NUMERO: 2358A

ANNO: 2018

A P P U N T I

STUDENTE: Alma De Luca

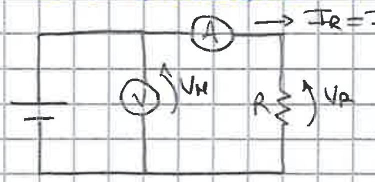
MATERIA: Sensori e Misure Bioingegneria - Teoria - Domande d'Esame -Esercizi - Temi d'Esame - Prof. Vaccan

Sensori e Misure per la bioingegneria

TEMA 01 (5/03/13)

1) $R = 1k\Omega$ (da misurare con metodo voltamperom.)
$V_p = 5V$
$I_p = 2mA$ e $20mA$
$cl \rightarrow$ stessa x amperometro e voltmetro

V_M ? x misurare R con minima incertezza ($\Rightarrow$ cioè V_R)



$\longrightarrow I_R = I_M$

$$R_M = \frac{V_M}{I_M} = \frac{V_R + V_A}{I_M} = $$
$$= \frac{I_R R + I_R R_{mA}}{I_M} = \frac{I_R (R + R_{mA})}{I_M}$$
$$= R + R_{mA} = R\underbrace{\left(1 + \frac{R_{mA}}{R}\right)}_{\varepsilon_{ca}}$$

non mi sono fornite le R dei due strumenti
$\Rightarrow$ non le considero
$\Rightarrow$ configurazione indifferente (monte o valle)

$$\varepsilon_{R_M} = \varepsilon_{V_M} + \varepsilon_{I_M} = \frac{\delta V_M}{V_M} + \frac{\delta I_M}{I_M} = \frac{cl}{100} \cdot V_p \cdot \frac{1}{V_M} + \frac{cl}{100} \cdot \frac{I_p}{I_M}$$

- caso 1 ($I_p = 2mA$)

$V_R = R I_p = 1k\Omega \cdot 2mA = 2V$

$$\varepsilon_{R_M} = \frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V_M} + \frac{cl}{100} \cdot \frac{I_p}{I_M}$$

$V_M = V_R\left(1 + \frac{R_{mA}}{R}\right) \Rightarrow$ considero $R_{mA} = 0 \Rightarrow V_M = V_R$

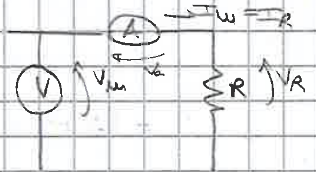
$I_M = I_R = I_p$

$$\Rightarrow \varepsilon_{R_M} = \frac{cl}{100} \cdot \frac{5}{2} + \frac{cl}{100} \cdot \cancel{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}} = \frac{cl}{100} \cdot \left(\frac{5}{2} + 1\right) =$$
$$= \frac{cl}{100} \cdot \frac{7}{2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 143

7) R? correggendo l'effetto del carico strumentale

Voltmetro: $V_p = 10\,V$
$V_L = 5V$
$R_V = 1\,M\Omega \pm 10\%$
$\delta V = 0{,}1\%\,V_p + 0{,}2\%\,V_L$



Amperometro: $I_p = 10\,mA$
$I_L = 8\,mA$
$cl = 0{,}2$
$R_a = 100\,\Omega \pm 10\% = (100 \pm 10)\,\Omega$

$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_M - V_a}{I_R} = \frac{V_M - I_M R_a}{I_R} = \frac{V_M}{I_R} - \frac{\cancel{I_M} R_a}{\cancel{I_R}} = \frac{V_M}{I_M} - R_a =$$
$$= 525\,\Omega$$

$$\delta V = \frac{0{,}1}{100}\cdot 10 + \frac{0{,}2}{100}\cdot 5 = 0{,}02\,V$$

$$\delta I = \frac{cl}{100}\cdot I_p = 0{,}02\,mA$$

$$\delta R = \delta\left(\frac{V_M}{I_M}\right) + \delta R_a = (\varepsilon V_M + \varepsilon I_M)\frac{V_M}{I_M} + \delta R_a =$$
$$= \left(\frac{\delta V_M}{V_M} + \frac{\delta I_M}{I_M}\right)\frac{V_M}{I_M} + \delta R_a = \left(\frac{0{,}02V}{5V} + \frac{0{,}02\cdot 10^{-3}A}{8\cdot 10^{-3}A}\right)\frac{5V}{8\cdot 10^{-3}A} +$$
$$+ 10\,\Omega = 14{,}1\,\Omega \cong 14\,\Omega$$

$$\Rightarrow R = 525\,\Omega \pm 14\,\Omega$$

8) $L = 1\,m \pm 1\,cm$ larghezza
$W = 2\,m \pm 1\,cm$ lunghezza

$Q = 10\,dm^3/s \pm 5\%$ portata
$\quad \hookrightarrow 0{,}5\,dm^3/s$
$t = 1\,min = 60\,s \Rightarrow h?$

$$V = Q\cdot t = 600\,dm^3 = 0{,}6\,m^3$$

$$A_{\text{base}} = L\cdot W = 2\,m^2$$
$$V = A_{\text{base}}\cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{A_{\text{base}}} = 0{,}3\,m$$

$$\delta h = (\varepsilon V + \varepsilon A_{\text{base}})\frac{V}{A_{\text{base}}} = (\varepsilon Q + \cancel{\varepsilon t}^{\,0} + \varepsilon L + \varepsilon W)\frac{V}{A_{\text{base}}} =$$
$$= \left(\frac{\delta Q}{Q} + \frac{\delta L}{L} + \frac{\delta W}{W}\right)\frac{V}{A_{\text{base}}} = \left(\frac{0{,}5\cdot 10^{-3}}{10\cdot 10^{-3}} + \frac{10^{-2}}{1} + \frac{10^{-2}}{2}\right)\frac{0{,}6}{2} =$$
$$= 19{,}5\,mm$$

$$\Rightarrow h = 0{,}3\,m \pm 19{,}5\,mm$$

TEMA 02 (gennaio 2013)

1) $L = 10\,m \pm 10\,cm$
$D = 1\,mm \pm \frac{1}{20}\,mm$
$\quad \hookrightarrow 0{,}05\,mm$
$\rho_0 = 17\,m\Omega\cdot mm^2/m \pm 5\%$
$\quad \hookrightarrow 0{,}85\,m\Omega$
R? (valore & incertezza)

$$R = \rho\frac{L}{S} = 17\cdot 10^{-3}\cdot\frac{10}{\pi\frac{(10^{-3})^2}{4}} = 216\,k\Omega \qquad S = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\delta R = (\varepsilon\rho + \varepsilon L + \varepsilon S)\,\rho\frac{L}{S} = \left(\frac{\delta\rho}{\rho} + \frac{\delta l}{l} + \cancel{\varepsilon\pi}^{\,0} + 2\varepsilon D + \cancel{\varepsilon 4}^{\,0}\right)\rho\frac{L}{S} =$$
$$= \left(\frac{0{,}85\cdot 10^{-3}}{17\cdot 10^{-3}} + \frac{10\cdot 10^{-2}}{10} + 2\cdot\frac{\delta D}{D}\right)\rho\frac{L}{S} = 36{,}6\,k\Omega$$
$$\hookrightarrow \frac{0{,}05\,mm}{1\,mm} = 0{,}05 \qquad \Rightarrow R = 216 \pm 36{,}6\,k\Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 143

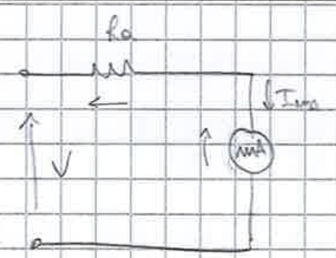
9)

$I_p = 10\,mA$

$R_{ma} = 10\,\Omega$

$V_{p_{max}} = 100\,V$

R_a?



$$V_p = V_{Ra} + V_{ma} = R_a I_p + R_{ma} I_p = I_p (R_a + R_{ma})$$

$$\Rightarrow R_a = \frac{V_p}{I_p} - R_{ma} = 9990\ \Omega$$

$$\varepsilon V_p = \varepsilon_{I_p} + \varepsilon(R_a + R_{ma}) = \varepsilon_{I_p} + \frac{\delta R_a + \delta R_{ma}}{R_a + R_{ma}} =$$

$$= \frac{\delta I_p}{I_p} + \frac{\delta R_a + \delta R_{ma}}{R_a + R_{ma}}$$

$$\hookrightarrow \delta I_p = \frac{cl}{100} \cdot I_p$$

$$\Rightarrow \delta R_a = \delta R_{ma} + (\varepsilon_{V_p} + \varepsilon_{I_p}) \frac{V_p}{I_p}$$

10) Calcolare incertezza assoluta e relativa

$$y = \frac{x_1^2}{\sqrt{x_2 + x_3}}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon(x_1^2) + \varepsilon(x_2 + x_3)^{1/2} = 2\varepsilon(x_1) + \frac{1}{2}[\varepsilon(x_1 + x_2)] =$$

$$= 2\varepsilon(x_1) + \frac{1}{2}\left[\frac{\delta(x_1 + x_2)}{x_1 + x_2}\right] = 2\frac{\delta(x_1)}{x_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta x_1 + \delta x_2}{x_1 + x_2}\right)$$

$$\delta y = \varepsilon_y \cdot y = \left[2\frac{\delta x_1}{x_1} + \frac{1}{2}\frac{\delta x_1 + \delta x_2}{x_1 + x_2}\right] y$$

11) metodo voltamperometrico

- voltmetro magnetoelettrico

$V_p = 60\,V$ fondo scala: 120 div. $cl = 0,5$

lettura $= 50$ div.

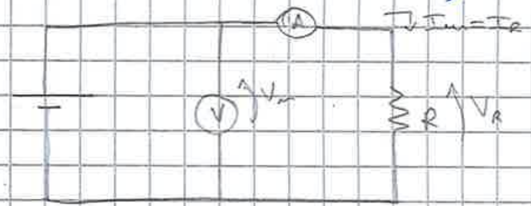
- amperometro

$I_p = 1\,A$ $I_L = 0,1641\,0\,A$

$$\delta I = (0,1\,\%\, I_L + 0,05\,\%\, I_p)\,A = 0,654\,mA$$

R ? (valore e incertezza)

$R_{ma} \simeq 0$ (non fornito)



$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_m - V_a}{I_R} = \frac{V_m}{I_m} - \cancel{\frac{V_a}{I_m}} = \frac{V_m}{I_m} \Rightarrow V_m = V_R \quad (V_R = V_L)$$

$(= R_{ma})$ $\to 0$

$$V_L = \frac{60\,V}{120\,div} \cdot 50\,div = 25\,V$$

$$\Rightarrow R = \frac{V_L}{I_L} = \frac{25\,V}{0,16410\,A} = 152,3\ \Omega$$

$$\delta R = [\varepsilon(V_m) + \varepsilon(I_m)]\frac{V_m}{I_m}$$

$$\varepsilon(V_m) = \frac{\delta V_m}{V_m} = \frac{1}{V_m}\delta V_m = \frac{1}{V_m} \cdot \frac{cl}{100} \cdot V_p = \frac{60\,V}{25\,V} \cdot \frac{0,5}{100} = 0,012\ V$$

$$\varepsilon(I_m) = \frac{\delta I_m}{I_m} = 4\,mA$$

$\hookrightarrow = I_L$

$$\Rightarrow \delta R = 2,69\ \Omega \simeq 2,5\ \Omega \quad \Rightarrow R = 152,3 \pm 2,5\ \Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 143

5) incertezza

$y = \text{sen}(x_1)\sqrt{1+x_2}$ noti $x_1, x_2, \delta x_1, \delta x_2$

$$\varepsilon_y = \varepsilon(\text{sen}x_1) + \frac{1}{2}\varepsilon(1+x_2) = \varepsilon(\text{sen}x_1) + \frac{1}{2}\left[\frac{\delta(1)+\delta(x_2)}{1+x_2}\right]$$

$$= \varepsilon(\text{sen}x_1) + \frac{1}{2}\left[\frac{\delta x_2}{1+x_2}\right] = \frac{\delta(\text{sen}x_1)}{\text{sen}x_1} + \frac{\delta x_2}{2(1+x_2)}$$

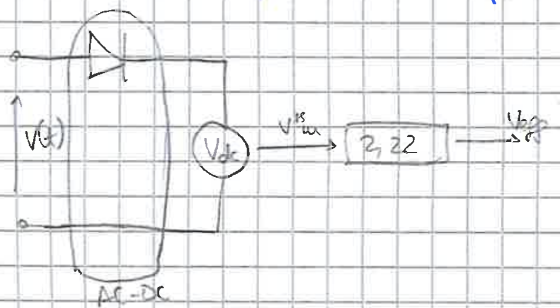
NO! perché non c'è un modello x il seno

$\Rightarrow$ uso il METODO delle DERIVATE PARZIALI

$$\delta y = \left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right|\delta x_1 + \left|\frac{\partial y}{\partial x_2}\right|\delta x_2 = \left[\cos x_1\sqrt{1+x_2}\right]\delta x_1 +$$

$$+\left[\frac{1}{2\sqrt{1+x_2}}\text{sen}x_1\right]\delta x_2 = \delta x_1\left(\cos x_1\sqrt{1+x_2}\right) + \delta x_2\left(\frac{\text{sen}x_1}{2\sqrt{1+x_2}}\right)$$

6) Disegnare lo schema di un voltmetro a valor medio convenzionale a singola semionda e descriverne il funzionamento riportando le principali equazioni.



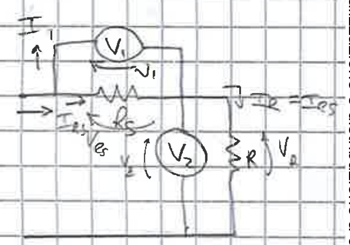
7)

$R_S = 0{,}2\ \Omega \pm 0{,}5\% \rightarrow 0{,}001$

$V_1 = 1{,}5V$ $V_2 = 1V$

$V_p = 2V$ $cl = 0{,}2$

R? (valore di incertezza)



$V_{RS} = V_1$ $V_R = V_2$

$$R = \frac{V_R}{I_R}$$

$$I_S = \frac{V_1}{R_S} = \frac{1{,}5}{0{,}2} = 7{,}5\ A = I_R$$

$\Rightarrow R = 0{,}133\ \Omega$

$$\delta R = \left[\varepsilon(V_2) + \varepsilon(I_R)\right]\frac{V_R}{I_R} = \left[\varepsilon(V_2) + \varepsilon\left(\frac{V_1}{R_S}\right)\right]\frac{V_R}{V_1}R_S =$$

$$= \left[\varepsilon(V_2) + \varepsilon(V_1) + \varepsilon(R_S)\right]\frac{V_R}{V_1}R_S =$$

$$= \left[\frac{\delta V_2}{V_2} + \frac{\delta V_1}{V_1} + \frac{\delta R_S}{R_S}\right]\frac{V_R}{V_1}R_S =$$

$\frac{cl}{100}\cdot\frac{V_p}{V_1} = 0{,}00267$

$\frac{cl}{100}\cdot\frac{V_p}{V_2} = 0{,}004$

$$= \left[0{,}004 + 0{,}00267 + \frac{0{,}001}{0{,}2}\right]\frac{1}{1{,}5}\,0{,}2 = 1{,}56\ m\Omega$$

$\Rightarrow R = 133 + 1{,}56\ m\Omega$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 143

TEMA 04 (21/01/2010)

1) $P = VI\cos(\varphi) \cong 10\,W$ ANGOLI IN RADIANTI

$V = 10V \pm 1\%$ ($\hookrightarrow 0{,}1V$) $\quad I = 1A \pm 10mA \quad \varphi = 2° \pm 1°$

$$\delta P = \left|\frac{\partial P}{\partial V}\right| \delta V + \left|\frac{\partial P}{\partial I}\right| \delta I + \left|\frac{\partial P}{\partial \varphi}\right| \delta\varphi =$$

$$= (I\cos\varphi)\,\delta V + (V\cos\varphi)\,\delta I + (VI\,\text{sen}\,\varphi)\,\delta\varphi =$$

$$= \left(1 \cdot \cos\frac{4\pi}{360}\right) 0{,}1 + \left(10 \cdot \cos\frac{4\pi}{360}\right) 10^{-4} + \left(10 \cdot 1 \cdot \text{sen}\frac{4\pi}{360}\right)\frac{2\pi}{360} = 0{,}27W$$

$$\varepsilon(P) = \frac{\delta P}{P} = \frac{0{,}27W}{10W} = 0{,}027 = 2{,}7\%$$

2) $f = 1MHz \pm 0{,}01\%$ ($\hookrightarrow 100Hz$)

$T_g = 1s$

FREQ.

Per quale freq. del segnale di ingresso la risoluzione della misura diretta di freq. è = risoluzione ottenuta con la misura diretta di periodo (frequenzimetro reciproco)?

Ris freq. $N^F = \frac{T_g}{T_x}$ $\quad$ Ris period. $N^P = \frac{T_g}{T_c}$ $\quad$ T_x = periodo del segnale incognito

T_c = periodo della base tempi

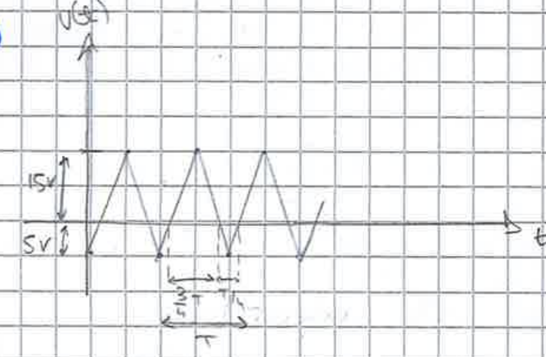
$$\frac{1}{N^F} = \frac{1}{N^P} \rightarrow T_x = T_c \Rightarrow f_x = f_c = 1MHz$$

3) voltmetro magnetoelettrico

Valore fornito? ($= V_m$)

Onda triangolare

$\Rightarrow V_m = \frac{\text{area}}{T}$



$$V_m = \left(\frac{3}{4}T \cdot 15 \cdot \frac{1}{2}\right)\frac{1}{T} +$$

$$- \left(\frac{1}{4}T \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}\right)\frac{1}{T} =$$

$$= 5{,}625 - 0{,}625 = +5V$$

4) voltmetro AC a valor medio convenzionale a DS indicazione?

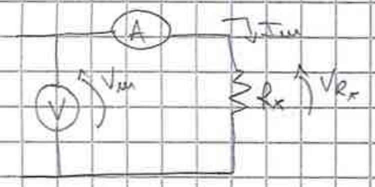
NB nella doppia semionda CANCELLO i termini negativi

nella DS $\rightarrow$ ribalto i termini negativi

$$V_m^{DS} = 5{,}625 + 0{,}625 = 6{,}25V$$

$$V_{eff} = V_m^{DS} \cdot 1{,}11 = 6{,}94V$$

5) corrente continua



$V_L = 9V \quad I_L = 40mA$

$cl = 0{,}2 \quad V_p = 18V$

$\delta I = 0{,}05\%\, I_p + 0{,}08\%\, I_L = 0{,}182\,mA$

$I_p = 300mA$ $\quad (R_L = R_{mA} = R_v \approx 0)$

R_x? (valore e incertezza)

$$R_x = \frac{V_{Rx}}{I_{Rx}} = \frac{V_L}{I_m} = \frac{V_L}{I_L} = 225\,\Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 143

TEMA 05 (18/03/2010)

1) $V_R = 10V$ P_R ? (valore e incertezza) R

$cl = 0,5$ $V_p = 10V$

$I_R = 1\,mA$ $\delta I_R = 10\,\mu A$

$k = 2$

metodo prob.

$P_R = V_R \cdot I_R = 10\,mW$

$\delta P_R = [\varepsilon(V_R) + \varepsilon(I_R)]\, V_R I_R = \left(\frac{\delta V_R}{V_R} + \frac{\delta I_R}{I_R}\right) V I = (0,005 + 0,01)\, 10^{-4} =$

$= 1,5\,\mu W$

$\hookrightarrow \frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V_R} = 0,005$

2) $y = \frac{a + b x_1}{a + b x_2}$ con $x_1, x_2, \delta x_1, \delta x_2$

incertezza?

