



**Appunti universitari**  
**Tesi di laurea**  
**Cartoleria e cancelleria**  
**Stampa file e fotocopie**  
**Print on demand**  
**Rilegature**

**NUMERO: 2356A**

**ANNO: 2018**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Venezia Angela**

**MATERIA: Sistemi Elettrici di Potenza - Appunti + Temi di  
Esame - Prof. Carpanetto**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

## Sommario

|  |    |
|--|----|
| 0. INTRODUZIONE .....  | 7  |
| Richiami sui sistemi trifase .....                                   | 7  |
| Notazioni e relazioni fondamentali .....                             | 8  |
| 0.1. Metodo dei valori relativi .....                                | 8  |
| Scelta dei valori base .....   | 9  |
| Trasformatore ideale .....   | 11 |
| Sistema con molti componenti .....                                   | 15 |
| Parametri delle macchine .....                                       | 16 |
| Riassunto: vantaggi valori relativi .....                            | 17 |
| 1. LINEE ELETTRICHE .....  | 18 |
| 1.1. Richiami sulle funzioni iperboliche .....                       | 18 |
| 1.2. Linee elettriche .....  | 19 |
| Equazioni generali .....   | 21 |
| Linea senza perdite .....  | 24 |
| 1.3. Circuiti equivalenti .....                                      | 25 |
| Circuito equivalente nel caso generale .....                         | 25 |
| Circuito equivalente per linee non molto lunghe .....                | 26 |
| Circuito equivalente delle linee senza perdite .....                 | 28 |
| Osservazioni applicative dei modelli .....                           | 29 |
| 1.4. Definizione dei parametri .....                                 | 31 |
| Conduttanza per unità di lunghezza $g$ [S/m] .....                   | 31 |
| Resistenza elettrica per unità di lunghezza $r$ [ $\Omega/m$ ] ..... | 34 |
| Simmetria fisica delle fasi, premessa per $l$ e $c$ .....            | 36 |
| Induttanza per unità di lunghezza $l$ [mH/km] .....                  | 38 |
| Capacità per unità di lunghezza $c$ [nF/km] .....                    | 40 |
| Cenni sui cavi .....   | 42 |
| 1.5. Studio delle linee senza perdite ( $r=g=0$ ) .....              | 46 |
| Funzionamento a vuoto .....  | 47 |
| Funzionamento a carico caratteristico .....                          | 50 |
| Potenza caratteristica .....   | 54 |
| Funzionamento con doppia alimentazione .....                         | 54 |
| 1.6. Limiti di trasmissione .....                                    | 56 |
| Analisi della potenza attiva $P$ .....                               | 56 |
| Analisi della potenza reattiva $Q$ .....                             | 61 |
| Limite termico .....   | 66 |

# Sistemi elettrici di potenza

Appunti delle lezioni

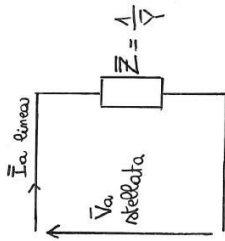
VENEZIA ANGELA

|  |     |   |     |
|--|-----|---|-----|
| Modelli lineari dei componenti.....  | 222 | Regolazione della frequenza e delle potenze di aree interconnesse ..... | 324 |
| Tripolo attivo lineare .....   | 223 | Errore regolazione secondaria .....                                     | 327 |
| Misura della sequenza omopolare .....  | 226 | Modello interconnessioni .....  | 329 |
| 5.7.Guasti dissimmetrici: modelli dei componenti del sistema .....                           | 227 | Bilancio di potenza di una generica area.....                           | 330 |
| Linee.....   | 227 | Contributi delle altre aree.....  | 334 |
| Trasformatori.....   | 230 | Interpretazione di $\Delta P_L$ .....                                   | 337 |
| Generatori sincroni .....  | 235 | 6.5. Regolazione terziaria .....  | 337 |
| Motori asincroni .....   | 238 | 6.6. Controllo della frequenza in emergenza, prevenzione blackout ..... | 338 |
| 5.8.Studio dei guasti dissimmetrici.....   | 241 |   |     |
| Guasto a terra (monofase a terra) .....  | 241 |   |     |
| Guasto bifase senza terra .....  | 246 |   |     |
| Guasto bifase con terra .....  | 248 |   |     |
| 5.9.Guasto a terra e stato del neutro .....  | 250 |   |     |
| Guasto a terra in sistemi con neutro collegato direttamente a terra (AT, BT).....            | 250 |   |     |
| Guasto a terra con neutro isolato .....  | 254 |   |     |
| Guasto a terra in una rete con neutro connesso a terra tramite una impedenza $Z_n$ (MT)..... | 259 |   |     |
| Bobina di Petersen (neutro compensato) .....   | 262 |   |     |
| Selezione della linea guasta.....  | 265 |   |     |
| Aspetti analizzati: .....  | 269 |   |     |
| Stato del neutro dei generatori.....   | 271 |   |     |
| 6. REGOLAZIONE DELLA FREQUENZA E DELLA POTENZA ATTIVA.....                                   | 274 |   |     |
| Paradosso della lampadina.....   | 274 |   |     |
| Equazione meccanica del generatore.....  | 276 |   |     |
| 6.1. Regolazione di velocità di un generatore in funzionamento isolato.....                  | 279 |   |     |
| Altri generatori .....   | 294 |   |     |
| 6.2. Sistema di molti generatori con la regolazione primaria di frequenza .....              | 297 |   |     |
| Regolazione primaria f/P .....   | 301 |   |     |
| 6.3. Sistema con N generatori.....   | 301 |   |     |
| 6.4.Ripartizione della potenza .....   | 307 |   |     |
| Sintesi .....  | 309 |   |     |
| Problemi della regolazione primaria.....   | 309 |   |     |
| 6.4. Regolazione secondaria della frequenza.....   | 312 |   |     |
| Caratteristiche generali della regolazione secondaria.....                                   | 314 |   |     |
| Schema di principio della regolazione secondaria.....  | 315 |   |     |
| Modello aggregato .....  | 316 |   |     |
| Slack distribuito.....   | 323 |   |     |

L'impedenza complessa è definita da una parte reale, la resistenza, e un'immaginaria, la reattanza; l'ammettenza è semplicemente il reciproco dell'impedenza.

$\bar{Z} = R + jX$  R: resistenza X: reattanza

$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = G + jB$  G: conduttanza B: suscettanza



Impedenze e ammettenze sono sul monofase equivalente che più avanti chiameremo sequenza diretta. Le precedenti relazioni si associano nel modello monofase equivalente alla fase a. Importante: la tensione ai capi dell'impedenza è quella stellata, per la corrente non ci sono problemi.

### Scelta dei valori base

Serve una potenza base  $S_b$  per esprimere i valori relativi delle tre potenze S, P, Q; un valore base per la tensione, uno per la corrente e due per impedenza e ammettenza. Di questi 5 valori base, solo 2 sono indipendenti fra loro. Non posso sceglierli tutti a caso perché voglio ottenere delle relazioni simili a quelle che ho quando uso il SI.

$$S_b \rightarrow S, P, Q$$

$$V_b \rightarrow V$$

$$I_b \rightarrow I$$

$$Z_b, Y_b \rightarrow Z(R, X) \quad Y(G, B)$$

Questi due valori sono: la potenza  $S_b$  (tre fasi) e la tensione  $V_b$  (concatenata).

Partiamo dai due valori base e occupiamoci degli altri.

Il valore base della corrente si esprime come:

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_b} \quad I_b \text{ è strettamente legata ai due valori base scelti}$$

Riscrivendola come  $S_b = \sqrt{3}V_b I_b$  questa espressione indica che tensione e corrente devono soddisfare una relazione fondamentale dei sistemi trifase.

La potenza apparente in valori relativi è:

$$S \text{ p.u.} = \frac{S}{S_b} = \frac{\sqrt{3}VI}{\sqrt{3}V_b I_b} = \left( \frac{V}{V_b} \right) \left( \frac{I}{I_b} \right) = V \text{ p.u.} * I \text{ p.u.}$$

$$S \text{ p.u.} = V \text{ p.u.} * I \text{ p.u.}$$

Grazie ai valori relativi ci siamo liberati del fattore  $\sqrt{3}$  e possiamo scrivere la relazione come se fossimo in un sistema monofase.

Ricaviamo l'impedenza base:

$$Z_b = \frac{V_b / \sqrt{3}}{I_b} = \frac{V_b / \sqrt{3}}{S_b / (\sqrt{3}V_b)} = \frac{V_b^2}{S_b}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b}$$

In valori relativi abbiamo visto cosa succede alle relazioni della potenza, vediamo ora come cambia la legge di Ohm:

$$V \text{ p.u.} = \frac{V}{V_b} = \frac{V / \sqrt{3}}{V_b / \sqrt{3}} = \frac{ZI}{Z_b I_b} = \left( \frac{Z}{Z_b} \right) \left( \frac{I}{I_b} \right) = Z \text{ p.u.} * I \text{ p.u.}$$

$$V \text{ p.u.} = Z \text{ p.u.} * I \text{ p.u.}$$

Nuovamente si ottiene la legge di Ohm senza fattori estranei, come se fossimo in monofase.

Per quanto riguarda l'ammettenza:

$$Y_b = \frac{1}{Z_b}$$

$$Y \text{ p.u.} = \frac{1}{Z \text{ p.u.}}$$

Con lo stesso metodo si può scrivere la legge di Ohm nella forma duale:

$$I \text{ p.u.} = Y \text{ p.u.} * V \text{ p.u.}$$

$$V \text{ p.u.} = \frac{I \text{ p.u.}}{Y \text{ p.u.}}$$

Si opera quindi sui valori relativi, aggiungiamo qualche altra relazione:

$$V \text{ p.u.} = Z \text{ p.u.} * I \text{ p.u.}$$

$$I \text{ p.u.} = \frac{V \text{ p.u.}}{Z \text{ p.u.}}$$

$$P \text{ p.u.} = S \text{ p.u.} \cos \varphi \quad P \text{ p.u.} = \frac{P}{S_b}$$

$$Q \text{ p.u.} = S \text{ p.u.} \sin \varphi \quad Q \text{ p.u.} = \frac{Q}{S_b}$$

$$S \text{ p.u.} = V \text{ p.u.} * I \text{ p.u.}$$

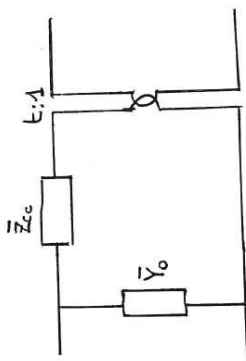
Immaginiamo di conoscere i valori relativi e di voler trovare le grandezze del SI:

$$V = V \text{ p.u.} V_b \quad \text{Concatenata [V]}$$

$$V_{STEL} = \frac{V}{\sqrt{3}} = V \text{ p.u.} * \left( \frac{V_b}{\sqrt{3}} \right) \quad \text{Stellata [V]}$$

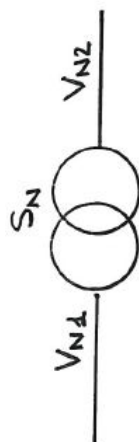
Si nota che vi è un'unica tensione in valori relativi, mentre per definire la tensione concatenata e stellata, si hanno due tensioni base  $\rightarrow$  un valore relativo, due valori base.

Determinazione dei parametri  
Prova a vuoto

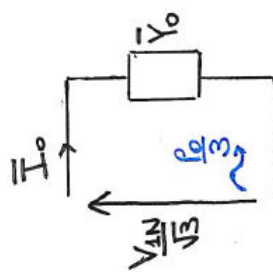


Dei tanti circuiti equivalenti prendiamo quello a T. L'ammettenza trasversale rappresenta le perdite nel ferro, in altre parole indica la condizione  $\mu_k \neq \infty$ . Questo parametro si identifica con la prova a vuoto effettuata dal primario.

Introduciamo le grandezze nominali:  $V_{N1}, V_{N2}, S_N$ .



La prova consiste nell'alimentare il primario con tensione nominale quando il secondario è aperto, si misura la corrente assorbita e la potenza attiva assorbita ( $I_0, P_0$ ). Quando la corrente  $I_2$  è nulla, l'impedenza  $Z_{cc}$  non è percorsa da corrente per cui vedo solo  $Y_0$ .



In figura un circuito monofase equivalente (si nota che  $P_0$  è relativo al sistema, quindi in realtà noi misuriamo  $P_0/3$ ).

$$|Y_0[S]| = \frac{\sqrt{3}I_0[A]}{V_{N1}[V]}$$

( $I_0$ : modulo della corrente a vuoto).

Immaginiamo di interpretare la prova a vuoto in termini relativi:

$$Y_0 p.u. = \frac{Y_0}{Y_B}$$

Scegliamo i seguenti valori base:

$$S_B = S_N$$

$$V_{B1} = V_{N1}$$

$$V_{B2} = V_{N2}$$

Il rapporto di trasformazione risulta:

$$t = \frac{V_{N1}}{V_{N2}}$$

$$t p.u. = 1$$

Per le correnti si ha:

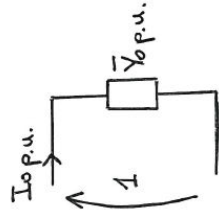
$$I_{B1} = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_{B1}} = \frac{S_N}{\sqrt{3}V_{N1}} = I_{N1} \quad I_{B2} = I_{N2}$$

La prova quindi si conduce a  $V p.u. = 1$

Per la corrente questo vale a dire:

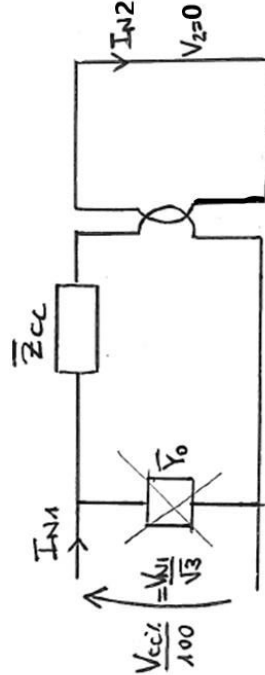
$$I_0 p.u. = Y_0 p.u. = \frac{I_{01}}{I_{N1}}$$

$$Y_0 p.u. = \frac{I_0 p.u.}{V p.u.}$$



Nei dati di targa del trasformatore la  $I_0$  è espressa rispetto alla corrente nominale, numericamente è come darne il valore relativo e fornisce l'informazione sull'ammettenza. Un trasformatore con  $I_0=5\%$  avrà  $Y_0 p.u.=0,005 p.u.$  rispetto alla base.

Prova di cortocircuito



La prova in cortocircuito prescrive di alimentare a tensione un avvolgimento, in genere il primario, quando l'altro è chiuso in corto con lo scopo di far circolare in entrambi gli avvolgimenti la corrente nominale. La tensione al primario, chiamata  $V_{cc}$ , indicata in termini percentuali, è la tensione con cui alimentare il primario al fine di far circolare la corrente nominale negli avvolgimenti. Si trascura poi l'ammettenza  $Y_0$ , infatti il cortocircuito mette in parallelo  $Y_0$  e  $Z_{cc}$  e risulta:

# 1. LINEE ELETTRICHE

## 1.1. Richiami sulle funzioni iperboliche

Sono utili per scrivere le equazioni delle linee elettriche. Si parte dalla relazione di Eulero:

$$e^{jy} = \cos y + j \sin y$$

$$e^{-jy} = \cos y - j \sin y$$

Relazione fondamentale che lega la funzione esponenziale con argomento puramente immaginario alle funzioni trigonometriche. In modo alternativo alla funzione di raggio unitario, otteniamo delle espressioni che esprimono le funzioni trigonometriche:

$$\cos y = \frac{e^{jy} + e^{-jy}}{2}$$

$$\sin y = \frac{e^{jy} - e^{-jy}}{2j}$$

L'introduzione delle funzioni iperboliche avviene con delle relazioni simili a quelle appena scritte in cui al posto di avere un esponente con argomento immaginario puro abbiamo argomento complesso:

$$\bar{z} = x + jy$$

$$e^{\bar{z}} = e^{x+jy} = e^x e^{jy} = e^x (\cos y + j \sin y)$$

Si definiscono le funzioni iperboliche analogamente a quelle trigonometriche come:

$$\cosh \bar{z} = \frac{e^{\bar{z}} + e^{-\bar{z}}}{2}$$

$$\sinh \bar{z} = \frac{e^{\bar{z}} - e^{-\bar{z}}}{2}$$

$$\tanh \bar{z} = \frac{\sinh \bar{z}}{\cosh \bar{z}}$$

Si evidenzia che:

$$\cosh^2 \bar{z} - \sinh^2 \bar{z} = 1 \leftrightarrow \cosh^2 y + \sinh^2 y = 1$$

$$\sinh(0) = 0 \quad \cosh(0) = 1$$

Le relazioni sono molto simili a quelle che legano le funzioni trigonometriche, ma ci sono delle differenze. Si considera il caso particolare di argomento delle iperboliche un numero immaginario puro:

$$z = jy \quad x = 0$$

$$\cosh(jy) = \cos y$$

$$\sinh(jy) = j \sin y$$

$$\tanh(jy) = j \tan y$$

### Riassunto: vantaggi valori relativi

1. No fattore  $\sqrt{3}$  e 3

$$V_{p.u.} = Z_{p.u.} * I_{p.u.}$$

$$S_{p.u.} = V_{p.u.} * I_{p.u.}$$

Il primo vantaggio si riferisce all'eliminazione del fattore 3 e  $\sqrt{3}$  nelle relazioni fondamentali, di cui le due più importanti riguardano la potenza e la legge di Ohm.

2. No ambiguità

$$V, V/\sqrt{3} \quad e \quad S, P, Q, 3 \text{ fasi/1 fase}$$

Elimina poi l'ambiguità che riguarda le tensioni, se concatenate o stellate: un unico valore relativo è in grado di descrivere entrambe le tensioni se moltiplicato per l'opportuno valore base. Lo stesso vale per le potenze, trifase o monofase.

3. Parametri macchine

$$S_N, V_N$$

Il terzo vantaggio riguarda tutti i parametri della macchina, in particolare trasformatori, motori sincroni e motori asincroni: i parametri se espressi in valori relativi o percentuali rispetto ai dati nominali variano in intervalli ristretti col vantaggio di poter stimare senza dare informazioni precise.

4.  $V_{p.u.} \cong 1$

$$S_{p.u.} \cong I_{p.u.}$$

Un altro vantaggio di un sistema a tensione costante dove le tensioni sono prossime a quelle nominali, è che i valori relativi delle tensioni sono circa 1. Poiché  $V_{p.u.}$  è circa 1, la differenza numerica fra la potenza apparente e la corrente è molto modesta.

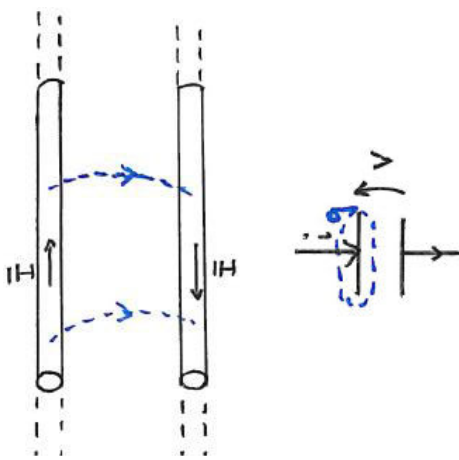
5.  $\frac{V_{B1}}{V_{B2}} = \frac{V_{N1}}{V_{N2}} \rightarrow I_{p.u.} = 1$

Infine, un vantaggio accademico più teorico che pratico: scegliendo per un trasformatore delle tensioni base che soddisfano la relazione a sinistra, si può eliminare il trasformatore ideale. Si elimina un'altra ambiguità, ovvero stabilire se le impedenze sono posizionate al primario o al secondario; senza il trasformatore ideale esiste un'unica impedenza longitudinale.

Questa è l'energia del campo magnetico prodotta dalle correnti della linea. L'energia associata alla capacità rappresenta l'energia del campo elettrico:

$$\frac{1}{2} c |\bar{V}|^2 dx = dW_e$$

Consideriamo una linea monofase per capire come la c provoca la variazione di i.



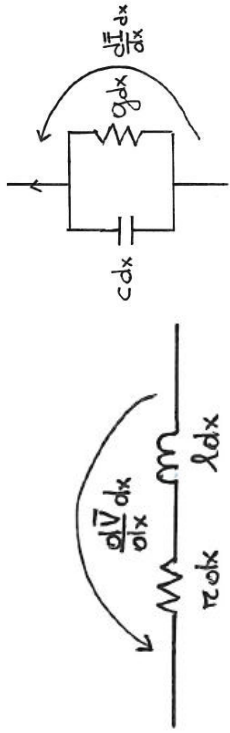
I due conduttori possono essere visti come gli elettrodi di una capacità.

$$i = c \frac{dv}{dt} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

Applichiamo Kirchhoff: quando la corrente è positiva aumenta la carica accumulata sull'armatura, per accoppiamento elettrostatico varia anche la carica sull'altra armatura. Analogamente nella linea variano le cariche accumulate nel conduttore e quindi possiamo dire che è come se la corrente si chiudesse lungo il percorso in figura.

### Equazioni generali

Analizziamo la variazione di tensione e di corrente. Eliminiamo il dx. Il segno è negativo perché il bipolo evidenziato è con la convenzione dei generatori. Scriviamo la legge di Ohm anche per il bipolo trasversale (nuovamente trascuriamo l'infinitesimo dV).



$$\frac{d\bar{V}}{dx} = -(r + j\omega l)\bar{I}$$

$$\frac{d\bar{I}}{dx} = -(g + j\omega c)\bar{V}$$

Cerchiamo di ottenere le espressioni di  $V(x)$  e  $I(x)$ . Per fare ciò supponiamo che r e l siano indipendenti da x e scriviamo:

$$\frac{d^2\bar{V}}{dx^2} = -(r + j\omega l)\frac{d\bar{I}}{dx} = (r + j\omega l)(g + j\omega c)\bar{V}$$

Si introduce la costante di propagazione  $\gamma$ :

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)} \quad [m^{-1}]$$

In campo complesso la radice ha due valori e si sceglie:  $\text{Im}(\bar{\gamma}) > 0$ , si prende la soluzione puramente immaginaria. Allora si ottiene:

$$\frac{d^2\bar{V}}{dx^2} = \bar{\gamma}^2 \bar{V}$$

$$\bar{V} = \bar{A} e^{-\bar{\gamma}x} + \bar{B} e^{\bar{\gamma}x}$$

A e B sono due costanti arbitrarie.

Troviamo ora l'espressione della corrente:

$$\bar{I} = -\frac{1}{r + j\omega l} \frac{d\bar{V}}{dx} = -\frac{1}{r + j\omega l} \left[ -\bar{\gamma} \bar{A} e^{-\bar{\gamma}x} + \bar{\gamma} \bar{B} e^{\bar{\gamma}x} \right]$$

Nel fare quest'operazione abbiamo implicitamente assunto  $\gamma$  indipendente da x. Avevamo già ipotizzato che r e l lo fossero, anche g e c sono indipendenti da x.

Introduciamo  $Z_0$ , l'impedenza caratteristica:

$$\bar{Z}_0 = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}} \quad [\Omega]$$

$$\text{Re}(\bar{Z}_0) > 0$$

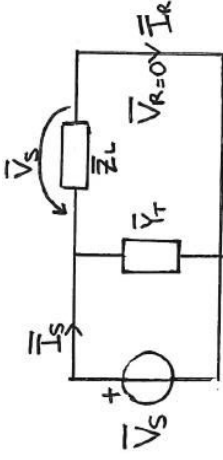
Delle due radici si prende quella a parte reale positiva.

Come vedremo  $\gamma$  tende a essere un numero immaginario puro a parte reale piccola, il contenuto informativo è concentrato nella parte immaginaria, in modo duale l'impedenza caratteristica ha una parte reale molto significativa. Abbiamo introdotto  $Z_0$  perché entrambi i termini esponenziali sono divisi per  $(r + j\omega l)$  ed è immediato verificare che:

$$\frac{\bar{\gamma}}{r + j\omega l} = \frac{1}{\bar{Z}_0}$$



Esistono tanti possibili circuiti equivalenti per rappresentare la linea come elemento di un sistema elettrico. Noi utilizziamo quello a  $\pi$ . Si chiama a  $\pi$  perché la disposizione dei bipoli è la stessa dei tre segmenti che costituiscono la lettera greca. Il problema è determinare i parametri del circuito equivalente in funzione di  $Z_0$ ,  $\gamma$  e  $\lambda$ . Si considera la linea in corto all'estremo R e alimentata all'estremo S. Siamo cioè cortocircuitando l'ammettenza di destra e poiché non è percorsa da corrente la possiamo trascurare. Scriviamo le equazioni della linea per il nostro caso particolare:



$$\begin{cases} \vec{V}_S = \vec{Z}_0 \sinh(\tilde{\gamma}a) \vec{I}_R \\ \vec{I}_S = \cosh(\tilde{\gamma}a) \vec{I}_R \end{cases} \quad \text{c.t.o.}$$

$$\begin{cases} \vec{V}_S = \vec{Z}_L \vec{I}_R \\ \vec{I}_S = \vec{I}_R + \vec{Y}_T \vec{V}_S = \vec{I}_R + \vec{Y}_T \vec{Z}_L \vec{I}_R \end{cases} \quad \text{c.e.}$$

Dobbiamo confrontare le equazioni della linea in corto circuito e le equazioni del circuito equivalente in modo tale da ottenere i valori di  $\vec{Z}_L$  e  $\vec{Y}_T$  per riprodurre il comportamento della linea. Si ottiene:

$$\vec{Z}_L = \vec{Z}_0 \sinh(\tilde{\gamma}a)$$

Tutta la tensione di alimentazione  $V_S$  si concentra su  $Z_L$  per effetto del cortocircuito.  $Z_L$  è l'elemento  $T_{12}$  della matrice T.

