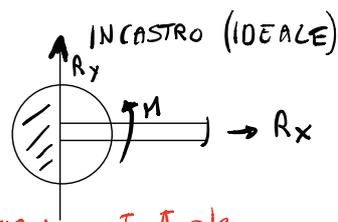
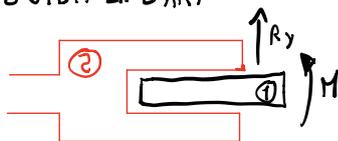
In assenza di attrito \vec{R} passa per il centro della cerniera

CARRELLI



Reazione \perp al piano di scorrimento
(NO ATTRITO)

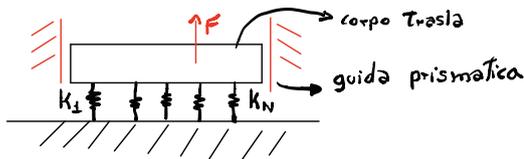
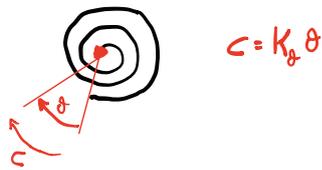
GUIDA LINEARI



• Esistono altri vincoli utilizzati in Fondamenti di meccanica strutturale

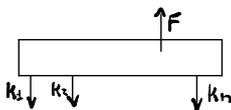
→ Se c'è precarico → $F = F_0 + kx$ $F_0 = F(x=0)$ (PRECARICO)

MOLLA ROTAZIONALE (detta anche Torsionale)



→ Direzione di "molle in parallelo" STESSA DEFORMAZIONE X

DCL



solo se molle in parallelo

$$\uparrow F - k_1x - k_2x - \dots - k_nx = 0$$

$$\rightarrow F = \sum_{i=1}^N k_i x = \left(\sum_{i=1}^N k_i \right) x = k_{eq} x$$

$$k_{eq} = \sum_{i=1}^N k_i$$

RIGIDEZZA EQUIVALENTE

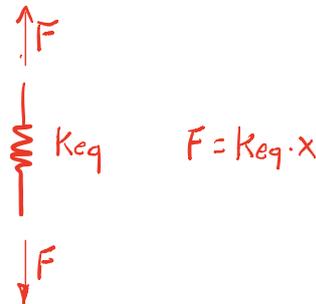
MOLLE in serie STESSA SOLLECITAZIONE F



$F = k_i \Delta x$

$$x = \sum_{i=1}^N \Delta x_i = \sum_{i=1}^N \frac{F}{k_i} = F \sum_{i=1}^N \frac{1}{k_i}$$

$$\frac{F}{x} = \frac{1}{k_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{k_i}$$



ATTRITO

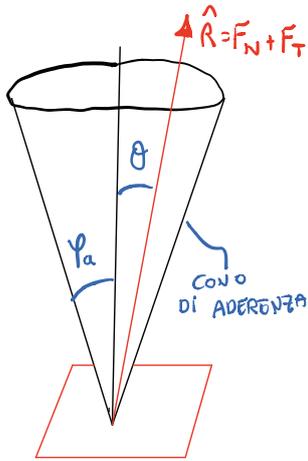
→ Resistenza che tende ad ostacolare il moto tangenziale relativo tra 2 corpi a contatto

- 1) "ATTRITO SECCO": microasperità
- 2) "ATTRITO FLUIDO": liquido o un gas interposti tra le superfici
- 3) "ATTRITO INTERNO": imperfetta elasticità dei corpi

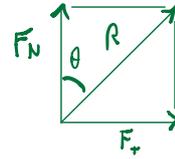
→ L'attrito è oggetto di studio della tribologia

CONO DI ADERENZA ($v_{rel} = 0$)

↳ La reazione della superficie $\vec{R} = \vec{F}_N + \vec{F}_T$ deve essere interna al cono di aderenza.

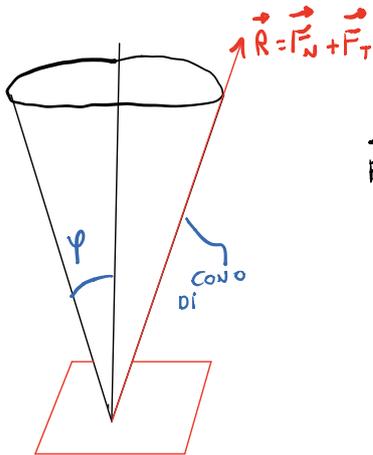


$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_T}{F_N} \leq f_a = \operatorname{tg} \varphi_a$$



$$\varphi_a = \operatorname{arctg} f_a \text{ (Angolo di Aderenza)}$$

CONO DI ATTRITO ($v_{rel} \neq 0$)

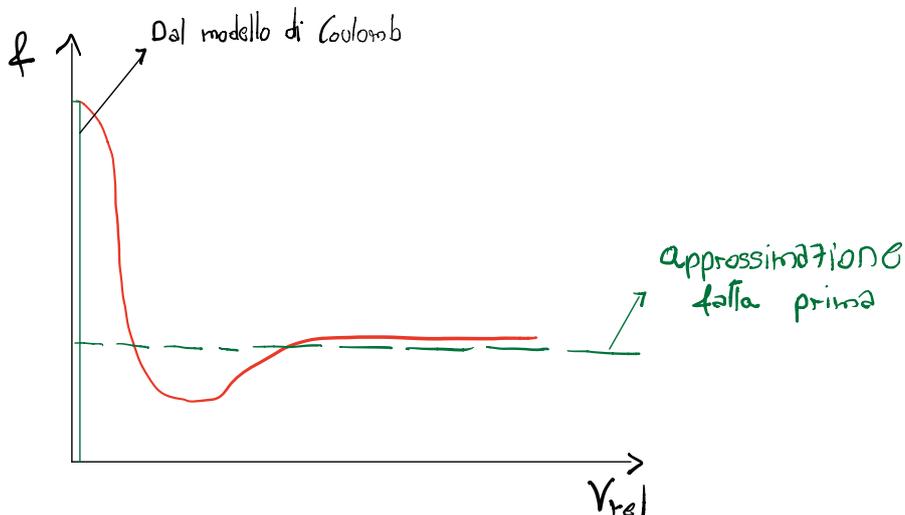


$$\frac{F_T}{F_N} = f = \operatorname{tg} \varphi$$

$$\varphi \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{arctg} f \text{ (Angolo di Attrito)}$$

SPERIMENTALMENTE $f < f_a$ ($\varphi < \varphi_a$)

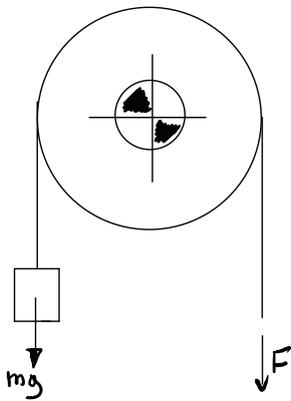
• Il coefficiente f dipende debolmente da altri fattori come la velocità



ATTRITO SECCO PERNO/BOCCOLA

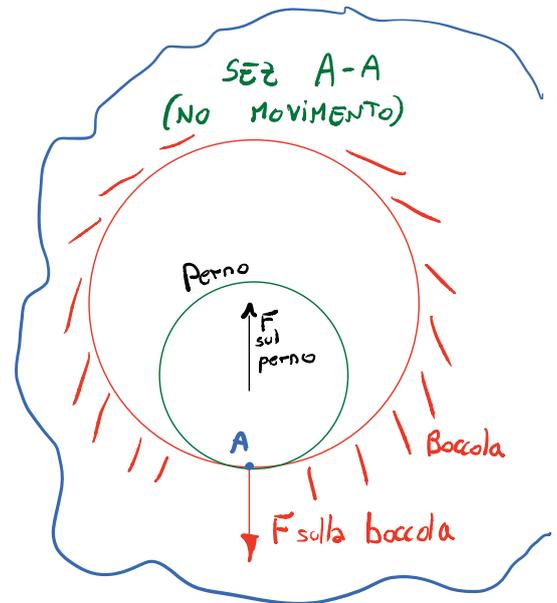
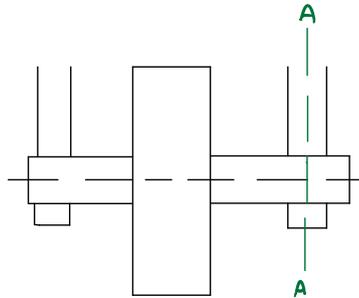
→ coppia rotoidale: esiste sempre un (piccolo) gioco

- Il raggio del perno r_p è circa uguale a quello della boccia MA noi esageriamo i giochi



Sollevo il secchio di acqua nel pozzo

Chi è il perno e chi è la boccia? → Non mi interessa per gli esercizi



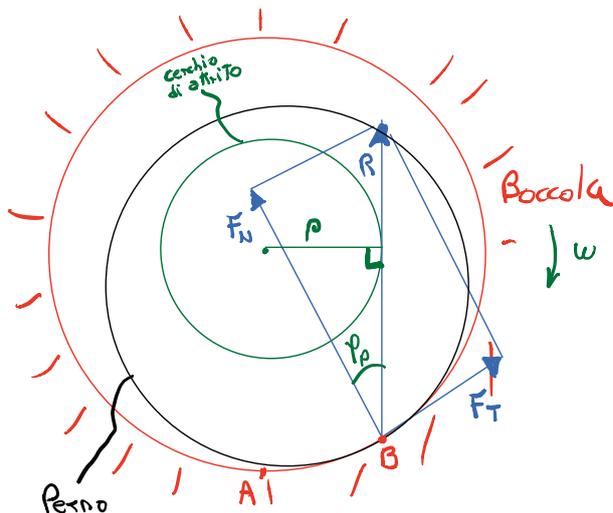
Se c'è moto relativo IL PUNTO DI CONTATTO TRA PERNO/BOCCOLA si SPOSTA: il punto A si "arrampica" lungo la boccia e arriva in B.

- Si definisce RAGGIO DEL "CERCHIO DI ATTRITO"

$$\rho \stackrel{\text{def}}{=} r_p \sin \varphi_p$$

$$\hookrightarrow \tan \varphi_p = f$$

La forza scambiata è sempre tangente al cerchio di attrito!



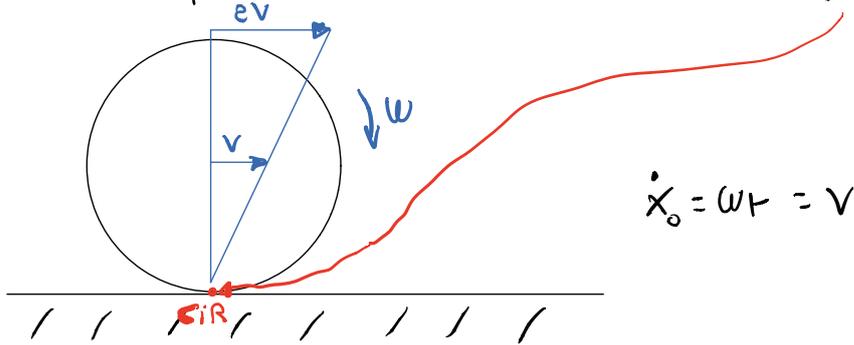
$$\vec{R} = \vec{F}_N + \vec{F}_T \quad \text{Sempre tangente al cerchio di attrito}$$

- Non è necessario disegnare perno e boccia

3 Step:

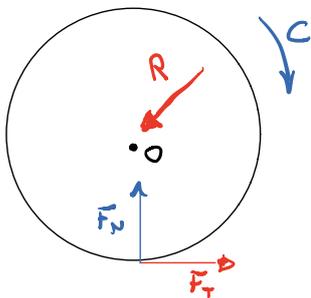
1) Si disegna il cerchio di attrito $\rho = r_p \sin \varphi_p$

Se $F_T/F_N \leq f_a$ siamo in condizioni di aderenza ($V_{rel} = 0$)



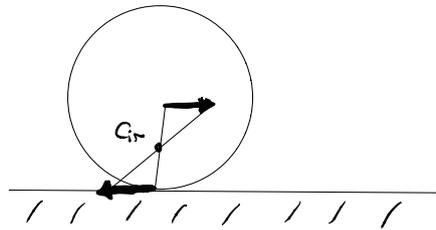
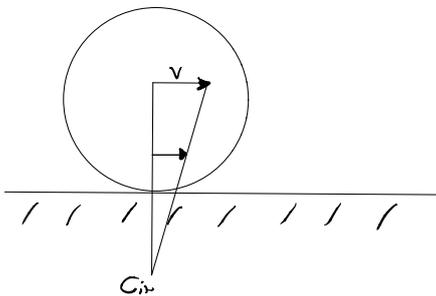
Se invece si supera $F_{T\lim}$

↳ strisciamento



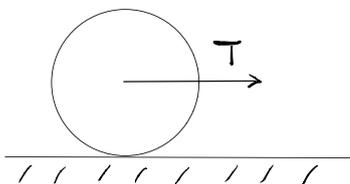
$$F_T = f F_N$$

$$\text{Ma } \dot{x}_0 \neq \omega r$$



② • Ruota

Trascinata: soggetta solo ad una forza, non ad una coppia



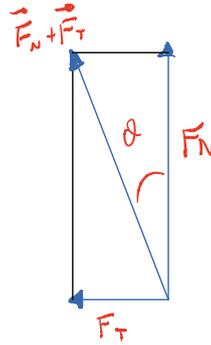
? → Mancano ancora degli affori e arriveremo a conclusioni errate

$$\vec{P} + \vec{T} = -(\vec{F}_N + \vec{F}_T)$$

Per avere condizioni di Aderenza $\operatorname{tg} \theta = \frac{F_T}{F_N} \leq f_a$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_T}{F_N} = \frac{M}{r} = f_v$$

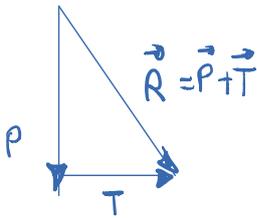
$$0) F_N \cdot \mu - F_T \cdot r = 0 \rightarrow \frac{F_T}{F_N} = \frac{M}{r} = f_v$$



- 3) RUOTA TRASCINATA
 ATTRITO (RADENTE) COULOMBIANA
 ATTRITO VOLVENTE
ATTRITO AL PERNO

ATTENZIONE: $\vec{P} + \vec{T}$ NON PASSA PIÙ PER O

NON È NECESSARIO DISEGNARE PERNO E BOCCOLA!

