



Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2363A

ANNO: 2020

A P P U N T I

STUDENTE: Scuderi Paolo

MATERIA: Costruzione Aeronautiche - Prof. Cestino, Icardi

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Costruzioni Aeronautiche

Introduzione

- 1) Illustrare la funzione dei principali elementi strutturali costituenti la struttura alare (longheroni, centine, rivestimento, corno)

Longheroni, centine, rivestimento e corno fanno parte delle STRUTTURE PRIMARIE, ovvero quelle parti che sostengono i carichi più rilevanti (carichi assiali, mom. flettenti, taglio, torsione, pressione). Una loro rottura costituisce un evento catastrofico.

RIVESTIMENTO (skin)

Pannelli che ricoprono lo scheletro della struttura. Trasferiscono i carichi aerodinamici

CENTINE / ORPIMATE (ribs)

- 1) Funzioni di FORMA: conservano il profilo aerodinamico dell'ala
- 2) Funzioni STRUTTURALI: trasferiscono i carichi provenienti dal rivestimento ai longheroni; possono essere di varia forma ma permettendo l'inserimento di ribattenti, pannelli; permettono l'introduzione di carichi concentrati (centine di forza o traliccio); evitano il fenomeno del crushing loads (carico di centine) o di buckling dei pannelli tra due centine (insufficienza di centine); carichi concentrati

LONGHERONI (spars)

In generale sono diversi per il tipo di curvatura. Sono formati da ANIMA (taglio T + momento torcente M_t) e SOLETTE (sforso normale N + momento flettente M_f); carichi concentrati

CORNI (stringers)

Sono irrigidimenti longitudinali. Possono essere rivettati, incollati, incassati.

3) Illustrare i limiti di un approccio alle sicurezza strutturale di tipo deterministico ed elencare quelli che sono i fattori che maggiormente influenzano il fattore di sicurezza e la probabilità di rottura strutturale.

La progettazione di un componente strutturale richiede necessariamente una fase di verifica nel corso della quale si fa accento che le azioni esterne (a cui è soggetto durante la sua vita) non ne causino il cedimento: ovvero una situazione di rottura oppure tutte quelle dove non c'è un corretto funzionamento del componente.

Esistono diversi tipi di approcci alla verifica di resistenza / rottura / fatica:

APPROCCIO SPERIMENTALE

Si sviluppa sottoponendo il pezzo ad una prova di carico e osservandone il comportamento. Aumentando progressivamente i carichi è possibile determinare il carico limite per la struttura considerata ed eseguire i necessari calcoli di sicurezza.

APPROCCIO TEORICO

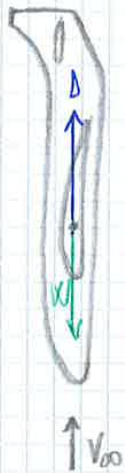
Utilizzando tecniche o approcci numerici (es: FEM) si osserva il comportamento del pezzo valutandone le condizioni ai diversi carichi.

Il fattore di sicurezza per la verifica di resistenza (in nessun punto del sistema devono essere raggiunti stati di sollecitazione prossimi a quelli limite del materiale) è introdotto per tenere conto:

- delle approssimazioni sulle sollecitazioni → analogie i carichi applicati lo stato delle tensioni
- delle incertezze sul materiale
- delle incertezze sui carichi agenti

L'approccio è stato sempre deterministico. Negli ultimi anni si stanno adottando tecniche statistiche per tenere in considerazione il valore di fattori (es: resistenza materiali)

5) Si consideri un velivolo in moto verticale a regime e si ricavi la velocità indicata limite



$$D = \frac{1}{2} \rho_0 V_{i,min}^2 S C_{D,min}$$

$$D = W \Rightarrow \frac{1}{2} \rho_0 V_{i,min}^2 S C_{D,min} = W$$

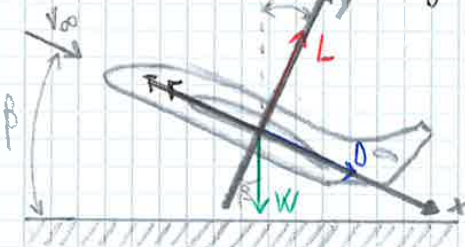
$$V_{i,min}^2 = \frac{2 W / S}{\rho_0 C_{D,min}}$$

$$V_{i,min} = \sqrt{\frac{2 W / S}{\rho_0 C_{D,min}}}$$

$\frac{W}{S}$ = carico alare

6) Ricordare la formula del fattore di carico per moto stazionario su rampa

$n = \frac{L}{W}$ è un indice delle variazioni di accelerazione a cui sono soggette le varie masse del velivolo
(se $n=1 \Rightarrow a=g \rightarrow$ agisce solo \vec{g})



assi del velivolo (x, y)

$$\begin{cases} x) D - T + W \sin \beta = 0 \\ y) L - W \cos \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow L = W \cos \beta$$

$$n = \frac{L}{W} = \frac{W \cos \beta}{W} = \cos \beta$$

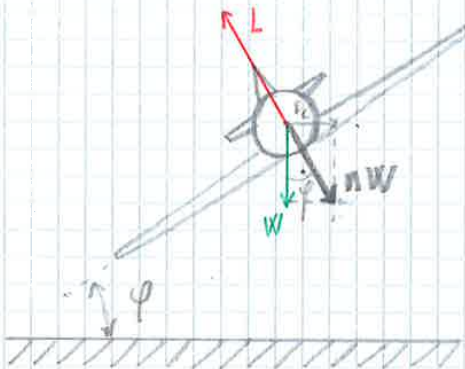
$$\Rightarrow n = \cos \beta < 1$$

Se la traiettoria è discendente il fattore di carico non cambia espressione, sarà sempre uguale al coseno dell'angolo di rampa

β = angolo di rampa

8) Ricordare le formule del fattore di carico nel caso di virata e virata e virata

$n = \frac{L}{W}$ è un indice della variazione di accelerazione a cui sono soggette le varie masse del velivolo



$$n = \frac{L}{W} \Rightarrow L = nW$$

$$W = nW \cos \varphi = L \cos \varphi$$

$$n = \frac{L}{W} = \frac{1}{\cos \varphi} > 1 \Rightarrow n = \frac{1}{\cos \varphi}$$

φ = angolo di sbalzo

- $\varphi = 0^\circ \Rightarrow$ virata piatto
- $\varphi = 90^\circ \Rightarrow$ virata a coltello \downarrow n avante

Inoltre $(nW)^2 = F_c^2 + W^2 \rightarrow$ teorema di Pitagora!

$$n^2 = 1 + \left(\frac{F_c}{W}\right)^2 \Rightarrow n = \sqrt{1 + \left(\frac{F_c}{W}\right)^2}$$

$$F_c = m a_c$$

$$\begin{cases} m = \frac{W}{g} \\ a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \end{cases} \Rightarrow F_c = \frac{W}{g} \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{1 + \frac{v^4}{g^2 r^2}}$$

11) Si determini il fattore di carico complessivo dovuto ad una brusca manovra longitudinale.

• Inizialmente: volo orizzontale rettilineo ($n=1$)

$$L = W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L\alpha} \alpha$$

• Improvvisamente il pilota decide di mettere in banca l'equilibratore per effettuare una brusca manovra longitudinale.

Ad una variazione di portanza n associa una variazione di accelerazione dell'intero velivolo

$$\begin{cases} a_z = \Delta n_1 g \\ \Delta n_1 = \frac{\Delta L}{W} \end{cases} \Rightarrow a_z = \frac{\Delta L}{W} g \Rightarrow \Delta n_1 = \frac{a_z}{g}$$

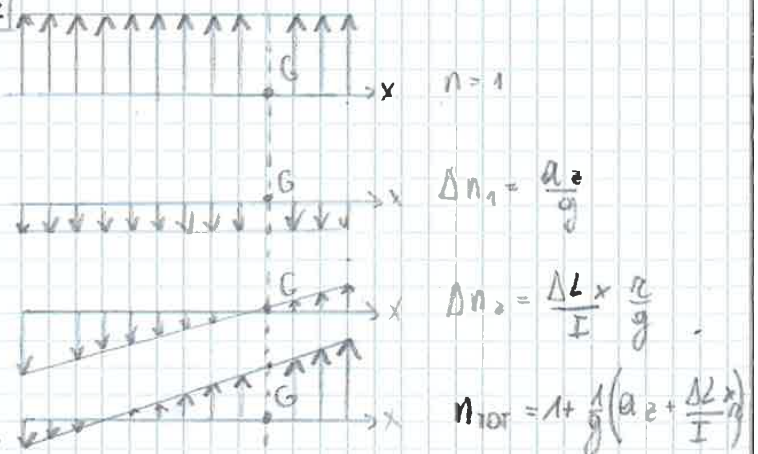
• La variazione di portanza (in coda) genera anche una variazione dell'accelerazione angolare di beccheggio che comporta una variazione lineare del fattore di carico Δn_2 con la distanza dal baricentro

$$\begin{cases} a_z = \Delta n_2 g \\ a_z = \alpha r \\ M = \alpha I \\ M = \Delta L x \end{cases} \Rightarrow \Delta n_2 g = \alpha r \Rightarrow \Delta n_2 = \alpha \frac{r}{g} = \frac{M r}{I g} \Rightarrow \Delta n_2 = \frac{\Delta L x}{I} \frac{r}{g}$$

↳ distanza coda - baricentro (M rispetto a G)

• Quindi $n_{TOT} = 1 + \Delta n_1 + \Delta n_2$

graficamente si nota come in presenza di accelerazioni angolari il fattore di carico n_{TOT} sia variabile sulla struttura



13) Determinare il fattore di carico nel caso di raffica a gradino istantanea.