Utilizzando la seconda espressione ricaviamo la  $I_S$  per ottenere  $Y_T$ :

$$1 + \vec{Y}_T \vec{Z}_L = \cosh(\tilde{\gamma}a)$$

$$\vec{Y}_T = \frac{\cosh(\tilde{\gamma}a) - 1}{\vec{Z}_L} = \frac{\cosh(\tilde{\gamma}a) - 1}{\vec{Z}_0 \sinh(\tilde{\gamma}a)}$$

Grazie alle proprietà delle funzioni iperboliche:

$$\vec{Y}_T = \frac{1}{\vec{Z}_0} \tanh\left(\frac{\tilde{\gamma}a}{2}\right)$$

Riepilogando:

$$\vec{Z}_L = \vec{Z}_0 \sinh(\tilde{\gamma}a)$$

$$\vec{Y}_T = \frac{1}{\vec{Z}_0} \tanh\left(\frac{\tilde{\gamma}a}{2}\right)$$

### Circuito equivalente per linee non molto lunghe

$$|\tilde{\gamma}|a \ll 1 \quad a \ll \frac{1}{|\tilde{\gamma}|}$$

$$\vec{V}_S = \cos \theta \vec{V}_R + jZ_0 \sin \theta \vec{I}_R$$

$$\vec{I}_S = j \frac{\cos \theta}{Z_0} \sin \theta \vec{V}_R + \cos \theta \vec{I}_R$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ j \frac{\cos \theta}{Z_0} \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

La linea senza perdite è interessata da:

- fenomeni di propagazione
- onde di tensione e di corrente  $f(u \pm vt)$

Un'onda è un fenomeno fisico che dipende dallo spazio e dal tempo con lo stesso tipo di dipendenza di una generica funzione  $f$  che ha argomento  $(u \pm vt)$ . Il che vuol dire che se si fissa il tempo e si osserva l'andamento spaziale si ha lo stesso tipo di andamento a meno di un fattore di scala di quello che si ha se si fissa lo spazio e si guarda l'evoluzione temporale. Nel nostro caso particolare di regime sinusoidale se fissiamo un punto qualunque abbiamo tensioni e correnti sinusoidali alla pulsazione  $\omega$ , se invece fissiamo un istante e osserviamo i valori istantanei di tensioni e correnti sulla linea notiamo nuovamente un andamento sinusoidale.

$v \rightarrow$  Velocità di propagazione

onda diretta  $\rightarrow f_d(u - vt)$  viaggia nel verso positivo delle  $x$  (nel nostro caso da sinistra verso destra)

a velocità  $v$

onda inversa  $\rightarrow f_i(u + vt)$  viaggia nel senso delle  $x$  decrescenti.

Combinando onde inverse e onde dirette otteniamo  $V$  e  $I$ . Per tutte le linee senza perdite si ha:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

In particolare, per le linee aeree  $v$  è pari alla velocità della luce nel vuoto.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cong 300000 \text{ km/s} = 300 \text{ m/}\mu\text{s}$$

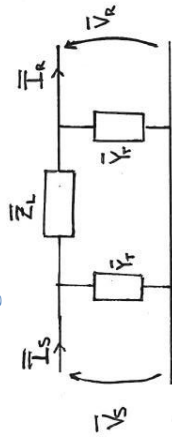
In regime sinusoidale per descrivere le onde è opportuno introdurre il periodo spaziale, la lunghezza d'onda (spazio percorso in un periodo):

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

$$f = 50 \text{ Hz} \rightarrow \lambda \cong 6000 \text{ km}$$

### 1.3. Circuiti equivalenti

#### Circuito equivalente nel caso generale



La linea senza perdite può essere una buona approssimazione delle linee AT (no BT e MT) con conduttore di sezione rilevante.

$g \ll \omega c \rightarrow$  tutte le linee

$r \ll \omega l \rightarrow$  AT con sezioni grandi

Nel caso di media e bassa tensione la resistenza non è mai trascurabile.

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} a$$

$$a = \frac{\lambda}{4} \rightarrow \vartheta = \frac{\pi}{2}$$

Per una linea aerea con  $v=300 \text{ km/ms} \rightarrow \frac{\lambda}{4} \cong 1500 \text{ km}$ .

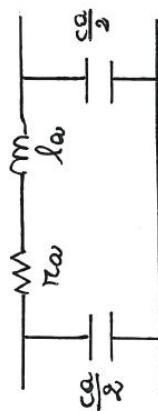
In definitiva  $\vartheta$  piccolo vuol dire lunghezza della linea piccola rispetto alla lunghezza d'onda. Attenzione che nel confronto la lunghezza fisica della linea è moltiplicata per un fattore che vale circa 6, una linea da 300 km, dà  $300 \cdot 6 = 1800 \text{ km}$  che rispetto ad una lunghezza d'onda di 6000 km non è poi tanto poco.

### Osservazioni applicative dei modelli

Tenuto conto dei valori tipici della capacità della linea che opera a 50 Hz si ha  $g \ll \omega c$ , quindi per tutta la linea si trascura la conduttanza, anche perché è di valutazione molto difficile.

$g=0, g \ll \omega c$

Per le linee AT gli effetti capacitivi non sono trascurabili (le perdite nell'isolante continuano ad esserlo). Il modello che si usa è il seguente:



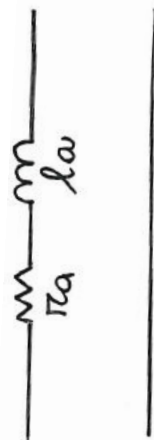
I parametri possono essere calcolati in modo esatto con le funzioni iperboliche o in modo approssimato in funzione della lunghezza della linea ( $a$  circa centinaia di km).

Per le linee MT (15-20 kV) le lunghezze sono molto più modeste ( $a$  circa 10-15 km). Queste sono corte rispetto alla lunghezza d'onda, quindi è possibile utilizzare le espressioni approssimate al posto delle funzioni iperboliche.

Nelle linee aeree col conduttore nudo la capacità è trascurabile, mentre nelle linee in cavo questo non è vero. La differenza sostanziale tra la linea aerea e quella in cavo è che nelle aeree i conduttori nudi sono molto lontani fra di loro perché l'isolante è l'aria, nei cavi invece i conduttori sono molto più vicini ma soprattutto c'è un materiale dielettrico con  $\epsilon_r \rightarrow$  accoppiamenti capacitivi molto più rilevanti.

Le linee BT sono molto corte ( $a$  circa 0-200 m).

A 50 Hz non si considerano praticamente mai gli effetti capacitivi.



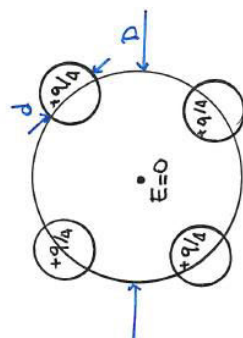
contiene molti ioni. Se ci sono onde elettromagnetiche o delle onde acustiche è ovvio che c'è della potenza in gioco. Questa potenza entra nella categoria di perdite che possono essere schematizzate attraverso la conduttanza. Cosa possiamo fare per contrastare l'effetto corona? Il valore del campo elettrico dipende dalla tensione della linea, più saliamo di tensione più dobbiamo preoccuparci dell'effetto corona che difatti è un fenomeno che riguarda le linee AT. La prima cosa che viene in mente è quella di aumentare le sezioni dei conduttori così aumenta anche la portata della linea, ma non posso fare il singolo conduttore troppo grosso perché diventa rigido, rende la posa difficile. Al posto di avere un solo conduttore per ognuna delle tre fasi della linea si realizza un fascio di conduttori. In figura si schematizza il fascio di conduttori di una fase, ciascuna fase è fatta di n conduttori, per tre fasi quindi si hanno 3n conduttori.

Se si considerano i livelli di tensione italiani (Vn):

132,150 kV n = 1 cond / fase

$\begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases}$   
220 kV

$\begin{cases} n = 3 & \text{più diffuso in Italia} \\ n = 2 \end{cases}$   
380 kV



I conduttori del fascio di una fase sono distribuiti simmetricamente su una circonferenza, di diametro D. Si è rappresentato il caso n = 4. Ciascun conduttore ha diametro d; D è dell'ordine del metro. La carica complessiva per unità di lunghezza a causa della simmetria si divide in parti uguali (q/n). Le cariche hanno lo stesso segno quindi è facile convincersi che al centro del fascio il campo elettrico sia nullo → E=0. Se ci mettiamo in un punto qualunque il campo elettrico è il risultato della sovrapposizione di 4 campi che hanno intensità diverse ( $r_i \neq r_j$ ) e hanno direzioni diverse. Il risultato è una notevole riduzione del campo non solo all'interno del fascio, ma anche intorno. Ai fini del campo elettrico e anche nei confronti della rigidità dielettrica dell'aria, il fascio di conduttori si comporta come un conduttore singolo con un diametro equivalente che è molto superiore al diametro fisico. Un'altra chiave di interpretazione qualitativa è vedere il fascio come una gabbia di Faraday. Questo è importante rispetto all'azione delle cariche elettriche delle altre fasi. Quindi non solo c'è una compensazione locale dei contributi al campo elettrico ma c'è anche uno schermo nei confronti del campo prodotto dalle cariche sulle altre fasi. In questo modo siamo in grado di contrastare l'effetto corona e realizzare linee a tensione importante. Un altro provvedimento sarebbe allontanare i conduttori fra di loro ma sarebbe altrettanto oneroso. Il fascio di conduttori influenza i parametri della linea, induttanza e capacità. Per

quanto riguarda la capacità abbiamo visto che viene introdotta proprio per ridurre il campo elettrico. Campo elettrico e magnetico sono direttamente collegati. Abbiamo già visto che la velocità di propagazione è legata circuitualmente al prodotto  $l \cdot c$ . Nelle applicazioni elettriche siamo abituati a vedere i campi elettrico e magnetico come fenomeni distinti, condensatori e fenomeni elettrici, induttori e fenomeni magnetici. In una linea elettrica i fenomeni di propagazione sono importanti ed è per questo che la presenza di un fascio di conduttori influenza anche l'induttanza e il campo magnetico. Ciò che risulta fondamentale è governare il campo elettrico in prossimità dei conduttori.

### Resistenza elettrica per unità di lunghezza r [Ω/m]

I valori numerici che interessano le linee elettriche portano ad utilizzare come unità di misura [Ω/m] in AT e MT, che è la stessa cosa [mΩ/m] in BT. Il fenomeno fisico che descrivono sono le perdite Joule nel materiale.

$$R = \rho \frac{a}{S} \rightarrow \frac{R}{a} = \frac{\rho}{S}$$

$$S = \pi \frac{d^2}{4}$$

Basta conoscere la sezione del conduttore e la resistività del materiale.

Ci sono tre fattori che complicano la valutazione del fenomeno:

1. Fattore geometrico, i conduttori sono costituiti da fili sottili intrecciati tra loro. Allora bisogna intendersi sulle lunghezze reali.  $a_{FILI\ ELEM} > a_{COND}$  (di poco interesse → tabelle)
2. effetto pelle, effetto di prossimità. La resistenza in corrente alternata è superiore alla resistenza in continua perché nei conduttori sottoposti a campi variabili circolano correnti parassite che alterano la distribuzione delle correnti nel conduttore. In continua la densità è uniforme ( $[A/mm^2]$ ), sotto opportune condizioni di simmetria il passaggio di corrente influenza tutte le sezioni nello stesso modo. Le correnti parassite addensano la corrente. L'aspetto importante è la dimensione dei conduttori: tanto più grosso il conduttore tanto più non viene utilizzata la parte interna al passaggio di corrente. Il parametro chiave è lo spessore di penetrazione  $\delta$ .

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu}}$$

$\rho$  → resistività

f → frequenza, fissa a 50 (60) Hz

$\mu$  → permeabilità  $\mu = \mu_0$  sia per l'alluminio, ai fini pratici i materiali conduttori impiegati hanno  $\mu_r = 1$ . Il parametro che differenzia il rame dall'alluminio è la resistività

$$\rho_{Al} > \rho_{Cu} \rightarrow \delta_{Al} > \delta_{Cu}$$

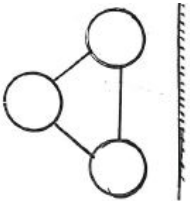
$$R \propto S \propto \delta^2 \rightarrow \text{effetto Minimo}$$

$$Se \delta \gg d \rightarrow R_{AC} \cong R_{DC}$$

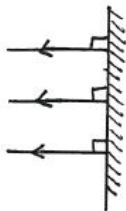
$$Se \delta \ll d \rightarrow R_{AC} \gg R_{DC}$$

3. La resistenza in continua  $R_{DC}$  dipende dalla temperatura  $\theta [^\circ C]$ . La temperatura è variabile e dipende:

Riferiamoci a 3 fasi, (n = 1, no fascio). È possibile disporre i conduttori delle linee vere ai vertici di un triangolo equilatero?



Non è comodo ma si può fare. In un cavo tripolare ad esempio i conduttori si trovano ai vertici di un triangolo equilatero. Dobbiamo evidenziare però la presenza di un fattore di asimmetria sostanziale, il terreno. Comunque dispongo il triangolo ci sarà sempre una fase più lontana delle altre dal terreno. Il terreno è qualcosa di parzialmente conduttore. Rispetto ai fenomeni fisici che ci interessano il terreno si comporta come un conduttore per il campo elettrico, ci sono le cariche elettriche mobili.

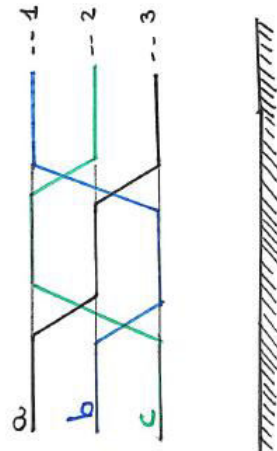


Le linee del campo elettrico prodotto dai conduttori della linea sono perpendicolari al terreno. Per il campo magnetico non è un buon conduttore, è un conduttore scarso perché ci sono poche correnti parassite.

Da queste considerazioni ci aspettiamo influenza su:

- l, descrizione circuitale del campo magnetico.
- c, descrizione circuitale del campo elettrico.

Tenuto conto che il terreno è molto lontano dai conduttori l'effetto è modesto. In AT sarebbe molto scomodo e oneroso distribuire i conduttori ai vertici di un triangolo equilatero. C'è un rimedio, la trasposizione.



Disegniamo lo sviluppo della linea ponendoci di fianco. Quelle identificate con i numeri 1,2,3 sono le posizioni generiche dei conduttori, esempio posizione:

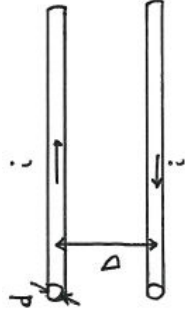
1: conduttore più in alto.

Posso dividere un tratto di linea in tre porzioni di lunghezza uguale in cui cambio la disposizione dei conduttori. Se utilizziamo la nomenclatura a, b e c per le fasi vuol dire che la fase a parte dalla

posizione 1 per poi passare nella 2 e nella 3. Quindi in sequenza si ha: a: 1-2-3 b: 2-3-1 c: 3-1-2. Questo provvedimento permette di ridurre notevolmente la asimmetria fisica della linea, in particolar modo l'effetto prevalente è quello di non avere conduttori ai vertici dei triangoli. Viene usata di più al crescere della lunghezza della linea dove è più importante prendere provvedimenti di simmetrizzazione della linea. Avere una linea fisicamente simmetrica vuol dire avere correnti equilibrate quando si applicano tensioni simmetriche.

### Induttanza per unità di lunghezza I [mH/km]

Linea bifilare monofase.



i: corrente su una fase  
 D: distanza tra i centri dei conduttori  
 d: diametro del conduttore.

$$l = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{2D}{d} + \frac{\mu_0}{4\pi}$$

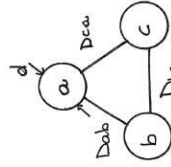
Il primo termine dipende dalla geometria (D, d) e rappresenta gli effetti del campo magnetico all'esterno del conduttore. Il secondo termine non dipende dalla geometria ed è costante, rappresenta gli effetti del campo magnetico all'interno con l'ipotesi di densità di corrente costante.

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \text{ [H / m]}$$

Dimensionalmente è un'induttanza per unità di lunghezza.

Dal 2019 non sarà più un parametro costante: è in atto un processo di sfruttamento di fenomeni fisici per migliorare la precisione delle misure che sta portando a ridurre il numero di campioni indipendenti fra loro. Già da qualche anno la velocità della luce è un parametro fisso ed è indipendente dei campioni di tempo e lunghezza, non esiste più il metro di riferimento. Dal 2019 è prevista anche la scomparsa dell'Ampère come campione indipendente.

Formula semplificata per il calcolo di una linea trifase in condizioni di regime sinusoidale simmetrico ed equilibrato. Ulteriori specifiche: n = 1 conduttore/fase, nell'ipotesi di linea trasposta.



I conduttori sono uno per fase, tutti con lo stesso diametro e sono posti ai vertici di un triangolo qualunque. Le distanze dei centri dei conduttori sono dunque:  $D_{ab}, D_{bc}, D_{ca}$ .

La formula ricorda quella della linea bifilare:

guardia hanno effetto sui parametri della linea? Naturalmente sì, ma l'effetto è molto piccolo. Ci sono formule con software sofisticati che ne tengono conto. Si tratta di passare da un sistema a tre conduttori ad uno a quattro dove il quarto non è in tensione. Nelle nostre formule in realtà non conta neanche il terreno perché è abbastanza lontano e ha un effetto ridotto.

Nota: supponiamo di avere un trasformatore, consideriamolo a vuoto e andiamo a valutare l'induttanza/reattanza a vuoto, facciamo poi la stessa cosa in cortocircuito. Cosa capita in cortocircuito? L'induttanza è molto più piccola di quella relativa al vuoto. La morale delle prove del trasformatore è che il fatto che nell'avvolgimento secondario sia indotta corrente dall'avvolgimento primario porta ad una riduzione dell'induttanza equivalente al primario. L'induzione di corrente provoca sempre la riduzione di induttanza. L'effetto pelle e le correnti parassite si traducono nel fatto che non ho il  $k_L = 0,78$ , ma è  $k_L = 0,75 \rightarrow$  l'induttanza è più piccola. L'effetto fa ridere rispetto a quanto accade nel trasformatore. La presenza di funi di guardia e del terreno offre dei percorsi.

### Cenni sui cavi

Il discorso sui cavi è molto più complicato perché i conduttori sono più vicini:

$$\left(\frac{D}{d}\right)_{CAVO} \ll \left(\frac{D}{d}\right)_{AREIA}$$

Vengono meno le tante approssimazioni semplificative che è necessario fare per il calcolo analitico dei parametri. Inoltre, i materiali isolanti hanno:

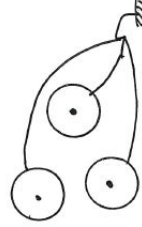
$$\epsilon_r \approx 3 \div 4$$

È una difficoltà perché per fare i conti devo conoscere il materiale isolante. Un'altra difficoltà è la presenza di schermi conduttori. Nei cavi in BT non ci sono. Schermi conduttori cavi MT/AT:

- Fino a 10 kV si possono utilizzare cavi tripolari con un solo schermo. Qui è facile realizzare la configurazione simmetrica, i conduttori di fase sono disposti ai vertici di un triangolo equilatero.



- Oltre i 10 kV si usa la schermatura della singola fase.

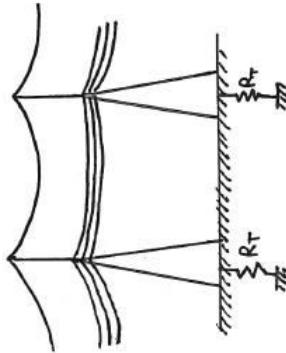


La presenza degli schermi rende difficile dare delle formule di tipo generale. I parametri dei cavi sono dati dai costruttori; il cavo si compra tutto completo (per le linee aeree invece bisogna decidere altri fattori come la posa).

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

se  $k_L < 1 \rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}} < v_0$

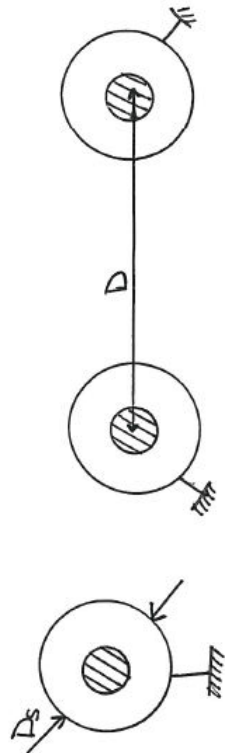
Tenuto conto dell'aumento dell'induttanza all'interno non è possibile superare la velocità della luce nel vuoto. Nelle linee aeree in AT c'è un'altra complicazione. Se si contano i conduttori dei tralicci metallici non sono 3 ma 4, per quelli che portano due linee al posto di 6 se ne vedono 7. I conduttori aggiuntivi sono le funi di guardia che possono essere una o due.



Schematizziamo due sostegni con appese tre fasi a, b e c. Le funi di guardia sono collegate in cima ai tralicci, sopra i conduttori di fase. A cosa servono? Le funi di guardia svolgono due funzioni:

- messa a terra dei tralicci dei sostegni delle linee aeree. Per gestire le condizioni di guasto a terra bisogna provvedere in modo adeguato a un dispersore nel terreno e ciascun traliccio ha il proprio impianto di terra. Le funi di guardia sono connesse al sostegno metallico, che è collegato a terra. Le funi mettono in parallelo gli impianti di terra dei sostegni, sistema di impianti di terra. Se un isolatore di una linea cede la corrente questa trova tre vie, cioè la fune di guardia verso destra, quella verso sinistra e l'impianto di terra del traliccio.
- Protezioni contro le sovratensioni di origine atmosferica, parafulmini. Un fulmine può interferire con una linea in due modi:
  - ✓ fulminazione diretta, il fulmine colpisce il traliccio. Le funi di guardia sono in alto per aumentare la probabilità che la fulminazione riguardi la fune di guardia, come un parafulmine;
  - ✓ fulminazione indiretta: le scariche sono fenomeni a frequenza molto alta e provocano per accoppiamento elettromagnetico la circolazione di correnti, ma ancora più importanti sono le sovratensioni, sovratensioni per accoppiamento elettromagnetico.

Stiamo parlando delle linee in AT perché più una struttura si stacca dal terreno circostante, maggiore è la probabilità che sia interessata dai fenomeni di fulminazione diretta. Anche in termini di fulminazione indiretta le linee AT sono sfavorite. Si pensi a delle spire, spire formate dai conduttori delle fasi, dalle funi di guardia e dal terreno. Le spire della linea AT hanno dimensioni maggiori. Nel mondo reale bisogna poi confrontarsi con le risorse, non c'è ragione di equipaggiare le linee di distribuzione, cioè non c'è giustificazione economica, cosa che invece si fa sempre in AT. Il valore, inteso anche in termini di ruolo, della linea AT è molto superiore a BT e MT. Le funi di



Se facciamo riferimento ad una configurazione a trifoglio e chiamiamo D la distanza fra i centri dei conduttori, d i diametri dei conduttori e Ds il diametro dello schermo. Trascurando le correnti parassite degli schermi, poiché questi sono molto sottili e hanno una alta resistenza, possiamo calcolare l'induttanza esterna con la seguente formula, utilizzata per le linee aeree:

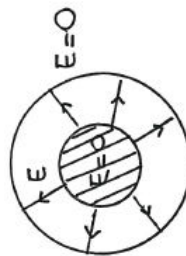
$$l_e = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2D}{d}$$

$$l = l_e + l_i$$

$$l_i \ll l_e$$

La presenza del campo magnetico interno determina un incremento di induttanza (modesto, possiamo trascurarlo). Per quanto riguarda la capacità notiamo che la presenza dello schermo e il fatto che sono collegati a terra confina il campo elettrico solo all'interno del materiale isolante. (Il campo magnetico invece è ovunque, anche se a mano a mano che ci allontaniamo dai cavi decade rapidamente).

Disegniamo un conduttore con il suo schermo.



All'interno del conduttore non abbiamo campo elettrico, tra conduttore e schermo abbiamo un campo elettrico radiale, fuori dallo schermo E=0. Per il calcolo delle capacità si usa la formula del condensatore cilindrico:

$$c = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{D_s}{d}}$$

Se moltiplichiamo le\*c si ottiene:

$$l_e * c = \mu_0\epsilon_0\epsilon_r \frac{2D}{\ln \frac{D_s}{d}} \frac{D_s}{\ln \frac{D_s}{d}}$$

Diversamente dalle linee aeree i logaritmi non si semplificano più. In particolare, notiamo che:

$$\frac{2D}{d} > \frac{D_s}{d}$$

Questo perché D > D<sub>s</sub> e perché c'è il fattore 2. Il risultato della presenza degli schermi è che la

velocità di propagazione è inferiore a  $\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_r\epsilon_0}}$ :

$$v_{linea} = \frac{1}{\sqrt{l*c}} < \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_r\epsilon_0}} \cong 150 \text{ km/ms}$$

$$v \cong 100 \text{ km/ms}$$

L'effetto è significativo, il valore tipico della v si riduce visibilmente. Dei tre fattori evidenziati l'induttanza dipende solo dal primo (influisce cioè solo la vicinanza dei conduttori) e il risultato è che il valore tipico della reattanza a 50 Hz di una linea in cavo è:

$$X \approx 0.1 \Omega/\text{km}$$

Ad essere più precisi possiamo dare un range:

$$X = 0.07 \div 0.15 \Omega/\text{km}$$

La reattanza cresce all'aumentare di V<sub>n</sub> e diminuisce al crescere della sezione del conduttore.

