



**Appunti universitari**  
**Tesi di laurea**  
**Cartoleria e cancelleria**  
**Stampa file e fotocopie**  
**Print on demand**  
**Rilegature**

NUMERO: 2362A

ANNO: 2018

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Scuderi Paolo

MATERIA: Fondamenti di Meccanica del Volo - Prof. Gili

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# FONDAMENTI DI MECCANICA DEL VOLO

## ATMOSFERA DI RIFERIMENTO

È l'ambiente in cui operano i velivoli. È suddivisa in più parti oltre che la troposfera, tropopausa e stratopausa. In genere l'atmosfera non è mai in quiete, ma anzi all'atmosfera in quiete ⇒ aria ferma.

## ATMOSFERA IN QUIETE

Considero l'atmosfera composta da aria secca → non tengo in considerazione il vapore d'acqua.

ARIA SECCA: assenza di vapore acqueo. La quantità che può essere contenuta all'incirca dipende dalla  $T_{aria}$  e dalla % saturazione ⇒ è possibile calcolare la % di vapore acqueo presente.

In fatti gli aerei che operano negli ambienti che studiamo presentano  $T_{aria}$  in cui le % di vapore acqueo sono trascurabili.

Studiando la composizione dell'aria secca si ottiene

COSTITUENTE	FORMULA	M [kg/mol]	% p volume
Azoto	$N_2$	28,016	78,09
Ossigeno	$O_2$	32,000	20,95
Argon	Ar	39,944	0,93
Anidride carbonica	$CO_2$	44,010	0,03

Per ricavare il peso molecolare dell'aria secca si opera in base al peso molecolare di ogni costituente presente all'incirca nell'aria.

$N_2$	→	21,15	$28,016 \cdot 78,09$
$O_2$	→	7,39	$32,000 \cdot 20,95$
Ar	→	0,51	$39,944 \cdot 0,93$
$CO_2$	→	0,132	$44,010 \cdot 0,03$

⇒  $M \approx 29 \text{ kg/mol}$

→ se c'è vapore acqueo ⇒  $M \downarrow$  (aria umida pesa meno dell'aria secca)

L'aria in cui operiamo è considerata GAS PERFETTO per cui vale:

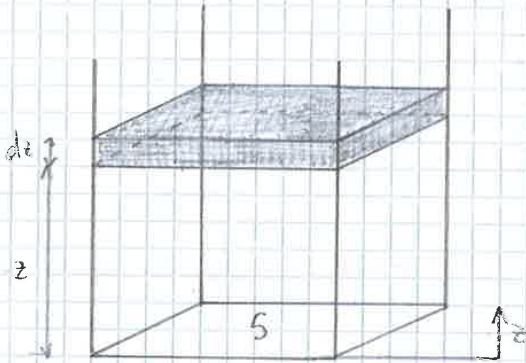
- Legge di AVOGADRO
- Legge di BOYLE - MARIOTTE (isoterma)
- Legge di VOLTA - GAY LUSSAC (dilatazione termica)
- Equazione di stato gas perfetti

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0}$$



## QUOTE VERE

Risultano utili se si vogliono calcolare le PRESTAZIONI di un velivolo. Sono proprio le quote che sfruttano l'effetto doppler. Considero una colonna d'aria secca che si estende da  $z=0$  verso l'alto, di superficie  $S$ .



Considero l'aria secca come

- gas perfetto  $\Rightarrow$  EQ. STATO
- gas pesante  $\Rightarrow$  PESO SPECIFICO  $\gamma$

Il peso elementare del volumetto speso  $dz$  è:  $\gamma dz S$   
 La diminuzione di pressione che si ha passando da  $n$  a  $n+1$ , cioè dovuta all'aumento di quota è:  $\gamma dz$   
 È possibile quindi ricavare l'EQUAZIONE DI STEVINO

$$\boxed{dp = -\gamma dz}$$

Oss: se la quota aumenta ( $z \uparrow$ )  $\Rightarrow$  la pressione diminuisce ( $p \downarrow$ )

Dall'eq di stato dei gas perfetti

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{T}{T_0} \Rightarrow p v = \frac{R}{M} T \Rightarrow \frac{p}{\gamma} = \frac{R}{M} T$$

si ricava  $\frac{1}{\gamma}$

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{R}{M} \frac{T}{p}$$

$v = \frac{V_0}{M} = \frac{1}{\gamma}$   
(volume specific)

Dall'equazione di Stevino  $dp = -\gamma dz \Rightarrow dz = -\frac{dp}{\gamma}$

$$\int \frac{1}{\gamma} = \frac{R}{M} \frac{T}{p} \Rightarrow \text{si ricava la } \underline{\text{FORMULA DI LA PLACE}}$$

$$\boxed{dz = -\frac{R}{M} T \frac{dp}{p}}$$

La formula di Laplace consente di ottenere le quote vere se integrate a tratti

La condizione migliore prevedibile un rilievo continuo di  $T$ . Poi una temperatura media (tra due valori di pressione)

$$T_m = \frac{T_n + T_{n+1}}{2} = \text{cost}$$



• PRIMAVERA / AUTUNNO

Presenta il ginecchio a circa 11000 m

• ESTATE

La parte del ginecchio è sempre maggiore dello stesso ginecchio invernale, ma la temperatura è minore

• INVERNO - INVERNO CON INVERSIONE

La parte del ginecchio è al di sotto degli 11000 m per arrivare alla temperatura di  $T \sim 260 \div 270 \text{ K}$  ( $\sim 0^\circ\text{C}$ )  
 Il ginecchio è al di sotto degli 11000 m per arrivare alla temperatura di  $T \sim 230 \text{ K}$ .

Nel caso di inversione, nei primi metri sopra i 11000 m si può avere un aumento della temperatura dovuto alla presenza di nebbia.

• ISA

$z = 0 \Rightarrow \text{SEA LEVEL}$

$p_0 = 760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} = 1013,25 \text{ mbar} = 14,696 \text{ psi}$   
 $T_0 = 15^\circ\text{C} = 288 \text{ K}$   
 $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$

$z < 11000 \text{ m} \Rightarrow \text{TROPOSFERA}$

La temperatura diminuisce di  $1 \text{ K}$  ( $o 1^\circ\text{C}$ ) ogni  $154 \text{ m}$  secondo una relazione lineare

$$\frac{dT}{dz} = -h = 0,0065 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}}$$

$$\frac{dT}{dz} = -h = 6,5 \frac{^\circ\text{C}}{\text{km}}$$

$z = 11000 \text{ m} \Rightarrow \text{TROPAUSA} *$

$T^* = -56,5^\circ\text{C} = 216,5 \text{ K}$

Quindi l'ISA rappresenta bene una situazione medio alta circa in prima vera / autunno che accade a  $45^\circ \text{ N}$

hall' eq. di stato dei gas perfetti  $\frac{p}{\rho} = \frac{R}{M} T \Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{R}{M} \frac{T}{p} \Rightarrow \gamma = \frac{M}{R} \frac{p}{T}$   
 sostituendo in Stevino  $\rightarrow dp = -\gamma dz$   
 $= -\frac{M}{R} \frac{p}{T} dz \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{M}{R} \frac{dz}{T}$

$\frac{dT}{dz} = -h \Rightarrow$  diminuzione lineare  $\rightarrow T = T_0 - hz$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{M}{R} \frac{dz}{(T_0 - hz)}$$

$$= -\frac{M}{R} \frac{dz}{T_0 - hz} \frac{h}{h} =$$

$$= -\frac{M}{hR} \frac{d(hz)}{T_0 - hz} =$$

$$= +\frac{M}{hR} \frac{d(-hz)}{T_0 - hz} =$$

$$= \frac{M}{hR} \frac{d(T_0 - hz)}{T_0 - hz} =$$

$$= m \frac{d(T_0 - hz)}{T_0 - hz}$$

introduco  $T_0 = \text{cost}$

definisco  $m = \frac{M}{hR} = \frac{29 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{0,0085 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 848 \frac{\text{kg}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 5,2561$

$\rightarrow$   $m = 5,2561$

Integro

$$\int_0^z \frac{dp}{p} = \int_0^z m \frac{d(T_0 - hz)}{T_0 - hz}$$

$$\ln\left(\frac{p_z}{p_0}\right) = m \left[ \ln(T_0 - hz) \right]_0^z$$

$$= m \ln\left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^m$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^m} \quad (Z_{QNL})$$

Da cui posso ottenere la QUOTA BAROMETRICA

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{m}} = \frac{T_0 - hz}{T_0} \Rightarrow z = \frac{T_0}{h} \left[ 1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{m}} \right]$$

hall' eq. di stato dei gas perfetti

$$\begin{cases} \frac{p}{\rho} = \frac{R}{M} \frac{T}{\rho} \Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{R}{M} \frac{T}{p} \\ \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^m \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-1} =$$

$$= \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^m \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{\rho} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^{m-1}} \quad (Z_{NA})$$

Da cui nevo la QUOTA ISA

$$z = \frac{T_0}{h} \left[ 1 - \left(\frac{1}{\rho}\right)^{\frac{1}{m-1}} \right]$$



Introduco due nuove grandezze.

1) ALTEZZA OMOGENEA DELLA STRATOSFERA

$$H^* = \frac{p^*}{\gamma^*} \Rightarrow H^* = \frac{R}{M} T^* \quad [m]$$

È un valore costante  $H^* = 6338 \text{ m}$ .

È definito come l'altezza della stratosfera quando questo risulta essere costituito da un fluido omogeneo avente le caratteristiche  $(p, T, \rho)$  della tropopausa.

2) ALTEZZA OMOGENEA DELL'ATMOSFERA

$$H = \frac{p_0}{\gamma_0} \Rightarrow H = \frac{R}{M} T_0 \quad [m]$$

È un valore costante  $H = 8426 \text{ m}$ .

È definita come l'altezza dell'atmosfera quando questo è costituito da un fluido omogeneo avente le caratteristiche  $(p, T, \rho)$  a quota zero.

oss: in generale l'altezza omogenea è l'altezza di una colonna di fluido omogeneo avente caratteristiche uguali a quelle presenti nelle sue base.

È possibile quindi scrivere la relazione appena ottenuta in funzione dell'altezza omogenea.

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\gamma^*}{p^*} dz$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{1}{H^*} dz$$

$$\int_{p^*}^{p_0} \frac{dp}{p} = \int_{z^*}^z -\frac{1}{H^*} dz$$

$$\ln \frac{p_0}{p^*} = -\frac{1}{H^*} (z - z^*)$$

$$\frac{p}{p^*} = e^{-\frac{z-z^*}{H^*}}$$

LEGGE DI HALLEY

È ora possibile ricavare anche la generica altezza  $z$  (a partire da  $z_0 = 0 \text{ m}$ )

$$\ln \left( \frac{p}{p^*} \right) = -\frac{z - z^*}{H^*}$$

$$\ln \left( \frac{p}{p^*} \frac{p_0}{p_0} \right) = -\frac{z - z^*}{H^*}$$

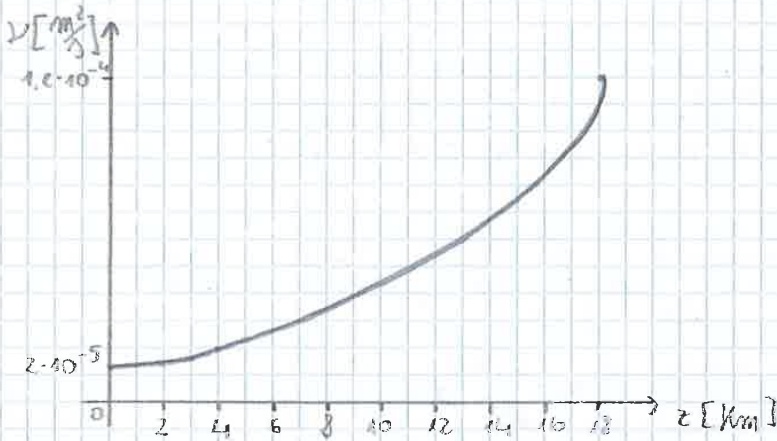
$$z^* - z = H^* \ln \left( \frac{p}{p_0} \frac{p_0}{p^*} \right)$$

$$z - z^* = H^* \ln \left( \frac{p_0}{p} \frac{p^*}{p_0} \right)$$

$$\Rightarrow z = z^* + H^* \ln \left( \frac{p^*}{p_0} \frac{p_0}{p} \right) = 11000 H^* \ln \left( 0,2232 \frac{p_0}{p} \right)$$



La viscosità cinematica  $\nu$  per cui  $\nu$  è inversamente proporzionale alla densità, che aumenta con la quota perché  $\nu$  è inversamente proporzionale alla densità, che diminuisce



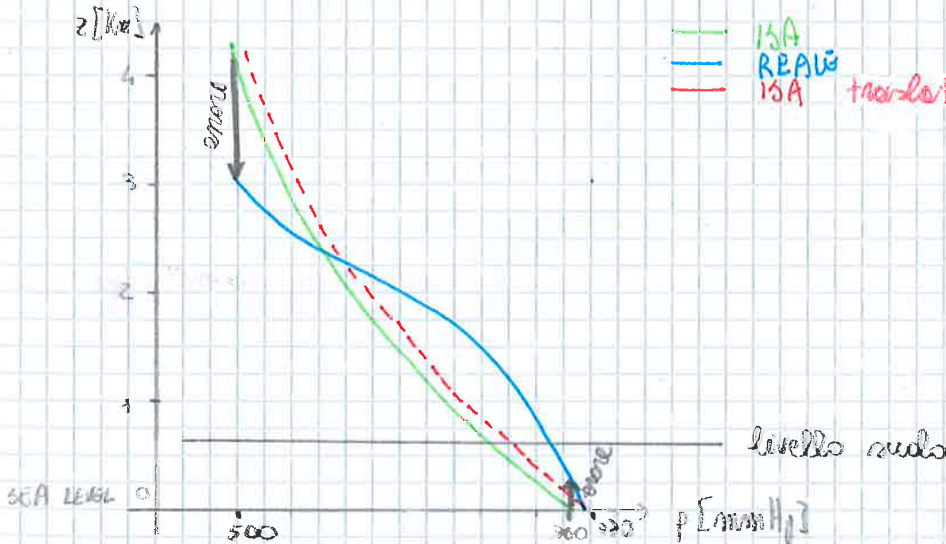
### QUOTE BAROMETRICHE

sono ricavate dall'altimetro che sfrutta la legge di variazione delle pressioni nella troposfera per ricavare una quota

$$p/p_0 = \left(\frac{T}{T_0}\right)^m = \left(\frac{T_0 - h \cdot \gamma}{T_0}\right)^m \Rightarrow h = \frac{T_0}{\gamma} \left[ 1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/m} \right]$$

L'altimetro è posto sul velivolo e misura la pressione in una quota  $z$  (espressa in piedi). L'altimetro trasforma l'informazione ricavata dal barometro

Questa ottenuta però non è la quota vero rispetto al suolo (a meno che  $p$  e  $T$  non varino secondo gli standard ISA)



Posso traslare la curva ISA in modo che l'altimetro segni zero a 760 mmHg, ovvero quando l'altimetro ottiene una misura vera dell'altitudine quando atteso per toccare il suolo

La differenza tra quota vero e quota barometrica dipende dallo stato dell'atmosfera. La correzione della curva viene effettuata dal pilota agendo sulle manopole dell'altimetro

## MISURA DELLE VELOCITÀ

L'anemometro di bordo lega la differenza di pressione alla velocità. Il tubo di Pitot misura la pressione statica e quella totale, da cui si ricava quella dinamica.

$$q = p_t - p_a$$

PRESSIONE DINAMICA

## FLUSSO INCOMPRESSIBILE

- $V < 250 \text{ km/h} = 463 \text{ km/a} = 128 \text{ m/s}$
- quote costanti

Per un generico flusso vale l'eq. di EULERO:  $dp + \rho v dv = 0$   
 Se il flusso è incompressibile  $\Rightarrow p = \text{cost}$ ,  $\rho = \text{cost}$ , integrando l'eq. di Eulero si ottiene il TEOREMA DI BERNOLLI

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cost} = p_t$$

La pressione totale  $(p_t)$  è somma di una pressione statica ( $p$ ) e una dinamica  $(\frac{1}{2} \rho v^2)$

$$q = \frac{1}{2} \rho v^2 = p_t - p_a \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2q}{\rho}} \quad \text{VELOCITÀ VERA (TAS)}$$

Questa è una velocità vera se:

- l'anemometro (che avviene nel tubo di Pitot) è isentropico = adiabatico + reversibile
  - la  $p_t$  è vera (quella misurata dal Pitot potrebbe essere affetta da errore)  $\rightarrow$  solo se il flusso ha direzione // all'asse del tubo
  - $p_a$  è vera
  - $\rho$  è costante con la velocità (non è vero se  $M > 0,3 \rightarrow$  regime compressibile)
- è necessario quindi correggere gli errori di posizione ( $\rho$ ) e strumento (nell'anemometro)

$$V_t = TAS = \sqrt{\frac{2q}{\rho}} = \sqrt{\frac{2q}{\rho}} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \quad (q = p_t - p_a = \frac{1}{2} \rho v^2)$$

$$= \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} \frac{1}{\sqrt{\sigma}}$$

$$\Rightarrow V_t = V_e \frac{1}{\sqrt{\sigma}} = EAS \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{EAS = TAS \sqrt{\sigma}}$$



## NUMERO DI MACH

$$M = \frac{TAS}{c}$$

$c$  = velocità del suono

$$c = \sqrt{\gamma R T} \Rightarrow \frac{c}{c_0} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{\gamma R T_0}} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \Rightarrow c = c_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

con  $\begin{cases} c_0 = \sqrt{\gamma R T_0} \\ T_0 = 15^\circ C = 288K \end{cases} \Rightarrow c_0 = 340,5 \frac{m}{s}$

si ricorda che:

$$\frac{\rho}{\rho_0} =$$

$$\begin{cases} c = c_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \\ M = \frac{TAS}{c} \end{cases} \Rightarrow M = \frac{TAS}{c_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \frac{TAS}{\sqrt{T}} \frac{\sqrt{T_0}}{c_0}$$

posto  $b = \frac{\sqrt{T_0}}{c_0} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{288}}{340,5} = 0,05 \frac{\sqrt{K}}{m/s}$

$$\Rightarrow M = b \frac{TAS}{\sqrt{T}} \quad (\text{valida sia per flussi compressibile che incompressibile})$$

## VELOCITA' EQUIVALENTE

Forze aerodinamiche hanno tutte la seguente forma

$$F_a = \frac{1}{2} \rho TAS^2 S C_a$$

$$EAS = TAS \sqrt{\delta} \quad \delta = \sigma = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\sigma_0}$$

$$\Rightarrow EAS^2 = TAS^2 \delta$$

$$TAS^2 = \frac{EAS^2}{\delta}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow F_a &= \frac{1}{2} \rho \frac{EAS^2}{\delta} S C_a \\ &= \frac{1}{2} \rho \frac{EAS^2}{\frac{\rho}{\rho_0}} S C_a = \\ &= \frac{1}{2} \rho_0 EAS^2 S C_a \end{aligned}$$

quindi abbiamo ottenuto due espressioni per le forze aerodinamiche

$$\Rightarrow \begin{cases} F_a = \frac{1}{2} \rho TAS^2 S C_a \\ F_a = \frac{1}{2} \rho_0 EAS^2 S C_a \end{cases}$$



## RICHIAMI DI AERODINAMICA APPLICATA

Si valutano le prestazioni del velivolo analizzando le forze aerodinamiche e i rispettivi coefficienti associati, ovvero:

• LIFT  $\Rightarrow L \rightarrow C_L$   
 • DRAG  $\Rightarrow D \rightarrow C_D$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \sqrt{L^2 + D^2} = F_a$$

## RESISTENZA TOTALE DEL VELIVOLO

È possibile applicare le suddivisioni degli effetti, lineari e non lineari, di ogni elemento e di un fattore dovuto alla convezione

$$D_{tot} = D_{ala} + D_{fusoliera} + D_{imping} + D_{propulsore} + D_{altri corp} + D_{interferenza}$$

