



**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 2380A**

**ANNO: 2018**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: De Vivo Maria**

**MATERIA: Controllo e Strumentazione dei Processi Chimici -  
Teoria + Esercizi + Dimostrazioni - Prof. Pisano**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

CONTROLLO —

- MONITORAGGIO = valore variabili di stato (IN e OUT) del processo solo quelle di interesse.
- MANIPOLARE = una delle variabili in ingresso viene modificata forzatamente e volutamente, per riportare il parametro in uscita al valore che si desidera.

**REGOLAZIONE** → quando l'obiettivo del controllore è fisso, cambia il valore di una variabile d'ingresso.

**ASSERVIMENTO** → devo intervenire sulle variabili in ingresso perché ho cambiato l'obiettivo. Intervengo sull'impianto.

**ACTUATION** → attuazione misura correttiva (in seguito ad input) in seguito alla misura dello stato del processo.

## VARIABILI

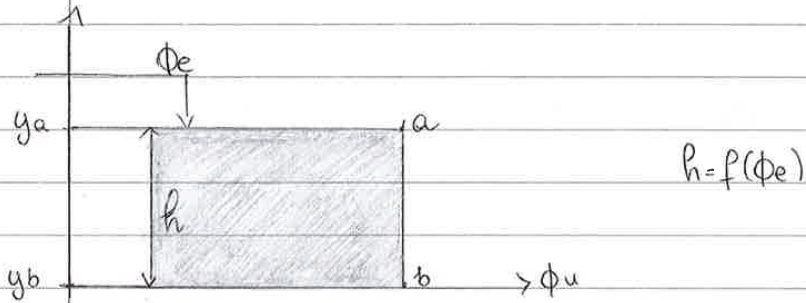
**DI STATO** → definiscono lo stato del processo. È equivalente se sia IN o OUT (dipende un po' dal processo).

**MANIPOLABILE** → le uniche su cui posso intervenire

**DISTURBO** → dipende dal processo

**(NON) MISURABILI** →

Eq. Bernoulli  $\rightarrow$   $P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = \text{cost}$



- Bilancio di massa globale  $\rho u = \rho v = \rho e$

$$\frac{d(\rho A h)}{dt} + \rho u \phi_u = \rho e \phi_e \quad \rho = \rho_u = \rho_e$$

$$A \frac{dh}{dt} + \phi_u = \phi_e$$

- Bernoulli:  $P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g y = \text{costante}$

$$\cancel{P_a} + \cancel{\rho v_a^2} + \rho g y_a = \cancel{P_b} + \rho v_b^2 + \rho g y_b$$

$$v_a \ll v_b$$

$$\rho g \underbrace{(y_a - y_b)}_h = \frac{\rho v_b^2}{2} \rightarrow \rho g h = \frac{1}{2} \rho v_b^2 \rightarrow v_b = \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h}$$

$$\frac{dh}{dt} = v_b = \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h}$$

$$\begin{cases} A \frac{dh}{dt} + \phi_u = \phi_e \\ \frac{dh}{dt} = v_b = \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h} \end{cases} \rightarrow A \cdot v_b \cdot A \sqrt{2g} \sqrt{h} = C \sqrt{h} = \phi_u$$

$$\boxed{\phi_u = C \sqrt{h}} \text{ perché sò}$$

[D]  $A \frac{dh}{dt} + C \sqrt{h} = \phi_e$  considerando  $v_b$ , che è la velocità di  $\phi_u$ !

[S]  $\rho \phi_{us} = \rho \phi_{es} \rightarrow \phi_{us} = \phi_{es} \rightarrow C \sqrt{h_s} = \phi_{es}$

[D] - [S]  $A \frac{dh}{dt} + C \sqrt{h} - C \sqrt{h_s} = \phi_e - \phi_{es}$

LINEARIZZARE:

$$h - h_s = x, \quad x_0 = h_s$$

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \rightarrow \sqrt{h} \approx \sqrt{h_s} + (h - h_s) / 2\sqrt{h_s}$$

$$\sqrt{h} - \sqrt{h_s} = (h - h_s) / 2\sqrt{h_s} \rightarrow A \frac{dh}{dt} + \frac{C}{2\sqrt{h_s}} x = d$$

Utilizzabile solo quando la funzione ha tutti poli con  $Re < 0$ , o al più un polo con  $Re = 0$ !

### THE VALORE INIZIALE

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow +\infty} [s\hat{f}(s)] \quad || \text{Se il risultato è '0' o '}\infty\text{' allora il limite non è attendibile!}$$

[DIM] Definizione di  $\mathcal{L}[f'(t)] = -f(0) + s\hat{f}(s)$

$$\rightarrow \int_0^{+\infty} f'(t) e^{-st} dt = -f(0) + s\hat{f}(s)$$

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} \left[ \int_0^{+\infty} f'(t) e^{-st} dt \right] = \lim_{s \rightarrow +\infty} [-f(0) + s\hat{f}(s)] = 0 - f(0) + \lim_{s \rightarrow +\infty} [s\hat{f}(s)]$$

$$-f(0) = -\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow +\infty} [s\hat{f}(s)]$$

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} \left( \int_0^{+\infty} f(t) g'(t) dt \right) = \int_0^{+\infty} f(t) g''(t) dt$$

$$f(t) e^{-st} \Big|_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} s f(t) e^{-st} dt$$

### THE VALORE FINALE

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s\hat{f}(s)] \quad || \text{Se il risultato è '0' o '}\infty\text{' allora il limite non è attendibile!}$$

[DIM]  $\mathcal{L}(f'(t)) = \int_0^{+\infty} f'(t) e^{-st} dt = -f(0) + s\hat{f}(s)$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[ \int_0^{+\infty} f'(t) e^{-st} dt \right] = \lim_{s \rightarrow 0} [-f(0) + s\hat{f}(s)] = f(\infty) - f(0) + f(0) - \lim_{s \rightarrow 0} s\hat{f}(s)$$

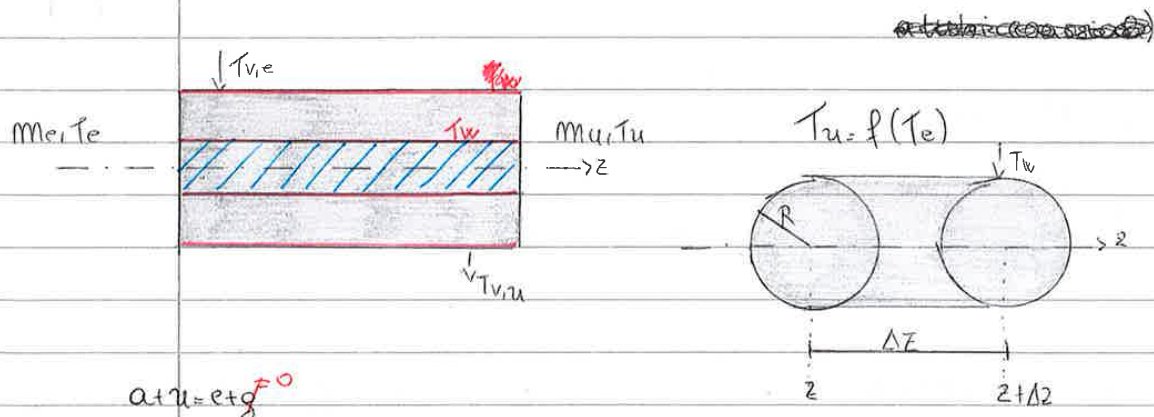
$$\rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\hat{f}(s)$$

$$\hat{f}(s) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt = \lim_{s \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} \left[ -f(t) \frac{e^{-st}}{s} \right]_0^{+\infty} + \frac{1}{s}$$

$$\hat{f}(s) = f(0^+) + \int_0^{+\infty} \frac{df}{dt} e^{-st} dt \rightarrow s\hat{f}(s) = f(0^+) + \int_0^{+\infty} \frac{df}{dt} e^{-st} dt$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s\hat{f}(s) = f(0^+) + \int_0^{+\infty} \frac{df}{dt} dt \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} s\hat{f}(s) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$$

### MODELLO A PARAMETRI DISTRIBUITI (scambiatore di calore)



$$a + u = e + g^{f^0}$$

$$[D] \frac{d}{dt} (\rho s \Delta z) \hat{c}_p (T - T^*) + \dot{m} \hat{c}_p (T - T^*) \Big|_{z+\Delta z} = \dot{m} \hat{c}_p (T - T^*) \Big|_z - U_s \Delta z (T - T_w)$$

$$\rho \Delta z \hat{c}_p \frac{dT}{dt} + \dot{m} \hat{c}_p (T_{z+\Delta z} - T_z) = U_s \Delta z (T_w - T) \quad /s \Delta z$$

$$\rho \hat{c}_p \frac{dT}{dt} + \dot{m} \hat{c}_p \frac{(T_{z+\Delta z} - T_z)}{\Delta z} = U_s (T_w - T) \quad \text{con } s_R = 2\pi R, A = 2\pi R L$$

$$U_s = \pi R^2$$

$$\text{per } \Delta z \rightarrow 0: \rho \hat{c}_p \frac{\partial T}{\partial t} + \dot{m} \hat{c}_p \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{s_R}{L} U (T_w - T) = \frac{A}{L S} U (T_w - T) \quad / \rho \hat{c}_p$$

↳ you have derivated auch in the time

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{\rho S} \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{A U}{L \rho \hat{c}_p} (T_w - T) \end{aligned} \right.$$

$$T(z, 0) \Big|_{z=0} = T_c(t) \quad \wedge \quad T(z, L) \Big|_{t=0} = T_o(z)$$

$$[S] \dot{m} \hat{c}_p (T_s|_{z+\Delta z} - T^*) = \dot{m} \hat{c}_p (T_s|_z - T^*) + \frac{A}{L S} U (T_w - T_s) \quad / \rho \hat{c}_p$$

$$\frac{\dot{m}}{\rho S} \frac{\partial T_s}{\partial z} = \frac{A U}{L \rho \hat{c}_p} (T_w - T_s)$$

↳ scriverei T\_w s se variesse nel tempo

$$[D] - [S] \quad \frac{\partial T}{\partial t} + \left[ \frac{\dot{m}}{\rho S} \frac{\partial T}{\partial z} \right] = - \frac{A U}{L \rho \hat{c}_p} (T - T_s) \rightarrow y = T(z, t) \quad T_s(z)$$

↳ T\_s(z) variava nel tempo

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{\rho S} \frac{\partial y}{\partial z} &= - \frac{A U}{L \rho \hat{c}_p} y \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} y(z, t) \Big|_{t=0} &= T_s(z) - T_s(z) = 0 \quad \parallel \quad T(z, t) \Big|_{z=0} = T(t) - T_s(0) = T_c(t) - T_{c,s} = d_c(t) \end{aligned} \right.$$

## FUNZIONI FORZANTI

1) GRADINO DI AMPIEZZA $A$	$d(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t \geq 0 \end{cases}$	$\hat{d}(s) = \frac{A}{s}$
2) HEAVISIDE (GRADINO $A=1$ )	$H(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$	$d(t) = A \cdot H(t)$
3) ONDA QUADRA DI AMPIEZZA $A$ E DURATA $b$	$d(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & 0 \leq t \leq b \\ 0 & t > b \end{cases}$	$\hat{d}(s) = \frac{A(1 - e^{-bs})}{s}$
4) RAMPA DI PENDENZA $A$	$d(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ At & t \geq 0 \end{cases}$	$\hat{d}(s) = \frac{A}{s^2}$
5) IMPULSO DI AREA $A$	$d(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ +\infty & t = 0 \end{cases}$	$\hat{d}(s) = A$
6) SINUSOIDALE DI AMPIEZZA $A$ E FREQUENZA $\omega$	$d(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A \sin(\omega t) & t \geq 0 \end{cases}$	$\hat{d}(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

DINAMICA:  $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} (e^{-ds})$  ↳ Riferendosi al tempo  
↳ genericamente, può essere assente

SISTEMI DEL 1° ORDINE:  $\begin{cases} \tau \frac{dy}{dt} + y = ku \\ y(t=0) = 0 \end{cases} \xrightarrow{\hat{\cdot}} G_p: \boxed{\hat{y} = \frac{k}{cs+1} \hat{u}}$

### SISTEMA DEL 1° ORDINE INTEGRALE O CAPACITIVO

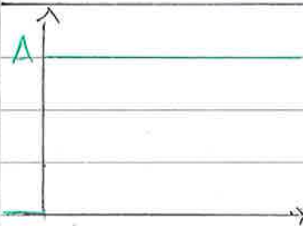
$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = Ku \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow y(t) = \int (Ku(t)) dt$$

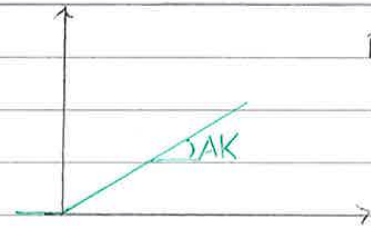
$$\hat{y}(s) = \frac{K}{s} \hat{u}(s)$$

**GUADAGNO STATICO** ~ tipo di sistema: integrale forzante

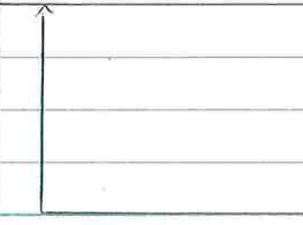
GRADINO



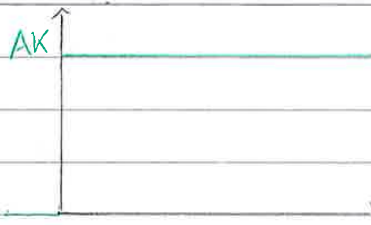
RAMPA



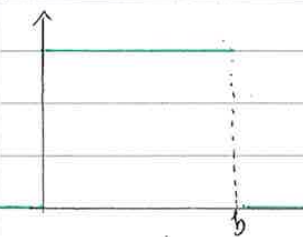
IMPULSO



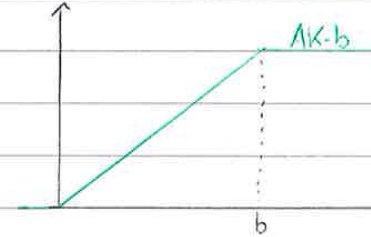
GRADINO



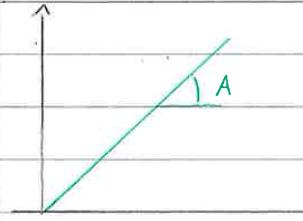
ONDA QUADRA



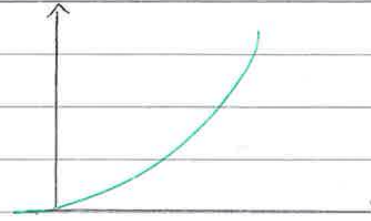
RAMPA + GRADINO



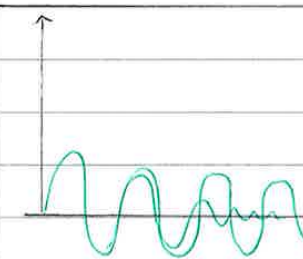
RAMPA



PARABOLA



SINUSOIALE



COSENO  
(O SENO)  
STATATO  
> 90°

ex // Serbatoio con scarico in atmosfera (pompa su linea di scarico)