Il valore X=0.07 è per cavi BT con sezione rilevante (S centinaia di mm<sup>2</sup>). L'estremo superiore corrisponde ai cavi AT a 380 kV. Sulla capacità giocano tutti i fattori. Sia il primo che il secondo portano un fattore moltiplicativo di circa 4, mentre il terzo fattore contribuisce, come abbiamo visto, con un fattore 1,5. Mettendo insieme tutte queste caratteristiche si ottiene:

$$\frac{c}{C_{AEREE}} \cong 20 \div 40$$

$$c \cong 200 \div 400 \text{ nF/km}$$

L'elevato valore della capacità dei cavi porta all'impossibilità di realizzare linee lunghe in AT. Per quanto riguarda l'impedenza caratteristica sia per le linee aeree che per i cavi.

| n | Z <sub>0</sub> [Ω]<br>AEREE | Z <sub>0</sub> [Ω]<br>CAVI |
|---|-----------------------------|----------------------------|
| 1 | 400                         | -30-40                     |
| 2 | 300                         | -30-40                     |
| 3 | 250                         | -30-40                     |

Per le linee aeree vale la dipendenza dal numero di conduttori, aumentare n vuol dire aumentare la capacità e diminuire l'induttanza. Le impedenze caratteristiche dei cavi sono più basse. L'induttanza si riduce di un fattore 4 e la capacità è molto più alta; il risultato è un fattore 10 complessivo. Non è un caso che il valore non sia molto diverso dalla impedenza caratteristica standard di 50Ω dei cavi coassiali. Termina così l'analisi dei parametri della linea.

### 1.5. Studio delle linee senza perdite (r=g=0)

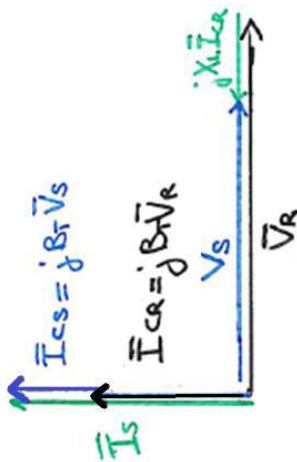
Studiamo ora alcune condizioni di funzionamento delle linee elettriche, che permettono di mettere a fuoco i problemi fondamentali della trasmissione di potenza. Facciamo riferimento alle linee senza perdite.

Le condizioni di funzionamento che consideriamo sono:

- a vuoto

Chiamiamo  $I_{CS}$  la corrente che attraversa la capacità o suscettanza BT, analogamente chiamiamo  $I_{CR}$  la corrente che percorre BT all'estremo R. Poiché la linea è a vuoto ( $I_R = 0$ ),  $I_{CR}$  percorre anche la reattanza longitudinale. È utile disegnare il diagramma fasoriale.

Si posiziona inizialmente la tensione  $V_r$ . La corrente  $I_{CR}$  che percorre il condensatore soggetto a  $V_r$  sarà in anticipo di  $90^\circ$ . Per passare da  $V_r$  a  $V_s$  dobbiamo considerare la cdt ( $jX_L I_{CR}$ ) sulla  $X_L$ , in anticipo di  $90^\circ$  su  $I_{CR}$ . Sommando vettorialmente  $V_r$  e  $jX_L I_{CR}$  troviamo la tensione  $V_s$ . L'effetto Ferranti è dovuto alla presenza di fenomeni sia induttivi che capacitivi della nostra linea. Circuitualmente l'innalzamento è dovuto a una corrente capacitiva che percorre un'induttanza. Avendo  $V_s$  possiamo diagrammare la corrente  $I_{CS}$  in anticipo di  $90^\circ$ , cioè in fase con  $I_{CR}$  ma di ampiezza inferiore, perché inferiore è la tensione ai capi della suscettanza all'estremo S. Sommando le due correnti troviamo la corrente  $I_s$  totale.



Come ultimo aspetto del funzionamento della linea a vuoto andiamo a vedere cosa succede all'interno della linea. Studiamo cioè i profili di tensione e corrente lungo la linea. Avevamo utilizzato funzioni iperboliche con argomento:

$$\bar{V}(a-x) = j\omega\sqrt{lc}(a-x)$$

Nel caso della linea senza perdite l'argomento era puramente immaginario e possiamo riscrivere tutto raccogliendo  $a$  in modo tale da evidenziare l'angolo  $\beta$ :

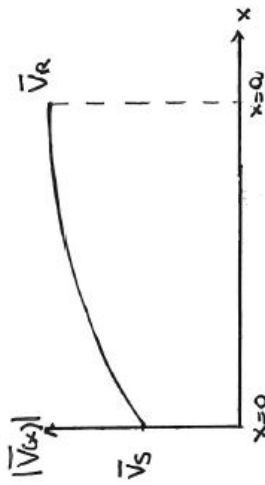
$$j\beta(1-x/a)$$

Il fatto che quel valore sia puramente immaginario permette il passaggio dalle funzioni iperboliche alle trigonometriche. Vediamo le espressioni valide per la linea a vuoto  $I_R = 0$ :

$$\begin{cases} \bar{V}(x) = \cos[\beta(1-x/a)]\bar{V}_R \\ \bar{I}(x) = j\frac{1}{Z_0} \sin[\beta(1-x/a)]\bar{V}_R \end{cases}$$

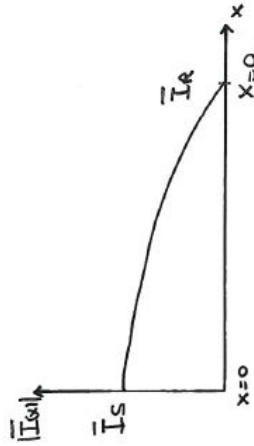
Profilo di  $V$ , andamento di  $|V(x)|$

Quando si disegnano i profili si fa riferimento ai valori efficaci, cioè ai moduli dei fasori. Fissato  $V_s$  l'andamento è di tipo coseno, l'argomento si annulla per  $x = a$ , valore massimo.



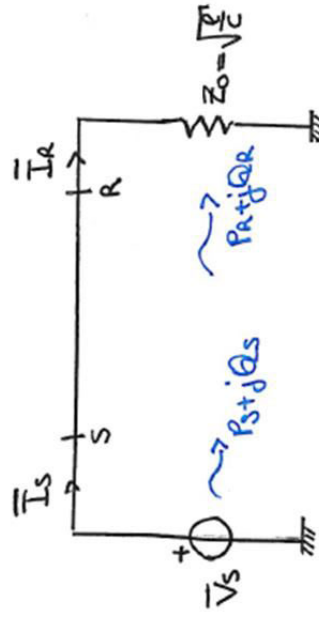
Profilo di  $I$ , andamento di  $|I(x)|$ . Per ipotesi la linea è a vuoto quindi all'estremo R la corrente si annulla. Man mano che procediamo verso l'inizio della linea la corrente sale fino a raggiungere il suo valore massimo:

$$\bar{I}_s = j \tan \beta \frac{\bar{V}_s}{Z_0}$$



I due profili spaziali sono dei tratti delle funzioni trigonometriche, un coseno con il valore di picco in R, un seno con lo zero all'estremo R.

### Funzionamento a carico caratteristico



Passiamo alla seconda condizione di funzionamento, cioè a carico caratteristico. Disegniamo la linea col simbolo unifilare. Alimentiamo all'estremo S e applichiamo il carico caratteristico all'estremo R, che nel caso di una linea senza perdite è una resistenza. Si ha che:

$$\begin{cases} P_R = \frac{V_R^2}{Z_0} \\ Q_R = 0 \end{cases} \begin{cases} P_S = \frac{V_S^2}{Z_0} \\ Q_S = 0 \end{cases} \begin{cases} P(x) = \frac{V(x)^2}{Z_0} \\ Q(x) = 0 \end{cases}$$

Queste relazioni valgono in ogni punto della linea. L'impedenza caratteristica è una resistenza (Q=0). L'uguaglianza della potenza attiva è banale, conseguenza del fatto che abbiamo la linea senza perdite:

$$P(x) = P_R = P_S$$

L'uguaglianza della potenza reattiva, in particolare il fatto che sia nulla in ogni punto, è meno banale: è il risultato della sovrapposizione di effetti induttivi e capacitivi lungo la linea.

$$Q(x) = Q_R = Q_S$$

La corrente vale, senza fattori 3 e  $\sqrt{3}$ , quindi in termini relativi:

$$I = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{V}$$

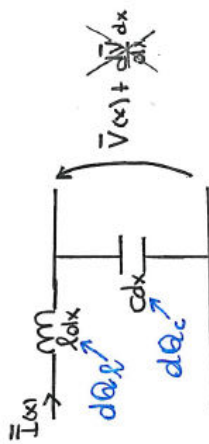
Fissate P e V cioè ciò che chiedono i carichi associati al sistema elettrico a V = costante.

La corrente minima che serve per trasferire la potenza attiva alla tensione V si ha per Q=0:

$$I_{min} = \frac{P}{V}$$

$$Q = 0$$

Il funzionamento a carico caratteristico garantisce uniformità di tensione lungo tutta la linea, garantisce anche il trasferimento di potenza con la minima corrente necessaria. Indaghiamo meglio l'annullamento di Q con riferimento alla cella elementare.



Nella cella elementare di una linea senza perdite abbiamo solo l'induttanza longitudinale che è percorsa dalla corrente I e la capacità trasversale a cui è applicata la tensione V, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore. Valutiamo la potenza reattiva infinitesima assorbita dall'induttanza del tratto dx:

$$dQ_L = \omega L dx I^2$$

E valutiamo quella che viene generata dalla capacità nello stesso tratto:

$$dQ_C = \omega C dx V^2$$

A carico caratteristico il legame V-I in ogni punto è dato da  $Z_0$ , allora:

$$dQ_C = \omega C dx Z_0^2 I^2 = \omega C dx \frac{1}{C} I^2 = \omega dx I^2 = dQ_L$$

In ogni tratto infinitesimo c'è il bilanciamento perfetto fra gli effetti induttivi e capacitivi, cioè quello che è assorbito nel tratto dx da I corrisponde esattamente a ciò che viene prodotto da C. Questo è valido fino a che  $I_x = V_x / Z_0$ .

$$\text{Se } I_x > \frac{V_x}{Z_0} \rightarrow dQ_L > dQ_C$$

$$\text{Se } I_x < \frac{V_x}{Z_0} \rightarrow dQ_L < dQ_C$$

A correnti elevate gli effetti induttivi prevalgono rispetto agli effetti capacitivi. A correnti basse gli effetti capacitivi prevalgono sugli effetti induttivi. Le tensioni sono sempre prossime a quelle nominali, le correnti dipendono dei carichi.

### Potenza caratteristica

$$P_0 = \frac{V^2}{Z_0} @ V$$

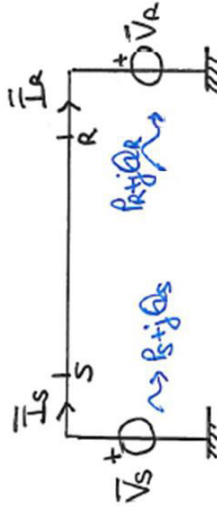
Fissata una qualunque tensione di alimentazione alla quale si trovano tutti i punti della linea si trova la potenza caratteristica, in particolare modo è di interesse  $P_0(V_N)$ :

$$P_0 = \frac{V_N^2}{Z_0} @ V_N$$

La corrispondente corrente, la corrente caratteristica è:

$$I_0 = \frac{V_N}{\sqrt{3}Z_0}$$

### Funzionamento con doppia alimentazione



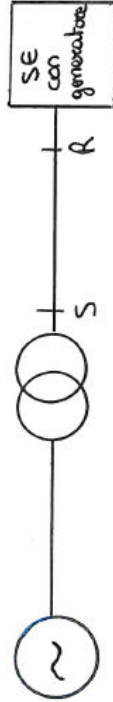
All'estremo S e all'estremo R abbiamo due generatori ideali di tensione. Risulta ora necessario introdurre le fasi delle tensioni di alimentazione:

$$\delta = \angle V_S - \angle V_R$$

Se prendiamo come riferimento a fase nulla la tensione all'estremo R:

$$\delta = \angle V_S$$

Quindi  $\delta$  oltre a essere lo sfasamento diventa la fase della tensione di alimentazione. Studieremo la linea fissati  $|V_S|$  e  $|V_R|$  al variare di  $\delta$ , sfasamento fra le tensioni agli estremi. Questa è la configurazione semplice che meglio riproduce.





L'andamento di  $P(\delta)$  è sinusoidale.

Questo andamento può essere scritto come:

$$P = P_{MAX} \sin \delta$$

$$P_{MAX} = \frac{V_R V_S}{Z_0 \sin \vartheta}$$

Questo andamento sinusoidale rappresenta il limite della potenza attiva trasferibile. Una conseguenza di avere una linea a tensione costante è quella di avere una potenza attiva trasferibile limitata.

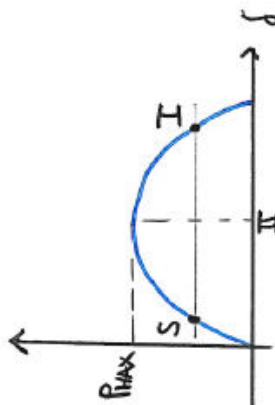
In modulo:

$$|P| \leq P_{MAX}$$

$$-P_{MAX} \leq P \leq P_{MAX}$$

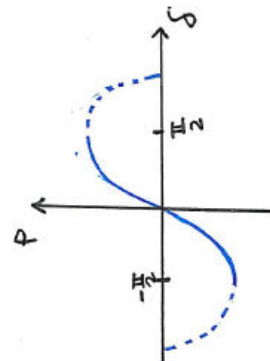
Per aumentare questo valore massimo devo necessariamente agire sulle tensioni.

Ritorniamo all'esempio fisico introduttivo del generatore idroelettrico in fondo alla valle. Ovviamente la potenza attiva deve essere inferiore alla massima. Fissato il valore di  $P$  ci sono due diversi sfasamenti che assicurano di trasferire proprio la potenza che vogliamo. Di questi due punti di funzionamento  $S$  è stabile e  $I$  è instabile.

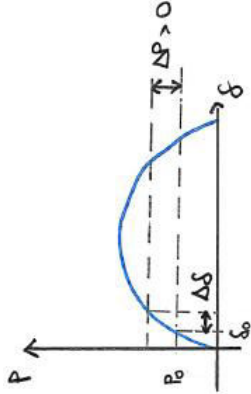


La stabilità di cui parliamo è quella del moto dei generatori sincroni. La condizione di stabilità è:

$$|\delta| < \frac{\pi}{2}$$



Questo è il limite teorico. I limiti pratici sono molto più stringenti. Immaginiamo il generatore idroelettrico che funziona in un certo punto e immaginiamo incrementare la potenza attiva che deve essere trasferita dalla linea.



Il che vuol dire che la linea dovrà operare con uno sfasamento diverso:

$$P_0 \rightarrow P_0 + \Delta P$$

$$\delta_0 \rightarrow \delta_0 + \Delta \delta$$

Se  $\Delta P$  è piccolo posso utilizzare uno sviluppo in serie che correli proprio le variazioni di  $P$  e  $\delta$  attraverso la derivata:

$$\Delta P \approx \left( \frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_0 \Delta \delta \rightarrow \Delta P \approx \left( \frac{V_R V_S}{Z_0 \sin \vartheta} \cos \delta_0 \right) \Delta \delta$$

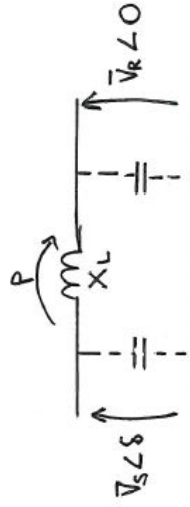
Legame di diretta proporzionalità. Se  $\delta_0$  è piccolo allora  $\cos \delta_0 \approx 1$ .

$$\Delta P = P_{MAX} \Delta \delta \rightarrow \Delta \delta = \frac{\Delta P}{P_{MAX}}$$

Quindi la potenza attiva circola nelle reti elettriche in alternata per variazione di fase, fase maggiore  $\rightarrow$  fase minore. (In una rete in DC la potenza è collegata alla differenza di tensione). In AC la potenza viaggia nel verso degli sfasamenti. Analizziamo la potenza massima:

$$P_{MAX} = \frac{V_R V_S}{Z_0 \sin \vartheta} = \frac{V_R V_S}{X_L}$$

Osserviamo che il fattore a denominatore è uguale a  $X_L$ .



Quello rappresentato è il circuito equivalente a  $\pi$  dove l'elemento longitudinale  $X_L$  è uguale a  $Z_0$ . Evidenziamo che a sinistra abbiamo tensione  $V_S$  con fase  $\delta$  e a destra tensione  $V_R$  con fase zero. L'unica potenza attiva è quella che attraversa il circuito, non ci sono perdite. Le capacità sono trascurate perché su  $Q$  non sappiamo nulla. Il modello della nostra linea può rappresentare un trasformatore (in cui le capacità non ci sono ma non sono importanti) ma anche l'interno di una macchina sincrona. In realtà i trasferimenti di tipo sinusoidale in funzione dello sfasamento (che a tensione costante implicano una limitazione della potenza) non sono una specifica della nostra linea, sono specifiche di qualsiasi sistema, in particolare degli elementi della rete quali i trasformatori. Quali sono i fattori che influenzano la potenza massima, ovvero cosa dobbiamo fare per aumentare

capacitivi. Le differenze di fase fanno trasferire potenza attiva mentre le differenze di modulo fanno trasferire potenza reattiva. Ai fini dell'utilizzazione dell'energia elettrica la fase è irrilevante mentre il modulo è fondamentale:

$$Q_R \propto (V_S - V_R)$$

Il trasferimento di Q richiede variazione di tensione, condizione in contrasto con il principio di costanza della tensione del nostro sistema elettrico.

Notiamo poi che  $\delta$  non influisce sulla potenza reattiva. Per ricevere una certa quantità di potenza reattiva c'è bisogno di differenza tra i moduli di tensione agli estremi.

$$Q_R \propto \frac{V_S - V_R}{a} \frac{V}{X} \equiv \text{costante}$$

Questa differenza fra i moduli delle tensioni è correlata con la lunghezza della linea: più è lunga la linea tanto maggiore è la differenza fra i moduli di cui ho bisogno per ricevere una certa quantità di potenza reattiva. Ciò vuol dire che le linee elettriche a tensione costante non sono adatte a trasferire potenza reattiva; svolgono il mestiere fondamentale del trasferimento di potenza attiva, con le limitazioni che abbiamo visto.

• Espressioni analitiche esatte

Ipotesi:

$$V_S = V_R = V$$

In perfetto accordo con l'ipotesi di sistema a tensione costante.

$$Q_S = \frac{V^2}{Z_0 \text{sen} \theta} (\cos \theta - \cos \delta)$$

$$Q_R = \frac{V^2}{Z_0 \text{sen} \theta} (\cos \delta - \cos \theta)$$

Il fattore  $\frac{V^2}{Z_0 \text{sen} \theta}$  che moltiplica entrambe le espressioni è Pmax.

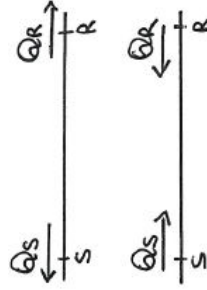
$$P_{\text{max}} = \frac{V^2}{Z_0 \text{sen} \theta}$$

Quindi:

$$|Q_S| = |Q_R| \quad Q_S = -Q_R$$

Concentriamo l'analisi su  $Q_R$ , la potenza reattiva che riceviamo

$$Q_R = P_{\text{max}} (\cos \delta - \cos \theta) \quad Q_S = -Q_R$$



$$\frac{V_n^2}{Z_0 \text{sen} \theta} > \frac{V_n^2}{Z_0 \theta} = \frac{V_n^2}{Xa}$$

Approssimando  $\text{sen} \theta \approx \theta$  sparisce il ruolo della capacità; ai fini della Pmax vediamo solo la reattanza. Tenere il conto di c significa utilizzare l'espressione esatta e significa avere una potenza massima leggermente superiore a quella stimata.

**Analisi della potenza reattiva Q**

Consideriamo ora la potenza reattiva. Per la potenza attiva della linea abbiamo un unico valore mentre per quella reattiva in generale  $Q_S \neq Q_R$  poiché abbiamo effetti induttivi e capacitivi.

$$Q_S = \frac{V_S}{Z_0 \text{sen} \theta} (V_S \cos \theta - V_R \cos \delta)$$

$$Q_R = \frac{V_R}{Z_0 \text{sen} \theta} (V_S \cos \delta - V_R \cos \theta)$$

La potenza reattiva è un effetto collaterale dell'impiego di sistemi elettrici in corrente alternata; lo scopo è quello di trasferire potenza attiva. Vediamo come si comporta la linea al fine del trasferimento di potenza reattiva.

Consideriamo diverse situazioni:

- Linea non molto lunga  
 $\text{sen} \theta \approx \theta$  e  $\cos \theta \approx 1$

L'approssimazione del seno e più precisa di quella del coseno. Lo sfasamento è piccolo  $\rightarrow \cos \delta \approx 1$ . Lo sfasamento è teoricamente limitato al valore  $\pi/2$ , nella pratica bisogna tenersi lontano da quel valore per motivi di stabilità.

$$Q_S = \frac{V_S}{Xa} (V_S - V_R)$$

$$Q_R = \frac{V_R}{Xa} (V_S - V_R)$$

Richiamiamo l'espressione della potenza attiva:

$$\text{sen} \delta \approx \delta;$$

$$\delta = \delta_S - \delta_R$$

$$\delta_S = \angle \bar{V}_S$$

$$\delta_R = \angle \bar{V}_R$$

La circolazione di P è assicurata dallo sfasamento in particolare:

$$P > 0 \text{ quando } \delta_S > \delta_R$$

(Analogia con rete in DC dove la corrente circola dai punti a potenziale maggiore ai punti a potenziale minore).

Per quanto riguarda Q abbiamo:

$$Q_S \neq Q_R \quad Q_S, Q_R > 0 \text{ quando } V_S > V_R$$

Il fatto che le 2 potenze reattive siano positive vuol dire immaginare un trasferimento di Q dall'estremo S all'estremo R, non riceviamo tutta la  $Q_S$  a causa di effetti induttivi e

Rappresentiamo i 3 profili che abbiamo visto. Una linea a basso carico produce potenza reattiva e al centro della linea la tensione sale. Ad alto carico la linea assorbe potenza reattiva e la tensione scende. Basso e alto carico fanno riferimento alla potenza caratteristica. Quello che vediamo nel caso particolare di linea senza perdite con tensione uguale agli estremi è in realtà una proprietà generale del sistema elettrico. C'è questa limitazione: le linee elettriche a tensione costante non sono adatte a trasferire potenza reattiva. La produzione di Q deve essere necessariamente distribuita ed è affidata alle batterie di condensatori collegate direttamente in alta tensione. Ad esempio, tutte le lampade a scarica hanno il proprio condensatore di rifasamento poiché il problema dell'arco porta ad avere  $\cos\phi < 0.5$ . La potenza reattiva non deve arrivare dalla rete a causa delle perdite, della caduta di tensione. Questi problemi riguardano sostanzialmente la distribuzione; noi stiamo analizzando la trasmissione, cioè ci occupiamo delle reti AT che non sono adatte a trasferire potenza reattiva.

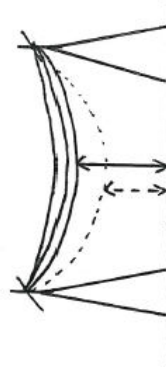
**Limite termico**

Oltre alle limitazioni sulla potenza, dal punto di vista pratico bisogna confrontarsi con il limite termico. Questo vale per qualunque componente elettrico perché la circolazione di corrente nei conduttori reali comporta dissipazione di potenza per effetto Joule. A tutti i componenti viene associato un limite in corrente.

$$I < I_{max}$$

Nel caso delle linee si distinguono due casi:

- o linee aeree con conduttore nudo, la corrente è limitata perché è limitata la temperatura:  $\vartheta < \vartheta_{max}$  (per due motivi che sono le proprietà meccaniche e i collegamenti dei conduttori). I coefficienti di dilatazione termica sono piccoli, ma ci sono (vedi segmentazione delle rotaie dei treni per assicurare la dilatazione termica).
- Rappresentiamo due sostegni di linea aerea. Al crescere della corrente aumenta la temperatura del materiale conduttore che si allunga.  $I \uparrow \vartheta \uparrow$  allungamento che porta alla riduzione della freccia (distanza minima dal suolo).  $\vartheta_{max} \cong 90 \div 100^\circ C$



- o linea in cavo, non abbiamo problemi di proprietà meccaniche e allungamento del conduttore. Dobbiamo assicurare la durata dell'isolante.  $\vartheta_{max} \cong 70 \div 90^\circ C$
- Questa limitazione serve per assicurare la durata di vita del materiale isolante.