Si ipotizza la velocità della raffica (ascendente) molto minore della velocità con cui il velivolo investe l'aria $\Rightarrow U \ll V_0$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}(\Delta\alpha) \approx \Delta\alpha = \frac{U}{V_0}$$

Prima dell'impatto con la raffica

$$L_1 = W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L,\alpha} \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L,\alpha}}$$

L'impatto con la raffica provoca una variazione di portanza (positiva se la raffica è ascendente, negativa se discendente)

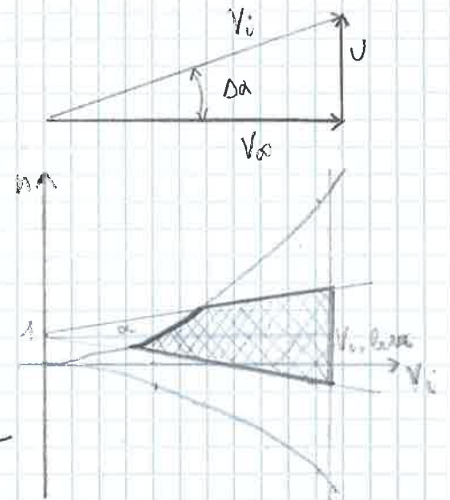
$$\Delta L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L,\alpha} \Delta\alpha$$

$$\Rightarrow L_2 = L_1 + \Delta L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L,\alpha} (\alpha + \Delta\alpha)$$

$$n = \frac{L_2}{W} = 1 \pm \frac{\Delta\alpha}{\alpha}$$

$$\text{Quindi } n = 1 \pm \frac{\frac{U}{V_0}}{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L,\alpha}}} \Rightarrow$$

$$n = 1 \pm \frac{\rho V_0 U C_{L,\alpha}}{2 \frac{W}{S}}$$

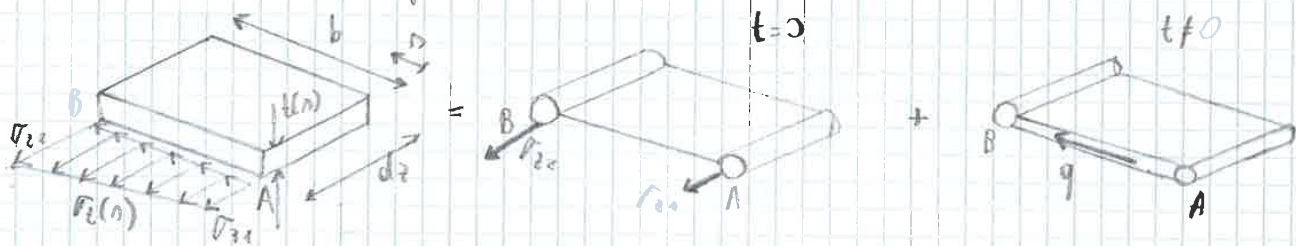


14) Quali sono le considerazioni che portano all'introduzione del fattore di attenuazione da raffica?

Nella realtà il caso di raffica istantanea è astratto in quanto non si ha né un profilo costante di velocità della raffica, né un salto immediato (a causa della natura caotica delle turbolenze atmosferiche). Non si verifica quindi un cambiamento istantaneo delle forze attorno al profilo, ma il salto avverrà con un certo ritardo. Si introduce così il fattore riduttivo della raffica $K_g = \frac{\Delta n_{max}}{\Delta n_{quadrato}}$. Stabiliti i valori delle velocità di raffica si restringe il campo di ricerca assoluto a quello regolamentare. Per un aereo civile il diagramma di manovra è contenuto in quello di raffica.

16) 17) Ricordare le ipotesi della trave a semiguscio ideale e determinare le formule per il calcolo di forze collateranti nel caso di stress uniaxiale di trazione/pura flessione / uniaxiale di compressione

- Hp:
- paralleli e coarenti hanno caratteristiche geometriche cost.
 - gli imbroccamenti longitudinali sono sede solo di sforzi normali.
 - gli imbroccamenti trasversali sono sottoposti a sforzi di taglio.



$$\begin{aligned}
 F_z &= \int_0^b [\sigma_{21} + (\sigma_{22} - \sigma_{21}) \frac{z}{t}] t \, ds \\
 &= \int_0^b \sigma_{21} t \, ds + \int_0^b \sigma_{22} \frac{z}{t} t \, ds - \int_0^b \sigma_{21} \frac{z}{t} t \, ds = \\
 &= \sigma_{21} t \left[s \right]_0^b + \sigma_{22} \frac{t}{t} \left[\frac{z^2}{2} \right]_0^b - \sigma_{21} \frac{t}{t} \left[\frac{z^2}{2} \right]_0^b = \\
 &= \sigma_{21} t b + \sigma_{22} \frac{t}{t} \frac{b^2}{2} - \sigma_{21} \frac{t}{t} \frac{b^2}{2} = \\
 &= \sigma_{21} \frac{tb}{2} + \sigma_{22} \frac{tb}{2} = \\
 &= \frac{tb}{2} (\sigma_{21} + \sigma_{22})
 \end{aligned}$$

$$F_z = \sigma_{21} A_1 + \sigma_{22} A_2$$

$$\Rightarrow \frac{tb}{2} (\sigma_{21} + \sigma_{22}) = \sigma_{21} A_1 + \sigma_{22} A_2$$

$$A_1 = A_2 = \frac{tb}{2}$$

STRESS UNIASSIALE
(compressione / trazione)

$$\begin{aligned}
 M_A &= \int_0^b [\sigma_{21} + (\sigma_{22} - \sigma_{21}) \frac{z}{t}] t s \, ds = \\
 &= \int_0^b \sigma_{21} t s \, ds + \int_0^b \sigma_{22} \frac{z}{t} t s \, ds - \int_0^b \sigma_{21} \frac{z}{t} t s \, ds = \\
 &= \sigma_{21} t \left[\frac{s^2}{2} \right]_0^b + \sigma_{22} \frac{t}{t} \left[\frac{z^3}{3} \right]_0^b - \sigma_{21} \frac{t}{t} \left[\frac{z^3}{3} \right]_0^b = \\
 &= \sigma_{21} t \frac{b^2}{2} + \sigma_{22} \frac{t}{t} \frac{b^3}{3} - \sigma_{21} \frac{t}{t} \frac{b^3}{3} = \\
 &= \frac{tb^2}{6} \sigma_{21} + \frac{tb^2}{3} \sigma_{22} = \\
 &= \frac{tb^2}{6} (\sigma_{21} + 2\sigma_{22})
 \end{aligned}$$

$$M_A = \sigma_{22} A_2 b$$

$$\Rightarrow \frac{tb^2}{6} (\sigma_{21} + 2\sigma_{22}) = \sigma_{22} A_2 b$$

$$\frac{tb}{6} \sigma_{22} (\frac{\sigma_{21}}{\sigma_{22}} + 2) = \sigma_{22} A_2$$

$$A_2 = A_1 = \frac{tb}{6}$$

PURA FLESSIONE

20) Qual è il motivo per cui le strutture aeronautiche vengono rastremate? Illustrare le modalità tipiche di rastremazione delle strutture aeronautiche.

Le strutture aeronautiche presentano le sollecitazioni massime in corrispondenza del piano di simmetria dell'ala. Quindi se l'ala avesse sezione trasversale costante lungo tutta la sua apertura perirebbe più del necessario. Si ricorre quindi alla rastremazione ottenendo un risparmio di peso.

Le modalità tipiche sono:

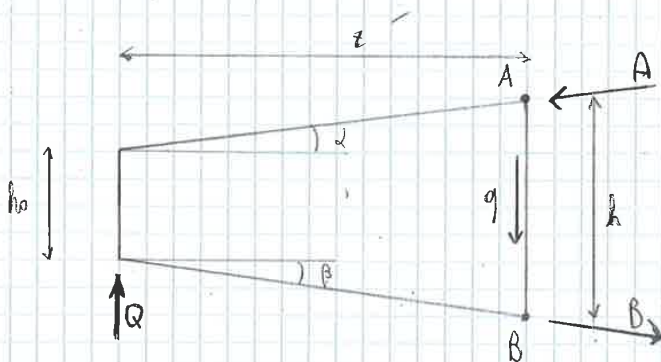
VARIAZIONE NELLA DIMENSIONE DELLE AREE RESISTENTI

Può avvenire tramite una "rastremazione a tratti" dei componenti (ovvero progettandoli con sezione costante per ogni campata, rendendo minima quest'ultima nella sezione esterna secondo la relazione $\sigma_{max} \leq (R/SF)$ oppure tramite una "rastremazione continua" $A = A(z)$ che permetterebbe di usare ancora meglio il materiale.

VARIAZIONE DEL NUMERO DI AREE RESISTENTI

Viene ridotto per ogni campata il numero di innalzamenti longitudinali (componenti) presenti. Sarà necessario inserire una centina di fresa.

VARIAZIONE DELLE DIMENSIONI DELL'INTERA SEZ. TRASVER.



$$(\uparrow A) \quad Q_z - B \cos \beta \quad h = 0$$

$$(\uparrow B) \quad Q_z - A \cos \alpha \quad h = 0$$

$$\downarrow) \quad Q - q h - B \sin \beta - A \sin \alpha = 0$$

21) Quali sono le principali problematiche relative alla presenza di aperture nelle strutture a guscio rinforzato?

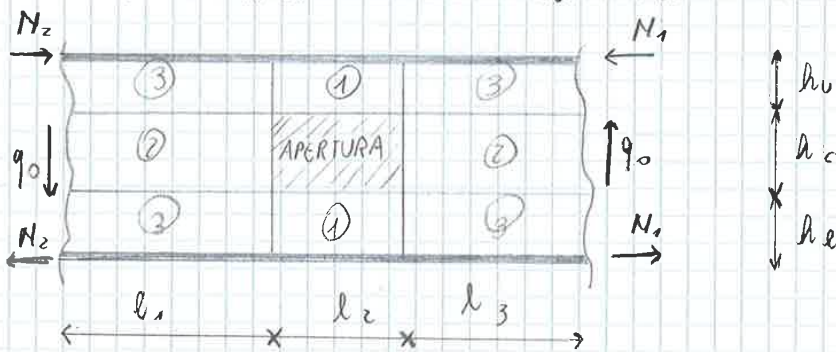
Le aperture interrompono i percorsi di carico provocando una locale perdita di rigidità e di resistenza della struttura.

Quindi i carichi andranno ridistribuiti e occorrerà rinforzare la struttura per mantenerne l'integrità.

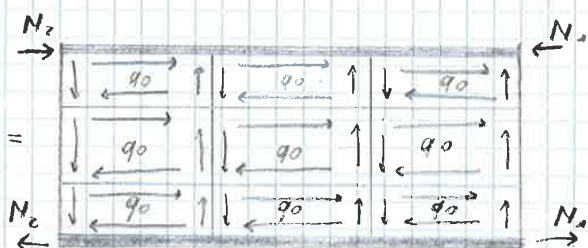
Le aperture possono essere di grandi (portelloni), medie (finestrini) e piccole (linee idrauliche) dimensioni.