SISTEMA DI BASSO ORDINE ANTICIPO/RITARDO

$$\hat{y} = \frac{K(\xi s + 1)}{\tau s + 1} \hat{u}$$

$$\rho = \frac{\xi}{\tau} \quad \begin{matrix} A \\ R \end{matrix}$$

QUADAGNO STATICO      RITARDO      ANTICIPO

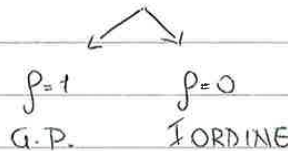
non nel tempo. wa  
 tipo a onda  
 tipo sinusoidale  
 OVI - sinusoidale traslati nel dominio delle frequenze di  $\Phi$ , derivando  $\xi$   
 o da  $\tau \rightarrow \xi = \Phi > 0$  ANTICIPO  
 $\xi = \Phi < 0$  RITARDO

SOMMA  
 " PARALLELO

ESPANSIONE:  $\hat{y} = \left[ \frac{pK}{s+1} + \frac{(1-p)K}{\tau s + 1} \right] \hat{u}$

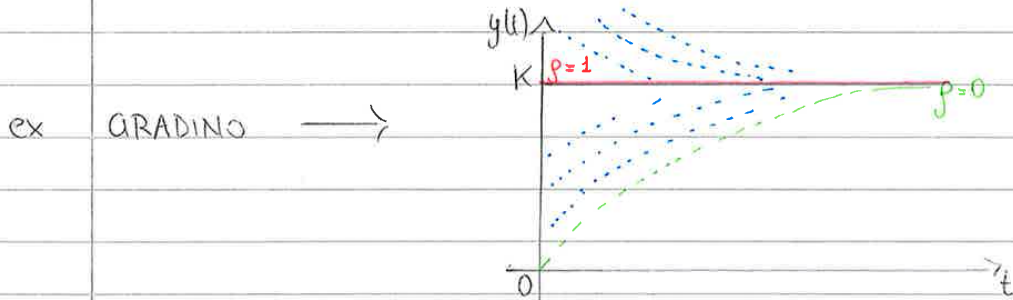
TIPICO      TIPICO  
 QUADAGNO PURO      1° ORDINE

SISTEMA A/R: COMBINAZIONE LINEARE DI UN SISTEMA A QUADAGNO PURO E DI UNO DEL 1° ORDINE. I CONTRIBUTI DELLE 2 RISPOSTE SONO PESATI COL VALORE DI  $\rho$ .



$\rho > 1 \rightarrow$  il termine del sistema di 1° ordine è negativo

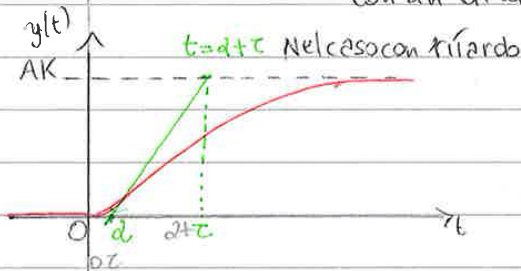
$\rightarrow$  RISPOSTA A FORZANTI IN INGRESSO: simile  $\forall$  tipo di sollecitazione



## DERIVAZIONE MODELLO DEL 1° ORDINE

a) caso senza ritardo:  $G_p = \frac{K}{\tau s + 1}$  | con ritardo:  $G_p = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-s\alpha}$

METODO GRAFICO (risposta di un generico processo del 1° ordine sollecitato con un di impulso a gradino in entrata)



individuato il punto di flesso, ne traccio la retta tangente. Trovo l'intersezione con l'asintoto al nuovo stazionario (retta  $y(t) = AK$ )  $\Rightarrow d + \tau$  nel caso con ritardo.

Trovo il punto d'intersezione con la tangente al flesso e con l'asse delle ascisse (asintoto al vecchio stazionario)  $\Rightarrow \tau$  (o  $d$  nel caso con ritardo)  
Questo procedimento va ripetuto  $\forall$  coppia variabile IN - variabile OUT di cui voglio esprimere la relazione.

$K$  ricavabile conoscendo  $A$

### METODO DI SUNDARESAN E KRISHNASWAMY

$t_{35} \rightarrow t: y(t) = 35\% (AK)$

$t_{85} \rightarrow t: y(t) = 85\% (AK)$

caso senza ritardo:  $\tau = 0,67 (t_{85} - t_{35})$

caso con ritardo:  $\tau = 0,67 (t_{85} - t_{35})$

$d = (1,3 \cdot t_{35}) - (0,3 \cdot t_{85})$

esempio  $G_p = \frac{K}{\tau s + 1} \quad \hat{d} = \frac{1}{s} \quad (A=1) \quad \frac{\hat{u}}{s} \rightarrow \boxed{G_p} \rightarrow \hat{y} \rightarrow AK = 100$

$\begin{cases} AK = 100 \Rightarrow K = 100 \\ A = 1 \end{cases}$

a) caso senza ritardo:

- metodo grafico - Individuo l'intersezione tra  $t_p$  al flesso e asse delle ascisse  $\rightarrow \tau = 55,5 \Rightarrow G_p = \frac{100}{55,5s + 1}$

## DERIVAZIONE MODELLO DEL II ORDINE

$$\hat{y} = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1} e^{-\alpha s} \quad \text{parametri da ricavare: } K, \tau, \zeta, \alpha$$

- Procedura per Tentativi, calcolando  $\hat{y}$  al variare di  $\zeta, \tau$ , scegliendo varie combinazioni di questi 2 parametri finché non trovi qualcosa di buono.
- Metodo di SMITH → ricavo un grafico dallo studio di un gran numero di processi ( $n \geq 2$ ) di cui ho studiato la risposta ad un gradino in ingresso.  
 Ho cercato una coppia di valori  $\zeta, \tau$  che desse corrispondenza all'incirca tra modello e comportamento sperimentale, per ogni processo.  
 Studio la relazione tra queste coppie di valori.

$$\left. \begin{array}{l} t_{20} \rightarrow t: \hat{y} = 20\% (y_s) \\ t_{60} \rightarrow t: \hat{y} = 60\% (y_s) \end{array} \right\} \text{tempi necessari ad } y(t) \text{ per raggiungere} \\ \text{il } 20\% \text{ ed il } 60\% \text{ del proprio valore alla stazionaria}$$



diagrammando:

nota la curva di risposta, calcolo  $t_{20}$  e  $t_{60}$ .  $t_{20}/t_{60}$  = ASCISSE. Sulla curva leggo da una parte  $t_{60}/\tau$ , dall'altro  $\zeta$ . Determino  $\tau$  e  $\zeta$ .

### ESEMPPIO

$$\begin{array}{c} \hat{u} \\ \downarrow \\ \int \\ A=1 \end{array} \rightarrow \boxed{G_p} \rightarrow \hat{y} \quad G_p = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1} e^{-\alpha s}$$

a) caso senza ritardo:  $\alpha=5, K=100 \rightarrow$  grafico di Smith:

$$t_{20} = 13,65s, t_{60} = 46s \quad \downarrow \\ t_{20}/t_{60} = 0,3$$

$$\zeta \approx 2,1, K=100, \frac{t_{20}}{t_{60}} = 0,3, \frac{t_{60}}{\tau} \approx 4 \Rightarrow \tau = \frac{t_{60}}{4} = 11,5s$$

$$G_p = \frac{100}{(11,5)^2 s^2 + (2 \cdot 2,1 \cdot 11,5)s + 1}$$

# METODO DI ROUTH

metodo per valutare il segno delle radici di un generico polinomio di grado  $n$ , senza doverle calcolare. Valutò quindi segno della parte reale delle radici, ed eventuale  $n$ -radici con  $Re > 0$ .

Utilizzabile solo quando l'equazione caratteristica è un polinomio puro

Esclude quindi tutti i casi in cui è prodotto di funzioni di trasferimento almeno una delle quali contenga ritardi nel tempo (che nel dominio di Laplace corrispondono ad esponenziali  $\rightarrow$  vanno linearizzati, attr. approssimazione).

INPUT  $a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0$  // eq. caratteristica

1) Verificare che l'equazione caratteristica sia in forma standard:

$a_0 > 0, a_i \neq 0 \forall i$

- Se  $a_0 < 0$ , moltiplico tutti per  $-1$  e lo rendo positivo
- Se l'eq è incompleta, sostituisco il termine mancante con  $\epsilon s^{(n-i)}$ , con  $\epsilon = 0^+$ , costante positiva e molto piccola (non interviene sulla stabilità, essendo  $> 0$ , e non modifica sostanzialmente il valore delle radici, essendo molto piccola).

2) Verificare CONDIZIONE NECESSARIA MA NON SUFFICIENTE PER LA STABILITÀ:

$a_i > 0 \forall i \in [0, n] \rightarrow$  tutti i coefficienti positivi

Se  $\exists$  anche un solo coefficiente  $a_i < 0 \rightarrow$  ci sarà almeno una radice con  $Re < 0 \rightarrow$  sistema sicuramente instabile

Se  $a_i > 0 \forall i$ , il sistema potrebbe essere stabile

3) Verificata la condizione al punto 2, calcolo la matrice di Routh, avente

- $n+1$  righe, con  $n =$  grado polinomio di partenza.
- prime 2 righe = coefficienti eq. caratteristica, fino ad esaurimento

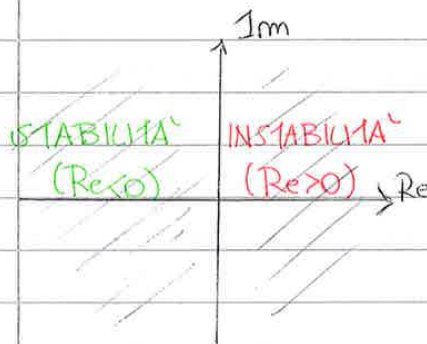
I	$a_0$	$a_2$	$a_4$	...	$a_n$
II	$a_1$	$a_3$	$a_5$	...	0
III	$b_1$	$b_2$	$b_3$	...	0
IV	$c_1$	$c_2$	$c_3$	...	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n+1$	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

I COEFFICIENTI DI QUESTA COLONNA DETERMINANO LA STABILITÀ DEL PROCESSO

## DIAGRAMMA DEL LUOGO DELLE RADICI (ROOT LOCUS)

Permette di valutare la **stabilità** di un processo, a patto che sia **controllato in retroazione**. Applicabile con tutte le leggi di controllo, ma per quelle più complesse (PI, PID) bisogna prima stabilire il valore di  $\tau_i, \tau_D$ .  
**VALE SOLO PER CONTROLLORE AD AZIONE INVERSA ( $K_c > 0$ )**

↳ il diagramma illustra come variano le radici dell'equazione caratt. al variare di  $K_c$  tra 0 e  $+\infty$ .



equazione caratteristica:

$$1 + G_{OL} = 0 \quad OL = \text{OPEN LOOP}$$

$$1 + K_c \frac{N(s)}{D(s)} = 0 \quad \text{IN GENERALE}$$

$n$  = grado numeratore

$d$  = grado denominatore

posso scrivere  $D(s) + K_c N(s) = 0$ , e poiché  $D(s) \geq N(s)$  sempre  
 $\Rightarrow$  n° radici equazione caratteristica =  $d$

Il diagramma è costituito da alcune curve, di cui è possibile prevedere l'andamento caso per caso. Per gli estremi dell'intervallo di variazione di  $K_c$  (punto iniziale e punto finale delle curve) 3 delle regole:

**PI. PARTENZA** | **N.B.  $K_c$  aumenta dai poli agli zeri!** | **POLI**

$$\text{per } K_c \rightarrow 0 \Rightarrow D(s) = 0$$

calcolo i poli di  $G_{OL}^*$ , dove  $G_{OL} = K_c G_{OL}^*$ , genericamente. Questi poli sono i punti di partenza del diagramma. Il n° di curve sul diagramma è = al valore della molteplicità  $W_{ii}$ ?

**PI. ARRIVO** | **ZERI**

$$\text{per } K_c \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{D(s)}{K_c} + N(s) = 0 \rightarrow N(s) = 0$$

Le curve avranno come punto finale gli zeri di  $G_{OL}^*$  (cioè le curve collasseranno sugli zeri).

N.B.  $d \neq n$ , in generale! Per cui alcune curve collasseranno sugli zeri, le restanti andranno ad  $\infty$  (ricorda:  $d \geq n$ !).

↳  $\pm \infty$ !

## PROGETTAZIONE DI UN CONTROLLORE FEEDBACK

Ho un controllore in retroazione, ma devo ancora scegliere la legge di controllo più appropriata. Il punto è determinare i parametri  $K_c, \tau_i, \tau_d$  che soddisfino i criteri da me scelti per il controllore. Questi parametri dipendono dai metodi di progettazione.

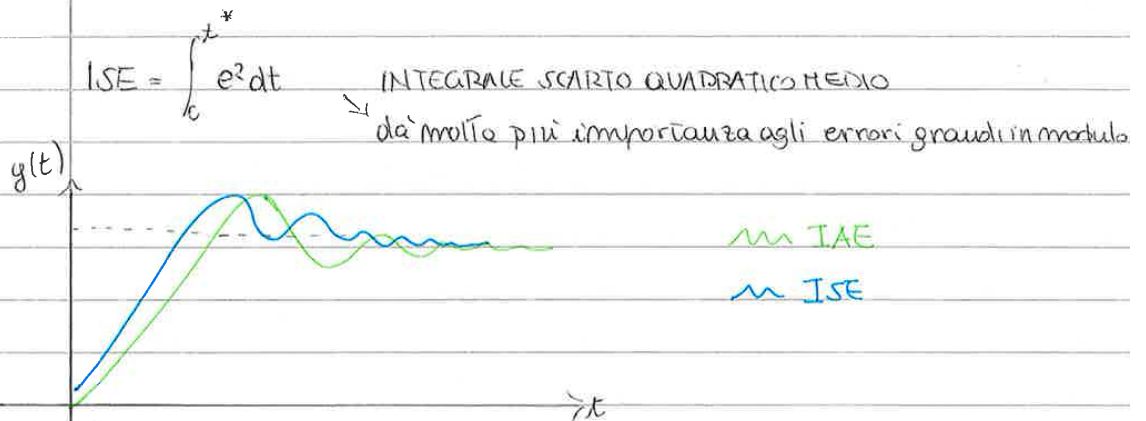
- A] Si basano sull'uso di un modello dettagliato del processo controllato. Richiedono che si conosca la funzione di trasferimento.
- B] Si basano su un modello semplificato semiempirico (ex ricavato dalla procedura usata per ricavare i modelli sperimentali).
- C] Metodi che NON richiedono un modello

↓  
Tutti e 3 hanno un criterio  
in comune da soddisfare: **STABILITÀ**

Il controllore deve sempre essere progettato in modo che il processo sia stabile.