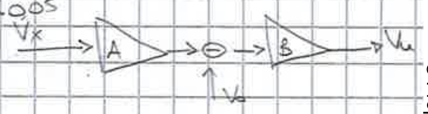
$$\varepsilon_y = \varepsilon(a + bx_1) + \varepsilon(a + bx_2) = \frac{\delta a + \delta(bx_1)}{a + bx_1} + \frac{\delta a + \delta(bx_2)}{a + bx_2}$$

$$= \frac{\delta a}{a + bx_1} + \frac{[\cancel{\varepsilon(b)} + \varepsilon(x_1)]\, bx_1}{a + bx_1} + \frac{\delta a}{a + bx_2} + \frac{[\cancel{\varepsilon(b)} + \varepsilon(x_2)]\, bx_2}{a + bx_2} =$$

$$= \cancel{\frac{\delta a}{a + bx_1}} + \frac{\frac{\delta x_1}{x_1} bx_1}{a + bx_1} + \cancel{\frac{\delta a}{a + bx_2}} + \frac{\frac{\delta x_2}{x_2} bx_2}{a + bx_2} =$$

$$= \frac{b\,\delta x_1}{a + bx_1} + \frac{b\,\delta x_2}{a + bx_2}$$

3) $A = 10 \pm 1\%$ $\hookrightarrow 0,1$ $B = 5 \pm 1\%$ $\hookrightarrow 0,05$



$V_o = 10\,mV \pm 1\,mV$

$V_x = 5\,mV$ $V_{u\,max}$? $V_{u\,min}$?

$V_u = (V_x \cdot A - V_o)\, B = 0,2\,V = 200\,mV$

$$\varepsilon(V_u) = \varepsilon(V_x A - V_o) + \varepsilon(B) = \frac{\delta(V_x A) + \delta(V_o)}{V_x A - V_o} + \frac{\delta B}{B} =$$

$$= \frac{[\varepsilon(V_x) + \varepsilon(A)]\, V_x A + \delta(V_o)}{V_x A - V_o} + \frac{\delta B}{B} =$$

$$= \frac{\left(\cancel{\frac{\delta V_x}{V_x}} + \frac{\delta A}{A}\right) V_x A + \delta V_o}{V_x A - V_o} + \frac{\delta B}{B} = 0,0375 + 0,01 =$$

$= 0,0475 = 4,75\,\%$

$\delta V_u = \varepsilon(V_u) \cdot V_u = 9,5\,mV$

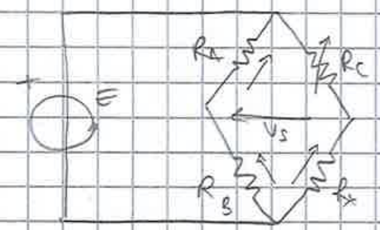
$\Rightarrow V_{u\,MAX} = V_u + \delta V_u = 209,5\,mV$

$V_{u\,MIN} = V_u - \delta V_u = 190,5\,mV$

4) $500\,\Omega \le R_c \le 1000\,\Omega$

$R_x = 500\,\Omega$ $R_c = 1\,k\Omega$

R_A ? affinché il ponte sia in equilibrio (cioè $V_s = 0$)



$V_s = V_{R_B} - V_{R_x} = 0 \Rightarrow V_{R_B} = V_{R_x}$

Partitore $V_{R_B} = E \frac{R_B}{R_A + R_B}$ $V_{R_x} = E \frac{R_x}{R_c + R_x}$

$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A + R_B} = \frac{R_x}{R_c + R_x}$ $\Rightarrow R_B R_c + \cancel{R_x R_B} = R_A R_x + \cancel{R_B R_x}$

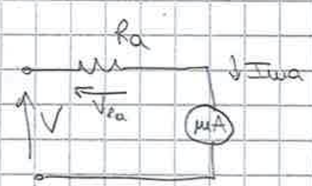
$R_B R_c = R_A R_x$

8) voltmetro a vero valore efficace
$V_p = 10V$
indicazione? (calc. il valore)

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T_{TOT}} v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T+T_1}\left[\int_0^{T_1} V_p^2\,dt + \cancel{\int_{}^{T} 0\,dt}\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T+T_1} V_p^2 T_1} = \sqrt{\frac{T_1}{T+T_1} V_p^2} = V_p\sqrt{DC} = 2{,}24\ V$$

10) $I_p = 1mA$
$R_{mA} = 100\ \Omega$
$V_p = 100V$
R_a?



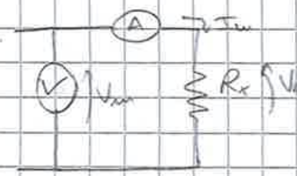
$$V_{Ra} = V_p - V_{mA} = V_p - R_{mA} I_{mA}$$

$$R_a = \frac{V_{Ra}}{I_p} = \frac{V_p}{I_p} - \frac{R_{mA}\cancel{I_{mA}}}{\cancel{I_p}} = \frac{V_p}{I_p} - R_{mA} = 99{,}9\,k\Omega$$

$I_p = I_{mA}$

TEMA 06 (1/12/2010)

1) $R_x = 100\,\Omega \pm 1\%$
$\hookrightarrow 1\,\Omega$



$V_x = 1V$

$\delta I = 0{,}05\% \cdot I_p + 0{,}08\%\cdot I_L$

$I_p = 10mA$ $\quad V_p = 3V$ $\quad cl$? $\quad I_m = I_L$

$R_{mA} \simeq 0$ $\quad R_V \simeq 0$

$$I_M = \frac{V_x}{R_x} = \frac{1V}{100\Omega} = 0{,}01\ A = 10mA$$

$$\delta I = 13\,\mu A$$

$$\varepsilon(I) = \frac{\delta I}{I_L} = 0{,}13\ \%$$

$$\varepsilon(V_m) = \frac{\delta V}{V_m} = \frac{cl}{100}\cdot\frac{V_p}{V_m} \Longrightarrow cl = \frac{100\,V_m\,\varepsilon(V)}{V_p}$$

dato che è accurata R_x e devo ricavare la classe del voltmetro $\Longrightarrow$ ricavo $\varepsilon(R_x)$ e inverto x trovare $\varepsilon(V)$
(NON ricavo prima V e poi $\varepsilon(V)$)

$$\longrightarrow R_x = \frac{V}{I} \Longrightarrow \varepsilon(R_x) = \varepsilon(V) + \varepsilon(I)$$

$$\Longrightarrow \varepsilon(V) = \varepsilon(R_x) - \varepsilon(I) = 0{,}01 - 0{,}0013 = 0{,}0087$$

$$\Longrightarrow cl = \frac{100\cdot 1V\cdot 0{,}0087}{3V} = 0{,}29$$

$\Longrightarrow$ se $cl < 0{,}29$ VA BENE!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 143

7) a) voltmetro elettromeccanico $V_p = 20V$ $cl = 0,2$
b) " " $V_p = 6V$ $cl = 0,15$
c) " digitale $V_p = 10V$
$\delta V = 0,05\% V_L + 0,03\% V_p$

$V_L = 5V \pm 0,2\%$ ↳ max

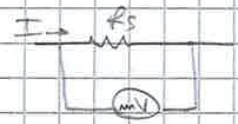
Quali lo correttano?

a) $\varepsilon(V_L) = \frac{\delta V_L}{V_L} = \frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V_L} = \frac{0,2}{100} \cdot \frac{20V}{5V} = 0,008 = 0,8\%$ NO! $(>0,2\%)$

b) $\varepsilon(V_L) = \frac{\delta V_L}{V_L} = \frac{0,15}{100} \cdot \frac{6V}{5V} = 0,18\%$ SI $(<0,2\%)$

c) $\varepsilon(V_L) = \frac{\delta V_L}{V_L} = \frac{\frac{0,05}{100} \cdot 5V + \frac{0,03}{100} \cdot 10V}{5V} = 0,11\%$ SI! $(<0,2\%)$

9) $V_p = 100\,mV$
$cl = 0,5$
$R_{INT} = \infty$



$I = 5A \pm 1\%$

R_S? $\delta R_S \approx 0$

$I = \frac{V_L}{R_S}$

$\varepsilon(I) = \varepsilon(V_L) + \varepsilon(R_S) = \frac{\delta V}{V_L} + \varepsilon(R_S) = \frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V_L} + \frac{\delta R_S}{R_S} =$

$= \frac{cl\,V_p R_S + \cancel{\delta R_S\, 100 V_L}}{100 V_L R_S} = \frac{cl\,V_p}{100 V_L}$ ↳ $\frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V_L}$

$\Rightarrow V_L = \frac{cl\,V_p}{100} \cdot \frac{1}{\varepsilon(I)} = 0,05\,V$

$\Rightarrow R_S = \frac{V_L}{I} = \frac{0,05V}{5A} = 0,01\,\Omega$

10) $V_{p_1} = 100\,mV$ $V_{p_2} = 10\,V$ $V_{p_3} = 100V$

$R_{mA} = 100\,\Omega$ R_1? R_2?

$I_p = \frac{V_{p_1}}{R_{mA}} = 1\,mA$

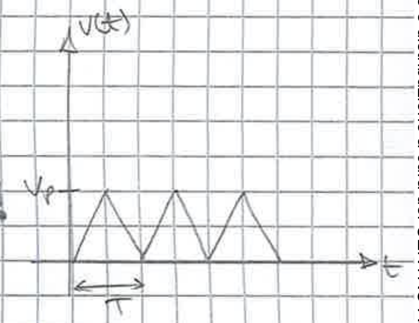
$V_{p_2} = I_p (R_1 + R_{mA})$

$\Rightarrow R_1 = \frac{V_{p_2}}{I_p} - R_{mA} = 9900\,\Omega$

$V_{p_3} = I_p (R_1 + R_2 + R_{mA}) \Rightarrow R_2 = \frac{V_{p_3}}{I_p} - R_1 - R_{mA} = 90\,k\Omega$

TEMA 07 (Gennaio 2012)

1) voltmetro a valor medio convenzionale a DS



V_p? $V_L = 10V$
NB la lettura del voltmetro è V_{eff}!

$V_{m}^{DS} = \frac{\cancel{T} \cdot V_p}{2\cancel{T}} = \frac{V_p}{2}$

$V_L = V_{eff}$

$V_{eff} = V_m^{DS} \cdot 1,11 \Rightarrow V_m^{DS} = \frac{V_{eff}}{1,11} = 9,01\,V$

$\Rightarrow V_p = 2 V_m^{DS} = 18,08\,V$

3) metodo voltamperometrico
- voltmetro
$V_p = 10V$ $\delta V = 0,1\% V_L + 0,1\% V_p$
- amperometro
$I_p = 100\,mA$ $\delta I = 0,1\% I_L + 0,1\% I_p$

$R_x = 1k\Omega$

?

F.S. V_A? che minimizza l'incertezza nella misura di R_x
incertezza attesa?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 143

7) banda 500 MHz
$V = 1\ \mu s/div$
a) Tempo di salita ? correggendo l'effetto sistematico dell'oscilloscopio
b) errore relativo ? quando non si corregge l'effetto sistematico

a) ho 3 quadrati (sull'asse x)
$\Rightarrow L = 3$ div
$T_m = 3 \cdot 1\mu s/div = 3\mu s$ tempo misurato

L'effetto della banda dell'oscilloscopio risiede

$$T_o = \frac{0{,}35}{B} = 0{,}7\ \mu s$$

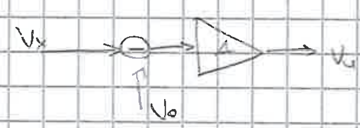
$$\Rightarrow T_s = (T_m^2 - T_o^2)^{1/2} = 2\mu s$$

b) se non si corregge l'effetto della banda ho errore relativo commesso nella misura di salita

$$\text{errore} = \frac{\text{valore misurato} - \text{valore che dovrei misurare}}{\text{valore che dovrei misurare}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{T_m - T_s}{T_s} = 2{,}8\%$$

8)
$V_u = 7V$
$V_o = 10V$
$cl = 0{,}5$
$V_o = 0{,}1 \pm 1\%$ $\llcorner 0{,}001$
$A = 10$ $(\delta A = 0)$



V_x ? valore e incertezza

$(V_x - V_o) A = V_u$

$$V_x = \frac{V_u}{A} + V_o = 0{,}8\ V$$

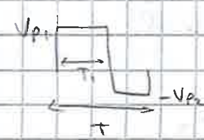
$$\delta(V_x) = \varepsilon\left(\frac{V_u}{A}\right) + \delta(V_o) = \left[\varepsilon(V_u) + \cancel{\varepsilon(A)}^{\,0}\right]\frac{V_u}{A} + \delta V_o =$$

$$= \frac{\delta V_u}{V_u} \cdot \frac{V_u}{A} + \delta V_o = 0{,}005 + 0{,}001 = 6\ mV$$

$\llcorner \frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V_u} = 7{,}1 \cdot 10^{-3}$

$V_x = 0{,}8\ V \pm 6\ mV$

9) $k_v = 2V/div$
Calcolare valor medio?



$L_{tot} = 6$ div $\quad L_{\oplus} = 4$ div $\quad L_{\ominus} = 2$ div

$$V_m = \frac{V_{P_1} \cdot T_1 - V_{P_2} \cdot (T - T_1)}{T}$$

$$T_1 = \frac{3}{5}T$$

$$V_m = \frac{V_{P_1}\frac{3}{5}T - V_{P_2}\left(T - \frac{3}{5}T\right)}{T} = \frac{V_{P_1} \cdot \frac{3}{5}\cancel{T} - V_{P_2}\frac{2}{5}\cancel{T}}{\cancel{T}}$$

$V_{P_1} = 4\text{div} \cdot 2V/\text{div} = 8V \qquad V_{P_2} = 2\text{div} \cdot k = 4V$

$$V_m = 8V \cdot \frac{3}{5} - 4V \cdot \frac{2}{5} = 3{,}2V$$

10) $f_c = 10MHz \pm 100\ ppm$ $\quad 100 \cdot 10^{-6} = 10^{-4}$
$T_g = 100\ ms$

✓ Freq.

minima freq. misurabile ? con incertezza $< 10^{-3}$ (ε_{f_x})

$$\varepsilon_{f_x} = \frac{1}{N} + \varepsilon_{f_c}$$

$$\left[N = \frac{T_g}{T_x} = T_g \cdot f_x \Rightarrow f_x = f_c \cdot N\right]$$

$$10^{-3} = \frac{1}{T_g \cdot f_x} + 10^{-4}$$

$T_x = T_c$

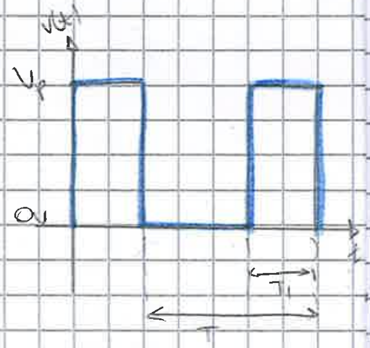
$$\Rightarrow f_x = 11{,}111\ kHz$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 143

6) $V_p = 10V$ $DC = 30\%$

doppia semionda

indicazione attesa ? (V_{eff})



$$V_{M}^{DS} = \frac{1}{T}\int_0^{T-T_1} 0\,dt + \frac{1}{T}\int_{T-T_1}^{T} V_p\,dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_{\frac{7}{10}T}^{T} V_p\,dt = \frac{1}{T}\left[T V_p - \frac{7}{10} T V_p\right] =$$

$$= V_p - \frac{7}{10}V_p = \frac{3}{10}V_p = 3V$$

$$V_{eff} = 1{,}11\, V_M^{DS} = 3{,}33\ V$$

7) N_{bit} ? convertitore analogico digitale unipolare

$V_{M} = V_{FR}$

$\mathcal{E}(V_q) = 0{,}1\%$

$$V_q = \frac{V_{FR}}{2^{N_b}} \Rightarrow 2^{N_b} = \frac{V_{FR}}{V_q}$$

a fondo scala

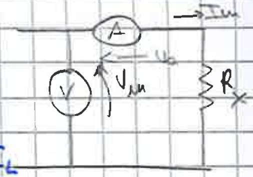
$$\delta V_q = \frac{V_q}{2} \Rightarrow \mathcal{E}(V) = \frac{\delta V_q}{V_{FR}} = \frac{V_q/2}{V_{FR}} = \frac{\frac{V_{FR}}{2^{N_b}}\cdot\frac{1}{2}}{V_{FR}} =$$

$$= \frac{1}{2^{N_b}\cdot 2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}(V) = \frac{1}{2^{N_b}\cdot 2} \Rightarrow 2^{N_b} = \frac{1}{\mathcal{E}(V)\cdot 2}$$

$$\Rightarrow N_b = \log_2 \frac{1}{\mathcal{E}(V)\cdot 2} = 8{,}96 \simeq 9\ \text{bit}$$

8) DC



$V_M = 9V$ $I = 40mA$ $(= I_L)$

R_x ? δR_x ? $\delta I = 0{,}05\% I_p + 0{,}07\% I_L$

$I_p = 50mA$ $c\ell = 0{,}5$ $V_p = 10V$

$R_{ua} \simeq 0$

$$\delta I = 53\,\mu A$$

$$V_{Rx} = I_M R_x = I R_x \qquad R_x = \frac{V_{Rx}}{I}$$

$$V_{Rx} = -V_a + V_M = -\cancel{R_{ua} I_M} + V_M = V_M = 9V$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{9V}{40mA} = 225\ \Omega$$

$$\delta R_x = \left[\mathcal{E}(V_{Rx}) + \mathcal{E}(I)\right] R_x = \left[\frac{\delta V_{Rx}}{V_{Rx}} + \frac{\delta I}{I}\right] R_x = 1{,}55\ \Omega$$

$$\frac{c\ell}{100}\cdot\frac{V_p}{V_{Rx}} = \frac{1}{180}$$

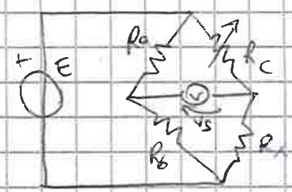
$$\mathcal{E}_{Rx} = 0{,}68\%$$

10) $R_a = 1000\Omega$ $\mathcal{E}(R_a) = \mathcal{E}(R_b) = \mathcal{E}(R_c) = 10^{-3}$

$R_b = 1k\Omega$

$R_c = 1k\Omega$ $E = 10V \pm 1\%$ $V_s = 0V$

R_x ? $\mathcal{E}(R_x)$?



$$V_{Rx} = E\frac{R_x}{R_c + R_x} \qquad V_{Rb} = E\frac{R_b}{R_a + R_b}$$

$$V_s = V_{Rb} - V_{Rx} = 0$$

$$\frac{R_x}{R_c + R_x} = \frac{R_b}{R_a + R_b} \Rightarrow R_x = \frac{R_b R_c}{R_a} = 1k\Omega$$

$$\mathcal{E}(R_x) = \mathcal{E}(R_b) + \mathcal{E}(R_c) + \mathcal{E}(R_a) = 3\cdot 10^{-3}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 143

5) $R_x = 100\,\Omega \quad \varepsilon(R_x) = 1\%$

$V_M = 0{,}5\,V$

$\delta V = 0{,}05\%\,V_p + 0{,}08\%\,V_L$

$V_p = 1V,\ 2V,\ 10V,\ 20V$

ℓ? per aver $\varepsilon(R_x)$

$I_p = 1mA,\ 5mA,\ 10mA,\ 50mA$

$\equiv V_{AL}$ (ipotesi)

$V_{R_x} = I_M R_x = I R_x$

Strum. nel circuito: $I = \frac{V_M}{R_x} = \frac{0{,}5}{100} = 5mA$ (la base corrisponde ad una delle I_p)

scelgo $V_p = 1V$ (la + vantaggiosa)

$\delta V = \frac{0{,}05}{100} \cdot 1V + \frac{0{,}08}{100} \cdot 0{,}5V = 0{,}0009$

$\varepsilon(V) = \frac{\delta V}{V_{Rx}} = 0{,}18\%$

$\varepsilon_{R_x} = \varepsilon(V_{ex}) + \varepsilon(I_M)$

$\varepsilon(I) = \frac{\delta I}{I} = \frac{\ell}{100} \cdot \frac{\cancel{I_p}}{\cancel{I}} = \frac{\ell}{100}$

$\Rightarrow \varepsilon(I) = \varepsilon(R_x) - \varepsilon(V) = 0{,}82\%$

$\ell = 0{,}82$

6) serie $R_1 = 1000\,\Omega,\ 1\%$
$R_2 = 2000\,\Omega,\ 1\%$
$R_3 = 2000\,\Omega,\ 2\%$
valore e incertezza?