I limiti termici per le linee AT vengono in genere espressi in potenza.

$$S_{max} = \sqrt{3} V_{fr} I_{fr,max}$$

Strettamente legato al fatto che la Q non deve circolare in AT, si ha che:

$$P_{max} = \sqrt{3} V_{fr} I_{fr,max}$$

$\vec{V}_R = \vec{V}_S e^{-\gamma l}$   
 $|\vec{V}_R| = |\vec{V}_S|$   
 $\delta = \angle \vec{V}_S - \angle \vec{V}_R = \vartheta$   
 $\angle \vec{V}_R = \angle \vec{V}_S - \vartheta$

Si può applicare il principio di sostituzione. Il primo è il circuito introdotto per il carico caratteristico; se al posto della resistenza  $Z_0$  mettiamo un generatore ideale di tensione che ha esattamente la stessa tensione in modulo e fase, nel circuito non cambia nulla. Ricordiamo che i profili di V e I sono uniformi in tutta la linea. Non c'è potenza reattiva.

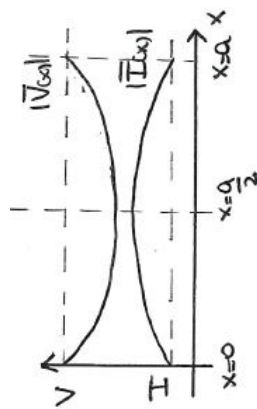
3)  $\vartheta < |\beta| < \frac{\pi}{2} \rightarrow Q_R < 0, Q_S > 0 \rightarrow$  linea assorbe  $2Q_R$

L'ultimo caso è che lo sfasamento superi in valore assoluto  $\vartheta$ , rimanendo inferiore a  $\pi/2$  che è il limite teorico di stabilità.

Questo intervallo di sfasamento corrisponde ad avere il modulo di P tale che

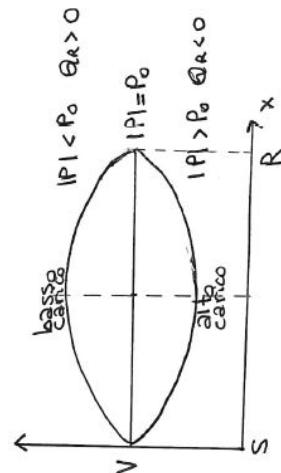
$$P_0 < |P| < P_{max} \text{ dove } P_0 = P(\vartheta) \text{ e } P_{max} = P(\pi/2)$$

Profili di V e I



La tensione è bloccata al valore  $V_S = V_R = V$  ad entrambi gli estremi e raggiunge il valore minimo a metà della linea per  $x=a/2$ . La corrente si comporta in modo duale.

Sintetizziamo l'analisi focalizzando l'attenzione su V e Q



Per capire se è molto o è poco ci rifacciamo ai valori relativi, o meglio percentuali.  
 $V_R = 102.3\%$  (+2.3%)  
 Rientriamo nel normale campo delle variazioni di tensione.  
 Calcoliamo la produzione di potenza reattiva sulle tre fasi per unità di lunghezza, a Vn  
 $\omega CV_n^2 = 594 \text{ kVar/km}$   
 Questa linea a 380 kV con parametri standard produce 600 kVar/km.

La corrente del carico caratteristico.  
 A carico caratteristico l'assorbimento da parte di l è uguale alla produzione da parte di c.  
 $3xI_0^2 = 594 \text{ kVar/km}$   $I_0 = 855A$

Infine, consideriamo due condizioni di funzionamento con tensione uguale agli estremi

$$P_{\max} = \frac{V_n^2}{Z_0 \cos \vartheta} = 2683 \text{ MW}$$

$$S_{\max} = 1300 \text{ MVA}$$

$$P_{\max} > S_{\max}$$

- $P = 400 \text{ MW} < P_0$  prima condizione di funzionamento

Lo sfasamento necessario per trasferire  $P = 400 \text{ MW}$  è:

$$\delta = \arccos(P/P_{\max}) = 0.1496 < \vartheta$$

La potenza reattiva all'estremo R, che è uguale a quella all'estremo S, è:

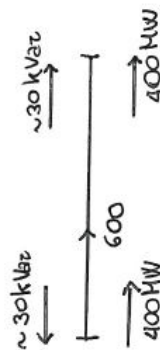
$$Q_R = -Q_S = P_{\max} (\cos \delta - \cos \vartheta) = 29.7 \text{ MVar}$$

La linea produce  $2|Q_R| = 59.4 \text{ MVar}$

A vuoto produceva  $Q = 120 \text{ MVar}$ . Se le capacità danno approssimativamente sempre lo stesso contributo, dove sono i restanti 60 MVar? Questi sono "spariti" perché nel trasferire la potenza P la linea è percorsa da una certa corrente.

Le correnti agli estremi sono:

$$I_S = I_R = \frac{\sqrt{P^2 + Q_R^2}}{\sqrt{3}V_n} = 609 \text{ A} < I_0$$



Quando sono alla corrente caratteristica le induttanze assorbono tutto ciò che producono le capacità; qui siamo sotto quindi parte di ciò che viene prodotto viene ceduto agli estremi. Questa è la condizione di funzionamento della linea. Entrano 400 MW che ritrovo alle all'altro estremo perché la linea è senza perdite. Siamo a basso carico, lontani dal limite termico con  $P < P_0$  e quindi la linea produce Q (circa 60 MVar).

- $P = 1200 \text{ MW} > P_0$  seconda condizione di funzionamento

L'angolo  $\delta$  non è trascurabile e risulta:

$$\delta = 0.4637 \text{ rad} (26.6^\circ)$$

$$\delta > \vartheta$$

Le potenze reattive sono:

$$Q_R = -Q_S = -223.7 \text{ MVar}$$

La linea assorbe  $2|Q_R| = 447.4 \text{ MVar}$

le correnti agli estremi sono uguali e valgono  $I_S = I_R = 1855A$ .



Non siamo lontani dal limite termico. Trasferiamo  $P = 1200 \text{ MW}$  e la linea ha bisogno di  $Q = 448 \text{ MVar}$  e li assorbe in parti uguali dagli estremi. Questa volta  $Q = 224 \text{ MVar}$  rapportato a  $P = 1200 \text{ MW}$  sono pochi; il cos  $\vartheta$  è alto. Calcoliamo  $S = \sqrt{P^2 + Q_R^2}$  ovvero  $S \cong P$ .

### Esempio numerico 2

Consideriamo un cavo a 380 kV in rame e sezione  $S = 350 \text{ mm}^2$  con corrente massima di 600A.  
 $l = 0.435 \text{ mH/km}$   
 $X = 0.137 \Omega/\text{km}$

Nel caso precedente la linea aveva  $n = 3$ ; poiché i massimi valori di reattanza sui cavi si hanno alle tensioni più elevate (aumenta lo spessore di isolamento), c varia di circa un fattore 20.  
 $c = 226 \text{ nF/km}$

$Z_0 = 43.48 \Omega$  quasi un ordine di grandezza più bassa  
 $v = 100.1 \text{ km/ms}$   
 $a = 100 \text{ km}$

$$\vartheta = 0.3119 \text{ rad (circa } 20^\circ)$$

Si calcola

$$S_{\max} = \sqrt{3}V_n I_{\max} = 395 \text{ MVA}$$

La potenza caratteristica è maggiore del caso precedente perché è minore l'impedenza

$$P_0 = \frac{V_n^2}{Z_0} = 329 \text{ MW} \gg S_{\max}$$

Siamo molto oltre il limite termico.

Abbiamo visto per le linee aeree che si aveva (rispettando le caratteristiche di induttanza, capacità e i limiti termici) sia il funzionamento con  $P < P_0$  sia con  $P > P_0$ . I cavi ricadono sempre nel primo caso, cioè  $P < P_0$ ; un cavo produce sempre potenza reattiva. La corrispondente corrente caratteristica è molto grande.

$$I_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3}Z_0} = 500 \text{ A} \gg I_{\max}$$

Consideriamo il funzionamento a vuoto

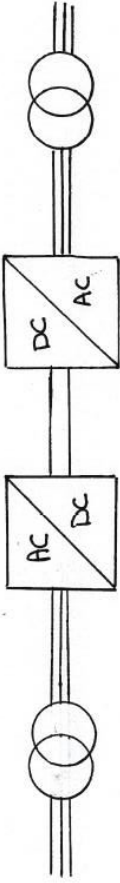
$$Q_S = -106 \text{ M var}$$

$$I_S = 1612 \text{ A} \gg I_{\max}$$

La nostra linea produce circa 1000 MVar quindi per assorbitarla con dei generatori se ne dovrebbero utilizzare veramente molti e la corrente supera di molto quella massima. Non è possibile tenere in

### 1.9. Cenni sulla trasmissione in corrente continua (HVDC)

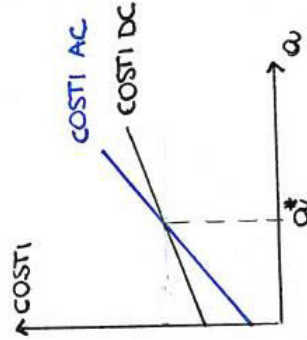
HVDC- High voltage direct current



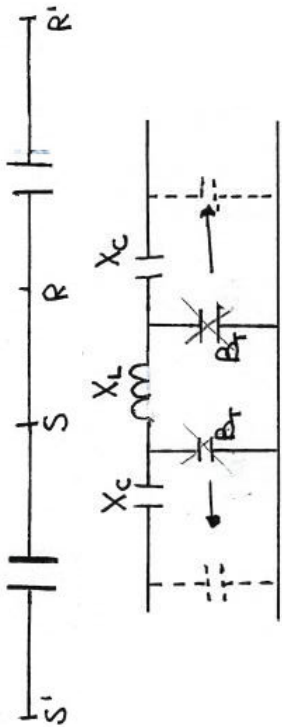
Per un collegamento in DC rappresentiamo la linea bifilare, dove agli estremi abbiamo i convertitori AC/DC e DC/AC e i trasformatori di collegamento con le reti. I primi collegamenti al mondo risalgono agli anni '50 (anche il collegamento della Sardegna). All'epoca come raddrizzatori si usavano le valvole a vapori di mercurio; negli anni '60-'70 si è poi passati ai tiristori. Il miglioramento dei dispositivi a commutazione forzata ha recentemente messo a disposizione la possibilità di utilizzare i VSI (*voltage source inverter*).

Perché la corrente continua?

- Collegamenti sottomarini. Utilizzato per le connessioni delle isole come la Sardegna e paesi scandinavi.
- Aumentare la lunghezza delle linee (Pmax). Riguarda i sistemi molto estesi come la Cina, gli Stati Uniti, il Canada, i paesi sudamericani; si va oltre i limiti di lunghezza imposti dalla corrente alternata. Unica limitazione è il limite termico I<sub>max</sub>; l e c sono irrilevanti. Non ha senso studiare la linea senza perdite in corrente continua. Se vogliamo allungarsi della linea si pone un problema di rendimento, ma non ci sono i fenomeni di limitazione e di potenza reattiva che abbiamo visto in corrente alternata. Come sempre non c'è una lunghezza precisa che divide la AC dalla DC, dipende anche da un fattore economico. Il modello economico fondamentale è quello di un costo totale, somma di un costo fisso e di un costo variabile (dipende dalla lunghezza).



- I cavi in continua si utilizzano anche per le connessioni di sistemi con diversa frequenza nominale (50-60 Hz).
- Connessioni di sistemi con uguale frequenza nominale, asincroni (ciascuno si tiene la propria regolazione della frequenza). Ai tempi della cortina di ferro si utilizzavano due convertitori *back to back* che permettono di scambiare potenza tra sistemi elettrici o a



La controindicazione dell'induttanza, ovvero la sua conseguenza più grande, è la limitazione del transito di potenza attiva. Sopra è rappresentato un equivalente a  $\pi$  che rappresenta la linea fisica. Ai due estremi ci sono i due condensatori in serie ai quali attribuiamo la reattanza  $X_c$  che si intende positiva.

Ai fini della potenza attiva possiamo trascurare  $R_t$  (oppure spostarle perché ha lo stesso effetto di trascurarle). La potenza massima avendo messo le capacità in serie per ridurre l'impedenza equivalente è

$$P_{max} = \frac{V^2}{X_L - 2X_C}$$

Ricordando che  $X_L = Z_0 \cdot \sin \theta$ . In assenza delle capacità serie ( $X_C=0$ ) la potenza massima alla

$$tensione V sarebbe  $P_{max0} = \frac{V^2}{X_L} < P_{max}$$$

Con le capacità serie si riduce la reattanza equivalente e quindi si incrementa  $P_{max}$ . Ai fini della potenza massima che può transitare a denominatore si deve utilizzare  $X_{eq}$ .

$$X_{eq} = X_L - 2X_C$$

### 1.8. Cenni sui cavi italiani lunghi

1. Calabria-Sicilia due linee a 380 kV, realizzate con 6 cavi unipolari. Targatura 2 x 1000 MW (confrontabili con la nostra linea aerea). Lunghezza totale 105 km, 62 km aerea convenzionale, 5 km cavo terrestre, 38 km cavo sottomarino. Ai fini dei problemi di carattere elettrico ci confrontiamo con 43 km di cavo a 380 kV. Avevamo stimato 10 MVar/km per il cavo a 380 kV; sono 430 MVar per ciascuno dei due cavi (circa 900 MVar). Agli estremi abbiamo reattori da 570 MVar, sempre collegati.

Rimane il problema del limite termico dovuto alle correnti.

2. Sicilia-Malta due linee in cavo, collegamento a 220 kV. Due diverse targature 2 x 250 MVA; 2 x 200 MW. È un piccolo record mondiale perché si tratta di un cavo di 120 km, di cui 98 sottomarini e 22 terrestre.  $n = 1$ : il cavo da 380 kV e quello da 220 kV hanno parametri molto simili; circa la stessa impedenza caratteristica;  $Q \propto V^2$  da 220 a 380 c'è un fattore 3 (43 km : 380 kV = 120 km: 220 kV).

Per comodità di questa analisi disegnammo il circuito equivalente con i parametri riferiti al secondario.  $I_{CC2}$  è la corrente di cortocircuito al secondario. Il rapporto di trasformazione è per definizione.

$$t = \frac{V_{N1}}{V_{N2}} = \frac{I_{N2}}{I_{N1}}$$

Ai fini dell'entità della corrente di cortocircuito non è rilevante considerare l'impedenza come numero complesso, quello che conta è il modulo.

$$Z_{CC2} = |R_{CC2} + jX_{CC2}| = \sqrt{R_{CC2}^2 + X_{CC2}^2}$$

Avevamo visto come ricavare i parametri a partire dalle prove per mezzo dei valori relativi; in questo caso nota  $V_{CC}$  possiamo determinare  $Z_{CC}$  in valori relativi.

$$Z_{CC} p.u. = \frac{V_{CC} \%}{100} = \frac{V_{N2}}{100 S_N}$$

Poiché abbiamo posto l'impedenza al secondario, se vogliamo ottenere il valore in ohm dobbiamo moltiplicare per l'impedenza base secondaria:

$$Z_{CC2} = \frac{V_{CC} \%}{100} * \frac{V_{N2}^2}{S_N}$$

$$\text{Scriviamo l'espressione della corrente } I_{CC2} = \frac{V_{N2}}{\sqrt{3} Z_{CC2}}$$

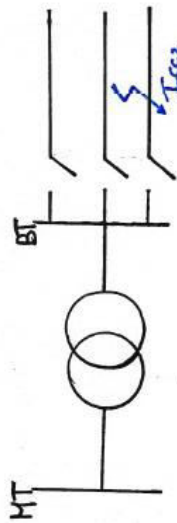
Sostituendo l'espressione che abbiamo trovato

$$I_{CC2} = \frac{V_{N2}}{\sqrt{3} Z_{CC2}} = \frac{100}{V_{CC} \%} * \left( \frac{S_N}{V_N^2} * \frac{V_{N2}}{\sqrt{3}} \right) = \frac{100}{V_{CC} \%} * I_{N2}$$

Ricavata la corrente nominale secondaria procediamo con le altre grandezze. Al primario avremo la corrente nominale primaria.

$$I_{CC1} = \frac{I_{CC2}}{t} = \frac{100}{V_{CC} \%} * I_{N1}$$

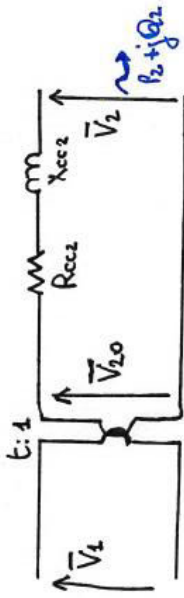
la definizione di  $V_{CC}$  è: quella parte della tensione nominale che deve essere applicata ad un avvolgimento con l'altro in cortocircuito perché circolino le correnti nominali. Se passiamo dalla tensione ridotta alla piena tensione abbiamo una variazione di corrente data da  $I_{CC1} \propto 1/V_{CC} \%$ . Immaginiamo un trasformatore MT/BT che alimenta la rete di distribuzione BT.



Immaginiamo un corto circuito che avvenga all'inizio della linea bassa tensione ma immediatamente a valle dell'interruttore che c'è all'inizio della linea. Questa corrente di corto è

praticamente quella che abbiamo calcolato perché l'impedenza che c'è fra il punto di guasto è il secondario del trasformatore è trascurabile rispetto all'impedenza del trasformatore. Questo vuol dire che l'interruttore deve essere in grado di interrompere questa corrente. Uno dei parametri di scelta dell'interruttore è proprio il potere di interruzione.

Esaminiamo ora il secondo aspetto, cosa succede in funzionamento ordinario.



Il trasformatore è in funzione alimentato con una certa tensione primaria ed eroga sul carico  $P_2$  e  $Q_2$ . La tensione che abbiamo a valle del trasformatore è  $V_{20} = \frac{V_1}{t}$ .

$$Q_2 = \frac{V_1}{t}$$

Questa è la tensione che avrei in uscita a vuoto.

In formule  $V_{20}$  coincide con quando  $I_2$  è nulla.

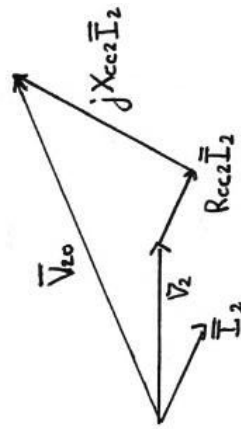
$$\vec{V}_{20} = \left( \vec{V}_2 \right)_{I_2=0}$$

Quando siamo a carico, cioè quando il trasformatore eroga corrente, la tensione  $V_2$  è diversa dalla  $V_{20}$  a causa della caduta di tensione sull'impedenza.

$$\vec{V}_{20} \neq \vec{V}_2$$

Quella che viene chiamata caduta di tensione (cdt) del trasformatore non è la tensione ai capi dell'impedenza del circuito equivalente ma è la differenza fra i moduli delle tensioni

$$\Delta V_2 = |\vec{V}_{20}| - |\vec{V}_2| \neq |\vec{Z}_{CC2} \vec{I}_2|$$



Graficamente si parte dalla tensione  $\vec{V}_2$ , si segna una corrente coerente con i transiti di potenza (quella in figura corrisponde ad avere P e Q maggiori di zero); si aggiunge poi la caduta di tensione sulla resistenza in fase con  $I_2$  e poi la caduta di tensione sulla reattanza in anticipo di  $90^\circ$ . Si arriva infine a chiudere il triangolo con la tensione  $V_1$ . Se combiniamo le cadute su resistenze e reattanze si trova la caduta sull'impedenza. Per evidenziare cos'è la caduta di tensione sul trasformatore tracciamo un arco di circonferenza con centro in O e raggio  $V_{20}$ .

rete che si trova a monte. Nel funzionamento ordinario vorrei una impedenza addirittura nulla. In condizioni di guasto vorrei avere un'impedenza che limiti il valore della corrente.

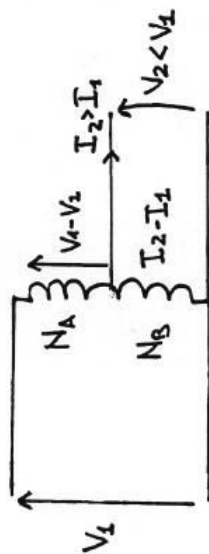
**Autotrasformatore**

Rappresentiamo la versione monofase.



Attenzione! Non si faccia l'errore di vederlo come un partitore di induttanze perché le induttanze della parte B sono strettamente accoppiate. Dal punto di vista del funzionamento non c'è nessuna differenza se il trasformatore è realizzato con due avvolgimenti separati oppure nella versione autotrasformatore. In questa versione possiamo spezzare il nostro avvolgimento in due parti: B comune a primario e secondario, A appartiene solo al primario. Il rapporto di trasformazione che realizza il rapporto fra le spire primarie e secondarie è maggiore di 1.

$$t = \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_A + N_B}{N_B} > 1$$



Introduciamo tensioni e correnti primarie e secondarie all'ingresso e all'uscita del trasformatore. Andiamo a vedere le grandezze che interessano l'avvolgimento A e quelle che interessano B. L'avvolgimento A è sottoposto alla differenza  $V_1 - V_2$  ed è percorso dalla corrente primaria; l'avvolgimento B è soggetto alla tensione secondaria ed è percorso da  $I_2 - I_1$  (verso l'alto perché  $I_2 > I_1$ ). Le dimensioni fisiche e il costo di un trasformatore sono associate al prodotto tensione corrente cioè alla potenza apparente. Se ci interessa valutare il costo del nostro autotrasformatore possiamo fare riferimento ai due avvolgimenti. La potenza dell'avvolgimento A,

sostituendo  $V_2 = \frac{V_1}{t}$ , è data da:

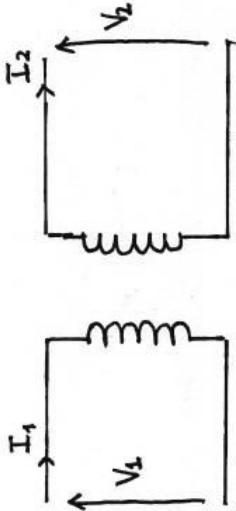
$$S_A = (V_1 - V_2)I_1 = V_1 I_1 \left(1 - \frac{1}{t}\right)$$

Dove la tensione è legata al materiale magnetico e la corrente al materiale conduttore. Calcoliamo la potenza di dimensionamento dell'avvolgimento B.

$$S_B = V_2(I_2 - I_1) = \frac{V_1}{t}(tI_1 - I_1)$$

$$S_B = V_1 I_1 \left(1 - \frac{1}{t}\right) = S_A$$

Confrontiamo questa potenza, cioè quella di dimensionamento complessiva, con quella che avremmo ottenuto con due avvolgimenti separati.



$$S_1 = V_1 I_1$$

$$S_2 = V_2 I_2 = V_1 I_1$$

Se confrontiamo le due potenze

$$\frac{S_A + S_B}{S_1 + S_2} = \frac{S_A}{S_1} = \left(1 - \frac{1}{t}\right) \quad S_B = S_A \quad S_2 = S_1$$

Con un rapporto di trasformazione  $t=2$  si ha

$$\frac{S_A}{S_1} = \frac{1}{2}$$

Se ho bisogno di dimezzare il rapporto di trasformazione, con un autotrasformatore ho una macchina che costa la metà di un trasformatore tradizionale.

Con  $t = 3$

$$\frac{S_A}{S_1} = \frac{2}{3}$$

Se voglio realizzare un rapporto di trasformazione 3 il rapporto fra le due potenze è 2/3 ovvero risparmio il 33%.

Con ciò abbiamo visto il ruolo della Vcc e i vantaggi di un autotrasformatore. Cominciamo ora la rassegna dei trasformatori che fanno parte del sistema elettrico partendo dal generatore e arrivando fino all'utilizzatore.

**Impiego dei trasformatori**

1. Il trasformatore è stato uno dei fattori importanti per il successo della AC sulla DC perché permette di scegliere il valore della tensione ottimale per la funzione che vogliamo svolgere. In particolare, se andiamo a vedere i generatori sincroni (ma non solo) possiamo scegliere la tensione nominale del generatore indipendentemente dalla Vn del sistema da alimentare (tranne il caso di piccoli generatori collegati sulle reti BT).

I rapporti di trasformazione sono dell'ordine di 10. Questi sono trasformatori con due avvolgimenti separati. Le  $V_{cc}$  sono intenzionalmente più elevate.

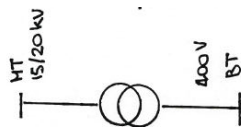
$$V_{cc} \% \approx 14 \div 18\%$$

Questo per ridurre le correnti di cortocircuito nelle reti MT. Mentre in bassa tensione il parametro di scelta più importante di qualunque componente è la corrente nominale e la Icc in seconda battuta, per le reti MT è il contrario. Ci sono un sacco di situazioni in cui delle apparecchiature, esempio tipico sono i sezionatori che hanno le correnti nominali sovrabbondanti rispetto a quelle di impiego, sono scelte in base al livello di Icc che devono sostenere. Il livello standard di Icc in Italia è:

$$I_{cc_{nr}} = 12.5kA$$

Ed è il livello di ingresso delle apparecchiature. Questo limita le  $S_n$  dei trasformatori AT/MT. Ricordiamo che la corrente di corto al secondario è proporzionale alla tensione di corto e alla corrente nominale. Se io voglio 12,5 kA per usare le apparecchiature standard posso alzare la  $V_{cc}$ , cosa che usualmente si fa in queste macchine con il RAT; una volta che raggiungo il 100% non mi resta che limitare la corrente nominale. Concludiamo con l'ultima applicazione.