La D interferenza (può essere positiva o negativa) tiene conto che gli elementi non sono isolati. Infatti, idealmente si ha un flusso indisturbato a monte delle velocità diverse rispetto al flusso indisturbato. Per valutare tali effetti si introduce il

$$f = \left( \frac{V_{veloc}}{V_{\infty}} \right)^2 \quad \text{FATTORE DI INTERFERENZA}$$

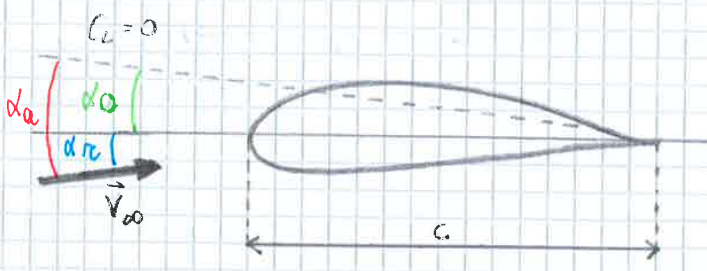
Quindi ogni singolo termine della  $D_{tot}$  deve essere modificato, riferendolo alle velocità effettive con cui risulta investito.

$$C_D = \sum_i C_{Di} \frac{S_i}{S_{ref}} f_i$$

Tale formula sovrastima il  $C_D$  poiché tiene conto due volte del tratto di ala contenuto all'interno del fusoliera

Si chiama COEFFICIENTE DI RESISTENZA MINIMO  $C_{D0}$  il valore del  $C_D$  quando la portanza (L) è nulla ed è riferito alla superficie alare del velivolo, ovvero se

## CURVE $C_L - \alpha$



- $\alpha_a \Rightarrow$  INCIDENZA AERODINAMICA = modo in cui il profilo vede  $V_{\infty}$
- $\alpha_0 \Rightarrow$  INCIDENZA DI PORTANZA NULLA
- $\alpha_c \Rightarrow$  INCIDENZA DELLA CORDA rispetto al flusso

$\Rightarrow \alpha_a = \alpha_0 + \alpha_c$

•  $c =$  CORDA

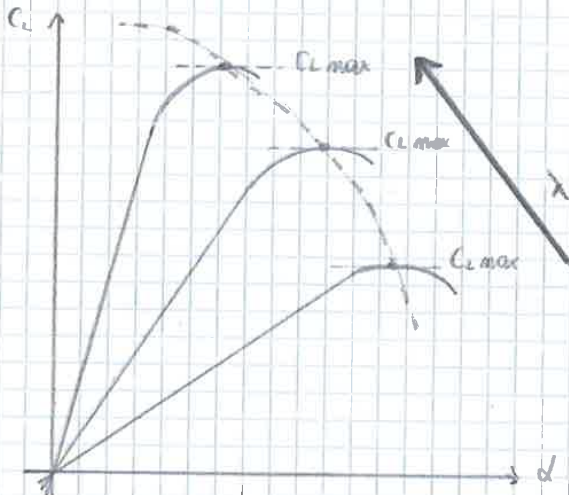
•  $C_L = 0 =$  ASSE DI PORTANZA NULLA = se  $V_{\infty} \parallel C_L = 0$  il profilo non genera portanza. Per profili simmetrici  $C_L = 0 \equiv$  corde

## EFFETTO DELL' ALLUNGAMENTO ALARE

$$\lambda = \frac{b}{c} = A$$

$b$  = apertura alare

al di di essere stallo di di  $\lambda$  aumenta il  $C_{L\max}$  ma si riduce l'incidenza



da pendenza della curva  $\epsilon$   $C_L' = t_j \epsilon$

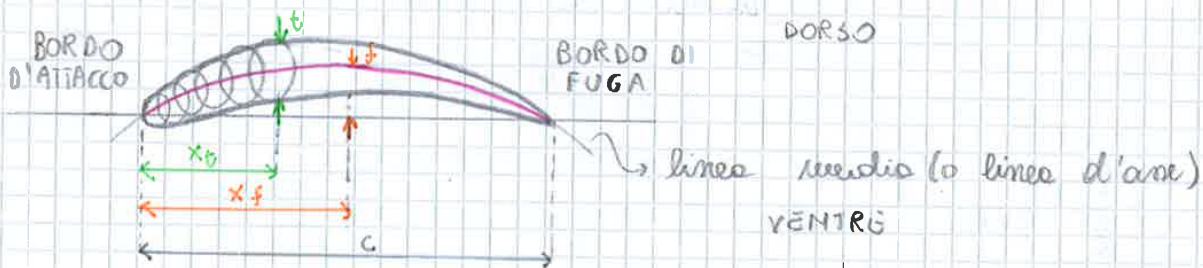
$$\Rightarrow C_L' = t_j \epsilon = \frac{dC_L}{d\alpha} = 2\pi = C_L'_{\infty}$$

Nello realtà

$$C_L' = \frac{C_L'_{\infty}}{1 + \frac{C_L'_{\infty}}{\pi \lambda}}$$

## CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DI UN PROFILO

Si considera un generico profilo non simmetrico



- $t$  = punto di massimo spessore
- $f$  = punto di curvatura massima (distanza linea d'asse - corda)
- LINEA D'ASSE = linea che unisce tutti i centri dei cerchi osculatori delle linee di dorso e ventre del profilo

OSS: la distribuzione degli spessori su dorso e ventre è simmetrica rispetto alla linea d'asse

Se il profilo è simmetrico la linea d'asse coincide con la corda del profilo



es: NACA 23015

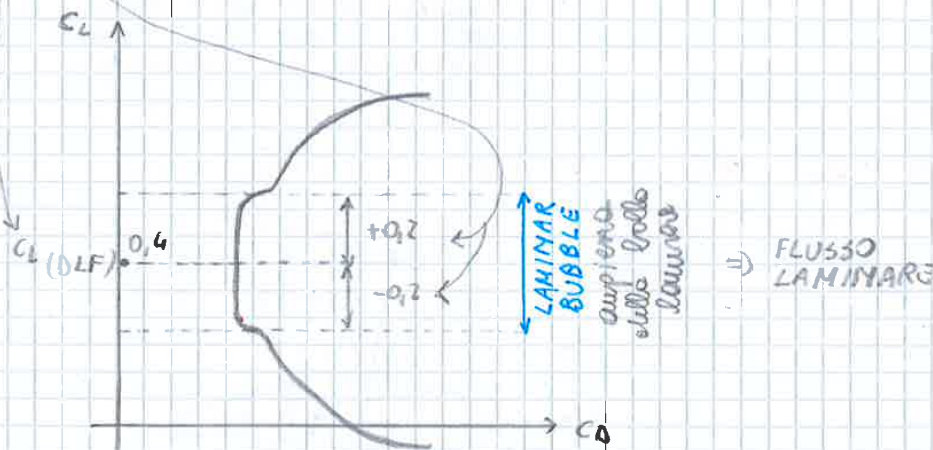
$$\begin{cases} \frac{t}{c} = 0,02 \\ \frac{x_f}{c} = 0,15 \quad (\rightarrow \frac{x_f}{c} \cdot 200 = 30 \Rightarrow x_f = \frac{30}{200} c = 0,15 c) \\ \frac{t}{c} = 0,15 \\ t = 0,4 \end{cases}$$

### PROFILI NACA A 6 cifre

Appartengono alla categoria di PROFILI LAMINARI, ovvero quelli in cui si cerca di mantenere una condizione di strato limite laminare su una vasta superficie, in modo da postulare l'apertura di transizione (laminare  $\rightarrow$  turbolento) verso il bordo di fuga d'andamento del  $\nabla p$  è tale da mantenere il flusso laminare per una percentuale di corde maggiore rispetto ad altri profili

es: NACA 65<sub>2</sub>-413

- 1° cifra (6)  $\rightarrow$  indica la famiglia, ovvero la funzione analitica che rappresenta la linea d'asse
- 2° cifra (5)  $\rightarrow \frac{x_f}{c} \cdot 10$
- 3° cifra (2)  $\rightarrow 0,(\text{III}^{\circ} \text{ cifra})$  indica l'apertura della bolle laminare. Solo in tale intervallo il  $C_L$  si mantiene ottimale
- 4° cifra (4)  $\rightarrow$  definisce il COEFF. DI PORTANZA DI PROGETTO (design lift coefficient)
- 5° e 6° cifre (13)  $\rightarrow \frac{t}{c} \cdot 100$



In generale si può concludere che se si aumenta in modo incrementale e rispettivamente  $f$  e  $t$ , si ha che:

- $C_{L \max} \uparrow$
- $C_D \uparrow$
- $\alpha_{ST} \uparrow$
- $C_M \begin{cases} \searrow = 0 & \text{se simmetrico} \\ \uparrow & \text{se non simmetrico} \end{cases}$



## CURVE $C_D - \alpha$

dalla teoria di Prandtl per l'ala in pianta ellittica si ha

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda}$$

$C_{D0}$  = coefficiente di resistenza di forma (e' anche se  $\alpha=0$ )

$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \lambda}$  = coefficiente di resistenza indotta dalle portanze

Per ali generiche (non ellittiche) la teoria di Glauert introduce dei coefficienti correttivi

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} i + K C_L^2$$

$$= C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda} (i + K \pi \lambda)$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e \pi \lambda}$$

$\Rightarrow$

$$e = \frac{1}{i + K \pi \lambda}$$

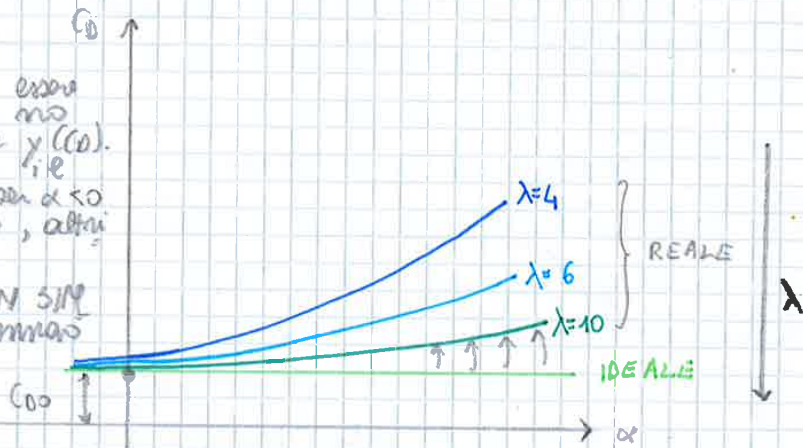
$$0,75 < e < 0,95$$

FATTORE DI OSWALD

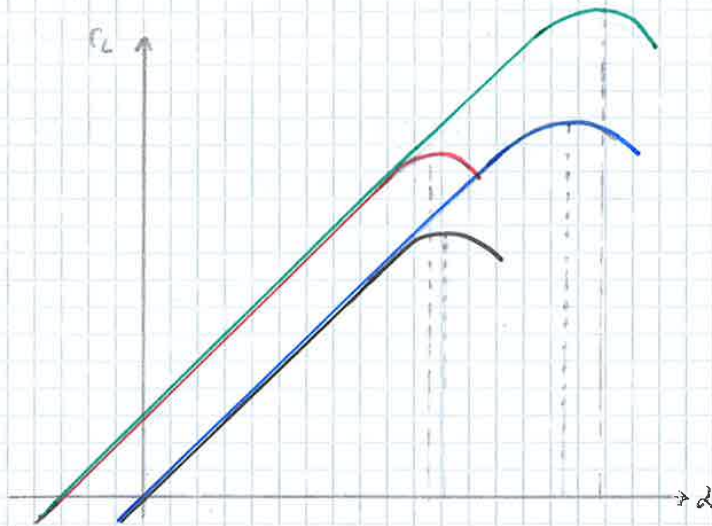
- $i$  = coefficiente maggiore di 1 che indica quanto sono lontani, come forme in pianta, da quella ellittica e funzione delle diversità della pianta rispetto a quella ellittica
- $K$  = coefficiente che valuta il profilo alare

Il grafico può essere simmetrico o no rispetto all'asse  $y$  ( $C_D$ ).  
 E' sempre vero, se il profilo lo e'  $\Rightarrow$  per  $\alpha < 0$   $|C_D| = |C_D|$  per  $\alpha > 0$ , altrimenti v'è un bias.

Per un profilo NON SIMMETRICO in impennas maggiormente



Sulle curve  $C_L - \alpha$



— profilo base  
 — SLAT  
 — FLAP  
 — SLAT + FLAP

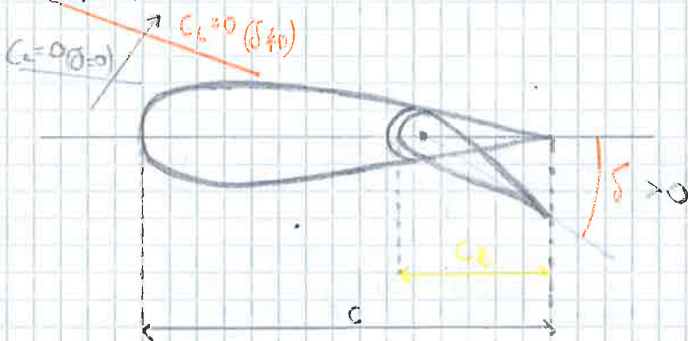
Con la configurazione SLAT+FLAP  $\Rightarrow C_L$  aumento di  $\frac{1}{5}$  volte (aerodinamica portanza)

### EFFETTO DELLA ROTAZIONE DI UNA SUP. MOBILE

Alattone  $\rightarrow$  superficie mobile posta sull'ala che genera una differenza di portanza tra le due semiali per mezzo del movimento di rotazione

Equilibratore  $\rightarrow$  superficie mobile posta sull'impermeabile orizzontale

L'effetto del flap è analogo a quello di una generica superficie mobile che ruota di un angolo di base  $\delta$

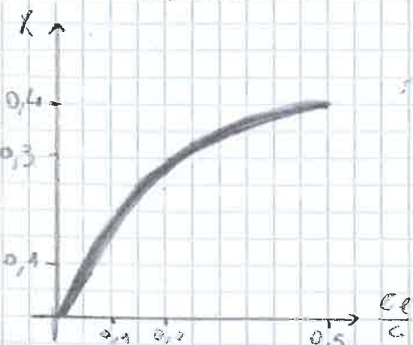


La direzione di portanza nulla risulta ruotata di un certo angolo  $\delta \uparrow \Rightarrow \Delta \alpha_0 \uparrow$

$$\Delta \alpha_0 = k \sin \delta \quad (\delta \text{ piccoli } < 30^\circ \Rightarrow \sin \delta \sim \delta)$$

$$\Rightarrow \Delta \alpha_0 \approx k \delta$$

$k \rightarrow$  portanza geometrica che dipende dal profilo della superficie mobile e dal rapporto  $\frac{c_e}{c}$



- Se  $c_e = 0 \Rightarrow \delta = 0 \Rightarrow k = 0$
- All'aumentare di  $\frac{c_e}{c}$  aumenta, poi si attenua
- Se  $\frac{c_e}{c} = 1 \Rightarrow$  ALL-MOVING-TAIL = il piano orizzontale è completamente mobile  $\Rightarrow$  si ruota tutta la superficie



Permette di determinare l'EFFICIENZA in determinate condizioni di portanza, resistenza ed incidenza

↳ quanto più vicino orizzontalmente mentre sto scendendo di  $\alpha$

$$E = \frac{C_L}{C_D}$$

$$C_f = \sqrt{C_L^2 + C_D^2}$$

COEFF. DI FORZA GLOBALE

Per quale valore di  $C_L$  si ha  $E_{max}$ ?

Graficamente si sa che, se una funzione è invertibile, il suo minimo (rispettivamente il suo massimo) corrisponde al massimo (rispettivamente al minimo) della sua inversa (e viceversa).

$$\begin{cases} E = \frac{C_L}{C_D} \\ C_D = C_{D0} + K C_L^2 \end{cases} \Rightarrow E = \frac{C_L}{C_{D0} + K C_L^2} \Rightarrow \frac{1}{E} = y = \frac{C_{D0}}{C_L} + K C_L$$

$$E_{max} \rightarrow \left(\frac{1}{E}\right)_{min} \rightarrow y_{min} \rightarrow \frac{dy}{dC_L} = 0$$

$$\frac{dy}{dC_L} = -\frac{C_{D0}}{C_L^2} + K = 0$$

$$\frac{C_{D0}}{C_L^2} = K \Rightarrow \frac{C_L^2}{C_{D0}} = \frac{1}{K} \Rightarrow C_L = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \Rightarrow C_L(E_{max}) = \sqrt{\frac{\rho \pi \lambda C_{D0}}{4}}$$

si valuta ora  $C_D(E_{max})$

$$\begin{aligned} C_D &= C_{D0} + K C_L^2 = \\ &= C_{D0} + K \left(\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}\right)^2 = \\ &= C_{D0} + C_{D0} \Rightarrow C_D(E_{max}) = 2 C_{D0} \end{aligned}$$

Da cui si ricava l' $E_{max}$

$$\begin{aligned} E_{max} &= \frac{C_L(E_{max})}{C_D(E_{max})} = \\ &= \frac{\sqrt{\frac{\rho \pi \lambda C_{D0}}{4}}}{2 C_{D0}} \Rightarrow E_{max} = \sqrt{\frac{\rho \pi \lambda}{4 C_{D0}}} \end{aligned}$$

Oss: la parte quadratico approssima bene quello reale in  $\alpha$  fino nell'intorno di  $E_{max}$

Il punto di  $E_{max}$   $\Rightarrow$  quanto maggiormente vicino a  $1 m(\alpha)$  mentre sto scendendo di  $1 m(\alpha)$  orizzontalmente

$$\begin{aligned} C_L(E_{max}) &= \sqrt{\frac{\rho \pi \lambda C_{D0}}{4}} \\ C_D(E_{max}) &= 2 C_{D0} \end{aligned}$$



Lungo gli assi vento (w) trascorso  $L_t \approx 0$  (contributo della coda piccolo)

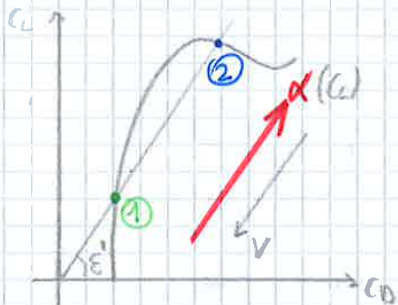
$$\begin{cases} L - W \cos \gamma = 0 \\ W \sin \gamma - D = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = W \cos \gamma \\ D = W \sin \gamma \end{cases}$$

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{L}{D} = \frac{W \cos \gamma}{W \sin \gamma} = \frac{1}{\tan \gamma} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{\tan \gamma}} \quad \text{! SOLO PER VOLO LIBRATO}$$

NOTA  $\gamma_{\min} \Leftrightarrow E_{\max}$  = definisce lo spazio percorso in orizzonte quando si vola a  $E_{\max}$  si sta ascendendo con il minimo angolo di discesa  $\rightarrow$  si sta percorrendo il massimo spazio di discesa

$$E_{\max} = \frac{1}{\tan \gamma_{\min}}$$

- OSS:
- $L_t \approx 0 \rightarrow$  il contributo della coda è trascurabile, tuttavia ogni elemento del velivolo genera portanze (anche se trascurabile rispetto a quella dell'ala)
  - $D \rightarrow$  comprende tutte le resistenze generate da ogni parte del velivolo



$$\tan E' = E = \frac{C_{L1}}{C_{D1}} = \frac{C_{L2}}{C_{D2}}$$

stesse efficienze ma due pt. diversi  $\Rightarrow$  due condizioni di volo

$$\begin{cases} \textcircled{1} \alpha \downarrow, C_L \downarrow, V \uparrow \\ \textcircled{2} \alpha \uparrow, C_L \uparrow, V \downarrow \end{cases}$$