- A<sub>1</sub>] Metodi basati su **CRITERI PRESTAZIONALI**
- A<sub>2</sub>] Metodi a **SINTESI DIRETTA**
- A<sub>3</sub>] **Posizionamento dei poli**
- A<sub>4</sub>] **Margini di stabilità** e formule di Ziegler-Nichols
- A<sub>5</sub>] **Analisi in frequenza** e formule di Ziegler-Nichols
- A<sub>6</sub>] **Analisi in frequenza con margini di fase o di guadagno**

- B] Metodo basato su analisi della risposta del processo sollecitato con un disturbo a gradino in ingresso, + formule di Ziegler-Nichols.
- C<sub>1</sub>] Studio risposta di un controllore proporzionale al limite di stabilità.
- C<sub>2</sub>] basato su risposta di un controllore ON/OFF regolatore\*



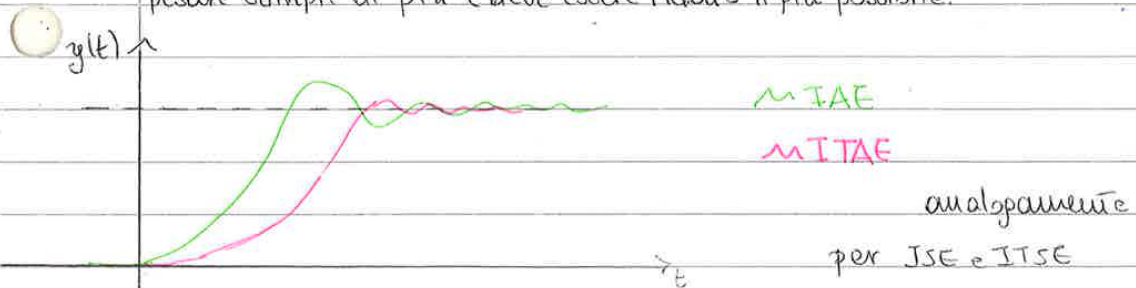
Ise ha tempo di risalita tr minore. Cerca di rimediare nel minor tempo possibile agli errori negli istanti iniziali, però avrà necessariamente un overshoot più accentuato ed uno smorzamento più lento.

INTEGRALI DELLA MEDIA PONDERATA NEL TEMPO DI IAE E ITAE

$$IAE = \int_0^t |e| \cdot t dt$$

$$ITAE = \int_0^t e^2(t) \cdot t dt$$

passando alla versione ponderata nel tempo: dà più peso, a parità di modulo, all'errore che si manifesta più avanti nel tempo. Tende a penalizzare lo stesso errore quando questo si manifesta più avanti, disinteressandosi un po' degli errori iniziali. Con l'avanzare del tempo l'errore comincia a pesare sempre di più e deve essere ridotto il più possibile.



ITAE ha tr maggiore ma tr minore, rispetto a IAE.

Quale scegliere dei  $L_1$ ? Dipende dal processo e dalle caratteristiche che voglio ottenere, quali priorità ho (rapidità di avvezamento, velocità avvicinamento all'obiettivo). Le possibilità NON SONO COMBINABILI. Necessario l'uso del calcolatore.

Le leggi di controllo in retroazione possibili non sono illimitate, e sono al massimo una combinazione di P, PI, PID.

la scrivo nella forma generale

$$g_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right)$$

Eguagliando le 2 formule, ricavo i parametri  $K_c, T_i, T_D$ .

Se l'equazione non può essere scritta nella forma generale del PID

↳ non c'è soluzione al problema, così come lo abbiamo impostato

↳ Devo cambiare l'obiettivo!

Se  $g_v, h \neq 1 \Rightarrow g_c$  ha una diversa espressione.

**ESEMPIO**

I)  $g = \frac{6}{(2s+1)(4s+1)(6s+1)}$  funzione di trasferimento del processo

$\psi_t = \frac{1}{16s^2 + 4s + 1}$  OBIETTIVO - funzione di trasferimento a ciclo chiuso

Calcolare controllore che soddisfi questo obiettivo per questo processo

suppongo  $g_v, h = 1 \rightarrow$  vale la formula  $g_c = \frac{1}{g} \frac{1}{\psi_t} - 1$

$$g_c = \frac{(2s+1)(4s+1)(6s+1)}{6} \cdot \frac{1}{(16s^2+4s+1)-1} = \frac{12s^3 + 8s^2 + 1}{24s} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}s + \frac{1}{3} + \frac{1}{24s} \\ g_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) \end{array} \right.$$

$K_c = \frac{1}{3}, K_c T_D = \frac{1}{2} \rightarrow T_D = \frac{3}{2}, \frac{K_c}{T_i} = \frac{1}{24} \rightarrow T_i = 8$

$g_c = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{8s} + \frac{3s}{2} \right)$  || dobbiamo usare la logica di controllo  
PID, con  $K_c = \frac{1}{3}, T_i = 8, T_D = \frac{3}{2}$

II)  $g = \frac{6}{(4s+1)(6s+1)}$   $\psi_t = \frac{1}{16s^2 + 4s + 1}$

$$g_c = \frac{(4s+1)(6s+1)}{24s(4s+1)} = \frac{6s+1}{24s} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} + \frac{s}{24} \\ K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) \end{array} \right. \rightarrow K_c = \frac{1}{4}, T_i = 0, T_D = 1/6$$

oppure  $T_D = 0, T_i = 6$

↳ PD o PI?

$T_D = 0 \rightarrow$  NO AZIONE DERIVATA

$T_i = 0 \rightarrow$  NO AZIONE INTEGRALE



### A3 METODO DEL POSIZIONAMENTO DEI POLI

1) Obiettivo, assegnazione  $\Psi_t$  (funzione di trasferimento a ciclo chiuso target)

$$\hat{y} = \Psi_t \hat{y}_d$$

2) Dato il modello del processo  $\hat{y} = \Psi_p \hat{y}_d + \Psi_d \hat{d}$ , con  $\Psi_p$  = funzione di trasferimento a ciclo chiuso del processo ( $\Psi_p = f(g_c)$ ) e data  $\Psi_t$ :

$$\Psi_t = \frac{N_t}{D_t}, \quad \Psi_p = \frac{N_p}{D_p} \quad \text{voglio che le 2 funzioni abbiano gli stessi poli (cioè i 2 denominatori hanno le stesse radici)}$$

→ voglio  $g_c : D_p \equiv D_t$

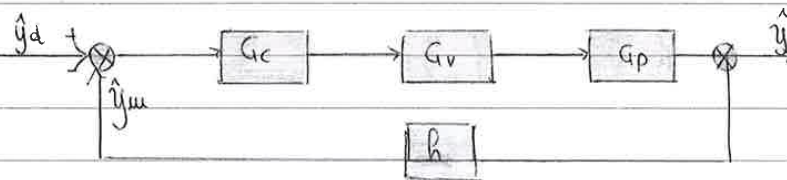
**SVANTAGGIO** (rispetto ad A2, a cui assomiglia molto): la dinamica di un processo dipende sia dal numeratore sia dal denominatore della funzione di trasferimento (a causa della possibile presenza di zeri, che influenzano la dinamica del processo - controllato, in questo caso - anche se con meno peso rispetto ai poli). Ho quindi controlli solo sui poli del processo (stabilità, ordine...) ma non sulla dinamica complessiva.

### ESEMPIO

$G_p = \frac{1}{s-3}$  funzione di trasferimento processo NON controllato

$\hat{y} = G_p \hat{u}$  modello processo NON controllato. Strategia di controllo feedback  $g_v = 1, h = 1$  (assumo attuatore e misuratore con dinamica ideale).

$\Psi_t = \frac{1}{(s+2)(s+5)} = \frac{1}{s^2 + 7s + 10}$  funzione di trasferimento a ciclo chiuso target (obiettivo)



scrivo funzione di transf. a ciclo chiuso per questo schema a blocchi:

$$\hat{y} = \frac{g_c G_v G_p}{1 + g_c G_v G_p h} \hat{y}_d = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p} \hat{y}_d$$

Scrivo  $G_c$  nella forma generica  $G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$

$G_p = \frac{1}{s-3}$

**AL4** METODO DEI MARGINI DI STABILITÀ + FORMULE DI ZIEGLER-NICHOLS

Richiede che io abbia un modello dettagliato del processo, con U<sub>0</sub> incognita. La logica di controllo non è più un risultato del metodo ma una scelta del controllista, da fare a priori, in base alle caratteristiche fisiche del processo (variabile da misurare, tempo di risposta del misuratore...)

- 1) Scelta logica di controllo
- 2) Ignoro la logica scelta al punto 1) ed ipotizzo che  $G_c = K_c$  (scelta più semplice possibile, controllore proporzionale puro).

Determino  $\psi_p (= f(K_c))$ , funzione di trasferimento a ciclo chiuso del processo.

- 3) Utilizzo il metodo dei margini di stabilità per determinare il limite di stabilità / instabilità del mio processo controllato.

Limite di stabilità - quando l'equazione caratteristica ha uno o più poli con  $Re=0$ , quindi sono immaginari puri ( $D=j\omega$ ).

Devo quindi studiare per quale  $K$   $1+G_o(s)|_{s=j\omega} = 0!$

Avrò un'equazione complessa:

$$1+G_o(K_c, \omega) = 0, \text{ soddisfatta quando: } \begin{cases} Re(K_c, \omega) = 0 \\ Im(K_c, \omega) = 0 \end{cases}$$

da cui avrò, come soluzione, una o più coppie di  $[K_{cu}, \omega_u]$  ( $u = \text{ultimo}$ )  
= valori limite di  $K_c$  e  $\omega$

- 4) Controllo se i valori trovati di  $K_c$  sono limite massimo o minimo. (le formule di Ziegler-Nichols hanno formulazione diversa nei 2 casi)

- 5) Applico formule di Z-N:  $K_{cu} \leftrightarrow K_c$  e  $\omega_u \leftrightarrow T_I, T_D$ .

**FORMULE ZIEGLER-NICHOLS**

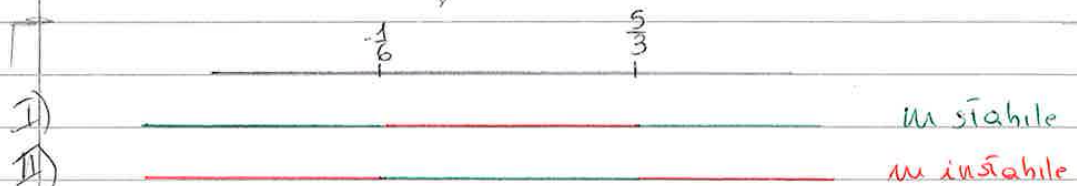
	$K_c$	$T_I$	$T_D$
P	$0,5 \cdot K_{cu}$	/	/
PI	$0,45 \cdot K_{cu}$	$P_u / 1,2$	/
PID	$0,6 K_{cu}$	$P_u / 2$	$P_u / 8$

Sostituendo nella 1<sup>a</sup> equazione:

1)  $W_{u1} = 0 \rightarrow 1 + 6K_{u1} = 0 \rightarrow K_{u1} = -\frac{1}{6} \rightarrow$  soluzione:  $[-\frac{1}{6}, 0]$

2)  $W_{u2,3} = \pm \frac{1}{2} \rightarrow K_{u2,3} = \frac{5}{3} \rightarrow$  soluzione  $[\frac{5}{3}, \frac{1}{2}]$  (e  $[\frac{5}{3}, -\frac{1}{2}]$ )

Verifico il limite massimo di  $K_c$ , per poter usare le formule di Z-N senza doverle modificare.



Ho 2 possibilità. In quale caso mi trovo?

Scelgo un valore di  $K_c$  nell'intervallo  $[-\frac{1}{6}, \frac{5}{3}] \rightarrow$  prendo  $K_c = 0$ , è comodo

Studio stabilità: eq. caratteristica valutata in  $K_c = 0$  e ne studio le radici  $\rightarrow$  matrice di Routh.

Dalla matrice di Routh si evince che per  $K_c = 0$  ho stabilità

$\Rightarrow$  la situazione in cui mi trovo è sicuramente la II.

Condizione di stabilità:  $-\frac{1}{6} < K_c < \frac{5}{3}$

Ora devo valutare se il controllore è ad azione diretta o inversa, e devo farlo attraverso un'analisi del processo, come già visto col ragionamento per la valvola air-to-open / air-to-close.

I processi sono quasi sempre ad azione inversa ( $K_c > 0$ )

$\hookrightarrow$  intervallo di stabilità:  $0 < K_c < \frac{5}{3}$

$\Rightarrow K_{cu} = \frac{5}{3}$  è un limite MASSIMO!

Posso usare le formule di Z-N così come le ho scritte.

$W_u = \frac{1}{2} \rightarrow P_u = 2\pi / W_u = 4\pi \quad K_{cu} = 5/3$

$\Rightarrow$  P:  $K_c = 5/6$  | PI:  $K_c = 0,83 \quad T_I = 10,5$  | PID:  $K_c = 1, T_I = 2\pi, T_D = \pi/2$

Unità di misura  $\tau$ : sono tempi. L'esatta unità (secondi, minuti, ore) dipende dall'ordine di grandezza delle costanti di tempo contenute nella funzione di trasferimento del processo.

## A5] ANALISI IN FREQUENZA E FORMULE DI ZIEGLER-NICHOLS

- 1) Scelgo logica di controllo in base a considerazioni sul processo
- 2) Indipendentemente dalla logica scelta considero  $G_c = K_c$  (proporzionale pura)
- 3) Determinare espressione di  $G_{ol}$  (in generale  $G_{ol} = K_c G^*_{ol}$ )  $\rightarrow$  schema a blocchi
- 4) Tracciare diagramma di Bode di  $G_{ol}(K_c=1)$  = diagramma a guadagno neutrale, cioè il diagramma di  $G^*_{ol}$ . OPPURE diagramma di Nyquist.
- 5.1) Bode  $\rightarrow \begin{cases} \omega_c : \phi(\omega_c) = -180^\circ \\ AR_c = AR(\omega_c) \end{cases} \rightarrow K_{cu} = \frac{1}{AR_c} \quad P_u = \frac{2\pi}{\omega_c}$
- 5.2) Nyquist  $\rightarrow$  determinare  $\gamma \rightarrow \omega_c \rightarrow K_{cu} = \frac{1}{\gamma}, P_u = \frac{2\pi}{\omega_c}$
- 6) Punto  $\rightarrow [K_c, T_I, T_D] ? \rightarrow$  uso ~~formule~~ <sup>formule</sup> di Ziegler-Nichols, avendo  $K_{cu}$  e  $P_u$   
 $\rightarrow$  trovo  $K_c, T_I, T_D$ .