$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 5000\,\Omega$

$\delta R_{eq} = \delta R_1 + \delta R_2 + \delta R_3 = \varepsilon(R_1)\cdot R_1 + \varepsilon(R_2)\cdot R_2 + \varepsilon(R_3)\cdot R_3 = 70\,\Omega$

$\varepsilon(R_{eq}) = 1{,}4\%$

7) $y = \frac{x_1^2}{1+x_2}$ note $x_1, x_2, \delta x_1, \delta x_2$ δy?

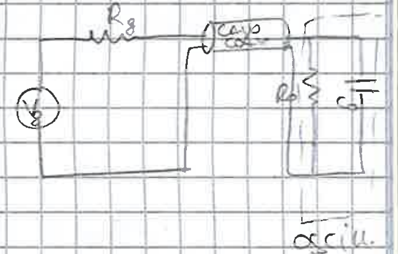
$\varepsilon(y) = 2\,\varepsilon(x_1) + \frac{\delta x_2}{1+x_2} = 2\frac{\delta x_1}{x_1} + \frac{\delta x_2}{1+x_2}$

8) $R_g = 50\,\Omega$

$\frac{C_c}{\ell} = 80\,pF/m$ (cavo coax)

$C_0 = 40\,pF \quad R_0 = 1M\Omega$

$f_T = 15\,MHz \quad \ell$? (lungh. cavo)



$f_{taglio} \to$ dato dal polo dovuto alla presenza di R_g, della capacità del cavo C_c e da C_0 (si trascura R_0)

$f_p = \frac{1}{2\pi R_g \underbrace{(C_c + C_0)}_{C_{eq}}} \Rightarrow C_{eq} = \frac{1}{f_p 2\pi R_g} = 212\,pF$

$C_c = C_{eq} - C_0 = 172\,pF$

$\frac{C_c}{\ell} = 80\,pF/m \Rightarrow \ell = \frac{C_c}{80\,pF/m} = 2{,}15\,m$

4) $V_{FR} = 10V$ errore quantizzazione $\pm 1 mV$

N_{bit}? $V_q = \frac{V_{FR}}{2^{N_{bit}}}$

errore di quant. $= \frac{V_q}{2}$

$\rightarrow \frac{V_q}{2} = 1mV$

$V_q = 2mV$

$2^{N_{bit}} = \frac{V_{FR}}{V_q} \Rightarrow N_{bit} = \log_2\left(\frac{10V}{2mV}\right) = 12,3 \Rightarrow 13 bit$

5) $\mathcal{E}(f_c) = 10^{-4}$ $T_m = 1s$ incert. misure di freq. $< 0,1\%$ quali f?

NO!

6) $L_{pp} = 4,6 div \pm 0,1 div$

$K_v = 2V/div \pm 3\%$ V_{eff}? δV_{eff}?

$V_{pp} = 4,6 div \cdot 2V/div = 9,2V$

$V_{eff} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{V_{pp}}{2\sqrt{2}} = 3,25 V$

$\mathcal{E}(V_{eff}) = \mathcal{E}(V_{pp}) + \mathcal{E}(2\sqrt{2}) = \mathcal{E}(L_{pp}) + \mathcal{E}(K_v) =$

$= \frac{\delta L_{pp}}{L_{pp}} + \frac{3}{100} = 0,0517 \cong 5,2\%$

7) $y = \frac{x_1}{1+x_2(1+x_3)}$ $x_1 = x_2 = x_3 = 1 \pm 0,01$ δy?

$y = 1/3$

$\mathcal{E}(y) = \mathcal{E}(x_1) + \mathcal{E}(1+x_2+x_2x_3) = \frac{\delta x_1}{x_1} + \frac{\cancel{\delta 1} + \delta x_2 + \delta(x_2x_3)}{1+x_2+x_2x_3}$

$= \frac{0,01}{1} + \frac{\delta x_2 + [\mathcal{E}(x_2)+\mathcal{E}(x_3)]x_2x_3}{1+x_2+x_2x_3} =$

$= 0,01 + \frac{\delta x_2 + \left[\frac{\delta x_2}{x_2} + \frac{\delta x_3}{x_3}\right]x_2x_3}{1+x_2+x_2x_3} = 0,02 \rightarrow \delta y = 0,0067$

8) $\delta M = 0,1\% + 5g$ ↳ di M_s $M_v = 5g \pm 1\%$ $M_s = 1kg$

n° viti? incertezza?

$M_s = N_{viti} \cdot M_{vite} \Rightarrow N°viti = \frac{M_s}{M_v} = 200$ viti

$\mathcal{E}(N_{viti}) = \mathcal{E}(M_s) + \mathcal{E}(M_{vite}) = \frac{\delta M_s}{M_s} + \mathcal{E}(M_v) =$

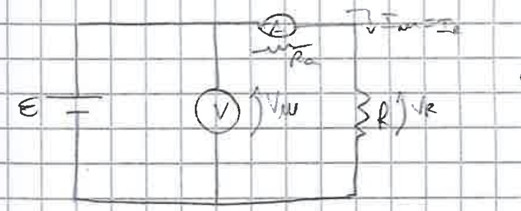
$= \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 1000 + 5}{1000} + \frac{1}{100} = 0,016 = 1,6\%$

$\delta(N_{viti}) = \mathcal{E}(N_{viti}) \cdot N_{viti} \pm 3,2$ viti $\Rightarrow$ 4 viti

9) $cl = 1$ $V_p = 10V$ $V_m = 3V$

$I_m = 1mA + 5\mu A$ R? δR?

scelgo configurazione a monte



$V_R = R \cdot I_R = R I_m$

$R_a \approx 0 \Rightarrow V_a = 0$

$V_R = V_m \Rightarrow R = \frac{V_m}{I_m} = 3k\Omega$

$\mathcal{E}(R) = \mathcal{E}(V_m) + \mathcal{E}(I_m) = \frac{\delta V_m}{V_m} + \frac{\delta I_m}{I_m} = 3,8\%$

↳ $\frac{cl}{100}\frac{V_p}{V_m}$

$\delta R = \mathcal{E}(R) \cdot R = 115 \Omega$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 143

8) $V_p = 10V$ $c\ell_V = 1$ $V_L = 8{,}47V$ $R?$ $\delta R?$

$I_p = 100 \mu A$ $c\ell_I = 0{,}2$ $I_L = 23{,}15 \mu A$

$R_A \approx 0$

$$R = \frac{V_R}{I} = \frac{V_M}{I_M} = \frac{V_L}{I_L} = 361{,}2\ \Omega$$

$$\varepsilon(R) = \varepsilon(V_M) + \varepsilon(I_M) =$$

$$= \frac{\delta V_M}{V_M} + \frac{\delta I_M}{I_M} = \frac{c\ell_V}{100}\frac{V_p}{V_M} + \frac{c\ell_I}{100}\frac{I_p}{I_M} = 0{,}02$$

$$\delta R = \varepsilon(R) \cdot R = 7{,}35\ \Omega$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 143

3) $V_p = 2V$ $\quad \delta V = 0{,}2\% V_p + 0{,}3\% V_L$

$A = 10 \pm 1\%$

$V_L = 1V$ ($= V_m$ (letto/misurato)) cause di incertezza: Ampl. e V

T? valore & incertezza

$\delta V = 0{,}007\ V$

$\boxed{K_s = 10\,mV/°C}$

$V_m = V_s \cdot A = \underbrace{K_s \cdot T}_{\text{caratteristica del sensore}} \cdot A$

sensore

$\left[T_{max} = \frac{V_p}{K_s \cdot A} \right]$

$T = \frac{V_m}{K_s \cdot A} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 10°C$

$\varepsilon_T = \varepsilon(V_m) + \varepsilon(K_s) + \varepsilon(A)$

$\delta T = \left[\varepsilon(V_m) + \varepsilon(K_s) + \varepsilon(A) \right] \frac{V_m}{K_s \cdot A} =$

$= \left[\frac{\delta V}{V_m} + \underbrace{\frac{\delta K_s}{K_s}}_{\to 0} + \frac{\delta A}{A} \right] T = 0{,}17\ °C$

4) $R_s = 1k\Omega$

$V_s = 1V$

$V_{FR} = 5V$ $\quad N = 10\,bit$

Absolute Accuracy = 5LSB

$R_V = 1\,M\Omega$

errore carico strumentale?
può essere trascurato? perché?

$V_m = V_s \frac{R_V}{R_s + R_V}$

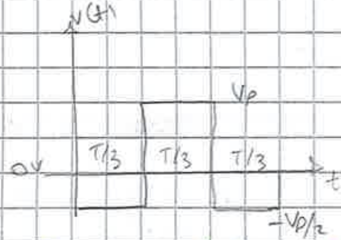
$\varepsilon V_s = V_m - V_s = V_s \frac{R_V}{R_s + R_V} - V_s = V_s \left(\frac{R_V}{R_s + R_V} - 1 \right) \cong 1\,mV$

La scheda ha incertezza

$\delta V = 5LSB = \frac{5 V_{FR}}{2^{N_b}} = \frac{5 \cdot 5V}{2^{10}} = 24{,}4\,mV$ $\qquad$ $LSB = \frac{V_{FR}}{2^{N_b}}$

L'effetto del carico è trascurabile rispetto dell'incertezza (perché < 10%) $\to \sim 4\%$

5) $V_p = 10V$



Calcolare l'ampiezza di picco di un segnale sinusoidale con stesso V_{eff}

Un voltmetro di picco fornisce lo stesso errore x i 2 segnali?

$V_{eff} = \sqrt{\frac{V_p^2 \cdot \frac{T}{3} + 2 V_p^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{T}{3}}{T}} = \sqrt{\frac{V_p^2}{3} + \frac{V_p^2}{6}} = 7{,}07\,V$

x sinusoide

$V_p = V_{eff} \cdot \sqrt{2} = 10V$

Un voltmetro di picco fornisce un valore $V_p/\sqrt{2}$
$\Rightarrow$ non corretto x i 2 segnali

6) valor medio convenzionale

$V_m = \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/3} -\frac{V_p}{2}\, dT + \int_{T/3}^{\frac{2}{3}T} V_p\, dT + \int_{\frac{2}{3}T}^{T} -\frac{V_p}{2}\, dT \right] =$

$= \frac{1}{T} \left[-\frac{V_p}{2} \frac{T}{3} + V_p \left(\frac{2}{3}T - \frac{T}{3} \right) - \frac{V_p}{2} \left(T - \frac{2}{3}T \right) \right] =$

$= -\frac{V_p}{6} + \frac{V_p}{3} - \frac{V_p}{6} = -\frac{V_p}{3} + \frac{V_p}{3} = 0V$

se $f_{segnale} \gg f_{taglio}$ (frazioni di Hz) $\Rightarrow$ rimane fermo a 0V (x ∀ ampiezza del segnale)

se $f < f_{taglio} \Rightarrow$ segue l'andamento del segnale

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 143

3) $V_p = 10V$ $c\ell = 0{,}5$

$A = 20 \pm 0{,}5\%$

Max T misurabile? δT?
(cause di incertezza → voltmetro e ampl.)

$T_{max} = \frac{V_p}{K_S \cdot A} = 50°C$ $K_S = 10\,mV/°C$

$\varepsilon(T_{max}) = \varepsilon_{V_p} + \cancel{\varepsilon_{K_S}}^{0} + \varepsilon_A = \varepsilon_{V_p} + \varepsilon_A = \frac{\delta V_p}{V_p} + \varepsilon_A = 0{,}01$

$\hookrightarrow \frac{c\ell}{100} \cdot \frac{\cancel{V_f}}{\cancel{V_p}}$

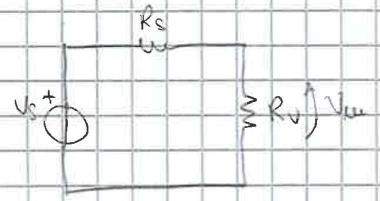
$\delta T_{max} = \varepsilon_{T_{max}} \cdot T_{max} = 0{,}5\,°C$

4) $V_m = 1V$

$R_S = 1k\Omega$

$R_V = 100k\Omega$

ε_{V_S}?



$V_m = V_S \frac{R_V}{R_S + R_V} \Rightarrow V_S = V_m \frac{R_S + R_V}{R_V}$

$\varepsilon_{V_S} = V_m - V_S = -V_m \frac{R_S + R_V}{R_V} + V_m = V_m\left(1 - \frac{R_S + R_V}{R_V}\right) \simeq 10\,mV$

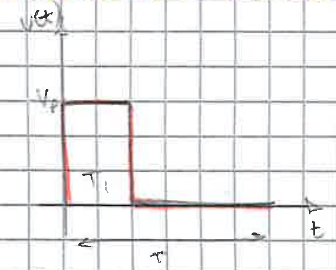
$\frac{\varepsilon_{V_S}}{V_S} = \frac{V_m}{V_S} - 1 = \frac{R_V}{R_S + R_V} - 1 \simeq -0{,}01 = -1\%$

5) voltmetro di picco e valor medio conv. DS

DC? $[T_1 | T]$ affinché forniscano stesso indice

• picco

$V_{eff} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$



• medio convenz. DS

$V_{eff} = V_m^{*} \cdot 1{,}11$

$V_m^{DS} = \frac{1}{T}\int_0^{T_1} V_p\, dT = \frac{V_p T_1}{T}$

$V_{eff} = \frac{V_p T_1}{T} \cdot 1{,}11$

$\Rightarrow \frac{\cancel{V_p}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{V_p} T_1}{T} \cdot 1{,}11$

$\frac{T_1}{T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{1{,}11} = 0{,}637 = 63{,}7\%$

6) $R_0 = 4{,}7\,k\Omega$ $T_0 = 25°C$ $B = 4000K$ R_S? S?
$\hookrightarrow$ in K! $\hookrightarrow$ a 37°C
$\hookrightarrow$ in K!

$R_S = R_0\, e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = 2726{,}8\,\Omega$

$S = \frac{dR_S}{dT} = -\frac{B}{T^2} R_0\, e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = 116{,}3\,\Omega/°C$ $(= 116{,}3\,\Omega/K)$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 143

$= [\varepsilon(E) + \varepsilon(V_M)] \cdot \frac{E}{E - V_M} + \varepsilon(R_J) = 0{,}9\,\%$

$\delta R_x = \varepsilon(R_x) \cdot R_x = 90\,k\Omega$

3)

$y = \frac{a + x_1}{b + x_1}$ $x_1 = 100 \pm 1$ $a = 100$ $b = 200$

$\hookrightarrow \delta x_1$

$y = \frac{100 + 100}{200 + 100} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3} = 0{,}667$

Derivate parziali (ho x_1 a numeratore e denominatore)

$\delta y = \left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right| \delta x_1 = \frac{b + x_1 - (a + x_1)}{(b + x_1)^2} = \frac{b + \cancel{x_1} - a - \cancel{x_1}}{(b + x_1)^2} =$

$= \frac{100}{(300)^2} = \frac{100}{90000} = \frac{1}{900}$

4)

$R_S = R_0(1 + \alpha T)$ Pt100

$R_0 = 100\,\Omega$

$\alpha = 0{,}4\,\%/°C$

$I = 1\,mA$

$A = 100$

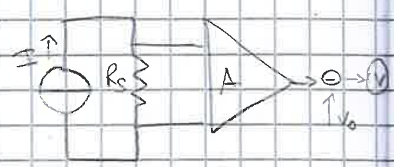
$V_0 = 9\,V$

$c\ell = 0{,}5$

$V_{p_1} = 0{,}1\,V$ $V_{p_4} = 5\,V$

$V_{p_2} = 0{,}5\,V$ $V_{p_5} = 10\,V$

$V_{p_3} = 1\,V$



S? $-20 < T < 50\,°C$ scegliere V_p? δT?

↳ dipende dalla classe del V

$S = \frac{\delta V_M}{\delta T}$

$V_M = (R_S I) A - V_0$

$\Rightarrow S = \frac{\delta(R_S I \cdot A) - \delta(V_0)}{\delta T} = \frac{[\varepsilon R_S + \varepsilon I + \varepsilon A] R_S I A}{\delta T} =$

$= \frac{\delta R_S}{R_S} \cdot R_S I A \cdot \frac{1}{\delta T} = \frac{\delta R_S}{\delta T} \cdot I \cdot A = (R_0 \alpha) I A =$

$= 0{,}4\,V/°C = 40\,mV/°C$

per scegliere la portata calcolo R_S alle 2 temperature

$R_S^{-20°} = 100 \cdot (1 + \frac{0{,}4}{100} \cdot -20\,°C) = 92\,\Omega$

$R_S^{50°} = 100\,(1 + \frac{0{,}4}{100} \cdot 50\,°C) = 120\,\Omega$

$\Rightarrow V_M^{-20\,°C} = (92 \cdot 10^{-3} \cdot 100) - 9 = 0{,}2\,V$

$V_M^{50\,°C} = 3\,V$

$\Rightarrow$ scelgo la portata subito $>$ $\Rightarrow V_p = 5\,V$

$S = \frac{\delta V}{\delta T} \Rightarrow \delta T = \frac{\delta V}{S}$

$\delta V = \frac{c\ell}{100} \cdot V_p = 0{,}025\,V \Rightarrow \delta T = 0{,}62\,°C$

5)

$D_F = 5\,mW/K$ $I = 1\,mA$ $T = 25\,°C$ $\varepsilon(T)$?

↳ ΔT

$D_F = \frac{P_d}{\Delta T}$ $R_0 = 100\,\Omega$ $R_S = R_0(1 + \alpha T)$

$P_d = I^2 \cdot R_S = (10^{-3})^2 \cdot 100(1 + \frac{0{,}4}{100} \cdot 25) = 110\,\mu W$

$\Rightarrow \Delta T = \frac{P_d}{D_F} = 0{,}022\,K$

↳ errore di temperatura dovuto all'auto-riscaldamento!!!

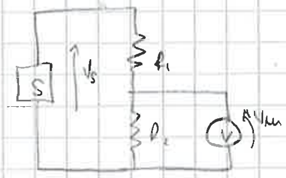
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 143

TEMA ESAME 8/09/2015

1) $V_S = k \cdot T$ ← [°C]

$k = 10\,mV/°C \pm 0{,}1\%$

$R_1 = R_2 = 1\,k\Omega \quad (\delta R_1 = \delta R_2 = 0)$



$V_p \to$ tabella $\quad V_m = 200\,mV$

$\delta V_m = \%V_L + \%V_p$

T? δT?

$$V_m = V_S \frac{R_2}{R_1+R_2} \to V_S = V_m \frac{R_1+R_2}{R_2} = 0{,}4\,V = 400\,mV$$

$\to$ scelgo $\underset{(=V_p)}{V_{range}} = 1\,V \Rightarrow \%V_L = \frac{0{,}0010}{100} \quad \%V_p = \frac{0{,}0007}{100}$

$$T = \frac{V_S}{k} = 40\,°C$$

$$\mathcal{E}(T) = \mathcal{E}(V_S) + \mathcal{E}(k) = \frac{\delta V_S}{V_S} + \mathcal{E}(k)$$

$$\delta V_S = \frac{0{,}0010}{100} \cdot \underset{200\,mV}{V_m} + \frac{0{,}0007}{100} \cdot \underset{1V}{V_p} = 15\,\mu V$$

$\Rightarrow \mathcal{E}(T) = 0{,}001 \to \delta T = \mathcal{E}(T) \cdot T = 41{,}5\,mK$

2) $E = 1V \pm 0{,}1\%$

$\delta_A = 0{,}2 \quad R_a = 10\,\Omega \pm 10\%$

$I_p = 1\,mA \quad I_m = 1\,mA$

R_x? correggendo il consumo di Ⓐ δR_x?