Quindi l'efficienza  $E$  non può determinare  $V$  e  $\alpha$  di volo se l'angolo di discesa  $\gamma \neq \gamma_{\min}$  si ha

- $E \neq E_{\max}$
- due condizioni di volo possibili

es: BOING 747 (senza i 4 motori)

$$\lambda = 7, C_{D0} = 0,016, l = 0,35 \Rightarrow E_{\max} = \frac{C_{L_{\max}}}{C_{D_{\max}}} = \frac{\lambda \pi C_{D0}}{2 C_{D0}} = 17,18$$

$$\Rightarrow \gamma_{\min} = \arctan \left( \frac{1}{E_{\max}} \right) = 3,33^\circ$$

ALIANTE

$$\lambda = 30, C_{D0} = 0,012, l = 0,82 \Rightarrow E_{\max} = 62,5 \Rightarrow \gamma_{\min} = 1,35^\circ$$

$$\frac{dI}{dC_L} = -\frac{3}{2} C_{D0} C_L^{-\frac{5}{2}} + \frac{1}{2} K C_L^{-\frac{3}{2}} = 0$$

$$\frac{3}{2} C_{D0} C_L^{-\frac{5}{2}} = \frac{1}{2} K C_L^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{3 C_{D0}}{C_L^2} = K$$

$$\frac{C_L^2}{3 C_{D0}} = \frac{1}{K} \Rightarrow$$

$$C_L = \sqrt{\frac{3 C_{D0}}{K}}$$

$$C_L (E_{NCL})_{max} = \sqrt{3} \pi \lambda C_{D0} = \sqrt{3} C_L (E_{max})$$

Trovo il  $C_D$

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2 =$$

$$= C_{D0} + K \left( \sqrt{\frac{3 C_{D0}}{K}} \right)^2 =$$

$$= C_{D0} + 3 C_{D0} \Rightarrow$$

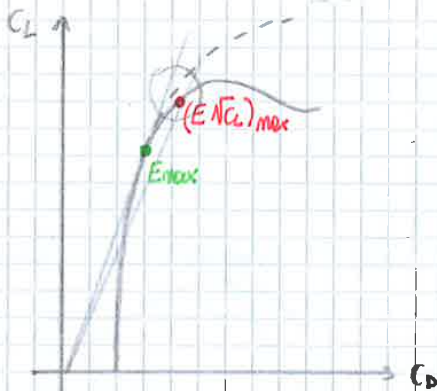
$$C_D (E_{NCL})_{max} = 4 C_{D0} = 2 C_D (E_{max})$$

Da cui si ricava che

$$(E_{NCL})_{max} = \frac{C_L (E_{NCL})_{max}}{C_D (E_{NCL})_{max}}$$

$$\Rightarrow (E_{NCL})_{max} = \frac{3 \pi \lambda C_{D0}^{\frac{3}{2}}}{4 C_{D0}}$$

Sulla pannello:



Possono essere in un tratto approssimabile dalle pannello quando l'errore non si trascurabile

Ricapitolando

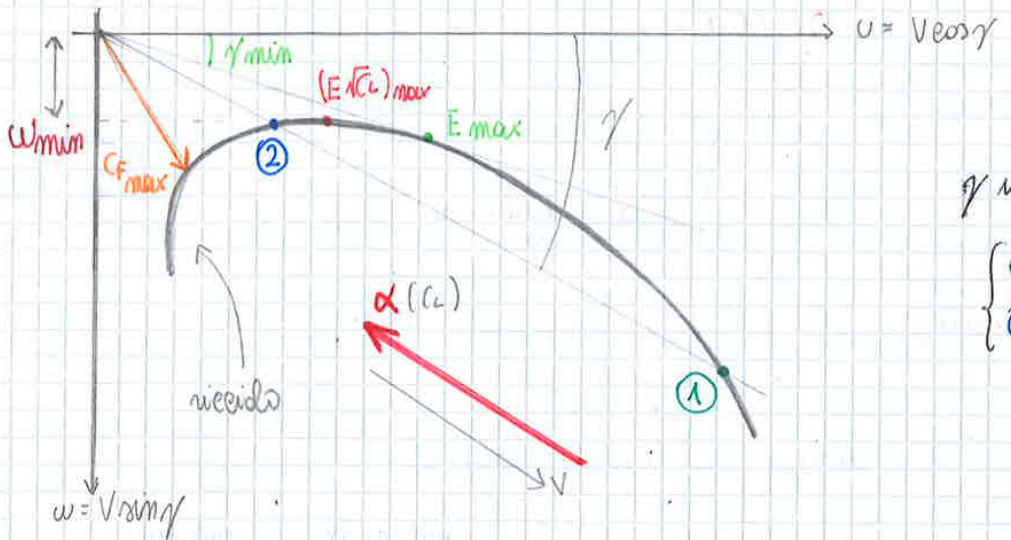
- $E_{max} \Rightarrow$  DISTANZA MAX

$$\begin{cases} C_L (E_{max}) = \pi \lambda C_{D0} \\ C_D (E_{max}) = 2 C_{D0} \end{cases}$$

- $W_{min} \Rightarrow$  TEMPO MAX  $\rightarrow E_{NCL}$

$$\begin{cases} C_L (E_{NCL})_{max} = \sqrt{3} C_L (E_{max}) \\ C_D (E_{NCL})_{max} = 2 C_D (E_{max}) \end{cases}$$





$\gamma$  uguali  $\Rightarrow$  E uguali

{ ①  $\alpha \downarrow, C_L \downarrow, V \uparrow$   
 { ②  $\alpha \uparrow, C_L \uparrow, V \downarrow$

Si definisce VELOCITÀ LIMITE la velocità del velivolo in caso di picchiata, dove è l'equilibrio delle forze e:

$$\left. \begin{aligned} L = D &\rightarrow C_L = 0 \\ D = W &\rightarrow C_F = C_D = C_{D0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{lim} = \sqrt{\frac{2W}{\rho} \frac{1}{C_{D0}} \frac{1}{\sigma}}$$

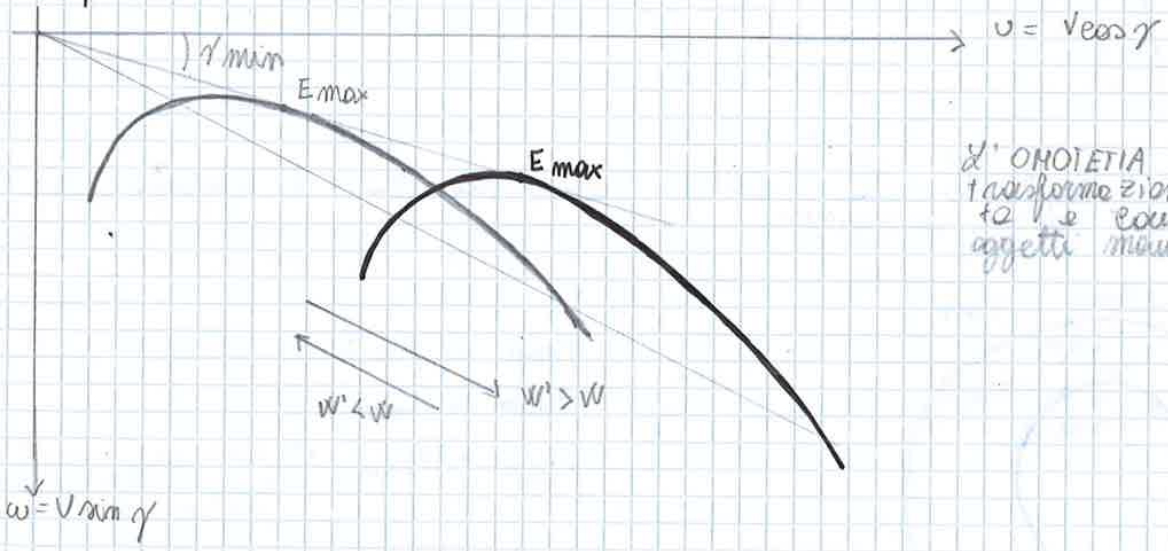
**EFFETTO DEL PESO**

Ciò è possibile tramite il rilascio di zavorre di un aereo → acqua

$$V \propto \sqrt{W} \Rightarrow W' > W \Rightarrow V' = V \sqrt{\frac{W'}{W}}$$

Quindi una variazione di peso sposta e deforma l'odografo (trasformazione affettiva): ciascun punto si muove lungo il raggio uscente dall'origine e si sposta di una quantità dipendente dal fattore  $(W'/W)^{1/2}$ .

Il peso non fa variare  $\gamma_{min} \Rightarrow E_{max}$  rimane costante (infatti dipende dall'ala aerodinamica).



L'OMOTETIA è una trasformazione che dilata e contrae gli oggetti mantenendo...

## VARIOMETRO

fornisce un output legato al gradiente di pressione locale e un output di deriva, cioè  $w = V \sin \gamma$  che indica la componente verticale della velocità di discesa, cioè la velocità di caduta e di risalita.

È costituito da una capsula al cui interno e esterno sono presenti le stesse condizioni esterne. La differenza sta nel fatto che la capsula interna si aggancia con un capillare (al fondo rispetto alla capsula esterna) e causa del capillare).

Il variometro si basa su variazioni di pressioni nel tempo, ma non è affetto dal gradiente  $dp/dz$ .

Invece è influenzato da  $M_0 = 625 \cdot 10^{-9}$  e  $M_1^2 = 6,8 \cdot 10^{-9}$ . Quindi a 1000 m (3\*) il variometro è affetto da un errore del 9%.

## EFFETTO DEL VENTO

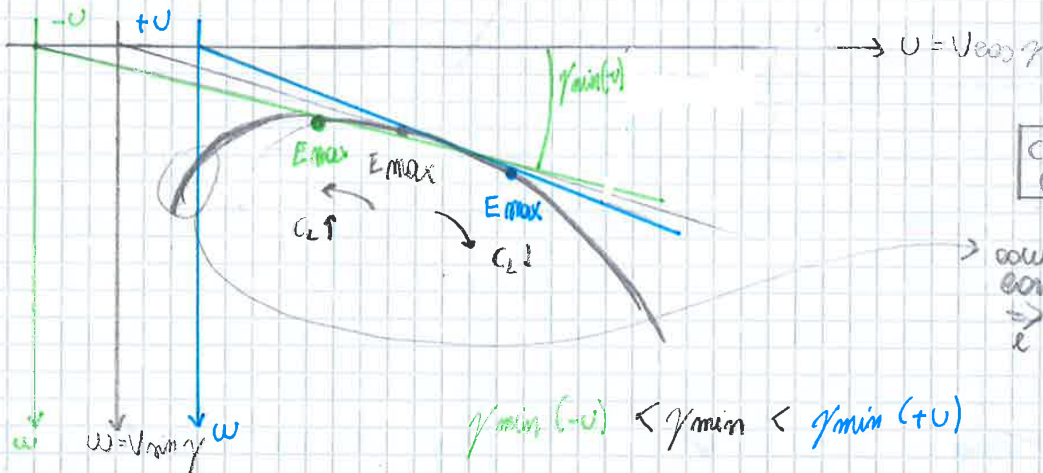


Si ipotizza la presenza di vento ma che non varino le condizioni aerodinamiche del velivolo.

L'olografia si può ottenere in due modi

- (\*) 1) Sommando ad ogni punto il vettore gravità  $V_w$
- 2) traslando l'origine del vettore gravità  $-V_w$

→ oss non influenza il punto E max, ma variano  $\gamma$  e  $w$  che potremmo anche diventare positivi

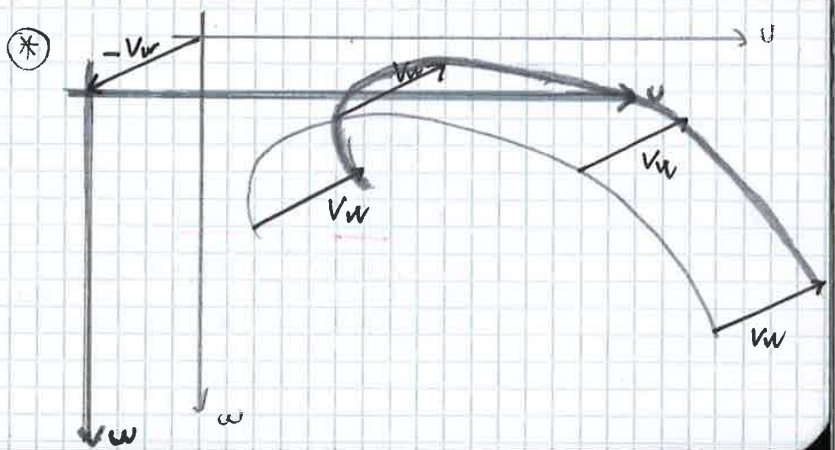


COMPONENTE ORIZZONTALE

→ componente negativa convinta in prima ⇒ l'abante scende e va indietro

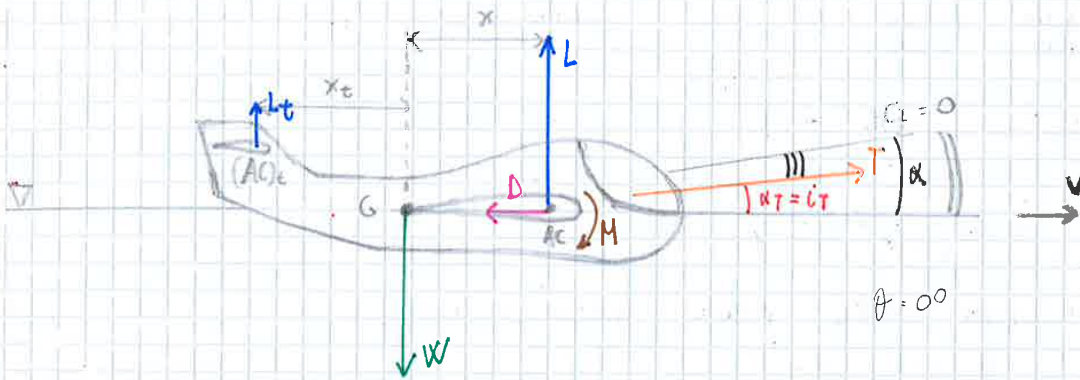
$$\gamma_{min}(-u) < \gamma_{min} < \gamma_{min}(+u)$$

- $-u \Rightarrow$  vento in POPPA  $\Leftrightarrow$  ottimale  $\Rightarrow E_{max} \rightarrow C_L \uparrow$
- $+u \Rightarrow$  vento in PRUA  $\Leftrightarrow$  fredda  $\Rightarrow E_{max} \rightarrow C_L \downarrow$





VOLO RETTILINEO UNIFORME ORIZZONTALE (per velivoli a getto col elica)



DEFINIZIONI

- **T (thrust)** è la spinta. La sua direzione è un'asse body, che può essere all'asse di non rotazione del propulsore.
- **D (drag)** è la resistenza. Nel caso si volessero considerare tutti i contributi di resistenza nel momento di trasporto, nulli perché si annullano in equilibrio.
- **$\alpha$  (angle of attack)** è l'incidenza. È l'angolo formato dalle linee di portanza nulla ( $C_L=0$ ) e l'asse vento (direzione del flusso incidente).
- **$\alpha_T = i_T$  (incidence)** è il calettamento e l'angolo di quinzio tra il profilo alare e l'asse di riferimento.
- $\alpha$  è costante se non varia l'assetto  $\Rightarrow \alpha_T = \text{cost}$ . È l'angolo formato tra l'asse  $x_b$  e le linee di portanza nulla.
- $i_T$  è costante se non varia l'assetto. È l'angolo formato tra le linee di portanza nulla ( $C_L=0$ ) e la T.

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

$$\begin{cases} \uparrow L + T \sin \alpha_T + L_t - W = 0 \\ \rightarrow T \cos \alpha_T - D = 0 \\ \curvearrowright L x - L_t x_t - M_0 + \dots = 0 \end{cases}$$

Ipotesi semplificative:

- $\alpha_T$  piccolo  $\Rightarrow \cos \alpha_T \approx 1, \sin \alpha_T \approx \alpha_T \approx 0$
- $L_t \approx 0$

si ottiene

$$\begin{cases} L = W \\ D = T \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

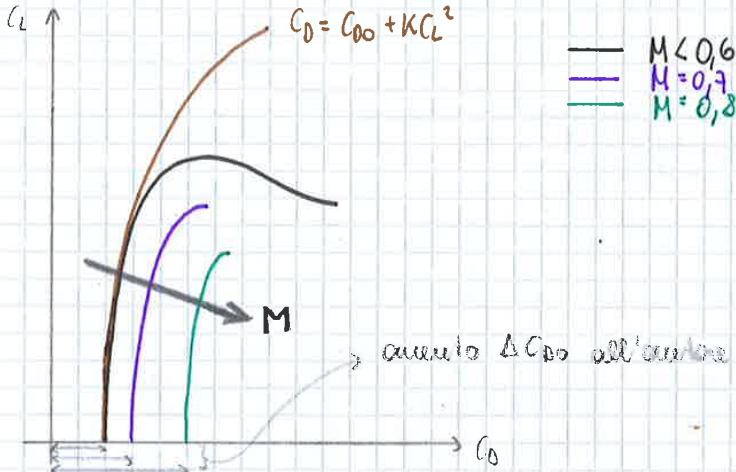
- **$\alpha$  = ANGLE OF ATTACK INCIDENCE**  
 $\Rightarrow$  angolo formato tra  $C_L=0$  e la direzione del flusso
- **$i_T$  = INCIDENCE = CALETTAMENTO**  
 $\Rightarrow$  angolo di quinzio tra profilo alare e l'asse quinzio di riferimento

Calcolo del punto E max

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{L}{D}$$

$$\begin{cases} L = W \\ D = T \end{cases} \Rightarrow E = \frac{W}{T} = \frac{W}{D} \quad \text{da cui} \quad E_{max} = \frac{W}{D_{min}} \Rightarrow \boxed{D_{min} = \frac{W}{E_{max}}}$$

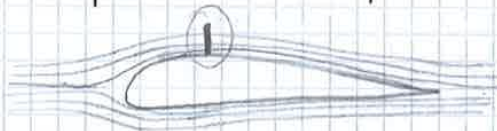
**MACH CRITICO**



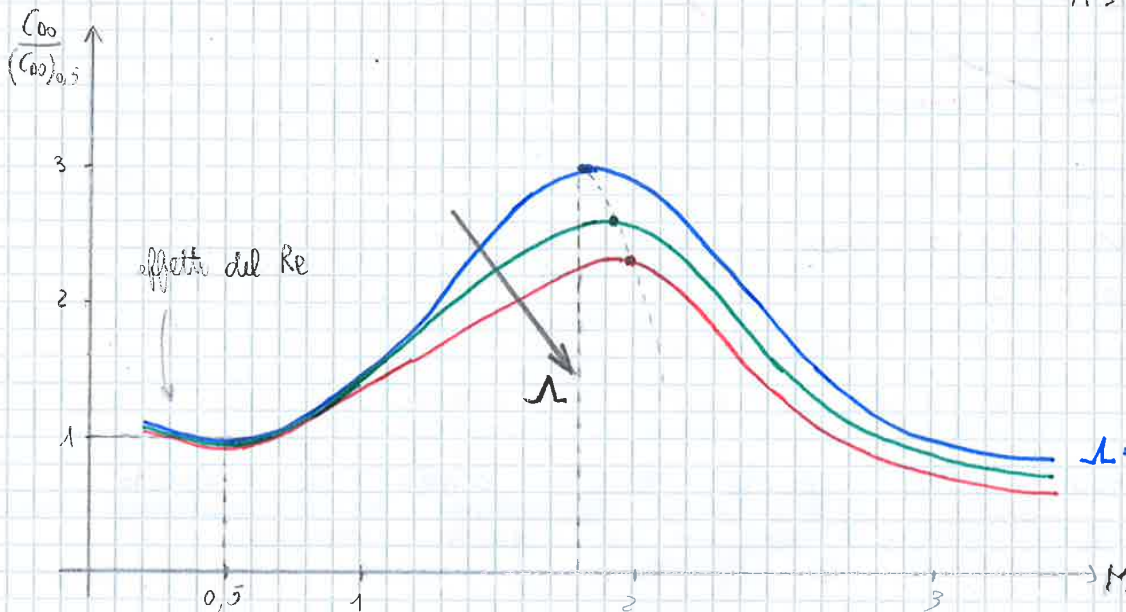
Si noti come all'aumentare del numero di Mach, aumenti il coefficiente di resistenza di forma  $C_{D0}$  e il  $C_L$  max diminuisce.