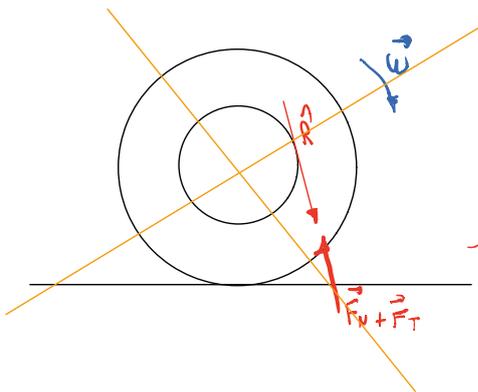


Attrito al perno:

- 1) Disegnare il cerchio di attrito
- 2) Determinare il verso del moto relativo
- 3) Si disegna la forza in modo che si opponga al moto

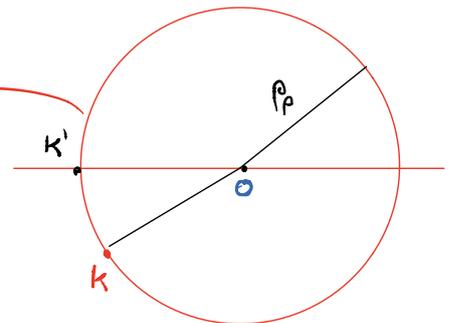
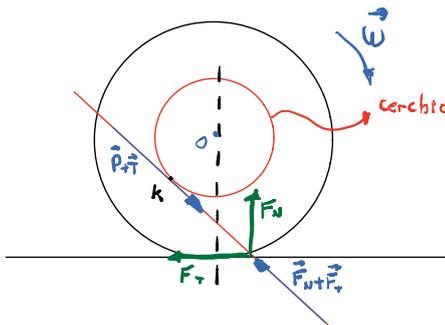
$$\rho_p = r_p \sin \varphi_p$$

$$\operatorname{tg} \varphi_p = f_p$$



Del taglio

DCL
 Corrello



Dato che $\rho_p \ll r$ (raggio Ruota) $\Rightarrow K \approx K'$

• In modo equivalente il momento di inerzia può essere assegnato attraverso il raggio di inerzia ρ

$$I = m \rho^2 \quad \rho_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{m}} ; \rho_{yy} = \sqrt{\frac{I_{yy}}{m}}$$

Equazioni cardinali della dinamica

→ La relazione di causalità tra il moto del corpo (EFFETTO) e le azioni che lo determinano (CAUSA) fu definita da Newton (3 Leggi della dinamica).

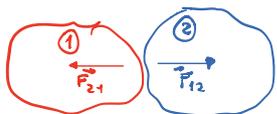
1) Una particella rimane a riposo o si muove di moto rettilineo uniforme se la risultante di tutte le forze applicate è nulla.

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \quad \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad \begin{cases} \vec{v} = 0 \\ \vec{v} = \text{costante (moto rettilineo)} \end{cases}$$

2) L'accelerazione di una particella è proporzionale alla risultante delle forze applicate ed è nella direzione e nel verso della risultante.
La costante di proporzionalità è la massa.

$$\sum \vec{F}_e = m \vec{a}$$

3) Le forze di azione e reazione tra corpi che interagiscono sono uguali in modulo e opposte in verso.



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad (F_{21} = F_{12})$$

CORPO ESTESO

• Moto traslatorio $\sum \vec{F}_e = m \vec{a}_c$

• Moto rotatorio piano $\sum \vec{M}_{eG} = I_G \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

$\sum \vec{M}_{eG}$: Sommatore dei momenti di tutte le forze esterne applicate. Calcolati rispetto al baricentro

I_G : momento di inerzia rispetto ad un asse baricentrico ortogonale al piano del moto

In ambito ingegneristico però si usa l'approccio alla D'ALAMBERT!

FORZA DI INERZIA

$$\underline{F} \stackrel{\text{def}}{=} -m \vec{a}_G$$

COPPIA DI INERZIA
BARICENTRICA

$$\underline{M}'_G \stackrel{\text{def}}{=} -I_G \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_e + \underline{F}' = \vec{0} & (1) \\ \sum \vec{M}_e + \underline{M}' = \vec{0} & (2) \end{cases}$$

→ Eq. cardinali della dinamica

(2) vale rispetto ad un polo qualsiasi (scelto arbitrariamente)

IMPULSO LINEARE E QUANTITÀ DI MOTO

$\sum \vec{F}_e = m \vec{a}$ può essere riscritta come $\sum \vec{F}_e = \frac{d}{dt} (m \vec{v})$

$\vec{Q} \stackrel{\text{def}}{=} m \vec{v}$
QUANTITÀ DI MOTO

Newton $\sum \vec{F}_e = \frac{d\vec{Q}}{dt}$ → valida anche per massa variabile

DUE COMPONENTI NEL PIANO $\begin{cases} \sum F_{ex} = \frac{dQ_x}{dt} \\ \sum F_{ey} = \frac{dQ_y}{dt} \end{cases}$

In alternativa a d'Alambert per risolvere i problemi di dinamica

(Sistema di particelle $Q = m \vec{v}_c$)

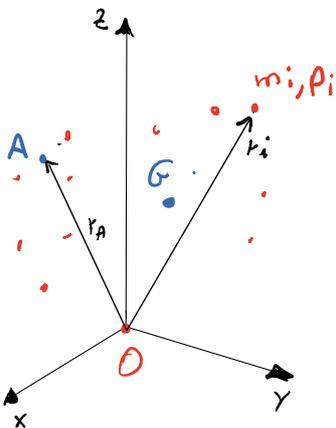
$\int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}_e dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{Q} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1$

$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$ IMPULSO LINEARE DELLA FORZA TRA t_1 e t_2

Teorema dell'impulso: $\int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}_e dt = \Delta \vec{Q}$

NON METTO LE FORZE DI INERZIA

Momento della quantità di moto



A = pt. qualsiasi
G = Baricentro
O = pt. fisso

$\vec{r}_i = \vec{O P}_i$

Si definisce Momento della quantità di moto

$\vec{K}_A (= \vec{H}_A) \stackrel{\text{def}}{=} \sum \vec{A P}_i \wedge m_i \vec{v}_i$

$(d/dt) \vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt} \quad \vec{a}_i = \frac{d\vec{v}_i}{dt}$

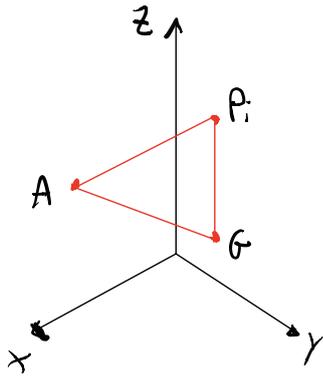
$\frac{d\vec{K}_A}{dt} = \sum (\vec{v}_i - \vec{v}_A) \wedge m_i \vec{v}_i + \sum \vec{A P}_i \wedge m_i \vec{a}_i = \sum \vec{v}_i \wedge m_i \vec{v}_i - v_A \wedge \sum m_i \vec{v}_i + \sum \vec{A P}_i \wedge m_i \vec{a}_i$

$\frac{d\vec{K}_A}{dt} = -\vec{v}_A \wedge \vec{Q} + \sum \vec{A P}_i \wedge \sum \vec{F}_{e_i}$

$\vec{M}_A = \sum \vec{M}_{e_A} = \sum \vec{A P}_i \wedge \sum \vec{F}_{e_i}$

Momento delle forze esterne applicate

- In alcuni esercizi (Arresto di una funivia) è necessario calcolare \vec{K}_A essendo A un punto qualsiasi



$$\vec{AP}_i = \vec{AG} + \vec{GP}_i$$

$$\begin{aligned} \vec{K}_A &= \sum \vec{AP}_i \wedge m_i \vec{V}_i = \sum (\vec{AG} + \vec{GP}_i) \wedge m_i \vec{V}_i = \\ &= \underbrace{\sum \vec{GP}_i \wedge m_i \vec{V}_i}_{\vec{K}_G} + \underbrace{\sum \vec{AG} \wedge m_i \vec{V}_i}_{\vec{AG} \wedge \vec{Q}} \end{aligned}$$

$$\vec{K}_A = \vec{K}_G + \vec{AG} \wedge \vec{Q}$$

IMPULSO ANGOLARE:

$$\sum \vec{M}_{e0} = \vec{\pi}_0 = \frac{d\vec{K}_0}{dt} \quad \begin{matrix} \circ \text{ Fisso} \\ \text{oppure } G \end{matrix}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{M}_{e0} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{K}_0}{dt} dt = \vec{K}_{0_2} - \vec{K}_{0_1}$$

impulso angolare = variazione del momento della quantità di moto
 ↳ Teorema dell'impulso angolare

$$\text{se } \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}_e dt = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q} = \text{cost}$$

↳ Teorema di conservazione della quantità di moto

$$\text{se } \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{M}_{e0} dt = \vec{0} \text{ Allora } \vec{K} = \text{cost}$$

↳ Teorema di conservazione del momento della quantità di moto

TERNA CENTRALE D'INERZIA $\rightarrow I_{xy} = I_{yx} = I_{xz} = 0$ $[I] = \text{DIAGONALE}$

↳ La terna si dice principale

- La terna principale + terna baricentrica (centrata in G) = **TERNA CENTRALE DI INERZIA (T.C.I.)**

Generalmente è complicato individuare la T.C.I.

- ↳ In presenza di simmetrie è semplice
- In particolare tre assi di simmetria \perp costituiscono una T.C.I.

$$\text{T.C.I. } \vec{K}_G = I_\lambda \omega_\lambda \hat{\lambda} + I_\mu \omega_\mu \hat{\mu} + I_\gamma \omega_\gamma \hat{\nu}$$

$I_\lambda, I_\mu, I_\gamma$ → momenti centrali di inerzia

$\hat{\lambda}, \hat{\mu}, \hat{\nu}$ → vettori della T.C.I.

$$\omega_\lambda = \vec{\omega} \cdot \hat{\lambda} \quad \omega_\mu = \vec{\omega} \cdot \hat{\mu} \quad \omega_\gamma = \vec{\omega} \cdot \hat{\nu}$$

$$\omega_{\lambda} = \omega_{TOT} \cdot \hat{j}_{\perp} = (\omega \hat{i}_1 + \Omega \hat{i}_1) \cdot \hat{j}_{\perp} = \Omega \cos(\theta_0 + \alpha) = -\Omega \sin(\alpha)$$

$$\omega_{\mu} = \vec{\omega}_{TOT} \cdot \hat{k}_1 = (\omega \hat{i}_1 + \Omega \hat{i}_1) \cdot \hat{k}_1 = 0$$

$$\omega_{\gamma} = \vec{\omega}_{TOT} \cdot \hat{i}_1 = (\omega \hat{i}_1 + \Omega \hat{i}_1) \cdot \hat{i}_1 = \omega + \Omega \cos \alpha$$

$$\vec{k}_G = I_{\gamma} (\omega + \Omega \cos \alpha) \hat{i}_1 - I_{\lambda} \Omega \sin \alpha \hat{j}_{\perp} \quad (\text{Dalla Matrice})$$

$$\cdot \dot{I}_{\gamma} = \dot{I}_{\lambda} = 0 \quad e \quad \dot{\omega} = \dot{\alpha} = \dot{\Omega} = 0$$

$$\frac{d\hat{i}_1}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \hat{i}_1 = \Omega \sin \alpha \hat{k}_1$$

↳ si prende la velocità di rotazione della terna

$$\frac{d\hat{j}_{\perp}}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \hat{j}_{\perp} = \Omega \cos \alpha \hat{k}_1$$

Poisson
↳ la TCI ruota alla velocità $\vec{\Omega}$

↓ con vari passaggi

$$\vec{M}_G = - \frac{d\vec{k}_G}{dt} = - (I_{\gamma} \cdot I_{\lambda}) \Omega \sin \alpha \cos \alpha \hat{k}_1 \quad \textcircled{1}$$

$$- I_{\gamma} \omega \Omega \sin \alpha \hat{k}_1 \quad \textcircled{2}$$

① Sarà ripreso a proposito dell'equilibramento di un rotore

② Se $\omega \gg \Omega$ e/o $\alpha \approx 90^\circ$ questo termine è prevalente e si chiama "COPPIA GIROSCOPICA"

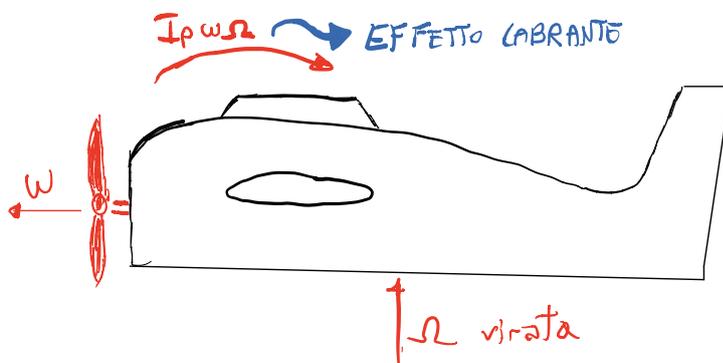
La Coppia giroscopica tende **SEMPRE** a riportare $\vec{\omega}$ su $\vec{\Omega}$. (omeghina su omegona)

$$\alpha \approx 90^\circ \quad I_p \omega \Omega$$

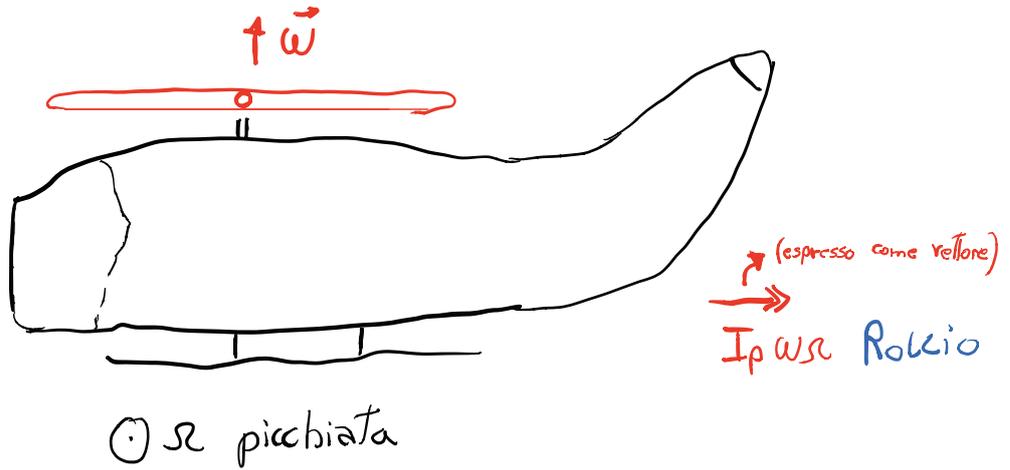
↳ POLARE (I_{γ})