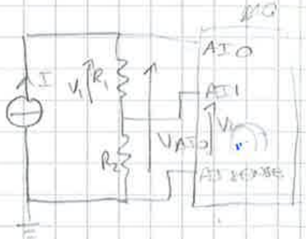
$$V_x = E - V_a = E - R_a I_m = 0{,}99\,V$$

$$R_x = \frac{V_x}{I_m} = 990\,\Omega$$

$$\mathcal{E}(R_x) = \mathcal{E}(V_x) + \mathcal{E}(I_m) = \frac{\delta V_x}{V_x} + \frac{\delta I_m}{I_m}$$

$\frac{\delta_A}{100} \cdot \frac{I_p}{I_m} = 0{,}002$

6/7) $I = 1mA \pm 0{,}1\%$



$R_0 = 4700\,\Omega$ @ $25°C$
$B = 3400K$

$T_1 = 40°C$ (R_1) $\quad T_2 = 25°C$ (R_2)

modalità NRSE $\quad$ Abs. acc $= 1mV$ $(= \delta V)$

V_{AI0}? V_{AI1}? δR_1?

$R_1 = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right)} = 2593{,}8\,\Omega$

$R_2 = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_0}\right)} = R_0 = 4700\,\Omega$

$V_1 = I R_1 = 2{,}6\,V$

$V_2 = R_2 I = 4{,}7\,V = V_{AI1}$

$V_{AI0} = V_1 + V_2 = 7{,}3\,V$

$R_1 = \frac{V_1}{I} = \frac{V_{AI0} - V_{AI1}}{I}$

$\Rightarrow \delta R_1 = \left[\varepsilon(V_{AI0} - V_{AI1}) + \varepsilon(I)\right] R_1 =$

$= \left[\frac{\delta V_{AI0} + \delta V_{AI1}}{V_{AI0} - V_{AI1}} + \varepsilon(I)\right] R_1 =$

$= \left[\frac{1mV + 1mV}{7{,}3 - 4{,}7} + \frac{0{,}1}{100}\right] 2593{,}8 = 4{,}6\,\Omega$

TEMA ESAME 3/02/2016

1) $R_0 = 350\,\Omega$ $\quad G = 2$ $\quad$ estensimetro $\quad \varepsilon$? (strain)

incertezze della misura di strain ?

$R = R_0 (1 + G\varepsilon)$

$\Rightarrow$ ohmmetro con portata $1k\Omega$

$\%R_1 = 0{,}010 \qquad \%R_p = 0{,}001$

$R_1 \approx R_0$ perché lo strain è generalmente $< 1000\mu\varepsilon$

$\delta R_m = \frac{0{,}010}{100} \cdot R_0 + \frac{0{,}001}{100} \cdot 1000 = 45\,m\Omega$

incertezza assoluta

(non importa il valore effettivo dell'incertezza $\to$ può essere "incerto" fino al 10%)

sens. assoluta $\quad S = GR_0 = 700\,\Omega/\varepsilon$

$\Rightarrow \delta\varepsilon = \frac{\delta R}{S} = \frac{45m\Omega}{700\Omega/\varepsilon} = 64{,}2\,\mu\varepsilon$

2) $E = 50V \pm 1\%$
$cl = 0{,}2$
$R_V = 1M\Omega \pm 10\%$
$V_p = 10V \quad V_m = 10V$

R_x? δR_x?

$\circledast\ \varepsilon(V_m) = \frac{\delta V_m}{V_m} = \frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V_m} = 0{,}002$

$V_x = E - V_m = 40V$

$V_x = E \frac{R_x}{R_V + R_x} \Rightarrow V_x R_V + V_x R_x = E R_x$

$R_x = \frac{V_x R_V}{E - V_x} = 4000\,k\Omega$

$R_x = R_V \frac{E - V_m}{V_m} = R_V \frac{V_m}{V_m} \frac{\frac{E}{V_m} - 1}{V_m} = R_V \left(\frac{E}{V_m} - 1\right)$

$\varepsilon(R_x) = \varepsilon(R_V) + \varepsilon\left(\frac{E}{V_m} - 1\right) = \varepsilon(R_V) + \frac{\delta\left(\frac{E}{V_m}\right) + \delta(1)}{\frac{E}{V_m} - 1} =$

$= \frac{10}{100} + \frac{\left[\varepsilon(E) + \varepsilon(V_m)\right]^{\circledast} E/V_m}{E/V_m - 1} = 0{,}115 \Rightarrow \delta R_x = 460\,k\Omega$

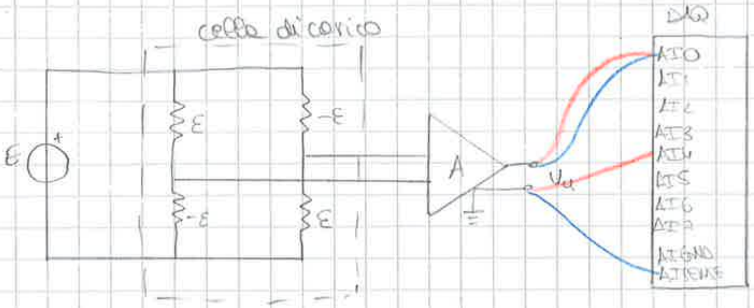
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 143

6/7) $L = 10kg$ $k = 2mV/V$ (FSO)

$A = 100$ $V_p = \pm 100mV$ DAQ
$N_b = 16bit$
$\delta V = 5LSB$ $\left(= 5 \frac{V_{FR}}{2^{N_b}}\right)$

4 canali diff / 8 single ended

a)



scegliere modalità di acquisizione (DIFF, NRSE, RSE) e disegnare i collegamenti tra V_u e DAQ

Devo evitare di usare la RSE perché la sorgente è riferita a terra.
→ scelgo DIFF o NRSE

b) E? x ottenere $V = 100mV$ con carico max $L = 10kg$

$\boxed{V_u = k \cdot E \cdot A}$ ← CELLA

$$\rightarrow E = \frac{V_u}{kA} = \frac{100mV}{2\frac{mV}{V} \cdot 100} = 0{,}5V$$

c) S? [$\mu V/g$] $V_{AL} = E$

$$S = \frac{\delta V}{\delta m} = \frac{FSO \cdot V_{AL}}{m_p} = \frac{2mV/V \cdot 0{,}5V}{10kg} = 0{,}1\ \mu V/g$$

$$\left[V_M = V_0 + M \cdot S \right]$$

d) $L = 10kg \pm 5g$ $\mathcal{E}(S) = 0{,}2\%$ δA?

$\boxed{V_u = M \cdot S \cdot A}$

misuro M ⇒ propagazione incertezza su M

$$M = \frac{V_u}{S \cdot A}$$

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}(V_u) + \mathcal{E}(S) + \mathcal{E}(A)$$

$$\rightarrow \mathcal{E}(A) = \mathcal{E}(M) - \mathcal{E}(V_u) - \mathcal{E}(S)$$

$$\frac{5g}{10 \cdot 10^3 g} = 0{,}005$$

$V_{pp} = 200mV$

$$\mathcal{E}(V_u) = \frac{\delta V}{V_p} = 5 \frac{V_{FR}}{2^{N_b}} \cdot \frac{1}{V_p} = 5 \cdot \frac{200 \cdot 10^{-3}}{2^{16}} \cdot \frac{1}{100 \cdot 10^{-3}} = 0{,}00015$$

$$\rightarrow \mathcal{E}(A) = 0{,}00285 \rightarrow \delta A = 0{,}285$$

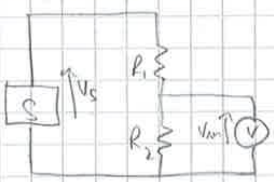
TEMA ESAME 13/09/2016

1) $V_s = k \cdot T + V_0$

$k = 10mV/°C \pm 0{,}1\%$ $V_0 = 0mV \pm 5mV$ $([T] = °C)$

$R_1 = R_2 = 1k\Omega$ $(\delta R_1 = \delta R_2 = 0)$

$\mathcal{E}(V) = 0{,}1\%$ $V_M = 200mV$



T? δT?

$$T = \frac{V_s - V_0}{k}$$

$$V_M = V_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_s = V_M \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 0{,}4V$$

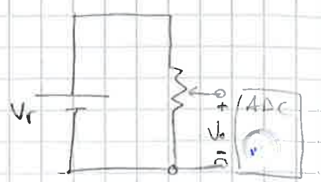
$$\rightarrow T = 40°C$$

$$\mathcal{E}(V) = \frac{\delta V_M}{V_M} \Rightarrow \delta V_M = 0{,}0002$$

6) $C = 100 mm$

$V_R = 10V \pm 1\%$

$\delta V = 10 mV$



FS $P' = 100 mm$

IS $P'' = 0 mm$ $\Rightarrow$ incertezza? δP

$P = \frac{V}{S}$

$S = \frac{V_R}{C} = 100 \ V/m = 100 \ mV/mm$

$\delta P = [\varepsilon(V) + \varepsilon(S)]P = \left[\frac{\delta V}{V} + \frac{\delta S}{S}\right]P = \left[\frac{\delta V}{V} + \frac{\delta S}{S}\right]\frac{V}{S}$

$\delta S = [\varepsilon(V_R) + \varepsilon(C)]S = \left[\frac{\delta V_R}{V_R} + \cancel{\frac{\delta C}{C}}\right]S = 1 \ mV/mm$

A Fondo scala: $V = P \cdot S = 100 mm \cdot 100 mV/mm = 10V$

$\delta P = \frac{\delta V}{S} + \frac{\delta S \cdot V}{S^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{100} + \frac{1 \cdot 10}{100^2} = 1,1 \ mm$

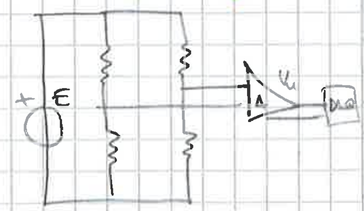
A Inizio scala:

$\delta P = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{100} + \frac{1 \cdot 0}{100^2} = 0,1 \ mm$

7) $P = 10 kg$ $FSO = 1 mV/V$ $E = 10V$

$V_q = 1 mV \ (= \delta V_u)$

A? risoluzione massa 1g



$S = \frac{FSO \cdot V_{AL}}{M} = 1 \mu V/g$

$\boxed{V_u = M \cdot S \cdot A}$ ← CELLE di CARICO

δM = risoluzione della massa

δV_u = risoluzione in tensione

$\delta V_u = [\varepsilon(M) + \cancel{\varepsilon(S)}^0 + \cancel{\varepsilon(A)}^0] MSA = \frac{\delta M}{\cancel{M}} \cancel{M} \cdot S \cdot A =$

$= \delta M \cdot S \cdot A$

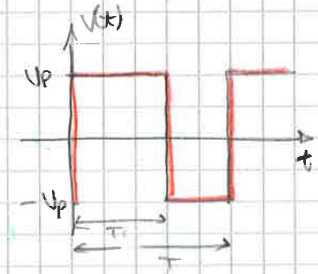
$\Rightarrow A = \frac{\delta V_u}{\delta M \cdot S} = \frac{10^{-3} V}{1g \cdot 10^{-6} V/g} = 1000$

TEMA ESAME 21/03/2018

1) $V_m = 3V$ valore medio

$V_{eff}^{AC} = 4V$ valore efficace

DC?



$V_m = \frac{1}{T}\left[\int_0^{T_1} V_p \, dt - \int_{T_1}^{T} V_p \, dt\right] =$

$= \frac{V_p T_1 - V_p (T - T_1)}{T}$

segnale simmetrico in ampiezza $\Rightarrow V_p = V_{eff}$

$V_{eff}^{AC} = \sqrt{V_{eff}^2 - V_m^2} \Rightarrow V_{eff}^2 = \sqrt{V_{eff}^{AC\,2} + V_m^2} = 5V$

$V_m = V_p DC - V_p + V_p DC = V_p(2DC - 1) \Rightarrow DC = \left(\frac{V_m}{V_p} + 1\right)\frac{1}{2} = 0,8$ 80%

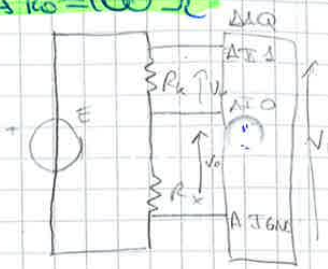
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 143

6/7) $R_x \rightarrow Pt100$ $\quad$ $Pt100 \rightarrow R_0 = 100\,\Omega$

$\delta T = 0{,}15\,°C + 0{,}002|T|$

$\alpha = 0{,}4\,\%/°C$ sens. relativa $(S = R_0 A)$ $\quad \frac{S}{R_0} = A = \alpha$

RSE



$V_0 = 1V \pm 1\,mV$
$V_1 = 5{,}27V \pm 5\,mV$

$R_k = 470\,\Omega \pm 1\,\Omega$

R_x ? δR_x ? T ? δT ? Quale R posso collegare a 4 terminali?
cavi & contatti sono un problema?

$V_0 = V_{R_x} = 1V$

$V_1 = V_0 + V_k \Rightarrow V_k = V_1 - V_0 = 4{,}27\,V$

$I = \frac{V_k}{R_k} = 9{,}1\,mA$

$\Rightarrow R_x = \frac{V_{R_x}}{I} = 109{,}9\,\Omega \cong 110\,\Omega$

$$R_x = \frac{V_0}{V_k/R_k} = \frac{V_0 R_k}{V_1 - V_0} = \frac{\cancel{V_0} R_k}{\cancel{V_0}\left(\frac{V_1}{V_0} - 1\right)} = \frac{R_k}{\frac{V_1}{V_0} - 1}$$

$$\mathcal{E}(R_x) = \mathcal{E}(R_k) + \mathcal{E}\left(\frac{V_1}{V_0} - 1\right) = \mathcal{E}(R_k) + \frac{\delta\left(\frac{V_1}{V_0}\right) + \cancel{\delta 1}^{\,0}}{\frac{V_1}{V_0} - 1} =$$

$$= \mathcal{E}(R_k) + \frac{\left[\mathcal{E}(V_1) + \mathcal{E}(V_0)\right]\frac{V_1}{V_0}}{\frac{V_1}{V_0} - 1} = 4{,}53 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \delta(R_x) = \mathcal{E}(R_x) \cdot R_x = 0{,}5\,\Omega$$

$$R_x = R_0(1 + AT + \cancel{BT^2}^{\,0}) = R_0 + R_0 AT = R_0 + R_0 \alpha T$$

$$\Rightarrow T = \frac{R_x - R_0}{R_0 \alpha} = 25\,°C$$

$\delta T^{grado} = 0{,}15\,°C + 0{,}002|T| = 0{,}2\,°C$ $\quad$ grado della PT100

$$\delta T^{DAQ} = \left[\mathcal{E}(R_x - R_0) + \cancel{\mathcal{E}(R_0)}^{\,0} + \mathcal{E}(\alpha)\right]T =$$

$$= \left[\frac{\delta R_x + \cancel{\delta R_0}^{\,0}}{R_x - R_0} + \cancel{\mathcal{E}(\alpha)}\right]T = \frac{\delta R_x}{R_x - R_0}T = 1{,}25\,°C$$

$$\Rightarrow \delta T = \delta T^{grado} + \delta T^{DAQ} = 1{,}45\,°C$$

Cavi & contatti → problema perché il loro effetto sulla misura di resistenze dell'ordine del centinaio di Ω potrebbe essere confrontabile con le incertezze
$\left(\frac{1}{10}\delta R_x = 0{,}05\,\Omega \Rightarrow R_c < 0{,}05\,\Omega\right)$

Posso collegare solo R_x a 4 terminali

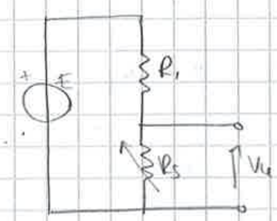
~~TEMA ESAME 7/02/2018~~

1) $R_S \rightarrow Pt100$

$R_0 = 100\,\Omega$ $\quad \alpha = 0{,}4\,\%/°C$

$R_1 = R_0$ $\quad S_u = 1\,mV/°C$ $\quad T = 0\,°C$

E?



$R_S = R_0(1 + \alpha T)$

$$V_u = E\frac{R_S}{R_1 + R_S} = E\frac{R_0(1+\alpha T)}{\underset{R_1 = R_0}{R_1 + R_0(1+\alpha T)}} = E\frac{R_0 + R_0\alpha T}{R_0 + R_0 + R_0\alpha T} =$$

$$= E\frac{R_0 + R_0\alpha T}{2R_0 + R_0\alpha T}$$

$$S_0 = \frac{\partial V_u}{\partial T} = \frac{E R_0\alpha(2R_0 + \cancel{R_0\alpha T}^{\,0}) - R_0\alpha\left[E R_0 + \cancel{E R_0 \alpha T}^{\,0}\right]}{(2R_0 + \cancel{R_0\alpha T}^{\,0})^2} =$$

$$= \frac{E R_0\alpha 2R_0 - E R_0^2\alpha}{4R_0^2} = \frac{2E R_0^2\alpha - E R_0^2\alpha}{4R_0^2} = \frac{E\cancel{R_0^2}\alpha}{4\cancel{R_0^2}} = \frac{E\alpha}{4}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 143

$E_{CM} = A_{CM} \cdot V_{CM} = 100\mu V$
(cioè V_L)

$\delta V = 0{,}1\% \cdot V_d = 0{,}1\% \cdot \underbrace{(V^+ - V^-)}_{0{,}1V} = 100\mu V$

$\Rightarrow E_{CM}$ NON TRASCURABILE

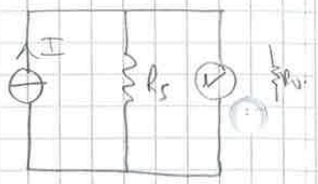
6)

$Pt100 \rightarrow S = 0{,}4\,\Omega/°C$
$R_0 = 100\,\Omega$

$I = 1mA$

$R_V = 100k\Omega \quad V_M = 0{,}12V$

$T?$



$R_T = R_0(1 + \alpha T)$

$S = R_0\alpha \rightarrow \alpha = \frac{S}{R_0} = 0{,}4\%\ \Omega/°C$

$R_{eq} = \frac{R_S R_V}{R_S + R_V}$

$V_M = R_{eq} \cdot I \rightarrow R_{eq} = \frac{V_M}{I} = 120\,\Omega$

$R_{eq}(R_S + R_V) = R_S R_V$

$R_{eq}R_S + R_{eq}R_V = R_S R_V$

$R_S(R_{eq} - R_V) = -R_{eq}R_V$

$R_S = \frac{R_{eq}R_V}{R_V - R_{eq}} = 120{,}14\,\Omega$

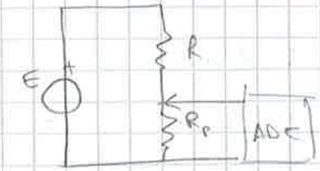
$T = \frac{R_S - R_0}{R_0\alpha} = 50{,}36\,°C$

7) $R_P = 1k\Omega$

$C = 100$ mm $\quad R = 1k\Omega \quad E = 5V$

$V_{FR} = 2V \quad N_b = 8bit$

S? risoluzione (ΔP)? C_{max}?



$S = \frac{\partial V}{\partial P}$

$V_q = \frac{V_{FR}}{2^{N_b}} = 7{,}8\ mV \qquad \Delta P = \frac{V_q}{S}$

$R_{ADC} = \frac{R_P \cdot P}{C}$

$V_U = E\frac{R_{ADC}}{R_{TOT}} = E\frac{R_{ADC}}{R + R_P}$

$C_{MAX} = \frac{V_U}{S} = \frac{V_{FR}}{S}$ — x corsa max (perché impongo max tensione all'ingresso di ADC)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 143

$\delta R_c = \frac{2}{100} \cdot 0{,}8 = 0{,}016\ \Omega$

$\Rightarrow \delta R_x = 0{,}077\ \Omega = 77\ m\Omega$

5) LVDT

$V_s = V_0 + K_s d \qquad V_0 = 5V \qquad K_s = 100\ mV/mm$

$K_p = \frac{V_u}{V_s} = \frac{1}{10}$

$N_b = 10\ bit \qquad FSO = 2{,}56\ V$

δd?