22) Illustrare, con l'ausilio di un semplice esempio, una procedura per il calcolo dello stato tensionale nelle vicinanze di un'apertura di medie dimensioni effettuata nell'anima di un longherone.

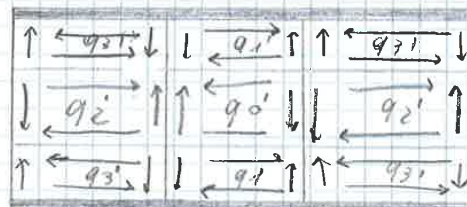
Nel caso di aperture di medie dimensioni soltanto la struttura nelle immediate vicinanze dell'apertura è interessata alla redistribuzione dei carichi.



= (assumo che i pannelli sopra e sotto l'apertura siano sede di flussi uguali)



FLUSSI q_0 - PANNELLO SENZA APERTURA



FLUSSI OPPOSTI IN APERTURA e (3)

$$\begin{cases} q_1 = q_1' + q_0 \\ q_2 = q_2' + q_0 \\ q_3 = q_3' - q_0 \end{cases}$$

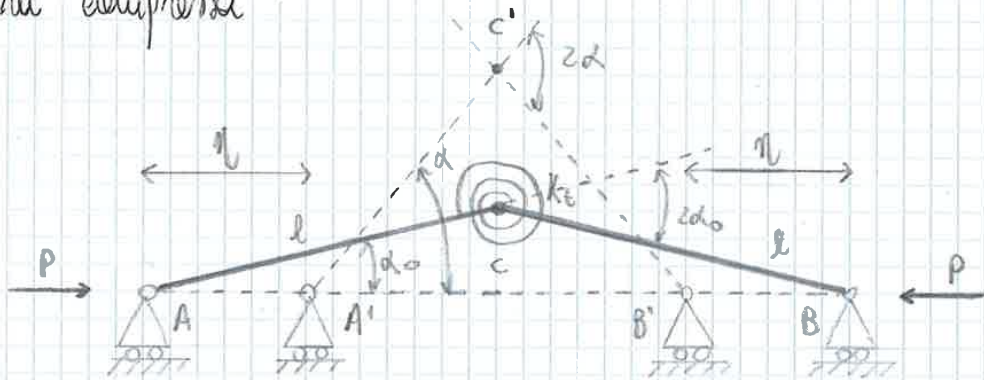
Per il flusso nell'apertura $q_0 - q_0' = 0$

(FIGURA 2)

Analisi della stabilità elastica

23) Utilizzando il modello ad un grado di libertà con md, la flemonale e trascurando le imperfezioni iniziali si determini il carico di biforcazione e si studi la stabilità del sistema.

Può essere usato per simulare il comportamento di un'asta o piastra compressa



METODO EMERGETICO

Utilizzando il PLV: "se un sistema è in equilibrio e si perturba la sua configurazione assegnando delle variazioni virtuali, allora la variazione virtuale dell'energia di deformazione elastica deve eguagliare la variazione del lavoro fatto dai carichi esterni".

$$\delta\phi = \delta L^{(e)} \quad (\text{derivate rispetto } \delta\alpha)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi &= \frac{1}{2} k_t (z\alpha - z\alpha_0)^2 & \Rightarrow \delta\phi &= z k_t (z\alpha - z\alpha_0) \delta\alpha \\ L^{(e)} &= z P \eta & \Rightarrow \delta L^{(e)} &= z P \delta\eta \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \delta\phi = \delta L^{(e)}$$

cerco una relazione tra $\eta = \eta(\alpha)$

$$\eta = l \cos \alpha_0 - l \cos \alpha \Rightarrow \delta\eta = l \sin \alpha \delta\alpha \Rightarrow \delta L^{(e)} = z P l \sin \alpha \delta\alpha$$

$$\Rightarrow \delta\phi = \delta L^{(e)}$$

$$z k_t (z\alpha - z\alpha_0) \delta\alpha = z P l \sin \alpha \delta\alpha$$

$$z (\alpha - \alpha_0) k_t - P l \sin \alpha = 0$$

$$(\alpha - \alpha_0) - \frac{P l}{z k_t} \sin \alpha = 0$$

Quindi posto

• $d\alpha_q = 0$

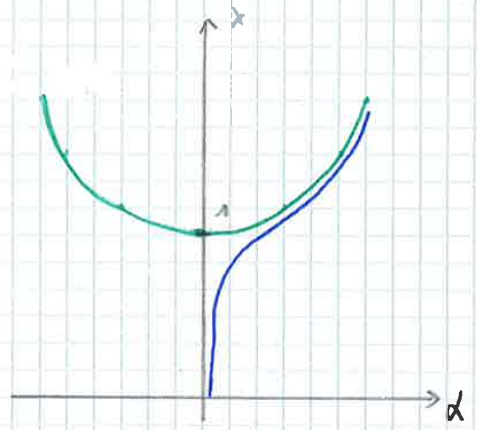
STABILE $\Rightarrow \lambda < 1$

INSTABILE $\Rightarrow \lambda > 1$

• $\lambda_{eq} = \frac{d\alpha_q}{\partial \alpha_q}$

STABILE $\Rightarrow \frac{d\alpha_q}{\partial \alpha_q} < 1$

INSTABILE $\Rightarrow \frac{d\alpha_q}{\partial \alpha_q} > 1$



Quindi in conclusione: se fissato un conico esiste più di una configurazione di equilibrio, almeno una di queste è stabile

24) Ricordare la formula per il conico critico Eulero di aste compresse, definire la snellezza limite ed indicare una procedura per il calcolo del conico critico nel caso di aste tozze

$$P_{cr} = K \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$(P_{cr} = \frac{P_{cr}}{A})$$

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

$$\lambda = \frac{L_0}{\rho}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

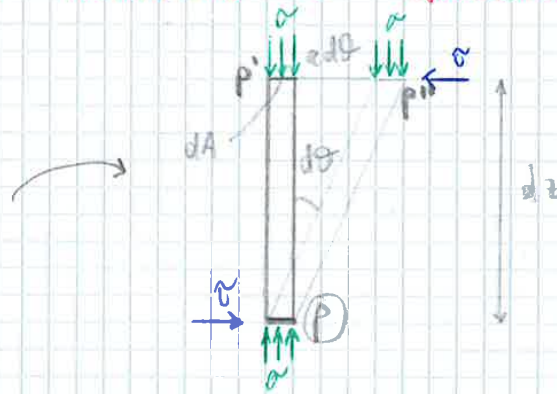
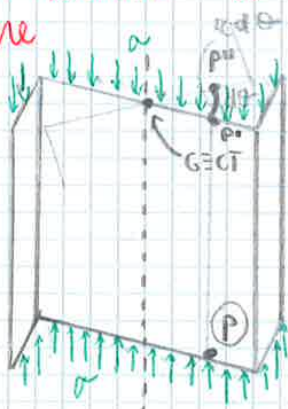
Per Aste tozze $\Rightarrow \lambda < \lambda_p$

dove $I = \min\{I_x, I_y\}$

$K =$ parametro di buckling

$L_0 = \frac{L}{\sqrt{K}} =$ lunghezza libera di inflessione

25) Dimostrare la formula del conico critico per instabilità torsionale di aste compresse valida per aste con sezione a doppia simmetria o simmetria piana

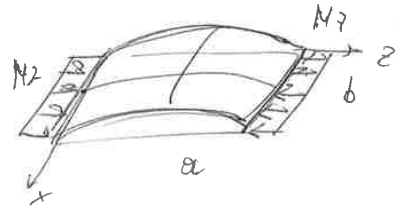


compressione: appoggiato lati corti (b) + libere lati lunghi (a)

$$\left(\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \right) + \frac{M_z}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{M_x}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{M_{xz}}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} = 0$$

soluzione tipo $v(x,z) = \sum A_m \sin \frac{m\pi z}{a}$

derivata $A_m \pi^4 \left(\frac{m}{a}\right)^4 - A_m \pi^2 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \frac{M}{D} = 0$



$$\Rightarrow M = D \pi^2 \left(\frac{m}{a}\right)^2 = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \pi^2 \left(\frac{m}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{M}{t} = \frac{Et^2}{12(1-\nu^2)} \pi^2 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \Rightarrow \frac{12 b^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{m}{a}\right)^2 E \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

compressione: appoggiato lati corti (b) + appoggiato lati lunghi (a)

$$\left(\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \right) + \frac{M_z}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{M_x}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{M_{xz}}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} = 0$$

soluzione tipo $v(x,z) = \sum \sum A_{m,n} \sin \frac{m\pi z}{a} \sin \frac{n\pi x}{b}$

derivata $A_{m,n} \pi^4 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2 - A_{m,n} \pi^2 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \frac{M}{D} = 0$

$$\Rightarrow M = D \pi^2 \left(\frac{a}{m}\right)^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2 = \frac{Et^3 \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{a}{m}\right)^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right]^2$$

$$\left[\frac{a^2}{m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 = \frac{a^2}{m^2} \left(\frac{m^4}{a^4} + 2 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + \frac{n^4}{b^4} \right) = \frac{m^2}{a^2} + 2 \frac{n^2}{b^2} + \frac{a^2 n^4}{m^2 b^4} = \frac{1}{b^2} \left(\frac{m^2 b^2}{a^2} + 2n^2 + \frac{a^2 n^4}{m^2 b^2} \right) = \frac{1}{b^2} \left(\frac{mb}{a} + \frac{a n^2}{mb} \right)^2 = \frac{1}{b^2} \left(\frac{m}{n} + \frac{n^2 R}{m} \right)^2 \right]$$

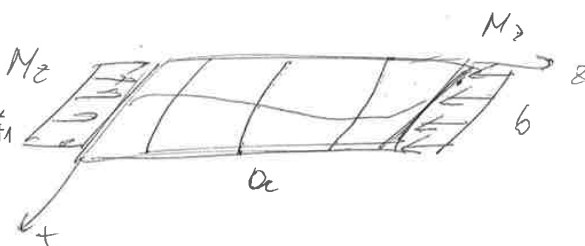
$$\Rightarrow M = \frac{Et^3 \pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{b^2} \left(\frac{m}{n} + \frac{n^2 R}{m} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{M}{t} = \frac{Et^2}{12(1-\nu^2)} \frac{\pi^2}{b^2} \left(\frac{m}{n} + \frac{n^2 R}{m} \right)^2 \Rightarrow \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{m}{n} + \frac{n^2 R}{m} \right)^2 E \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