Esempio 1

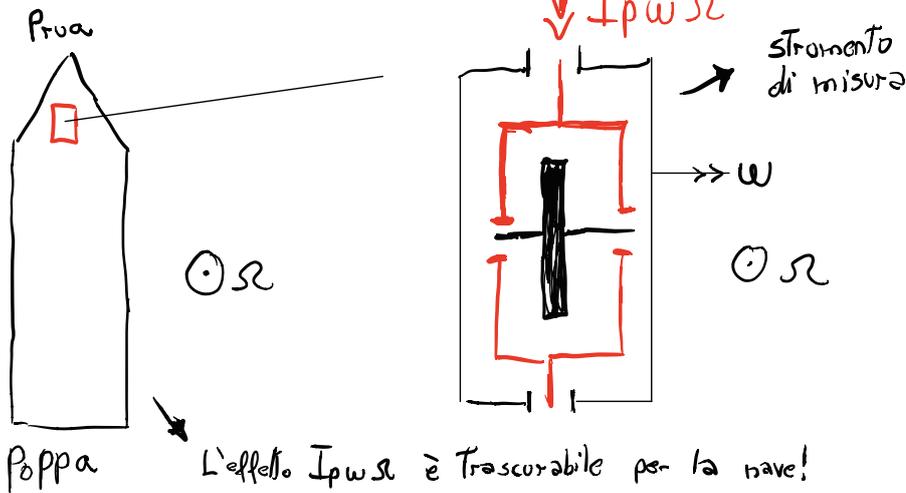
ELICA MULTIPALE ($p \geq 3$)



Esempio 2



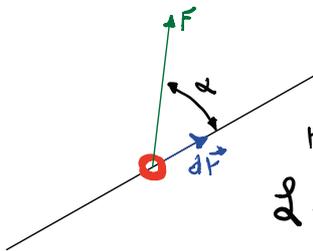
Indicatore di virata



$I_p \omega \Omega$ non è trascurabile per il disco: sistema di misura (con molle e smorzatori non evidenziati nello schema)

LAVORO ED ENERGIA

esistono strumenti della dinamica che coinvolgono quantità scalari (Leibniz vs Newton)

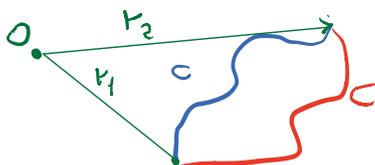


$$d\mathcal{L} = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos \alpha dr$$

nel caso di una coppia: $d\mathcal{L} = C d\theta$

$$\mathcal{L} = \int d\mathcal{L} \text{ Joule [J]}$$

Se il lavoro della forza dipende solo dalla posizione iniziale e finale il campo di forze si dice conservativo

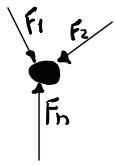


$$\text{Se } \int_C \vec{F} d\vec{r} = \int_{c_1}^{c_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

F conservativa

$$\oint \vec{F} d\vec{r} = 0$$

LAVORO DELLA RISULTANTE - ENERGIA CINETICA



$$\sum \vec{F}_e = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (VT)$$

$$\int_1^2 \sum \vec{F}_e d\vec{r} = \int_1^2 m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = \int_1^2 m \vec{v} dv = \int_1^2 d\left(\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v}\right) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \Delta E_c$$

En. cinetica di una massa puntiforme $E_c (= T) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} m v^2$

$\int_1^2 \sum \vec{F}_e d\vec{r} = \Delta E_c$ Teorema dell'energia cinetica (o delle forze vive)
 ↳ Risultante

Per un corpo rigido nello spazio:

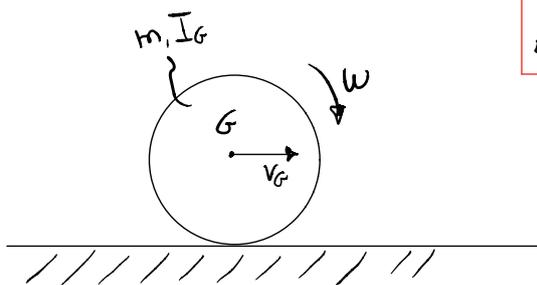
$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 + \left[\frac{1}{2} I_\lambda \omega_\lambda^2 + \frac{1}{2} I_\mu \omega_\mu^2 + \frac{1}{2} I_\nu \omega_\nu^2 \right]$$

$\hat{\lambda}, \hat{\mu}, \hat{\nu} \rightarrow$ T.C.I.
 $I_\lambda, I_\mu, I_\nu \rightarrow$ momenti centrali d'inerzia
 $\omega_\lambda, \omega_\mu, \omega_\nu \rightarrow$ componenti di $\vec{\omega}$ rispetto alla T.C.I.

SE $\vec{\omega} = \vec{0}$ (Traslazione) $\rightarrow E_c = \frac{1}{2} m v_G^2$

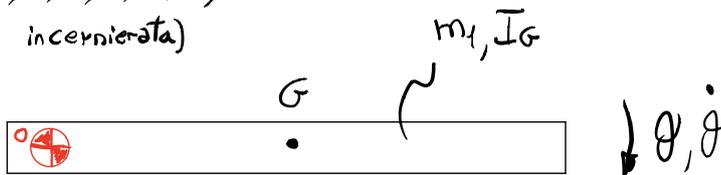
- In generale c'è un termine legato alla traslazione e uno alla rotazione

Esempio 1 (ruota che rotola)



$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

Esempio 2 (Asta incernierata)



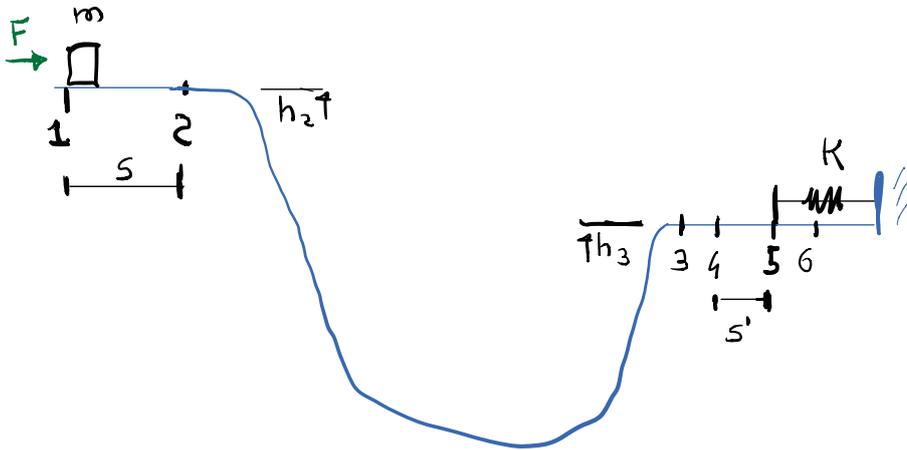
$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 = \frac{1}{2} m (\overline{OG} \dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} (I_G + m \overline{OG}^2) \dot{\theta}^2$$

Caso particolare:

Se $\sum \delta_i + \delta_e = 0$ Allora $E_c + E_g + E_{el} \stackrel{def}{=} E_{tot} = cost$

↳ Teorema di conservazione dell'energia

Esempio: (cassa che vira contro un respingente dopo un percorso "Accidentato").



Dati: $m, v_1=0, h_2, h_3, K$
 $F=cost$ agente solo su s .
 μ = coeff. attrito tra 4 e 5 (solo)

Ricavare Δx : schiacciamento (max) della molla

Oss. I diagrammi di corpo libero che seguono non sono necessari ma servono per capire come affrontare lo stesso problema con d'Alembert.

Da 1 a 2

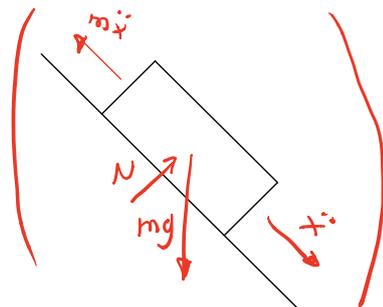
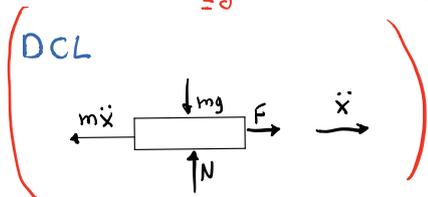
$$\delta_e + \delta_i = \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_{el}$$

$\delta_e = 0$ $\delta_i = 0$ $\Delta E_g = 0$ $\Delta E_{el} = 0$

$$\delta_e = F \cdot s = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$\delta_e = \text{costante}$ $\Delta E_c = 0$

↳ Ricavo $v_2 > 0$



Da 2 a 3

$$\delta_e + \delta_i = \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_{el}$$

$\delta_e = 0$ $\delta_i = 0$ $\Delta E_{el} = 0$

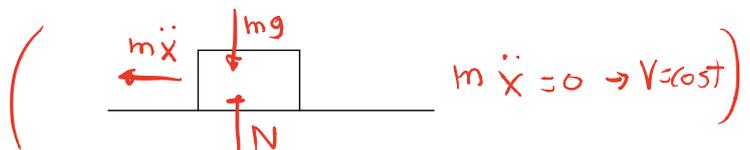
$$\frac{1}{2} m v_3^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 + mg(h_3 - h_2) = 0 \rightarrow \text{ricavo } v_3 > v_2$$

Da 3 a 4

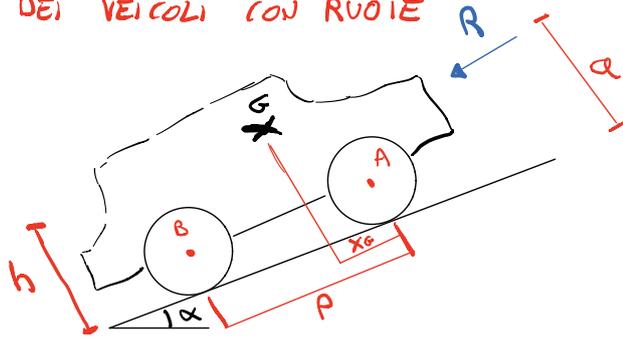
$$\delta_e + \delta_i = \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_{el}$$

$\delta_e = 0$ $\delta_i = 0$ $\Delta E_g = 0$ $\Delta E_{el} = 0$

$$\frac{1}{2} m v_4^2 - \frac{1}{2} m v_3^2 = 0 \rightarrow v_4 = v_3$$



DINAMICA DEI VEICOLI CON RUOTE



- Geometria
- Passo P
 - Posizione di G x_G, h
 - a, d (diam. ruote), α

4 RUOTE MOTRICI

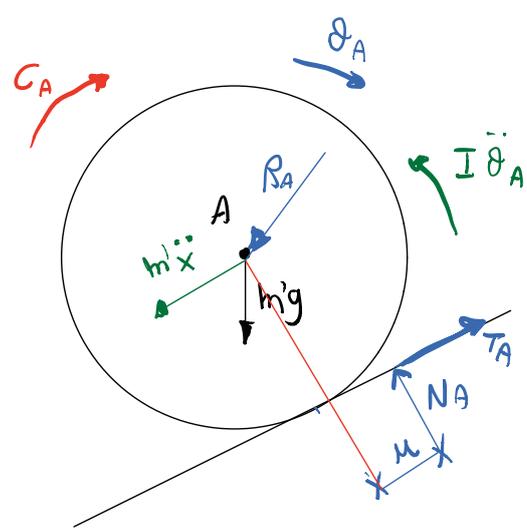
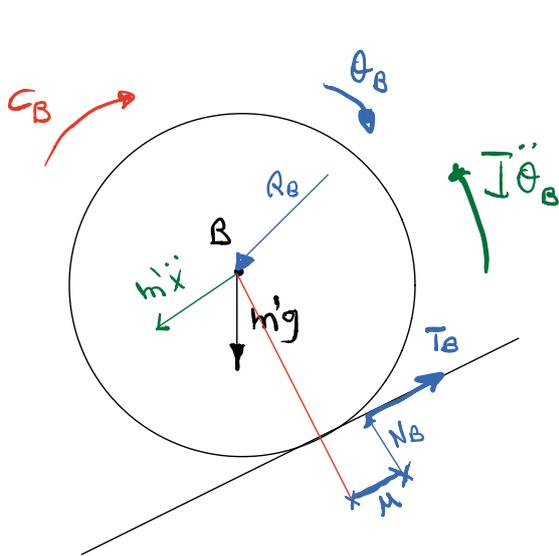
Proprietà Inerziali:
m (Massa TOTALE)

m' (massa asse anteriore e massa asse posteriore)
I (momento inerzia di una coppia di ruote)

NOTE C_A, C_B (coppie motrici) **DETERMINARE \ddot{x}**

Noti f_a, f (Ruota / Terra), m (parametro attrito volante)

Generalmente si parte dai DCL delle ruote:



$$B) \quad C_B - I \ddot{\theta}_B - \frac{d}{2} T_B - M N_B = 0 \quad (1)$$

(per ammassare R_B / R_A)

$$A) \quad C_A - I \ddot{\theta}_A - \frac{d}{2} T_A - M N_A = 0 \quad (2)$$

(6 incognite)

Per 2 motivi:

- 1) In forma letterale posso effettuare la verifica dimensionale (controllo dim.)
- 2) E' possibile effettuare "l'analisi parametrica"

• Verifica dimensionale: $m/s^2 = \frac{1}{m} \frac{N \cancel{m} + N \cancel{m} + N \cancel{m}}{kg + (kg \cdot m^2) / m^2} = \frac{N}{kg} = \frac{kg \cdot m/s^2}{kg}$ **ok!**

Sostituiti i numeri devo verificare che $T_A/N_A \leq f_a$ e $T_B/N_B \leq f_a$.

Se non è verificato: allora perdo la (6) perché $\ddot{\theta}_A \neq \frac{e \ddot{x}}{d}$ ma vale $T_A = f N_A$ (6 bis)

Analogamente per (7) → (7 bis)

Generalmente si assegnano sia f_a sia f ma si usa solo un dato: unico caso di dato ridondante!

Accoppiamento motore - utilizzatore

Motore: sviluppa coppie e forze che compiono un lavoro positivo (applicano una potenza motrice)

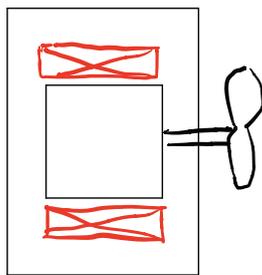
Utilizzatore: assorbe potenza per svolgere un certo compito. Le azioni compiono un lavoro negativo.