Ciò spiega perché superate le  $V_{cr}$  nel grafico  $D-V$  si ha un aumento di resistenza totale del velivolo.

Infatti, per  $V > V_{cr}$  inizia a comparire un'onda d'urto sul dorso dell'ala. Ciò accade anche se la velocità di volo è minore della velocità del suono in quanto le linee di corrente si addensano e si formano vortici e turbolenze. Inoltre, per  $M > 1$  si verificano anche sulla distribuzione delle pressioni e quindi sul  $C_L$ .



onda d'urto  
 $\Rightarrow$  incremento di  $C_{D0}$  per  $M > 0,6$



Il massimo, all'aumentare dell'angolo di freccia, si ha per  $M$  più elevati  $\Rightarrow$  il  $C_D$  diminuisce e si stabilizza.

NOTA:  $\alpha$  = angolo fra la linea dei freccia e l'asse  $y$



## SPINTA DISPONIBILE/NECESSARIA e CONSUMO

$T_n = \frac{\text{SPINTA NECESSARIA}}{\text{SPINTA DISPONIBILE}}$  (= D dall'equilibrio con semplificative)  
 $T_d = \text{SPINTA DISPONIBILE}$  : possibile spinta totale fornita dal motore

### VELIVOLI A GETTO

La SPINTA DISPONIBILE è funzione di tre componenti:

- quota ( $z$ )  $\Rightarrow \psi_1$
- velocità ( $V$ )  $\Rightarrow \chi_1 \Rightarrow T_d = f(z, V, n)$
- numero di giri ( $n$ )  $\Rightarrow \varphi_1$

Da una relazione semiempirica si ottiene

$$T = T_{50} \varphi_1(n) \chi_1(V, z) \psi_1(z)$$

dove:

$T_{50}$  = spinta massima a quota ( $z_{150}$ ) zero e a numero di giri massimo ( $n_0$  = numero di giri di progetto), ovvero quando  $n$  è a manetta = 1

$n_0$  = numero di giri di progetto  $\rightarrow$  manetta ( $\varphi=1$ ). Se  $n_{max} \geq n_0$  allora  $n_{max}$  è il numero di giri massimo consentito. Non è stabile cioè la manetta può essere maggiore di 1: infatti in situazioni di emergenza / decollo il pilota può aumentare un determinato surplus di numero di giri per superare il tempo in cui può essere attivo il surplus.

Il CONSUMO SPECIFICO è anch'esso funzione di tre componenti:

- quota ( $z$ )  $\Rightarrow \psi_2$
- velocità ( $V$ )  $\Rightarrow \chi_2 \Rightarrow K = f(z, V, n)$
- numero di giri ( $n$ )  $\Rightarrow \varphi_2$

Da una relazione semiempirica si ottiene

$$K = K_{50} \varphi_2(n) \chi_2(V, z) \psi_2(z)$$

dove

$K_{50}$  = consumo specifico a quota ( $z_{150}$ ) zero e a numero di giri massimo ( $n_0$  = numero di giri di progetto)

NOTA: Il consumo specifico di indice quanto consuma il motore (in termini di indice di spinta orario) di combustibile per unità

$$[K] = \left[ \frac{\text{kg combustibile}}{\text{N h}} \right] = \left[ \frac{\text{lb combustibile}}{\text{lb h}} \right]$$

da quantità di combustibile consumato e interessante il valore per quanto è possibile alleggerire il velivolo.

Principale tener conto dell'effetto di presa d'aria, cioè dell'effetto di compressibilità dell'aria, cioè della compressibilità dell'aria.

$$\alpha_1(V, z) = 1 - \frac{V}{a_0} + \frac{1}{2} \frac{V^2}{a_0^2} \frac{1}{\gamma} \left[ 1 - \left( \frac{V}{a_0} \right)^\gamma \right]$$

↳ effetto barico della presa d'aria ⇒ rapporto tra p dinamica e statica

effetto da tappo attenuazione dell'effetto barico (per velocità molto elevate la presa d'aria è soffocata)

Ricordando che:

$$\begin{cases} p \rho V = R T \Rightarrow \rho_f = R T \\ c = \sqrt{\gamma R T} \end{cases} \Rightarrow c^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$$

sono quindi moltiplicare per  $\gamma$  e dividere per  $\rho$

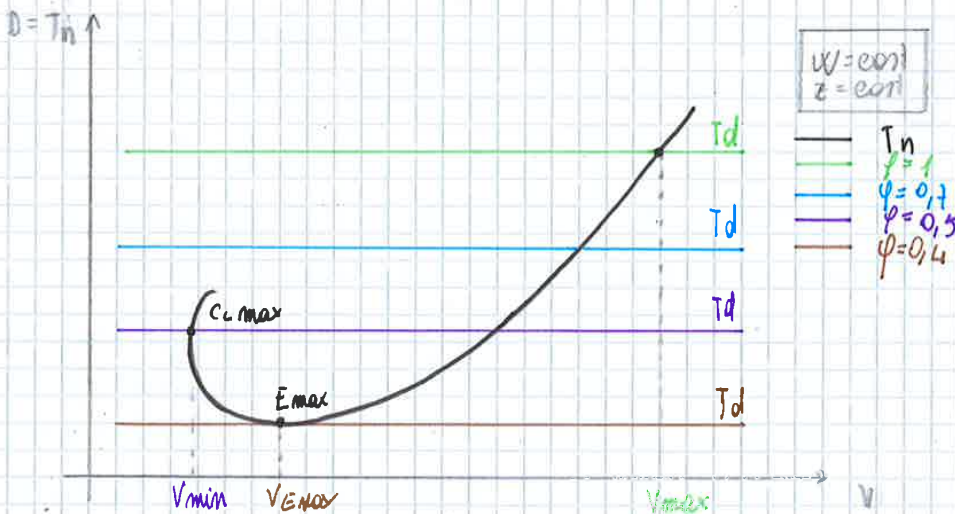
$$\begin{aligned} \alpha_1(V, z) &= 1 - \frac{V}{a_0} + \frac{1}{2} \frac{V^2}{a_0^2} \frac{1}{\rho} \left( \frac{\rho}{\rho} \right) \left[ 1 - \left( \frac{V}{a_0} \right)^\gamma \right] \\ &= 1 - \frac{V}{a_0} + \frac{1}{2} \frac{\gamma V^2}{c^2} \left[ 1 - \left( \frac{V}{a_0} \right)^\gamma \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \alpha_1(V, z) = 1 - \frac{V}{a_0} + \frac{1}{2} \gamma M^2 \left[ 1 - \left( \frac{V}{a_0} \right)^\gamma \right]$$

La spinta non varia molto a causa dell'effetto della velocità che rimane circa costante a partire di manette → numero di giri.

$$\alpha_2(V, z) = 1 + \frac{V}{a_0}$$

Confrontando  $T_d$  e  $T_n = D$  si osserva che l'intervallo di velocità è detto da limiti aerodinamici.



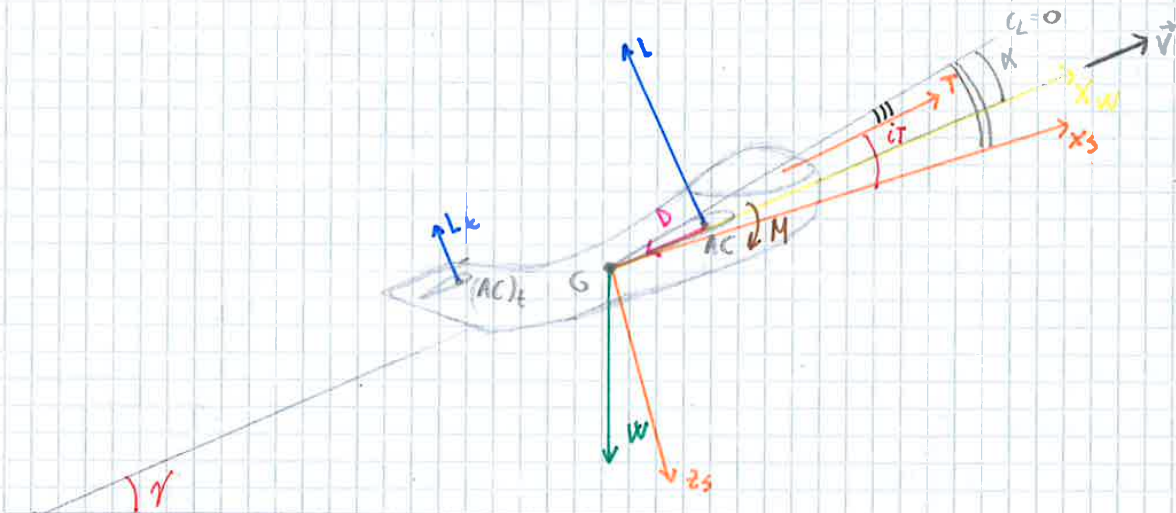
Al variare del numero di giri  $T_d$  diminuisce e la  $V_{max}$  si riduce. Per  $\phi = 0,4$  si ha un unico punto di volo orizzontale a  $E_{max}$ . Per valore a  $C_{L,max}$  bisogna ridurre la velocità e il numero di giri del motore.

Tutti i casi in cui  $T_d > T_n$  si ha un eccesso di spinta ⇒ è possibile il volo in salita.

Al variare della velocità, da  $V_{max}$  abbasso la manetta fino a  $V_{min}$  poi la riporto fino a  $V_{min}$ .



## VOLO IN SALITA: VELIVOLO A GETTO



### DEFINIZIONI

angolo tra  $x_w$  (direzione del vento, che sta variando) e  $T$  è un angolo variabile in base alle condizioni di volo

Oss:  $\alpha - \gamma \approx \alpha$   $\Rightarrow C \approx C_T$  perché durante la salita e durante l'atterraggio  $x_w$  coincide con l'asse di simmetria  $(x_3)$  e l'asse di simmetria  $(x_w)$ . Questo, in generale, non è vero infatti viene utilizzato il "angolo di simmetria" invece uguale.

NOTA: nel volo rettilineo, orizzontale uniforme se cambia la velocità, cambia l'incidenza e quindi anche l'assetto.

$$\begin{bmatrix} V \downarrow & \Rightarrow & \alpha \uparrow & \Rightarrow & \theta \uparrow \\ V \uparrow & \Rightarrow & \alpha \downarrow & \Rightarrow & \theta \downarrow \end{bmatrix}$$

nel volo in salita  $x_3$  e  $x_w$  in genere non coincidono più, quindi  $\alpha$  e  $\theta$  varieranno di conseguenza

### EQUAZIONI DI EQUILIBRIO (rispetto agli ASSI VENTO)

$$\begin{cases} \uparrow L + T \sin c - W \cos \gamma = 0 \\ \rightarrow T \cos c - D - W \sin \gamma = 0 \\ 6) \sum M = 0 \text{ (eq di beccheggio)} \end{cases}$$

↳ si usano gli assi vento perché in tale direzione è più semplice calcolare le forze aerodinamiche  $L$  e  $D$ .  
• si usano gli assi Body per definire la posizione del velivolo

Ap semplificative

- $c \approx 0$  (piccolo)  $\Rightarrow \cos c \approx 1$ ,  $\sin c \approx c \approx 0$
- $L = L_w + L_t \approx L_w$  ( $L_t \ll L_w$ ) ( $w = w_{ing} = a b v$ )

si ottiene

$$\begin{cases} L = W \cos \gamma \\ T - D = W \sin \gamma \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

Il valore di  $V_{min}$  è equiparato a  $V_{Emax}$  e  $V_{Emin}$   
 $(T_d - T_n) V \rightarrow$  area mancante dove  $T_d - T_n$  è il surplus di spinto disponibile  
 rispetto alla meccanica

•  $E_{min} \Rightarrow \left(\frac{D}{V}\right)_{min} = \left(\frac{V}{D}\right)_{max}$  per E piccoli

es  $E_{min} = \left(\frac{D}{V}\right)_{min} \quad \left[\frac{N \cdot s}{m}\right]$

$$\left(\frac{D}{V}\right)_{min} = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 S C_D}{V} = \frac{1}{2} \rho V S C_D$$

$$\begin{cases} L = W \cos \gamma \\ L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W \cos \gamma = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \\ W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \end{cases} \quad (\gamma < 25^\circ \Rightarrow \cos \gamma \approx 1)$$

$$V = \sqrt{\frac{2 \frac{W}{S}}{\rho C_L}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{D}{V}\right)_{min} &= \frac{1}{2} \rho \sqrt{\frac{2 \frac{W}{S}}{\rho C_L}} S C_D = \\ &= \frac{1}{2} \rho \sqrt{\frac{2 \frac{W}{S}}{\rho}} S \frac{C_D}{\sqrt{C_L}} = \\ &= \cos \gamma \frac{C_D}{\sqrt{C_L}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\left(\frac{D}{V}\right)_{min} = \cos \gamma \left(\frac{\sqrt{C_D}}{E}\right)_{min} \Rightarrow \frac{D}{V}_{min} \Leftrightarrow \left(\frac{E}{\sqrt{C_D}}\right)_{max}$$

$$\left(\frac{D}{V}\right)_{min} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{C_D}}{C_D}\right)_{max} = \left(\frac{C_D}{\sqrt{C_D}}\right)_{min}$$

$$y = \left(\frac{C_D}{\sqrt{C_D}}\right)_{min}$$

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2 \Rightarrow y = \frac{C_{D0} + K C_L^2}{\sqrt{C_D}} = \frac{C_{D0}}{\sqrt{C_D}} + K C_L^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{dy}{dC_L} = -\frac{C_{D0}}{2} C_L^{-\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} K C_L^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{3}{2} K \sqrt{C_L} &= \frac{1}{2} C_{D0} C_L^{-\frac{3}{2}} \\ C_L^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} &= \frac{C_{D0}}{3K} \end{aligned}$$

$$C_L^2 = \frac{C_{D0}}{3K} \Rightarrow C_{L(E/Nc)_{min}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3K}} \Rightarrow C_{L(E/Nc)_{max}} = \sqrt{\frac{2 \pi A C_{D0}}{3}} = \frac{C_{L(E_{max})}}{\sqrt{3}}$$

Trovo il  $C_D$

$$\begin{aligned} C_D &= C_{D0} + K C_L^2 = \\ &= C_{D0} + K \left(\sqrt{\frac{C_{D0}}{3K}}\right)^2 = \\ &= C_{D0} + \frac{C_{D0}}{3} = \end{aligned}$$

$$C_D (E/Nc)_{max} = \frac{4}{3} C_{D0} = \frac{4}{3} C_D (E_{max})$$

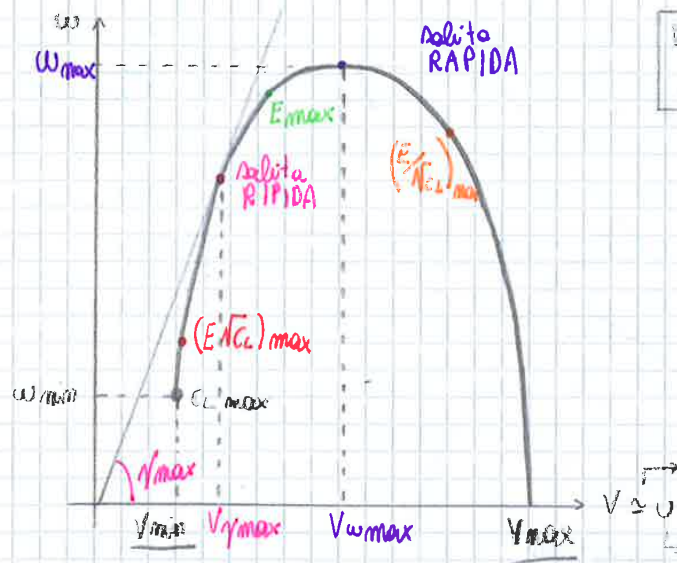
Da cui si ricave che

$$\left(\frac{E}{Nc}\right)_{max} = \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{3}{C_{D0}}\right)^3 \frac{1}{K}}$$



## CURVE DELLE VELOCITÀ DI SALITA

→ diventa un'ODOSRAFA solo se  $U = V \cos \gamma$



$$\begin{aligned} \alpha &= \text{const} \\ z &= \text{const} \\ \phi_1 &= 1 \end{aligned}$$

(Tale grafico si ottiene da quello delle spinte necessarie e disponibili in funzione della velocità, incando di massa, mizzore l'area rossa)

$$\gamma = \arctan \frac{w}{U} \approx \arctan \frac{V}{U}$$

poiché  $\gamma < 25^\circ \Rightarrow U = V \cos \gamma \approx V$

→ velocità di volo lungo la traiettoria

- SALITA RIPIDA**  $\Rightarrow V_{\gamma \max}$  → per superare un ostacolo nel più breve tempo possibile
- SALITA RAPIDA**  $\Rightarrow V_{w \max}$  → per raggiungere una quota il più velocemente possibile (es: cariera che sale per intercettare dei velivoli)

Quindi la curva delle velocità di salita (scelti  $U, z, \phi_1$ ) si ricava utilizzando la relazione  $w = \frac{(1-D)V}{W}$

**NOTA:** quando il grafico di  $w$  si nota che all'aumentare di  $V$  le differenze  $T_d - T_n$  diminuiscono. Quando la velocità di salita è nulla ( $w=0$ )

## CURVE $T_d, T_n$ AL VARIARE DELLA QUOTA

Supponiamo  $\phi_1 = 1$  e saliamo di quota

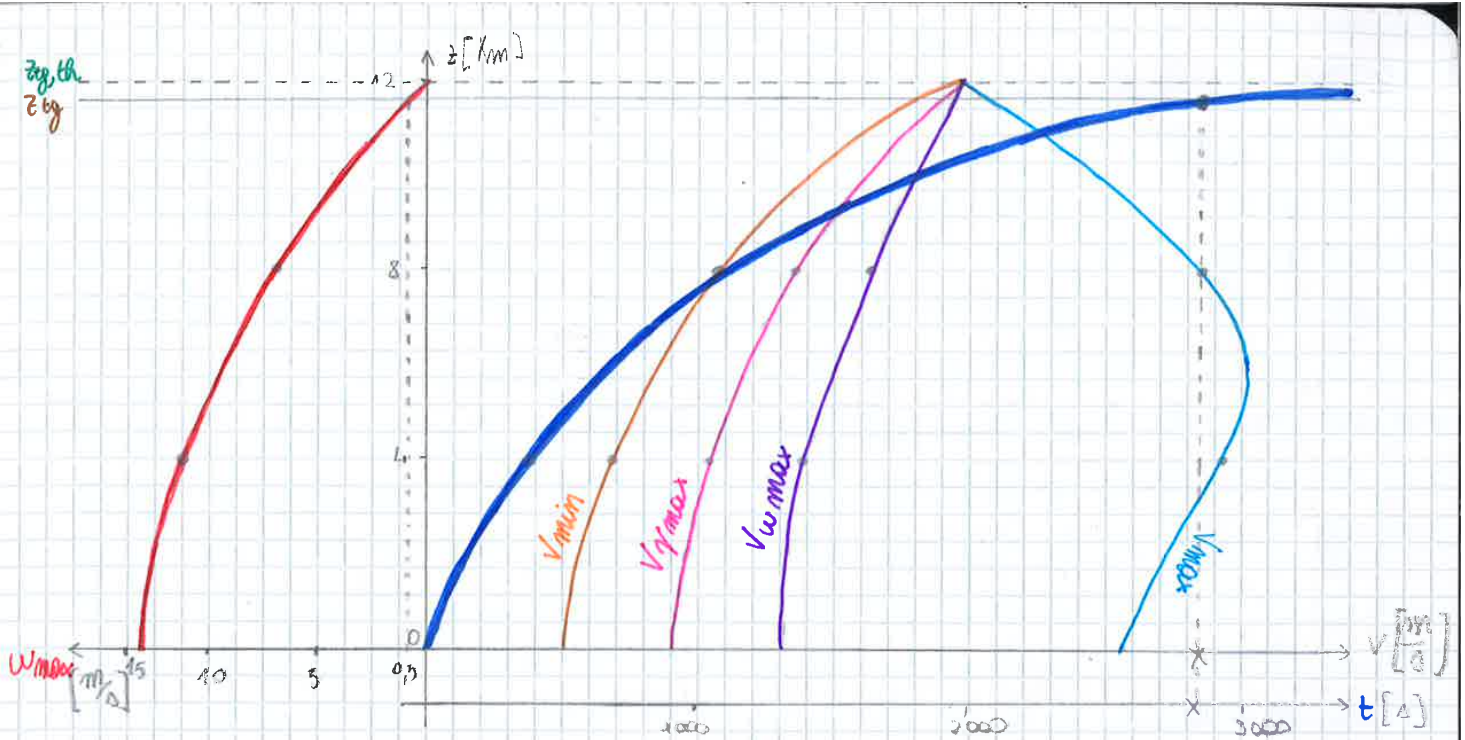
•  $T_d$  si allarga secondo la funzione  $\psi_1$

$$\psi_1(z) = \frac{f}{p_0} \left( \frac{I}{I_0} \right)^{-1,75}$$

•  $T_n = D$  si deforma e viene traslata verso di all'aumentare di  $z$

Quando le condizioni in cui le curve  $T_d$  e  $T_n$  si intersecano la velocità minima  $V_{\min}$  e la velocità massima  $V_{\max}$

I punti di intersezione tra  $T_n$  e  $T_d$  variano fino alla situazione in cui rimane uno solo (es:  $z_{\max} = 12000 \text{ m}$ ) per il quale è possibile volare. Tale punto è detto QUOTA DI TANGENZA TEORICA, cioè la quota massima a cui è possibile volare.