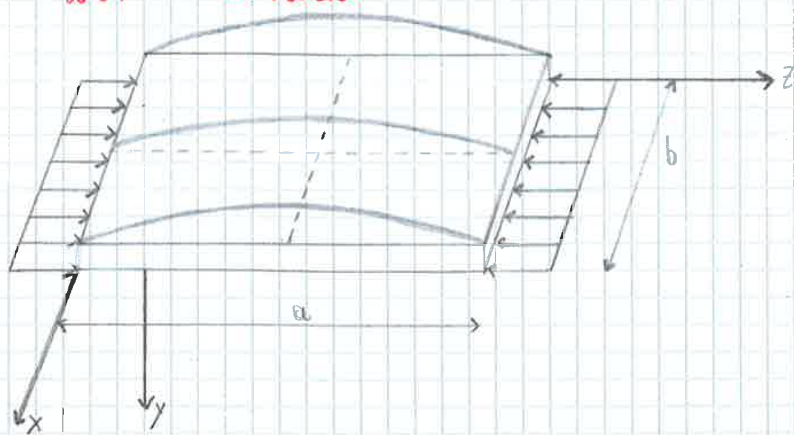
K_{ca}

$\frac{dK_{ca}}{dn}$

intersezione per $n=1 \Rightarrow \frac{m}{n} + \frac{R}{m} = \frac{m+1}{n} + \frac{R}{m+1}$
 \downarrow
 $R = \sqrt{m(m+1)}$



27) Instabilità di pannelli lisci soggetti a compressione uniaxiale: ricavare l'espressione del K_{cr} nel caso di piastra appoggiata sui lati corti e libera sui lati lunghi



$\begin{cases} a: \text{lato lungo} \\ b: \text{lato corto} \end{cases}$

$$v(x, z) = A_m \sin \frac{m\pi z}{a}$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

Hip: piastra omogenea ed isotropa

$$\left(\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \right) + \frac{N_z}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{N_{xy}}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} = 0$$

$\begin{matrix} \triangle N_x = ? \\ \triangle N_{xy} = 0 \end{matrix}$

Assumendo la soluzione tipo

$$\pi^4 A_m \left(\frac{m}{a} \right)^4 - \pi^2 A_m \left(\frac{m}{a} \right)^2 \frac{N_z}{D} = 0$$

$$\Rightarrow N_z = D \pi^2 \left(\frac{m}{a} \right)^2 =$$

$$= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \pi^2 \left(\frac{m}{a} \right)^2$$

$$\sigma_z = \frac{N_z}{t} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_z = \frac{Et^2}{12(1-\nu^2)} \pi^2 \left(\frac{m}{a} \right)^2 \end{cases}$$

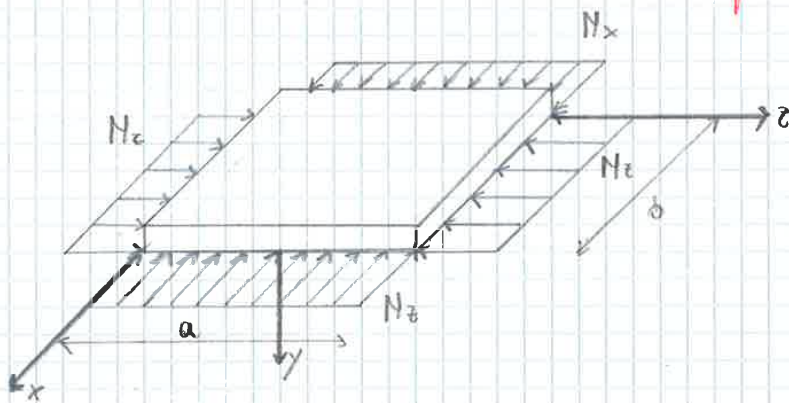
$$\begin{cases} \sigma_z = K_{cr} E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \end{cases} \text{ per ipotesi, definire}$$

$$\Rightarrow \sigma_z = \frac{Et^2}{12(1-\nu^2)} \pi^2 \left(\frac{m}{a} \right)^2 \frac{b^2}{b^2}$$

$$= \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{m}{a/b} \right)^2 E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \Rightarrow$$

$$K_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{m}{a/b} \right)^2$$

29) Si ricavi il K_{cr} per un pannello quadrato, semplicemente appoggiato su tutti e quattro i lati e soggetto a un carico assiale di compressione ($N_z = N_x = N$)



$$a = b \Rightarrow r = \frac{a}{b} = 1$$

$$v(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \sin \frac{m\pi z}{a} \sin \frac{n\pi x}{b}$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$\left(\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \right) + \frac{N_z}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{N_{xy}}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} = 0$$

$\rightarrow N_{xy} = 0$

derivando la relazione tipo

$$D \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 = N_z \left(\frac{m}{a} \right)^2 + N_x \left(\frac{n}{b} \right)^2$$

$$D \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 = N \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow N = D \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] =$$

$$= D \pi^2 \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] =$$

$$= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \pi^2 \left[\frac{m^2}{r^2} + n^2 \right]$$

$$\sigma = \frac{N}{t} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{cr} = \frac{Et^2}{12(1-\nu^2)} \pi^2 \left[\frac{m^2}{r^2} + n^2 \right] \\ \sigma_{cr} = K_{cr} E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \end{array} \right.$$

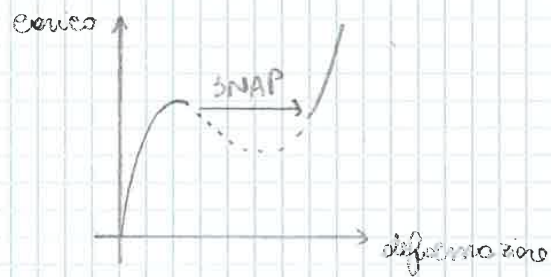
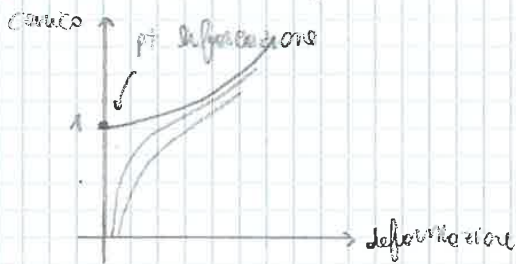
risolve il quadrato ricordando la SCELTA IN PIANTA

$$\Rightarrow \sigma_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{m^2}{r^2} + n^2 \right] E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \Rightarrow K_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{m^2}{r^2} + n^2 \right]$$

Se quadrato $r=1 \Rightarrow K_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} [m^2 + n^2]$ valore minimo per $m=n=1$

3.1) Descrivere il comportamento post-buckling di un pannello compresso e definire che cosa si intende per lunghezza collaborante

Per un pannello senza imperfezioni l'unica configurazione di equilibrio possibile è quella per $\sigma < \sigma_{cr}$. Lo studio del comportamento post-buckling richiede un'analisi non lineare.



Nella realtà il pannello è in grado di sopportare carichi superiori a quello critico, cioè è in grado di lavorare in campo post-critico.

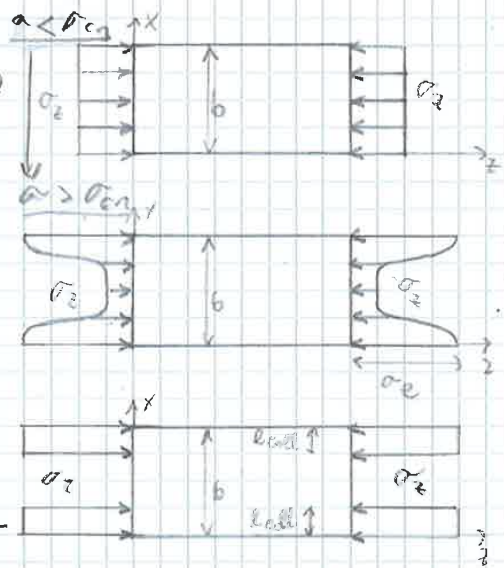
Questa caratteristica è dovuta principalmente alle tipologie di vincoli presenti nel piano, infatti i pannelli adiacenti impediscono ai lati del pannello di subire degli spostamenti membranali perpendicolari ad essi (fissano il lato del pannello a mantenersi retti, lineari).

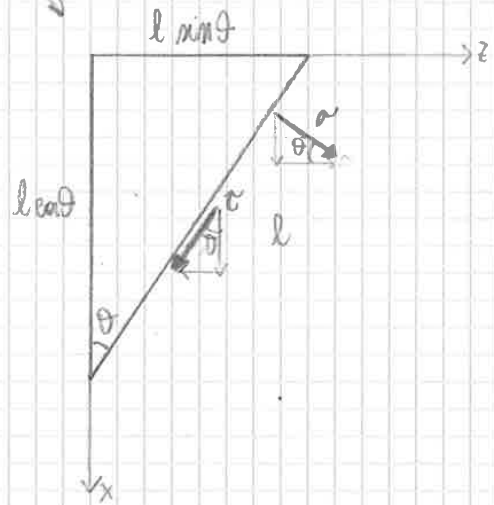
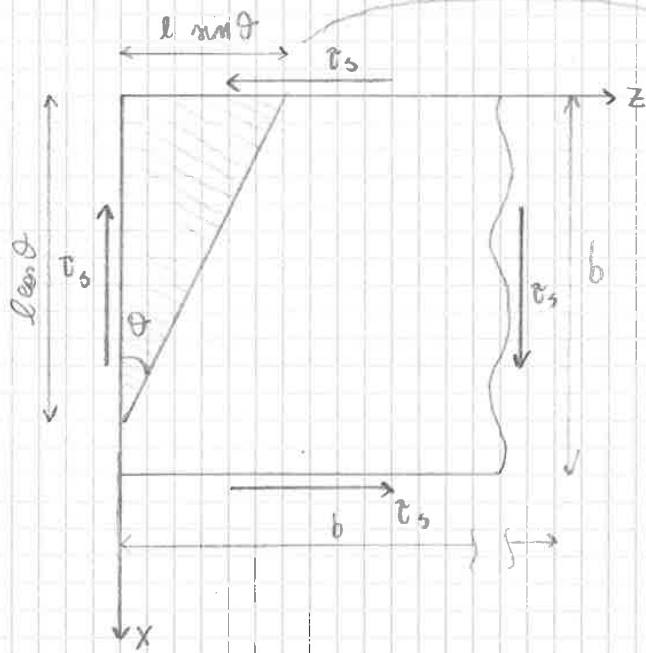
fino a $\sigma < \sigma_{cr}$ la distribuzione del carico risulta uniforme, appena si supera σ_{cr} la distribuzione di σ_z non lo è più:

- fasce laterali: cresce notevolmente
- fascia centrale: molto bassa

Si può quindi dire, in prima approssimazione, che ai lati vi è una distribuzione costante σ_e dalla quale è possibile ricavare la lunghezza collaborante.

$$2\sigma_e l_{coll} t = \int_0^b t \sigma_z dx \Rightarrow l_{coll} = \frac{\int_0^b \sigma_z dx}{2\sigma_e}$$





$$z \rightarrow) -\tau_s l \sin \theta + \sigma \cos \theta l - \tau \sin \theta l = 0 \quad (1)$$

$$x \downarrow) -\tau_s l \cos \theta + \sigma \sin \theta l + \tau \cos \theta l = 0 \quad (2)$$

$$(1) \cos \theta + (2) \sin \theta$$

$$-\tau_s l \sin \theta \cos \theta + \sigma l \cos^2 \theta - \tau l \sin \theta \cos \theta - \tau_s l \cos \theta \sin \theta + \sigma l \sin^2 \theta + \tau l \cos \theta \sin \theta = 0$$

$$-2\tau_s l \sin \theta \cos \theta + \sigma l = 0 \Rightarrow \sigma = 2\tau_s \sin \theta \cos \theta$$

$$(1) \sin \theta - (2) \cos \theta$$

$$-\tau_s l \sin^2 \theta + \sigma l \cos \theta \sin \theta - \tau l \sin^2 \theta + \tau_s l \cos^2 \theta - \sigma l \sin \theta \cos \theta - \tau l \cos^2 \theta = 0$$

$$\tau_s l (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - \tau l = 0 \Rightarrow \tau = \tau_s (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$\Rightarrow \tau = \tau_s (1 - 2 \sin^2 \theta)$$

Le direzioni principali di tensione si hanno per $\tau = 0$

$$\tau_s (1 - 2 \sin^2 \theta) = 0 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = \pm 45^\circ$$

$$\Rightarrow \sigma = 2\tau_s \sin \theta \cos \theta = \tau \sin 2\theta \Rightarrow \sigma = \pm \tau_s$$

Sono quindi dirette secondo due rette inclinate a $\pm 45^\circ$

$$① \quad -\Delta\sigma_x \ell + \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta\sigma_T \frac{\sqrt{2}}{2} \ell = 0 \Rightarrow \Delta\sigma_T = 2 \Delta\sigma_x$$

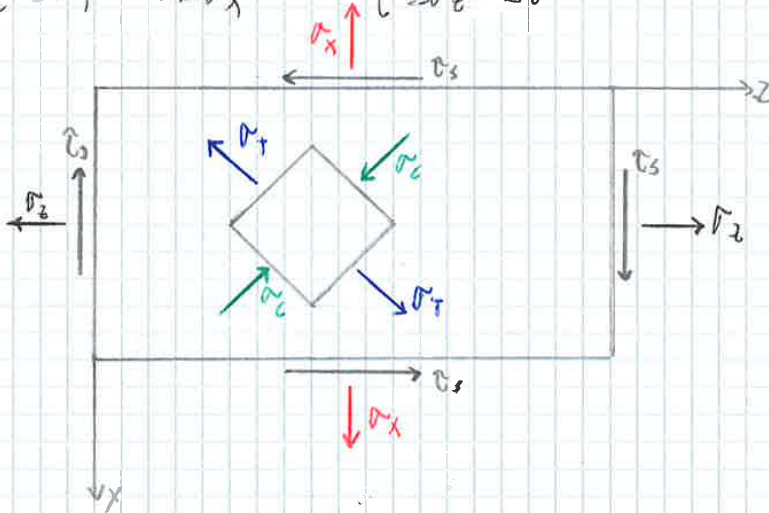
$$② \quad -\Delta\sigma_z \ell + \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta\sigma_T \frac{\sqrt{2}}{2} \ell = 0 \Rightarrow \Delta\sigma_T = 2 \Delta\sigma_z$$

$$③ \quad \Delta\sigma_x \ell - \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta\sigma_T \frac{\sqrt{2}}{2} \ell = 0 \Rightarrow \Delta\sigma_T = 2 \Delta\sigma_x$$

$$④ \quad \Delta\sigma_z \ell - \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta\sigma_T \frac{\sqrt{2}}{2} \ell = 0 \Rightarrow \Delta\sigma_T = 2 \Delta\sigma_z \quad (\text{già ricavate alla ①})$$

$$\begin{cases} \Delta\sigma_T = 2\Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_T = 2\Delta\sigma_z \\ \Delta\sigma_T = 2\Delta\sigma_x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\sigma_T = 2\Delta\sigma \\ \Delta\sigma_x = \Delta\sigma \\ \Delta\sigma_z = \Delta\sigma \end{cases} \Rightarrow$$

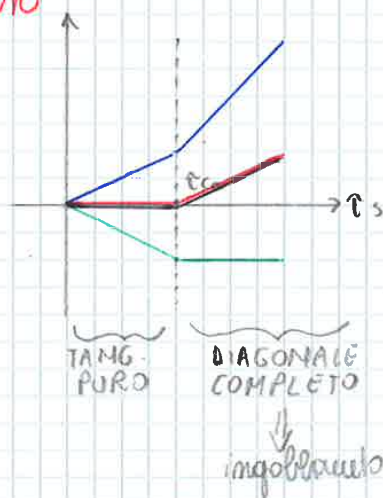
- $\sigma_T = 2\sigma_s - \tau_{ca}$
- $\sigma_c = \tau_{ca}$
- $\sigma_x = \tau_s - \tau_{ca}$
- $\sigma_z = \tau_s - \tau_{ca}$



34) Ricordare le formule relative allo stato di tensione in campo diagonale completo di un pannello soggetto a taglio puro

- $\sigma_T = 2\tau_s$
- • $\sigma_c = 0$
- $\sigma_x = \tau_s$
- $\sigma_z = \tau_s$

pendenza



ingobbimento

	TG. PURO	DG. PARZ.	DG. COMPL.
	$\tau_s < \tau_{ca}$	$\tau_s > \tau_{ca}$	$\tau_s \gg \tau_{ca}$
σ_T	τ_s	$2\tau_s - \tau_{ca}$	$2\tau_s$
σ_c	τ_s	τ_{ca}	/
σ_x	/	$\tau_s - \tau_{ca}$	τ_s
σ_z	/	$\tau_s - \tau_{ca}$	τ_s

↘ +Δσ
↘ -τ_{ca}

36) Descrivere le peculiarità delle giunzioni chiodate con rivetti solidi a testa protudente, a testa svasata o con rivetti speciali

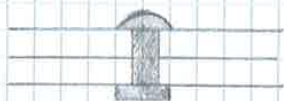
Nelle strutture aeronautiche le giunzioni influiscono sui pesi e sui costi. Quindi già in fase preliminare occorre impostare il progetto in modo da minimizzare gli elementi di collegamento.

In ambito aeronautico è molto utilizzata la rivettatura poiché gli spessori e i materiali utilizzati non si prestano per altri tipi di collegamento. Il collegamento avviene deformando a freddo il gambo in modo da ottenere la seconda testa. Un vantaggio è che essi si espandono durante l'installazione per ottenere una buona tenuta nel foro.

I rivetti sono:

- realizzati in lega leggera di Al
- più leggeri e meno costosi dei bulloni
- progettati per resistere a taglio (τ) (come la colla)

RIVETTI TESTA PROTUDENTE



Ottimi dal punto di vista strutturale ma scarsi per quello aerodinamico poiché si ha la formazione di una bolla di vortice immediatamente a valle della testa del rivetto.

RIVETTI A TESTA SVASATA



Migliori dal punto di vista aerodinamico rispetto che quello strutturale.

RIVETTI SPECIALI

Si utilizzano quando:

- i carichi da trasmettere sono più elevati
- in zone di forte spesse

TEORIA ELEMENTARE DELLE GIUNZIONI CON RIVETTI A TESTA TONDA

- Ip:
- nessuna rottura per strappamento della lamiera
 - carico distribuito uniformemente tra i rivetti
 - rivetti a testa tonda in n file da m rivetti ciascuna

Si adimensionalizzano i carichi relativi ad ogni rottura

TRANCIAMENTO DEL RIVETTO $\Rightarrow \eta_t = n \frac{\pi}{4} \frac{\sigma_2^*}{\sigma_2^*} \frac{d}{s} (1-c)$

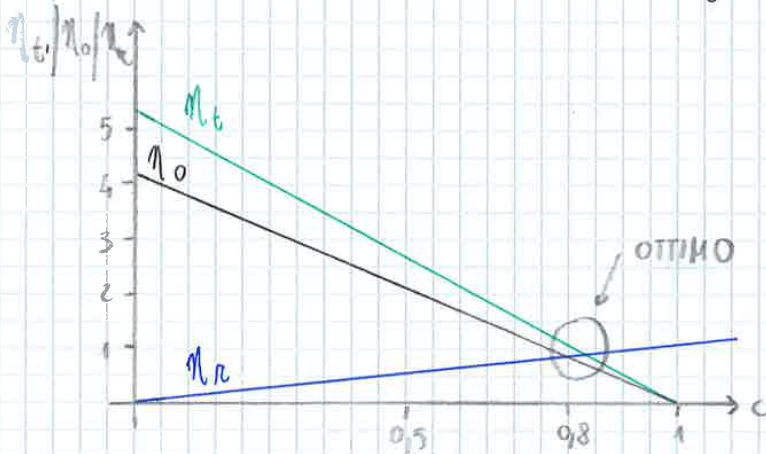
OVALIZZAZIONE DEL FORO $\Rightarrow \eta_o = n \frac{\sigma_o^*}{\sigma_2^*} (1-c)$

ROTTURA DELLA LAMIERA $\Rightarrow \eta_r = c$

$b =$ lunghezza lamiera	$\left[\begin{array}{l} \sigma_2^* = \text{tensione rottura} \\ \sigma_o^* = \text{tensione ovalizzazione} \\ \sigma_t^* = \text{tensione tranciamento} \end{array} \right]$
$d =$ diametro del rivetto	
$p = \frac{b}{m} =$ passo rivettatura	
$c = \frac{b-md}{b} = 1 - \frac{d}{p}$ fattore rivettatura	

di rottura

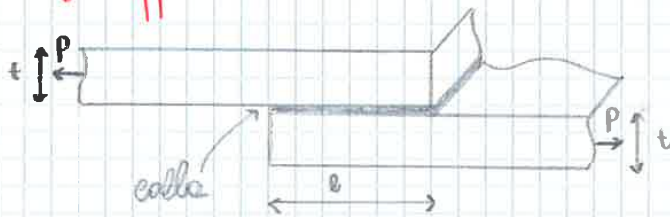
La condizione di ottimo si avrà quando i tre fenomeni di rottura avvengono contemporaneamente



Si preferisce $\eta_t > \eta_o \Rightarrow$ imponendo $\eta_t = \eta_o$ si valuta $\frac{d}{s}$ che quindi sarà il minimo ammissibile.