Se $\mathcal{L}_{positivo} > \mathcal{L}_{negativo} (> 0)$

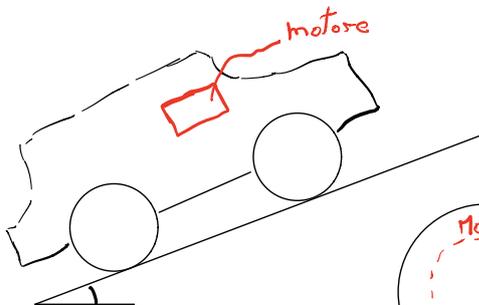
↳ il sistema accelera: E_c aumenta

Se $\mathcal{L}_{positivo} = \mathcal{L}_{negativo}$

↳ $E_c = \text{cost.}$ Funzionamento a regime (ASSOLUTO)

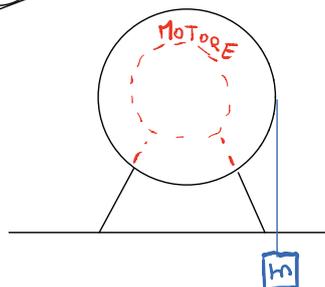


Motore/Ventilatore

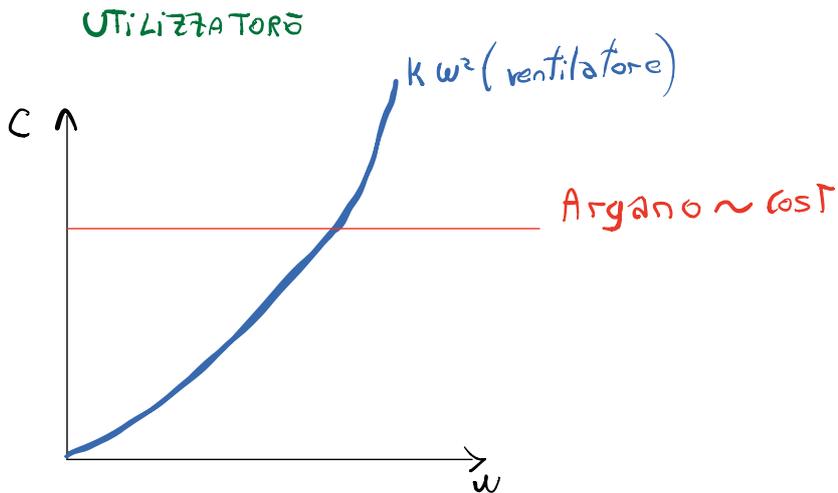


Autoveettura:

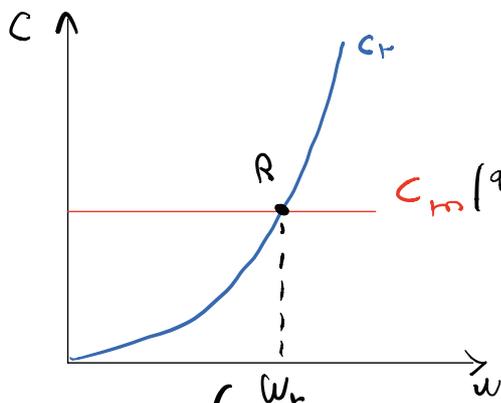
- Resistenza Aerodinamica
- Rotolamento
- Sollevamento della massa



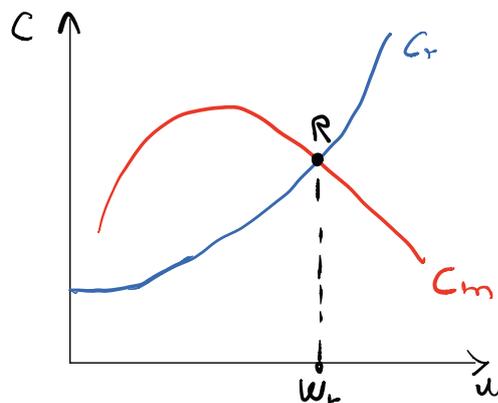
ORGANO DI SOLLEVAMENTO



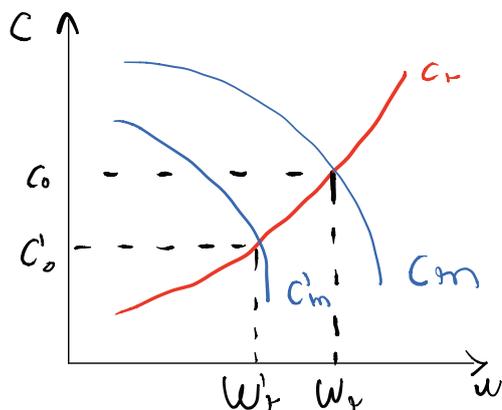
Se sono collegati direttamente sovrappongono le caratteristiche: l'intersezione individua il punto di funzionamento a regime ($\dot{\omega} = 0$)



Velocità di Regime



Per variare ω_r si può effettuare una regolazione.



Potenza: $W = C_0 \omega_r \rightarrow W' = C_0' \omega_r'$

Un punto di funzionamento si dice **STABILE** se a seguito di una perturbazione il sistema ritorna nello stesso punto, altrimenti si dice instabile.

Definire il rapporto di Trasmissione

$$\tau = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (\text{per un riduttore } \tau < 1)$$

Esiste anche la definizione

$$i = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (\text{per un riduttore } i > 1)$$

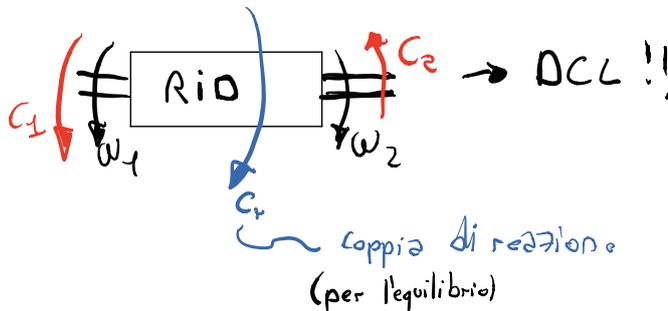
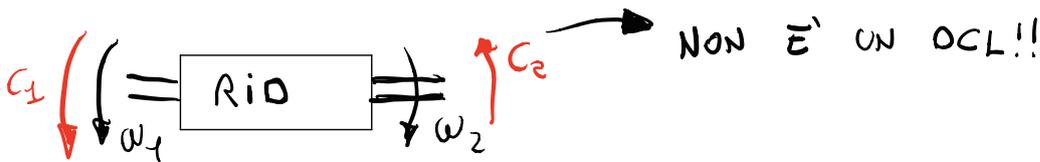
$$C_1 \omega_1 = C_2 \omega_2 \quad T = \frac{\omega_2}{\omega_1} < 1 \quad \text{RIDUTTORE}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{\tau} > 1$$

$C_2 > C_1$
RIDUTTORI

serve per aumentare la coppia prodotta a scapito della velocità

- Il motivo principale dell'utilizzo dei riduttori è che spesso è richiesta una coppia elevata. Con il riduttore posso usare motori piccoli (ingombri minori, costi minori)



RENDIMENTO !!

$$\eta = \frac{L_{compiute \text{ dal riduttore}}}{L_{assorbito \text{ dal riduttore}}} = \frac{L_{out}}{L_{in}} < 1$$

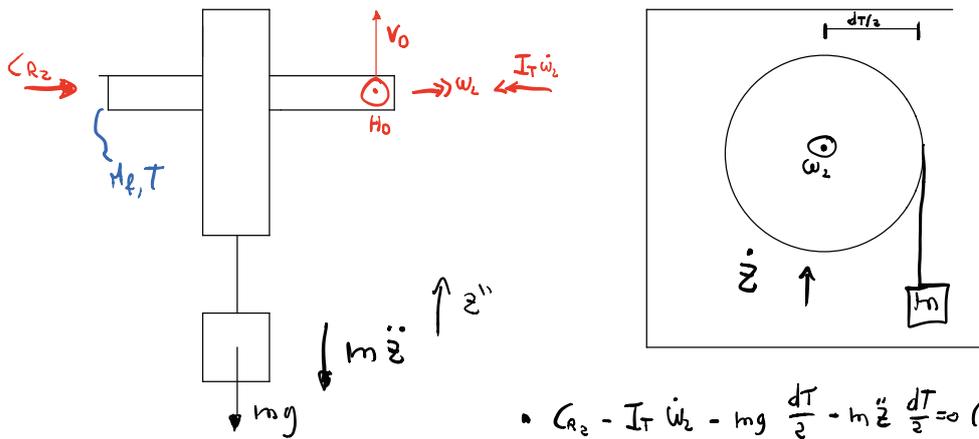
In condizioni stazionarie $E_c = cost$:



$$W_{in} = W_{out} + W_d$$

$$\eta = \frac{W_{out}}{W_{in}} < 1 \quad W_d > 0$$

DCZ TAMBURO + CARICO



$$C_{R2} - I_T \dot{\omega}_2 - mg \frac{dT}{2} - m \ddot{z} \frac{dT}{2} = 0 \quad (3)$$

• 3 equazioni in 5 incognite
Ho bisogno di 2 equazioni!!

Sono necessarie 2 equazioni:

→ chiedersi se esistono relazioni cinematiche

$$\gamma = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \cos \tau \quad \forall \tau \quad \gamma = \frac{\dot{\omega}_2}{\dot{\omega}_1} = \cos \tau \quad (4)$$

↳ si può scrivere sempre quando abbiamo un riduttore

$$\ddot{z} = \frac{dT}{2} \dot{\omega}_2 \quad (5) \rightarrow \text{Funce inestensibile e non c'è strisciamento (negli esercizi è dato per scontato)}$$

→ 5 equazioni in 5 incognite

• Dalla eq. (3), usando la (4) e la (5) nella (2), nella (1):

$$C_1 = \frac{\gamma}{\eta} mg \frac{dT}{2} + \left[I_1 + \frac{\gamma^2}{\eta} \left(I_T + \frac{m d t^2}{4} \right) \right] \dot{\omega}_1 \quad \text{ODE}$$

COPPIA MOTRICE CARICO STATICO RIDOTTO AL MOTORE INERZIA EQUIVALENTE

→ L'equazione può essere utilizzata per lo studio dei trasmissioni meccaniche: determinare $\omega_1 = \omega_1(t)$

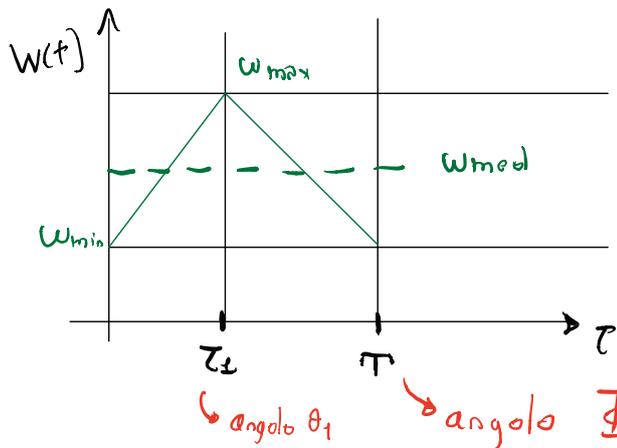
$$\dot{\omega}_1 = \frac{C_1 - \frac{\gamma}{\eta} mg \frac{dT}{2}}{I_1 + \frac{\gamma^2}{\eta} \left(I_T + \frac{m d t^2}{4} \right)} = \frac{C_{1eq}}{I_{1eq}}$$

Succede spesso che $\tau^2 \ll 1$ (riduttore) → posso trascurare l'inerzia dell'albero condotto nella riduzione all'albero motore.

Se decido di ridurre all'albero condotto i carichi si moltiplicano per η/τ e i momenti di inerzia per η/τ^2

$$\frac{\eta C_1}{\tau} = \left(mg \frac{dT}{2} + I_1 + m \frac{dT^2}{4} + \frac{\eta I_T}{\tau^2} \right) \dot{\omega}_2 \rightarrow \text{RIDOTTA ALL'UTILIZZATORE}$$

E' molto opportuno tracciare l'andamento qualitativo di $w = w(\tau)$ (con max e min)



In generale $\frac{T}{\tau_1} \neq \frac{\Phi}{\theta_1}$

$$w_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T w(\tau) d\tau \xrightarrow{\text{ma}} \text{in questo caso } w_{med} = \frac{w_{min} + w_{max}}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T w(\tau) d\tau$$

In generale supponiamo che w_{med} sia approssimabile come

$$w_{med} \approx \frac{w_{min} + w_{max}}{2}$$

Si definisce GRADO DI IRREGOLARITÀ PERIODICA

$$\epsilon (= i) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{w_{max} - w_{min}}{w_{med}}$$

Si APPLICA SEMPRE 2 VOLTE L'EQ. DELL'ENERGIA

1) TRA 0 e Φ (tra T e T')

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_i &= \Delta E_c + \Delta(E_g + \Delta E_{cl}) \\ \underset{=0}{\mathcal{L}_e} + \underset{=0}{\mathcal{L}_i} &= \underset{=0}{\Delta E_c} + \underset{=0}{\Delta(E_g + \Delta E_{cl})} \end{aligned} \rightarrow \mathcal{L}_e = \int_0^{\Phi} (C_m - C_r) d\theta = \int_0^{\theta_1} C_{max} d\theta - \int_0^{\Phi} C_r d\theta =$$

$= \Delta E_c = 0$
 \rightarrow perché regime periodico

$$\int_0^{\theta_1} C_m d\theta = \int_0^{\Phi} C_r d\theta \quad (\text{se } \eta = 1)$$

svolgo: $C_{max} \cdot \theta_1 = C_r \Phi$ (area sovrapposta, qui Triangolo)

$$C_{max} = \frac{C_r \Phi}{\theta_1}$$

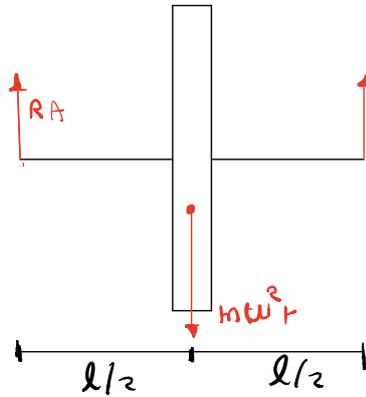
2) Tra $0 < \theta < \theta_1$ EQ. EN.

$$\mathcal{L}_e = \int_0^{\theta_1} (C_m - C_r) d\theta = (C_{max} - C_r) \theta_1 = \Delta E_c \neq 0$$

non siamo su tutto il periodo

- Quando $\omega = \cos t$ $a_G = \omega^2 r$ centripeta a cui corrisponde la forza (di inerzia) centrifuga

DCL (DINAMICO)

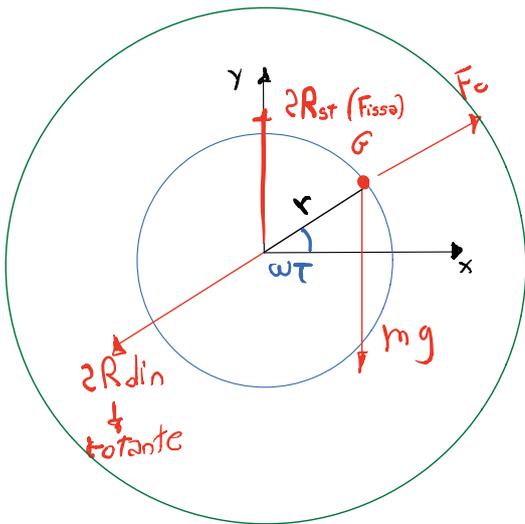


$$R_A = R_B = \frac{m\omega^2 r}{2}$$

R_A e R_B sono rotanti alla velocità $\dot{\omega}$

→ Sollecitazioni cicliche a cui si aggiunge la sollecitazione statica (dovuta alla forza peso)

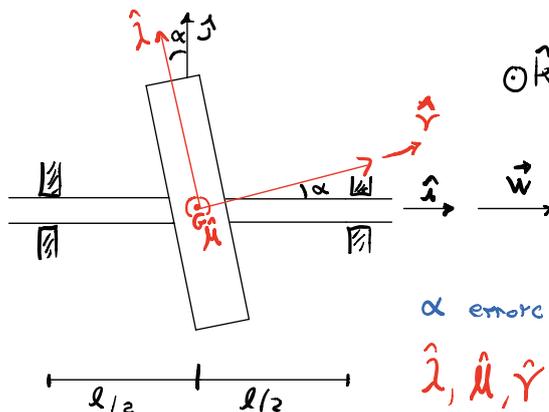
DCL COMPLETO



$$\odot \vec{\omega}$$

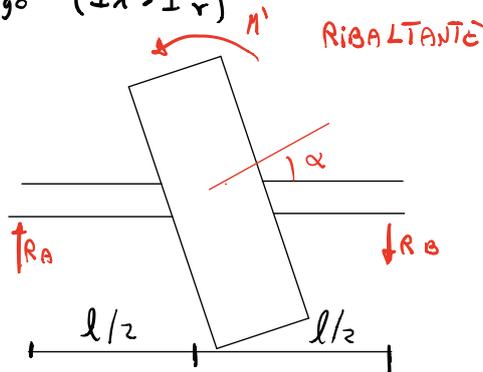
2° caso equilibrio dinamico (rilevabile solo mettendo in rotazione il sistema)

↳ G è sull'asse di rotazione ma questo non è centrale d'inerzia.