Uso l'analisi in frequenza per determinare il limite di stabilità del processo controllato in retroazione (si sostituisce al metodo della sostituzione diretta).

Avendo  $[K_{cu}, \omega_u]$  posso usare le formule di Z-N (contengono un margine di sicurezza intrinseco, ma non ho controllo o possibilità di modifica sulla distanza a cui mi trovo dal limite di stabilità) oppure posso fissare io, a priori, il margine di sicurezza (metodo A6, determino MARGINE DI GUADAGNO o MARGINE DI FASE). A6 può essere consequenziale ad A5 o indipendente da esso.

LIMITE (IN)STABILITÀ: quando l'eq. caratteristica  $1 + G_{ol}(s) = 0$  ha radici che sono degli immaginari puri ( $Re=0$ )  $\Rightarrow 1 + G_{ol}(s) \Big|_{s=j\omega} = 0$

Se  $\exists$  un valore di  $\omega$  (almeno) che soddisfi questa equazione  $\rightarrow$  il sistema si trova al limite.  $\Rightarrow G_{ol}(s=j\omega) = -1$

$$Re_{ol}(\omega) + j Im_{ol}(\omega) = -1 + j0 \quad \text{soddisfatta se } \begin{cases} Re_{ol}(\omega) = -1 \\ Im_{ol}(\omega) = 0 \end{cases}$$

$$AR = \sqrt{Re_{ol}^2 + Im_{ol}^2} = 1$$

$$\phi = \angle G_{ol}(s=j\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{Im}{Re}\right) = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} AR(G_{ol}) = 1 & \text{nuova} \\ \phi = 0 & \text{condizione?} \end{cases}$$

Come calcolare il limite di stabilità in termini di  $(K_c, \omega_c)$ ?

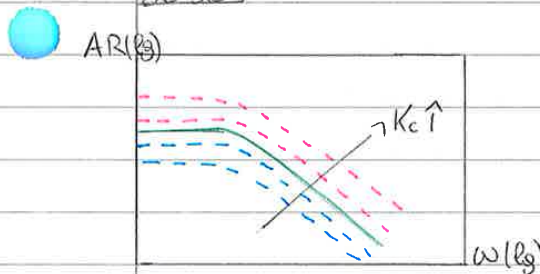
Devo determinare l'espressione di  $G_{ol}$  → definire l'espressione del controllore  
 → assegnare un certo valore ai parametri del controllore, valori tali per cui siano contemporaneamente verificate le 2 condizioni su AR e  $\phi$ . Queste condizioni vanno espresse in termini di  $K_c$  e  $\omega_c$ .

Procedimento simile a quello del metodo dei margini di stabilità

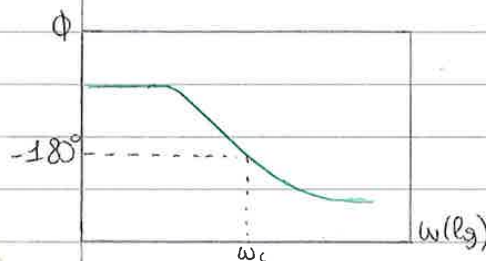
Dopo aver valutato  $G_{ol}^*$  dallo schema a blocchi, avendo  $G_c = K_c$ , devo capire per quale valore di  $K_c = K_{cu}$   $\begin{cases} |G_{ol}(s=j\omega)| = 1 \\ \angle G_{ol}(s=j\omega) = -180^\circ \end{cases}$

CONSIDERO VARIAZIONE DIAGRAMMI AL VARIARE DI  $K_c$

BODE



$K_c = G_{ol}^*(s=j\omega)$   
 $K_c = 1$  → DIAGRAMMA DI  
 $K_c > 1$  BODE A GUADAGNO  
 $K_c < 1$  NEUTRALE



La curva dello sfasamento  
 NON cambia con  $K_c$  →  
 La frequenza  $\omega$  a cui  $\phi = -180^\circ$   
 è sempre la stessa, indipendente  
 dal valore di  $K_c$ .

Infatti:  $K_c \cdot G_{ol}^*(s=j\omega) = K_c (Re_{ol}^* + j Im_{ol}^*) = K_c Re_{ol}^* + K_c j Im_{ol}^*$

$\phi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{K_c Im_{ol}^*}{K_c Re_{ol}^*} \right) = \text{tg}^{-1} \left( \frac{Im_{ol}^*}{Re_{ol}^*} \right)$

$AR = K_c \sqrt{Re_{ol}^{*2} + Im_{ol}^{*2}} = K_c |G_{ol}^*(s=j\omega)| = K_c AR^*$

Se  $K_c = 1 \implies AR = AR^*$  Il DIAGRAMMA A GUADAGNO NEUTRALE

Se  $K_c \neq 1 \implies AR = K_c AR^*$  La curva non cambia forma, viene solo traslata verso l'alto ( $K_c > 0$ ) o verso il basso ( $K_c < 0$ )

- Come determinare  $K_c$  da questa serie di curve? -

Prendo  $\omega_c$ , frequenza critica, in corrispondenza della quale  $\phi = -180^\circ$

Individuo sul diagramma superiore la curva che da  $AR=1$  con quell' $\omega_c$ .  
 Tale curva è calcolata con un  $K_c = K_{cu}$ . ( $\omega_c = \omega_{cu}$ )

Ora ho  $K_{cu}$  e  $\omega_u$ . Posso inserirli nelle formule di Ziegler-Nichols per calcolare il valore dei parametri del controllore.

?? NOTA: devo controllare anche qui se ho limite max o min per  $K_{cu}$ ??

## A6 ANALISI IN FREQUENZA E MARGINI DI FASE / GUADAGNO

Riduzione dei margini di sicurezza per avere un controllore un po' più aggressivo, determinando  $\{K_c, T_i, T_D\}$  in modo che la loro combinazione porti ad una distanza dal limite di stabilità decisa da me, e definita in termini di margini di fase / guadagno (riferiti al diagramma di Bode)

- 1) Scelgo logica di controllo e determino quali parametri devo valutare.
- 2) Fisso il margine di sicurezza (di guadagno o di fase, come preferisco).
- 3) Definisco campo di ricerca  $\rightarrow$  per ogni parametro definisco un range di valori entro cui possono variare.

PRIMA:

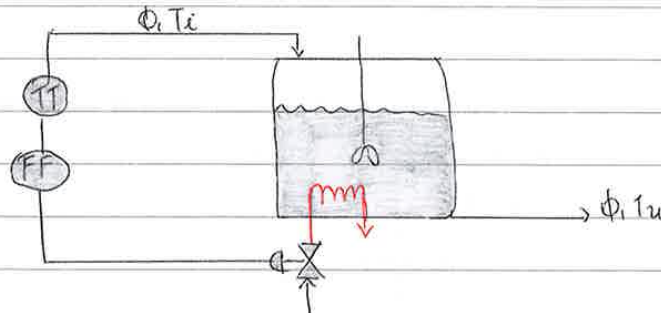
$K_c > 0$  o  $K_c < 0$   $[K_{cmin}, K_{cmax}]$ ,  $[T_{imin}, T_{imax}]$ ,  $[T_{Dmin}, T_{Dmax}]$

- 4) Scelgo una combinazione di  $K_c, T_i, T_D$ .
- 5) Verifico la stabilità del processo - calcolo le radici dell'equazione carat. Se i poli hanno  $Re < 0$  (OK!), altrimenti torno al punto 4 e scelgo una nuova combinazione di parametri.
- 6) Se il sistema è stabile traccio diagramma di Bode di  $G(s)$ , contenente al proprio interno anche i valori di  $K_c, T_i, T_D$ ; quindi uso già la logica di controllo che ho scelto al punto 1, senza ricorrere all'esplicito della logica proporzionale pura.
- 7) Verifico il margine di sicurezza  $\rightarrow$  calcolo  $\Delta\phi$  o  $M_G$ , a seconda del metodo che ho impostato (guadagno o fase).  
 Se la verifica dà esito positivo  $\Rightarrow \{K_c, T_i, T_D\}$  scelti sono corretti.  
 Se dà esito negativo  $\Rightarrow$  torno al punto 4 e scelgo una nuova combinazione.

## II) VARIAZIONE F-S SU VARIABILE IN DI TIPO DISTURBO

SOLUZIONE  $\equiv$  CONTROLLORE IN ANTEAZIONE

obiettivo:  $T_u = T_d$



Misura variazione su variabile di disturbo in ingresso, che possa causare una deviazione in uscita. Misuro la sorveglianza della deviazione, studio un modello per prevedere in modo che tale eventuale disturbo possa essere annullato  $\Rightarrow$  misura  $T_i$

FF - controllore in anteazione "forward". Utilizza il valore misurato  $T_i$  per sapere quanto vapore va inviato.

VANTAGGIO II il controllore è in grado di anticipare un'azione correttiva appena vede una variazione sulla variabile di ingresso, senza aspettare che si ripercuota su una variabile in uscita.

Controllore ideale = eliminazione completa dell'effetto della variazione di  $T_i$  su  $T_u$   $\rightarrow$  obiettivo irrealizzabile  $\rightarrow$  motivo principale: i modelli non sono esatti! ma approssimazioni di una realtà  $\rightarrow$  c'è sempre un errore  $\rightarrow$  il valore di portata calcolato non riesce a compensare esattamente la variazione su  $T_i$   $\Rightarrow$  ho una variazione residua su  $T_u$ .

SVANTAGGIO: ho appreso persistenza di una variazione su  $T_u$ .

Non misuro la variabile controllata, mi fido solo e soltanto delle predizioni.

L'entità della variazione residua dipende da quanto è accurato il modello.

(PROGETTAZIONE)

- Modello che descrive dinamica del processo non controllato

$$\hat{y} = G_p \hat{u} + G_d \hat{d}$$

### Problema di regolazione

•  $G_p$  con ritardo,  $G_d$  senza  $\Rightarrow$  non posso usare anteazione

•  $G_p$  e  $G_d$  con ritardo  $\rightarrow$

$$G_{PF} = \frac{(T_1 s + 1) K_2 e^{\frac{d_1 - d_2}{s}}}{(T_2 s + 1) K_1}$$

posso usare questa legge di controllo se  $d_1 - d_2 < 0 \Rightarrow d_1 < d_2!$

NON posso usare se

$$d_1 > d_2$$

Per i ragionamenti precedenti ho fatto però un' approssimazione importante, cioè tutto vale sotto la condizione che  $h=1$  e  $G_v=1$ , cioè misuratore ed attuatore abbiamo dinamiche ideali.

Allo stazionario posso ancora usare  $\hat{d}$ , nel transitorio devo per forza ricorrere a  $\hat{d}_m$ .

Attuatore: la sua uscita non dipende istantaneamente, ha una sua dinamica. Misuratore: impiega un certo tempo per trasmettere la misura.

Sotto l'ipotesi  $h=1$ ,  $G_v=1$  è giusto che  $\hat{u} = f(G_v, h)$ , ma non sempre è così.

$G_v \neq 1, h \neq 1 \rightarrow$  come cambia la legge di controllo?

$$\hat{y} = G_p \hat{u} + G_d \hat{d} \rightarrow \hat{y} = G_p (G_v \hat{c}) + G_d \hat{d}$$

con  $\hat{c}$  = azione correttiva che l'attuatore traduce in  $\hat{u}$

ipotesi:  $\hat{y} = \hat{y}_d \rightarrow \hat{c} = \frac{1}{G_p G_v} \hat{y}_d - \frac{G_d}{G_p G_v} \hat{d}$

$\hat{d}_m = h \hat{d} \rightarrow \hat{d} = \frac{1}{h} \hat{d}_m$

$$\rightarrow \hat{c} = \frac{1}{G_p G_v} \hat{y}_d - \frac{G_d}{G_p G_v} \frac{1}{h} \hat{d}_m$$

↑  
Misuratore distribuito!



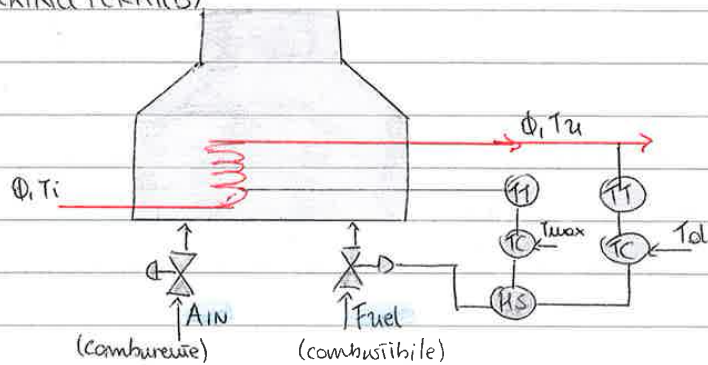
## CONTROLORE OVERRIDE

Più leggi di controllo in retroazione che vanno a modificare la stessa variabile in manipolabile. Non è un vero e proprio controllore, ma un selettore che riceve in ingresso gli output dei diversi controllori e sceglie quello più idoneo da applicare.

Normalmente questi sistemi sono divisi in 2 categorie:

- quelle che lavorano in condizioni NORMALI = devono soddisfare un obiettivo non legato alla sicurezza.
- operano in condizioni ANORMALI. Intervengono solo quando sorge un problema di sicurezza nell'impianto.

### EX II FORNACE (CRACKING TERMICO)



- Obiettivi:
- $T_u = T_d$  (o almeno  $T_u > T_{min}$ , garantisce che il cracking termico sia avvenuto)
  - $T_s < T_{u_{max}}$  (obiettivo sicurezza, per evitare del meccanismo della serpentina, rotture, incidenti ecc...)

↓  
Uso 2 anelli di controllo in retroazione separati!

Potrei trovarmi in una situazione in cui un misuratore vuole farmi chiudere la valvola ed un altro vuole farla aprire.

Devo necessariamente operare una scelta → SELETORE

Ogni volta che riceve istruzioni contrastanti, dà priorità alla sicurezza, finché il limite di sicurezza non viene rispettato. Quando il sistema è in sicurezza, il selettore dà via al controllore di qualità (o meglio, al controllore in condizioni normali).