$V_q = \frac{FSO}{2^{N_{bit}}} = 0{,}0025\ V$

$S = \frac{\delta V_u}{\delta P} = \frac{\delta V_u}{\delta d}$

$V_u = K_p \cdot V_s = K_p(V_0 + K_s d) = K_p V_0 + K_p K_s d$

$\Rightarrow S = \frac{\delta V_u}{\delta d} = K_p K_s = \frac{1}{10} \cdot 100\ mV/mm = 10\ mV/mm$

$\delta d = \frac{V_q}{S} = 25\ mm$

6) $R_s = R_0 + S T$

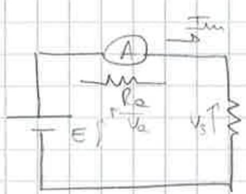
$S = 0{,}4\ \Omega/°C \qquad R_0 = 100\ \Omega\ (\delta R_0 \simeq 0)$

$E = 80\ mV \pm 1\ mV$

$\delta I = 1\%\ I_L \qquad R_a = 0{,}5\ \Omega$ $(\delta R_a \simeq 0)$

$I_L = 0{,}7\ mA$

$\Rightarrow \delta I_m = 7\ \mu A$



~~R_s? δR_s?~~ T? δT?

$V_s = E - V_a = E - R_a I_m = 79{,}7\ mV$

$R_s = \frac{V_s}{I_m} = 113{,}8\ \Omega$

$T = \frac{R_s - R_0}{S} = 34{,}46°C$

$T = \frac{\frac{V_s}{I_m} - R_0}{S} = \frac{\frac{E - R_a I_m}{I_m} - R_0}{S} = \frac{\frac{E}{I_m} - R_a - R_0}{S}$

$\varepsilon(T) = \varepsilon\left(\frac{E}{I_m} - R_a - R_0\right) + \cancel{\varepsilon(S)}^{\,0} =$

$= \left[\delta\left(\frac{E}{I_m}\right) + \cancel{\delta R_a}^{\,0} + \cancel{\delta R_0}^{\,0}\right] \Big/ \left(\frac{E}{I_m} - R_a - R_0\right) =$

$= \left[\varepsilon(E) + \varepsilon(I_m)\right] \frac{E}{I_m} \Big/ \left(\frac{E}{I_m} - R_a - R_0\right) =$

$= [0{,}0125 + 0{,}01]\ 114{,}28 / (114{,}28 - 0{,}5 - 100) =$

$= 0{,}187$

$\delta T = 6{,}43\ °C$

OPPURE

$S = \frac{\delta R_s}{\delta T} \Rightarrow \delta T = \delta R_s / S$

$\delta R_s = \left[\varepsilon(E) + \varepsilon(I_m)\right] \frac{E}{I_m} + \cancel{\delta R_a}^{\,0} =$

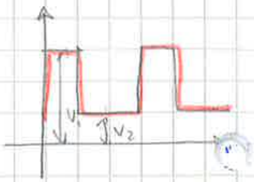
$= (0{,}0125 + 0{,}01)\ 114{,}28 = 2{,}57\ \Omega$

$\Rightarrow \delta T = 6{,}43\ °C$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 143

2) $V_1 = 10V$ $V_2 = 4V$ $DC = 30\%$ ↳ $\frac{3}{10}$

V_{eff}^{AC} ?



$V_{eff}^{AC} = \sqrt{V_{eff}^2 - V_{ul}^2}$

$V_{ul} = \frac{V_1 \cdot \frac{3}{10}T + V_2 \frac{7}{10}T}{T} =$

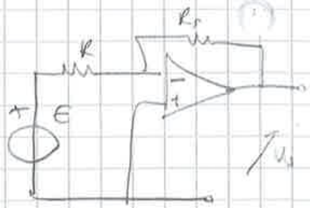
$= V_1 \frac{3}{10} + V_2 \frac{7}{10} = 5{,}8\ V$

$V_{eff} = \sqrt{V_1^2 \frac{3}{10} + V_2^2 \frac{7}{10}} = 6{,}42\ V$

$V_{eff}^{AC} = 2{,}75\ V$

3) Pt100 / resistore ↳ R_S

$E = 1V$ $B = 4000K$ $R_0 = 4700\ \Omega$ $T_0 = 25°C$



$S_u = \frac{\delta V_u}{\delta T} = 10\ mV/°C$ $T = 25°C$

R?

$R_S = R_0\, e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = R_0 = 4700\ \Omega$

$V_u = -\frac{R_S}{R} E = -\frac{ER_0\, e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}}{R}$

$V_u = -\frac{ER_0}{R} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$

$S = \frac{\delta V_u}{\delta T} = +\frac{ER_0}{R} \frac{B}{T^2} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = 10 \cdot 10^{-3}$

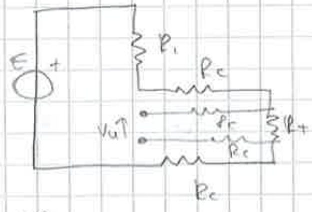
$R = \frac{ER_0 B}{10 \cdot 10^{-3} T^2} e^{B\left(\cancel{\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}}\right)} \to 0 = \frac{ER_0 B}{10 \cdot 10^{-3} T^2} = 21{,}15\ k\Omega$

↓ [K]

4) $R_1 = 1k\Omega$ $E = 11V$ $V_u = 1V$

$R_c = 10\ \Omega$ $R_{IN} = \infty$ (voltmetro)

R_T ?



Se $R_{IN} = \infty \Rightarrow$ V non assorbe corrente $\Rightarrow V_u = V_{RT}$

$V_{RT} = E \frac{R_T}{R_1 + R_c + R_T + R_c} \Rightarrow V_u R_1 + V_u R_c + V_u R_T + V_u R_c = E R_T$

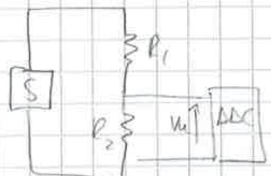
$V_{RT} = V_u$

$R_T = \frac{V_u (R_1 + 2R_c)}{E - V_u} = 102\ \Omega$

5) $V_s = 1 + 0{,}1\, T$

$[T] = °C$ $[V_s] = V$

$R_1 = R_2 = 1k\Omega$ $N_b = 10$ bit $V_{FR} = 2{,}56V$



δT ? (solo x ADC)

$V_q = \frac{V_{FR}}{2^{N_{bit}}} = 0{,}0025\ V = \delta V_u$ (la risoluzione di quantizzazione è la risoluzione della misura di tensione)

$\delta T = V_q / S$

$S = \frac{\delta V_u}{\delta T}$

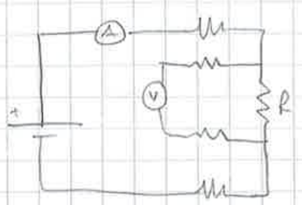
$V_u = V_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} = (1 + 0{,}1T) \frac{R_2}{R_1 + R_2} = (1 + 0{,}1T)\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{\delta V_u}{\delta T} = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05\ V/°C$

$\Rightarrow \delta T = 0{,}05\ °C$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 143

c) schema elettrico a 4 terminali (R collegato con 4 fili)



x valore d'errore relativo

~~TEMA ESAME~~ 8/02/2017 (B)

1) $V_s = k \cdot T$ $\quad k = 10\ mV/°C$

$V_p = 1V$ $\quad \delta V = 10 mV$

A? $\quad \delta(T) < 0{,}1\ °C$

$V_{out} = V_s \cdot A = k \cdot T \cdot A$

$T = \frac{V_{out}}{k A}$

$\delta T = \left[\varepsilon(V_{out}) + \cancel{\varepsilon(k)}^{0} + \cancel{\varepsilon(A)}^{0}\right] \frac{V_{out}}{k \cdot A} =$

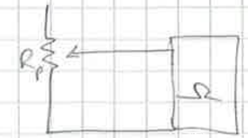
$= \frac{\delta V_{out}}{\cancel{V_{out}}} \cdot \frac{\cancel{V_{out}}}{kA} = \frac{\delta V_{out}}{k \cdot A}$

$\rightarrow A = \frac{\delta V_{out}}{k \cdot \delta T} = 10$

2) $C = 100\ mm \pm 1\ mm$

$R_p = 1k\Omega \pm 5\ \Omega$
(TOT)

se $P = C/2 \Rightarrow \delta P$?



$P = \frac{R_m}{S}$

$S = \frac{R_{P(TOT)}}{C} \rightarrow P = \frac{R_m}{R_p} \cdot C \rightarrow R_m = \frac{P R_p}{C}$

se $P = C/2 \rightarrow R_m = \frac{R_p}{2} = 500\ \Omega$ $\quad$ scelgo $R = 1k\Omega$

$\varepsilon(P) = \varepsilon(R_m) + \varepsilon(R_p) + \varepsilon(C)$

$\varepsilon(R_m) = \frac{\delta R_m}{R_m} \Rightarrow \delta R_m = \frac{0{,}010}{100} 500 + \frac{0{,}001}{100} 1000 = 60\ m\Omega$

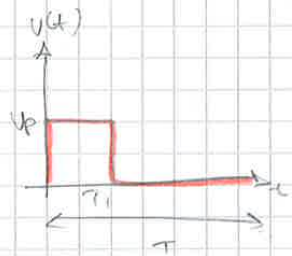
$\Rightarrow \varepsilon(R_m) = 120 \cdot 10^{-6}$

$\Rightarrow \varepsilon(P) = 1{,}512\ \%$ $\quad \delta P = 0{,}756\ mm$

3) $V_m = 2V$ $\quad$ x DC

$V_c = 2V$ $\quad$ picco

$T_1 = 1\ ms \Rightarrow f$?



$V_m = \frac{T_1 V_p + 0}{T} = \frac{T_1}{T} V_p$

$V_c = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \rightarrow V_p = \sqrt{2}\, V_c = 2\sqrt{2}\ V$

$f = \frac{1}{T} = \frac{V_m}{T_1 V_p} = 707{,}1\ Hz$

7) $B = 3700K \quad R_0 = 470\,\Omega \quad T_0 = 25\,°C$

$R_C = 1\,\Omega \quad T = 25°C$

S? $E(T)$? x i cavi

$$R = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = R_0 = 470\,\Omega$$

$$S = \frac{\delta R}{\delta T} = -\frac{R_0 B}{T^2} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = -19{,}6\ \Omega/°C$$

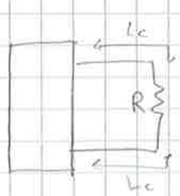
$R_{M} - R = R + R_C - R$

$$E_T = \frac{E_R}{S} = \frac{R_C}{S} = -0{,}051K$$

TEMA ESAME 8/02/2017 (A)

1) $L_C = 10m \quad \rho = 17\,m\Omega\,mm^2/m \quad D = 0{,}5\,mm$

$R = 100(1 + 4 \cdot 10^{-3} T)$



S? $E(T)$? cavi

$$R_C = \rho \frac{L}{A} = 0{,}867$$

$\hookrightarrow \frac{\pi D^2}{4} = 0{,}196\,mm^2$

$$S = \frac{\delta R}{\delta T} = 100 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 0{,}4\ \Omega/°C$$

$$E(T) = \frac{E_R}{S} = \frac{2R_C}{S} = 4{,}3°C$$

2) $\tau = 10s$
$T_1 = 10°C$

$\Delta T = 30°C \qquad T_m = 0{,}1\,°C + T_1, \ t$?

ERRORE T

$$T(t) = T_1 + \Delta T\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$T(t) = \Delta T - 0{,}1°C \qquad E(T) = -\Delta T e^{-t/\tau}$$

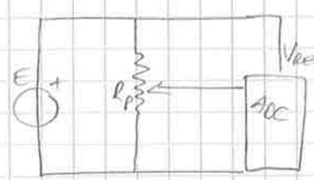
$E(T) = -0{,}8°C$ perchè la temperatura misurata è 1 di quella finale

$$\Rightarrow t = -10 \ln\left(\frac{0{,}1}{30}\right) = 57s$$

3) $C = 100\,mm \quad E = 5V$

$N = 10\,bit \quad V_{FR} = E = 5V$ (V_{REF})

δP?



$$V_q = \frac{V_{FR}}{2^{N-1}} = 4{,}88\,mV = \delta V_u$$

$$\delta P = \frac{\delta V_u}{S}$$

$$S = \frac{V_{REF}}{C} = 50\ V/m$$

$$\Rightarrow \delta P = 97{,}6\,\mu m$$

4) Pt100 grado A $\quad \delta T = 0{,}15°C + 0{,}001|T|$

$T = 50°C \quad \delta T$? $\quad \alpha = 0{,}4\%/°C$

$R_m = R_0(1 + \alpha T) \qquad R_0 = 100\,\Omega \quad \Rightarrow R_m = 120\,\Omega$

$\Rightarrow$ scelgo $R_p = 1k\Omega$

$$\delta R = \frac{0{,}010}{100} R_m + \frac{0{,}001}{100} R_p = 0{,}022\ \Omega$$

$$T = \frac{R_m - R_0}{R_0 \alpha} \Rightarrow E(T) = \frac{\delta R_m + \cancel{\delta R_0}}{R_m - R_0} + E(R_0) + \cancel{E(\alpha)}$$

$$\delta T^{STRUM} = \frac{\delta R_m}{\cancel{R_m - R_0}} \cdot \frac{\cancel{R_m - R_0}}{R_0 \alpha} = \frac{\delta R_m}{R_0 \alpha} = \frac{\delta R}{R_0 \alpha} = 0{,}055\,°C$$

$$\delta T^{SENS} = 0{,}15 + 0{,}001(50°C) = 0{,}2\,°C \Rightarrow \delta T = \delta T^{STRUM} + \delta T^{SENS} = 0{,}255\,°C$$

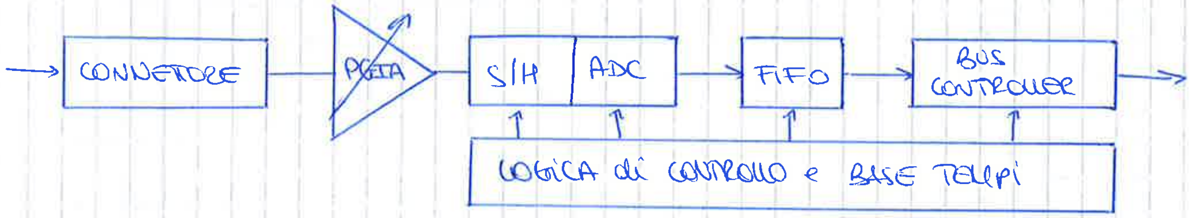
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 143

DOMANDE di TEORIA

1) Disegnare lo schema a blocchi di una scheda di acquisizione e descrivere brevemente i vari elementi.

solo acquisizione generale

• STRUTTURA A SINGOLO CANALE



- connettore

Morsettiere schermate o meno, possono essere BNC o con viti. Tramite i connettori si manda il segnale di interesse (ingressi AI) oppure si acquisisce un segnale generato dalla DAQ (AO)

- PGIA

Amplificatore a guadagno programmabile (ad alta impedenza di ingresso). Può essere necessario per adattare il segnale alla dinamica della DAQ, o meglio, dell'ADC, che ha dinamica fissa → si cerca di lavorare a fondo scala x minimizzare l'errore di quantizzazione.

- S/H

Campiona il segnale e quindi lo discretizza → segnale analogico di N campioni

- ADC

permette di convertire il segnale analogico discretizzato in un segnale digitale

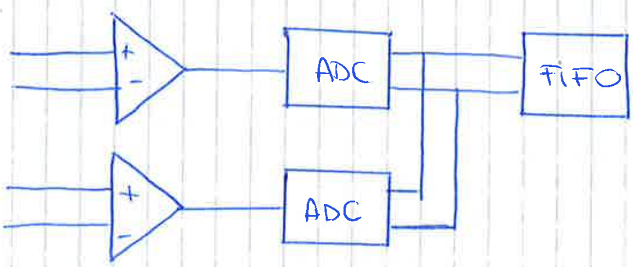
- MEMORIA FIFO

Buffer che accumula dati, immagazzinati finché il PC è pronto ad usarli

- BUS CONTROLLER

Controlla il trasferimento di dati.
ES: posso usare + bus a seconda del tipo di campionamento. Nel caso di campionamento continuo posso usare 2 bus: riempio il 1° e mentre trasferisco i dati al PC sposto l'acquisizione sul 2°.

• STRUTTURA MULTICANALE



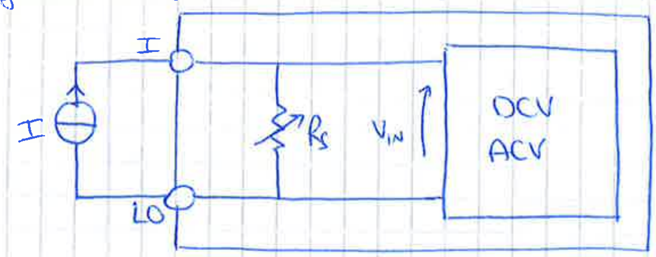
Mi permette di acquisire + segnali, infatti uso + canali.

Viene replicato il canale analogico e questo va sulla stessa memoria

vd. slide

• Altre possibilità → MULTIPLEXER, se posso misurare + tensioni, ma una alla volta

• Configurazione x la misurazione di correnti continue



Le misure della corrente si riconducono ad una misura di tensione tramite un resistore.
Uso un voltmetro x misurare la tensione sulla resistenza di sense nella quale scorre corrente.

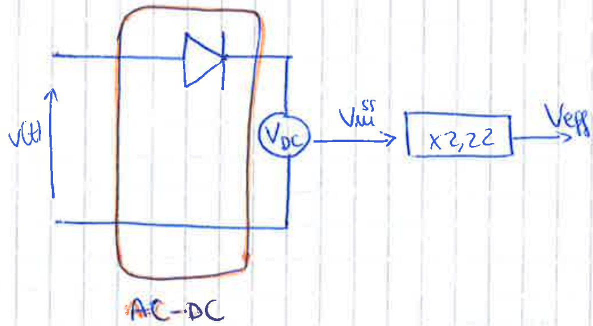
Ottengo $I = V/R$

La corrente che passa nel voltmetro è certamente trascurabile poiché ha una impedenza interna elevata ($\Rightarrow$ passa poca corrente)

Problemi di sicurezza dello strumento (fusibile & ingresso $\neq$)

3) Schema dei principali convertitori AC-DC

• A valor medio convenzionale a singola semionda

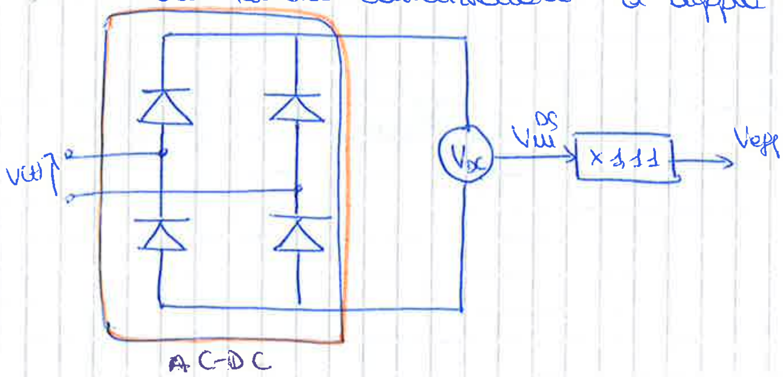


$V_m^{ss} = \frac{V_p}{\pi}$ sinusoide
$V_{eff} = V_m \cdot 2{,}22$

Tarato x segnali sinusoidali.
Circuito rettificatore che basa il suo funzionamento sul diodo
→ rettificatore + semplice, fa passare I solo in un verso e solo quando $V > V_\gamma$
Mantiene solo la porzione positiva del segnale.