5. Alimentazione delle reti di distribuzione BT



Sono alimentate tramite trasformatori delle reti di distribuzione MT (15-20 kV in Italia). Alcune applicazioni industriali usano il 690V (che si ottiene come  $400\sqrt{3}$ ). La maggior parte usa i 400V. I valori della tensione di cortocircuito sono notevolmente più bassi.

$$V_{cc} \% \approx 4 \div 6\%$$

Ovviamente c'è un legame fisico fra la tensione di corto e il livello di tensione del trasformatore (il maggiore dei due); garantire l'isolamento in MT porta ad avere degli accoppiamenti migliori. Esistono due principali categorie di trasformatori sulla base dell'isolamento:

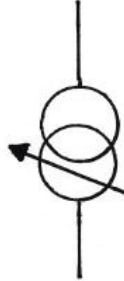
1. In olio: un cassone metallico contiene olio e il nucleo magnetico con gli avvolgimenti. L'olio garantisce l'isolamento, il raffreddamento del trasformatore, il trasferimento della potenza dissipata nel materiale magnetico e negli avvolgimenti verso l'esterno.
2. In resina: la tensione di corto e del 6%, le macchine più grosse possono averla del 7%.  
In linea generale al crescere della potenza nominale la  $V_{cc}$  tende a salire.  
I trasformatori in olio sono più piccoli.

4%  $S_N \leq 630kVA$  livelli di  $V_{cc}$  previsti  
6%  $S_N \geq 630kVA$

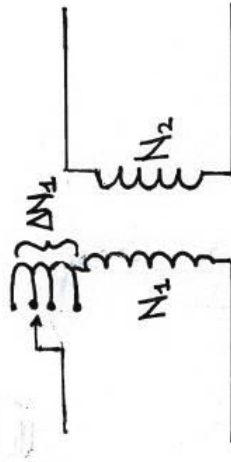
A pari potenza i trasformatori in olio sono più piccoli di quelli in resina. I livelli di tensione  $V_{cc}$  previsti sotto i 630 kVA sono del 4%, sopra i 630kVA del 6%, a 630kVA si può scegliere a seconda di quale aspetto fra quelli considerati vogliamo privilegiare.

**Variatore sotto carico**

Molti dei trasformatori che abbiamo visto sono equipaggiati di quello che in gergo tecnico elettrico viene chiamato variatore sotto carico. Questa è la versione di potenza del VARIAC.



Consiste nel variare il rapporto di trasformazione con il trasformatore a carico, cioè con il trasformatore in funzione e gli avvolgimenti percorsi da corrente. Il rapporto di trasformazione in prima battuta è legato al numero di spire. La variazione viene fatta variando il numero delle spire in modo discreto, essendo discreta la spira per sua natura. Viene sempre realizzata sull'avvolgimento che ha tensione nominale maggiore perché ha la corrente nominale più piccola.

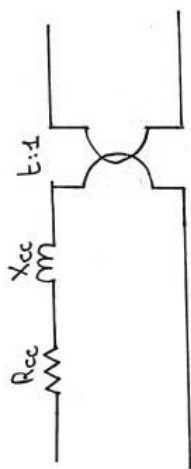


Il variatore sotto carico è ingombrante, costoso e pone problemi di manutenzione. Si pensi a cosa succede quando la corrente  $I_1$  percorre le spire primarie: se vogliamo abbassare il rapporto di trasformazione e cioè spostarci da una posizione ad un'altra dobbiamo interrompere la corrente. Questa procedura può essere fatta in corto ma verranno comunque a presentarsi delle scintille. Nelle macchine in olio con variatore sotto carico l'olio degrada più velocemente rispetto alle macchine senza variatore. Tutto questo si fa per ridurre le cadute di tensione. Più in generale per regolare i transiti di potenza reattiva. Nelle macchine che abbiamo visto dove sono i variatori sotto carico? Sono assolutamente fondamentali nelle macchine che alimentano le reti MT perché hanno una  $V_{cc}$  elevata per ridurre la corrente. In funzionamento ordinario l'effetto negativo dell'alta tensione di corto viene neutralizzato parzialmente dal variatore sotto carico. In queste macchine la variazione del rapporto di trasformazione è fatta automaticamente dal RAT (regolatore automatico di tensione).



### Circuito equivalente del trasformatore

Caso con  $\bar{Y}_0 = 0$



Il punto di partenza per lo studio del trasformatore è il circuito equivalente. Cominciamo con la versione semplificata in cui abbiamo l'impedenza di cortocircuito che riferiamo a primario e in cui non c'è il ramo trasversale.

$$\bar{Z}_{cc} = \bar{R}_{cc} + j\bar{X}_{cc}$$

$\bar{Y}_0 = 0$  raramente negli studi di tipo impiantistico è necessario rappresentare  $\bar{Y}_0 \neq 0$ .

I dati di targa del trasformatore sono le caratteristiche nominali:

$$S_N, V_{M1}, V_{N2}$$

Il risultato della prova di corto viene in genere espresso in perdite e  $V_{cc} \%$ .

$$P_{cc}, V_{cc} \%$$

il risultato della prova a vuoto è normalmente espresso in perdita e correnti a vuoto.

$$P_0, I_0 \%$$

$P_0, P_{cc}$  sono le perdite.  $V_{cc} \%$  o  $I_0 \%$  sono le grandezze percentuali riferite ai valori nominali del trasformatore.

Richiamiamo la determinazione dei parametri. Per definizione di tensione nominale il rapporto di trasformazione è il rapporto:

$$t = \frac{V_{M1}}{V_{N2}}$$

Il modulo dell'impedenza di corto si ottiene a partire dalla  $V_{cc} \%$ . Se ho l'impedenza al primario bisogna moltiplicare per l'impedenza base primaria.

$$Z_{cc} = \left( \frac{V_{cc} \%}{100} \right) \left( \frac{V_{M1}^2}{S_N} \right)$$

Per la resistenza trasformiamo da Watt a valori relativi e moltiplichiamo per l'impedenza base al primario.

$$R_{cc} = \left( \frac{P_{cc}}{S_N} \right) \left( \frac{V_{M1}^2}{S_N} \right)$$

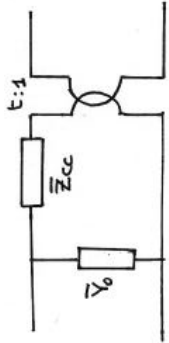
Possiamo ricavare la reattanza dal teorema di Pitagora applicato al triangolo delle impedenze.

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2}$$

Nella maggior parte dei casi la resistenza è piccola rispetto alla reattanza, vuol dire che se non si è interessati alle perdite e si può ignorare  $R_{cc}$ .

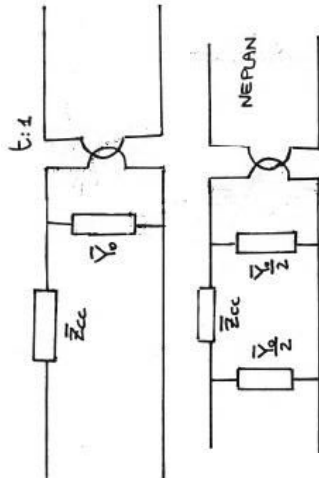
$$R_{cc} \ll X_{cc}$$

$$X_{cc} \cong Z_{cc}$$



Se vogliamo un circuito equivalente più preciso dobbiamo anche rappresentare gli effetti del materiale magnetico, quindi la corrente magnetizzante e le perdite nel ferro. D'ora in poi non separeremo più l'impedenza longitudinale nella sua parte reale e immaginaria.

Lo si può fare in tanti modi diversi.



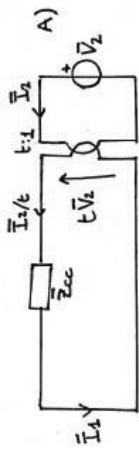
Il secondo è il circuito che usa Neplan, software per lo studio dei sistemi elettrici. I circuiti sono equivalenti fra di loro anche se sono diversi e non producono esattamente gli stessi risultati. A seconda della disposizione dei componenti è più o meno facile ricavare rigorosamente i valori delle impedenze e delle ammettenze in funzione delle prove. Se ad esempio per identificare i parametri del secondo circuito equivalente facessimo la prova a vuoto alimentando il secondario si ricava  $Y_0$  senza approssimazioni. Se invece facessimo la prova in corto alimentando il primario, il cortocircuito secondario cortocircuiva l'ammettenza di destra e si vede solo  $Z_{cc}$ .

Immaginiamo che sia un trasformatore MT/BT.

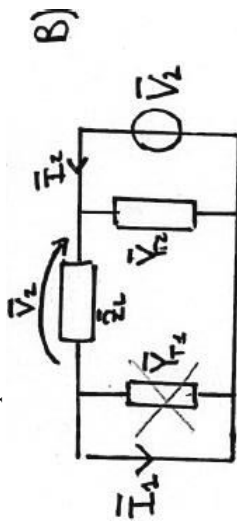
Per fare la prova a vuoto si deve alimentare a tensione nominale e mettere in gioco una corrente che è una frazione di  $I_n$ ; mi conviene farla dal lato BT. Per la prova in corto cosa conviene fare? Supponiamo che  $V_{cc} \% = 4\%$  questo vuol dire che per la prova in corto va alimentato a 16 V se ragiono sul lato BT; ma allora mi conviene andare sul lato MT in cui al posto di 20kV abbiamo il 4% cioè 200 V e rimango in bassa tensione. In generale conviene fare la prova a vuoto sull'avvolgimento a tensione minore e la prova in corto sull'avvolgimento con corrente nominale minore. Questo procedimento corrisponde a vedere nel secondo circuito  $Y_0$  nella prova a vuoto e  $Z_{cc}$  nella prova in corto.

Abbiamo ricavato anche l'elemento trasversale dal lato 1. È ovvio che da questa prova in corto non possiamo estrarre nessuna informazione su  $\bar{Y}_{T2}$  che non è percorsa da corrente. Per determinare l'ultimo parametro cortocircuitiamo il primario e alimentiamo il secondario.

Prova con  $\bar{V}_1 = 0$



Per semplicità nello scrivere l'equazione cambiamo le convenzioni di segno per cui consideriamo  $I_2$  entrante. Il trasformatore ideale ci restituisce  $tV_2$  a primario e la corrente è ancora  $I_2/t$ . Occupiamoci adesso del circuito equivalente a  $\pi$ .



È esattamente il duale del caso precedente: questa volta non interviene la ammettenza trasversale dal lato 1 perché è cortocircuitata e quindi non è percorsa da corrente.

Se guardiamo il circuito A possiamo scrivere:

$$A) \bar{V}_2 = \frac{\bar{Z}_{CC} * \bar{I}_1}{t}$$

Se guardiamo B vediamo che:

$$B) \bar{V}_2 = \bar{Z}_L * \bar{I}_1$$

Ritroviamo immediatamente una relazione che già conoscevamo.

$$\bar{Z}_L = \frac{\bar{Z}_{CC}}{t}$$

$Z_L$  può facilmente essere determinata con una prova o con l'altra. Andiamo ad esprimere la corrente  $I_2$ .

Dal circuito A possiamo scrivere:

$$A) t\bar{V}_2 = \bar{Z}_{CC} * \bar{I}_2 \Rightarrow \bar{I}_2 = \frac{t}{\bar{Z}_{CC}} * \bar{V}_2$$

Sull'equivalente a  $\pi$  è la stessa situazione che avevamo prima:

$$B) \bar{I}_2 = \bar{V}_2 * \left( \bar{Y}_{T2} + \frac{1}{\bar{Z}_L} \right)$$

Ricaviamo l'ultimo parametro che ci manca, ovvero  $\bar{Y}_{T2}$ :

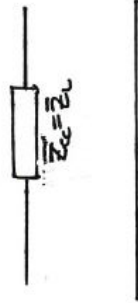
$$\bar{Y}_{T2} + \frac{1}{\bar{Z}_L} = \frac{t^2}{\bar{Z}_{CC}}$$

$$\bar{Y}_{T2} = \frac{t^2}{\bar{Z}_{CC}} - \frac{1}{\bar{Z}_L} = \frac{t^2}{\bar{Z}_{CC}} - \frac{t}{\bar{Z}_L} = \frac{t^*(t-1)}{\bar{Z}_{CC}}$$

Riassumendo per i tre parametri abbiamo:

- $\bar{Z}_L = \frac{\bar{Z}_{CC}}{t}$
- $\bar{Y}_{T1} = \frac{1-t}{\bar{Z}_{CC}}$
- $\bar{Y}_{T2} = \frac{t^*(t-1)}{\bar{Z}_{CC}}$

Facciamo una verifica banale per  $t = 1$



$$\bar{Z}_L = \bar{Z}_{CC}$$

$$\bar{Y}_{T1} = \bar{Y}_{T2} = 0$$

Il trasformatore ideale è ciò che rende diversi i due circuiti insieme alle ammettenze trasversali; con  $t = 1$  i due circuiti coincidono. Lo si può vedere come  $Z_{cc}$  senza trasformatore perché  $t = 1$ , oppure come  $\bar{Z}_L$  senza parametri trasversali. Che senso ha  $t = 1$  se facciamo il trasformatore per cambiare la tensione? Ricordiamo che si possono studiare i componenti in valori relativi.

Se si sceglie un sistema base in cui il rapporto fra le tensioni base è lo stesso del rapporto fra le tensioni nominali, ne consegue che:

$$\frac{V_{B1}}{V_{B2}} = \frac{V_{N1}}{V_{N2}} \Rightarrow t_{p,u} = 1$$

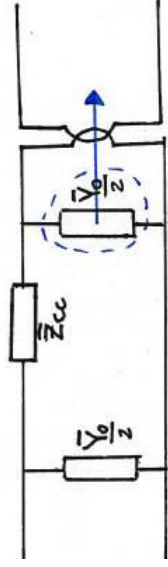
Una curiosità che serve per dare un messaggio sull'interpretazione dei circuiti equivalenti. Ridisegniamo l'equivalente a  $\pi$  evidenziando i contributi resistivi e reattivi dell'impedenza.

L'unico cambiamento questa volta a secondario è che ho l'ammettenza aggiuntiva. Questa volta la trasversale  $\bar{Y}_{T1}$  non cambia rispetto all'espressione iniziale, la longitudinale non è mai influenzata, cambia la trasversale  $\bar{Y}_{T2}$ .

$$\bar{Y}_{T2}' = \bar{Y}_{T2} + t^2 \bar{Y}_0$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{Z}_L' &= \bar{Z}_L \\ \bar{Y}_{T1}' &= \bar{Y}_{T1} \\ \bar{Y}_{T2}' &= \bar{Y}_{T2} + t^2 \bar{Y}_0 \end{aligned} \right.$$

L'ultima possibilità che avevamo visto era quella di spezzare  $\bar{Y}_0$  in due parti.



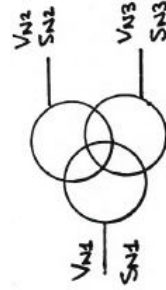
$$\left\{ \begin{aligned} \bar{Z}_L' &= \bar{Z}_L \\ \bar{Y}_{T1}' &= \bar{Y}_{T1} + \frac{\bar{Y}_0}{2} \\ \bar{Y}_{T2}' &= \bar{Y}_{T2} + t^2 \frac{\bar{Y}_0}{2} \end{aligned} \right.$$

Dobbiamo trasferire a secondario e continuare le operazioni che abbiamo fatto in precedenza: dobbiamo aggiungere  $\frac{\bar{Y}_0}{2}$  alla trasversale primaria; aggiungere  $t^2 \frac{\bar{Y}_0}{2}$  alla trasversale secondaria.

## 2.2. Trasformatori a tre avvolgimenti

Con un trasformatore a tre avvolgimenti utilizzando due parti collegate in serie o in parallelo, a seconda dei valori di tensione e corrente, si passa dalla versione della conversione detta a sei impulsi (6 commutazioni a periodo) a quella a dodici impulsi (12 commutazioni a periodo) con ripple sulla tensione DC la cui frequenza sale da 300 a 600 Hz. Come migliora la qualità dal lato continua, migliora anche la qualità dell'assorbimento dal lato alternato perché la quinta e la settima armonica spariscono; le prime armoniche rilevanti sono l'11 e la 13.

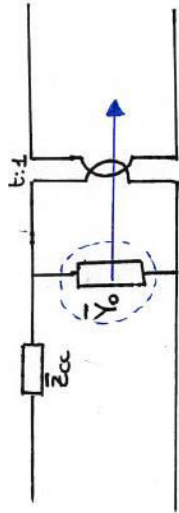
In figura è rappresentato il simbolo unifiare del trasformatore a 3 avvolgimenti. Ogni avvolgimento ha la sua tensione nominale.



Cosa Rimane fuori dalla scatola? Quello che abbiamo aggiunto. Se mettiamo le ammettenze  $\bar{Y}_0$  e  $\bar{Y}_{T1}$  in parallelo otteniamo un circuito a  $\pi$ . L'equivalente a  $\pi$  ha la stessa  $\bar{Z}_L$  e  $\bar{Y}_{T2}$ , cambia solo  $\bar{Y}_{T1}$  a cui è aggiunta  $\bar{Y}_0$

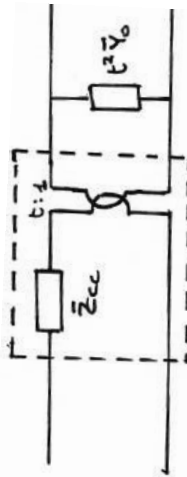
$$\left\{ \begin{aligned} \bar{Z}_L' &= \bar{Z}_L \\ \bar{Y}_{T2}' &= \bar{Y}_{T2} \\ \bar{Y}_{T1}' &= \bar{Y}_{T1} + \bar{Y}_0 \end{aligned} \right.$$

Abbiamo considerato una seconda possibilità, che tra l'altro è la migliore per identificare con precisione i parametri quando  $t > 1$ , la prova a vuoto fatta a secondario e la prova in corto fatta al primario. Attraverso i trasformatori ideali è possibile trasferire le impedenze, correggendole secondo un fattore  $t^2$ .

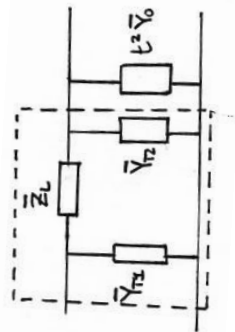


Immaginiamo  $t > 1$

Se spostiamo l'ammettenza dal primario a secondario la alimento con tensione inferiore di un fattore  $t$  ed è percorsa da una corrente maggiore di un fattore  $t$ .

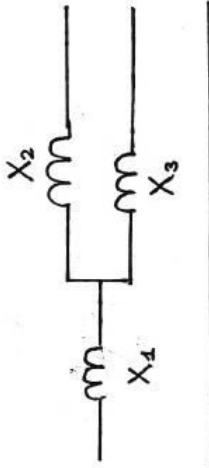


A questo punto possiamo sfruttare la stessa tecnica che abbiamo usato in precedenza e sostituire ciò che è evidenziato nel rettangolo con un circuito equivalente a  $\pi$ .



Le formule hanno una certa simmetria. Sono la somma algebrica delle tre impedenze binarie, determinate con i risultati delle prove. Due impedenze hanno segno positivo, quella con segno negativo è l'impedenza che ha entrambi i pedici diversi dal pedice dell'impedenza che stiamo determinando. Come sempre nei trasformatori, soprattutto se di taglia rilevante, accade che:

$$R \lll X$$



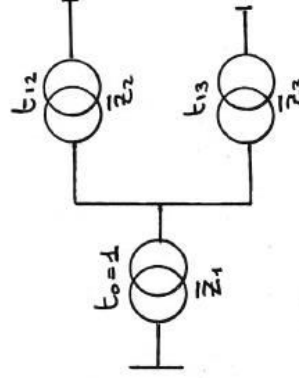
Omettiamo i trasformatori ideali. Ciò che capita è che una delle reattanze è piccola rispetto alle altre due. Prendiamo per esempio la reattanza dell'avvolgimento uno.

$$|X_1| \lll X_2, X_3$$

Può anche capitare che la reattanza abbia valore negativo.

$$X_1 < 0$$

Questo è un circuito equivalente, non ci sono interpretazioni fisiche specifiche sui singoli elementi all'interno del circuito equivalente. Il circuito riproduce il comportamento del componente ai suoi morsetti esterni.



Possiamo interpretare il circuito equivalente complessivo come la connessione di tre circuiti equivalenti di usuali trasformatori a due avvolgimenti, in cui avremo i rapporti di trasformazione  $t_{12}$ ,  $t_{13}$  e  $t_0 = 1$  (non c'è trasformatore ideale). Volendo rappresentare un trasformatore a tre avvolgimenti non c'è bisogno di un modello specifico. In particolare, posso rappresentare ciascuno dei tre trasformatori con il circuito equivalente a  $\pi$ . È ovvio che un trasformatore a tre avvolgimenti può essere sostituito da due trasformatori, se lo si usa perché permette un risparmio di dimensioni e costo.

Se  $S_{1N} > S_{2N} \rightarrow S_{B12} = S_{2N}$   
 $I_2 = \frac{S_{N2}}{\sqrt{3}V_{N2}} = I_{N2}$   $I_1 = \frac{S_{N2}}{\sqrt{3}V_{N1}} < \frac{S_{N1}}{\sqrt{3}V_{N1}} = I_{N1}$   
 Nel caso contrario in cui l'avvolgimento 2 ha potenza nominale superiore, il ruolo dei due avvolgimenti si scambia: l'avvolgimento 1 è a corrente nominale e l'altro ha corrente più bassa rispetto alla nominale. È evidente che non si può far circolare una corrente maggiore della nominale.

Introduciamo l'impedenza complessiva che abbiamo durante la prova di corto 1-2 data da:

$$\bar{Z}_{12} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2$$

I risultati della prova sono, come nel caso di un usuale trasformatore a due avvolgimenti:

- $V_{CC12}$  % tensione di cortocircuito
- $P_{CC12}$  perdite in corto circuito.

La conoscenza di questi due parametri ci permette di determinare l'impedenza  $\bar{Z}_{12}$ :

$$\bar{Z}_{12} = R_{12} + jX_{12}$$

Il modulo dell'impedenza è dato dalla  $V_{cc}$  per l'impedenza base:

$$|\bar{Z}_{12}| = \frac{V_{CC12} \%}{100} * \frac{V_{N1}^2}{S_{B12}}$$

La resistenza è data dalle perdite in valore relativo per l'impedenza a base:

$$R_{12} = \frac{P_{CC12}}{S_{B12}} * \frac{V_{N1}^2}{S_{B12}}$$

Infine ricaviamo la reattanza dal teorema di Pitagora:

$$X_{12} = \sqrt{Z_{12}^2 - R_{12}^2}$$

L'unica differenza che c'è e che non abbiamo la potenza nominale, perché possono essere diverse, ma abbiamo la potenza di riferimento della prova.

Da questa prova in corto determiniamo l'impedenza  $\bar{Z}_{12}$ .

In modo perfettamente analogo facciamo la prova di cortocircuito binaria con gli avvolgimenti due e tre (avvolgimento uno a vuoto) per determinare l'impedenza totale  $\bar{Z}_{23}$ . Infine, con la prova in corto 3-1 (2 a vuoto) ricaviamo  $\bar{Z}_{31}$ .

$$\bar{Z}_{12} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2$$

$$\bar{Z}_{23} = \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3$$

$$\bar{Z}_{31} = \bar{Z}_3 + \bar{Z}_1$$

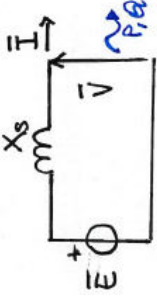
Questo è un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite: le tre incognite sono le impedenze che costituiscono la stella, cuore del circuito equivalente del trasformatore a tre avvolgimenti:

$$\bar{Z}_1 = \frac{\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{31} - \bar{Z}_{23}}{2}$$

$$\bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23} - \bar{Z}_{31}}{2}$$

$$\bar{Z}_3 = \frac{\bar{Z}_{23} + \bar{Z}_{31} - \bar{Z}_{12}}{2}$$

Quando il generatore è isotropo il comportamento a regime è quello di un circuito equivalente di Thevenin. Nei generatori di taglia significativa le resistenze sono trascurabili.



$$R_s \ll X_s$$

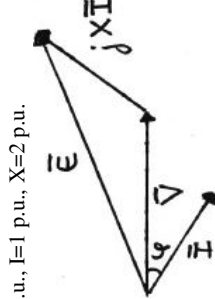
Il modulo della fem è direttamente proporzionale alla corrente di eccitazione che a regime è data dalla legge di Ohm applicata all'avvolgimento di eccitazione.

$$|\bar{E}| \propto I_E = \frac{V_E}{R_E}$$

La reattanza sincrona ha valori elevati:

$$X \approx 2 p.u. (200\%) \quad V_N, S_N$$

Il valore tipico di una reattanza sincrona di una macchina due poli è 2 p.u. Immaginiamo di mettere un generatore sincrono in rotazione e di collegarlo alla rete con una corrente di eccitazione nulla. Nel circuito equivalente la fem risulta nulla e si vede solo la reattanza sincrona. Nel generatore tutto funziona come se fosse un trasformatore a vuoto; la differenza è che c'è un traferro (la reattanza è alta). Tracciamo il diagramma vettoriale del circuito equivalente della macchina in condizioni nominali; ragioneremo in valori relativi.



$$P = 0.8 p.u. \quad Q = 0.6 p.u. \quad (\delta = 1 p.u.) \rightarrow \cos\phi = 0.8$$

$$|\bar{X}| = 2 |\bar{V}|$$

Andiamo a calcolare il modulo della fem.

$$\bar{E} = \bar{V} + j\bar{X}\bar{I} = 1 + 2j(0.8 - j0.6)$$

$$\bar{I} = \frac{P - jQ}{V} = 0.8 - j0.6$$

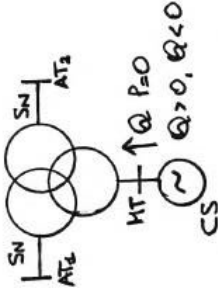
Il generatore sincrono con reattanza 2 p.u. in condizioni nominali di tensione e corrente, con  $\cos\phi=0.8$  ha una fem pari a:

$$\bar{E} = 2.2 + j1.6$$

$$|\bar{E}| = 2.72 p.u.$$

Consideriamo ora la macchina a vuoto cioè con  $P=0, Q=0$ .

centro sud. Come tutte le macchine sincrone sono a MT quindi hanno bisogno del trasformatore per essere collegate alla rete: ad esempio possono essere collegate alla rete tramite il terzo avvolgimento di un trasformatore.