# CONTROLLO DI RAPPORTO I

Oggetto di controllo non è una grandezza fisica, ma il rapporto tra 2 grandezze:

correzione rispetto a disturbo?

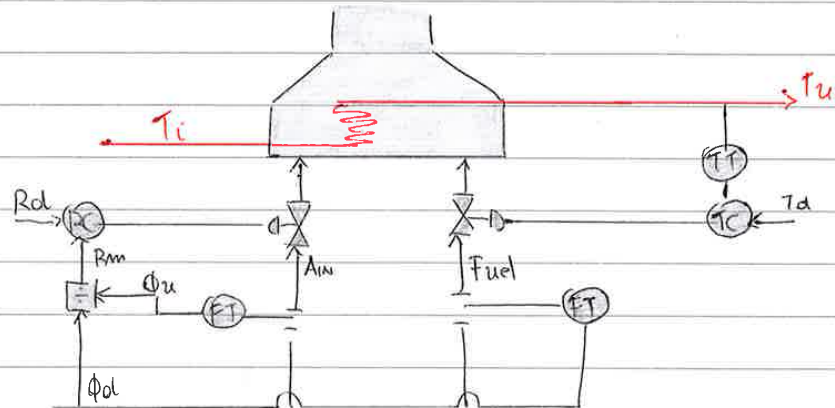
$$R = \frac{\Phi_u}{\Phi_d}$$

(spesso portato di 2 correnti)  
 $R = R_d$

$\Phi_d = \text{WILD STREAM}$  (su cui non abbiamo controlli)

$\Phi_u =$  portata manipolabile sull'input

- 1) Misurazione  $\Phi_d$
  - 2) Misurazione  $\Phi_u \rightarrow$  calcolo rapporto  $R$
  - 3) Modifica  $\Phi_u$  (azione correttiva) in base alla distanza di  $R$  da  $R_d$
- Sembra un controllo in anteazione, ma non ricorriamo ad un modello, bensì ad una misurazione (sembra una retroazione)  
 $\hookrightarrow$  è una strategia a  $\pi$ .



$R$  entra in gioco quando cambia la portata del combustibile (fuel) visto che quindi dovrà cambiare anche quella del comburente ( $A_{in}$ )  
 $\rightarrow$  cerco di portare  $R$  al valore ottimale desiderato ( $R_d$ ).  
 $(RC) =$  controllore di rapporto. Misura e manipola la stessa variabile (no retroazione) e non c'è un modello (no anteazione).

LIMITE: legato all'operazione di divisione. Introduce un termine non lineare nel sistema, legato al guadagno statico (non più costante, ma  $f(\Phi_d)$ ).  
 piccole variazioni su  $\Phi_d \Rightarrow$  grandi variazioni su  $K \parallel$  di pendenza  
 NON LINEARE

- Come calcolare  $M_G$ ?

traccio il diagramma di Bode della funzione di trasferimento  $G(s)$ ; identifico  $\omega_c$  ( $\omega_c: \phi = -180^\circ$ ) e determino il valore di  $AR_c$ .

$$M_G = \frac{1}{AR_c}$$

Devo quindi verificare che questo valore misurato corrisponda a quello scelto a priori (punto 2)

Se  $M_G^{(a)} \equiv M_G^{(d)}$  ho finito, altrimenti ripeto il calcolo finché non ho corrispondenza esatta.

- Come calcolo  $\Delta\phi$ ?

Disegno diagramma di Bode di  $G(s)$ . Alla frequenza critica per  $AR_c = 1$  determino  $\phi$ .

Se  $\Delta\phi$  misurato  $\equiv \Delta\phi$  scelto a priori  $\Rightarrow$  OK

altrimenti continuo iterativamente i calcoli finché non ho corrispondenza esatta.

N.B. Procedura da eseguire al calcolatore

N.B. Può essere che debba diminuire l'estensione degli intervalli di ricerca di  $\{\omega_c, \tau_r, \tau_D\}$  (punto ③) se i calcoli si rivelano troppo lunghi.

**B** METODI BASATI SU UN MODELLO APPROSSIMATO

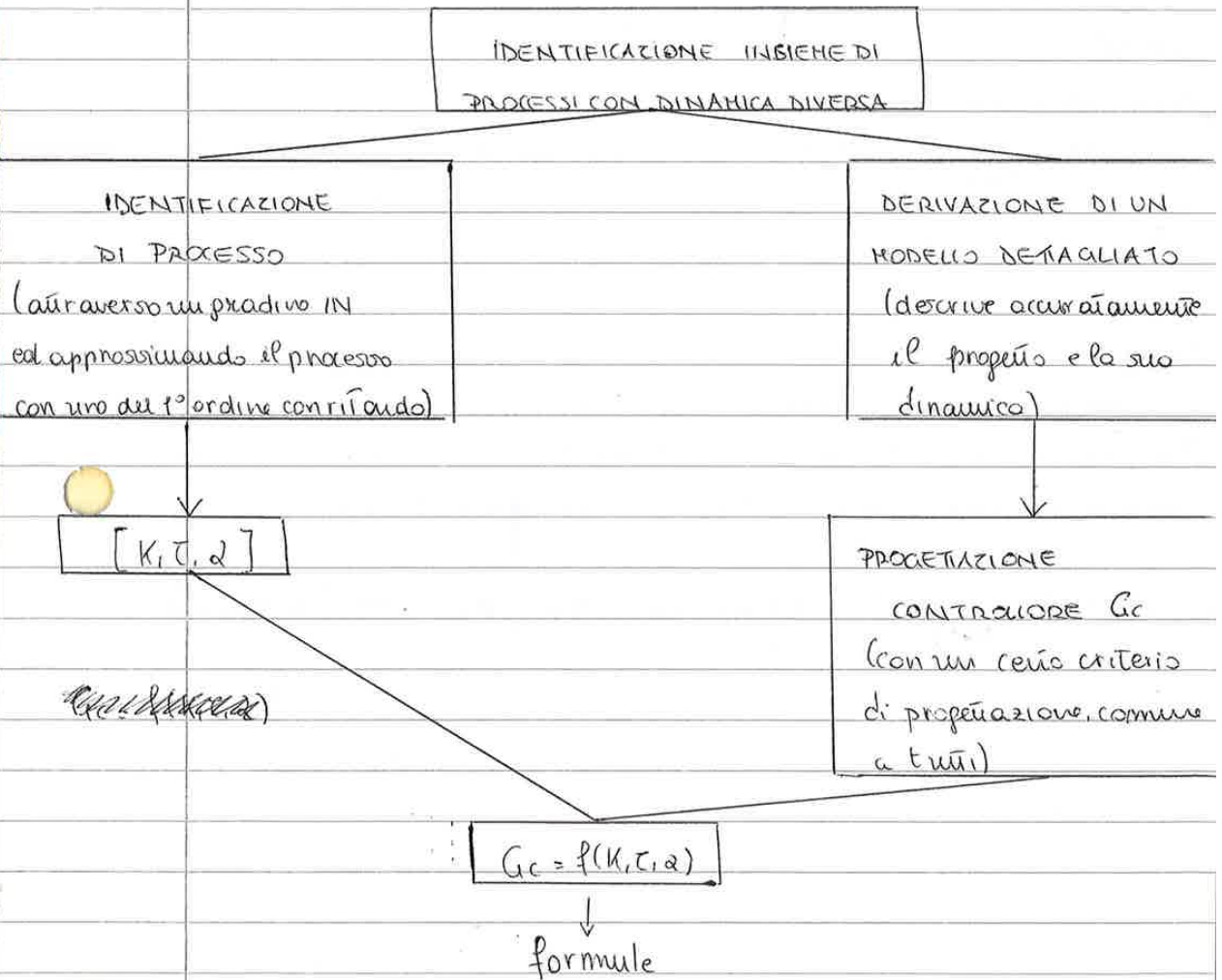
Si sviluppano in 2 fasi:

- 1) Identificazione di processo, che l'obiettivo di approssimare il processo con un modello del 1° ordine con ritardo

$$G_p = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\alpha s} \quad \left. \vphantom{G_p} \right\} \text{processo NON controllato}$$

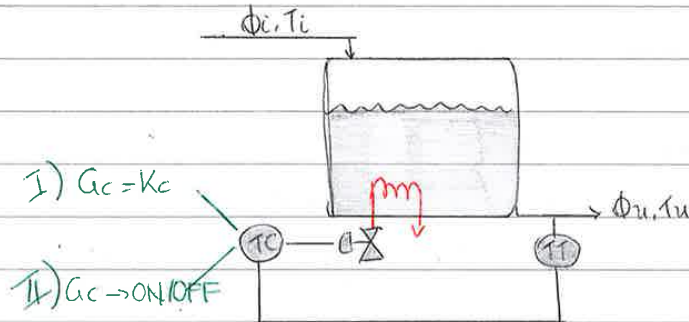
ed di determinare i valori di  $K, \tau, \alpha$  usando i metodi A, applicando un disturbo a gradino in ingresso. → inserito poi il processo non controllato in un anello di controllo in retroazione.

- 2) Progettazione del controllore = definizione di  $G_c$  attraverso delle formule:  $\{K_c, \tau_i, \tau_D\} = f(K, \tau, \alpha)$ , ottenute per il seguente procedimento.

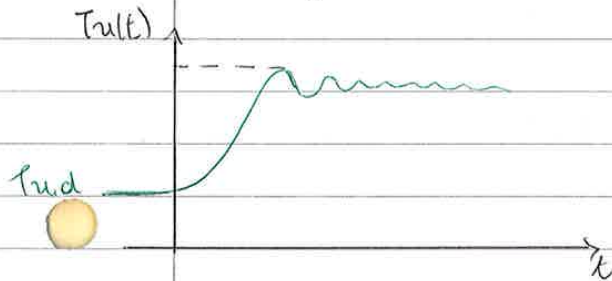


**C** METODI DI PROGETTAZIONE DEL CONTROLLORE CHE NON RICHIEDONO UN MODELLO

- 1) Determino per vie sperimentali il limite di stabilità ( $K_{cu}, P_u$ ) usando un (P) o un ON/OFF
- 2) Uso Z-N (TAB 4). Da qui in poi identico al metodo dei margini di stabilità

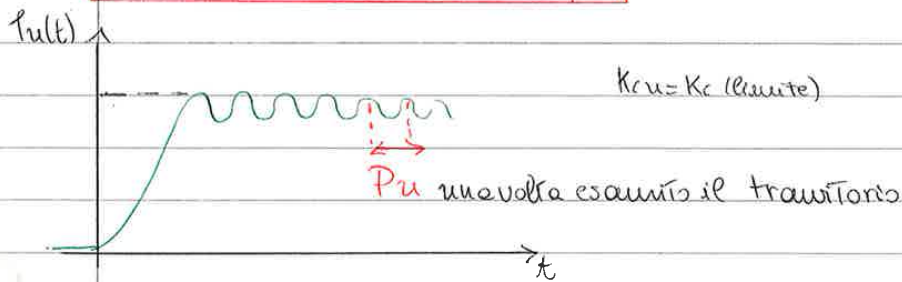


I) Scelgo un valore di  $K_c$  a caso (conoscendone però il segno, quindi se l'azione è diretta o inversa). Quando il sistema è allo stazionario cambio l'obiettivo  $\rightarrow$  il sistema di controllo tende a portare  $T_u$  dal vecchio al nuovo target.

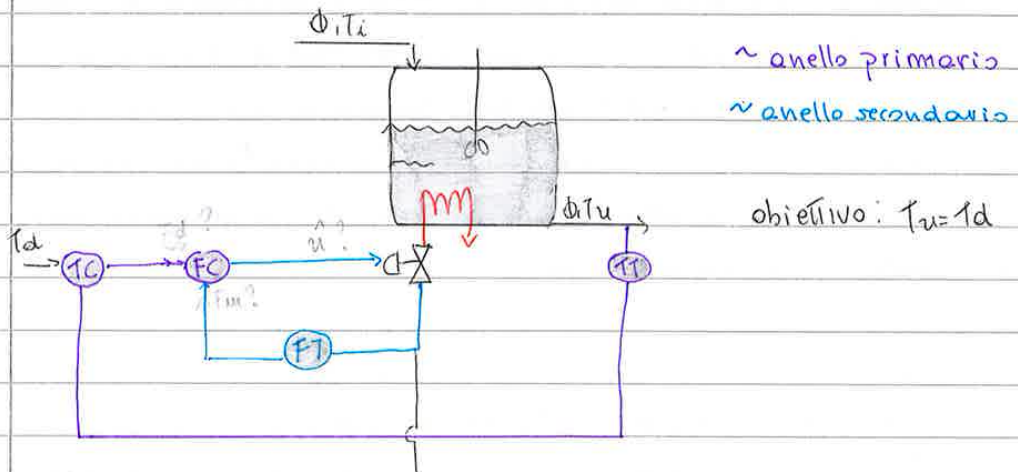


dipende dal processo, ma in generale c'è offset  
 $K_{c1} \rightarrow$  stabile (ho variazione finita su  $T_u$ )

Ripeto per diversi valori di  $K_c$ , finché non trovo quello per cui mi trovo al limite di stabilità (allo stazionario persistono oscillazioni con  $A$  che rimane costante nel tempo).



**CONTROLLO DI UN PROCESSO IN PRESENZA DI VARIAZIONI FREQUENTI E SIGNIFICATIVE SU UNA VARIABILE DI INGRESSO**



- 2 possibili casi -
- 1) Variazione IN su variabile manipolabile usata per risolvere il problema di controllo *asservimento*
  - 2) Variazione su variabile IN di tipo disturbo

La configurazione  $\hat{}$  funziona bene finché non ho variazioni F-S. Variazione su  $T_i \Rightarrow$  effetto su  $T_u \rightarrow$  il controllore effettua un'azione correttiva aprendo/chiudendo la valvola seconda dell'errore, con l'obiettivo di azzerarlo. Dopo un transitorio, il c. riporta  $T_u$  al valore desiderato  $T_d$ . Ci vuole un po' di tempo per farlo, e tale tempo dipende dalla dinamica del processo di controllo (il processo controllato ha sempre una dinamica un po' più lenta rispetto a quelle non controllate, perché aggrava una funzione e la logica di controllo)  $\rightarrow$  impiego di un certo tempo per l'annullamento dell'errore.