- **QUOTA DI TANGENZA TEORICA** si riferisce all'altitudine per cui si annulla la componente verticale di velocità ( $w$ )  $\Rightarrow$  volo orizzontale
- **QUOTA DI TANGENZA PRATICA** viene definita per una velocità di salita  $w = 0,5 \text{ m/s}$ . si riferisce al livello reale di altitudine per cui si considera massima la spinta che si ha a disposizione
- **TEMPO DI SALITA** è il tempo necessario per raggiungere la quota  $z$

$$dz = w dt \Rightarrow dt = \frac{dz}{w} \Rightarrow t_z = \int_0^z \frac{dz}{w}$$

anziché integrare la prima relazione diretta per ottenere il tempo di salita nella pratica si suddivide lo spazio da percorrere in tanti intervalli di quota  $\Delta z_i$ , per ognuno dei quali si considera un valore medio di velocità  $w_{ni}$ . così facendo il tempo di salita viene calcolato su tratti

$$t_z = \sum_i \frac{\Delta z_i}{w_{ni}} \approx \int_0^z \frac{dz}{w}$$

Oss: tale procedura teorica non si può applicare con la quota di tangenza teorica in quanto, per definizione, si otterrebbe zero tempi di salita infiniti ( $t \rightarrow \infty$ )

quota di tangenza	TEORICA	$\Rightarrow w = 0 \text{ m/s}, t \rightarrow \infty$
	PRATICA	$\Rightarrow w = 0,5 \text{ m/s}, t \in \mathbb{R}$

Alla quota di  $t_g$  teorica si ha

$$w = \frac{(T_d - D) V}{W} = 0$$

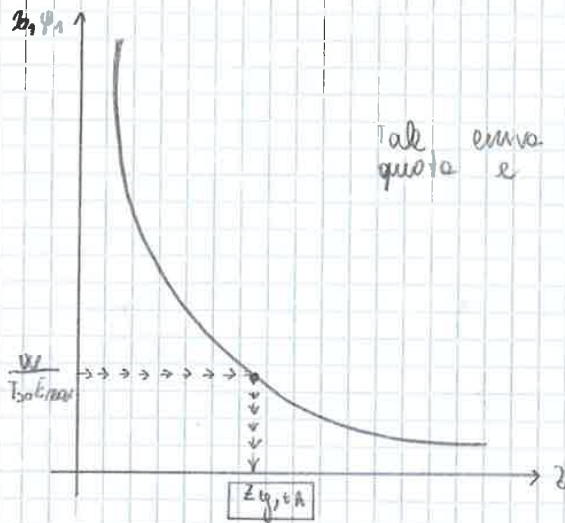
$$E \approx E_{max}$$

$$L = W \quad (\text{volo orizzontale})$$

$$T_d = T_n = D$$



Una delle velocità individuate con il grafico è possibile entrare dall'asse delle ordinate con  $z_{y,1A}$  e il valore  $\alpha_1 \varphi_1$  appena calcolato



al punto non dipende dal velivolo ma solo dalla quota e velocità

OSS: la quota di tangenza teorica può essere valutata anche da un punto di vista energetico considerando la quantità di energia cinetica che si trasforma in energia potenziale

$$EK \Rightarrow Ep \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m g z \Rightarrow \boxed{z_{y,1A} = \frac{V^2}{2g}}$$

In questo calcolo non si considera la perdita di energia causata dalla resistenza

### VELIVOLI AD ELICA

Parlando di velivoli ad elica si fa riferimento alle potenze in gioco (piuttosto che alle spinte generate) e presente un motore che fa girare l'albero dell'elica, la quale produce potenza che viene trasformata in spinta

Il motore può essere:

- TURBOREATTORE: imbrone che fornisce potenza all'albero dell'elica
- MOTORE ALTERNATIVO

NOTA: i velivoli a getto possono essere studiati sia in termini di spinta che di potenza  
i velivoli ad elica sono studiati in termini di potenza

### CURVA DELLE POTENZE NECESSARIE

Volò orizzontale  $\Rightarrow L = W$

$$\Pi_{in} = D \cdot V$$

$$\begin{cases} D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \\ C_D = C_{D0} + K C_L^2 \end{cases} \Rightarrow D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D0} + K C_L^2)$$

$$\begin{cases} L = W \\ L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \end{cases} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D0} + K C_L^2) \\ C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S} \end{cases} \Rightarrow D = \frac{1}{2} \rho V^2 S \left( C_{D0} + K \frac{4W^2}{\rho^2 V^4 S^2} \right)$$

Per il generico punto A del grafico si ha che

$$C_p E = \frac{\pi n}{V} = \frac{1}{2} \rho V^3 S C_D$$

$$\left\{ \begin{aligned} C_p E &= \frac{1}{2} \rho V^3 S C_D \\ V &= \sqrt{\frac{2W}{\rho C_L}} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow C_p E = \frac{1}{2} \rho \frac{2W}{\rho C_L} S C_D = W \frac{C_D}{C_L} = \frac{W}{E}$$

$$\Rightarrow C_p E_{min} = \frac{W}{E_{max}}$$

quindi:

- il punto di minimo della potenza necessaria ( $\pi_{n, min}$ ) si ha per  $(E \sqrt{C_L})_{max} \Rightarrow \omega_{min}$
- il punto avute  $E_{min}$  si ha per  $(\frac{\pi n}{V})_{min}$ , cioè per  $E_{max} \Rightarrow \omega_{max}$

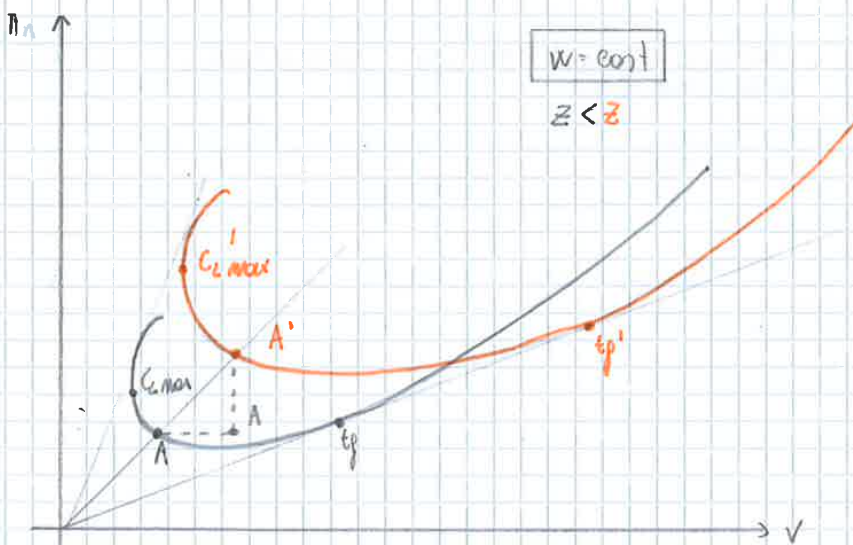
### VARIAZIONE DELLA POTENZA NECESSARIA CON LA QUOTA

Si ragiona a peso di peso e  $C_L$  (quindi polare) si definisce il  $C_L$  per volo orizzontale ( $L=W$ )

$$\left\{ \begin{aligned} L &= W \\ L &= \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \end{aligned} \right. \Rightarrow W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho V^2} \quad (V=IAS)$$

per la velocità viene usata la IAS  $\Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho IAS^2}$ , poiché a basse quote e velocità (condizione operativa dei velivoli ad elica) si possono gli errori di strumento (IAS = CAS) e per gli errori dovuti alla compressibilità dell'aria (CAS = EAS), EAS = CAS = IAS

RICORDA! EAS = IAS solo se siamo a  $Z_{ISA} = 0$ , altrimenti si necessita di introdurre l'effetto della quota  $\sigma = \frac{\rho}{\rho_0} \Rightarrow EAS = \sqrt{\sigma} IAS$



$$\left\{ \begin{aligned} EAS &= CAS = IAS \\ EAS &= \sqrt{\sigma} IAS \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow IAS = \sqrt{\sigma} TAS$$

$$\Rightarrow IAS = \sqrt{\sigma} TAS$$

Come varia l'ascissa e l'ordinata al variare della quota?

• ASCISSA  $\rightarrow IAS = \sqrt{\sigma} TAS \Rightarrow TAS = \frac{IAS}{\sqrt{\sigma}}$ , quindi spostato orizzontalmente di  $\frac{1}{\sqrt{\sigma}}$

• ORDINATA  $\rightarrow C_L = \text{cost} \Rightarrow C_D = 0$  sono costanti  $\Rightarrow \pi_n = D \cdot V$  varia con  $V$ , cioè si sposta vert. ealuate di  $\frac{1}{\sqrt{\sigma}}$



## EFFETTO DELLA QUOTA SULLA POTENZA DISPONIBILE ( $\Pi_m$ )

La regolazione, sia nel caso di elica a passo fisso ( $C = \text{cost} = C_{\text{max}}$ ) che di elica a passo variabile ( $n = \text{cost} = n_f$ ) viene effettuata dal pilota gestendo la manetta.

$\Pi_{m0}$  = potenza erogata dal motore a  $z_{\text{HA}} = 0 \text{ m}$

La potenza erogata dal motore  $\Pi_m (= \Pi_d \text{ potenza disponibile})$  varia al variare della quota perché varia la densità dell'aria

$$z = \frac{\Pi_m}{\Pi_{m0}} = \frac{C}{C_0} = \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T} \sqrt{\frac{T}{T_0}} = \frac{P}{P_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \psi(z) \Rightarrow \Pi_m = \Pi_{m0} \psi(z)$$

$$\Rightarrow \psi(z) = \frac{P}{P_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}}$$

Si definisce RENDIMENTO DELL'ELICA il rapporto tra potenza disponibile e quella erogata dal motore in funzione della manetta  $\xi$

$$\eta_e = \frac{\Pi_d}{\Pi_m \xi}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_e = \frac{\Pi_d}{\Pi_m} \\ \Pi_m = \Pi_{m0} \psi(z) \end{array} \right. \Rightarrow \eta_e = \frac{\Pi_d}{\Pi_{m0} \psi(z) \xi} \Rightarrow \Pi_d = \Pi_{m0} \psi(z) \eta_e \xi$$

NOTA  $\xi = \frac{C}{C_0}$  se  $n = \text{cost} = n_f \Rightarrow$  elica a passo variabile; altrimenti  $\xi = \frac{n}{n_f}$  poiché  $C = \text{cost} = C_{\text{max}}$

Si ha che  $\eta_e\left(\frac{V}{a}\right) = f_1\left(\frac{V}{n}\right)$

In un'elica il vento relativo deve incidere sempre il ventre della pala generando così una forma aerodinamica di trazione e allo stesso tempo una coppia resistente, vinta grazie alla presenza del motore

## DEFINIZIONI

- **PASSO DELL'ELICA**: distanza percorsa dall'elica in un giro
- **PASSO GEOMETRICO**: è la distanza che l'elica percorrerebbe se si muovesse all'interno di un corpo solido (corrisponde quindi alla distanza teoricamente percorsa trascurando la curvatura del fluido)

in base al CARATTERISTICO

- **PASSO GEOMETRICO UNIFORME**: ogni sezione presenta lo stesso valore del passo
  - **PASSO GEOMETRICO VARIABILE**: le sezioni presentano valori diversi del passo
  - **PASSO GEOMETRICO FISSO**: il valore del passo non può essere modificato
  - **PASSO GEOMETRICO RELATIVO  $\beta$** : è l'angolo compreso tra il disegno d'elica e la retta di portanza nulla  $C_L=0$  del profilo in questione.
  - **PASSO GEOMETRICO ASSOLUTO  $p$** : è la relazione del passo geometrico relativo  $\beta$  con il raggio dopo un giro
- $$p = 2\pi r \tan \beta$$

- **PASSO REALE**: è l'avanzamento effettivo dell'elica dopo un giro in condizioni normali. È sempre inferiore al passo geometrico
- **PASSO AERODINAMICO RELATIVO  $\epsilon$** : è l'angolo tra la risultante delle velocità  $w$  e il piano contenente il disegno d'elica

$$\beta = \alpha + \epsilon \Rightarrow \alpha = \beta - \epsilon \Rightarrow \tan \epsilon = \frac{V}{w} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{p}{2\pi r} - \arctan \frac{V}{w}$$

- **AVANZAMENTO PER GIRO**:  $h = 2\pi r \tan \epsilon$

- $n$  = giri al minuto **RPM**
- $n''$  = giri al secondo **RPS** }  $RPS \cdot 60 = RPM$

$$w = 2\pi n'' r \Rightarrow n'' = \frac{w}{2\pi r} = RPS \quad (\text{Rotation Per Second})$$

si ottiene che

$$\begin{cases} \tan \epsilon = \frac{V}{w} \\ h = 2\pi r \tan \epsilon \end{cases} \Rightarrow h = 2\pi r \frac{V}{w} = \frac{2\pi}{w} V \Rightarrow h = \frac{V}{n''}$$

$\alpha \uparrow$  se  $r \downarrow$   $\Rightarrow$  se l'elica è a passo uniforme può essere che operi in sezione che  $r_m$  tale punto all'incidenza ottimale  $\alpha_{m,na}$  max non è detto che corrisponde all'efficienza max

**CONFRONTO TRA SEZIONI**  $p = r$  (uniforme)  $V = 10 \text{ m/s}$

- radice  $\Rightarrow r_r = 0,2 \text{ m} \Rightarrow \alpha_r = \arctan \frac{p}{2\pi r_r} - \arctan \frac{V}{w_r} = 11,95^\circ$
- medio  $\Rightarrow r_m = 0,6 \text{ m} \Rightarrow \alpha_m = \arctan \frac{p}{2\pi r_m} - \arctan \frac{V}{w_m} = 6,3^\circ$
- estremità  $\Rightarrow r_e = 1 \text{ m} \Rightarrow \alpha_e = \arctan \frac{p}{2\pi r_e} - \arctan \frac{V}{w_e} = 3,33^\circ$



$$T = z \int_0^{re} r dr = z \int_0^{re} \frac{1}{2} \rho_0 \delta W^2 (C_L \cos \epsilon - C_D \sin \epsilon) c dr = \frac{1}{2} \rho_0 \delta z W^2 r_e^4 \int_0^1 \frac{C_L \cos \epsilon - C_D \sin \epsilon}{\cos^2 \epsilon} \frac{r}{r_e} \left(\frac{r}{r_e}\right)^2 d\left(\frac{r}{r_e}\right)$$

$$C = z \int_0^{re} r dr = z \int_0^{re} \frac{1}{2} \rho_0 \delta W^2 (C_L \sin \epsilon + C_D \cos \epsilon) c dr = \frac{1}{2} \rho_0 \delta z W^2 r_e^5 \int_0^1 \frac{C_L \sin \epsilon + C_D \cos \epsilon}{\cos^2 \epsilon} \frac{r}{r_e} \left(\frac{r}{r_e}\right)^3 d\left(\frac{r}{r_e}\right)$$

Si pone

$$C = \frac{1}{2} z \int_0^1 \frac{C_L \cos \epsilon - C_D \sin \epsilon}{\cos^2 \epsilon} \frac{r}{r_e} \left(\frac{r}{r_e}\right)^2 d\left(\frac{r}{r_e}\right) \quad \text{coeff. SPINIA}$$

$$K = \frac{1}{2} z \int_0^1 \frac{C_L \sin \epsilon + C_D \cos \epsilon}{\cos^2 \epsilon} \frac{r}{r_e} \left(\frac{r}{r_e}\right)^3 d\left(\frac{r}{r_e}\right) \quad \text{coeff. COPPIA}$$

Ottenendo le FORMULE DI REMARK DI 1<sup>o</sup> SPECIE

$$T = \rho W^2 r_e^4 C$$

$$C = \rho W^2 r_e^5 K$$

← RAGGI ESTERNI!