In realtà, taglia tutto ciò che è < di V_γ, quindi anche parte del segnale positivo, poiché il diodo non è ideale.
Il voltmetro x DC dà il valor medio del segnale a singola semionda.
Fattore di correzione x ottenere $V_{eff} \rightarrow 2{,}22$

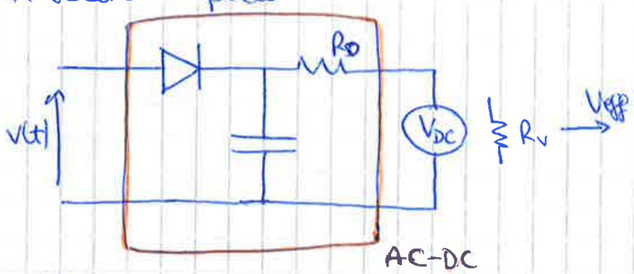
• A valor medio convenzionale a doppia semionda



$V_m^{DS} = \frac{V_p}{\pi/2}$ sinusoide

$V_{eff} = \frac{V_m^{DS}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2}$ 1,11

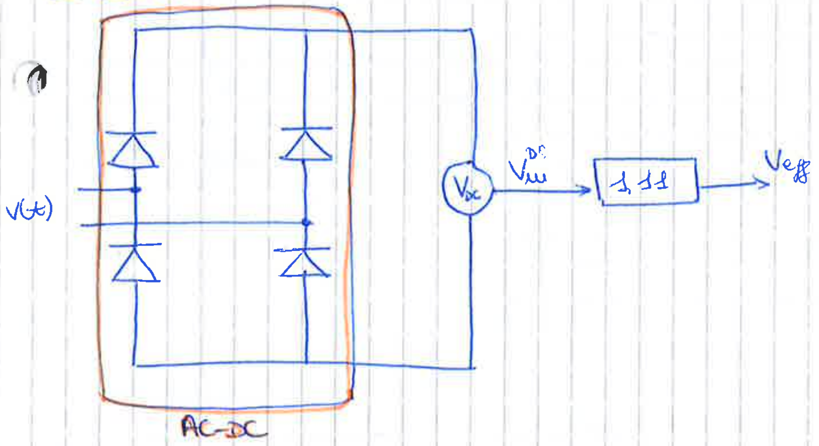
• A valore di picco



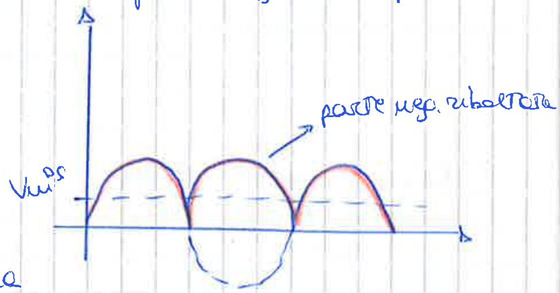
$k = \frac{R_V}{R_0 + R_V} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ FATTORE DI PARTIZIONE

$V_{eff} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$

4) Schema del convertitore AC-DC a doppia semionda e principali relazioni tra le tensioni



- voltmetro tarato x segnali sinusoidali
- Raddrizzatore costituito da 4 diodi che ribaltano la parte negativa in positivo



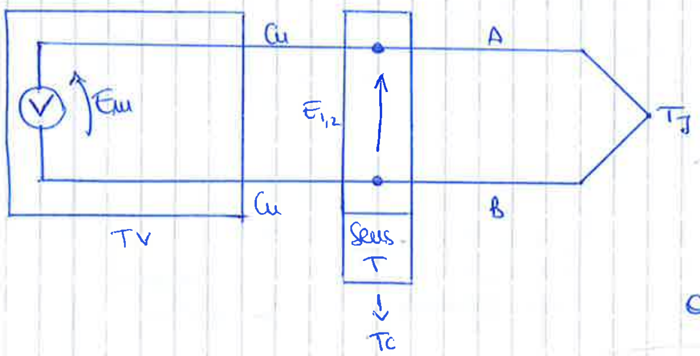
Il segnale va poi ad un voltmetro in continua che esprime il valor medio V_m^{DS} (a doppia semionda)
Moltiplicando x un fattore correttivo (1,11) si ottiene il valore efficace del segnale.

$$V_m^{DS} = \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} V_p \operatorname{sen}(2\pi f t)\,dt + \int_0^{T/2} V_p \operatorname{sen}(2\pi f t + \pi)\,dt\right] = \frac{V_p}{\pi}\cdot 2$$

$$V_{eff} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = V_m^{DS}\cdot\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = V_m^{DS}\cdot 1{,}11$$

5) Schema del termometro a termocoppia con compensazione software della temp. del giunto freddo.

Compensazione software → si misura la T del giunto freddo e se ne corregge l'effetto → necessario perché il giunto non è a 0°C mentre la relazione polinomiale prevede che lo sia.



$\sigma_{AB}(T) \to$ coeff. Seebeck della coppia di materiali A, B

$$E_m = E_{1,2} = \int_{T_c}^{T_J} \sigma_{AB}(T)\,dT \overset{\circledast}{=} \int_{T_0}^{T_c} \sigma_{AB}(T)\,dT - \int_{T_0}^{T_c} \sigma_{AB}(T)\,dT + \int_{T_c}^{T_J} \sigma_{AB}(T)\,dT =$$

$$= \int_{T_0}^{T_J} \sigma_{AB}(T)\,dT - \int_{T_0}^{T_c} \sigma_{AB}(T)\,dT$$

$$\underset{\text{misurato}}{E_m} + \underbrace{\int_{T_0}^{T_c} \sigma_{AB}(T)\,dT}_{\text{ricavato da } E = f(T_c)} = \int_{T_0}^{T_J} \sigma_{AB}(T)\,dT$$

Misuro V_m, poi calcolo E_c (tensione che produrrebbe la termocoppia con un salto di temperatura $T_0 - T_c$)

Ottengo $E_m' = E_m + E_c$ (tensione di termocoppia sottoposta alle temperature T_0, T_J)

$\circledast \int_{T_c}^{T_J} \sigma_A(T)\,dT - \int_{T_c}^{T_J} \sigma_B(T)\,dT$

$V_m = V_R$

$$I_m = I_V + I_R = \frac{V_R}{R_V} + \frac{V_R}{R} = \frac{V_R}{R}\left(1 + \frac{1}{R_V}R\right) = I_R\left(1 + \underbrace{\frac{R}{R_V}}_{\varepsilon_{cv}}\right)$$

$\varepsilon_{cv} \to$ errore di carico strumentale (relativo)

$$\frac{\varepsilon_{cv}}{I_R} = \frac{I_m - I_R}{I_R} = \frac{I_V}{I_R} = \frac{\cancel{V_R}/R_V}{\cancel{V_R}/R} = \frac{R}{R_V} = \varepsilon_{cv}$$

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_R}{I_V + I_R} = \frac{\cancel{V_R}}{\frac{\cancel{V_R}}{R_V} + \frac{\cancel{V_R}}{R}} = \frac{1}{\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{1}{R}\left(1 + \underbrace{\frac{R}{R_V}}_{\varepsilon_{cv}}\right)} \cong R(1 + \varepsilon_{cv})$$

CORREZIONE dell'ERRORE

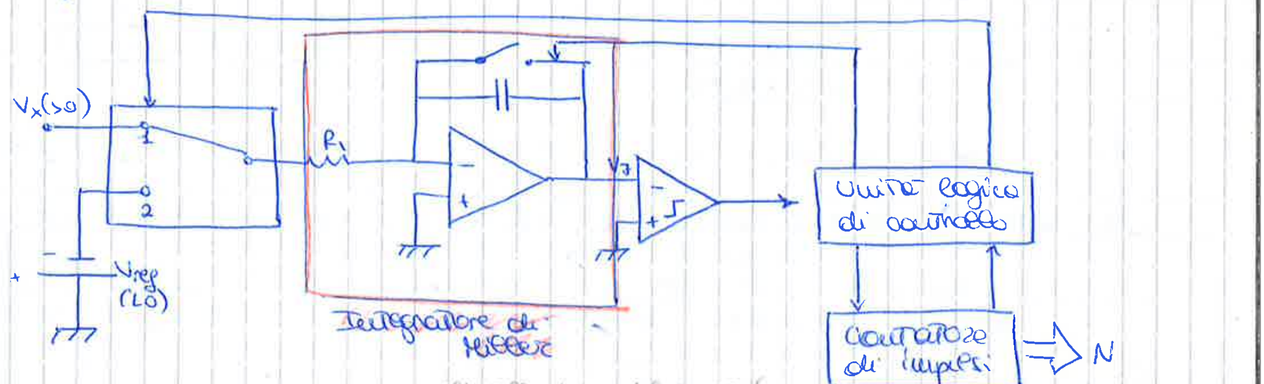
$$R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_m}{I_m - V_m/R_V} = \frac{V_m R_V}{I_m R_V - V_m}$$

Incertezza (uso il metodo delle derivate parziali perché V_m compare sia al num. che al denom.)

$$\delta R = \left|\frac{\partial R}{\partial V_m}\right| \delta V_m + \left|\frac{\partial R}{\partial I_m}\right| \delta I_m + \left|\frac{\partial R}{\partial R_V}\right| \delta R_V =$$

$$= \left|\frac{R_V^2 I_m}{(I_m R_V - V_m)^2}\right| \delta V_m + \left|\frac{R_V^2 I_m}{(I_m R_V - V_m)^2}\right| \delta I_m + \left|\frac{\overbrace{V_m(I_m R_V - V_m) - V_m R_V I_m}^{-V_m^2}}{(I_m R_V - V_m)^2}\right| \delta R$$

8) Schema convertitore AD a doppia integrazione, relazione tra tensione e tempi, svantaggi e vantaggi rispetto ai convertitori impiegati nella scheda di acquisizione.

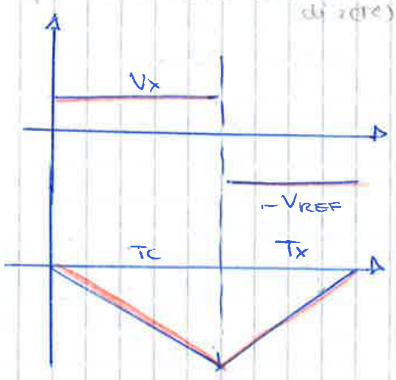


Tc → impostato con risoluzione ... in NPLC (n° cicli di integr. di rete)

2 fasi:

- Interruttore in 1 ⇒ carica di C tramite la tensione incognita V_x per un tempo noto T_c

$$V_I = \frac{Q}{C} = \frac{I \cdot T_c}{C} = \frac{V_x T_c}{RC}$$



- Interruttore in 2 ⇒ si scarica il condensatore tramite la tensione di riferimento V_{ref} e si misura il tempo di scarica T_x (V_{ref} con polarità inversa rispetto a V_x)

$$Q_2 = C \cdot V_{ref} = I_2 T_x = \frac{V_{REF}}{R} T_x$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow \frac{V_x}{\cancel{R}} T_c = \frac{V_{REF}}{\cancel{R}} T_x \Rightarrow \boxed{V_x = V_{REF}\frac{T_x}{T_c}}$$

- DISSIPATION FACTOR:

È l'inverso della R termica che c'è tra sensore e ambiente.
La R termica è responsabile del fatto che, x disperdere potenza termica verso l'ambiente, devo raggiungere una $T > T_{amb}$ altrimenti non riesco a produrre flusso termico.

$$DF = \frac{P_D}{\Delta T} = \frac{\text{p. dissipata}}{\Delta T \text{ tra soggetto e ambiente}}$$

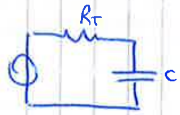
DF è un parametro relativo ai sensori di T. Serve a valutare le alterazioni delle misure di T che si hanno a causa del sovrariscaldamento del sensore stesso. Questo può accadere, x es., se il sensore è alimentato con una tensione troppo elevata → scorre I elevata quindi si scalda.

- BANDA

Intervallo di frequenze che il sensore è in grado di trattare, range del segnale in ingresso x cui la risposta del sensore non è attenuata.

Nei sistemi del 1° ordine è:

$$B = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2\pi R_T C}$$



$\tau = R_T C$

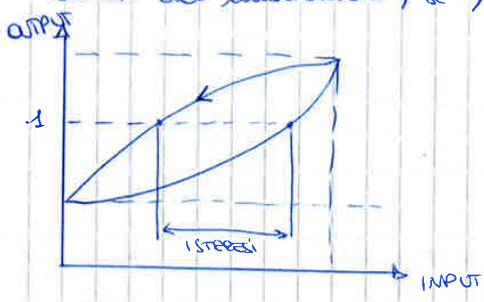
- CARATTERISTICA STATICA

→ dinamica: permette di prevedere la risposta con ingressi ≠

Le caratteristiche statiche di un sensore descrivano il suo comportamento in condizioni normali, con variazioni lente dell'ingresso.
- funzione di taratura
- risoluzione
- sensibilità
- ripetibilità / riproducibilità
- isteresi
- stabilità

- ISTERESI

Tendenza a fornire dei valori di lettura ≠ in corrispondenza dello stesso valore del misurando, se questo è raggiunto x valori crescenti o decrescenti.



Significativo x sensori x grandezze meccaniche come celle di carico.
In presenza di attriti e fenomeni magnetici.

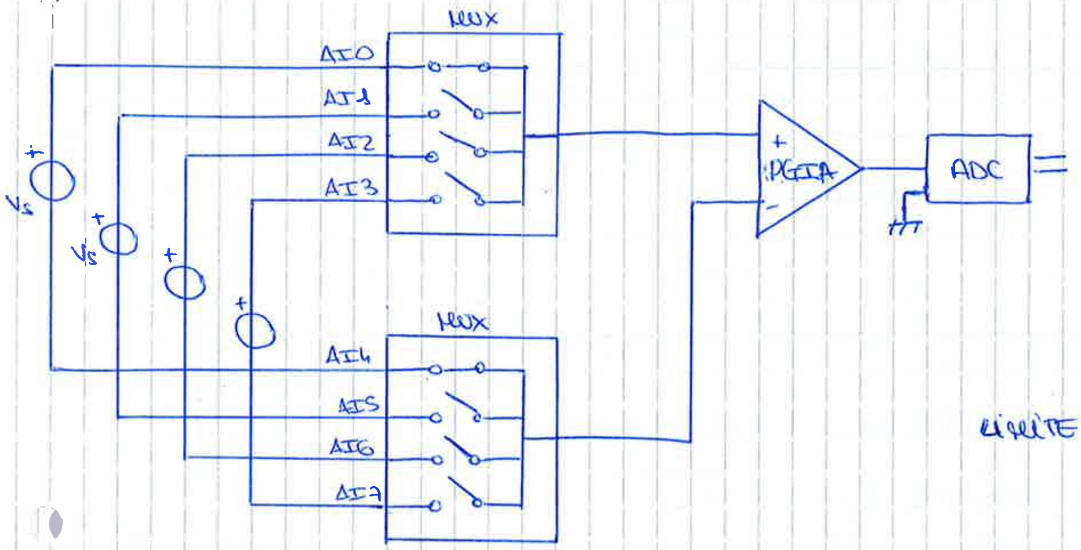
- STABILITÀ

Capacità di fornire la stessa uscita in corrispondenza dello stesso valore di ingresso.
È la proprietà, da parte del sensore, di mantenere inalterate le sue caratteristiche. Considera le variazioni complessive, non quantificabile.

Deriva → continua variazione dell'uscita nel tempo o in temperatura

14) Differenze tra le modalità DIFF, RSE, NRSE (n° canali, terminale comune, presenza di una connessione a terra ...)

• DAQ in modo DIFF

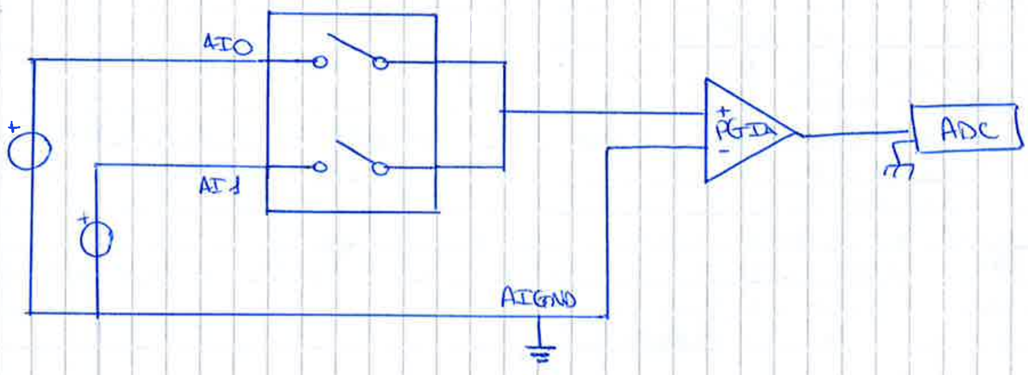


8 interruttori
↓
4 canali

LIMITE: n° limitato di canali

~ Tutti i canali di IN sono indipendenti
- la scheda è un misuratore isolato
- " " rende disponibile il morsetto AI GND x riferire sorgenti isolate
~ Parte del MUX è usato x connettere gli IN ⊕, parte x quelli ⊖
- N interruttori
- N/2 canali

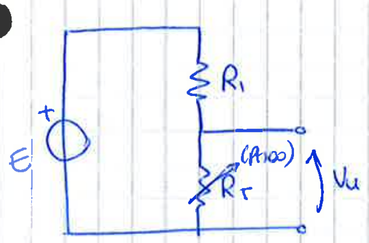
• DAQ con 2 canali RSE (Reference Single Ended)



~ I canali di ingresso condividono il morsetto ⊖
- Il morsetto ⊖ (comune a tutti) è a massa (AIGND)
- N canali
~ la scheda è un misuratore riferito

16) circuito di condizionamento per sensori al platino (e per termistori)

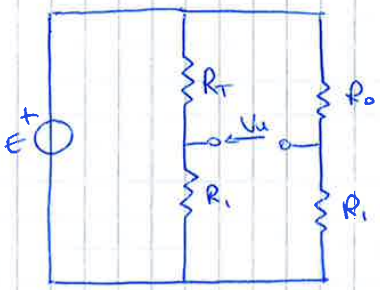
• Pt100



Partitore

$$V_u = E \frac{R_T}{R_1+R_T}$$

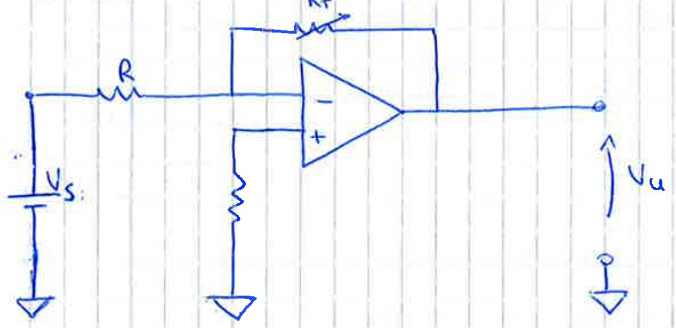
R_T varia così poco che l'andamento è praticamente lineare



2° Partitore → ponte di Wheatstone

elimino l'OFFSET e vedo le variazioni di tensione attorno allo zero → questo mi consente di ridurre la portata e lavorare a fondo scala → riduco l'incertezza

• Termistore (basato su ampl.)



$$V_u = -\frac{R_T}{R} V_s$$

relazione lineare tra V_u e R_T

(non introduce non linearità)

Circuito di condizionamento che linearizza
- R nota e stabile
- V_s cost. (nota oppure è la V_{REF} del convertitore)

17) Calcolo della caratteristica lineare di un sensore al Pt

$R_T = R_0(1+AT+BT^2)$ polinomio di 2° grado

con $A = 3,9\cdot 10^{-3}\,(°C)^{-1}$ e $B = -5,775\cdot 10^{-7}\,(°C)^{-2}$

$$\frac{R_T-R_0}{R_0} = AT+BT^2 \longrightarrow \frac{\Delta R}{R_0} = AT+BT^2$$

Quando la variazione relativa di resistenza è piccola ⇒ trascuro BT^2

$$\frac{R_T-R_0}{R_0} = AT \longrightarrow R = R_0(1+A\cdot T)$$

20) Caratteristica di una termocoppia (non i coeff.!)

la relazione è fornita dal costruttore sotto forma di polinomio

$$E_{1,2} = f(T_1 = 0°C, T_2) = b_1 T_2 + b_2 T_2^2 + b_3 T_2^3 + \dots$$

I coeff. del polinomio sono definiti x ≠ coppie di materiali.
Il polinomio è stato ricavato per $T_1 = 0°C$.