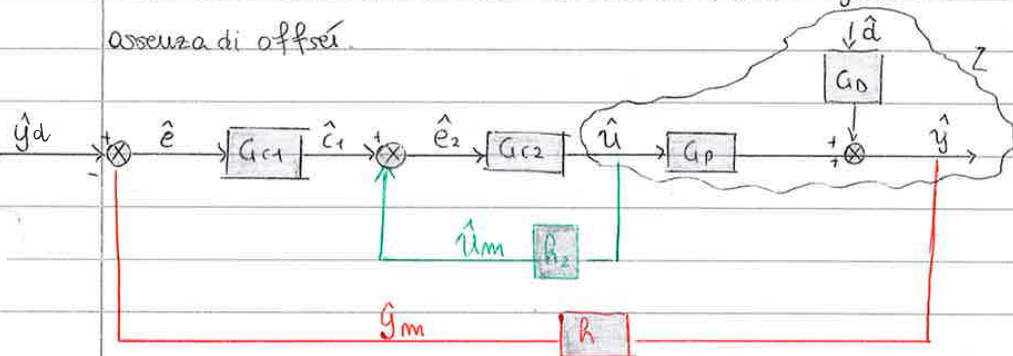
Il processo inizia a non funzionare quando la variazione è frequente (si ripete dopo brevi  $\Delta t$ ) e significativa (richiede che almeno l'azione correttiva sia significativa).

Variazione F-S (IN)  $\Rightarrow$  Variazione F-S (OUT) !!

Impediscono al sistema controllato di portare la variabile out al valore desiderato  $\rightarrow$  sistema di controllo inefficace!

### CONTROLLORE 2°

Utilizzo sempre un'alogica proporzionale pura, anche se porta ad offset perché permette di avere un sistema più rapido e pronto possibile. offset su portata di vapore  $\Rightarrow f \neq F_d \rightarrow$  comporta una deviazione su  $u$ , eliminata dal controllore (C), che ha azione integrale  $\rightarrow$  nessuna influenza dell'offset sull'obiettivo finale: il controllore 1° dà al 2° un obiettivo su  $F$  diverso da quello che gli darebbe dato in assenza di offset.



in anello 1° in anello 2°

$\hat{c}_1$  = variabile di scatto per  $F_d = F_d - F_{d,s}$

Z = processo non controllato

$\hat{e}$  = errore su  $F$ ;  $\hat{e}_2$  = errore su portata

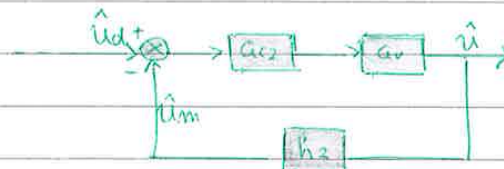
$\hat{u}_m$  = valore di portata che effettivamente sto fornendo al sistema

$G_{c2}$  = proporzionale pura perché deve essere caratterizzata da dinamica rapida

$G_{c1}$  = PI o PID, dipende dalle caratteristiche del processo di partenza.

### PROGETTAZIONE CONTROLLORE IN CASCATA

progetto controllore 2°  $\rightarrow$  progetto controllore complessivo usando uno qualsiasi dei metodi già visti.  $\rightarrow$  considero solo anello 2°

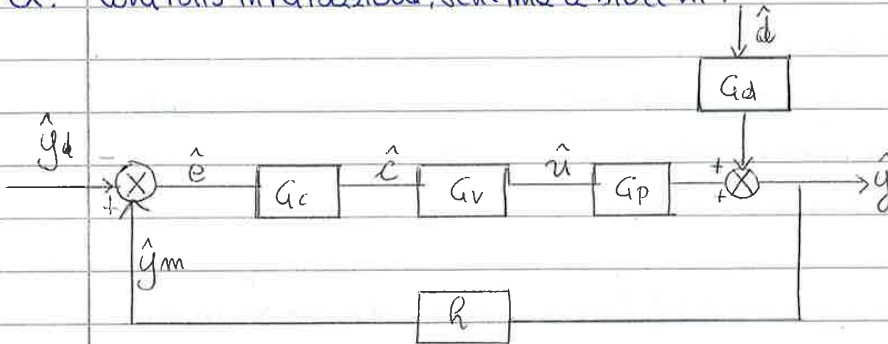


Calcolo  $K_{c2} \rightarrow \psi_2 \rightarrow$  mi occupo dell'anello 1°

$\hat{u}_d$  = valore desiderato. Informazioni fornite dal controllore 1°.

## FUNZIONI DI TRASFERIMENTO A CICLO CHIUSO

ex. Controllo in retroazione, schema a blocchi:



$$\begin{cases} \hat{y} = f_1(\hat{y}_d) + f_2(\hat{d}) = \psi_p \hat{y}_d + \psi_d \hat{d} \\ \hat{y}_m = h \cdot \hat{y} & ; \hat{c} = G_c \cdot \hat{e} \\ e = \hat{y}_d - \hat{y}_m & \hat{u} = G_v \cdot \hat{c} \end{cases}$$

$$\hat{y} = G_d \hat{d} + G_p \hat{u} = G_d \hat{d} + G_p G_v \hat{c} = G_d \hat{d} + G_p G_v G_c \hat{e} = G_d \hat{d} + G_p G_v G_c (\hat{y}_d - \hat{y}_m) = G_d \hat{d} + G_p G_v G_c \hat{y}_d - G_p G_v G_c \hat{y}_m = G_d \hat{d} + G_p G_v G_c \hat{y}_d - G_p G_v G_c h \hat{y}$$

$$\Rightarrow \hat{y} (1 + G_p G_v G_c h) = G_d \hat{d} + G_p G_v G_c \hat{y}_d$$

$$\Rightarrow \hat{y} = \frac{G_d}{(1 + G_p G_v G_c h)} \hat{d} + \frac{G_p G_v G_c}{(1 + G_p G_v G_c h)} \hat{y}_d$$

FUNZIONE DI TRASFERIMENTO  
A CICLO APERTO

FUNZIONE DI  
TRASFERIMENTO  
A CICLO CHIUSO

### CONTROLLORE PROPORZIONALE (ALL'ERRORE)

$$c(t) = p(t) \cdot p_s = K_c e(t)$$

uscita  
controllore

↳ guadagno proporzionale del controllore

Trasformando nel dominio di Laplace:  $\mathcal{L}(c(t)) \rightarrow \hat{c} = K_c \hat{e} \Rightarrow G_c = K_c!$

ALTERNATIVA:

$$\text{espresso attraverso PB: } \frac{100 \times \Delta c_{\max}}{K_c \times \Delta e_{\max}} \approx \frac{1}{K_c} \quad || \quad \text{BANDA PROPORZION.}$$

con  $\Delta c_{\max}$  = massima variazione di  $\hat{c}$  = massima escursione (azione correttiva) che l'attuatore è in grado di applicare.



## 2) CONTROLLORE CON LEGGE PROPORZIONALE INTEGRALE

$$c(t) = K_c e(t) + \frac{K_c}{T_I} \int_0^t e(t) dt$$

errore proporzionale + integrale dell'errore  
(2 contributi)

STATO  
PRESENTE  
DEL SISTEMA

STORIA PASSATA  
DEL SISTEMA

$$\mathcal{L}(c(t)) = \hat{C}(s) = K_c \hat{e} + \frac{K_c}{s} \hat{e} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \hat{e}(s) \quad \text{con } G_c = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$

**VANTAGGI** → NO OFFSET

→ IL CONTROLLORE CONTINUA A MODIFICARE LA PROPRIA AZIONE FINO AD  
ANNULLAMENTO DELL'ERRORE

**SVANTAGGI** → RESET (o INTEGRAL) WINDUP ~ **SATURAZIONE**

C grande a causa  
del termine integrale (non posso correggere)  
→ aumento errore  
diminuisce →  $\hat{e}$  diminuisce  
→ posso di nuovo correggere

L'implemento dell'azione correttiva ha un limite fisico, arriva ad un errore che non posso più correggere. In ogni caso, dopo un po' di tempo il sistema tenderà comunque verso il valore desiderato (l'errore tende a diminuire, fino a raggiungere un valore di equilibrio) e potrò diminuire l'entità della mia azione correttiva.

Problema derivante dal termine integrale: anche se l'errore è diventato piccolo, il suo integrale (che raccoglie la sua storia passata) non lo è! Devo mediare il valore piccolo presente con quelli grandi passati.

Ci vuole del tempo perché io possa tornare a modificare il valore dell'azione correttiva ( $T_I < T_{I,max}$ ), tempo che può essere molto lungo → il controllore si blocca e non posso propriamente correggere (SATURAZIONE).

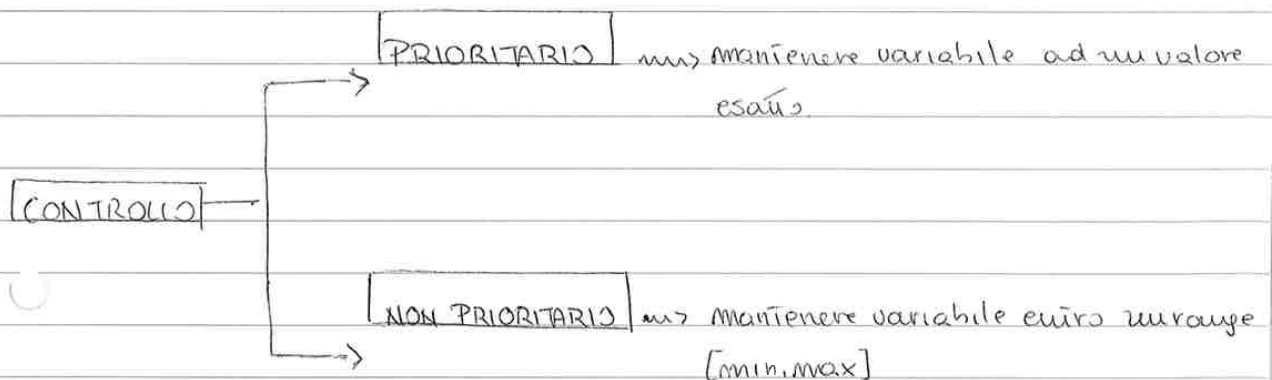
- **(P)**
  - OFFSET (inv. prop. a  $K_c$ )
  - Non modifica la natura dinamica del processo
  - Reattivo
  - Parametri di progettazione: 1 ( $K_c$ )

- **(PI)**
  - NO OFFSET
  - Dinamica: + 1 polo // + 1 zero (effetto inerzia > effetto reattività). Lento
  - Problema di saturazione
  - Parametri di progettazione: 2 ( $K_c, \tau_I$ )

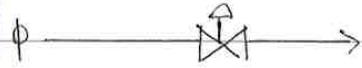
- **(PD)**
  - OFFSET
  - Dinamica: + 1 zero (Molto reattivo)
  - Problema: "derivative Kick" - modificarsi istantanea dell'attuatore (al massimo valore applicabile, soprattutto in asserimento)
  - Parametri di progettazione: 2 ( $K_c, \tau_D$ )

- **(PID)**
  - NO OFFSET
  - Dinamica: + 1 polo // + 2 zeri
  - Più reattivo di (PI), meno reattivo di (PD) e (P).
  - Problemi: eventualmente saturazione e derivative Kick residui + rumore di misura (rumore su  $\hat{y}_m$ ).
  - Parametri di progettazione: 3 ( $K_c, \tau_I, \tau_D$ ).

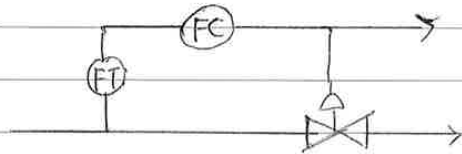
REATIVITÀ → (PD) > (P) > (PID) > (PI)



## PROBLEMA DI REGOLAZIONE

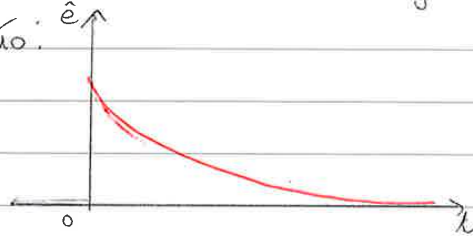


- Modificare la portata agendo su grado apertura valvola
- Se non c'è pressione in linea, la valvola resta chiusa
- Stabilire se il controllo debba essere ad azione diretta o inversa nei casi di valvola air-to-close / air-to-open



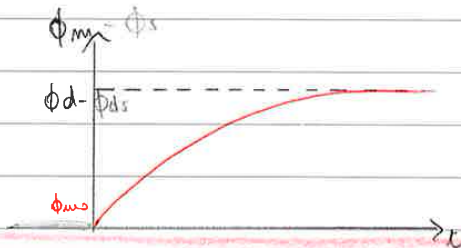
$$[\hat{c} = K_c f(\hat{e})] ? K_c > 0, K_c < 0 ?$$

errore  $\hat{e} = \hat{y}_d - \hat{y}_m$  (valore desiderato - valore misurato), voglio che diminuisca. Deve quindi avere questo andamento:

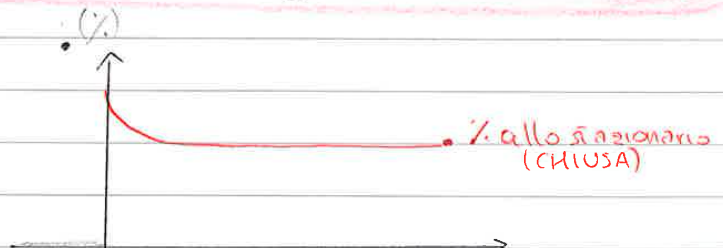


N.B. In presenza di offset  $\hat{e}$  non tende a 0, ma ad uno stazionario  $\neq 0!$

Per fare ciò la portata misurata deve avere un valore sempre più grande, ma non deve superare  $\phi_d$ , per evitare che l'errore cominci nuovamente a crescere in modulo, con segno negativo. L'andamento di  $\phi_m$  sarà quindi:



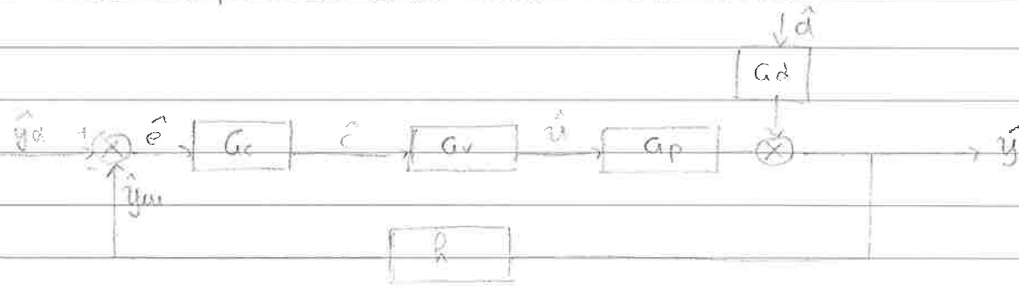
Per fare in modo che  $\phi_m$  non superi  $\phi_d$ , segue questo procedimento: apro valvola,  $\phi_m$  aumenta, e diminuisce. Progressivamente diminuisco il grado di apertura della valvola che ha questo andamento:



Condizioni stazionarie: valvola chiusa, errore nullo,  $\phi_m \equiv \phi_d$  !