Si definisce RAPPORTO DI FUNZIONAMENTO

$$\gamma = \tan \epsilon_e = \frac{V}{W r_e}$$

Il rendimento dell'elica è

$$\eta_e = \frac{\text{Potenza UTILE}}{\text{Potenza ALBERO}} = \frac{TV}{Cw} = \frac{C}{K} \gamma$$

Si consideri di variare la velocità di volo  $V$  (ad esempio cambiando traiettoria)  $\Rightarrow \gamma$  varia  $\Rightarrow dL, dD, dT \downarrow, dC$  varia

1)  $C = C(\gamma)$

$$V \uparrow \Rightarrow \gamma \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow \Rightarrow C \downarrow$$

si giungerà ad un'incidenza  $\alpha$  piccola tale per cui

$$\alpha \text{ piccolo ma } > 0 \Rightarrow dL \cos \epsilon = dD \sin \epsilon \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow C = 0 \text{ ovvero quando la velocità relativa } W \text{ si allinea con le direzioni } C_L = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

2)  $K = K(\gamma)$

$$V \uparrow \Rightarrow \gamma \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow \Rightarrow K \downarrow$$

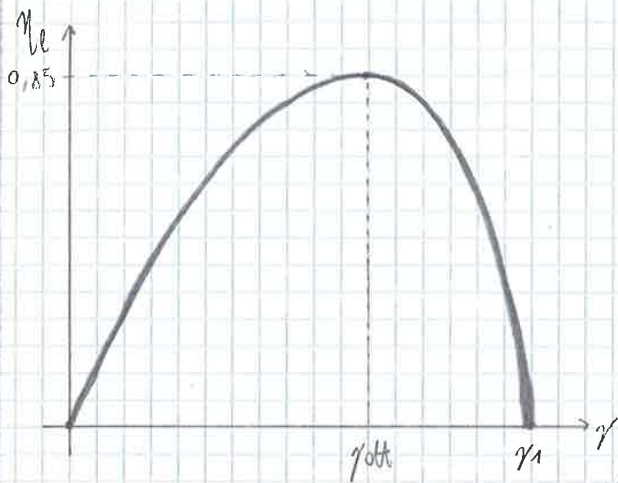
se la velocità aumenta molto  $K$  può diventare negativo

$$d \text{ piccolo ma } < 0 \Rightarrow dL \sin \epsilon = dD \cos \epsilon \Rightarrow dC = 0 \Rightarrow K = 0 \text{ Aumenta la coppia resistente e la coppia motrice si inverte diventando sempre più negativa COPPIA}$$



Il rendimento si annulla in due punti

- $\alpha = 0 \Rightarrow \gamma = \gamma_1$
- $\gamma = 0$



In genere  $\eta_{max} \approx \eta_{opt} = 0,85$  e in tale situazione si ha massimo coppia C richiesta al motore

Quindi si considera una PALA a PASSO FISSO spostandosi da  $\gamma_{opt}$  si subisce un decremento significativo

Per questo si privilegia PALA a PASSO VARIABILE  $\Rightarrow$  decremento minore di  $\eta$  all'aumentare della condizione di ottimo  $\gamma_{opt}$

(per ogni sez.)  $\alpha = cost$   
Paso variabile

ELICA A PASSO VARIABILE  $\Rightarrow$  sveglia la pala

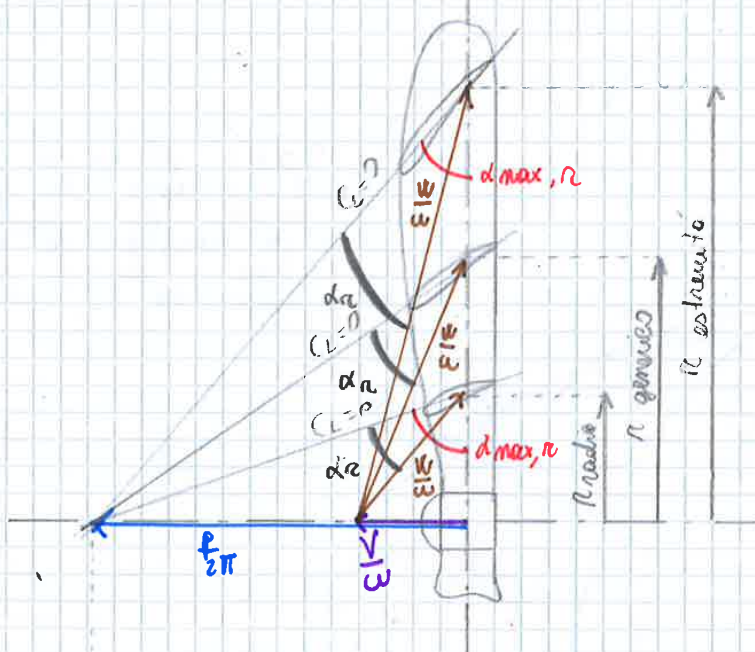
Nel caso di elice a passo variabile, si hanno angoli di esaltamento variabili per le varie sezioni della pala.

NOTA: in genere si predispone un meccanismo nel mozzo per il passo delle eliche

All'aumentare della velocità di volo  $v \Rightarrow \gamma \uparrow \Rightarrow W$  "soli" verso  $\alpha$  si varia il passo, quindi, per dare condizione di equilibrio del + riangolo di velocità in modo che la riduzione di incidenza  $\alpha$  sia contenuta.

Quindi, all'aumentare di  $v$  tutte le sezioni ruotano di  $\Delta\beta$  in modo da ottenere un'incidenza dell'opportuna tale da garantire il corretto funzionamento dell'elica.

ELICA A PASSO UNIFORME



In condizioni di punto fisso ( $V=0$ ) l'incidenza  $\alpha_{max}$  risulterebbe troppo elevata e indurrebbe lo stallo di tutta la pala

Quindi non conviene avere un passo uniforme ma variando opportunamente  $\Delta\beta$  è possibile garantire il corretto funzionamento in avvicinato e aumentare le prestazioni ad alte velocità di volo  $v$

$(\alpha \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow)$

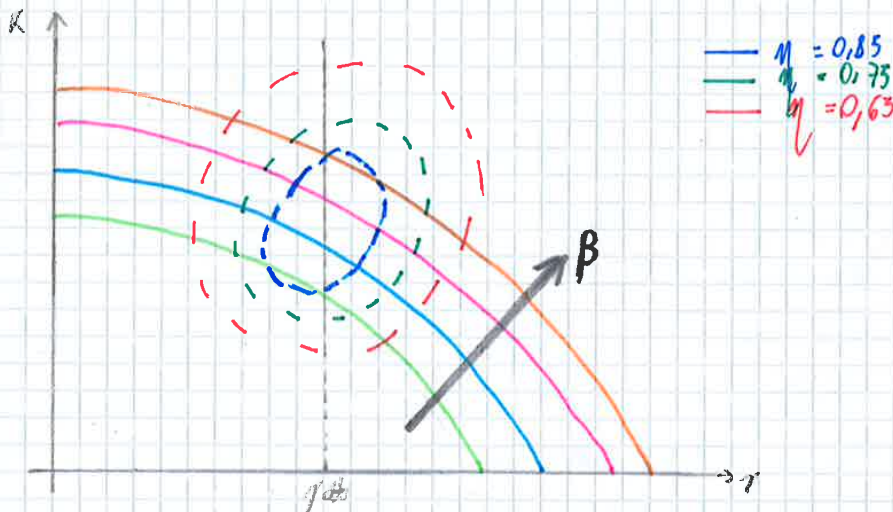


Per  $\beta = 25^\circ$  si ha l'ottimizzazione della sezione di pala  $\Rightarrow M_{tot} \max$   
 Se  $\beta \uparrow \Rightarrow M_{\max} \downarrow$

• ELICA A PASSO FISSO  
 All'aumentare di  $\beta \Rightarrow \gamma \uparrow \Rightarrow M_{tot} \downarrow$

• ELICA A PASSO VARIABILE  
 Ci si muove in termini di  $M_{\max}$  lungo l'inviluppo dei massimi, ottenendo un guadagno in termini di  $M_{\max}$  quindi mantenere un  $M$  elevato per una famiglia di  $\gamma$  più ampia.

In genere per l'elica si fornisce una curva  $K = K(\gamma)$  con un valore di  $\beta$



Un ulteriore miglioramento prevede l'utilizzo di ELICHE A SVERGO (LAMELLE A SVERGO) variabile, al variare di  $\gamma$ , il concetto di AVERGOLDWITZ (ottimo)

**FORMULE DI RENARD DI II<sup>a</sup> SPECIE**

Viene fatta comparire direttamente la velocità  $V$  (in quelle di II<sup>a</sup> specie comparisce indirettamente tramite  $\gamma$ )

$$T = \rho W^2 R e^4 C$$

$$T = \rho W^2 R e^4 C \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 \pi}{\frac{1}{2} \rho V^2 \pi} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \rho V^2 \pi \frac{2C}{\pi} \left( \frac{W^2 R e^2}{V^2} \right) R e^2$$

$$C = \rho W^2 R e^5 K$$

$$C = \rho W^2 R e^5 K \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 \pi}{\frac{1}{2} \rho V^2 \pi} \Rightarrow C = \frac{1}{2} \rho V^2 \pi \frac{2K}{\pi} \left( \frac{W^2 R e^2}{V^2} \right) R e^3$$

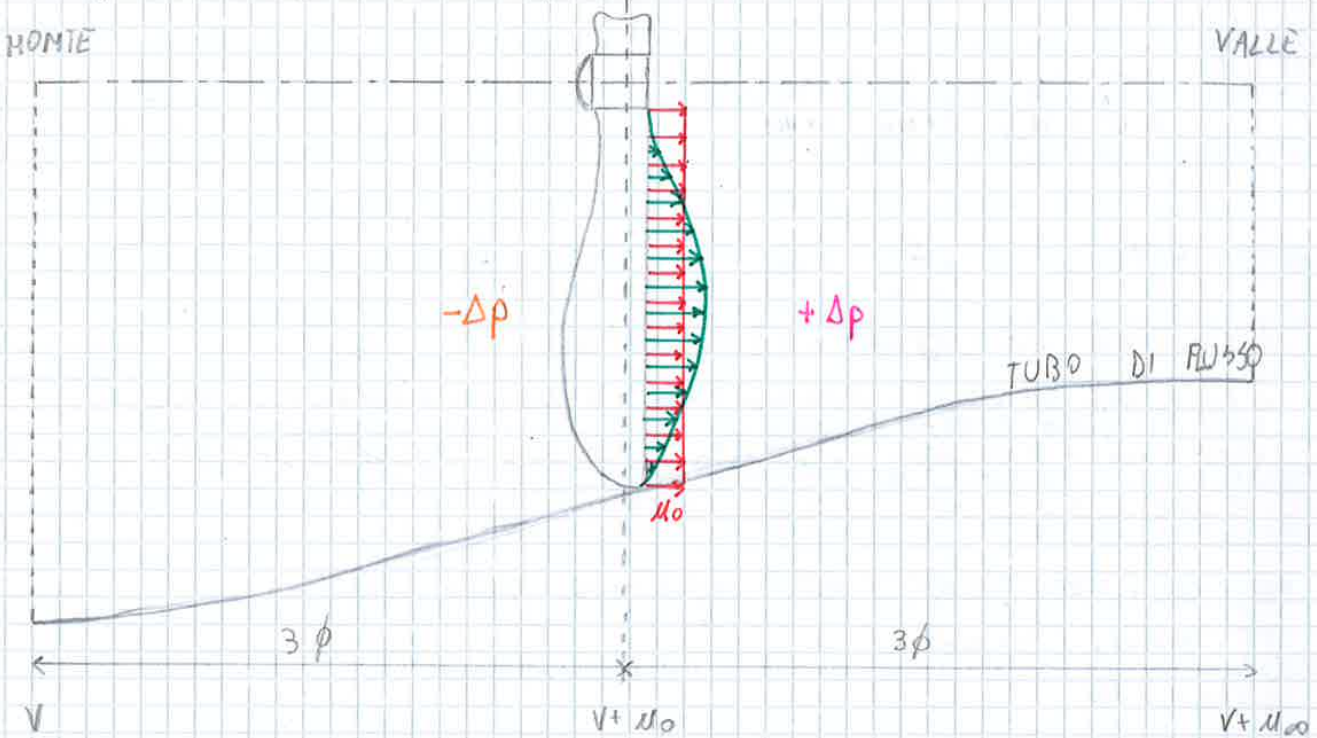
Si ricorda che il rapporto di funzionario è  $\gamma = \frac{V}{\omega R e} \Rightarrow \gamma^2 = \frac{V^2}{\omega^2 R e^2}$

Si definiscono COEFF. DI SPINTA  $C_D$  e COEFF. DI COPPIA  $C_K$

$$C_D = \frac{2C}{\pi} \frac{1}{\gamma^2}$$

$$C_K = \frac{2K}{\pi} \frac{1}{\gamma^2}$$

La teoria consiste nel considerare un tubo di flusso a sezione variabile ed asse rettilineo parallelo alla direzione del moto le cui sezioni iniziali e finali sono caratterizzate dall'essere linee di corrente parallele. Le sezioni intermedie sono invece occupate dal flusso in modo sottile ed è perpendicolare alla direzione del moto. L'energia sotto forma di pressione ( $\pm \Delta p$ ) che determina la spinta



distribuzione di momento reale di velocità  
distribuzione di momento medio di velocità al disco  $M_0$

Sotto le seguenti ipotesi:

- fluido incompressibile
- velocità dell'aria costante attraverso il disco
- pressione statica costante su tutto il disco  $-\Delta p \rightarrow +\Delta p$
- rotazione impressa al fluido durante l'attraversamento dell'elica (disco attuatore) trasmissibile
- fluido che attraversa il disco separato da quello circostante
- energia fornita dall'elica al fluido convertita in energia cinetica in salto di pressione statica sul disco

è possibile utilizzare la relazione della spinta

$$T = \rho A V [(V+u) - V]$$

$$= \rho A (V+u_0) [V+u_0 - V]$$

$$T = \rho A u_0 (V+u_0)$$

si valuta ora la variazione di  $E_k$  nel tempo = potenza = lavoro nell'unità di tempo



## POTENZA DISPONIBILE (velivolo a getto)

$$\Pi_d = \Pi_{mo} \Psi(z) \eta_e \xi$$

$$\begin{cases} \eta_e = \eta_e(\gamma) \\ \xi \rightarrow \xi(n) \text{ o } \xi(C) \end{cases}$$

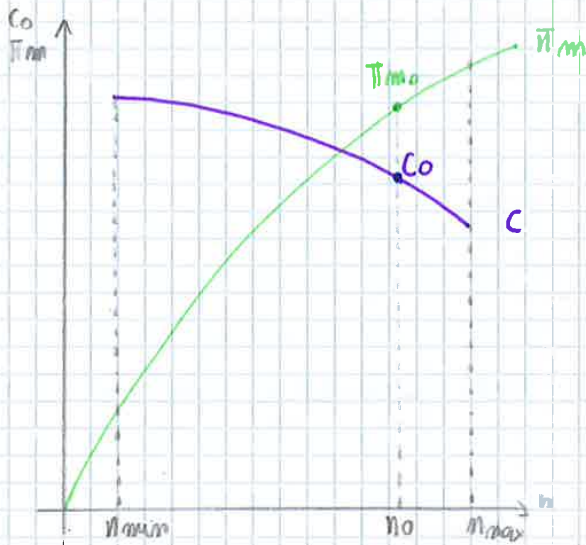
### 1) ELICA A PASSO FISSO

per avere  $\eta$  massimo cioè  $\gamma$  esigui in un intorno di  $\gamma_{opt} \Rightarrow \gamma$  deve variare il meno possibile  $\Rightarrow \gamma \approx \text{cost}$

$\gamma = \frac{v}{\omega r} \approx \text{cost} \Rightarrow$  se  $v \uparrow \Rightarrow \omega \uparrow$  (velocità di rotazione dell'elica)  $\Rightarrow n \uparrow$   
 $\Rightarrow$  motore alternativo

### 2) ELICA A PASSO VARIABILE

si usa un turboreattore se  $v \uparrow$  ( $\gamma = \frac{v}{\omega r}$ )  $\Rightarrow \omega r$  varia poco  
 $\Rightarrow$  deve variare il passo per avere  $\gamma_{opt}$



al quota zero

$$\begin{cases} z = 0 \text{ m} \\ \Pi_{mo} = C_0 \omega_0 \Rightarrow \Pi_{mo} = \Pi_{mo}(n) \\ \Psi = \frac{f}{f_0} \left(\frac{I}{I_0}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{f}{f_0} \left(\frac{I}{I_0}\right)^{+\frac{1}{2}} \end{cases}$$

se  $\omega \downarrow$ , se  $\omega \downarrow \Rightarrow n \downarrow \Rightarrow \Pi_{mo} \downarrow \Rightarrow \Pi_m \downarrow$

$\Pi_{mo}$  è un dato del motore (sia per motore alternativo che per turboreattore)

la potenza disponibile varia perché

$$\Pi_d = \Pi_{mo} \eta_e \Psi(z) \xi \left\{ \begin{matrix} n \\ C \end{matrix} \right.$$

### 1) ELICA A PASSO FISSO

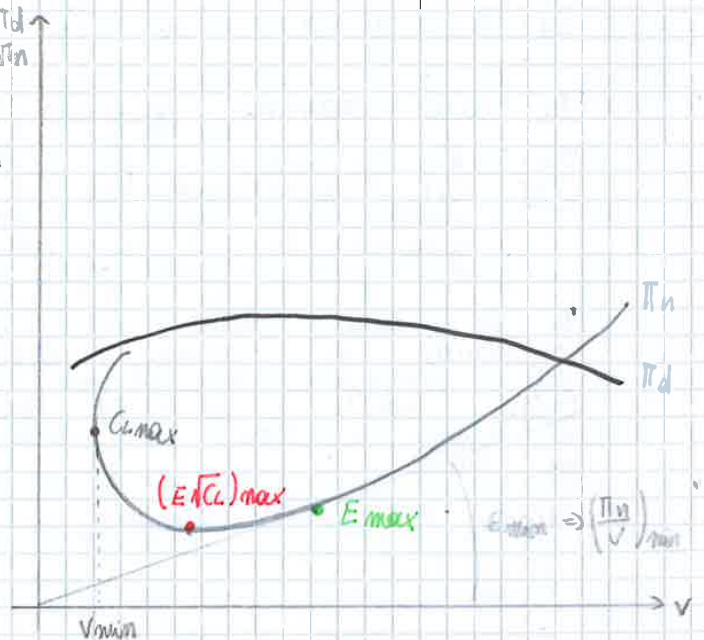
$n$  varia  $\Rightarrow \xi(n)$  varia  $\Rightarrow \Pi_m$  varia

### 2) ELICA A PASSO VARIABILE

$C$  varia  $\Rightarrow \xi(C)$  varia  $\Rightarrow \Pi_m$  varia

Fissati i parametri che influenzano la  $\Pi_d$  (per elica a passo fisso il numero di giri e la quota) si ottiene

OSS: si noti che l'aumento di  $\Pi_d$  ricade quello di  $\eta_e$  in funzione di  $\gamma$