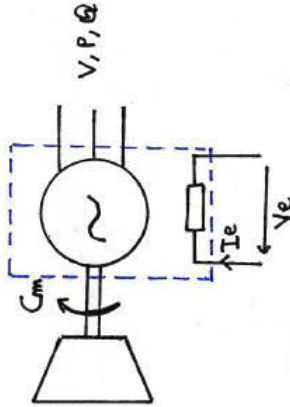


### 2.3. Generatori sincroni

Quando si parla di generatori si intendono i generatori sincroni.

Gli asincroni sono utilizzati solo per l'idroelettrico di piccola taglia connessi direttamente alla rete MT e per l'eolico nella soluzione con generatore asincrono e rotore a gabbia dove il convertitore è solo sull'avvolgimento rotorico. Questa è una soluzione più economica perché la taglia del trasformatore è il 30% della taglia complessiva.

Noi però parleremo solo di generatori sincroni.

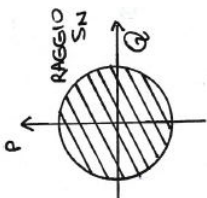


Un generatore sincrono interagisce col mondo esterno attraverso tre parti:

1. Statore → sistema trifase (V, P, Q): collegamento col sistema elettrico trifase.
2. Albero meccanico → motore primo (Cm): connessione con il motore primo.
3. Eccitazione DC (Ve, Ie): avvolgimento di eccitazione collegato ad un sistema DC.

Cominciamo dall'analisi del comportamento a regime. Ci mettiamo nel caso semplice di una macchina sincrona isotropa (dal punto di vista costruttivo vuol dire rotore cilindrico). Questo rotore non è laminato perché in condizione di funzionamento normale vede un campo magnetico variabile. La maggior parte dei generatori sincroni sono isotropi a due poli, usati negli impianti termoelettrici.

$$X_d = X_q \quad \text{ISOTROPO}$$



Nel sistema di coordinate che abbiamo introdotto i punti di funzionamento con il limite termico di statore sono i punti interni della circonferenza con raggio pari alla potenza nominale. Torniamo al triangolo. Ragioniamo a corrente costante, in particolare  $I = I_N$  e così da tenere costante la lunghezza del vettore  $V_1$  e  $EV/X$ . Possiamo pensare di generare la circonferenza muovendo il punto P, cioè variando  $\phi$  o  $\delta$ . Per spostare il punto è chiaro che deve cambiare E. Si ottiene la circonferenza facendo variare  $\phi$  da 0 a  $2\pi$ .

2. Limite termico di rotore

Anche nel rotore c'è corrente, nell'avvolgimento di eccitazione. È più difficile raffreddare il rotore piuttosto che lo statore che si trova già all'esterno:

$$I_E \leq I_{E_{MAX}}$$

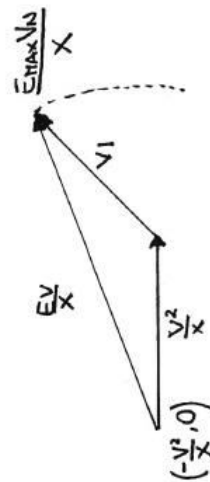
Il limite termico sul rotore si traduce in una limitazione sulla I<sub>cc</sub>. Ma noi sappiamo che la corrente di eccitazione è proporzionale alla fem E che compare nel triangolo. Possiamo tradurre questa limitazione come limiti su E.

$$|E| = E \propto I_E \rightarrow E \leq E_{MAX}$$

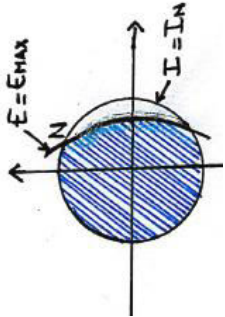
Come abbiamo fatto per lo statore chiediamoci quale sia il luogo dei punti sul piano P-Q che corrisponde al limite termico del rotore. Siamo sempre a tensione costante quindi il lato  $V^2/X$  è fisso. Se ragioniamo ad E costante anche il lato  $EV/X$  è fisso. Immaginiamo di far variare  $\delta$  (o  $\phi$  che è lo stesso); il punto P descrive una circonferenza ma con centro diverso da prima.

- Il luogo dei punti a corrente di statore costante è un cerchio con centro in A.
- Il luogo dei punti con corrente di eccitazione costante ( $E = \text{cost}$ ) ha centro in O. Noi dobbiamo soddisfare contemporaneamente il limite termico di statore e di rotore

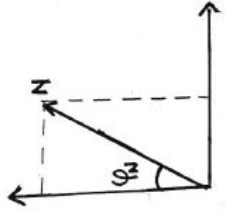
Se sovrapponiamo i due grafici otteniamo quanto rappresentato.



Il centro della circonferenza è  $-V^2/X$ , se X è maggiore di 1 il centro è all'interno della circonferenza del primo limite. Il limite di rotore impedisce di utilizzare una parte del piano compatibile con limite di statore.



L'intersezione fra le due circonferenze è rappresentativa delle condizioni di funzionamento nominale della macchina, a cui è associato il  $\cos\phi_N$ . Il punto è caratterizzato da  $I = I_N$  e  $E = E_{MAX}$ . Un generatore sincrono è targato con:  $V_N, S_N, \cos\phi_N$ .



3. Limite di turbina

Turbina va inteso in senso lato; si parla del limite del motore primo. In realtà è un doppio limite perché c'è sia una  $P_{MAX}$  (valvole aperte) e una  $P_{min}$ .

$$P_{MIN} \leq P \leq P_{MAX}$$

Nel caso dei generatori idroelettrici  $P_{min}$  è dovuto al crollo del rendimento:

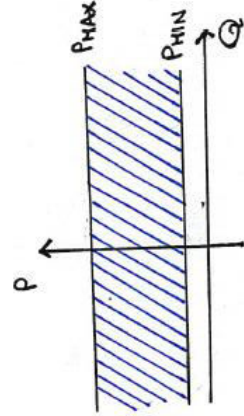
$$P_{MIN} \equiv 0$$

Nei termoelettrici invece si ha:

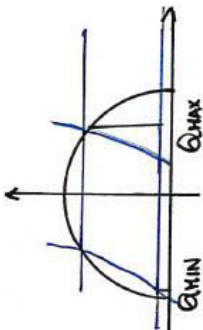
$$P_{MIN} = 0.3P_{MAX}$$

Un impianto dai 1000 MW ad esempio non può scendere sotto i 300 MW, a meno di staccare uno o più generatori (se l'impianto è composto da più di un generatore).

Dal punto di vista grafico la rappresentazione è elementare. Nel piano P-Q i punti compatibili con i limiti di turbina sono compresi in una striscia orizzontale delimitata da  $P_{MAX}$  e  $P_{min}$ .



4. Limite di sottoeccitazione



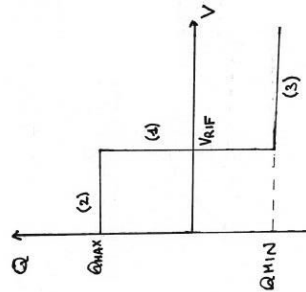
Dove:  $Q_{MIN}$  è legato al limite di sottoeccitazione ( $Q_{MIN} < 0$ );  $Q_{MAX}$  è legato al limite di sovraccitazione nella maggior parte dei casi oppure al problema della stabilità che non permette di assorbire troppa potenza reattiva e erogare troppa potenza attiva a causa dei limiti termici (normalmente quello di rotore, ma può anche essere quello di statore). La potenza reattiva è decisa dall'interazione con la rete esterna.

Questi limiti sono imposti dal sistema di eccitazione. Non è necessario preoccuparsene ideando un sistema che assicuri che la potenza sia all'interno dei limiti, ci pensa l'anello regolatore della tensione. Se vogliamo va in saturazione l'anello e fa sì che non ci sia violazione dei limiti di potenza reattiva. Questo è il motivo per cui nella pratica sono rette. Si tratta di una retta di cui si può stabilire la posizione nel piano P-Q e il sistema di eccitazione controlla la tensione finché sono dentro a quei valori.

### Legame tra Q, V

Analizziamo il legame tra la tensione e la potenza reattiva. Cominciamo a rappresentare in modo approssimato ciò che sappiamo fino ad ora. Sappiamo che c'è un anello di regolazione della tensione molto preciso che assicura che il valore della tensione ai morsetti sia quello che abbiamo ottenuto.

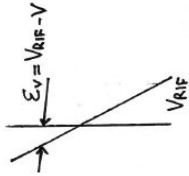
Sul piano V-Q questa tensione la rappresentiamo con un tratto verticale. L'anello di regolazione, oltre a mantenere V, trattiene Q nella zona di capability.



Il tratto (1) corrisponde a quando l'anello mantiene:

$$V \equiv V_{KRIF}$$

In realtà non è verticale questa retta ma c'è un piccolo errore quindi la caratteristica è inclinata.



Ai nostri fini possiamo considerare la regolazione della tensione ideale. Il tratto (2) è il limite di sovraccitazione.

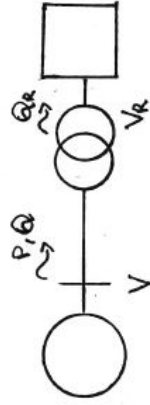
$$Q = Q_{MAX}$$

Il tratto (3) è il limite di sottoeccitazione.

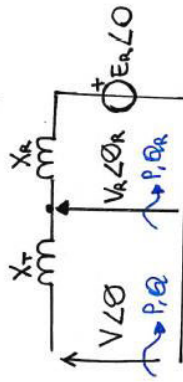
$$Q = Q_{MIN} < 0$$

Dove va ad operare il generatore? Dipende dall'interazione con la rete.

Q e V sono ai morsetti del generatore. Il generatore ha sicuramente un trasformatore e dall'altra parte c'è una rete generica.



L'interazione con la rete in prima approssimazione può essere descritta col seguente circuito.



Qui non c'è nulla che rappresenti il generatore: partiamo dai morsetti, rappresentiamo il trasformatore con solo una reattanza (senza trasformatore ideale, scegliendo un rapporto di trasformazione che ne consente l'eliminazione: t.p.u.=1).

Il resto del circuito si ottiene con Thevenin.

$$R_R \ll X_R$$

Prendiamo come riferimento la fem della rete e mettiamo la generica fase  $\vartheta$  alla tensione ai morsetti. (Noi imponiamo P e V, Q e  $\vartheta$  dipendono dall'interazione con la rete).

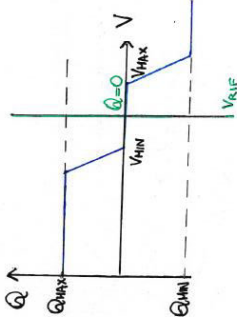
$$\vartheta = \angle \bar{V} - \angle \bar{E}_R$$

Cominciamo con il calcolare la corrente:

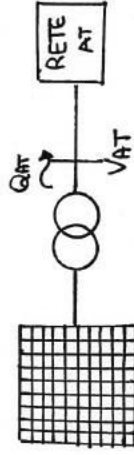
$$\bar{I} = \frac{V \angle \vartheta - \bar{E}_R}{j(X_T + X_R)}$$

Calcoliamo la potenza complessa erogata dal generatore ai suoi morsetti:

Questi valori di  $Q$  indicano che il punto A è a  $\tan\phi=0.35$  cui corrisponde  $\cos\phi=0.943$ . Quindi si chiede che gli inverter, insieme alla potenza attiva, siano in grado di produrre o assorbire  $Q$ . E viene richiesto un comportamento in esercizio rappresentato dalla seguente caratteristica:

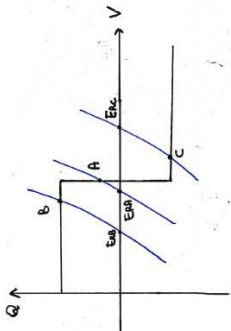
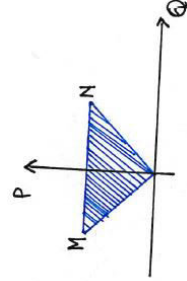


Si può individuare una banda morta. C'è un tratto di potenza reattiva nulla che è la condizione di funzionamento preferita dal produttore. È possibile andare a  $Q = 0$  se la tensione è prossima al suo valore nominale. Se la tensione della rete AT è prossima a  $V_n$  non si richiede potenza reattiva.  $V$  e  $Q$  sono i valori della rete AT. Se la tensione scende sotto il valore  $V_{min}$  viene richiesto di salire gradualmente fino a  $Q_{max}$ . Se la tensione sale si richiede di assorbire potenza reattiva fino al limite corrispondente. Questo servizio esplicitamente è richiesto anche nelle ore notturne. Sono poche le ore nell'anno in cui un impianto fotovoltaico va a potenza massima; le condizioni più favorevoli in termini di potenza sono in inverno, perché il freddo migliora le prestazioni dei pannelli, e quando c'è vento, perché i pannelli raffreddando meglio possono superare le potenze nominali. Le utilizzazioni dei PV sono di 200 ore all'anno, circa metà delle ore non producono nulla, perché è buio; nelle restanti ore producono poco per cui l'incremento di perdite dovute alla richiesta di  $Q$  può essere importante. Se, ad esempio, si deve assorbire  $Q$  di notte perché la tensione della rete AT è alta, quell'assorbimento causa perdite nel trasformatore soprattutto nell'inverter.



Eolico su rete AT

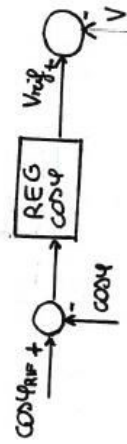
Gli impianti eolici sono migliori. Per gli eolici viene richiesto una capability molto più favorevole perché triangolare. Se si guardano i punti M e N questi non sono molti diversi dal punto  $\cos\phi_N = \cos\phi_M = 0.95$



- A)  $V = V_{REF}$   $Q_{MIN} < Q < Q_{MAX}$
- B)  $V < V_{REF}$   $Q = Q_{MAX}$
- C)  $V > V_{REF}$   $Q = Q_{MIN}$

$E_{RB} < E_{RA} < E_{RC}$

Al crescere della fem della rete diminuisce la potenza reattiva prodotta dal generatore. In certi casi viene prescritto ai generatori, soprattutto quelli di taglia molto grande, di operare a fattore di potenza costante.



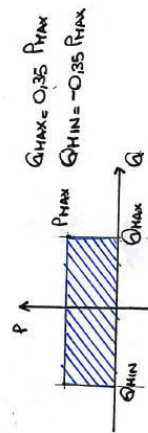
Rimane sempre l'anello interno di regolazione della tensione ai morsetti e si aggiunge un anello esterno nel quale si misura il  $\cos\phi$  e lo si confronta con il riferimento. Successivamente l'errore sul  $\cos\phi$  entra nel regolatore di  $\cos\phi$  da cui esce l'impostazione della tensione di riferimento. Se voglio ottenere cose diverse da quello che è il suo comportamento naturale aggiungo anelli esterni. Ai fini del corretto funzionamento del generatore non si può togliere l'anello interno.

**Cenni sulla generazione non convenzionale**

- Fotovoltaico, accoppiamento con la rete tramite inverter
  - Eolico, conversione totale o parziale
- Andiamo a vedere cosa viene richiesto in termini di curve di capability ai generatori fotovoltaici ed eolici di taglia grossa collegati direttamente alla rete AT.

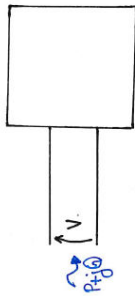
Fotovoltaico su rete AT

Se togliamo il limite minimo di turbina, in prima approssimazione è quasi una zona rettangolare limitata a destra dalla sovrereccitazione e a sinistra dalla sottoeccitazione. Ai convertitori del fotovoltaico è richiesta una curva di capability rettangolare per poter operare in qualunque punto.



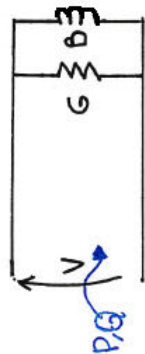






- Carico a impedenza costante

$$\begin{cases} \bar{Y} = G + jB \\ P = GV^2 \\ Q = -BV^2 \end{cases} \propto V^2$$



Il carico induttivo  $Q > 0$  si ottiene con  $B < 0$  per questo è necessario il segno meno

$$\begin{cases} G = \frac{P_0}{V_0^2} \\ B = -\frac{Q_0}{V_0^2} \\ P = P_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 \\ Q = Q_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 \end{cases}$$

Se  $V = V_0 \rightarrow P = P_0 \quad Q = Q_0$

- Carico a corrente costante

Non è un generatore ideale di corrente infatti consideriamo il modulo, non il fasore. È

caratterizzato da:

$$\begin{cases} P = VI_0 \cos \varphi_0 \\ Q = VI_0 \sin \varphi_0 \end{cases} \begin{cases} P_0 = V_0 I_0 \cos \varphi_0 \\ Q_0 = V_0 I_0 \sin \varphi_0 \end{cases}$$

$I_0, \varphi_0$  costanti e indipendenti da V

$$\begin{cases} P = I_0 \frac{V}{V_0} \propto V \\ Q = Q_0 \frac{V}{V_0} \propto V \end{cases}$$

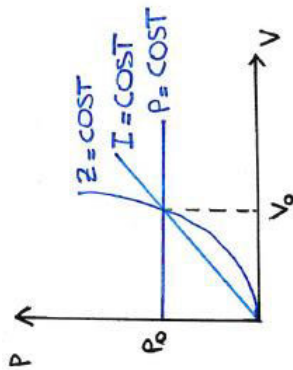
- Riassunto

$$Z = \text{Cost} \quad P = P_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 \quad Q = Q_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^2$$

$$I = \text{Cost} \quad P = P_0 \left(\frac{V}{V_0}\right) \quad Q = Q_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$P = \text{Cost} \quad P = P_0 \quad Q = Q_0$$

$\tan \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{Q_0}{P_0} = \tan \varphi_0$  indipendente da V (anche  $\cos(\varphi)$ )

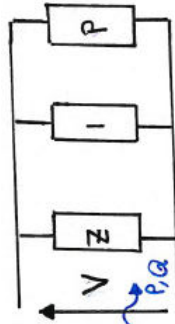


Sulla base di questo grafico si sviluppa un modello chiamato ZIP

### Modello ZIP

Consideriamo tre carichi in parallelo

$$P = P_0 \left[ \underbrace{a_p \left(\frac{V}{V_0}\right)^2}_{Z=\text{Cost}} + \underbrace{b_p \left(\frac{V}{V_0}\right)}_{I=\text{Cost}} + \underbrace{c_p}_{P=\text{Cost}} \right]$$



$$a_p + b_p + c_p = 1$$

$$V = V_0 \rightarrow P = P_0 = a_p P_0 + b_p P_0 + c_p P_0$$

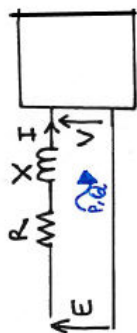
Rappresento con P(V) una vasta gamma di andamenti, P(V) è una parabola. In modo analogo posso fare con Q:

**Potenza reattiva rifasamento**



$$\begin{cases} P = VI \cos \varphi \\ Q = VI \sin \varphi \end{cases}$$

Immaginiamo di alimentare il carico con una linea:



$$I = \frac{P}{V \cos \varphi} = \frac{I_{\min}}{\cos \varphi}$$

$$I_{\min} = \frac{P}{V} \quad \text{con } Q = 0$$

L'obiettivo del carico è il prelievo di potenza attiva

$$\Delta P = RI^2 = \frac{R I_{\min}^2}{\cos^2 \varphi} = \frac{\Delta P_{\min}}{\cos^2 \varphi}$$

Avevamo già definito:

$$|\bar{E}| - |\bar{V}| \cong \frac{RP + XQ}{V} = P \frac{R + X \tan \varphi}{V}$$

Rifasare significa ridurre la corrente, in fase di progetto i conduttori vicino ai carichi possono essere più piccoli, a conduttori assegnati riduco le perdite e la caduta di tensione industriale.

Alcuni valori numerici:

| $\tan \varphi = \frac{Q}{P}$ | $\cos \varphi$ | $\frac{I}{I_{\min}} = \frac{1}{\cos \varphi}$ | $\frac{\Delta P}{\Delta P_{\min}} = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$ |
|------------------------------|----------------|---|---|
| 0                            | 1              | 1   | 1   |
| 0.142                        | 0.99           | 1.01  | 1.02  |
| 0.203                        | 0.98           | 1.02  | 1.04  |
| 0.33                         | 0.95           | 1.05  | 1.11  |
| 0.484                        | 0.9            | 1.11  | 1.23  |
| 0.5                          | 0.894          | 1.12  | 1.25  |
| 0.75                         | 0.8            | 1.25  | 1.56  |

Rifasare è significativo (vario la tanφ per variare ΔV) quando la X è preponderante rispetto a R, ad esempio nel trasformatore.

Si definiscono due parametri per caratterizzare il prelievo dalla rete:

$$E_A = \int_0^T P dt \quad \text{energia attiva}$$

$$E_R = \int_0^T Q dt \quad \text{energia reattiva}$$

$E_R$  non ha significato fisico, serve per gestire un sistema di distribuzione

T = 1 mese

Le norme stabiliscono diverse fasce orarie:

- F1 alto carico
- F2 medio carico
- F3 basso carico

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P}$$

$$\tan \varphi_{\text{medio}} = \frac{E_R}{E_A}$$

Quote gratuite di  $E_R$  (nessun compenso richiesto):

- fino al 31/12/2015
  - $E_R \leq \frac{E_A}{2} \quad \tan \varphi_{\text{medio}} \leq 0.5 \quad \cos \varphi_{\text{medio}} \geq 0.894$
- dal 01/01/2016
  - $E_R \leq 0.33 E_A \quad \tan \varphi_{\text{medio}} \leq 0.33 \quad \cos \varphi_{\text{medio}} \geq 0.95$

Nota: i compensi dovuti all'elevato prelievo di  $E_R$  sono richiesti solo nelle fasce F1 e F2. Guardare i valori evidenziati in tabella per confrontare i due casi.

11/04/2018

Grafo della rete, la generica rete ha:

- nodi n
- lati l



Ci sono due tipi di struttura di rete, la struttura radiale e quella magliata.

Struttura radiale: assenza di maglie cioè di percorsi chiusi.

Struttura magliata: caratterizzata dalla presenza di maglie.

### Radiale

In una rete radiale si ha  $l = n - 1$



A parte il primo nodo, ogni volta che aggiungiamo un nodo disegniamo anche un lato.

Il percorso tra due nodi per ogni nodo è unico. L'eliminazione di un collegamento comporta la separazione della rete.

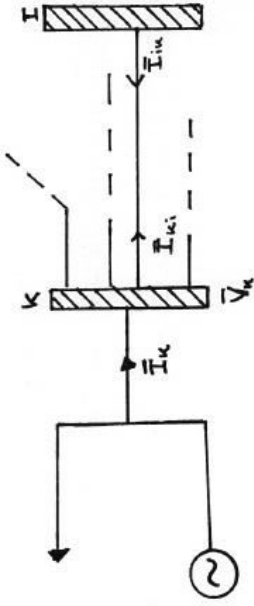
### Magliata

Il percorso per arrivare a un nodo non è unico. L'eliminazione di un collegamento non comporta la separazione della rete.

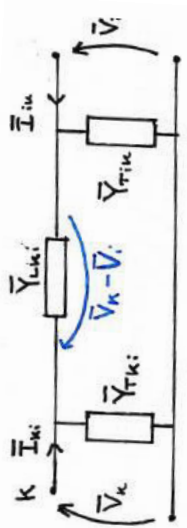
- Reti BT: sono radiali
  - Reti AT: sono magliate per garantire l'affidabilità
  - Reti MT: è un compromesso, la struttura è magliata ma l'esercizio è radiale,  $l > n - 1$
- $l - (n - 1)$  collegamenti sono aperti, servono in caso di perdita di un collegamento (guasto) per ristabilire la connessione. In caso di guasto con delle manovre gli operatori collegano parti di rete normalmente disconnesse.