α angolo angolare $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k} \rightarrow$ Terna di Rif. Fissa
 $\hat{\lambda}, \hat{\mu}, \hat{\nu}$ terna centrale d'inerzia, solidale col rotore

- ROTORE "Lungo" ($I_A > I_r$)



$\omega \hat{u}$

$$R_A = R_B = \frac{M'}{l}$$

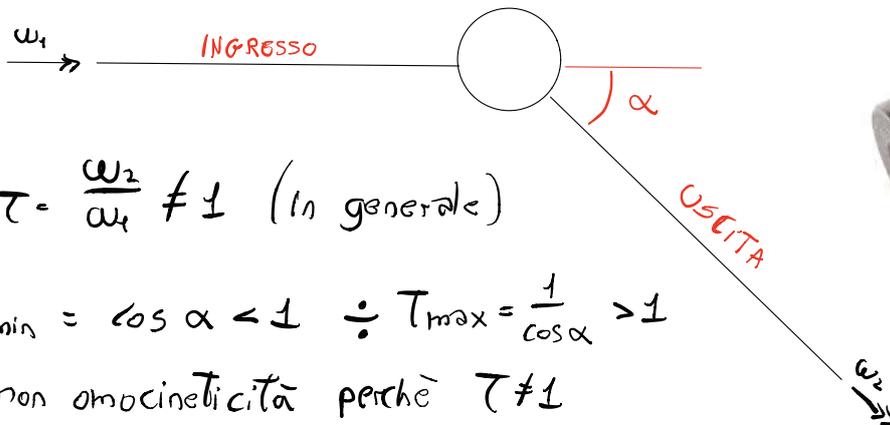
$$\sum \vec{R} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{M}_R \neq \vec{0}$$

- R_A e R_B ruotano alla velocità ω
- Per equilibrare si usano 2 pesetti disposti su due "piani di correzione".

GIUNTI

Componenti meccanici che servono per collegare in modo continuativo due alberi tra i quali deve essere trasmesso un momento (torcente)

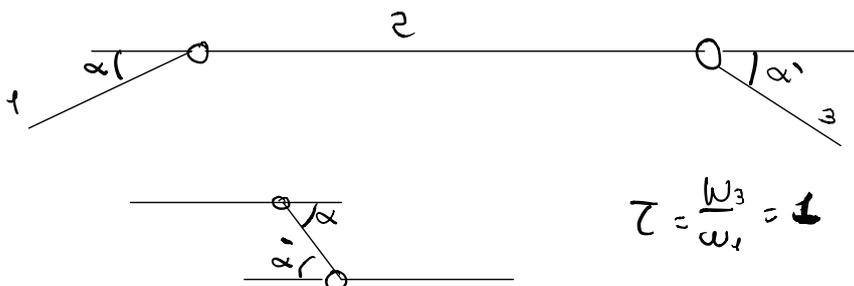


$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} \neq 1 \text{ (in generale)}$$

$$\tau_{\min} = \cos \alpha < 1 \quad \div \quad \tau_{\max} = \frac{1}{\cos \alpha} > 1$$

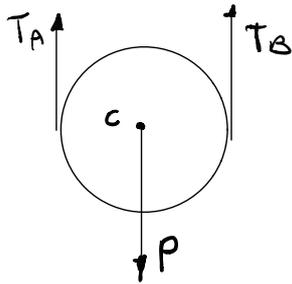
→ non omocineticità perchè $\tau \neq 1$

DOPPIO GIUNTO DI CARDANO



$$\tau = \frac{\omega_3}{\omega_1} = 1$$

DCL PM



$$c) T_A \frac{d}{2} - T_B \frac{d}{2} = 0 \rightarrow T_A = T_B$$

$$d) P - 2T_A = 0 \quad T_A = \frac{P}{2}$$

$$T_A = T_B = T_E = T_D = T = P/2$$

Generalmente si scrive

$$T_B = (1+k) T_A \quad k = 0.01 \pm 0.04$$

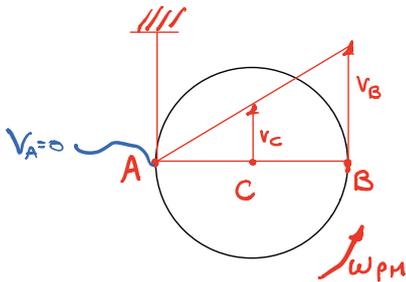
Tiene conto delle dissipazioni, imperfetta elasticità del flessibile

$$T_E = (1+k) T_D = (1+k)^2 T_A$$

• STUDIO CINEMATICO: • PM

Hp: Flessibile inestensibile

• Distribuzione triangolare delle velocità



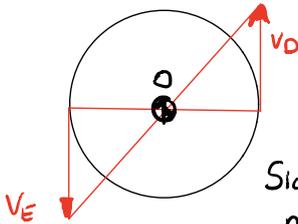
$$V_C = \omega_{PM} \frac{d}{2}$$

$$V_B = \omega d = 2V_C$$

• PF

Fune inestensibile

$$V_E = V_D = V_B = 2V_C$$



Siccome supponiamo \$\eta = 1\$. La potenza motore \$P_M = T_E \cdot V_E\$ uguaglia la potenza utile \$P_U = P V_C\$

$$T_E \cdot V_E = \frac{P}{2} 2V_C = P V_C$$

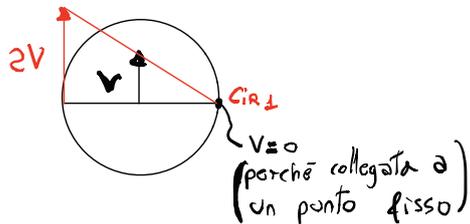
Se invece \$\eta < 1\$ (\$k > 0\$)

$$\eta = \frac{P_U}{P_M} = \frac{P V_C}{T_E \cdot V_E} = \frac{(T_A + T_B) \cdot V_C}{T_E \cdot V_E} = \frac{[T_A + T_A(1+k)] V_C}{(1+k)^2 T_A \cdot V_E} = \frac{2+k}{(1+k)^2 \cdot 2} < 1$$

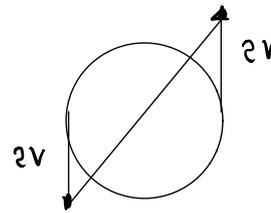
$$\eta (k=0) = 1 \text{ (coerente)}$$

STUDIO CINEMATICO

• P₁

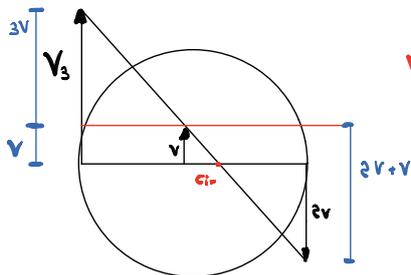


• P₂



solo inversione della velocità

• P₃



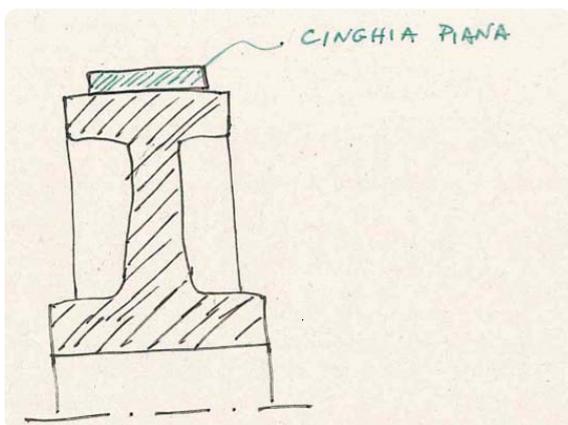
$V_3 = 4v$
 ↳ utilizzando la similitudine dei 2 Triangoli

Analogamente si dimostra che $V_8 = 8v$
 (Anche considerando il caso particolare $\eta = 1$)

$$\eta = \frac{P_U}{P_M} = \frac{P_V}{18V_8} = \frac{P_V}{\frac{(1+k)^8 P}{\sum_{n=0}^7 (1+k)^n}} \cdot 8v = \frac{\sum_{n=0}^7 (1+k)^n}{8(1+k)^8} < 1$$

$$\eta = 1 \quad (k=0) \quad \eta = \frac{1+1+\dots+1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

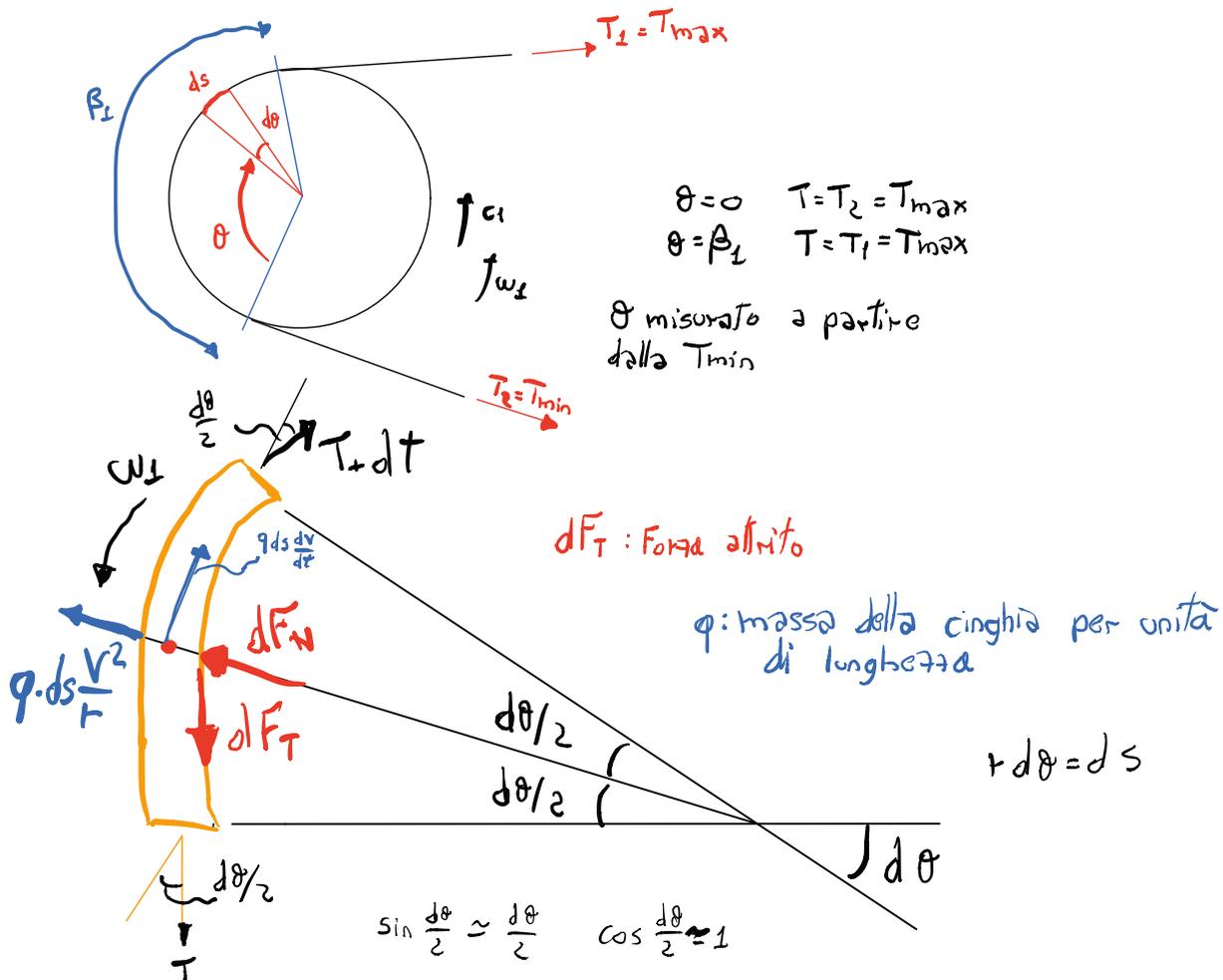
CINGHIE



Elemento flessibile chiuso ad anello che si avvolge sulla puleggia motrice e su quella condotta, trasmettendo il moto tra assi paralleli anche molto distanti. La trasmissione avviene per attrito.