Conoscendo i materiali, lo spessore delle lamiere (s), il numero di file (n) e il numero di rivetti (m) è possibile valutare passo e diametro

39) Descrivere la procedura per determinare la lunghezza di sovrapposizione ottimale nei giunti a singola sovrapposizione



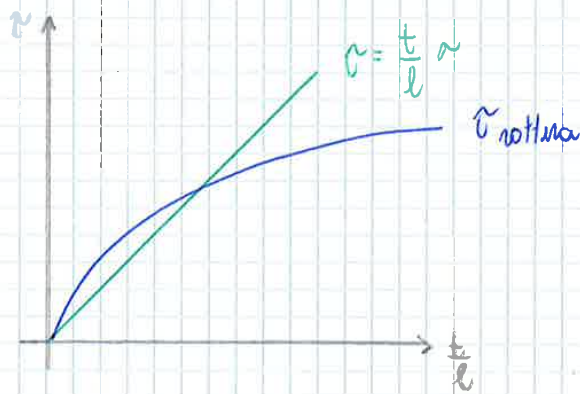
$$\sigma = \frac{P}{t} \Rightarrow P = \sigma t$$

$$\tau = \frac{P}{l}$$

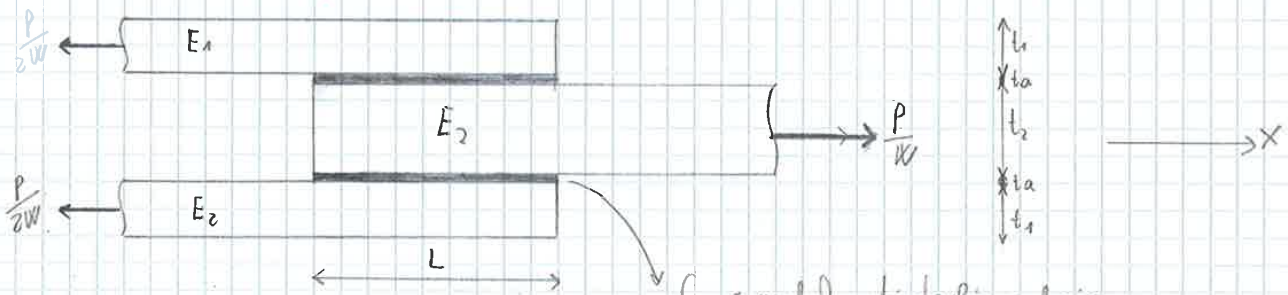
si ricorra $\tau = \tau(\sigma) \Rightarrow \tau = \frac{t}{l} \sigma$

si traccia sul grafico

- $\tau = \tau(\sigma)$
 - τ rottura
- } \Rightarrow fissando la $T_{operativa}$ si ottiene $\frac{t}{l}$



40) Impostare il problema del calcolo delle tensioni nell'incollaggio in un giunto a doppio sovrapposizione con adesivo lineare e tracciarne l'andamento qualitativo



G_e = modulo di taglio adesivo
 γ_e = max scostamento in campo elastico

- Hp:
- i componenti hanno un comportamento elastico lineare
 - la sollecitazione a taglio è uniforme
 - il giunto è bilanciato $\Rightarrow 2E_1 t_1 = E_2 t_2$

Materiali

41) Che cosa si intende per tenacità a frattura di un materiale isotropo?

Un materiale isotropo è un materiale le cui proprietà non dipendono dalla direzione in cui vengono analizzate. Ci sono quindi infiniti piani di simmetria e le costanti elastiche indipendenti si riducono a due.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

TENACITÀ A FRATTURA

È la misura della resistenza del materiale alla propagazione della creca.

È misurata caricando a trazione / compressione un campione contenente una creca e analizzando la sollecitazione necessaria per la propagazione della fessura.

$$K_{Ic} = Y \sigma_c \sqrt{\pi c} \quad [MPa \sqrt{m}] \quad \xrightarrow{\text{TENACITÀ}} \quad G_c = \frac{K_{Ic}^2}{E(1+\nu)} \quad \left[\frac{kJ}{m^3} \right]$$

Si distinguono quindi:

- MATERIALI TENACI: elevata energia per arrivare a rottura
- MATERIALI FRAGILI: minore energia

K_{Ic} dipende dallo spessore del pannello. Una volta noto il possibile valore, conoscendo il livello di stress del progetto, la lunghezza critica della creca (c)

43) Che cos'è il Dural e quali sono le principali caratteristiche meccaniche (CONCORDE → M7,2)

Il Dural o Duraluminio è una lega di Al il cui primo utilizzo, in ambito aeronautico, risale al 1906 nella costruzione dello Zeppelin.

I costituenti della lega sono: rame (quindi è corrosivo), manganese e magnesio.

Possiede buone proprietà meccaniche di trazione e snervamento dovute ai processi di lavorazione:

- TEMPERA: il materiale riscaldato viene raffreddato rapidamente bloccandone la struttura cristallina.
- INVECCHIAMENTO: i vari componenti della lega tendono a separarsi a l'ambiente per portarsi in condizioni di stabilità creando delle distorsioni nel reticolo con conseguente aumento delle caratteristiche meccaniche.

Tra le leghe Al-Cu la più diffusa in campo aeronautico è la lega 2024.

44) Che cos'è l'Orgal e quali sono le principali caratteristiche meccaniche?

L'Orgal è una lega Al-Zn serie 7075 in cui lo zinco è presente in un range compreso tra 3,5 e 6%. È il più fragile del Dural e viene utilizzata nella costruzione di ponti sollecitati a compressione per la sua bassa tenacità a frattura.

NOTA: Inconvenienti di tutte le leghe di Al:

- bassa resistenza a temperature elevate
- bassa resistenza alla corrosione

47) Che cos'è il material index? Ricavare il material index per il caso di progetto a resistenza di un'asta trazionata.

↳ (a)

Il progetto di un elemento è caratterizzato da tre elementi principali:

- Funzione $\rightarrow F$
 - Geometria $\rightarrow G$
 - Materiale $\rightarrow M$
- } \Rightarrow le prestazioni $P = f(F, G, M)$

In alcuni casi i tre parametri sono separabili ottenendo così $P = f_1(F) f_2(G) f_3(M)$

La funzione $f_3(M)$ da cui dipende la scelta ottima del materiale (che ora risulta separata dai requisiti funzionali e geometrici) è detto material index o coefficiente di efficienza del materiale



OGGETTIVO: minimizzare m

$$\left\{ \begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho A L \\ \sigma_{tu} &\geq \frac{F}{A} \Rightarrow A \geq \frac{F}{\sigma_{tu}} \end{aligned} \right.$$

$$m \geq \rho \frac{F}{\sigma_{tu}} L = FL \left(\frac{\rho}{\sigma_{tu}} \right)$$

La massa è minima se $\left(\frac{\sigma_{tu}}{\rho} \right)$ è massimo

Fatica

50) Descrivere le fasi evolutive tipiche in cui si articola il processo di rottura a fatica e indicare i parametri dominanti di ogni fase.

La vita a fatica di un materiale è governata dal punto più sollecitato della sezione.

FORMAZIONE DELLA CRICCA

È una conseguenza dello scorrimento a livello cristallino. La formazione della cricca si manifesta sulla superficie del pezzo dove si concentrano le tensioni tangenziali (τ) più elevate e le imperfezioni superficiali.

Nella fase iniziale si formano diverse microcricche che crescendo spostano il difetto sul piano ortogonale alla tensione normale massima.

La fase di formazione si ritiene conclusa quando la propagazione non dipende dalle condizioni superficiali del pezzo.

Fattore di concentrazione $\rightarrow K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$

CRESCITA DELLA CRICCA

Si ha l'unione di microcricche con formazione della macro-cricca, visibile ad occhio nudo.

Questa appare quasi alla fine della vita a fatica del componente.

Fattore di intensità $\rightarrow K_{SIF} = \beta \sigma \sqrt{\pi a}$

ROTTURA

È caratterizzata dalla quasi totale assenza di deformazioni plastiche macroscopiche e da una superficie di rottura perpendicolare alla direzione del carico.

Tenacità a frattura $\rightarrow K_{Ic} = Y \sigma_c \sqrt{\pi a}$

52) Che cosa sono le curve di Goodman?

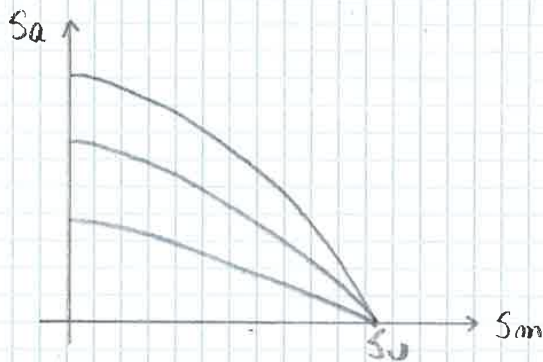
Le curve a vita costante (o curve di Goodman) si ricavano dalle curve S-N. Tutte le curve convergono allo stesso punto con tensione media pari alla tensione ultima e ampiezza del ciclo nulla.