## REGOLAZIONE E ASSERVIMENTO

Dato un processo controllato in retroazione:



descritto dal modello:  $\hat{y} = \psi_p \hat{y}_d + \psi_d \hat{d}$

con  $\psi_p = \frac{G_c G_v G_p}{1 + G_c G_v G_p h}$  e  $\psi_d = \frac{G_d}{1 + G_c G_v G_p h}$  funzioni di trasferimento a ciclo chiuso.

1) Problema di asserimento: legato ad una variazione dell'obiettivo ( $\hat{y}_d$ !)  
 non introduce disturbi su  $\hat{y}$ .  $\implies$  pongo  $\hat{d} = 0$ ,  $\hat{y}_d = f(s)$

2) Problema di regolazione: legato ad un disturbo esterno che incide su  $\hat{y}$  (risposta).  
 obiettivo non cambia  $\implies$  pongo  $\hat{y}_d = 0$ ,  $\hat{d} = f(s)$

N.B. I due problemi vanno affrontati separatamente, e in generale porteranno a risposte diverse (x andamento di  $\hat{y}$ ), ma attenzione a non confondersi.

OFFSET =  $y_d - y_{ss}$  sempre!

$y_d$  è sempre l'obiettivo (dipende da  $f(s)$  nel caso di asserimento, è nullo nel caso di regolazione).

Da combinazioni di sistemi e leggi di controllo diversi ottengo risposte diverse.

$\psi$  = funzione di trasferimento a ciclo chiuso =  $\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{1 + G_{ol}}$

funzione di  
trasferimento a  
ciclo aperto

$1 + G_{ol}$  = equazione  
caratteristica

la stabilità è influenzata solo dalle funzioni che cadono sull'anello di controllo

## 7.2 || ROOT LOCUS

equazione caratteristica  $\rightarrow$  Routh  $\rightarrow$  risolvo per  $\neq$  valori di  $K_c$ , e vedo che succede (stabilità, instabilità ecc...)

## 7.3 || METODO A3 - POSIZIONAMENTO POLI

Scelgo a priori la logica di controllo, guardando quale tra P, PD, PI e PID rende la funzione (contenente  $G$  incognita)  $V_D$  dello stesso grado della funzione target  $V_T$ !  $V_D$  e  $V_T$  devono avere denominatori con lo stesso grado!

N.B. Se ho  $\tau_i$  e  $\tau_o$  che dipendono da altre variabili, stabilire le condizioni / verificare che  $\tau_i, \tau_o$  siano  $> 0$ !

•  $K$  (guadagno del processo) si ricava ponendo  $G(s=0)$ . (analisi allo stato stazionario)

• Se ho un disturbo in  $\hat{u}(s) = A \sin(\omega t) \rightarrow \omega \equiv [\text{rad/s}]!$

Se però  $\tau$  è dato in  $[\text{min}] \rightarrow$  devo convertire  $\omega$  in  $[\text{rad/min}]!$

• Conversione unità di misura pressione:

## DATI VARI STRUMENTAZIONE

1) Termometro ad dilatazione diff. di solidi (-50, 500°C)

facile lettura, poco costoso

poco preciso, poco accurato, rangeability limitata (-50, 500°C) per alcune applicazioni.

2) TERMOCOPPIA (Fe-Cu: -200/+800°C Pt-PtRh: 600/+1750°C)

poco costosa, non grande, robusta (resistenza sollecitazioni meccaniche), risposta rapida, ampio intervallo di misura (Fe-C: -200/+800 Pt-PtRh: 600/+1750)

non molto accurato, deriva da misura ad altre T, non sempre adatta alle condizioni dell'ambiente.

3) TERMORESISTORE // semiconduttori ( $\rho = f(T)$  non lineare)

molto preciso e molto accurato

poco robusto, rangeability piccola (a corpi della termoresistenza)

4) TERMORESISTENZA (RTD) // conduttori ( $\rho = f(T)$  lineare)

molto preciso, accurato, stabile, sensibile, +o- costoso

ingombrante, poco robusta, <sup>+</sup>o- costosa, rangeability inferiore rispetto alla termocoppia (Ni: -70/+150 Cu: -200/+150 Pt: -200/+700)

5) A RIPIENIMENTO (BOURDON) (TERMOMETRO) (-40/+400°C) Retta Calibrazione

poco costoso, robusto, no sorgente energetica, ampia rangeability (-40/+400°C)

ingombrante, non posso disaccoppiare (quindi inserire in impianto), alta risoluzione, poco preciso, poco accurato.

6) TUBO AD U (0,1-1500 <sup>bar?</sup> mmHg)

robusto, poco costoso

bassa risoluzione

7) TUBO DI BOURDON (MANOMETRO) (0-1500 <sup>bar</sup> mmHg)  $\left\{ \begin{array}{l} 0-10 \\ 600-1500 \end{array} \right.$

robusto, poco costoso, discreta precisione e accuratezza

quello ad arco ha alta rangeability (600-1500 [bar]) ma è meno sensibile

basse precisione e accuratezza, rischio deformazione irr. (spirale resiste fino a ~10 [bar])

### 16) FLUSSOMETRO A VORTICE

basso costo investimento, ok per tutti i fluidi, molto accurato, risposta lineare,  $\Delta P$  piccolo  
Rebasso  $\Rightarrow$  poco accurato, No fluidi viscosi, No tubi con D piccolo ( $< 1''$ ), attenzione a non  
ridurre troppo S (procedimento necessario per avere  $\bar{v}$ : creare vortici), ostacolo =  $\Delta P$  aggiuntiva  
L quando regime è di scorrimento

### 17) FLUSSOMETRO A ULTRASUONI

anche grandi tubazioni (D), basse  $\Delta P$ , basso  $\epsilon$ , non dipende da proprietà fisiche fluido  
direttamente profilo di velocità, non è nec. restringere S.  
molto costoso, segnale va corretto tenendo conto del profilo di velocità

### 18) FLUSSOMETRO DI CORIOLIS

perdita local 22aia causata da deviazione ( $\ll$  venturimetro)  
più costoso (di un venturimetro)  
calcolo  $v$ , ma da  $\omega$  ricavato  $p \Rightarrow G!$

## STRUMENTAZIONE

- **ELEMENTO SENSIBILE** → elemento che effettivamente esegue la misura. la misura è sempre indiretta (ex non misura l'ima su'altra proprietà, ad essa correlabile).
- **TRASDUTTORE** → traduce la misura in un segnale elettrico, lo trasmette ad una centralina di comando → gestione.
- **AMPLIFICATORE** → amplifica il segnale. Necessario ad esempio quando la linea di trasmissione è lunga e c'è rischio di dispersione.

Proprietà significative per la scelta di un sensore:

1) **ACCURATEZZA** misura quantitativa della distanza tra valore medio della misura ed il suo valore esatto. È espressa in termini relativi, essendo riferita al fondo scala → valore più alto registrabile dallo strumento.

Diversi sensori possono avere diverso fondo scala  
→ attenzione! Piccola accuratezza relativa può dare accuratezza assoluta molto grande.  
~ Bontà della mia misura.

2) **PRECISIONE** misura quantitativa del grado di dispersione della nostra misura. Eseguo più misure → distribuzione di valori → più è ampia la distribuzione meno è preciso lo strumento.

ex. pmuili tutti vicini tra loro ma lontani dal centro → strumento preciso ma non accurato.

3) **SENSIBILITÀ**  $\Delta y / \Delta x$ , con  $x$  = grandezza obiettivo,  $y$  = grandezza effettivamente misurata.

Temperatura:

ex. Diff. percentuale  
Temperatura

Ci dice quanto deve variare la variabile che sto misurando per sentire una variazione sulla grandezza d'interesse. Strumento molto sensibile = grande variazione su  $\Delta x$  ⇒ tanto più accurato



## TERMOMETRO A DILATAZIONE DIFFERENZIALE DI SOLIDI

2 lamine A e B, fatte di 2 materiali metallici che abbiano coefficienti di dilatazione termica diverso  $\Rightarrow$  soggette alla stessa differenza di T, presentano diversa variazione di volume.

Le lastre sono isodimensionali, saldate insieme lungo il perimetro, a T ambiente. Espongo il pacchetto a  $T \neq T_{amb}$   $\rightarrow$  i 2 strati subiscono una dilatazione con diversa intensità  $\rightarrow$  deformazione dell'elemento di misura (tende a curvarsi verso l'alto o verso il basso, a seconda che T sia  $>$  o  $<$  di  $T_{amb}$ , e l'intensità della curvatura è direttamente correlabile alla distanza dalla  $T_{amb}$ ).

Conoscendo  $\alpha$  e  $\Delta V$  possiamo risalire a T.

Misura deformazione  $\rightarrow$  misura T.

VANTAGGIO: molto economico

-50/500 [°C]

SVANTAGGIO: - campo di misura un po' ristretto per alcune applicazioni.

- misure poco riproducibili  $\rightarrow$  dati molto dispersi  $\rightarrow$  sistema poco preciso

- poco accurato

## TERMOCOPPIA

Fe-C: -200/1800 [°C]

Pt-PtRh: 600/1750 [°C]

2 fili conduttori (A e B) uniti ad un'estremità (punto 1, detto **giunto caldo**) in cui sono fisicamente saldati, mentre all'altra estremità (punto 2 o **giunto freddo**) sono uniti tramite un circuito elettrico.

Impongo una  $\Delta T$  tra 1 e 2  $\rightarrow$  nel sistema si crea una differenza di potenziale tra i 2 punti (EFFETTO SEEBECK), che viene sfruttato per misurare T.

① è esposto all'ambiente di misura, mentre ② ad un ambiente di cui conosco la temperatura.

$$T_1 = T_2 \Rightarrow \Delta P_{OT} = 0$$

$T_1 \neq T_2 \Rightarrow \Delta T_{12} \Rightarrow \Delta P_{OT} \neq 0 \rightarrow$  Misurando  $\Delta P_{OT}$  posso risalire a  $\Delta T$ , e, dal momento che conosco a priori  $T_2$ , a  $T_1$ . Per conoscere  $T_2$ : o mi pongo nella condizione in cui  $T_2$  sia sempre ad un valore noto, oppure lo misuro con un altro sensore (normalmente una termoresistenza). Ma allora perché non usare direttamente quell'altro sensore? Perché la termoresistenza non è sempre applicabile (piccolo rangeability)  $\rightarrow$  il range di  $T_2$  sarà contenuto, ma quello di  $T_1$  no. Inoltre è un sensore delicato, mentre la termocoppia è

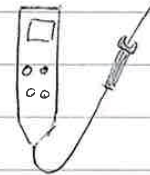
## TERMORESISTORE

resistenza semiconduttore

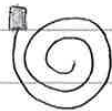
Diverso dalla Termoresistenza per il tipo di materiale usato che non è più un metallo (dipendenza lineare di  $R$  da  $T$ ) ma un ossido metallico ( $R$  non dipende linearmente dalla  $T \rightarrow$  aumenta di molto la sensibilità dello strumento).

- Poco robusto

- Rangeability ancora più piccola



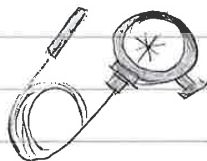
## TERMOMETRO A RIEMPIMENTO (TUBO DI BOURDON)



estremità chiusa con un cilindretto più grande (chiuso) pieno di gas. Applico una  $\Delta T \rightarrow$  il cilindretto, che è esposto all'ambiente di misura, tende a dilatarsi/contrarsi  $\rightarrow$  dilatazione/contrazione del gas all'interno della spirale  $\rightarrow$  la deformazione della spirale è direttamente correlabile al  $\Delta T$ . Richiede una retta di calibrazione (la fa il costruttore) considerando un ambiente di cui si conosce la temperatura (usando ad esempio TR) esponendola a diverse temperature e misurando quindi diverse deformazioni.

**VANTAGGIO** non ha bisogno di corrente elettrica; poco costoso

**SVANTAGGI** fornisce una misura di  $T$  abbastanza precisa; ha una risoluzione molto grande (non posso percepire e misurare basse  $T$ ); poco preciso, poco accurato, poco sensibile (non proprio uno svantaggio, se il sensore fosse molto sensibile rischierei che la spirale subisca deformazioni irreversibili). Non posso disaccoppiare sensore ed indicatore, quindi non posso inserire questo sensore in un circuito.



## MISURATORI DI PRESSIONE I

Possono basarsi su  $P$  differenziale (o relativa); livello di liquido (bacinette idrostatiche); tubo ad U; deformazione di un elemento elastico (Bourdon, membrana, capsula, soffietto).

### TUBO AD U

un'estremità è esposta all'ambiente di misura, l'altra al riferimento (dà sempre  $P$  differenziale - o relativa - mai quella assoluta).

$\Delta P \rightarrow$  dislivello di liquido tra le 2 estremità

$P$  maggiore  $\rightarrow$  livello di liquido più basso (la spirita verso il basso viene riequilibrata solo in parte).

Misura  $\Delta h \rightarrow$  so che  $\Delta P = \rho g \Delta h$

Conosco  $P$  ambiente di riferimento (per lo più  $P_{amb}$ )  $\Rightarrow$  calcolo  $P$ .

ex. misura sottovuoto  $\rightarrow P_{ref} < P_{amb}$

### TUBO BOURDON I

Simile al termometro di Bourdon, ma il tubo è aperto. No cilindrico, l'estremità è aperta ed a contatto con l'ambiente di misura.

$\Delta P$  nell'ambiente di misura  $\rightarrow$  trasmissione nel tubo  $\rightarrow$  dilatazione o contrazione del gas nel tubo  $\rightarrow$  dilatazione o contrazione della spirale

Misura deformazione spirale  $\rightarrow$  risalpo a  $\Delta P$ .

~ Buona precisione ed accuratezza, ma non ottime

~ Fino a  $\sim 10$  [bar]

~ Non sempre applicabile  $\rightarrow$  se il  $\Delta P$  è grande c'è il rischio che la spirale subisca una deformazione irreversibile



uso una configurazione diversa del tubo (ARCO)

- sistema meno sensibile (devo imporre grandi  $\Delta P$  per osservare grandi  $\Delta \epsilon$ ) ↓

- posso avere grandi  $\Delta P$  senza subire  $\Delta \epsilon$  troppo grandi!

↳ fino a  $\sim 600-1500$  [bar]!