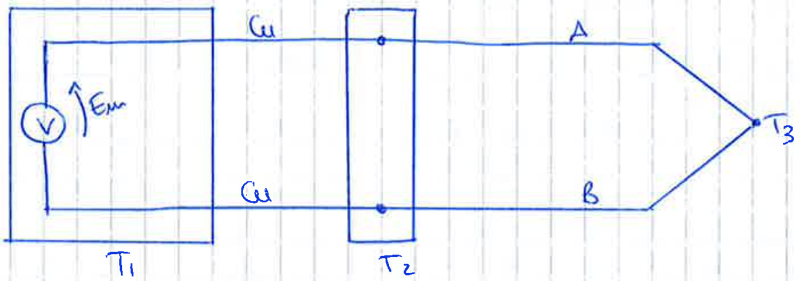
Per usare la termocoppia come sensore di temperatura devo invertire la relazione $E_{1,2} = f(T_1, T_2)$

$$T_2 = f^{-1}(E_{1,2}) = c_1 \cdot E_{1,2} + c_2 E_{12}^2 + c_3 \cdot E_{1,2}^3$$

Anche la relazione inversa è approssimata con un polinomio ricavato per $T_1 = 0°C$ con coeff. definiti per ≠ coppie di materiali

21) Cavi compensati x termocoppie

Applicazione della proprietà delle T intermedie
- vengono usati dei cavi come prolunghe
- hanno lo stesso coeff. seebeck delle termocoppie (stesso materiale, ma di qualità inferiore)
- non introducono tensioni lungo il cavo



$$E_m = \int_{T_1}^{T_2} \sigma_{Cu}(T)dT + \int_{T_2}^{T_3} \sigma_A(T)dT + \int_{T_3}^{T_2} \sigma_B(T)dT + \int_{T_2}^{T_1} \sigma_{Cu}(T)dT =$$

$$= \cancel{\int_{T_1}^{T_2} \sigma_{Cu}(T)dT} + \int_{T_2}^{T_3} \sigma_A(T)dT + \int_{T_3}^{T_2} \sigma_B(T)dT - \cancel{\int_{T_1}^{T_2} \sigma_{Cu}(T)dT} =$$

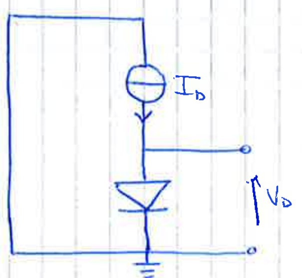
$$= \int_{T_2}^{T_3} [\sigma_A(T) - \sigma_B(T)]\,dT = \int_{T_2}^{T_3} \sigma_{AB}(T)dT$$

[i cavi non contribuiscono]

22) Principio di funzionamento di un sensore di temperatura a giunzione e suo schema

↳ sensore elettronico

sfruttano la dipendenza della tensione ai capi di una giunzione dalla temp.
Più semplice realizzazione → impiego di un diodo



Forniscono una tensione ∝ T
Ne esistono ≠, anche con ADC interno (output digitale)

Caratteristica: $I_D \simeq I_0 e^{\frac{V_D}{nV_T}}$ $V_T = \frac{kT}{e}$

e = carica elettrone k = cost. di Boltzmann

A corrente cost. la tensione dipende dalla temp.

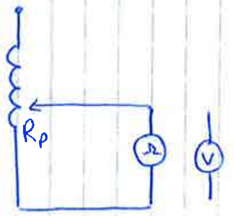
$$V_D = \frac{nkT}{e} \ln\left(\frac{I_D}{I_0}\right)$$

I_0, n dipendenti da T

25) Principio di funzionamento dei potenziometri e metodo di misura

I potenziometri sono sensori x la misura di spostamenti. Dal punto di vista elettrico si tratta di una resistenza variabile, dal punto di vista meccanico è un elemento resistivo con una spazzola che realizza un contatto strisciante, collegato ad un albero spostato avanti e indietro.
Relazione tra lo spostamento dell'albero e la resistenza → trasduttore posizione - resistenza.
Per le misure di spostamento si usano quelli lineari
Il potenziometro viene usato come un partitore

Misuro la tensione a fronte di un'alimentazione costante. Dalla tensione, con l'ADC, si ricava lo spostamento. Invece della tensione si può misurare direttamente la resistenza.



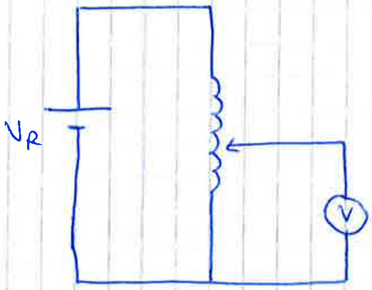
Se si vuole consumare poco si sceglie un potenziometro con R grande, ma se R troppo grande aumenta il rumore ed il sensore sente il carico del misuratore

$R_{tr} \to R_{p,\Omega}$ sensibilità $S = \frac{R_T}{L}$ (lineare) ← res. sensore

· posizione $P = \frac{R_p}{S}$ $(R_i = R_m)$ $= R_{vi}$

· incertezza di posizione $\delta P = \frac{\delta R_p}{S}$

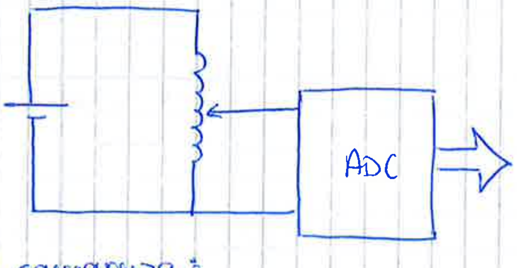
Altra possibilità → misuratore di tensione



sensibilità $S = \frac{V_R}{L}$ ← L → corsa

$P = \frac{V}{S} \longrightarrow \delta P = \delta V / S$

Uso con ADC x misure raziometriche



$N = \frac{V_m}{V_q} \longrightarrow V_m = N \cdot V_q$ dove $V_q = \frac{V_{FR}}{2^{N_b}}$ ← per rif.

Di conseguenza:

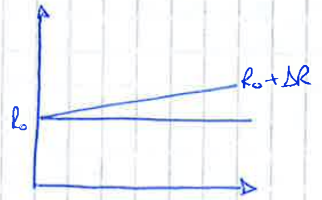
$$P = \frac{V_m}{S} = \frac{V_m}{V_R} \cdot L \underset{V_{ref} = V_R}{=} N \cdot \frac{V_R}{2^{N_b}} \cdot \frac{L}{V_R} = N \frac{L}{2^{N_b}} \quad \left(= \frac{V_m}{V_R}\right)$$

→ P non dipende + dal valore di tensione in sé, ma dal rapporto V_m/V_R → sensore raziometrico!

$\Delta P = \frac{V_b}{S}$

MODELLO LINEARE → gli estensimetri sono estremamente lineari e in più si sta lavorando attorno a piccole variazioni

R_0 dai 100 Ω in su
Misuriamo piccole variazioni (piccoli strain)



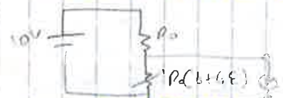
$R_0 = 100\,\Omega$ $\quad \Delta R = 0{,}2\,\Omega$

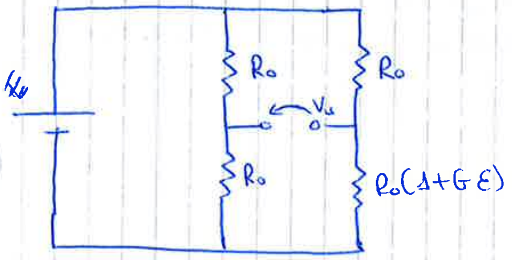
$$\frac{S}{R_0} = 2\,\text{ppm}/\mu\varepsilon$$

variazioni di resistenza piccole perché ε piccolo (< 1000 με)

30) Circuiti di condizionamento per estensimetri e calcolo della sensibilità

Ponte di Wheatstone a sbilanciamento





Si scelgono le altre resistenze pari a R_0 x massimizzare la sensibilità

$$V_m = E\left(\frac{R_0}{R_0+R_0} - \frac{R_0(1+G\varepsilon)}{R_0+R_0(1+G\varepsilon)}\right) =$$

$$= E\left(\frac{1}{2} - \frac{1+G\varepsilon}{2+G\varepsilon}\right)$$

$$S = \frac{dV_m}{d\varepsilon} = -E\left[\frac{G(2+G\varepsilon)-G(1+G\varepsilon)}{(2+G\varepsilon)^2}\right] = -E\left[\frac{2G+\cancel{G^2\varepsilon}-G-\cancel{G^2\varepsilon}}{(2+G\varepsilon)^2}\right] =$$

$$= -E\,\frac{G}{(2+G\varepsilon)^2}$$

$$S\big|_{\varepsilon=0} = -E\cdot\frac{G}{4}$$

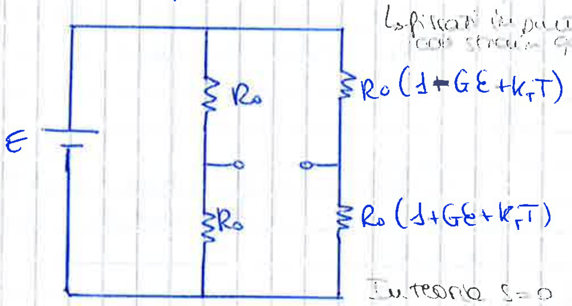
VANTAGGI:
- misuro V_m solo tra 0 e S mV
- se avessi una V_M con sbalzi, V_m non ne risente!

Limite: non distinguo le variazioni di strain da quelle di T

31) Circuito di condizionamento x estensimetri con compensazione della Temp.

Metà ponte (2 sensori attivi) — 1 sensore attivo e 1 passivo

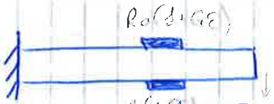
Piccolo oppure messo in direzione dove non c'è strain



Gli estensimetri sono soggetti alla stessa temperatura T
Gli estensimetri su facce opposte subiscono strain opposti

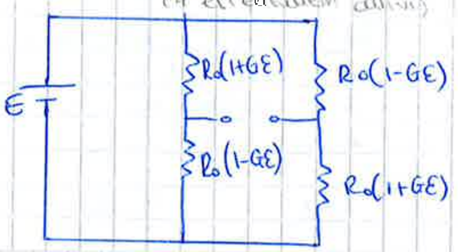
$$\frac{dV_m}{dT} = 0 \qquad \frac{dV_m}{d\varepsilon} = -E\,\frac{G}{2}$$

In teoria S = 0 con la temp. e doppia con lo strain



Su un cantilever uno sopra e uno sotto
sentono T allo stesso modo, ma strain in modi opposti

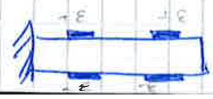
Ponte completo (4 estensimetri attivi)



Sensibilità doppia rispetto a prima: (quadruplicato)

$$S = \frac{dV_m}{d\varepsilon} = -EG$$

Compensazione della temperatura



2 sopra e 2 sotto

Faccio scorrere corrente, misuro la tensione V_s su R_s e ricavo:

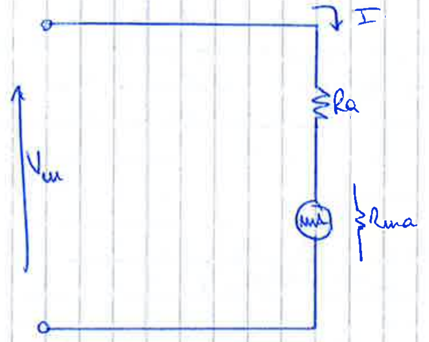
$$I = V_s / R_s$$

Misuro poi V su R e ricavo $R = V/I = \frac{V}{V_s} \cdot R_s$

$$\Rightarrow \varepsilon_R = \varepsilon_V + \varepsilon_{V_s} + \underbrace{\varepsilon_{R_s}}$$

invece di usare la I_T ho un resistore di sense noto con grande accuratezza

34) Schema di un voltmetro analogico e relazioni x ricavare la portata, la resistenza interna e l'incertezza delle misure di tensione. Schema di un voltmetro multiportata



Applico V, il (mA) misura I, quindi ricavo:

$$V = I(R_a + R_{ma})$$

$$\varepsilon_V = \varepsilon_I + \varepsilon_{(R_a + R_{ma})} = \varepsilon_I + \frac{\delta R_a + \delta R_{ma}}{R_a + R_{ma}}$$

$$\varepsilon_I = \frac{cl}{100} \cdot \frac{I_P}{I}$$

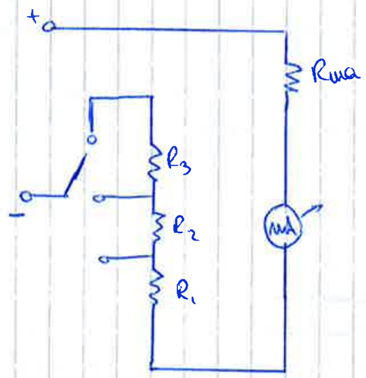
Progetto (scelta di Ra)

$$R_a = \frac{V}{I} - R_{ma}$$

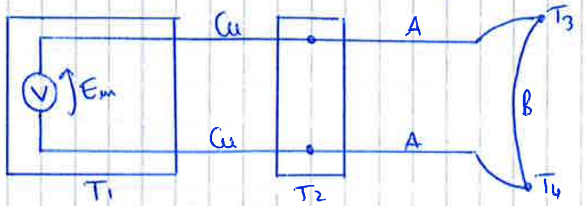
Portata → la vario cambiando R_a $\qquad V_P = I_P(R_a + R_{ma})$

portata minima → $R_a = 0$

Multiportata ↳



35) Dimostrare che la forza termoelettromotrice E_m misurata dal voltmetro dipende solo dalle temp. T_3 e T_4

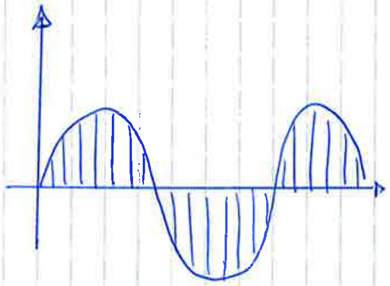


$$E_m = \int_{T_1}^{T_2} \sigma_{Cu}(T)dT + \int_{T_2}^{T_3} \sigma_A(T)dT + \int_{T_3}^{T_4} \sigma_B(T)dT + \int_{T_4}^{T_2} \sigma_A(T)dT + \int_{T_2}^{T_1} \sigma_{Cu}(T)dT =$$

$$= \cancel{\int_{T_1}^{T_2} \sigma_{Cu}(T)dT} + \int_{T_2}^{T_3} \sigma_A(T)dT + \int_{T_3}^{T_4} \sigma_B(T)dT - \int_{T_2}^{T_4} \sigma_A(T)dT - \cancel{\int_{T_1}^{T_2} \sigma_{Cu}(T)dT} =$$

$$= -\int_{T_3}^{T_4} \sigma_A(T)dT + \int_{T_3}^{T_4} \sigma_B(T)dT = \int_{T_3}^{T_4} [\sigma_B(T) - \sigma_A(T)]dT = -\int_{T_3}^{T_4} \sigma_{AB}(T)dT$$

- Convertitore digitale



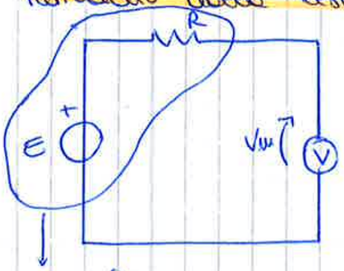
Acquisisco il segnale ad intervalli regolari N campioni sulla base del teorema di Nyquist (f_c tale x cui $N \geq 2B$)

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int v^2 dt} \simeq \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v^2[i]}$$

Il segnale viene approssimato con una gradinata

nel discreto $\int$ è approssimato con una sommatoria (Σ sul periodo)

37) Misurazione della tensione erogata da un generatore reale. Calcolo dell'errore introdotto dalla resistenza interna del voltmetro



gen. reale

R_v modello elettrico voltmetro

Vorrei misurare la tensione E, ma il voltmetro misura:

$$V_m = E\frac{R_v}{R_v+R}$$

$$E_v = V_m - E = E\frac{R_v}{R_v+R} - E = E\left(\frac{R_v}{R_v+R} - 1\right) = E\left(\frac{\cancel{R_v} - R - \cancel{R_v}}{R_v+R}\right) = -E\frac{R}{R_v+R}$$

↳ dovuto al fatto che il voltmetro ha una sua $R_{INT.}$, grande, ma non ∞ e si genera un rapporto di partizione

errore pari alla caduta di tensione che si ha sul gen. reale

$$\frac{E_v}{E} = -\frac{R}{R_v+R}$$

38) vedi termistore

$cl = 100 \frac{\delta V}{V_p}$ → $\delta V = \frac{cl}{100} \cdot V_p$

↳ CLASSE

$$\left[\varepsilon(V) = \frac{\delta V}{V} \right]$$ → minimizzo l'errore lavorando a FONDO SCALA!

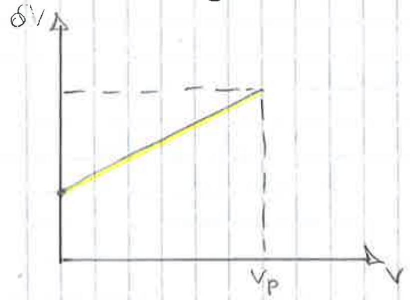
↳ = valore max misurabile da uno strumento

$\varepsilon(V) = \frac{cl}{100} \cdot \frac{V_p}{V}$ in tutti gli altri casi $\varepsilon(V)$ aumenta

↳ nel migliore dei casi $e^- = 1$ (cioè $V = V_p$)

2- FORMULA BINOMIA

È usato x gli strumenti digitali



NB l'errore assoluto aumenta man mano che vado a fondo scala

NB il relativo diminuisce man mano che vado alla portata

⇓

conviene sempre lavorare a F.S.

δV si ha come la somma di 2 termini proprio x far capire dove conviene lavorare ed evitare di essere grossolani nelle misure

$$\delta V = a \cdot V_L + b \cdot V_p$$ FORMULA BINOMIA

[DIGIT = peso della cifra meno significativa se ho un display a 4 cifre

$V_p = 6V$	$V_L = 3,000$	1 digit = 1 mV
$V_p = 60V$	$V_L = 03,00$	1 digit = 10 mV
$V_p = 600V$	$V_L = 003,0$	1 digit = 0,1 V

]

I due coefficienti (a e b) dicono quanto bene facciamo la misura

NB i valori presi dalla tabella non sono in percentuale

$$\Longrightarrow \delta V = \frac{a_{TAB}}{100} \cdot V_L + \frac{b_{TAB}}{100} V_p$$ ⚠

L'incertezza può essere espressa con il METODO DETERMINISTICO:

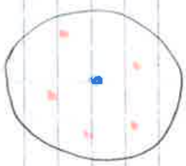
- incertezza espressa in N DIGIT
  (N = ultima cifra, quella meno significativa)

  99 %   2 DIGIT $\Rightarrow \delta V = 2\%$

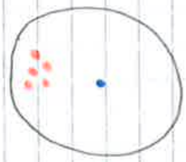
  99,84 V   5 DIGIT $\Rightarrow \delta V = 50\,mV$

  DIGIT = come viene espressa l'incertezza nel digitale
  ↳ peso della cifra meno significativa

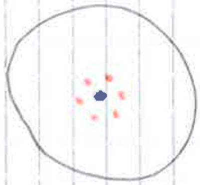
ACCURATEZZA e PRECISIONE
↳ è una prop. qualitativa



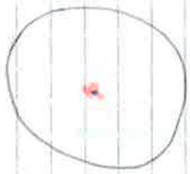
↓ ACC.
↓ PREC.