Sulle ascisse è presente lo sforzo medio (S_m), sulle ordinate la sollecitazione alternata $S_a = \frac{S_{max} - S_{min}}{2}$

Sono state proposte diverse approssimazioni:

• LINEARE : $\frac{S_N}{(S_N)_{S_m=0}} = 1 - \left(\frac{S_m}{S_U}\right)$

• PARABOLICA : $\frac{S_N}{(S_N)_{S_m=0}} = 1 - \left(\frac{S_m}{S_U}\right)^2$



53) Preservere gli aspetti peculiari di una progettazione a fatica di tipo SAFE-LIFE.

Si determina a priori quale può essere la massima durata operativa di un componente prima che si manifesti la rottura.

Calcolata la vita a fatica questo viene ridotto di un fattore di dispersione (scatter factor) $\approx 3/4$

per tener conto della dispersione dei dati.

Una volta raggiunto il limite a fatica l'elemento viene sostituito.

Questo criterio di progettazione è utilizzato per camelli d'atterraggio e attesechi motore.

56) Descrivere gli aspetti peculiari di una progettazione a fatica ed di tipo DAMAGE-TOLERANT

Si assume che un elemento strutturale principale (la cui rottura comporta la perdita dell'intero velivolo) contenga una cricca già all'inizio della vita operativa. Per definizione la dimensione del difetto è presa come il valore più grande che non può essere rilevato.

Lo scopo è quello di fornire un programma di ispezioni in modo che un eventuale danneggiamento non diventi critico prima di essere individuato.

Si fa uso delle meccaniche della frattura secondo cui le sollecitazioni si concentrano agli apici della cricca.

↳ dopo aver valutato il limite e la crescita del danneggiamento

57) Che cos'è lo stress-intensity factor (SIF)?

Secondo la meccanica della frattura le sollecitazioni aumentano rapidamente all'avvicinarsi all'apice della cricca.



Lo stress-intensity factor (SIF) $\rightarrow K_{SIF} = \sqrt{\pi a}$ fornisce una misura della severità della cricca valutando il campo di tensioni nell'intorno dell'apice del difetto.

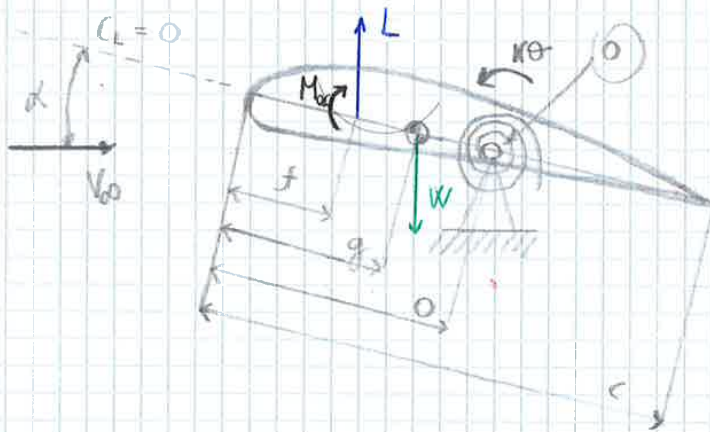
Aeroelasticità

60) ricavare l'espressione della velocità di divergenza torsionale nel caso di un'ala rigida montata su supporti flessibili

L'aeroelasticità studia l'interazione tra forze aerodinamiche, elastiche ed inerziali.

La velocità di divergenza torsionale è una velocità limite oltre la quale si ha l'insorgere di fenomeni di instabilità aeroelastica ($\theta \rightarrow \infty$)

È utile valutare perché la flessibilità dell'ala può indurre cambiamenti nella distribuzione di portanza.



$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + \theta \\ q = \frac{1}{2} \rho V^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_{ac} = \frac{1}{2} \rho V^2 S c C_M = q S c C_M \\ L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = q S C_{L,\alpha} \alpha = q S C_{L,\alpha} (\alpha_0 + \theta) \end{cases}$$

Eq. di momento attorno ad o (molle torsionale + eorriera)

$$M_{ac} - k\theta + L(o-f) - W(o-g) = 0$$

$$q S c C_M - k\theta + q S C_{L,\alpha} (\alpha_0 + \theta)(o-f) - W(o-g) = 0$$

$$q S c C_M - k\theta + q S C_{L,\alpha} (o-f) \alpha_0 + q S C_{L,\alpha} (o-f) \theta - W(o-g) = 0$$

$$\theta [k - q S C_{L,\alpha} (o-f)] = q S c C_M + q S C_{L,\alpha} (o-f) \alpha_0 - W(o-g)$$

62) Descrivere l'effetto dell'angolo di freccia sulla velocità di divergenza torsionale dell'ala

L'effetto dell'angolo di freccia è quello di modificare l'incidenza locale delle singole strisce d'ala.

ANGOLO DI FRECCIA NEGATIVO $\Rightarrow \Lambda < 0$

L'incidenza relativa risulta aumentata rispetto al caso senza freccia. Quindi si avrà una velocità di divergenza più bassa

ANGOLO DI FRECCIA NULO $\Rightarrow \Lambda = 0$

L'incidenza locale non viene influenzata dalla flessione dell'ala

ANGOLO DI FRECCIA POSITIVO $\Rightarrow \Lambda > 0$

L'incidenza effettiva locale risulta inferiore rispetto al caso senza freccia. Quindi si avrà una velocità di divergenza più alta

63) Ricavare l'espressione della velocità di inversione dei comandi nel caso di un'ala rigida montata su supporti flessibili

Il problema dell'"inversione dei comandi" (es. alitoni) consiste nell'inversione della risposta attesa dagli alitoni a causa di una deformazione strutturale dell'ala una volta raggiunta la pressione dinamica di inversione.

In questa maniera il pilota non può più controllare in maniera efficace ed intuitiva il velivolo \Rightarrow pericolo.

Da notare che l'espressione di L è funzione di due coefficienti aerodinamici: uno per l'ala e l'altro riguarda l'alettone

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S [C_{L\alpha}(\alpha_2 + \theta) + C_{L\beta} \beta]$$

$$= q S [C_{L\alpha}(\alpha_2 + \theta) + C_{L\beta} \beta]$$

$$= q S (C_{L\alpha} \alpha_2 + C_{L\alpha} \theta + C_{L\beta} \beta)$$

$$\Rightarrow L = q S \left[C_{L\alpha} \alpha_2 + C_{L\alpha} \frac{q S \left\{ (0-a) C_{L\alpha} \alpha_2 + [(0-a) C_{L\beta} + c_{M\beta}] \beta \right\}}{K - (0-a) q S C_{L\alpha}} + C_{L\beta} \beta \right]$$

Da cui si ottiene:

$$L = \frac{q S \left[C_{L\alpha} \alpha_2 + C_{L\beta} \left(1 + \frac{c_{M\beta}}{K C_{L\beta}} \right) \beta \right]}{1 - \frac{(0-a) q S C_{L\alpha}}{K}}$$

AERODINAMICO AEROELASTICO

All'aumento di β

- aumento di L (termine aerodinamico)
- diminuzione di L (termine aerelastico)

All'aumento di $q \Rightarrow$ il termine aerelastico diventa sempre più importante. Esisterà un valore di q per il quale l'incremento di portanza è nullo $\rightarrow q_R = \text{prescritto}$ ne dinamica di inversione dei comandi.

$$L = \frac{q S C_{L\alpha} \alpha_2 + q S C_{L\beta} \beta + \frac{q S c_{M\beta}}{K} \beta}{1 - \frac{(0-a) q S C_{L\alpha}}{K}}$$

Metodi avanzati nella soluzione di problemi strutturali

64) Descrivere (eventualmente con l'ausilio di un semplice esempio) gli aspetti peculiari della soluzione approssimata di un problema strutturale con il metodo di Rayleigh - Ritz evidenziandone i limiti

METODO DELLE FORZE

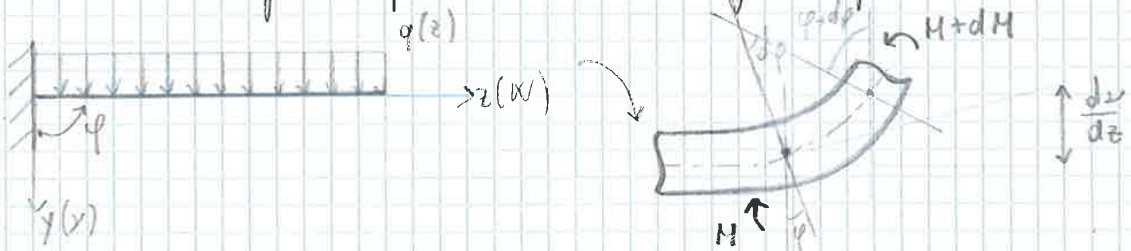
Ha come principali incognite le reazioni vincolari. Una volta note è possibile tracciare i diagrammi di sollecitazione e quindi determinare lo stato di tensione, deformazione e il campo degli spostamenti.

È applicabile a strutture con geometria complessa monodimensionali; mentre se la struttura è iperstatica (numero gradi di vincolo superiore al numero di gradi di libertà) è necessario applicare il PLV

Tale metodo è assolutamente proibitivo nel caso di strutture bi- e tri-dimensionali.

METODO DEGLI SPOSTAMENTI

Le sue incognite primarie sono gli spostamenti (v, w)



- Ipotesi cinematiche $\Rightarrow \frac{dv}{dz} = -\varphi$ (spostamento - rotazione)
- Equazioni costitutive $\Rightarrow \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M}{EI}$ (cinematica - sollecitazione)
- Equazioni di equilibrio $\Rightarrow \frac{dV}{dz} = -q(z)$ $\frac{dM}{dz} = T$ (equilibrio - sollecitazione)
- Relazioni \rightarrow stato di tensione $\Rightarrow \sigma_z = \frac{M}{I} y$
 \rightarrow stato di deformazione $\Rightarrow \epsilon_z = E^{-1} \sigma_z$

METODO DI RAYLEIGH - RITZ

Una possibile soluzione all'equazione risolutiva per il metodo degli spostamenti è del tipo

$$v(z) \approx v^a(z) = \sum_{i=1}^M p_i(z) c_i \Rightarrow v^a(z) = [p(z)] \{c\}$$

dove le M funzioni $p_i(z)$ sono note, linearmente indipendenti, continue e derivabili di ordine p e rispettano le condizioni al contorno cinematiche.

Tali condizioni garantiscono la convergenza di $v^a(z)$ a $v(z)$ al crescere di M .