## 3.2. Matrice delle ammettenze/impendenze nodali

Considero un generico nodo k della rete ed il collegamento col nodo i:



Il collegamento k-i, che sia trasformatore o linea, lo rappresentiamo con lo schema equivalente a  $\pi$ .



$$\bar{Y}_{L,ki} = \bar{Y}_{L,ik}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{T,ki} = \bar{Y}_{T,ik} \text{ linea} \\ \bar{Y}_{T,ki} \neq \bar{Y}_{T,ik} \text{ trasformatore con } t \neq 1 \end{array} \right.$$

Bilancio di corrente nel nodo k:

$$\bar{I}_k = \sum_{i=1}^n \bar{I}_{ki}$$

$\bar{I}_{kk} = 0$  elemento che non corrisponde a nessun collegamento.

$\bar{I}_{kj} = 0$  se il nodo j non è collegato al nodo k.

$$\bar{I}_{ki} = \bar{Y}_{T,ki} \bar{V}_k + \bar{Y}_{L,ki} (\bar{V}_k - \bar{V}_i)$$

$\bar{Y}_{L,ij} = \bar{Y}_{T,ij} = \bar{Y}_{T,ji} = 0$  se j e k non sono collegati.

Sostituiamo nell'espressione di bilancio:

$$\bar{I}_k = \sum_{i=1}^n [\bar{Y}_{T,ki} \bar{V}_k + \bar{Y}_{L,ki} (\bar{V}_k - \bar{V}_i)] = \bar{V}_k \sum_{i=1}^n (\bar{Y}_{T,ki} + \bar{Y}_{L,ki}) - \sum_{i=1}^n \bar{Y}_{L,ki} \bar{V}_i$$

$$\bar{Y}_{L,kk} = 0$$

$i \neq k$  perché  $i = k \rightarrow \bar{Y}_{L,ki} = 0$

Introduciamo il vettore corrente, che contiene tutte le correnti, e il vettore tensione:

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | X |   |   |   |   |   |
| 2 | X | X |   |   |   |   |
| 3 | X | X | X |   |   |   |
| 4 | O | X | O | X |   |   |
| 5 | O | O | O | X | X |   |
| 6 | O | O | X | O | X | X |

O: elemento nullo  
 X: elemento non nullo  
 Un elemento  $k_i$  è non nullo se i nodi  $k$  e  $i$  sono collegati tra loro  
 Con la notazione precedente:  
 $\bar{Y}_{44} = \bar{Y}_{T,42} + \bar{Y}_{L,42} + \bar{Y}_{T,45} + \bar{Y}_{L,45}$   
 (4 è collegato a 2 e 5)  
 fuori diagonali ho:  
 $\bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = -\bar{Y}_{L,23} = -\bar{Y}_{L,32}$

**Algoritmo di costruzione**

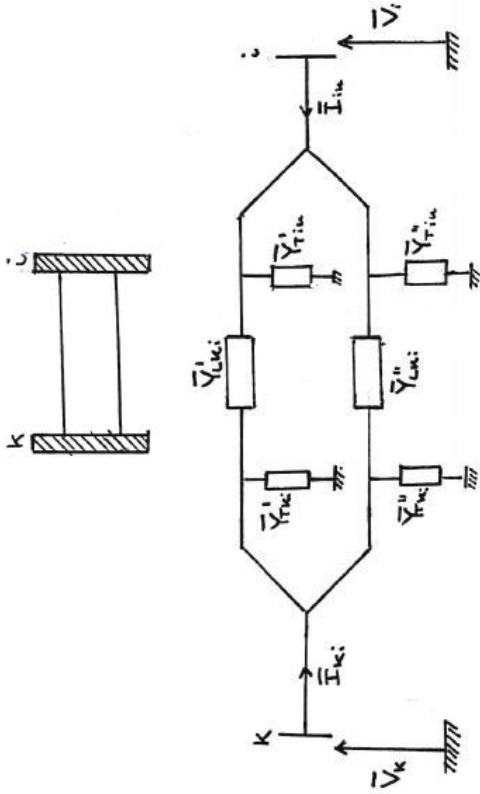
Si parte con  $Y_b = 0$   $n \times n$  cioè ci sono solo i nodi e nessun collegamento. Aggiungo un collegamento alla volta e vedo l'impatto che ha su  $Y_b$ . L'aggiunta di un collegamento modifica quattro elementi: due termini in diagonale e due fuori diagonale.



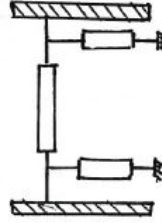
|                |   |  |
|----------------|---|--|
| NEW            | ← | OLD (in senso informatico)                       |
| $\bar{Y}_{kk}$ | ← | $\bar{Y}_{kk} + \bar{Y}_{T,ki} + \bar{Y}_{L,ki}$ |
| $\bar{Y}_{ii}$ | ← | $\bar{Y}_{ii} + \bar{Y}_{T,ik} + \bar{Y}_{L,ik}$ |
| $\bar{Y}_{ki}$ | ← | $\bar{Y}_{ki} - \bar{Y}_{L,ki}$                  |
| $\bar{Y}_{ik}$ | ← | $\bar{Y}_{ik} - \bar{Y}_{L,ik}$                  |

Estensioni

1. Collegamenti in parallelo, esempio due linee



Le ammettenze trasversali dal lato  $k$  sono in parallelo tra loro, stessa cosa dal lato  $i$ . Anche le ammettenze longitudinali sono in parallelo tra loro. Ricavo subito l'equivalente a  $\pi$  del parallelo:



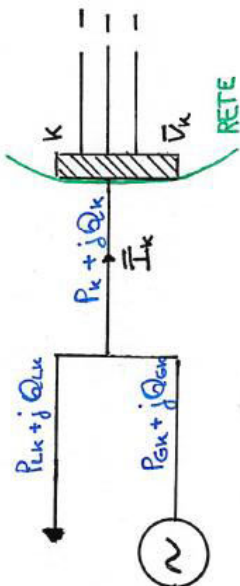
$$\bar{Y}_{T,ki} = \bar{Y}_{T,ki} + \bar{Y}_{T,ki} \quad \bar{Y}_{T,ki} // \bar{Y}_{T,ki}$$

$$\bar{Y}_{T,ik} = \bar{Y}_{T,ik} + \bar{Y}_{T,ik} \quad \bar{Y}_{T,ik} // \bar{Y}_{T,ik}$$

$$\bar{Y}_{L,ki} = \bar{Y}_{L,ki} + \bar{Y}_{L,ki} \quad \bar{Y}_{L,ki} // \bar{Y}_{L,ki}$$

La soluzione è semplice grazie alla matrice  $Y_b$ .

2. Ammettenza trasversale sempre collegata al nodo



$$\begin{cases} P_k = P_{Gk} - P_{Lk} \\ Q_k = Q_{Gk} - Q_{Lk} \\ P_k + jQ_k = \bar{V}_k \bar{I}_k^* \end{cases}$$

Grazie alla matrice delle ammettenze:

$$\bar{I}_k = \sum_{i=1}^n \bar{Y}_{ki} \bar{V}_i$$

Esprimiamo le grandezze come numeri complessi:

$$\bar{V}_i = V_i \angle -\delta_i \quad \text{formula fasoriale}$$

$$\bar{Y}_{ki} = G_{ki} + jB_{ki} \quad \text{formula cartesiana}$$

$$P_k + jQ_k = \bar{V}_k \sum_{i=1}^n \bar{Y}_{ki} \bar{V}_i^* = V_k \angle -\delta_k \sum_{i=1}^n (G_{ki} - jB_{ki}) V_i \angle (-\delta_i)$$

$$P_k + jQ_k = V_k \sum_{i=1}^n (G_{ki} - jB_{ki}) V_i \angle (\delta_k - \delta_i)$$

$$\delta_k - \delta_i = \cos(\delta_k - \delta_i) + j \sin(\delta_k - \delta_i)$$

Si possono ricavare:

$$P_k = V_k \sum_{i=1}^n V_i [G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i)] = P_{Gk} - P_{Lk}$$

$$Q_k = V_k \sum_{i=1}^n V_i [G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i)] = Q_{Gk} - Q_{Lk}$$

Questo è il modello del sistema

- rete  $Y_{ii}$   $G_{ii}$   $B_{ii}$
- generatori  $P_{Gk}$   $Q_{Gk}$
- carichi  $P_{Lk}$   $Q_{Lk}$

Per ogni nodo ci sono:

- quattro variabili:  $P_k$   $Q_k$   $V_k$   $\delta_k$
- due bilanci di potenza, uno per P e uno per Q

In tutto ci sono 4n variabili e 2n equazioni

Bisogna scrivere due variabili in funzione delle altre due per avere il numero di variabili uguali al numero di equazioni.

Per ogni nodo due variabili sono assegnate e due sono incognite. Esistono tre tipi di nodo in base a cosa è assegnato e cosa è incognito:

1. NODO PQ  $P_k$   $Q_k$  assegnate  $V_k$   $\delta_k$  incognite
2. NODO PV  $P_k$   $V_k$  assegnate  $Q_k$   $\delta_k$  incognite
3. NODO (V $\delta$ ) SLACK o nodo di bilancio  $V_k$   $\delta_k$  assegnate  $P_k$   $Q_k$  incognite

L'ultimo nodo, il nodo slack svolge un ruolo di riferimento delle fasi. Nei bilanci c'è sempre il termine  $(\delta_k - \delta_i)$ : bisogna prendere una fase come riferimento. Grazie al nodo slack è possibile imporre  $\delta_k = 0$  a un solo nodo.

Se sommiamo:

$$\sum_{k=1}^n P_k = P_{LOSS} \quad \text{perdite linee/trasformatori}$$

È impossibile assegnare  $P_k$  in tutti i nodi: in modo indipendente, sono legate tra loro dalle uguaglianze appena viste.

Anche per la potenza reattiva:

$$\sum_{k=1}^n Q_k = Q_{ASS}$$

( $Q_{ASS}$  dalla rete)

È impossibile assegnare tutte le potenze reattive.

Per la potenza reattiva oltre al nodo slack c'è anche il nodo PV (di bilancio reattivo) che ha  $Q_k$  incognita. In entrambi è necessario fare il bilancio di potenza reattiva. Dal punto di vista fisico il nodo slack è un generatore di taglia rilevante o una rete esterna: la tensione  $V_k$  è assegnata e deve essere costante. Il nodo slack è unico  $\rightarrow \delta_k = 0$  è unico, c'è un solo riferimento.

I nodi PV sono nodi con generatori sincroni:

- $P_k$  assegnata  $\rightarrow$  regolazione del motore primo (varia la P)
- $V_k$  assegnata  $\rightarrow$  posso scegliere  $V_{nir}$   $V_{ecc}$ , il RAT tiene costante V
- $Q_k$  è incognita

I nodi PQ sono nodi di transito ( $P_k = Q_k = 0$ ) o di carico

Se  $P_{Gk} = Q_{Gk} = 0$

$$\begin{cases} P_k = -P_{Lk} \\ Q_k = -Q_{Lk} \end{cases}$$

Quindi il nodo è a potenza costante

A questo punto abbiamo 2n equazioni (quelle del bilancio nodale) e 2n incognite:

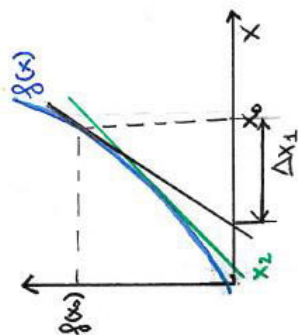
- $n_{PQ}$  nodi di tipo PQ  $k = 1 \dots n_{PQ}$
- $n_{PV}$  nodi di tipo PV  $k = n_{PQ} + 1 \dots n_{PQ} + n_{PV}$
- 1 nodo slack  $k = n$   $\delta_n = 0$   $n = n_{PQ} + n_{PV} + 1$

È possibile scrivere un sistema di  $2n_{PQ} + n_{PV}$  equazioni (incognite) e ottenere tutte le tensioni nodali.

Per un sistema non lineare invece la soluzione può non esistere o può non essere unica. Per risolvere il sistema delle equazioni di Load Flow si usano metodi numerici. Quello più usato è quello di Newton-Raphson (scalare)

### Metodo di Newton-Raphson

$f(\underline{x}) = 0$  1 equazione e 1 incognita



Dato che i metodi numerici sono iterativi è necessario avere un punto di partenza:

$$x_0 \rightarrow f(x_0) \neq 0 \text{ (se fosse } =0 \text{ sarebbe già la soluzione)}$$

Nel punto di partenza si approssima  $f(x)$  con la sua tangente: analiticamente si usa lo sviluppo di Taylor:

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

La seconda approssimazione è porre uguale a zero la tangente.

$$f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0$$

Da questo si ottiene un nuovo punto sull'asse x:

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = -[f'(x_0)]^{-1} f(x_0)$$

$x_1 = x_0 + \Delta x_1$  nuova stima.

Col nuovo punto  $x_1$  si calcola la nuova stima, si itera il procedimento fino ad ottenere teoricamente:

$$f(x_n) = 0$$

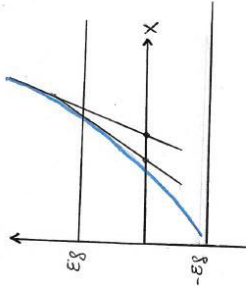
Si può generalizzare il procedimento:

$$\Delta x^m = -[f'(x_0)]^{-1} f(x^{(m-1)})$$

Si va avanti in pratica fino a verificare il test di convergenza. Ce ne sono di due tipi:

1. matematici  $|\Delta x^m| < \varepsilon_x$  tolleranza sul  $\Delta x$
2. ingegneri  $|f(x^{(m)})| < \varepsilon_f$

Graficamente il secondo metodo si traduce in una banda:



Se applichiamo il metodo Newton-Raphson N-R ad un sistema vettoriale:

$$f(\underline{x}) = 0$$

punto di partenza  $x_0$  (vettore)

sviluppo in serie di una funzione a più variabili:

$$f(\underline{x}) = f(\underline{x}_0) + \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{x}} \right)_{\underline{x}_0} (\underline{x} - \underline{x}_0)$$

$\left( \frac{\partial f}{\partial \underline{x}} \right)_{\underline{x}_0}$  è una matrice

Formalmente la forma non cambia rispetto al caso scalare. La matrice indicata è chiamata Jacobiana:

$$J = \frac{\partial f}{\partial \underline{x}}$$

$J_{ki} = \frac{\partial f_k}{\partial x_i}$  elemento riga k colonna i

$J_{ki}$  quadrata

$$f_k(\underline{x}) \cong f_k(\underline{x}_0) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \right)_{\underline{x}_0} (x_i - x_{0i})$$

A questo punto posso scrivere:

$$f(\underline{x}) \cong f(\underline{x}_0) + J_0 (\underline{x} - \underline{x}_0) = 0$$

$$J_0 (\underline{x} - \underline{x}_0) = -f(\underline{x}_0)$$

$$\Delta \underline{x}_1 = -J_0^{-1} f(\underline{x}_0) = - \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{x}} \right)_{\underline{x}_0}^{-1} f(\underline{x}_0)$$

$$\underline{x}_1 = \underline{x}_0 + \Delta \underline{x}_1$$

Generalizzando si ottiene:

$$J_{m-1} \Delta \underline{x}^{(m)} = -f(\underline{x}^{(m-1)})$$

$$\underline{x}^{(m)} = \underline{x}^{(m-1)} + \Delta \underline{x}^{(m)}$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial V_i} = V_i [G_{li} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{li} \sin(\delta_k - \delta_i)] \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial V_i} = 0 \text{ se } i \text{ e } k \text{ non sono collegati}$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial V_k}$$

Nota: anche qui estraiamo il termine k dalla sommatoria

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial V_k} = 2G_{kk} V_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n V_i [G_{li} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{li} \sin(\delta_k - \delta_i)]$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial V_k} \neq 0$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial V_k} = 0 \text{ solo se il nodo } k \text{ è isolato.}$$

3. Terza sottomatrice  $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \delta^2}$

$$f_{\delta k} = -B_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{i=1}^n V_i [G_{li} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{li} \cos(\delta_k - \delta_i)] - Q_k$$

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_i} = -V_k V_i [G_{li} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{li} \sin(\delta_k - \delta_i)] \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_k} = V_k \sum_{i=1}^n V_i [G_{li} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{li} \sin(\delta_k - \delta_i)]$$

4. Quarta sottomatrice  $\frac{\partial^2 f_0}{\partial V^2}$

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial V_i} = V_k [G_{li} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{li} \cos(\delta_k - \delta_i)] \quad i \neq k$$

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial V_k} = -2B_{kk} V_k + \sum_{i=1}^n V_i [G_{li} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{li} \cos(\delta_k - \delta_i)]$$

Anche per questi casi si ha se k, i non sono collegati:

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_i} = 0 \quad \frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_k} \neq 0$$

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial V_i} = 0 \quad \frac{\partial f_{\delta k}}{\partial V_k} \neq 0$$

Da queste derivate si può vedere una delle principali proprietà del sistema elettrico cioè il disaccoppiamento attivo-reattivo

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial \delta_i} \gg \frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_i} \quad \forall i$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial V_i} \ll \frac{\partial f_{\delta k}}{\partial V_i}$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial \delta_i} \gg \frac{\partial f_{pk}}{\partial V_i} V_i$$

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_i} \ll \frac{\partial f_{\delta k}}{\partial V_i} V_i$$

I termini fuori dalla diagonale della partizione di J sono piccoli rispetto a quelli sulla diagonale:

$$J = \begin{matrix} & \ll & \ll \\ & \sim 0 & \\ \gg & & \gg \\ \ll & & \ll \\ -0 & & -0 \end{matrix}$$

Perché la proprietà si chiama disaccoppiamento?

P dipende da  $\delta$  (poco da V)

Q dipende da V (poco da  $\delta$ )

Quali sono le condizioni per cui esiste il disaccoppiamento?

- strutturale  $R \ll X$ 
  - linee dipendono dalla sezione del conduttore AT (grande)
  - trasformatore sempre vero
- esercizio (specifiche del punto di funzionamento)
  - $V_k \approx 1$  p.u. (Vn) sistema elettrico a tensione costante
  - $(\delta_k - \delta_i) \ll 1$  legato alla stabilità del moto dei generatori
  - $\cos(\delta_k - \delta_i) \approx 1$
  - $\sin(\delta_k - \delta_i) \approx (\delta_k - \delta_i)$

Riprendiamo le espressioni delle derivate:

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial \delta_i} = V_k V_i [G_{li} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{li} \cos(\delta_k - \delta_i)] \equiv V_k V_i [G_{li} (\delta_k - \delta_i) - B_{li}]$$

$$\frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_i} = V_k V_i [-G_{li} \cos(\delta_k - \delta_i) - B_{li} \sin(\delta_k - \delta_i)] \equiv V_k V_i [-G_{li} (\delta_k - \delta_i)]$$

Con  $i \neq k$

$$\text{Se } R \ll X \rightarrow |G_{li}| \ll |B_{li}|$$

La differenza del bilancio attivo è molto più marcata al variare dello sfasamento (ha derivata più grande in modulo):

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial \delta_i} \gg \left| \frac{\partial f_{\delta k}}{\partial \delta_i} \right|$$



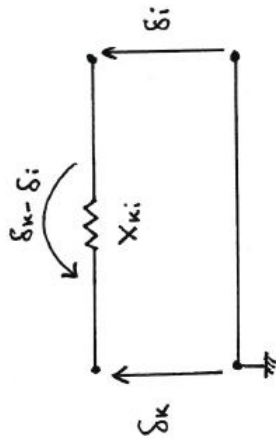
$$P_{ki} = \frac{V_k V_i}{X_{ki}} \sin(\delta_k - \delta_i) \cong \frac{V_k V_i}{X_{ki}} (\delta_k - \delta_i)$$

$$V_k, V_i = 1 \text{ pu.}$$

$$P_{ki} \cong \frac{\delta_k - \delta_i}{X_{ki}}$$

È possibile scrivere un circuito analogo in corrente continua:

|                |                   |            |
|----------------|-------------------|------------|
| AC             |                   | DC         |
| $P$            | $\leftrightarrow$ | $I$        |
| $\delta$       | $\leftrightarrow$ | $V$        |
| $\Delta\delta$ | $\leftrightarrow$ | $\Delta V$ |
| $X$            | $\leftrightarrow$ | $R$        |



Prima dell'utilizzazione dei calcolatori si usavano queste analogie per studiare il comportamento della rete.

Modello del sistema DC

$$P_k = \sum_{i=1}^n P_{ki} \cong \sum_{i=1}^n \frac{\delta_k - \delta_i}{X_{ki}} = \delta_k \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_{ki}} - \sum_{i \neq k} \frac{\delta_i}{X_{ki}}$$

È possibile introdurre:

$$P = [P_1, \dots, P_{n-1}]^T \quad P_k = P_{ck} - P_{Lk} \quad \text{vettore}$$

$$\underline{\delta} = [\delta_1, \dots, \delta_{n-1}]^T \quad \delta_n = 0 \quad \text{riferimento}$$

$$B \underline{\delta} = P$$

$B$  : matrice  $(n-1) \times (n-1)$

$B_{ik} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_{ki}}$  elementi sulla diagonale.

$$B_{ki} = -\frac{1}{X_{ki}} \quad i \neq k$$

Questi valori sono stati trovati confrontando la matrice con l'equazione di  $P_k$ .

Nota se  $k$  e  $i$  non sono direttamente collegati:

$$P_{ki} = 0$$

$$\frac{1}{X_{ki}} = 0 \quad X_{ki} \rightarrow \infty$$

$$B_{ki} = 0$$

In elettrotecnica:

$B \underline{\delta} = P \rightarrow$  metodo del potenziale ai nodi,  $B$  matrice delle conduttanze (DC).

Assegnato  $P \rightarrow P_{ck}, P_{Lk} \rightarrow P_k \quad \forall k \quad k = 1 \dots n-1$  (escluso slack)

Risolvendo il sistema lineare ottenuto  $\underline{\delta}$ , tutte le fasi delle tensioni

L'espressione corretta della corrente tra i nodi  $k-i$ :

Nota  $\delta$  calcolo

$$P_{ki} = \frac{\delta_k - \delta_i}{X_{ki}}$$

$$I_{ki} = \frac{\sqrt{P_{ki}^2 + Q_{ki}^2}}{V_k}$$

$Q_{ki}^2$  trascurabile

$$I_{ki} \cong \frac{\sqrt{P_{ki}^2}}{V_k}$$

$$V_k = 1 \text{ pu.}$$

$$I_{ki} \cong P_{ki}$$

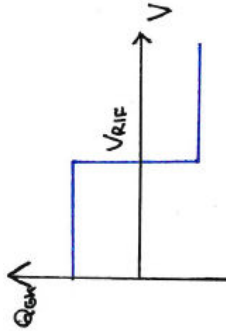
I transiti di potenza attiva definiscono in modo approssimato le condizioni di carico.

La potenza nel nodo slack:

$$P_n = -\sum_{k=1}^{n-1} P_k$$

il nodo slack serve per il bilancio delle potenze.

- se  $Q_{GMIN} \leq Q_{Gk} \leq Q_{GMAX}$  va bene
  - se  $Q_{Gk} > Q_{GMAX}$  trasformiamo il nodo da nodo PV a nodo PQ imponendo che la generazione reattiva  $Q_{Gk} = Q_{GMAX}$ ;  $V_k$  diventa incognita.
- Nota: la trasformazione da nodo PV a nodo PQ corrisponde alla iterazione successiva del processo iterativo.
- se  $Q_{Gk} < Q_{GMIN}$  trasformiamo il nodo PV a nodo PQ e impongo  $Q_{Gk} = Q_{GMIN}$ ;  $V_k$  incognita.



Dobbiamo fare attenzione a verificare nelle iterazioni successive per i nodi che sono stati trasformati da PV a PQ che se  $Q_{Gk}$  era stata posta  $Q_{Gk} = Q_{GMAX}$  che la tensione  $V_k$  sia  $V_k < V_{RIF}$  perché operiamo sul tratto in alto a sinistra della caratteristica. Se  $V_k > V_{RIF}$  si fa il processo inverso riconvertendo dal nodo di tipo PQ al nodo di tipo PV. Analogamente se avevamo posto  $Q_{Gk} = Q_{GMIN}$  bisogna verificare che  $V_k > V_{RIF}$  cioè che stiamo lavorando sul tratto in basso a destra della caratteristica. In caso contrario dobbiamo trasformare quel nodo da nodo di tipo PQ a nodo di tipo PV.

Nota implementativa: le verifiche vengono fatte dopo 2-3 iterazioni del metodo perché all'inizio la tensione è diversa dalla soluzione; si aspettano poche iterazioni per cominciare a fare le verifiche per avvicinarsi alla soluzione il prima possibile.