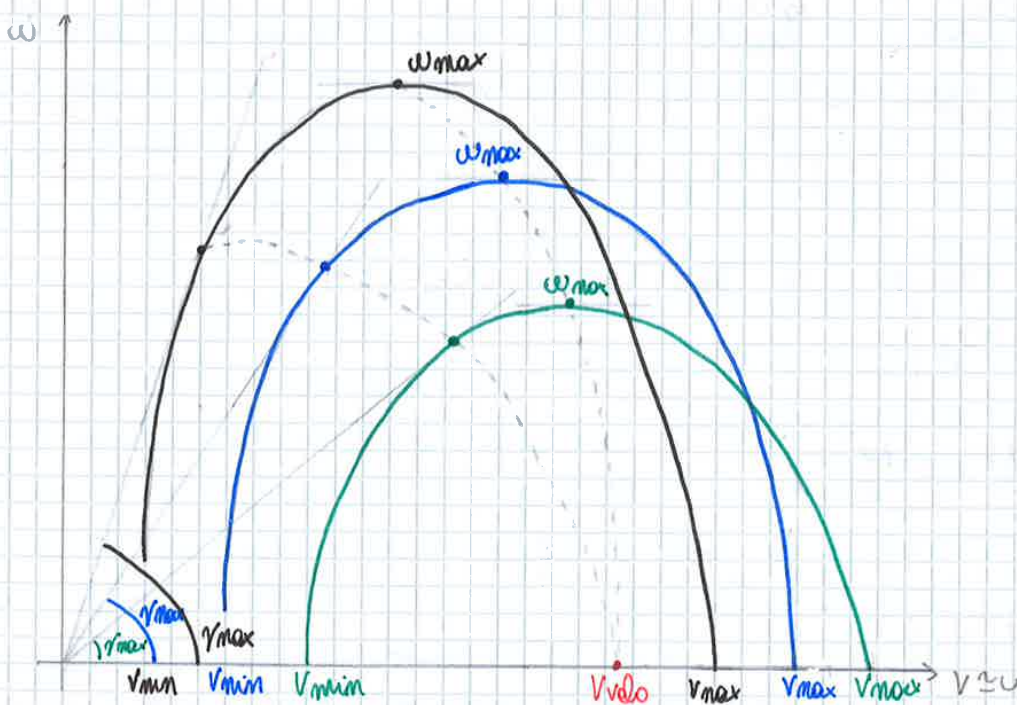
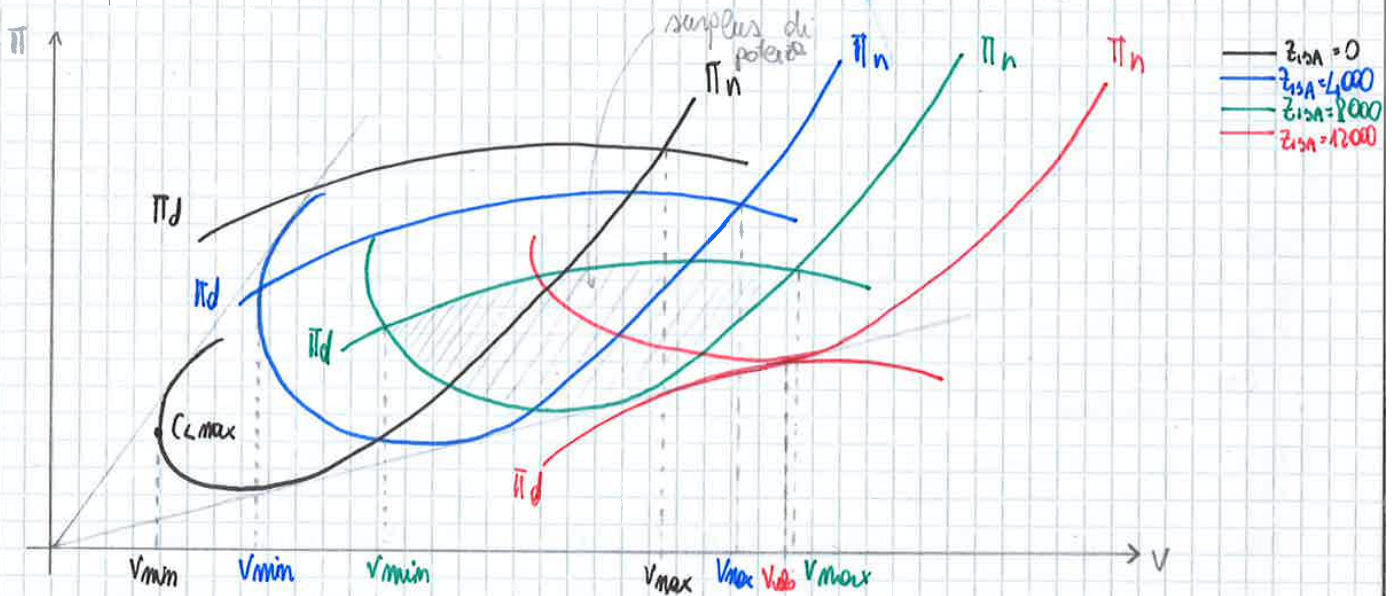


Come già visto all'aumentare della quota  $z$ :

- $\Pi_d = TV \Rightarrow$  POTENZA DISPONIBILE  $\rightarrow$  si riduce
- $\Pi_n = DV \Rightarrow$  POTENZA NECESSARIA  $\rightarrow$  stirato verso l'alto e dx

Costruzione curve  $\Pi_n$

- noto  $C_L \Rightarrow C_D = C_{D0} + K C_L^2 \quad (K = \frac{1}{\pi A e}) \Rightarrow$  ottingo  $D$
- $\begin{cases} L \approx W \\ L = \frac{1}{2} \rho_0 IAS^2 S C_L \end{cases} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \rho_0 IAS^2 S C_L \Rightarrow IAS = \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 S C_L}}$
- $TAS \sqrt{S} = IAS \Rightarrow TAS = \frac{IAS}{\sqrt{S}}$
- $\Pi_n = D V_{TAS}$





$$\Rightarrow \frac{\pi_{mo} \psi \eta_e}{E} = \frac{V}{E}$$

da cui

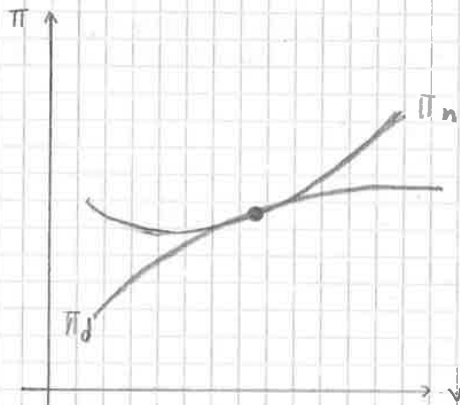
$$\begin{cases} \frac{\pi_{mo} \psi \eta_e}{E} = \frac{V}{E} \\ V = \sqrt{\frac{z \frac{W}{S}}{\rho_0 c_L}} \frac{1}{\sqrt{S}} \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi_{mo} \psi \eta_e}{E} = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{z \frac{W}{S}}{\rho_0 c_L}} \frac{1}{\sqrt{S}}$$

Includo a primo membro tutto ciò che dipende dalla quota  $z$  a secondo membro ciò che è noto:

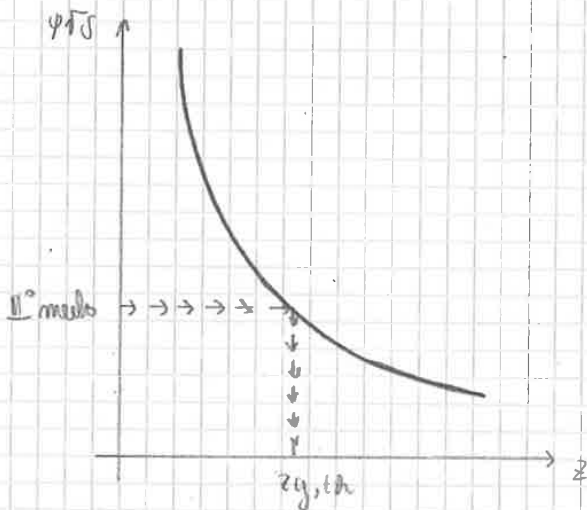
$$\psi \sqrt{S} = \sqrt{\frac{z \frac{W}{S}}{\rho_0 c_L}} \frac{1}{\pi_{mo} \eta_e} \Rightarrow \psi \sqrt{S} = \sqrt{\frac{z \frac{W}{S}}{\rho_0}} \frac{W}{\pi_{mo} \eta_e} \frac{1}{E \eta_e}$$

$\psi \sqrt{S}$  è una funzione della quota  $\Rightarrow \psi \sqrt{S} = f(z)$

$\psi \sqrt{S}$  diminuisce all'aumentare di  $z \Rightarrow$  se  $z_{max} \rightarrow \psi \sqrt{S} = f(z)$  min  
 $\Rightarrow (E \eta_e)_{max}$  Tale condizione si verifica quando il punto di massimo di  $\pi_d$  coincide con il minimo di  $\pi_n$



Poiché il II° membro della relazione ricavata  $\psi \sqrt{S} = f(z)$  è noto e il possibile valore a getto  $z_{q,ta}$  in analogia con quanto



Per trovare le quote di tangenza pratica è necessario diagnosticare  $W$  in funzione di  $z$

- $\pi_n \approx \pi_d$
- $E \approx E(E \eta_e)_{max}$

# AUTONOMIA CHILOMETRICA - FORMULE DI BRÉGNET

Massimo spazio percorribile data una certa quantità di carburante

Ipotesi semplificative: volo orizzontale / orizzontale

$$\begin{cases} L = W & L = \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 S C_L \\ D = T & D = \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 S C_D \end{cases}$$

NOTA: la velocità non avviene a quota costante ma la quota è costante e invece diminuisce (di poco) perché si consuma

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{L}{D} \Rightarrow E = \frac{K}{T} \Rightarrow \frac{1}{E} = \frac{T}{K}$$

Moltiplichiamo tutto i membri per  $VK dt$

$$\left[ \frac{TK dt}{W} = \frac{VK dt}{E} = -V \frac{dW}{W} = \frac{K}{E} ds \Rightarrow ds = -\frac{EV}{K} \frac{dW}{W} \right]$$

Si considera che il consumo di carburante genera una variazione elementare di peso

$$dW = -TK dt$$

e che ad una velocità costante corrisponde uno spazio percorso

$$ds = V dt$$

Mettedo insieme si ottiene

$$\begin{cases} dW = -TK dt \\ ds = V dt \Rightarrow dt = \frac{ds}{V} \end{cases} \Rightarrow dW = -TK \frac{ds}{V}$$

$$-V dW = TK ds$$

$$-V \frac{dW}{W} = \frac{TK ds}{W}$$

$$-V \frac{dW}{W} = \frac{K ds}{E} \Rightarrow ds = -\frac{EV}{K} \frac{dW}{W}$$

cioè che sta consumando

RICORDA consumo specifico  $K = K_{S0} K_2(v) K_3(z) K_4(n)$

$$\left[ K = \begin{bmatrix} \text{Mach} \\ \text{Alt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \\ \text{Kondizionali} \end{bmatrix} \right]$$

## DEFINIZIONI

•  $G$  = peso (quantità) di carburante consumabile; per cui il peso del velivolo nelle condizioni finali non è

$$W_f = W_i - G$$

•  $W_{max}$  = peso massimo del velivolo al decollo; dato di progetto

•  $W_{TO}$  = peso al decollo

$$W_{max} > W_{TO} \neq W_i \quad (W_i = \text{peso di inizio evolo})$$

$$W_i < W_{TO} \Rightarrow W_i = W_{TO} - G_{decollo, solita}$$



II<sup>a</sup> STRATEGIA  $\Rightarrow C_L = \text{cost} + z = \text{cost}$

$V \neq \text{cost} \Rightarrow \psi_2 \neq \text{cost}$

$n \neq \text{cost} \Rightarrow \psi_2 \neq \text{cost}$

Considerando il velo orizzontale / verticale la velocità è

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 C_L}} \frac{1}{\sqrt{S}} \Rightarrow V \propto \sqrt{W} \quad \begin{cases} \rho_0 = \text{cost} \rightarrow z = \text{cost} \\ C_L = \text{cost} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ds &= - \frac{E V}{K} \frac{dW}{W} \\ &= - \frac{E}{K} \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 C_L}} \frac{1}{\sqrt{S}} \frac{dW}{W} \\ &= - \frac{E}{K \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 S}} \frac{\sqrt{W}}{W} dW \end{aligned}$$

1) Troviamo la dipendenza di  $K$  da  $n$  e  $V \Rightarrow \frac{E}{K \sqrt{C_L} \sqrt{S}} = \text{cost}$

$$\begin{aligned} \int ds &= \int_0^s - \frac{E}{K \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 S}} \frac{\sqrt{W}}{W} dW \\ \Delta &= - \frac{E}{K \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 S}} [2\sqrt{W}] \\ &= - \frac{E}{K \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 S}} 2(\sqrt{W_f} - \sqrt{W_i}) \\ &= - \frac{E}{K \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 C_L S}} 2\sqrt{W_i} \left( \sqrt{\frac{W_f}{W_i}} - 1 \right) \\ &= - \frac{E}{K \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 C_L S}} 2\sqrt{W_i} \left( \sqrt{\frac{W_i - G}{W_i}} - 1 \right) \\ &= - \frac{E}{K \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 C_L S}} 2\sqrt{W_i} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{G}{W_i}} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta = 2 \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} \frac{E}{\sqrt{C_L}} \frac{1}{K} \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{W_i} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{G}{W_i}} \right)$$

Quindi per avere  $\Delta_{\text{max}} \Rightarrow (E/\sqrt{C_L})_{\text{max}} \Rightarrow$  AUTONOMIA CHILOMETRICA  
 Post  $\circ \quad K = \left[ \frac{N}{N \cdot h} \right] = \left[ \frac{ed}{eb \cdot h} \right] \Rightarrow \Delta = [km]$  si ricava

$$\Delta = \frac{3600}{1000} 2 \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} \frac{E}{\sqrt{C_L}} \frac{1}{K} \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{W_i} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{G}{W_i}} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta = 7,2 \frac{2}{\rho_0} \frac{E}{\sqrt{C_L}} \frac{1}{K} \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{W_i}{S}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{G}{W_i}} \right)$$

In questa prima iterazione si è considerato  $K = \text{cost}$  non tenendo conto dell'influenza del consumo specifico  $K$  sul  $C_L$

A  $(E/\dot{m})$  max  $\rho$  ha una velocità maggiore di  $E$  max, quindi un consumo quindi per il ridome più elevato. Quindi per il migliormento legato alle riduzioni del consumo specifico  $K$  è maggiore del peggioramento dovuto alla diminuzione di velocità ( $C_L \uparrow$ ) e quindi  $\sim$  migliore.

A  $\rho$  max  $\rho$  aumenta più lentamente a causa del tempo maggiore di conseguenza si deve inoltre considerare che, durante il volo, il peso del velivolo varia e diminuisce perché si consuma combustibile. Quindi di ricalcolo  $C_p$  (opt) non parla più ottimo e darà essere in volo  $\Rightarrow$  si suddivide la crociera in tratti.

Si ipotizza nel tratto, o in tutto la crociera:

- $G = G_{tot} \Rightarrow$  cioè una determinata quantità di combustibile nel tratto
- $G = G_c \Rightarrow$  se il tratto è unico, cioè si considera la crociera in un unico tratto (ad esempio se è breve)

Si considerano due casi:

1)  $C_L = cost = C_L(\rho_1) + \varphi_1 = cost$  il pilota non varia la manetta  
 $V \neq cost$   
 $z \neq cost \Rightarrow z_f = ?$  ( $z_f$  = quota finale)

Dalle equazioni di equilibrio in volo orizzontale/suborizzontale

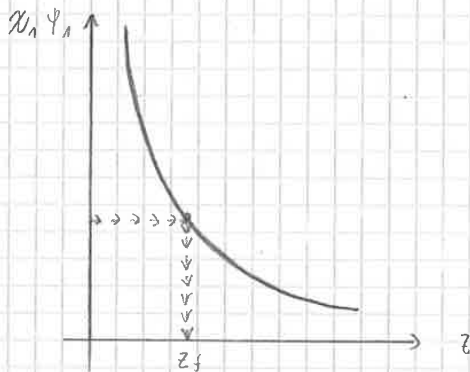
$$\begin{cases} T = 0 \\ W = L \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{W} = \frac{L}{W} = \frac{1}{E}$$

$$T = T_{50} \rho_1 \varphi_1 \Psi_1$$

quindi

$$\begin{cases} T = T_{50} \rho_1 \varphi_1 \Psi_1 \\ \frac{T}{W} = \frac{1}{E} \end{cases} \Rightarrow \rho_1 \varphi_1 = \frac{W_f}{T_{50} \varphi_1 E}$$

$W_f$  = peso finale del tratto  
 $\square$ ° membro noto



2)  $C_L = cost = C_L(\rho_1) + V = cost$

$$\varphi_1 \neq cost$$

$$z \neq cost \Rightarrow z_f = ?$$

$$V_f = \sqrt{\frac{2 W_f}{\rho_0 C_L(\rho_1)}} \frac{1}{\rho_0 S_f} \Rightarrow \delta_f \Rightarrow z_f$$

si raggiunge quota finale

$$\varphi_1 = \frac{W_f}{T_{50} E \Psi_1 \rho_1}$$



## AUTONOMIA ORARIA $\Rightarrow t_{max}$

Data una certa quantità di carburante si vuole determinare quale sia il massimo intervallo di tempo  $t_{max}$  per cui il velivolo può rimanere in volo

Considerando un volo rettilineo orizzontale

$$\begin{cases} T = D \\ W = L \end{cases} \Rightarrow \frac{I}{W} = \frac{D}{L} = \frac{1}{E}$$

Moltiplico anche i membri per  $K dt$

$$K dt \frac{I}{W} = K dt \frac{1}{E}$$

$$-\frac{dW}{W} = \frac{K}{E} dt \Rightarrow \boxed{dt = -\frac{E}{K} \frac{dW}{W}}$$

I parametri che influenzano la vicenda sono sempre 4

- ASSETTO  $\Rightarrow C$
- VELOCITÀ  $\Rightarrow V$
- MANETTA  $\Rightarrow P_1(n)$
- QUOTA  $\Rightarrow z$

I<sup>a</sup> strategia  $\Rightarrow C_L = c_{ost} + E = c_{ost} + K = c_{ost}$  valori medi

Integrando si ottiene

$$t = \left(\frac{E}{K}\right)_{medio} \ln\left(\frac{1}{1 - \frac{C_L}{W_i}}\right)$$

unque  $t_{max} \Rightarrow E_{max} \Rightarrow$  AUTONOMIA ORARIA MAX

II<sup>a</sup> strategia  $\Rightarrow K \neq c_{ost}$

Bisogna quindi ottimizzare il parametro  $K$ .

Si utilizza un processo iterativo come nel caso di  $\alpha$  per l'autonomia chilometrica. Si parte da  $C_L(E_{max})$  perché la massima autonomia oraria si ha per  $C_L > C_L(E_{max})$  cioè a velocità minori. È necessario conoscere la quota di inizio vicenda che influisce sul consumo specifico  $K \Rightarrow K = f(n, V, z)$  di continua finché non si trova  $(\frac{E}{K})_{max}$ .

NOTA: l'effetto del consumo specifico  $K$  è quello di diminuire leggermente quando la velocità diminuisce. Quindi conviene aumentare di poco  $C_L \Rightarrow V \downarrow \Rightarrow K \downarrow =$

LIMITAZIONI:

1) FUSOLIERA

$(\frac{J}{W})_{max, eff}$  è dovuto al valore massimo occupabile in fusoliera (presenza di sedili, stiva per i bagagli)

NOTA: supposto un galeone  $W_{max}/W = 0,5$  se  $J_{eff} = 0,5 \Rightarrow G = 0$ , altro il velivolo non potrebbe volare

2) SERBATOI

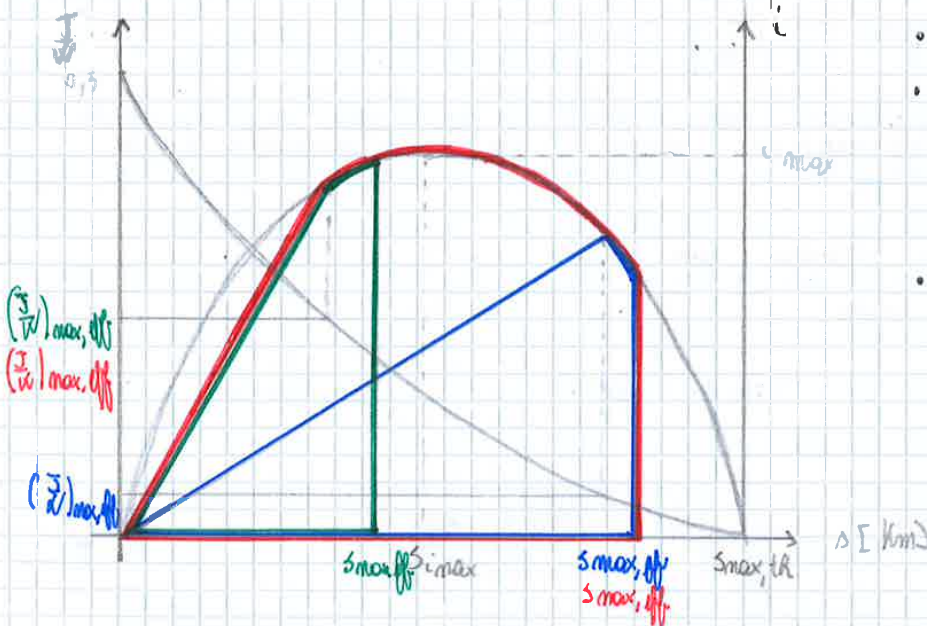
$G_{max}$  imbricabile a cui corrisponde un'autonomia massima  
 $S_{max, eff}$

si ottiene con il DIAGRAMMA DI UTILIZZO EFFETTIVO e il MOMENTO DI TRASPORTO EFFETTIVO



Aree colorate  $\Rightarrow$  regione di utilizzo del velivolo

è importante verificare che  $S_{max} \Rightarrow v_{max}$  sia espresso nel campo di variabilità di  $J$  e  $v$