- Vantaggi: Trasmissione silenziosa
 Basse vibrazioni
 Sovraccarichi ben assorbiti
- Svantaggio: η è variabile in funzione del carico applicato

POLEGGIA MOTRICE



$$\curvearrowright dF_N + q r d\theta \frac{v^2}{r} - T \sin \frac{d\theta}{2} - (T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} = 0$$

$$\curvearrowleft -dF_T + q r d\theta \frac{dv}{dt} + (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} - T \cos \frac{d\theta}{2} = 0$$

$dF_T = \mu dF_N$ μ coeff. di attrito tra cinghia e puleggia

$$\begin{cases} q r v^2 d\theta + dF_N - T \frac{d\theta}{2} - (T + dT) \frac{d\theta}{2} = 0 & \left(\frac{dT \cdot d\theta}{2} \rightarrow \text{infinitesimo di ordine} \right. \\ & \left. \text{sup. , trascurabile} \right) \\ q r \frac{dv}{dt} d\theta - dF_T + dT = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q r v^2 d\theta + dF_N - T d\theta = 0 \\ q r \frac{dv}{dt} d\theta - dF_T + dT = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} dF_N = d\theta (T + q r v^2) \\ dF_T = q r \frac{dv}{dt} d\theta + dT = \mu dF_N \end{cases}$$

$\theta^* < \min(\beta_1, \beta_2) \rightarrow$ se $\theta^* = \min(\beta_1, \beta_2)$ ho le condizioni di scivimento globale

$$C_1 = r_1 (T_1 - T_2) = r_1 T_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) = r_1 T_2 (e^{f\theta^*} - 1)$$

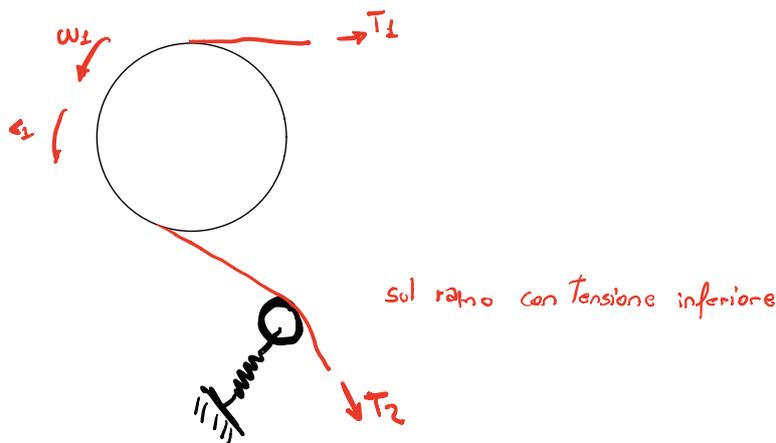
La coppia massima trasmissibile, supponendo $\beta_1 < \beta_2$

$$C_{1\max} = r_1 T_2 (e^{f\beta_1} - 1) \quad \text{e} \quad C_{2\max} = r_2 T_2 (e^{f\beta_2} - 1)$$

Se applico una coppia $> C_{\max}$ il resto va in I'u (acc. della Puleggia)

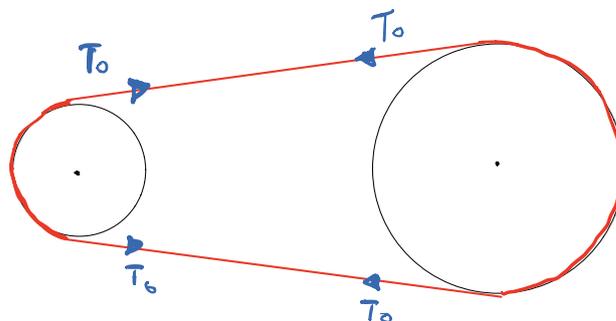
FORZAMENTO DELLA CINGHIA

- Rullo tenditore o galoppino

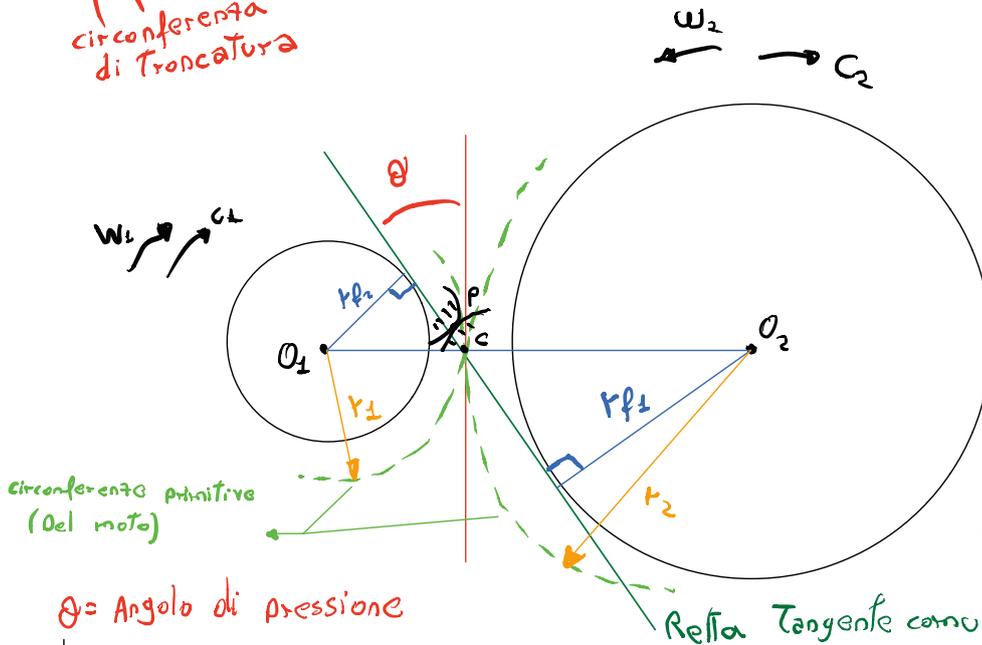
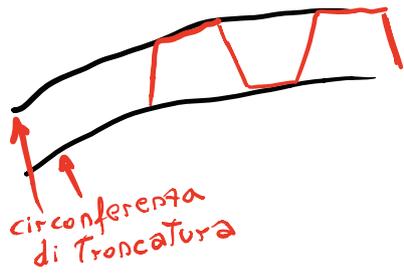


- Forzamento iniziale

$$\omega = 0 \\ \downarrow \\ T_0 > 0$$



In condizioni di esercizio ($\omega \neq 0$) si suppone $\frac{T_1 + T_2}{2} \approx T_0 = \text{cost}$



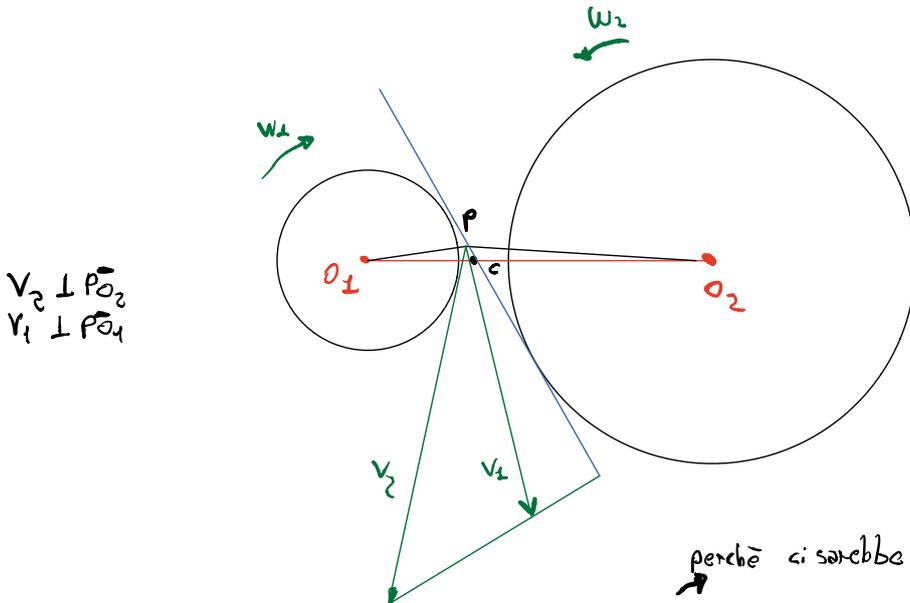
P: punto generico di contatto fra i e profili che si muove sulla retta dei contatti

nel punto di contatto la tangente alle sup. a contatto è ortogonale contemporaneamente a entrambe le tangenti
 ↓
 Il punto C rimane inalterato nel tempo

$\theta =$ Angolo di pressione

↓
 angolo tra retta tangente comune alle circonferenze di base e la \perp congiungente i centri delle ruote.

Le circonferenze primitive rotolano senza strisciare e sono cinematicamente equivalenti alle ruote dentate.



$v_2 \perp PO_2$
 $v_1 \perp PO_1$

la comp. normale è la retta dei contatti

perché ci sarebbe altrimenti distacco o compenetrazione

Stessa componente normale alle superfici a contatto (profili coniugati)

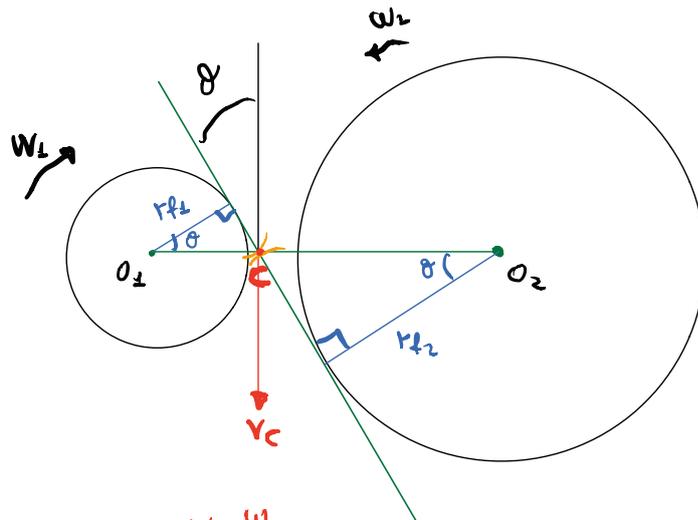
$v_{N1} = v_{N2}$

→ Siccome le componenti normali sono uguali ma le velocità non sono proprio uguali

$\vec{v}_s = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

Velocità di strisciamento, che si annulla solo se $P \equiv C$
 CIR
 • C è il centro del moto relativo

→ succede periodicamente



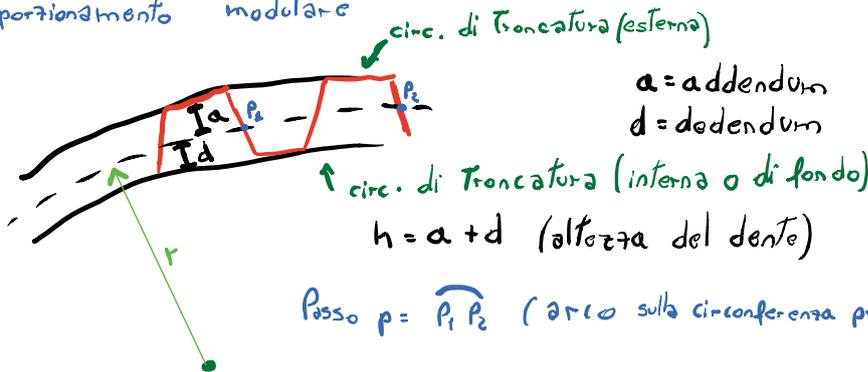
• Quando il contatto è in C la velocità è la stessa

$$v_c = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \quad \gamma = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \text{cost!!}$$

$r_1 = \overline{O_1 C}$
 $r_2 = \overline{O_2 C}$ } circonferenze primitive

$$r_1 = \frac{r_f1}{\cos \theta} \quad r_2 = \frac{r_f2}{\cos \theta} \quad \gamma = \frac{r_f1}{r_f2}$$

Proporzionamento modulare



$\cdot 2\pi r_1 = z_1 p$
 $\cdot 2\pi r_2 = z_2 p$ } stesso passo perchè le ruote ingranano Tra loro

$$\gamma = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

$z_1, z_2 \in \mathbb{N}$, Sono il num. di denti

Modulo $m = \frac{p}{\pi}$

Nel proporzionamento modulare: $a = m \quad d = \frac{5}{4} m$

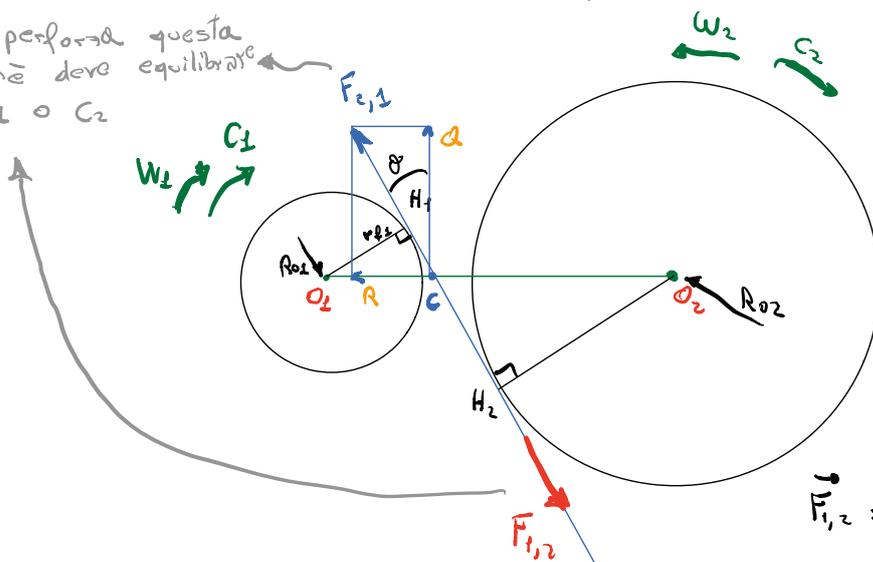
$m : 0.5 \div 20 \text{ mm}$

$$r = \frac{m z}{2}$$

TRASMISSIONE DI POTENZA

(supponiamo che il contatto avvenga in C)

è per forza questa perché deve equilibrare C_1 o C_2



$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

$$F_{1,2} = F_{2,1} = F$$

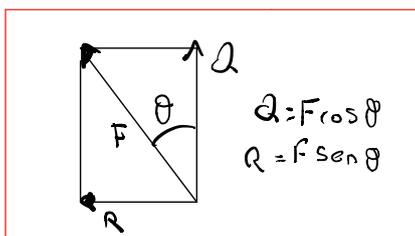
• Trascuro gli attriti ($\eta = 1$) ($\neq F$)

$$O_1) \quad C_1 - r_1 Q = 0$$

$$O_2) \quad C_2 - r_2 Q = 0$$

($r_{f1} = r_1 \cos \theta$)

$$C_1 = r_1 Q = r_1 F \cos \theta = r_{f1} F$$



- La componente radiale è "repulsiva" (tende ad allontanare le ruote)
- La componente Tangenziale Q ha il verso che dipende dalle coppie applicate.