↓ ACC.
↑ PREC.



↑ ACC.
↓ PREC.



↑ ACC.
↓ PREC.

ACCURATEZZA: quanto l'insieme dei risultati si discosta dal valore effettivo (della grandezza presa in esame)

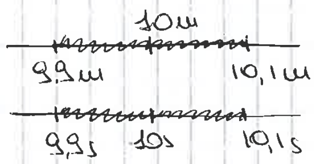
PRECISIONE: è la dispersione (DEVIAZ. STANDARD) delle mie misure
↳ quante volte ci riesco (?)

Il rumore influisce sulla precisione!

PROPAGAZIONE di INCERTEZZE

$s = 10\,m \pm 10\,cm$
$t = 10\,s \pm 0{,}2\,s$

$v = 1\,m/s \pm\ ?$



- 1° METODO (METODO MONTECARLO)

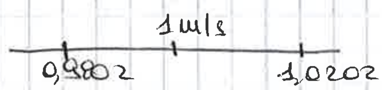
  Matlab → considera tutte le possibili coppie e ricava l'estensione dell'incertezza

- 2° METODO

  v_{max}

  $$v_{max} = \frac{s_{max}}{t_{max}} = \frac{10{,}1}{9{,}9} = 1{,}0202\ m/s$$

  $$v_{min} = \frac{s_{min}}{t_{min}} = \frac{9{,}9}{10{,}1} = 0{,}9802\ m/s$$



$v = 1{,}0002 \pm 0{,}02\ m/s$

NB: NON vale se una grandezza x è stata precedentemente ricavata da altre funzioni

→ x le MISURE DIRETTE si usa l'incertezza espressa dallo strumento (INCERTEZZA STRUMENTALE)
→ x le MISURE INDIRETTE si usa la tecnica della PROPAGAZIONE di INCERTEZZA

CASI PIÙ FREQUENTI

1) $y = x_1 + x_2$

ERRORE ASSOLUTO $\quad \delta y = \delta x_1 + \delta x_2$ (si sommano le incertezze, ma sono costanti (in %))

ERRORE RELATIVO $\quad \varepsilon(y) = \frac{\delta y}{y} = \frac{\delta x_1 + \delta x_2}{x_1 + x_2}$

ESEMPIO: tolleranza di una resistenza

$R_1 = 1k\Omega \pm 1\% \qquad \delta R_1 = 10\Omega$
$R_2 = 1k\Omega \pm 1\% \qquad \delta R_2 = 10\Omega$

$R_T = R_1 + R_2 = 2k\Omega \pm 20\Omega$

$\varepsilon(R_T) = \frac{\delta R_T}{R_T} = 1\%$

Se $R_1 \neq R_2$?

$R_1 = 10k\Omega \pm 1\% \qquad \delta R_1 = 100\Omega$
$R_2 = 10\Omega \pm 1\% \qquad \delta R_2 = 0{,}1\Omega$

$\delta R_T = 100{,}1\,\Omega$ → $\delta R_2 = 0{,}1\%\,\delta R$ (pesa molto meno rispetto a δR_1)

⇒ posso permettermi una incertezza relativa PIÙ GRANDE per R_2 !!!

$R_T = 10{,}01\,k\Omega$

$\varepsilon(R_T) = \frac{\delta R_T}{R_T} = 0{,}01$

2) $y = x_1 - x_2$

ERRORE ASSOLUTO $\quad \delta y = \delta x_1 + \delta x_2$

ERRORE RELATIVO $\quad \varepsilon(y) = \frac{\delta x_1 + \delta x_2}{x_1 - x_2}$ ~ è un'incertezza molto grande!!!

ESEMPIO

$x_1 = 70\,kg \pm 100g$
$x_2 = 65\,kg \pm 100g$ ⇒ $\varepsilon_x = \frac{0{,}1}{70} = 0{,}14\%$

$y = 5kg \pm 200g$ ⇒ $\varepsilon_y = \frac{0{,}2}{5} = 4\%$

3) $y = x_1 \cdot x_2$

$\varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2}$

4) $y = x_1 / x_2$

$\varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2}$

V_s NON viene misurato da un voltmetro, ma è rilevato con un galvanometro solo se c'è o non c'è tensione e NON quanto vale!

$$R_x = \frac{R_3}{R_1} R_2 \qquad \varepsilon_{R_x} = \varepsilon_{R_1} + \varepsilon_{R_2} + \varepsilon_{R_3}$$

MOTIVI DEL PONTE

1) Ricavare R_x

2) Applicazioni sensoristiche

R_x è un sensore che varia al variare della temperatura o della lunghezza (ESTENSIMETRO)

$\Rightarrow$ misurando V_s ricavo R_x

[In lab $\rightarrow$ taratura strumento]

MULTIMETRO

$$\delta R = \frac{0{,}01}{100} \cdot 560 + \frac{0{,}0001}{100} \cdot 1000 = 56\,m\Omega + 10\,m\Omega = 66\,m\Omega$$

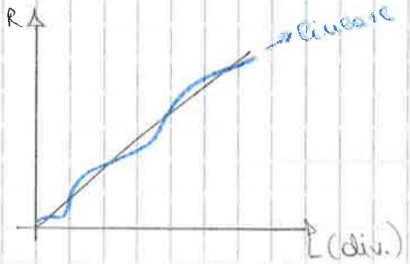
da tabelle, misura, range, da tabella

$$\varepsilon_R = \frac{0{,}066}{560} = 0{,}012\,\%$$

Una misura con l'incertezza così piccola va bene ma necessita una misura molto precisa!

Per quanto riguarda R variabile, abbiamo visto in lab. che:

$$k = 1\,\Omega\,/\text{div.}$$

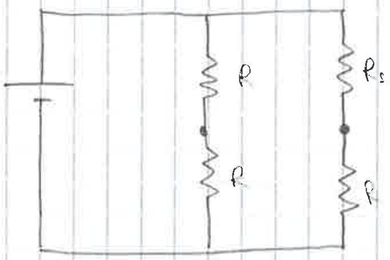


$\delta R_v = 1\,\Omega$ (è abbastanza grande)

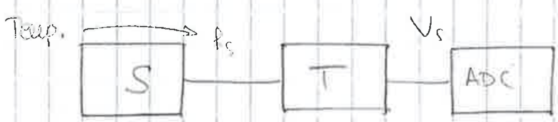
$$R_3 = R_v \frac{R_L}{R_4}$$

$$\varepsilon(R_v) = \frac{\delta R_v}{R_v} \longrightarrow \text{vorrei } R_v + \text{alto possibile}$$

L'utilizzo + importante del ponte è:



R_s è sensibile ad una grandezza fisica (s = sensibile)



Temp. cambia $R_s \Rightarrow$ cambia V_s

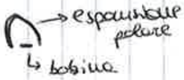
Per questo il ponte è largamente usato nelle applicazioni sensoristiche
$\rightarrow$ analizzando ΔV_s, ricavo $\Delta R_s \Rightarrow \Delta T$

$$\left.\frac{dV_s}{dR_s}\right|_{R_s \rightarrow V_s = 0}$$

STRUMENTI ANALOGICI

1) STRUMENTI MAGNETOELETTRICI

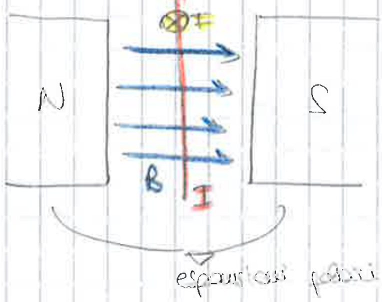
↳ usano interazione tra E e B



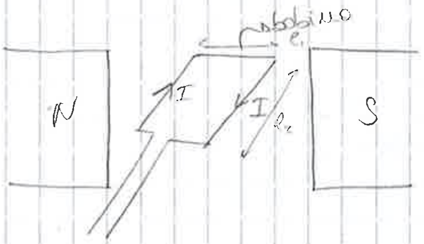
galvanometro = amperometro x continua (es. di magnetoelettrico!)

È fatto un confronto tra coppie meccaniche
↳ sfruttano l'interazione tra E e B

la coppia motrice è ∝ ad I



$$F = B \cdot I \cdot l$$



Si genera una coppia (motrice) di ferro che tende a far ruotare la bobina

Alla bobina si collega una molla che si oppone al movimento della bobina
⇒ COPPIA ANTAGONISTA, dipende dalla molla, solidale alla bobina
⇒ bobina si muove, la molla si comprime ⇒ finché $\boxed{C_M = C_a}$

$$C_M = 2 \cdot \frac{l_1}{2} (l_2 I B)$$

l_1 e l_2 sono lunghezza e larghezza

$$C_a = k \cdot \underbrace{\delta}_{\text{rotazione}}$$

POSIZIONE di EQUILIBRIO: $C_M = C_a$

$$k \cdot \delta = \underbrace{N}_{\text{n° spire}} \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot I \cdot B$$

$$\delta = \underbrace{\frac{N \cdot B \cdot S}{k}}_{\text{cost}} \cdot I$$

$S = l_1 \cdot l_2$ (area bobina)

Questi strumenti eseguono TRASDUZIONE, da I all'angolo

È bene MINIMIZZARE fattori, come l'attrito, che mi permettono una misura più accurata ⇒ si usano bobine piccole e leggere x minimizzare l'attrito (molte spire di filo sottile)

⇒ MOTIVO per cui MISURO solo I PICCOLE (μA ÷ mA) → perché voglio mantenere una densità di corrente piccola x effetti termici, ma dovendo usare fili sottili non posso salire oltre certi valori di I

$I_p = 40\mu A$ $\quad$ $I_m = 19,5\mu A$ $\quad$ 40 div.

$cl = 2,5$

$\delta I^L = 0,5\mu A$ (cioè metà di una tacchetta $\Rightarrow$ $40\mu A / 40$ div. $= 1\mu A \Rightarrow \delta I^L = \frac{1}{2}$)

↳ sono sicuro che la misura sia all'interno $[19, 20]$

$\Rightarrow I = 19,5 \pm 0,5\mu A$

Oppure scelgo $I_m = 20\mu A$, $I = 20\mu A \pm 1\mu A$
↳ ho SOVRASTIMATO l'incertezza

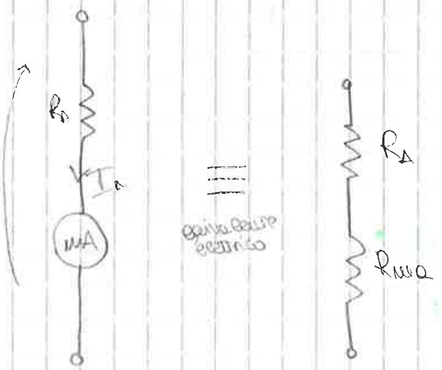
$$\delta I^S = \frac{2,5}{100} \cdot 40 = 1\mu A$$

$$\delta I = \delta I^L + \delta I^S = 0,5 + 1 = 1,5\mu A$$

In questo strumento

} rete di protezione $\Rightarrow$ fa in modo che nel μA scorra al max I_p (il resto eventualmente scorre qui nei 2 diodi)

Il VOLTMETRO MAGNETOELETTRICO



misuro la corrente $\Rightarrow V = R_A \cdot I_A$ ↳ nota

$$I_A = \frac{V}{R_A + R_{ma}}$$

$$V = I\,(R_A + R_{ma})$$

V: da trovare

↳ nota con il mA o con un microprocessore

Note $\begin{cases} I_p = 40\mu A \\ R_{ma} = 1000\,\Omega \end{cases}$ e voglio misurare fino a $V_p = 4V$

$\rightarrow R_A$?

Misuro 4V quando sono a F.S. anche con la corrente

$$V_p = I_p\,(R_{ma} + R_a) \Longrightarrow R_a = \frac{V_p}{I_p} - R_{ma} = 99\,k\Omega$$

↳ la da mettere x avere una portata di 4V

Cambio la portata $\Rightarrow$ cambiando R_a!
(tanti resistori con un commutatore)

ESERCIZIO

(mA)

$I_p = 1\ mA$ $cl = 0,5$ $V_p = 10\ V$

R_{mu} = trascurabile R_a? ε_{R_a}? $\varepsilon_V = 1\%$ (a F.S.)

(B): non dà info sulla divisione ⇒ non lo considero)

$$R_a = \frac{V_p}{I_p} = \frac{10}{10^{-3}} = 10k\Omega$$

$$V_p = I_p \cdot R_a$$

$$\varepsilon_V = \varepsilon_I + \varepsilon_{R_a} = \frac{cl}{100} \cdot \frac{I_p}{I_p} \Rightarrow \varepsilon_{R_a} = 1\% - 0,5\% = 0,5\%$$

⚠ **È SBAGLIATO FARE:**

$$R_a = \frac{V_p}{I_p} \Rightarrow \varepsilon_{R_a} = \varepsilon_V + \varepsilon_I$$

la propagazione di incertezza avviene sul valore misurato (V_p)

$$V_p = R_a \cdot I_p$$

$$\varepsilon_{V_p} = \varepsilon_{R_a} \cdot \varepsilon_{I_p}$$

Minima portata si ha per $R_a = 0$, rimane solo R_{mu} che non nasce come resistore, ma è il percorso grazie a cui deve dirigersi il campo magnetico

⇒ EFFETTO T su R_{mu} ($R_{mu} \sim 100\Omega$)

$$R_{mu} = R_{mu}^{\circ}(1 + \alpha \Delta T) \quad \text{EFFETTO TEMPERATURA}$$

$R_{mu} \uparrow T$, $R_{mu}^{\circ} \uparrow T_0$, $\Delta T \uparrow T - T_0$

$$\frac{R_{mu} - R_{mu}^{\circ}}{R_{mu}^{\circ}} = \alpha \Delta T \qquad \alpha_{Cu} \cong 0,4\ \%/°C \quad (= 0,004\ /°C) \quad \rightsquigarrow \text{nei metalli in genere}$$

$$\frac{R_{mu} - R_{mu}^{\circ}}{R_{mu}^{\circ}} = \varepsilon^T_{R_{mu}}$$

↳ perché è comunque uno spostamento del valore di R_{mu} (relativo), dovuto alla temperatura

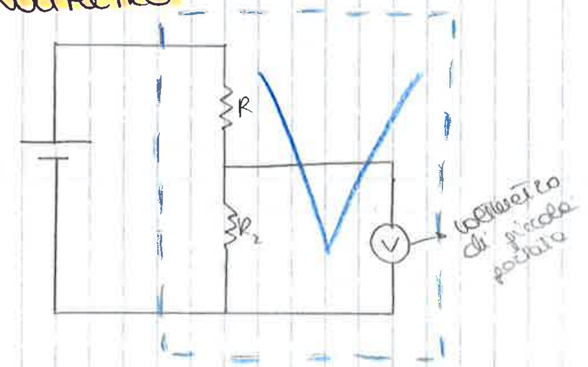
$\varepsilon^T_{R_{mu}} = 0,4°$ ⇝ da sommare a $\varepsilon_{R_{mu}}$

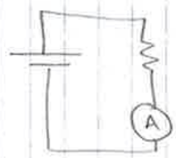
(NB) Questo vale solo x resistori fatti di Cu

(in lab → sono stabili con la ΔT)

EFFETTO DEL CARICO STRUMENTALE

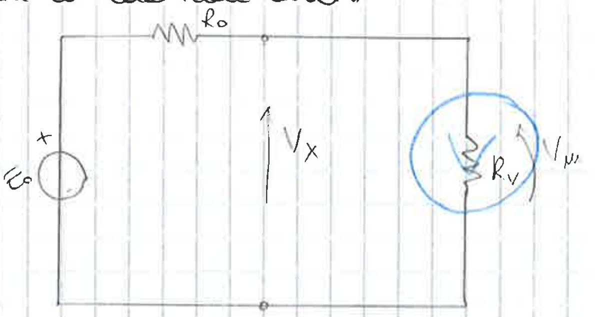
VOLTMETRO





Nel 2° voltmetro vorrei impedenza alta, ma al tempo stesso NON vorrei R_2 troppo alta tanto da essere paragonata alla resistenza del 1° voltmetro (che è molto alta) ⟹ altererebbe il rapporto di partizione

In un caso reale avrei:



V_x = tensione da misurare a vuoto

Ma se applicassi un voltmetro misurerei una TENSIONE A CARICO

$$V_m = E_0 \frac{R_V}{R_0+R_V}$$

se $R_0 \ll R_V$ (CONDIZIONE IMPORTANTE!)

$\Longrightarrow V_m \cong E_0$ (altera di poco)

• ERRORE

$V_m < E_0$, ma di quanto?

$$\Delta V = V_m - E_0 = E_0 \left(-\frac{R_0}{R_0+R_V}\right) \quad \text{(ASSOLUTO)}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{E_0} = -\frac{R_0}{R_0+R_V} \quad \text{(RELATIVO)}$$

SE l'errore è trascurabile rispetto all'incertezza ⟹ posso trascurarlo
↳ $< \frac{1}{10}$ incertezza dello strumento

SE NON è trascurabile:

1_ Non lo correggo $\Longrightarrow$ $\delta E_0 = \delta V_m + \Delta V$

$$\delta E_0 = \varepsilon V_m + \frac{\Delta V}{E_0}$$

2_ Lo correggo

$$V_m = E_0 \frac{R_0}{R_0+R_V}$$

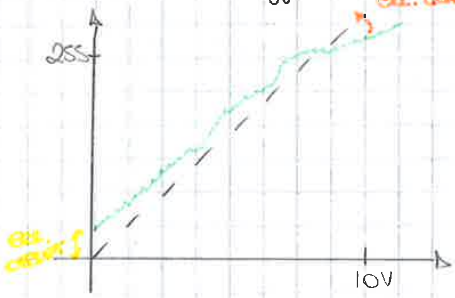
- INCERTEZZA STRUMENTALE
  $\delta V = a \cdot V_L + b \cdot V_P$
- ERRORE CARICO
  $$\frac{R_0}{R_V + R_0} = \delta V$$
- INCERTEZZA LETTURA
  1) DIGIT
  2) DIVISIONE
  (1/4 divisione)

L'ultimo livello lo uso come <u>OVERLOAD</u>, cioè come rilevatore di SATURAZIONE

Posso normalizzare la quantizzazione rispetto al V_{FR}:

$$\frac{V_q}{V_{FR}} = \frac{1}{2^{N_b}}$$ (Termini relativi, è espresso in %)

Nella realtà → altri contributi di incertezza sono:
- errore di guadagno → pendenza
- errore di offset → scostamento dallo zero



la retta reale può essere traslata e ruotata rispetto a quella nominale!

Inoltre, non è detto che i gradini stiano tutti sulla stessa retta ⟹ considero una retta che meglio approssima i gradini!!!

- END-POINTS (unisce gli estremi della caratteristica)
- BEST-FIT (+ difficile da trovare!)

$$V_{IN} = M \cdot V_q \pm (\underbrace{E_q + E_o + E_G + E_L}_{TUE})$$

TUE (Total Unadjusted Error) ↳ fornito dal costruttore.

quantizzazione, offset, guadagno, linearità

Posso correggere → errore di offset: metto in corto l'ingresso, ricavo l'errore di offset e lo tolgo a tutte le letture successive

[ma gli altri non li vediamo!]

$$T.U.E. = E_Q + E_o + E_G + E_L = \text{ABSOLUTE ACCURACY}$$

Esempio:

$$T.U.E. = 5LSB$$

→ $1LSB$ = variazione del bit meno significativo $= V_q$

- <u>Come realizzare un ADC?</u>

Due categorie dal punto di vista misuristico:
- SPOT
- INTEGRAZIONE

$$V_{IN} \longrightarrow \boxed{ADC} \Longrightarrow M$$

↑ clock (dice al convertitore quando misurare)

$$f_c = \frac{1}{T_c}$$

SPOT: misurano esattamente quei T_c (PRO → + veloci, CONTRO → + grossolani)

INTEGRATORI: fanno la media dei valori eliminando la componente del rumore (PRO → + accurati, CONTRO → + lenti)