- situazione di OTTIMO
- $S_{max, eff} < S_{max}$   $\Rightarrow$  progetto fatto poiché i serbatoi sfruttano il momento al massimo di trasporto
- $(\frac{J}{W})_{max, eff}$  tale da escludere i



Anche in questo caso il termine  $\frac{\eta_e E}{c}$  dipende da 4 parametri

- ASSETTO  $\Rightarrow C_L$
- VELOCITÀ  $\Rightarrow V$
- MANETTA  $\Rightarrow \xi(\alpha)$
- QUOTA  $\Rightarrow z$

### AUTONOMIA CHILOMETRICA $\Rightarrow \Delta_{max}$

Per facilitare l'integrazione dell'equazione ottenuta si consideri

$$C_L = cost$$

$$V = cost \Rightarrow \gamma = cost \Rightarrow \eta_e = f\left(\gamma = \frac{V}{v_{cr0}}\right) = cost \quad \text{hanno nell'insieme di } \eta_{e,max}$$

$$E = cost$$

$c_D = cost \Rightarrow$  varia poco per effetto della quota  $z$  in quanto con  $z$  varia la potenza erogata dal motore che diminuisce perché diminuisce la densità dell'aria

In Teorico si ricorre  $\Rightarrow \Delta = \frac{\eta_e E}{c} \ln\left(\frac{1}{1 - \frac{c_D}{C_L}}\right)$

Quindi  $\Delta_{max} \Rightarrow E_{max} \Rightarrow$  AUTONOMIA CHILOMETRICA MAX

Si ricorda che usando la polare quadratica si ottiene

$$\begin{cases} C_L(E_{max}) = \sqrt{\eta_e \pi} \cos \\ C_D(E_{max}) = 2 C_{D0} \end{cases}$$

NOTA: la quota finale  $z_f$  dipende da quale parametro resterà costante (da  $V = cost$ );  $c_D = cost$ , oltre la  $C_L = cost \Rightarrow E = cost$

Si considerino due casi

1)  $C_L = cost + \xi = cost$

$$V = cost$$

$$z = cost$$

Si considera un volo rettilineo orizzontale / salivante

$$\begin{cases} L = W \\ D = T \end{cases} \Rightarrow D = T \Rightarrow TV = DV \Rightarrow \pi_d = \pi_n$$

$$\begin{cases} \pi_d = \eta_e \pi_m \\ \pi_m = \pi_{mo} \varphi \xi \end{cases} \Rightarrow \pi_d = \eta_e \pi_{mo} \varphi \xi$$

$$\begin{cases} \pi_n = DV \\ D = \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 S C_D \end{cases} \Rightarrow \pi_n = \frac{1}{2} \rho_0 S V^3 S C_D$$

$$\Rightarrow \eta_e \pi_{mo} \varphi \xi = \frac{1}{2} \rho_0 EAS^3 S C_D$$

$$\eta_e \frac{\pi m}{W} c dt = \frac{V}{E} c dt$$

$$\frac{\eta_e \pi m}{W} c dt = \sqrt{\frac{2 \frac{W}{S}}{\rho_0 C}} \frac{1}{N_S} \frac{1}{E} c dt$$

$$dW = -\pi m c dt$$

$$-\frac{\eta_e \pi m}{W} dW = \sqrt{\frac{2 \frac{W}{S}}{\rho_0 C}} \frac{1}{N_S} \frac{1}{E} c dt \Rightarrow dt = -\frac{\eta_e E}{c} \sqrt{\frac{C S S \rho_0}{2}} \frac{dW}{W^{3/2}}$$

È possibile integrare tale equazione considerando

$$C_L = c_0 t + \eta_e t + c = c_0 t$$

$$\int_{t_i}^f dt = \int_{W_i}^f -\frac{\eta_e E}{c} \sqrt{\frac{C_L S S \rho_0}{2}} \frac{dW}{W^{3/2}}$$

$$t = \frac{\eta_e E}{c} \sqrt{\frac{C_L S S \rho_0}{2}} \left[ W^{-1/2} \right]_i^f$$

$$= \frac{\eta_e E}{c} \sqrt{\frac{C_L S S \rho_0}{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{W_f}} - \frac{1}{\sqrt{W_i}} \right)$$

$$= \frac{\eta_e E}{c} \sqrt{\frac{C_L S S \rho_0}{2}} \frac{1}{\sqrt{W_i}} \left( \sqrt{\frac{W_i}{W_f}} - 1 \right)$$

$$= \frac{\eta_e E}{c} \sqrt{\frac{C_L S S \rho_0}{2}} \frac{1}{\sqrt{W_i}} \left( \sqrt{\frac{W_i}{W_i - G}} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow t = \frac{\eta_e E}{c} \sqrt{\frac{2 \rho_0 C_L S S}{W}} \left[ \left( \frac{W}{W-G} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

dunque l'assetto che massimizza la durata della missione del velivolo ad elica è quello corrispondente ad avere  $(E \sqrt{C_L})_{max}$ , ovvero  $t_{max} \Rightarrow (E \sqrt{C_L})_{max} \Rightarrow$  AUTONOMIA ORARIA MAX

Abbiamo supposto  $S = c_0 t$ ; nella realtà  $S$  varia durante la crociera del volo. Quindi:

- $S = c_0 t \Rightarrow$  la crociera si suddivide in un unico tratto e si ha sempre  $C_L (E \sqrt{C_L})_{max} = c_0 t$
- $S \neq c_0 t \Rightarrow$  si suddivide la crociera in tratti, ognuno dei quali avrà  $C_L (E \sqrt{C_L})_{max} = c_0 t$

Nelle curve polare

$$\begin{cases} C_L (E \sqrt{C_L})_{max} = \sqrt{3} C_L (E_{max}) \\ C_D (E \sqrt{C_L})_{max} = 2 C_D (E_{max}) \end{cases}$$



Il peso  $W$  non è costante perché al variare di  $\Delta$  si hanno diversi pesi  
 $\Delta \uparrow \Rightarrow W \uparrow$  (è necessario più carburante)

Considero il decollo e la salita per arrivare alla quota di crociera  $z_c$  successivamente si considerano  $z_c$  e  $z_{cru}$  in funzione di  $\Delta$ .  
 Considero  $z_c$  e  $z_{cru}$  in funzione di  $\Delta$  per il variare di  $V_{cr}$  in funzione di  $\Delta$ .

All'aumentare di  $\Delta \Rightarrow$  l'influenza di  $C_{k,f}$  su  $C_k$  diminuisce

Se  $\Delta = 0 \Rightarrow C_{k,c} = 0$  (non c'è velocità)

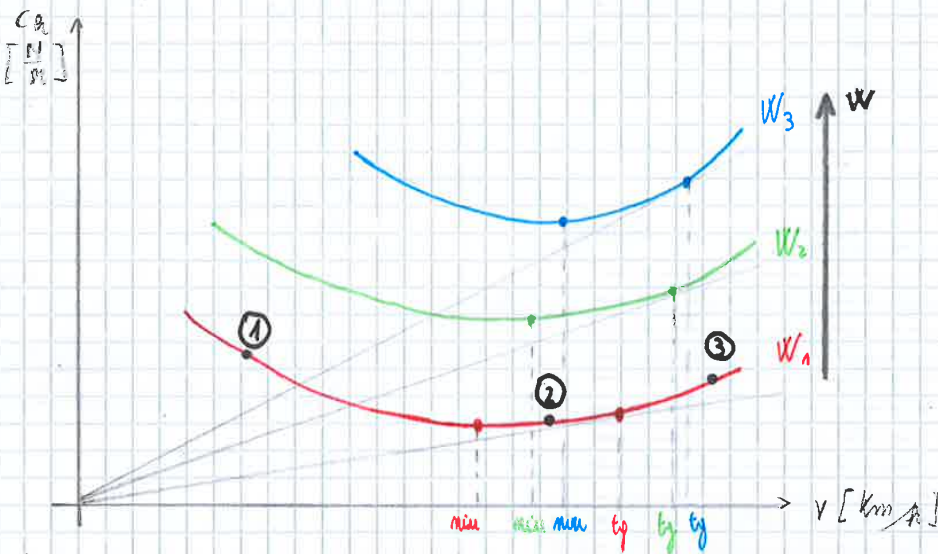
All'aumentare di  $\Delta \Rightarrow$  aumenta anche  $C_{k,c}$ , inoltre  $W \uparrow$  se  $C_{k,c} \uparrow$ .  
 quindi a causa di un maggior peso di carburante  $C \Rightarrow \Delta \uparrow$  si consuma di più per unità di chilometro

### CONSUMO ORARIO

È necessario per la determinazione delle condizioni ottime di crociera

$$C_n = \frac{\text{carburante consumato}}{\text{unità di tempo}} \quad C_n = \left[ \frac{N}{h} \right]$$

$$C_n = C_{k,c} V \quad \Rightarrow \quad C_n = \frac{K_{50} K_2 \varphi_2 \varphi_c}{E} W$$



si considerano tre pesi

$W_1 \rightarrow$  peso basso  $\Rightarrow$  bassa autonomia

$W_2 \rightarrow$  peso medio  $\Rightarrow$  media autonomia

$W_3 \rightarrow$  peso alto  $\Rightarrow$  alta autonomia

Trascurando l'effetto di  $V$  nel consumo specifico  $K$  ( $\Rightarrow \Delta V = \text{cost}$ ) e fissato  $W$  è  $E$  che determina la variazione di  $C_n$  in funzione di  $V$

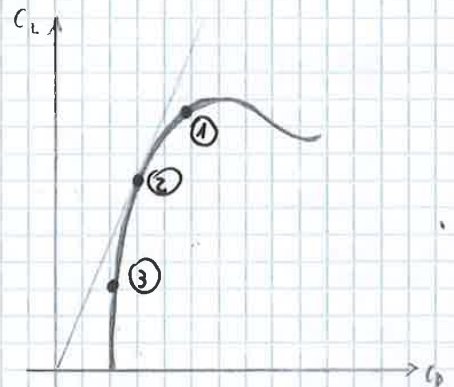
aumento decrescente - crescente

(1)  $V \downarrow \Rightarrow C_L \text{ max}$

(2)  $V \uparrow \Rightarrow C_L \downarrow \Rightarrow C_L \text{ (E max)}$

(3)  $V \uparrow \Rightarrow C_L \downarrow \Rightarrow E \downarrow \text{ maggiore}$

$W_2$  e  $W_3$  hanno andamenti analoghi a  $W_1$  ma più spostati verso l'alto





## STABILITÀ

Adesso ci occupiamo dello studio delle reazioni (risposta) del velivolo al disturbo atmosferico e alla manovra in condizioni stazionarie, ovvero le forze inerziali sono solitamente forze centrifughe.

Quindi si suppone che il velivolo sia in CONDIZIONI DI EQUILIBRIO

- due equazioni di equilibrio in direzione parallela e perpendicolare alla traiettoria  $\rightarrow$  soddisfatte
- un'equazione di equilibrio alla rotazione attorno all'asse  $\rightarrow C_M = 0$

All'arrivo di un disturbo (ad esempio  $\Delta\alpha$ ) il velivolo può rispondere secondo due diverse reazioni:

$\rightarrow$  1) IMMEDIATA  $\Rightarrow$  stabilità / instabilità statica

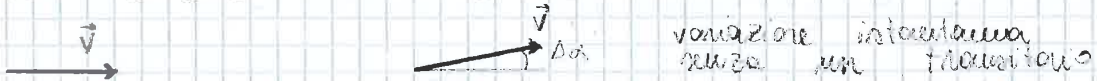
2) NON IMMEDIATA  $\Rightarrow$  stabilità / instabilità dinamica, detta anche "time history" cioè la reazione nel tempo, ovvero l'andamento delle variabili di volo al variare del tempo)

## STABILITÀ STATICA

Un velivolo si dice stabile se, in presenza di un disturbo (aumento o diminuzione di portanza) tende a ripristinare la configurazione originaria (immediatamente) quando un momento  $\Delta M$  che bilancia la rotazione.

Tale reazione è una tendenza intrinseca del velivolo

si immagini quindi un disturbo  $\Delta\alpha$ , ad esempio una raffica ascendente o discendente



quindi, per quanto sopra detto, in conseguenza ad una variazione positiva  $\Delta\alpha$  (e viceversa) deve generarsi un momento di beccheggio negativo (e viceversa) che riporta  $\Delta\alpha$  a zero.

$$\begin{cases} \Delta\alpha > 0 \Rightarrow \Delta M < 0 \Rightarrow \Delta\alpha \rightarrow 0 \\ \Delta\alpha < 0 \Rightarrow \Delta M > 0 \Rightarrow \Delta\alpha \rightarrow 0 \end{cases}$$

Si considera quindi il coefficiente di momento di beccheggio: è possibile tradurre tale comportamento in una CONDIZIONE DI STABILITÀ STATICA LONGITUDINALE

$$C_{M\alpha} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} < 0$$

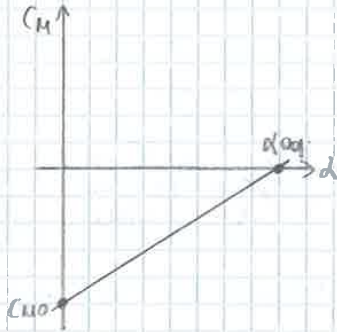
coefficiente opposto alle perturbazioni di  $\alpha$

Si pongono le seguenti ipotesi:

- 1) il velivolo possiede un piano di simmetria (x-z), nella realtà non lo assume con: per bilanciare la coppia del mono-motore alternativo che si genera sulla fusoliera, si proiettano due semiali di cui una leggermente più lunga dell'altra  $\Rightarrow$  variazione della distribuzione di  $L$  tra le due semiali  $\Rightarrow$  momento di rollio che bilancia.
- 2) le condizioni iniziali sono di moto uniforme a velocità costante  $\Rightarrow$  non è presente nessuna forza iniziale
- 3) il vettore velocità  $\vec{v}$  è contenuto nel piano (x-z),  $\alpha = 0$ , dove  $\beta = 0$



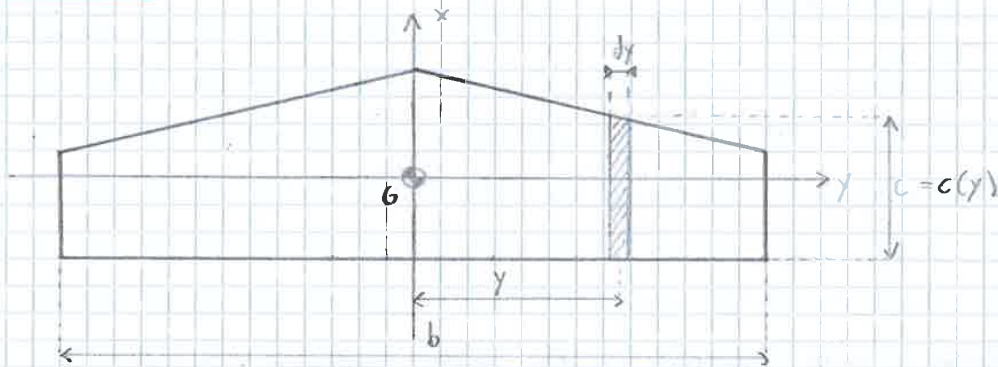
es: ASSENZA DI STABILITÀ ( $C_{M\alpha} > 0$ ) E DI EQUILIBRIO ( $C_{M0} < 0$ )



**ESPRESSIONI DI  $C_M(\alpha)$**

si procede nel valutare i contributi di  $C_{M\alpha}$  e  $C_{M0}$  dei singoli elementi (ala, gruppo propulsivo, fusoliera, impennaggi, ecc...) per poi integrarli considerando il velivolo completo

ALA ISOLATA



$$C_{M0} = \frac{2}{b} \int_0^b c \, dy = \frac{5}{6}$$

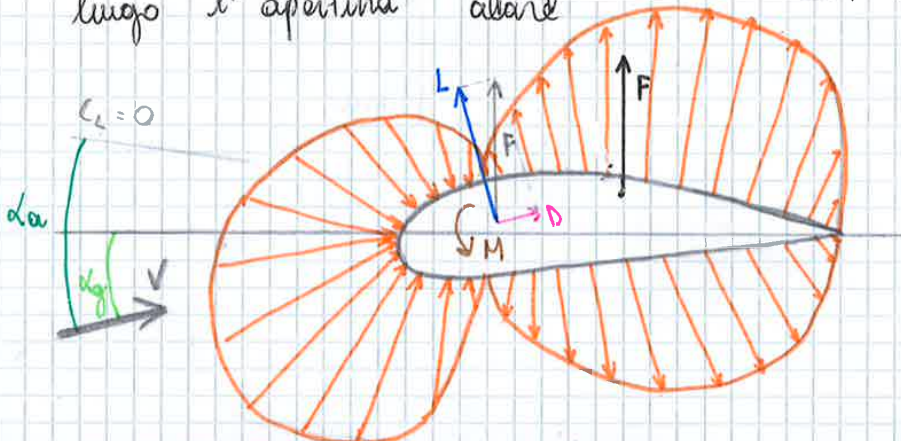
CORDA MEDIA GEOMETRICA

$$C_{M\alpha} = \frac{2}{5} \int_0^b c^2 \, dy$$

CORDA MEDIA AERODINAMICA

$C_{M0}$  ( $C_M$ ) e  $C_{M\alpha}$  sono tanto più diverse tra loro se l'ala si avvicina ad un'ala triangolare  $\Rightarrow$  se l'ala è rettangolo (solo in questo caso)  $C_{M0} = C_{M\alpha}$  quindi dalla differenza tra le due corde dipende

- si considera il profilo dell'ala, che può essere variabile lungo l'apertura alare



- **LINEA FOCALE** è la linea che unisce tutti i centri d'ala
- **LINEA MEDIANA** le mediane delle corde di radice ed estremità
- Per ali trapezoidali / semi trapezoidali  $\Rightarrow$  corde longitudinale  $\equiv C_{ma}$
- Per ali trapezoidali / semi trapezoidali / ellittiche  $\Rightarrow (ac)_{w/2}$  è corde longitudinale

- TROVO  $(ac)_{w/2}$**
- 1) traccio la linea mediana delle due basi del trapezio ( $B = \text{corda di radice}$ ;  $b = \text{corda di estremità}$ )
  - 2) riporto la corda di estremità al di sotto di quella di radice e quella di radice al di sopra di quella di estremità. Si uniscono
  - 3) l'intersezione tra 1 e 2 è il **BARICENTRO GEOMETRICO DEL TRAPEZIO** ( $G_g$ )  $\Rightarrow$  passa la  $C_{ma}$
  - 4) l'intersezione di  $C_{ma}$  e delle linee focali è il  $(ac)_{w/2}$

- TROVO  $(ac)_w$**
- 1) trovo i due  $(ac)_{w/2}$
  - 2)  $(ac)_w$  è il punto di simmetria tra i due trovati. Tutti e tre i centri aerodinamici passano per una retta  $\parallel yz$

**NOTA:** nel  $(ac)_w$  trasferisco lo risultante aerodinamico dell'ala e il rispettivo momento di trasporto

$$M_0 = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{M0} C_{ma} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{M0} \int_0^b \frac{1}{2} c^2 dy = \rho V^2 C_{M0} \int_0^b \frac{1}{2} c^2 dy$$

$$M_0 = \frac{1}{2} \rho V^2 S \int_0^{b/2} c_{mo} c^2 dy = \rho V^2 \int_0^{b/2} c_{mo} c^2 dy = \rho V^2 c_{mo} \int_0^{b/2} c^2 dy$$

profilo con  
lungo aperto  
 $\downarrow$   
 $c_{mo} = c_{af}$

$\Rightarrow$   $c_{mo} = C_{M0}$   $\rightarrow$  con riferimento  $C_{ma}$  avere il coefficiente del momento focale del profilo ( $c_{mo}$ ) diventa il coefficiente di momento di momento del focale dell'ala ( $C_{M0}$ )

**SCHEMATIZZAZIONE ALA**