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{F r_1 \cos \theta}{F r_2 \cos \theta} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \gamma$$

$$C_1 \omega_1 = C_2 \omega_2$$

$\eta = 1$ No DISSIPAZIONI

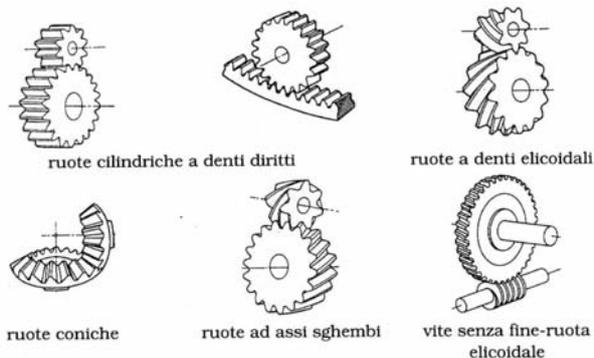


Figura 5.8

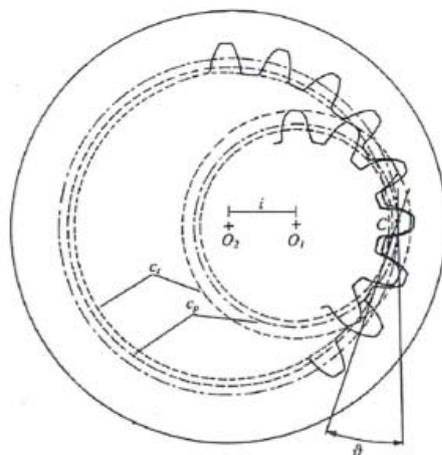
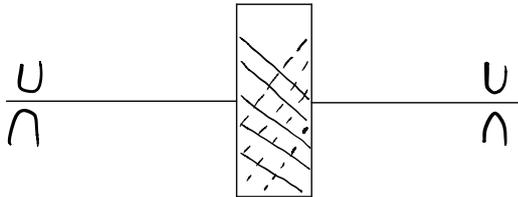


Fig. 5-30: Schema di ingranaggio interno; c_p , circonferenza primitiva; i , interasse; θ , angolo di pressione

VISTA DALL'ALTO

si vede una certa inclinazione

con il fraleggio i denti di dietro (con inclinazione) opposta



Valgono ancora: (anche se schema 3D)

$$\begin{cases} p z_1 = 2\pi r_1 \\ p z_2 = 2\pi r_2 \end{cases}$$

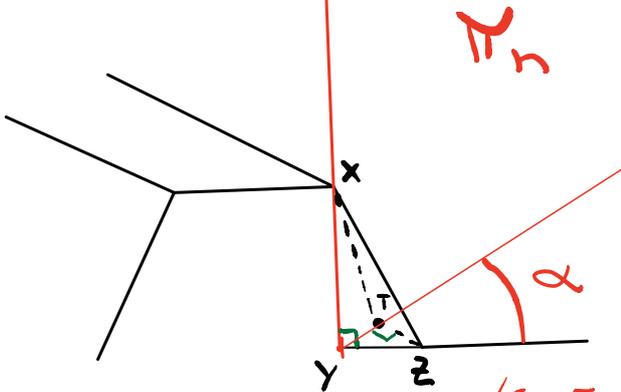
perché se prendo un piano frontale vedo 2 ruote dentate a denti dritti:

$$\tilde{z} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

Per le forze è più opportuno individuare il piano normale Π_n (NORMALE ALLA SUPERFICIE DEL DENTE) piuttosto che il piano frontale Π (ortogonale agli assi di rotazione)

Con riferimento alla dentiera:

(Π piano del foglio, piano frontale)



$Y \hat{X} T = \theta_n$ ANGOLO DI PRESSIONE NORMALE
 $Y \hat{X} Z = \theta$ " " " " FRONTALE
 $T \hat{Y} Z = \alpha$ Angolo di inclinazione elica cilindro primitivo

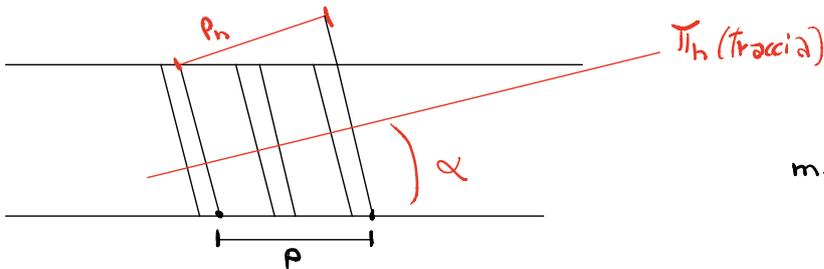
$$\begin{aligned} \bar{y}_z &= \bar{x}_y \operatorname{tg} \theta \\ \bar{y}_T &= \bar{x}_y \operatorname{tg} \theta_n \\ \bar{y}_T &= \bar{y}_z \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_n}{\operatorname{tg} \theta} = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \theta_n = \operatorname{tg} \theta \cos \alpha$$

(Tra Π e Π_n c'è α)

Vista dall'alto della dentiera



$$\begin{aligned} P_n &= P \cos \alpha \\ m_n &= m \cos \alpha \end{aligned}$$

$$2\pi r = p z \quad r = \frac{m z}{2} = \frac{m_n z}{2 \cos \alpha} \quad a = m_n \quad d = \frac{5}{4} m_n$$

Nasce una componente assiale di forza che deve essere equilibrata da un cuscinello reggispirata.

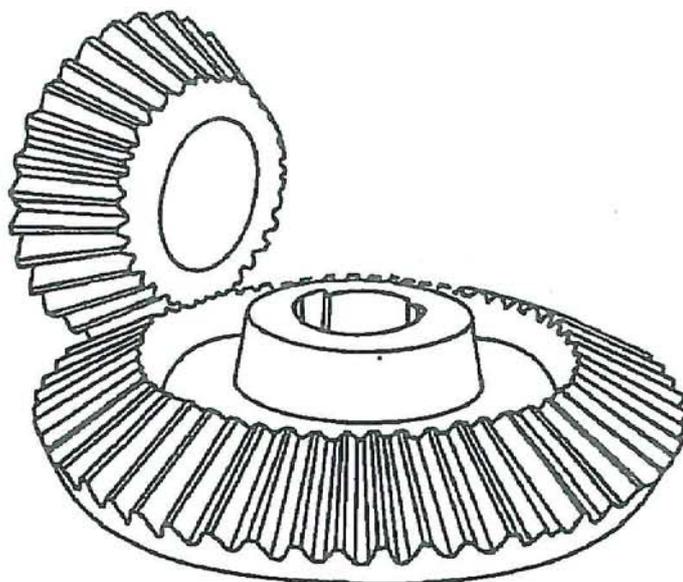


Fig. 5-35: Ingranaggio conico

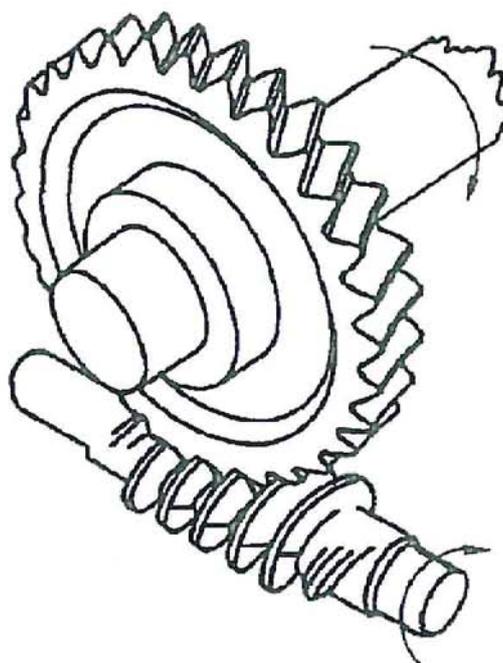
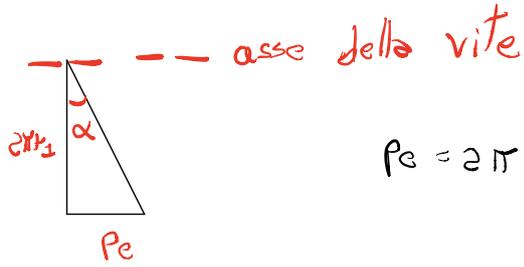


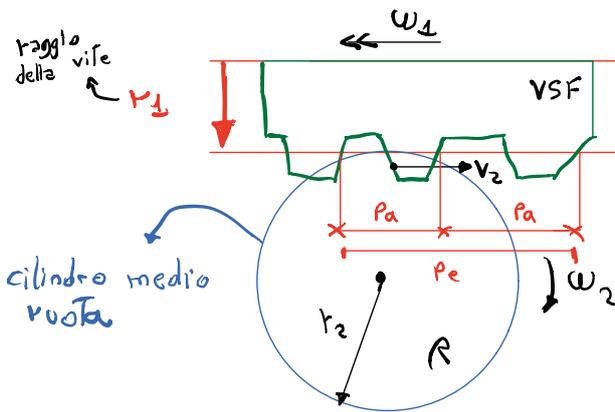
Fig. 5-39: Ingranaggio a vite

Sviloppiamo l'elica media (scotex)

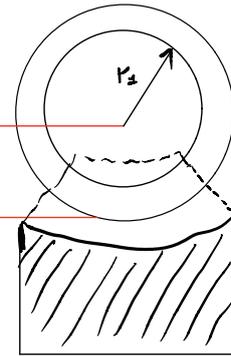


α è l'angolo di inclinazione dell'elica media

$$P_e = 2\pi r_1 \tan \alpha$$



(VISTA DIFFERENTE)



La geometria è torica

($v_2 \rightarrow$ velocità periferica della circonferenza primitiva) ^{il verso dipende ora considerandolo così}

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{P_e z_1}{2\pi r_2} = \frac{P_e z_1}{P_e z_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

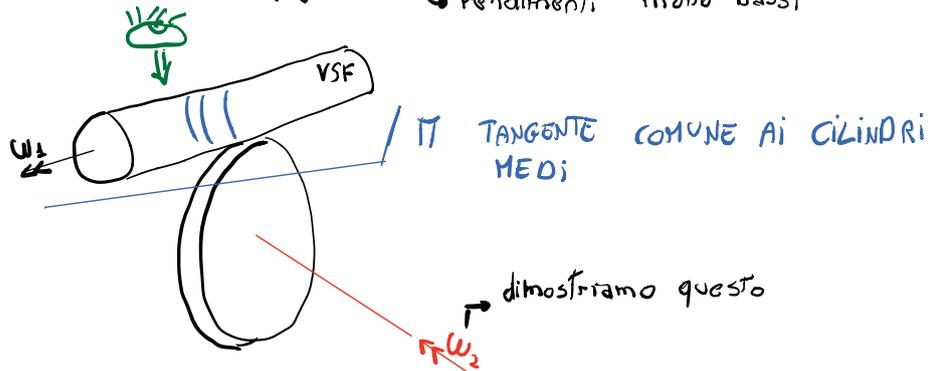
Può arrivare a 1/100

(z_1 num. di principi)
 non ha i denti la vite

$$\Delta T = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{P_e}{v_2} = \frac{P_e z_1}{\omega_2 r_2}$$

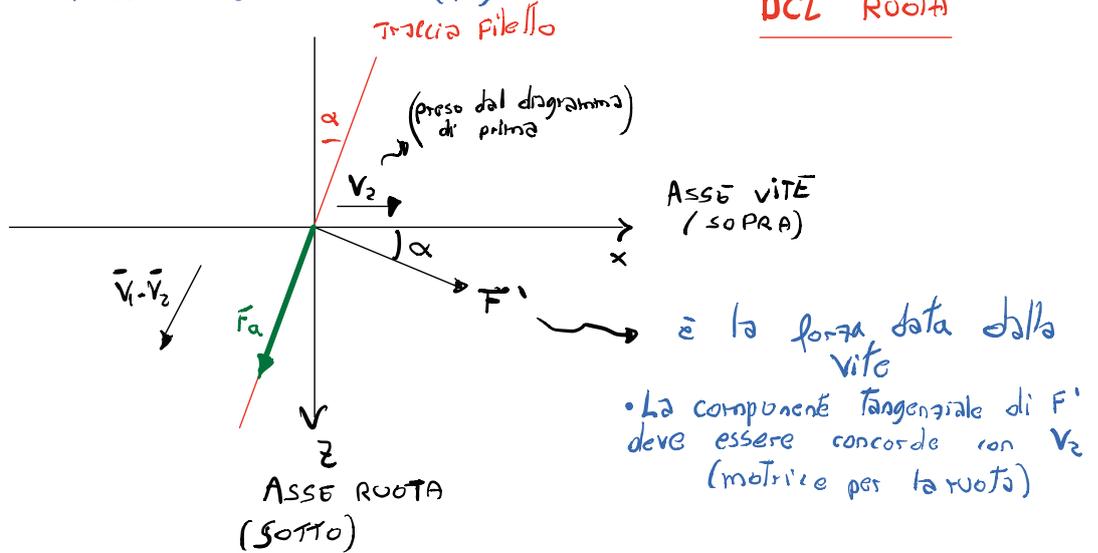
consideriamo 1 giro nel tempo ΔT con lo spazio percorso P_e

Non si può trascurare l'attrito ($\eta \neq 1$) \rightarrow rendimenti molto bassi



VEDIAMO IL PIANO TG. COMUNE (Π)

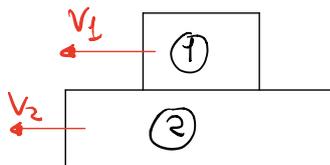
DCL RUOTA



$F_a = f F \rightarrow$ Forza di Attrito F : forza normale complessiva

• La Forza di attrito sulla ruota ha il verso di $\vec{V}_{vite} - \vec{V}_{ruota}$

$(V_1 > V_2)$



DCL ②



FORZE DELLA RUOTA \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} F_x = F' \cos \alpha - f F \sin \alpha = F (\cos \theta_n \cos \alpha - f \sin \alpha) \\ F_y = F \sin \theta_n \\ F_z = F' \sin \alpha + f F \cos \alpha = F (\cos \theta_n \sin \alpha + f \cos \alpha) \end{array} \right.$ *deve essere positiva (COMPONENTE MOTRICE)*

$C_R = F_x \cdot r_2$ (COPPIA RUOTA) (coppia resistente per l'equilibrio)

La coppia motrice \vec{e} $\rightarrow C_V = F_z \cdot r_1$

$\frac{C_R}{C_V} = \frac{F_x r_2}{F_z r_1} = \frac{r_2}{r_1} \frac{\cos \theta_n \cos \alpha - f \sin \alpha}{\cos \theta_n \sin \alpha + f \cos \alpha}$

$\rightarrow \frac{C_R}{C_V} = \frac{z_2}{z_1} \frac{\cos \theta_n - f \tan \alpha}{\cos \theta_n + f / \tan \alpha}$

↳ sappiamo che $\frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \tan \alpha$

Il rendimento è

$$\eta = \frac{C_R \omega_2}{C_R \omega_1} = \frac{\cos \theta_h - f \operatorname{tg} \alpha}{\cos \theta_h + f \operatorname{tg} \alpha}$$

COPPIA APPLICATA ALLA VITE
(RENDIMENTO DIRETTO)

Rendimento inverso (LA COPPIA MOTRICE È APPLICATA ALLA RUOTA) (ad esempio se manca la corrente)

$$\eta_i = \frac{C_R \omega_1}{C_R \omega_2} = \frac{\cos \theta_h - (f/\operatorname{tg} \alpha)}{\cos \theta_h + f \operatorname{tg} \alpha} \quad (\text{Non da dimostrare})$$

↳ può succedere che $\eta_i < 0$

↳ IMPUNTAMENTO, Trasmissione è irreversibile (Bene per la sicurezza)

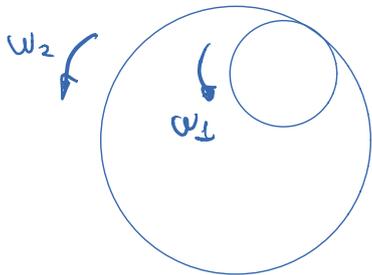
ROTISMI

Insieme di ruote dentate collegate tra di loro in modo che alla rotazione di una ruota corrisponde quella di tutte le altre.