## MISURATORI DI PORTATA

Divisibili essenzialmente in 2 categorie:

- sensori che funzionano a  $P$  differenziale o a restrizione  $\implies$  introduzione nella linea di trasferimento di una perdita di carico generalizzata  $\implies$  Bernoulli o bilancio energia meccanica  $\implies$  integrale e risalgo a  $Q$ .
- Tutti quelli che hanno un principio di funzionamento diverso dal precedente

I)

### VENTURIMETRO

Fornisce portata volumetrica.

Misura  $\Delta P \implies (v^2 \leftrightarrow \text{Bernoulli}) \implies \bar{v}$  (media, visto che la misura di  $P$  è integrale).

$$\bar{v} \cdot S = \dot{V} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \quad \text{trasferiti attraverso la linea di trasferimento}$$

$\downarrow$   
sezione minima

$\dot{Q} = \rho \cdot \dot{V} \implies$  devo conoscere il tipo di fluido e la sua temperatura (dal momento che  $\rho = \rho(T)$ ).

LIMITI  $\implies$  se ho un aumento delle perdite di carico nelle linee di trasferimento spendo più energia per il trasporto di fluidi.  
Fluidi molto viscosi amplificano l'effetto delle perdite.

$$\dot{V} = \alpha S \sqrt{\Delta h}$$

$\sqrt{\Delta h}$  perché ricavo  $v^2$   
 $\alpha =$  caratteristico del misuratore.

↓  
versione più semplice

### MISURATORE A DIAFRAMMA

Introduco una perdita localizzata che si traduce in una caduta di  $P$ .  
La provo inserendo un diaframma (setto con foro)  $\implies$  brusca riduzione della sezione di passaggio del fluido  $\implies$  cambia la velocità  $\implies$  caduta di  $P$ .

VANTAGGI

• Molto semplice dal punto di vista costruttivo

SVANTAGGI

• Se la caduta di  $P$  è più importante si introducono perdite di carico più grandi in linea di trasferimento, però lo strumento è un po' più sensibile.

## ROTAMETRO

Non sfrutta un  $\Delta P$

Elemento troncoconico a sezione crescente verso l'alto (il fluido si muove verso l'alto). Dentro l'elemento c'è un corpo sospeso (galleggiante) che può avere forma diversa a seconda del costruttore e del tipo di misura che ci serve. Correzione tra posizione del galleggiante all'interno del rotametro ed un valore di portata, perché la posizione dipende dalla velocità del fluido

↓  
risultato di 3 forze:

- Forza Peso  $\downarrow$  porta il galleggiante verso il basso. Dipende da  $\rho$  e  $V$  del materiale.
- Spinta di Archimede  $\uparrow$  porta il galleggiante verso il basso, dato dal Vol galleggiante stesso e da  $\rho$  del fluido che attraversa il rotametro.
- Forza di Trascinamento (o vibrante)  $\uparrow$  funzione della velocità.

↓

la posizione del corpo sospeso è data dal bilanciamento di queste 3 forze. **il galleggiante sale, ma a un certo punto si ferma.**

Ex. Sfera:  $F_{DRA} = \sigma \pi \mu V_{00}$  con  $V_{00} \sim \sqrt{r}$

Quando  $F_{PESO} = F_{ARCH} + F_{DRA} \rightarrow$  il galleggiante si ferma

Quando si muove in moto:  $(F_A + F_D) > F_P \rightarrow$  perché dovrebbe fermarsi ad un certo punto? Perché la velocità dentro al rotametro non è costante,

visto che non usiamo un tubo ma un ~~cono~~ troncocono (la velocità diminuisce progressivamente mentre ci si sposta verso l'alto, perché aumenta la sezione di passaggio e diminuisce il contributo di  $F_D$ ).

Sezione maggiore  $\rightarrow$  galleggiante più in alto: fluido deve raggiungere valore tale che  $F_P = F_A + F_D$ . Se avessimo un tubo il galleggiante verrebbe portato via dalla corrente.  $\rightarrow$  il sistema deve essere tarato.

LIMITE

$\rho = f(T)$ , non è costante, perciò la scala graduata fornita dal costruttore dipende da  $T$ . Se lavoro in condizioni di  $T$  diversa da quella di calibrazione  $\rightarrow$  valore ~~non~~ misurato non è attendibile, soprattutto per i gas, perciò la dipendenza di  $\rho$  da  $T$  è più accentuata rispetto ai fluidi incomprimibili.  $\rightarrow$  occorre introdurre una correzione.

Historicus  $V$  media.  $\Rightarrow \overline{V \cdot S} = \overline{V} \cdot S \rightarrow \text{sempre } p(T) \rightarrow C_i$

Regolarmente inverte la polarità del campo magnetico per eliminare il contributo dato dal rumore elettromagnetico, dovuto a perturbazioni causate da campi elettrici esterni e dagli elettroliti - le cariche non sono ferme ma si scambiano di posizione.

VANTAGGIO misura molto accurata e precisa

SVANTAGGIO molto costoso; Non applicabile a liquidi non elettroliti.

### FLUSSOMETRO A VORTICE | BARRA GENERATRICE

Un corpo non smussato (ostacolo della barra generatrice) causa instabilità nel campo di moto.

Regime di Stokes = filetti di fluido aggirano l'ostacolo, si riuniscono dopo di esso e non succedono niente.

Moto laminare/turbolento  $\rightarrow$  generazione di vortici, in maniera alternata, a destra e a sinistra della barra.

Potremmo tentare misurare il numero di vortici che passa per unità di tempo, perché essi creano zone ad alta  $P$  che posso individuare.

Questo non basta però per ricavare la velocità del fluido, perché non so quale volume di liquido separi un vortice dal successivo.



### TEORIA DI VON KARMAN

il volume compreso tra 2 vortici successivi in un sistema di questo tipo è costante, indipendente dal fluido e dalla sua velocità (dalla condizione fluidodinamica del fluido).

$$V = v \cdot S \rightarrow p, 1 \Rightarrow C_i$$

Posso ancora usare questo metodo in regime di scorrimento, ma devo ridurre la sezione di passaggio, così forzatamente aumentando la velocità, che correliamo ad una sezione di passaggio ristretta.

$\rightarrow V$  è sempre la stessa. Devo fare attenzione a non ridurre troppo la sezione perché questa diminuzione comporta una perdita di carico aggiuntiva rispetto all'inserimento della barra generatrice.

## CORIOUS

Nella curva è inserito un eccitatore (imprime una pressione al tubo, facendolo oscillare). Il tubo inizia ad oscillare come fosse un'altalena (ovviamente il tubo è pieno di liquido).

Otengo un valore di portata perché la velocità con cui il tubo oscilla dipende dalla massa del tubo più quella del fluido. Conoscendo la massa del fluido, <sup>ω</sup> ottengo la massa di liquido nel tubo



frequenza di oscillazione

«deformazione prima e dopo la curva è uguale all'intensità in termini di tempo se il fluido è fermo.

Se il fluido è in movimento, deve variare direzione, perché incontra la parete del tubo subisce forze inerziali → imprime una forza sulla parete → provoca una deformazione.

Deformazione dell'oscillazione + deformazione del fluido ↔ forza torsionale sul tubo → all'entrata ho deformazione diversa rispetto all'uscita.

Deformazioni derivano dalle forze inerziali, quindi sono direttamente proporzionali alla velocità del fluido (perché lo è la forza d'inerzia).

Possiamo ricavare la velocità (essendo tutte le forze inerziali).

$$\vec{V} = S \cdot \vec{v} \implies \dot{Q} = \dot{V} \rho \text{ ricavando } \rho \text{ da } \omega$$

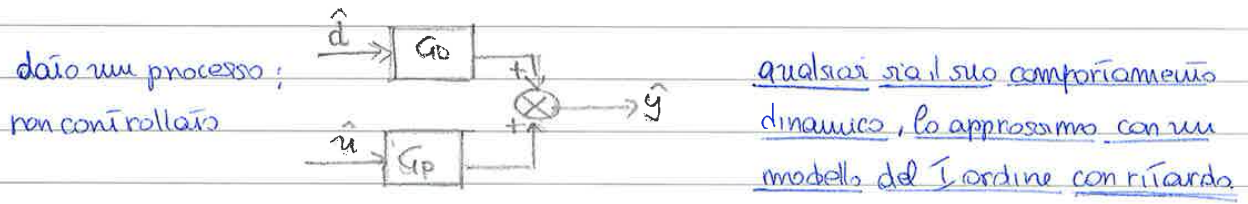
SVANTAGGI Perdita localizzata (non c'è nel flussometro elettromagnetico ma perdita causata dal sensore) causata da deviazione, ma molto meno importante rispetto al venturimetro (che però costa anche meno).

Nota sui misuratori di composizione: molto difficile che venga misurata in linea, di solito viene misurata off-line.

- Funzione forante = descrive l'evoluzione delle variabili in ingresso
- Modelli con coordinata RADIALE = necessario fare ipotesi su tale coordinata!
- $L \gg D$  (modello a parametri distribuiti) = NON posso approssimare a perfetta miscelazione
- Coordinata radiale = in Teoria la variabile che ci interessa varia con  $t$ ,  $z$  e  $r$ !
- Thm. valore finale è valido solo per funzioni  $f(s)$  che abbiano poli con  $Re < 0$ , o con al massimo un unico polo con  $Re = 0$ !
- la risposta ad un disturbo sinusoidale in ingresso è anch'essa sinusoidale, e  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sin(\omega t)$ ! Per cui non posso usare thm. valore finale in questo caso.
- Root Locus =  $1 + G_OI = 1 + N_OI/D_OI$ , in generale dipendono da  $K_c$   
calcolo zeri e poli, ma senza  $K_c$ .
- Controllore |relay| = controllore ON/OFF! Metodi C. 

$K_{cn} = \frac{4h}{\pi A}$	$\omega_n = \frac{2\pi}{P_u}$
-----------------------------	-------------------------------

• Procedura di COHEN-COON.



$$G_D = \frac{K_D}{\tau_D s + 1} e^{-\alpha_D s} \quad G_P = \frac{K_P}{\tau_P s + 1} e^{-\alpha_P s}$$

La ricaviamo per via empirica, attraverso il grafico della risposta del processo ad un disturbo a gradino.  $\int \hat{u} = 0 \Rightarrow$  dalla curva ricaviamo  $\alpha_D$  e  $(\alpha_D + \tau_D)$ !

$$\Rightarrow G_{FF} = -\frac{G_D}{G_P} = -\frac{K_D}{K_P} \frac{\tau_P s + 1}{\tau_D s + 1} e^{-(\alpha_D - \alpha_P)s}$$

- SMITH-CORRIPIO: formule per calcolo parametri  $K_c, \tau_I, \tau_D$ . Garantiscono che decay ratio  $\rightarrow \alpha_2/\alpha_1 < 1/4$ ! Possono essere utilizzate solo quando  $0.1 < \frac{\tau_D}{\tau_P} < 1$   
Al di fuori di questo intervallo non è garantita sicurezza.



• MAGNITUDE RATIO (BODE) =  $AR/K$   
 • Bode  $\rightarrow$  faccio  $\log(AR)$  per  $\omega \rightarrow 0, +\infty$  ecc..., e NON faccio  $\log(\phi)$ , per cui infatti non ho scale doppie logaritmica!  
 $\downarrow$   
 ?  
 si traccia per  $G_{oi}$  (funzione di trasferimento ad anello aperto), infatti  $AR = |G(s=j\omega)|$  !

• METODI  $A_1/A_2 \rightarrow$  MARGINI STABILITÀ + Z-N  
 ANALISI IN FREQUENZA + Z-N  
 Scelgo a priori la logica di controllo, ma la ignoro, eseguendo i calcoli con  $G_c = K_c$ .

METODI  $A_2/A_3 \rightarrow$  SINTESI DIRETTA + POSIZIONAMENTO POLI  
 la logica di controllo è un risultato dei calcoli.

• Valutare risposta di un sistema :  
 ad un disturbo IN, esauriti i transienti  
 se il hm. valore finale non si può utilizzare o non è attendibile devo anti trasformare, passando per espansione in frazioni semplici, e poi calcolare il limite per  $t \rightarrow +\infty$

• METODI MARGINI DI STABILITÀ  $\rightarrow$   $W_u$  deve essere  $> 0$ !  
 Metodi decrittici  $K_c, T_i, T_D \rightarrow T_i > 0$  e  $T_D > 0$ , verificare sempre!  
 VERIFICARE SEMPRE STABILITÀ!

BODE SISTEMA II ORDINE  $\rightarrow$  RISONANZA: le curve di risposta variano con  $\zeta$ . Se curve in AR possono presentare un massimo (fenomeno di risonanza) e si manifesta per  $\zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$  e per una certa  $\omega = \frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{\tau}$   
 Condizioni Risonanza  $\zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$  e  $\frac{AR}{K} > 1$

## SISTEMI DEL II ORDINE

$$a^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b u \quad \xrightarrow{/a_0} \quad \tau^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\zeta \tau \frac{dy}{dt} + y = K u$$

COEFFICIENTE DI SMORZAMENTO

da informazioni sul comportamento del sistema nel transitorio.

SERIE INTERAGENTE

$$G = \frac{K_1 K_2}{(\tau_1 \tau_2) s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + K_2 \tau_1) s + 1}$$

$$\tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$$

$$K = K_1 K_2$$

$$2\zeta \tau = \tau_1 + \tau_2 + K_2 \tau_1$$

$$\zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2 + K_2 \tau_1}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$

SERIE NON INTERAGENTE

$$G = \frac{K_1 K_2}{(\tau_1 \tau_2) s^2 + (\tau_1 + \tau_2) s + 1}$$

$$\tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$$

$$K = K_1 K_2$$

$$2\zeta \tau = \tau_1 + \tau_2$$

$$\zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$

Caso generale, disturbo a gradino unitario in ingresso:  $\hat{y} = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1} \cdot \frac{1}{s}$

espansione:  $\frac{K/\tau^2}{s(s-r_1)(s-r_2)} = \frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{s-r_1} + \frac{C_3}{s-r_2}$  con  $r_{1,2} = -\frac{\zeta}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$

$$\mathcal{L}^{-1}(y(s)) = y(t) = C_1 + C_2 e^{r_1 t} + C_3 e^{r_2 t}$$

1)  $\zeta < 0$  (INSTABILITÀ)

$$r_1, r_2 > 0 \rightarrow y_{oo} \rightarrow +\infty$$

$\zeta < -1$  esponenziale a  $+\infty$

$-1 < \zeta < 0$  oscillazioni sempre più grandi (non smorzate)

2)  $\zeta = 1$  (SISTEMA CRITICAMENTE SMORZATO)

$$r_1 = r_2 = -1/\tau$$

$$y(t) = \exp \cdot t$$

$$y_{oo} = C_1 = \text{costante!}$$

precisamente:  $y(t) = K \left[ 1 - \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) e^{-t/\tau} \right]$