TROVARE COEFFICIENTI c_i \rightarrow non hanno un significato fisico

Li si basa sul PRINCIPIO DI STAZIONARIETÀ DELL'ENERGIA POTENZIALE TOTALE: "tra tutti i campi di spostamenti possibili compatibili con i vincoli, la soluzione del problema elastico è quella che rende stazionaria l'energia potenziale totale del sistema"

$$\Pi = \Phi - L_e \Rightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial c_i} = 0 \quad \forall c_i \Leftrightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial \{c\}} = \{0\}$$

↑
loro forze esterne
energia di sistema elastica

65) Descrivere gli aspetti peculiari della soluzione approssimata di un problema con il metodo di Galerkin evidenziandone i limiti.

Il metodo di Galerkin è un'alternativa per trovare i coefficienti c_i che consiste nel sostituire la soluzione approssimata direttamente nell'equazione differenziale

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[-EI \frac{d^2 v}{dz^2} \right] = -q(z) \Rightarrow \frac{d^2}{dz^2} \left[-EI \frac{d^2 v^a}{dz^2} \right] + q(z) = E(z, c_i)$$

ed impone l'ortogonalità tra l'errore e le funzioni

Domande aggiuntive

67) Calcolo del grado di iperelasticità di una struttura a semigusci ideali

$$NP = NC + NM - 1$$

pannelli $\left\{ \begin{array}{l} \text{celle} \\ \text{nodi / connetti} \end{array} \right.$
 \downarrow
flussi che devo trovare

Per una struttura aperta è possibile scrivere $NM-1$ eq. linearmente indipendenti.

Per una struttura aperta si ricorre al metodo del flusso equitativo $q_i = q_i' + q_i^*$ scrivendo $NM-1$ eq. l.i. avendo aperto la sezione e un'equivalenza di momenti ($M_{est} = M_{int}$) rispetto un polo qualsiasi (se liella aggiungo $\theta_1 = \theta_2$)

68) Ricovrare la formula per il calcolo della tensione critica per "Inter-nivel-buckling".

In questo tipo di instabilità il pannello va in buckling tra i rivetti che lo collegano agli irrigidimenti.

Il pannello agli estremi è vincolato, quindi il calcolo della K_{cr} può essere analogo al caso di "pannello liscio soggetto a compressione uniaxiale appoggiato sui quattro lati" \rightarrow domanda 28

$$K_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{m}{l} + r \frac{m^2}{m} \right]^2$$

Supposto che si generi una sola semionda lungo x ($n=1$) e lungo z ($m=1$) e che $a \ll b$

$$K_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{1}{\frac{a}{b}} + \frac{a}{b} \right]^2 = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{b}{a} \right)^2$$

posto $a=p$ (pari) e introducendo $c =$ fattore caratteristico del rivetto si ottiene

$$\tilde{K}_{cr} = c \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{p} \right)^2 \quad [\sigma_{cr} = K_{cr} E \left(\frac{t}{b} \right)^2]$$

→ METODI RISOLUTIVI
DEGLI ESERCIZI

4) INCREMENTI DI SFORZO NORMALE (assi principali)

$$\frac{dN_i}{dz} = \left(\frac{T_y I_{xy} - T_x I_x}{I_{xy}^2 - I_x I_y} \right) A_i x - \left(\frac{T_y I_y - T_x I_{xy}}{I_{xy}^2 - I_x I_y} \right) A_i y$$

(Euler-Bernoulli)

CONVENZIONE

$$\frac{dN_i}{dz} < 0 \Rightarrow \text{TESO}$$

$$\frac{dN_i}{dz} > 0 \Rightarrow \text{COMPRESSO}$$

5) SEZIONE

$$M_{pauelli} = M_{celle} + M_{concenti} / moduli - 1$$

• CHIUSA

$$n-1 \text{ eq. concenti } l_i \Rightarrow q_i$$

• APERTA

$$\text{la aprio} \Rightarrow q_i = q_i' + q^*$$

Attenzione ai SEGNI! Se è bicella q^* deve essere concorde ai q_i' della cella per essere $+q^*$ al trave e $-q^*$ (es. pannello).

$$q_i' \leftarrow (n-1 \text{ eq. concenti } l_i)$$

$$q^* \leftarrow \begin{cases} \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 \rightarrow \text{se BICELLA} \\ M_{ext} = M_{int} \text{ oppure } \dot{\theta} = 0 \end{cases}$$

↳ se voglio trovare il CT $\Rightarrow H_p$: di dove ma $l_T \rightarrow M_{ext} = M_{int}$ e trovo l_T . Se $l_T > 0 \Rightarrow$ il lato da dove l'ho ipotizzato è corretto, se $l_T < 0$ è dal lato opposto rispetto al polo ma sempre distante $|l_T|$

Ridisegno la sezione con tutti i flussi positivi (quelli negativi li giro) \Rightarrow FLUSSI EQUIVALENTI \rightarrow Attenzione ai segni: con il nuovo verso sono tutti positivi

6) TENSIONI

$$\sigma_i = \frac{q_i}{\Delta}$$

è una **DOPPIA CAMPATA** ripeto i calcoli per ogni campata

:) Piastra d'attacco

- Hp: - materiale ISOTROPO $\Rightarrow G \approx \text{cost}$
 - piastra simile CORPO RIGIDO $\Rightarrow \gamma \approx \text{cost}$

1) BARICENTRO

$$x_G = \frac{\sum_i A_i x_i}{\sum_i A_i}$$

$$y_G = \frac{\sum_i A_i y_i}{\sum_i A_i}$$

2) MOMENTI

$$I_x = \sum_i A_i (y_i - y_G)^2$$

$$I_y = \sum_i A_i (x_i - x_G)^2$$

$$I_p = I_x + I_y$$

3) TRASPORTO

Sposto tutte le forze nel baricentro e calcolo il momento che queste generano rispetto a G.

$$M = |x_G| H + |y_G| V$$

4) FORZE AGENTI SUL BULLONE

• ASSE x

$$F_{x,i} = \frac{H}{\sum_i A_i} A_i$$

• ASSE y

$$F_{y,i} = \frac{V}{\sum_i A_i} A_i$$

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \sum_i \sigma A_i = \\ &= \sigma \sum_i A_i \Rightarrow \sigma = \frac{F}{\sum_i A_i} = \frac{H}{\sum_i A_i} \\ F_{x,i} &= \sigma A_i \Rightarrow F_{x,i} = \frac{H}{\sum_i A_i} A_i \end{aligned} \right\}$$

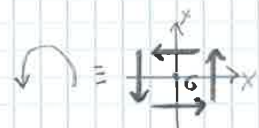
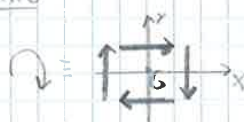
• MOMENTO *

$$F_{M,i} = \frac{M}{I_p} A_i r_i \rightarrow \text{DA SCOMPORRE}$$

$$x \left\{ \begin{aligned} F_{M,i,x} &= F_{M,i} (y_i - y_G) \\ F_{M,i,y} &= F_{M,i} (x_i - x_G) \end{aligned} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} F_{M,i,x} &= F_{M,i} (y_i - y_G) \\ F_{M,i,y} &= F_{M,i} (x_i - x_G) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} F_{M,i,x} &= -F_{M,i} (y_i - y_G) \\ F_{M,i,y} &= F_{M,i} (x_i - x_G) \end{aligned}$$

" $F_{M,i,x}$ per $y < y_G$ è discorde (-)
 per $y > y_G$ è concorde (+) all'asse x



1) Propagazione della creca

1) LUNGHEZZA DELLA CRICCA

$$\begin{cases} \frac{da}{dN} = C \Delta K^m \\ \Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \end{cases} \Rightarrow \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{a^{\frac{m}{2}}} = \int_{N_0}^{N_f} \pi^{\frac{m}{2}} C \Delta \sigma^m dN$$

- dove
- $(N_f - N_0)$ = numero di cicli (n)
 - $\Delta \sigma = 2\sigma_a$
 - a_f = lunghezza finale
 - a_0 = lunghezza iniziale

2) VITA



REGOLA DI MINER

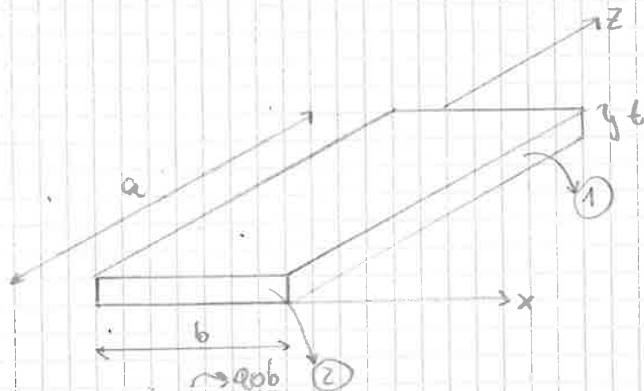
$$\sum_i \left(\frac{n}{N}\right)_i$$

$$X [h] = \frac{\text{ore di volo}}{\sum_i \left(\frac{n}{N}\right)_i}$$

$$\text{vita} [h] = \frac{X [h]}{SF}$$

→ fattore di sicurezza

4) FORZE AGENTI SU OGNI RIVETTO



$$F_{x,i} = \sigma_x \frac{lt}{n} \quad (*)$$

$$F_{z,i} = \sigma_z \frac{lt}{n}$$

$$F_{i, \text{tot}} = \sqrt{(F_{x,i})^2 + (F_{z,i})^2}$$

$$\left. \begin{aligned} F_i &= F_{\text{tot}}/n \\ F_{\text{tot}} &= \sigma A_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_i = \frac{\sigma A_i}{n} = \sigma \frac{lt}{n}$$

(per ogni lato)

5) RIVETTI AI VERTICI

$$F_{x,i}^{\text{vertice}} = F_{x,i}^{\text{lato 1}} + F_{x,i}^{\text{lato 2}}$$

$$F_{z,i}^{\text{vertice}} = F_{z,i}^{\text{lato 1}} + F_{z,i}^{\text{lato 2}}$$

$$F_{i, \text{tot}, \text{vertice}} = \sqrt{(F_{x,i}^{\text{vertice}})^2 + (F_{z,i}^{\text{vertice}})^2}$$

$$(*) \quad l \begin{cases} \nearrow \textcircled{1} = a \\ \searrow \textcircled{2} = b \end{cases}$$

$$\sigma \begin{cases} \rightarrow \sigma_x \\ \downarrow \sigma_z \end{cases}$$