Rotismo ordinario: Tutti gli assi di rotazione sono fissi

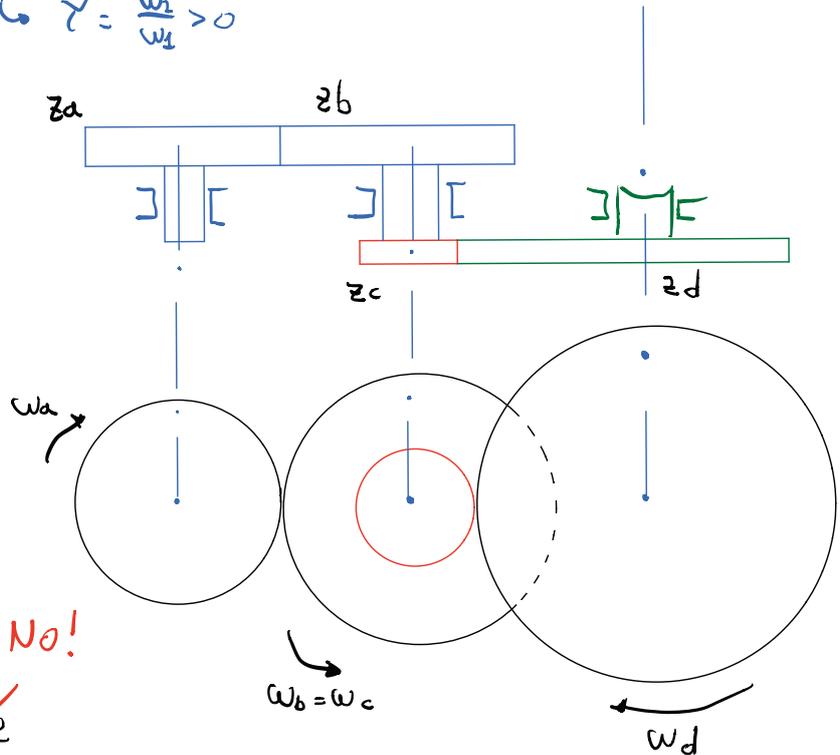
Rotismo epicicloidale: almeno un asse di rotazione è mobile.

Se gli assi di ingresso e di uscita sono paralleli si dice che $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ è positivo se gli ω concordi, $\tau < 0$ se le ω sono discordi.



Dentatura interna

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} > 0$$

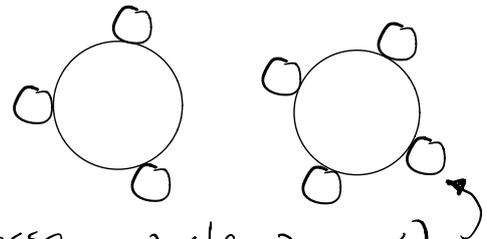
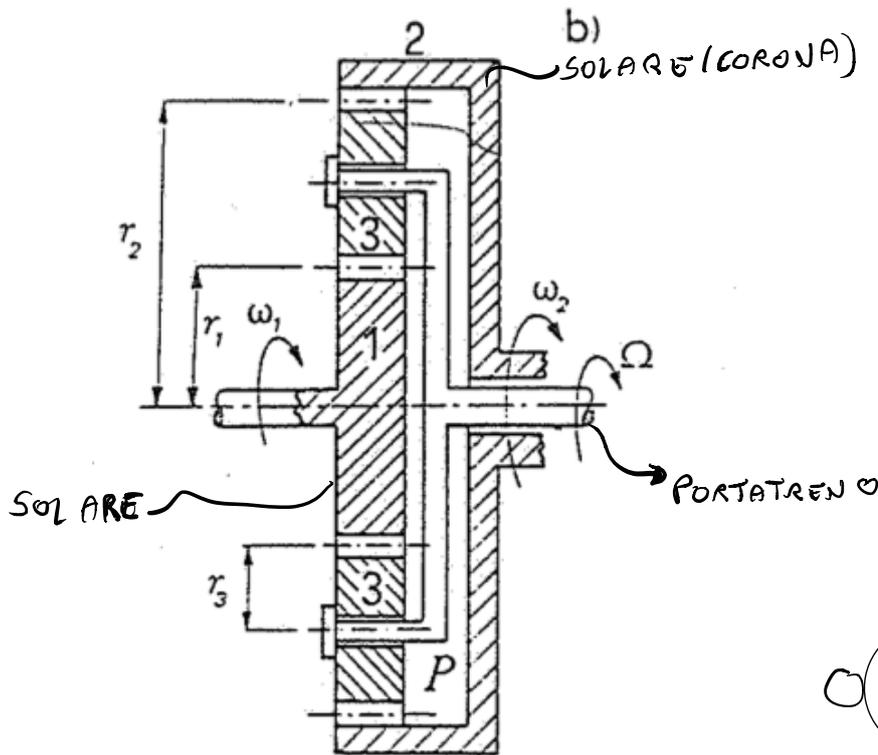


~ No!

perché non ingranano tra loro

~~$$\frac{\omega_b}{\omega_c} = \frac{z_b}{z_c}$$~~

ROTISMI EPICICLOIDALI



③ Satelliti (assi mobili) (possono essere anche 3 o 4)

- Il solare e il portatreno hanno gli stessi assi di rotazione
- Vantaggio: ingombri ridotti e grandi potenze.

• **STESSO INTERASSE**
 $r_1 + 2r_3 = r_2$ → $\frac{mz_1}{2} + 2 \frac{mz_3}{2} = \frac{mz_2}{2}$ (stesso m) → $z_1 + 2z_3 = z_2$ (IMPORTANTE)

Voglio calcolare τ , come faccio?

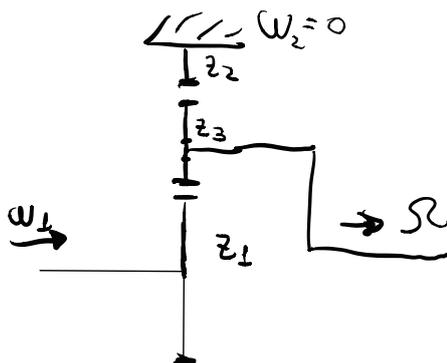
→ **METODO DI WILLIS**

↳ "mi siedo sul portatreno" e rendo il cinematismo ordinario (vedo tutti gli assi fissi)

$\tau_0 = \frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega}$ FORMULA DI WILLIS (oppure $\tau_0 = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_2 - \Omega}$)

↳ questo non è il vero rapporto di trasmissione!

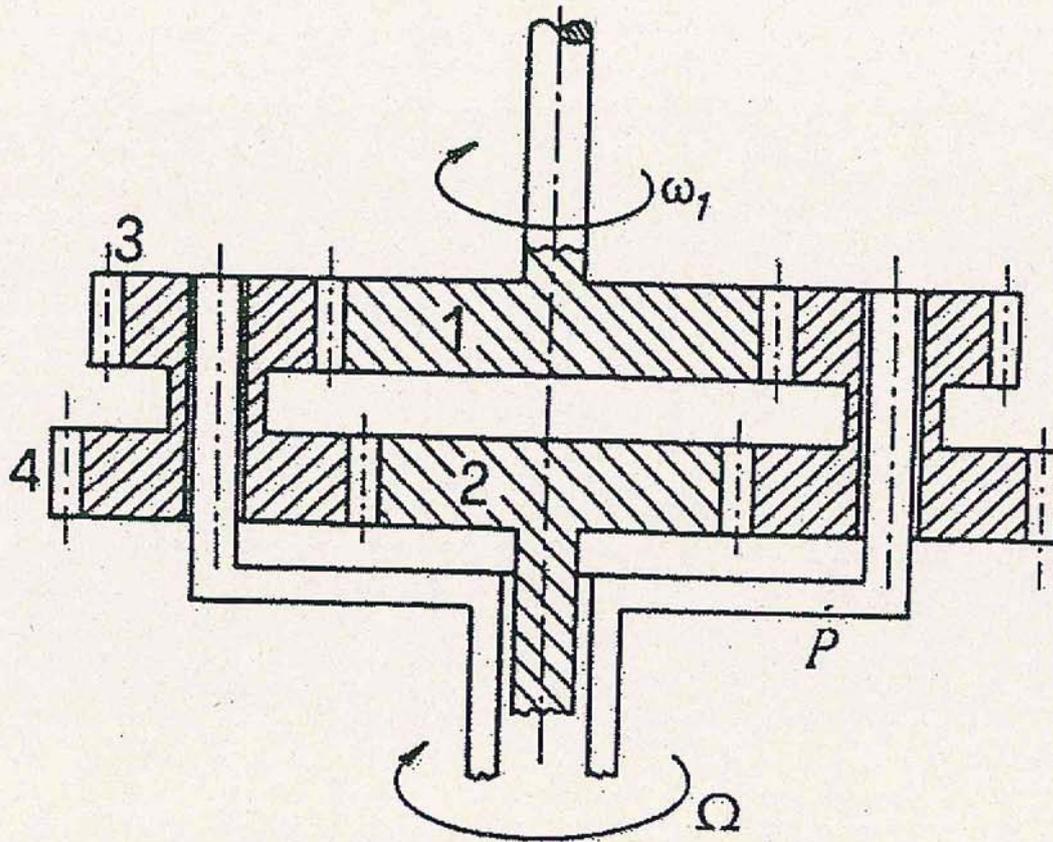
Ad esempio nelle applicazioni pratiche si potrebbe bloccare la corona.



"Rotismo reso ordinario"

Willis anche se è fermo per Willis gira

$$\tau_0 = \frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \left(+ \frac{z_3}{z_2} \right) \left(- \frac{z_1}{z_3} \right) = - \frac{z_1}{z_2}$$



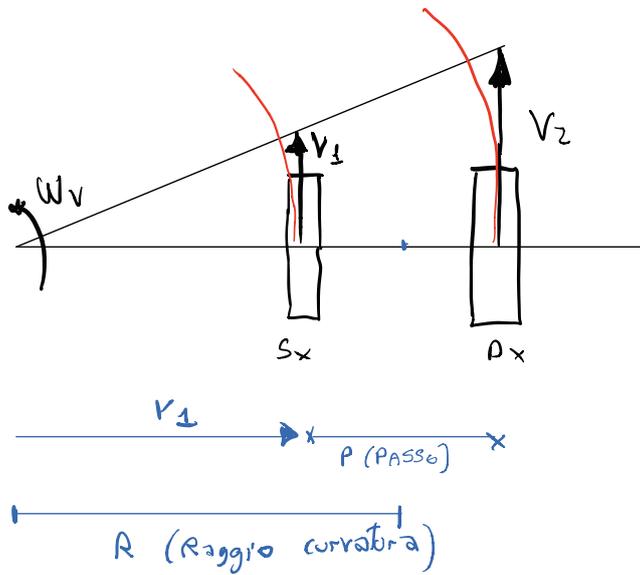
$$r_1 + r_3 = r_2 + r_4$$

$$\frac{m_1}{2} (z_1 + z_3) = \frac{m_2}{2} (z_2 + z_4)$$

Se $m_1 = m_2$ allora $z_1 + z_3 = z_2 + z_4$

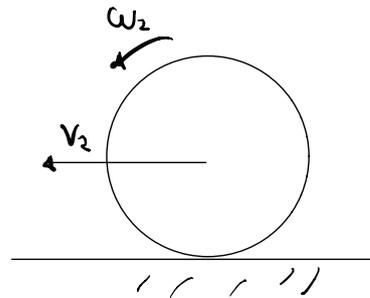
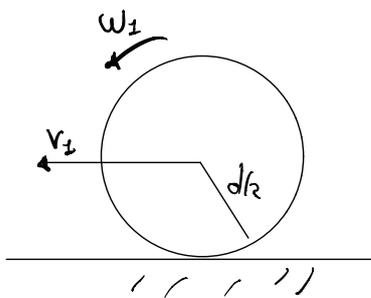
Differenziale automobilistico

• Auto in curva



$$V_2 > V_1$$

• Velocità centri ruote



$$V_1 = \omega_v r_1 = \omega_v \left(R - \frac{P}{2} \right)$$

$$V_2 = \omega_v r_2 = \omega_v \left(R + \frac{P}{2} \right)$$

$$\omega_v = \frac{V}{R}$$

$$\bullet V_1 = V \left(1 - \frac{P}{2R} \right) \quad \bullet V_2 = V \left(1 + \frac{P}{2R} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \omega_1 = \frac{V_1}{d/2} = \frac{2V}{d} \left(1 - \frac{P}{2R} \right) \\ \bullet \omega_2 = \frac{V_2}{d/2} = \frac{2V}{d} \left(1 + \frac{P}{2R} \right) \end{array} \right\} \text{valgano se } V_2 > V_1$$

affinché ci sia rotolamento
puro ω_1 e ω_2 devono essere
legate tra di loro e in particolare
diverse

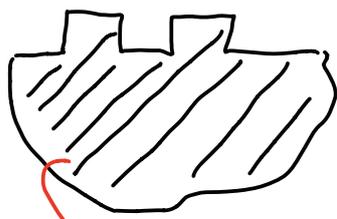
- In rettilineo $V_1 = V_2 = V$ $\omega_1 = \omega_2 = \Omega$
 → i satelliti non ruotano attraverso al loro asse
- In curva $V_1 < V_2 \rightarrow \omega_1 < \omega_2$ per evitare lo slittamento delle ruote motrici
 possibile grazie al rotismo epicicloideale → vuol dire che i satelliti ruotano anche attorno al loro asse in modo da diminuire ω_1 e aumentare ω_2 .
- Il differenziale è un partitore di coppia, non di potenza (vedi partenza sulla sabbia) → per i fuori strada si può bloccare il differenziale (solo alla partenza) obbligando le ruote ad andare alla stessa velocità.

TRASMISSIONE VITE-MADREVITE

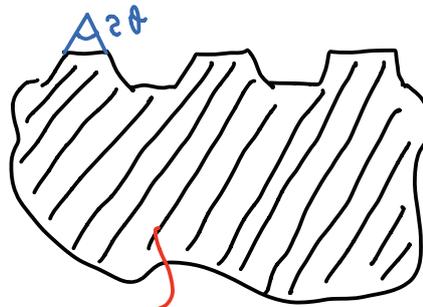
↳ per trasformare il moto da rotatorio a traslatorio e a volte viceversa.

✓ Vite : elemento interno con risalti elicoidali detti filetti

ⓂV Madrevite : elemento esterno nel quale sono scavate delle scanalature atte ad ospitare il filetto della vite.

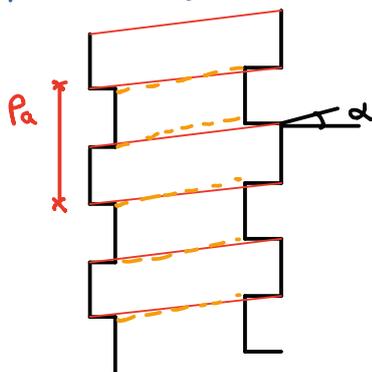


PROFILO RETTANGOLARE



PROFILO TRAPEZIO

Profilo rettangolare



Inclinazione dell'elica media rispetto al piano normale all'asse della vite.

Eventualmente: $P_c = z P_a$ z no di principi