[2] Consideriamo ora il caso in cui il carico quindi  $P_k, Q_k$  dipende da V

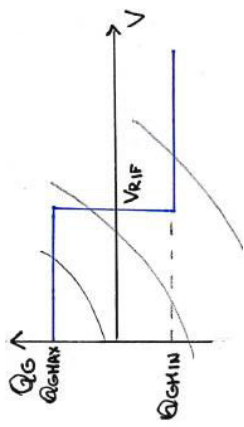
$P_{Lk}$  non assegnato, dipende da  $V_k$

Scriviamo l'equazione di bilancio al nodo k:

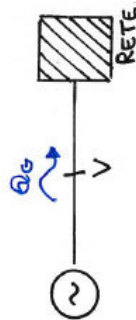
$$f_{Pk} = V_k \sum_{i=1}^n V_i [G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i)] - P_{Gk} + P_{Lk}$$

$$P_k = P_{Gk} - P_{Lk}$$

Attenzione:  $P_k$  dipende da  $V_k$ ; utilizzando il metodo di Newton-Raphson dobbiamo tenerne conto quando calcoliamo le derivate della Jacobiana. Esiste un termine aggiuntivo nell'espressione vista ieri sia nella derivata del bilancio di potenza attiva sia nella potenza reattiva.



Modello generatori:



Riconosciamo che  $Q_{GMAX}$  è il limite di sovra eccitazione che è fisicamente legato al limite termico del rotore e dello statore.  $Q_{GMIN} < 0$  è legato al limite di sotto eccitazione, legato a problemi di stabilità del moto del generatore.

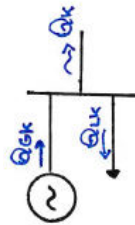
Vediamo come rappresentare tramite equazioni di Load Flow questa situazione.

Osserviamo che il nodo connesso al generatore è un nodo PV, assegniamo  $V_k = V_{RIF}$ ; la generazione reattiva nel generico nodo in cui abbiamo sia generazione che carico la possiamo trovare come:

$$Q_{Gk} = Q_k + Q_{Lk}$$

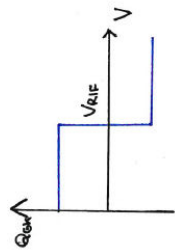
$Q_k$ : potenza iniettata localmente in rete, incognita

$Q_{Lk}$ : richiesta localmente dal carico.



Ricordando l'equazione di bilancio  $Q_k = Q_{Gk} - Q_{Lk}$  Con il processo iterativo Newton-Raphson si calcola:

$$Q_{Gk} = V_k \sum_{i=1}^n V_i [G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i)] + Q_{Lk}$$



|                     | $\underline{\delta}$ | $\Delta P_G$                   | $\underline{V}$ |
|---------------------|----------------------|--------------------------------|-----------------|
| $f_{P_{n_{PV+PQ}}}$ |                      | $-\alpha_1$<br>$-\alpha_{n-1}$ |                 |
| $f_{P_n}$           |                      | $-\alpha_n$                    |                 |
| $f_{Q_{PQ}}$        |                      | 0<br>0                         |                 |

Nota:

- la variabile  $\Delta P_G$  compare solo nei bilanci di potenza attiva, termini nulli nelle righe corrispondenti alle Q.
- $\frac{\partial f_{P_k}}{\partial \Delta P_G} = -\frac{\partial f_{Q_k}}{\partial \Delta P_G} = -\alpha_k$
- Tuttavia, molti di questi  $\alpha_k = 0$  perché non tutti i nodi contribuiscono a bilanciare la potenza attiva.

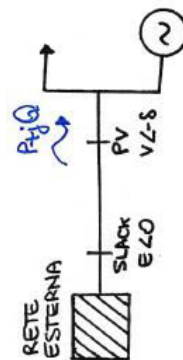
### 3.7. Sistema elettrico elementare a 2 nodi

Ci occupiamo adesso di trattare il problema della non unicità della soluzione, infatti siccome le equazioni di Load Flow non sono lineari non è garantita l'esistenza e l'unicità di una soluzione. Ciò provoca problemi di stabilità del sistema.

#### Non unicità della soluzione

Consideriamo un sistema a due nodi e analizziamo due casi diversi:

- [1] slack + PV
- [2] slack + PQ
- [1] slack + PV

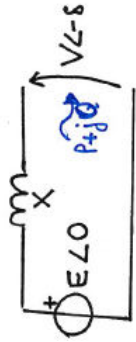


$V \rightarrow$  assegnato

$-\delta \rightarrow$  cambiamo le convenzioni di segno

Consideriamo il modello più semplice di linea cioè consideriamo solo la reattanza X.

In termini circuitali:



Scrivo il bilancio di potenza attiva e reattiva nel nodo PV:

$$P = \frac{EV}{X} \sin \delta$$

$$Q = \frac{V}{X} (E \cos \delta - V)$$

Quando il nodo è di tipo PV abbiamo una sola incognita ( $\delta$ ): siamo nel caso scalare, ammesso tale bilancio di potenza attiva:

$$\underline{x} = [\delta]$$

V incognita

$$f_p = \frac{EV}{X} \sin \delta - P = 0$$

$$\sin \delta = \frac{XP}{EV}$$

$$\delta = \sin^{-1} \left( \frac{XP}{EV} \right)$$

introduco:

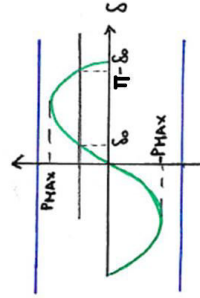
$$P_{MAX} = \frac{EV}{X}$$

Non sempre esiste soluzione:

- se  $|P| > P_{MAX} \rightarrow \frac{XP}{EV} > 1$

non esiste nessuna fase  $\delta$  che abbia il valore di  $\sin^{-1} \left( \frac{XP}{EV} \right) > 1$

GRAFICAMENTE

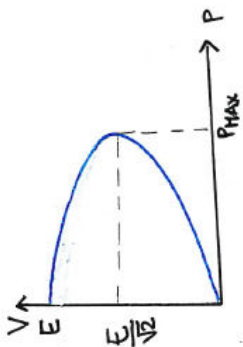


la stabilità è legata al moto del generatore.

- se  $|P| < P_{MAX} \rightarrow$  esistono due soluzioni:

- ✓  $\delta_0$  soluzione stabile
- ✓  $\pi - \delta_0$  instabile

Trovato il valore di  $\delta$  dobbiamo calcolare:



Anche in questo caso si pone il problema di capire qual è la soluzione stabile: le soluzioni del tratto superiore solo soluzioni stabili mentre quelle del tratto inferiore sono instabili. Differenza rispetto al caso precedente: in questo caso la stabilità è legata alla dinamica dei carichi.

Nota: il metodo N-R non riesce a riconoscere se si lavora in un punto stabile o in uno instabile, tutto dipende dal punto di partenza.

Nota  $V \rightarrow \delta$

$$\sin \delta = \frac{XP}{EV}$$

$$|P| = P_{MAX} = \frac{E^2}{2X}$$

$$V = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

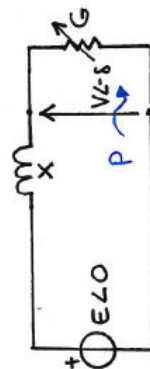
$$\sin \delta = \pm \frac{X \frac{E^2}{2X}}{E \frac{E}{\sqrt{2}}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\delta = \pm \frac{\pi}{4}$$

± dipende dal valore della potenza attiva

Ricaviamo adesso la funzione  $V(P)$  in forma parametrica

Ci serviamo di una conduttanza  $G$  per modellizzare i carichi; vediamo come variano  $P$  e  $V$  al variare del valore di  $G$ .



$$Q = 0$$

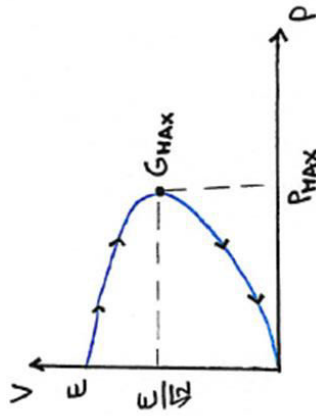
Partitore di tensione tra  $X$  e  $1/G$ .

$$V = E \frac{\frac{1}{G}}{\sqrt{\left(\frac{1}{G}\right)^2 + X^2}}$$

$$V = \frac{E}{\sqrt{1 + G^2 X^2}}$$

$$P = GV^2 = \frac{GE^2}{(1 + G^2 X^2)}$$

- Quindi nel caso di circuito aperto vale  $G=0 \rightarrow V=E \quad P=0$
- se  $G \uparrow \rightarrow V \downarrow$
- $G \rightarrow \infty \quad (R=0) \rightarrow V=P=0$



$$G_{MAX} = \frac{P_{MAX}}{\left(\frac{E}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\frac{E^2}{2X}}{\frac{E^2}{2}} = \frac{1}{X}$$

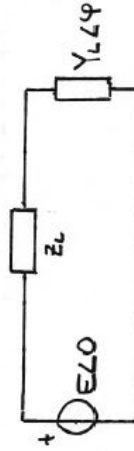
TRATTO STABILE:  $0 < G < \frac{1}{X}$  tratto superiore alla curva  $V(P)$

TRATTO INSTABILE:  $G > \frac{1}{X}$  tratto inferiore alla curva  $V(P)$

Questa considerazione è analoga alla condizione di massimo adattamento tra generatore e carico cioè la condizione in cui si vuole estrarre la massima potenza attiva da un generatore:

$$R_{LOAD} = R_{GEN}$$

In generale il circuito preleva sia  $P$  sia  $Q$ .



$$\frac{d\omega}{dt} = 0 \quad P_m = P_e = 0$$

$$\frac{d\delta}{dt} = 0 \quad \omega = \omega_0$$

Considerando  $E'$  noto (dipende da  $\delta_0$ ):

$$\sin \delta_0 = \frac{(X' + X_T + X_R) P_0}{E' E_R}$$

Linearizziamo il sistema considerando gli scostamenti dalla condizione di equilibrio.

Linearizzazione: introduco gli scostamenti.

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0$$

$$\Delta\delta = \delta - \delta_0$$

$$\Delta P_e = P_e - P_0$$

$$\Delta P_m = P_m - P_0 = 0 \text{ perché ragioniamo a } P_m \text{ costante}$$

Abbiamo quindi:

$$P_e = P_{MAX} \sin \delta$$

$$P_{MAX} = \frac{E' E_R}{X' + X_T + X_R}$$

Linearizziamo usando lo sviluppo in serie di Taylor del primo ordine e ottengo:

$$P_e \approx P_0 + \underbrace{P_{MAX} \cos \delta_0}_{\left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right)_0} (\delta - \delta_0)$$

$$\Delta P_e = P_{MAX} \cos \delta_0 \Delta \delta$$

Possiamo scrivere le equazioni differenziali del modello come:

$$\begin{cases} J\omega_0 \frac{d\Delta\omega}{dt} = P_m - P_0 - P_{MAX} \cos \delta_0 \Delta\delta \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} = \Delta\omega \end{cases}$$

OSSERVAZIONE:

$$\frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} = \frac{d\Delta\omega}{dt}$$

$$J\omega_0 \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} + P_{MAX} \cos \delta_0 \Delta\delta = 0$$

Equazione differenziale del secondo ordine lineare

Risolverla:

equazione caratteristica:

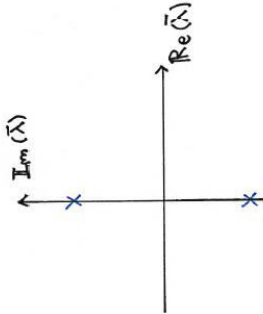
$$J\omega_0 \lambda^2 + P_{MAX} \cos \delta_0 = 0$$

- se  $\cos \delta_0 > 0 \rightarrow |\delta_0| < \frac{\pi}{2}$  abbiamo due soluzioni immaginarie pure

$$\bar{\lambda} = \pm j \sqrt{\frac{P_{MAX} \cos \delta_0}{J\omega_0}}$$

se  $\cos \delta_0 > 0$

Nel piano complesso



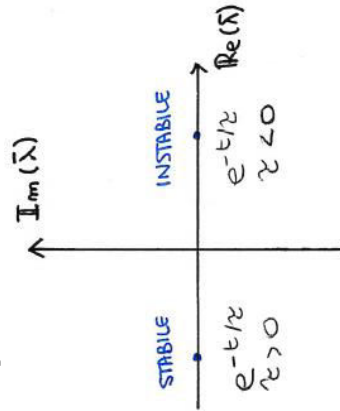
Il comportamento dinamico è di tipo oscillatorio.

Ci troviamo proprio al limite tra la parte stabile e la parte instabile del piano complesso perché non abbiamo considerato gli smorzamenti che ci sono nella realtà. Nella realtà le soluzioni (i poli) non sono sul confine ma sono all'interno della parte stabile.

- se  $\cos \delta_0 < 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} < |\delta_0| < \pi$  abbiamo due soluzioni reali

$$\bar{\lambda} = \pm \sqrt{-\frac{P_{MAX} \cos \delta_0}{J\omega_0}}$$

uno dei due autovalori è sul piano instabile.



Esempio numerico

$$X' = 0.2 \text{ p.u.}$$

$$X_T = 0.1 \text{ p.u.}$$

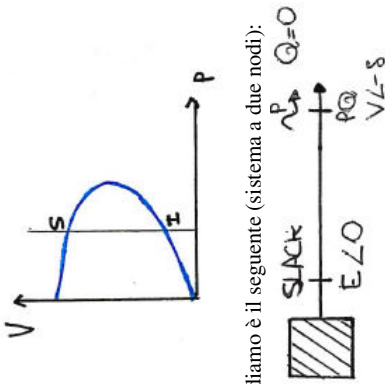
$$X_R = 0.1 \text{ p.u.}$$

$$E_R = 1 \text{ p.u.}$$

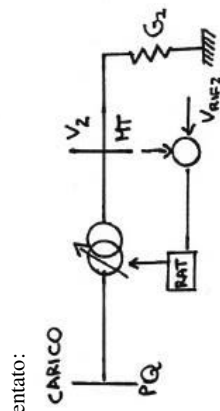
$$E' = 1 \text{ p.u.}$$

**Stabilità della tensione**

La stabilità della tensione è legata alla dinamica dei carichi. Esiste unicità della soluzione per le equazioni di Load Flow. Considerando due nodi, slack e PQ.

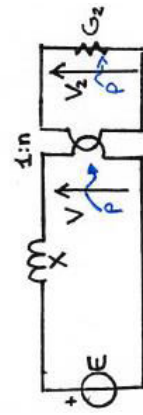


Il modello del carico che studiamo è il seguente (sistema a due nodi):



Il carico viene così rappresentato:

Media tensione. Abbiamo un variatore sotto carico azionato da un regolatore automatico di tensione, mantiene costante  $V_2$  che alimenta la MT. Consideriamo come carico un'impedenza costante puramente resistiva. Il trasformatore viene considerato ideale (primo elemento del modello):



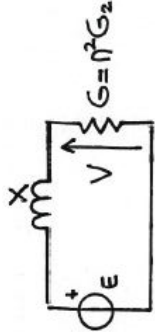
$n$ : rapporto di trasformazione

$t = 1 : n$

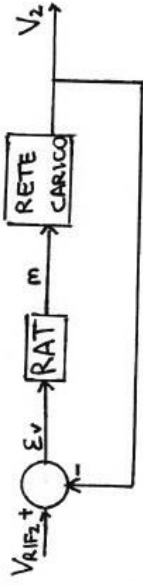
$V_2 = n V$

Nel passaggio dal secondario al primario:

$G = n^2 G_2$



Ci siamo ricondotti allo stesso modello utilizzato in precedenza per ricavare  $V(P)$  in forma parametrica. Il secondo elemento necessario è l'anello di controllo della tensione.



Il blocco rete + carico non è lineare. Il comportamento dell'anello non è lineare, linearizziamo attorno al punto di funzionamento:

$$\Delta V_2 = \frac{\partial V_2}{\partial n} \Delta n$$

La tensione  $V$  non è lineare rispetto a  $n$ , si linearizza.

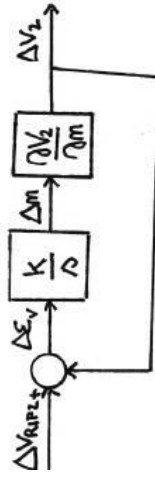
Per quanto riguarda il RAT il modello più semplice è un regolatore integrale.



Se  $\epsilon_v > 0 \rightarrow V_2 < V_{REF2} \rightarrow n \uparrow \Delta n > 0 \quad k > 0$

Il regolatore aumenta  $n$  per aumentare la tensione

Possiamo disegnare l'anello informa linearizzata. Nella forma linearizzata tutte le grandezze vanno espresse come variazioni.



Discutiamo la stabilità di questo anello.

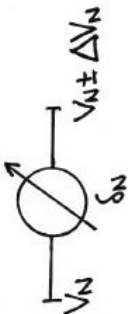
- Consideriamo inizialmente  $\frac{\partial V_2}{\partial n} > 0$

Il polo nell'origine è introdotto dal regolatore

## 4. ESERCIZIO DEL SISTEMA ELETTRICO

### 4.1.1. Trasformatori di regolazione

Sono trasformatori in senso strutturale: sono composti da un nucleo magnetico con avvolgimenti. A differenza dei trasformatori normali non svolgono la funzione di collegare parti di circuito con diversa tensione. I trasformatori di regolazione infatti collegano parti della rete alla stessa tensione nominale.

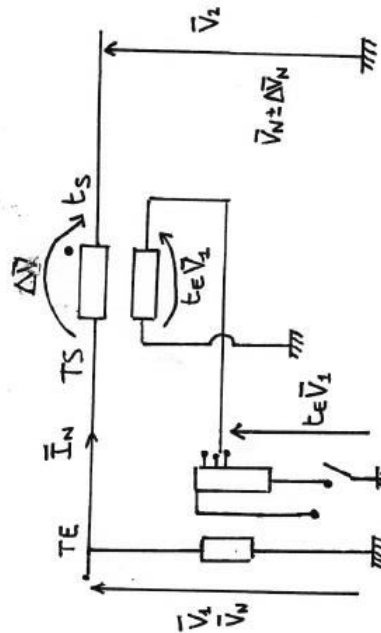


Al trasformatore è associata una potenza nominale  $S_N$ .  
Esistono due tipi di trasformatori di regolazione:

- regolazione di V/Q
- regolazione di P → si parla in questo caso di trasformatori a sfasamento variabile PST ("Phase Shifting Transformer")

### Trasformatori a regolazione V/Q

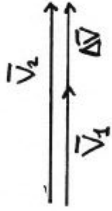
Schema monofase di principio.



Due trasformatori:

- TE trasformatore di eccitazione con rapporto di trasformazione  $t_E$  variabile in modo discreto. Il commutatore permette di cambiare il segno della tensione (posso anche pensarlo come cambio del rapporto di trasformazione  $t_E \rightarrow t_E < 0$ ).
- TS trasformatore serie con rapporto di trasformazione  $t_S$  fisso.

$\vec{V}_2 = \vec{V}_1 + \Delta \vec{V}$   
 $\Delta \vec{V} = t_E t_S \vec{V}_1$   
 $t_E, t_S$  ideali  
 $t_E$  variabile: possiamo variare  $\Delta \vec{V}$ .



Con il  $\Delta \vec{V}$  si cambia la differenza tra le tensioni → si influisce sul transito di potenza reattiva. Ne esistono di due tipi:

- Diretti → TE, TS con un nucleo magnetico
  - Indiretti → TE, TS con nuclei separati
- Nota: considerando i trasformatori ideali tutte e tre le tensioni ( $\vec{V}_2, \vec{V}_1, \Delta \vec{V}$ ) sono in fase tra loro. In condizioni di normale funzionamento:

$$|\Delta \vec{V}| \leq \Delta \vec{V}_N$$

$$S_N = \sqrt{3} V_N I_N \text{ trasformatore normale}$$

$$S_{TS} = \sqrt{3} \Delta V_N I_N$$

$$S_{TE} = S_{TS} \text{ perché il TE è alimentato dal TS}$$

Confrontiamo le potenze:

$$\frac{S_{TE} + S_{TS}}{S_N} = \frac{2S_{TS}}{S_N} = \frac{2\sqrt{3}\Delta V_N I_N}{\sqrt{3}V_N I_N} = 2 \frac{\Delta V_N}{V_N}$$

Esempio:

$$\frac{\Delta V_N}{V_N} = 15\% \rightarrow \frac{S_{TE} + S_{TS}}{S_N} = 30\%$$

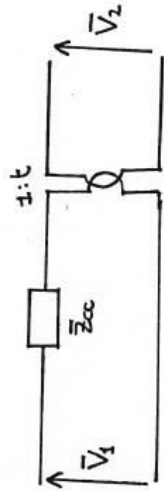
Che è il doppio del range di regolazione del trasformatore normale.

Con questa configurazione si riesce a controllare la tensione con un notevole risparmio della potenza.

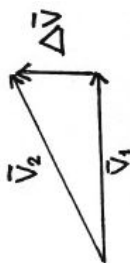
### Circuito equivalente

Da un punto di vista esterno è come un trasformatore con rapporto di trasformazione variabile. Si trascura la corrente magnetizzante.

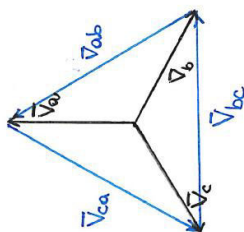
Ho invertito il rapporto di trasformazione  $t$  rispetto ai modelli dei trasformatori a inizio corso.



Il rapporto di trasformazione è dato da:

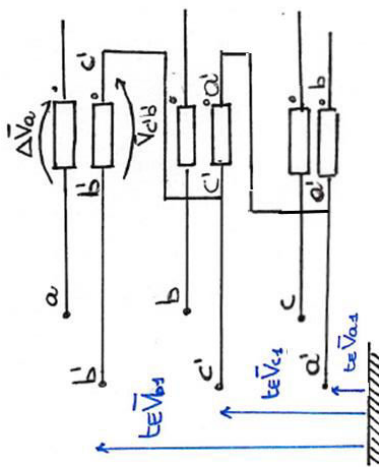


Per realizzare uno sfasamento tra le tensioni si può inniettare una  $\Delta\bar{V}$  con un TS ma questa  $\Delta\bar{V}$  non è in fase con  $\bar{V}_1$  ma è in anticipo rispetto a  $\bar{V}_1$  di  $90^\circ$ .  
 È semplice realizzare lo sfasamento:



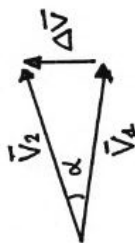
$$\begin{aligned} \bar{V}_{cb} &= j\sqrt{3}\bar{V}_a \\ \bar{V}_{ac} &= j\sqrt{3}\bar{V}_b \\ \bar{V}_{ba} &= j\sqrt{3}\bar{V}_c \end{aligned}$$

Si può notare che ad ogni stellata corrisponde la concatenata in anticipo di  $90^\circ$ .  
 È possibile utilizzare lo stesso TE con  $t_E$  variabile e lo stesso TS di prima; per avere  $\Delta\bar{V}$  a  $90^\circ$  basta collegare il primario del TS a triangolo.



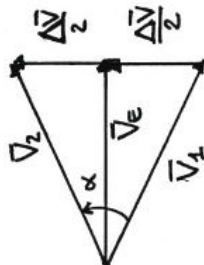
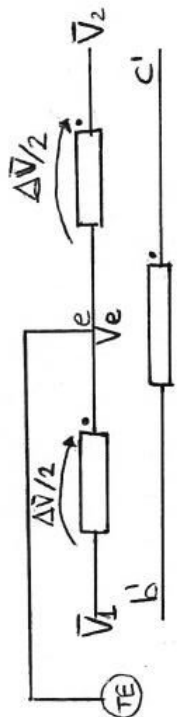
$$\Delta\bar{V}_a = t_E t_S \bar{V}_{cb}$$

Questo trasformatore è detto PST asimmetrico: oltre a variare la fase varia anche il modulo delle tensioni. Nota: gli effetti che si ottengono sono piccoli, l'angolo  $\alpha$  è piccolo.



$$t = \left| \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} \right| = \frac{1}{\cos\alpha} \geq 1$$

È possibile realizzare un PST simmetrico con  $t=1$ .  
 Disegniamo una sola fase:

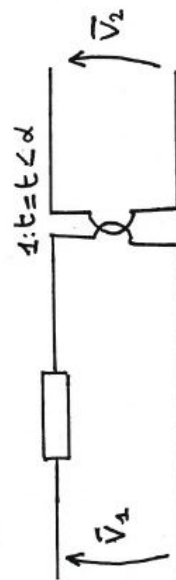


$$\forall \Delta\bar{V}, \forall t \rightarrow t = \left| \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} \right| = 1$$

Il secondario del trasformatore serie viene diviso in due parti uguali in modo da avere la tensione  $\Delta\bar{V}$  divisa in due parti uguali. Rendendo accessibile il punto intermedio "e" è possibile alimentare l'avvolgimento di eccitazione. Per ogni valore di  $\Delta\bar{V}$  (e quindi di  $t_E$ ) troviamo sempre  $t=1$ .

**Viene corretto solo lo sfasamento.**

Circuito equivalente





Dai valori trovati si può notare che:

$$\bar{Y}_{11} = \frac{1}{Z_{CC}} \quad \bar{Y}_{12} = -\frac{1}{tZ_{CC}}$$

$$\bar{Y}_{21} = -\frac{1}{t^*Z_{CC}} \quad \bar{Y}_{22} = \frac{1}{t^2Z_{CC}}$$

$$\Rightarrow \bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} \Leftrightarrow t = t^* \rightarrow \alpha = 0$$

Lo sfasamento influisce sugli elementi fuori diagonale!

In forma più compatta:

$$[\bar{Y}] = \frac{1}{Z_{CC}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{t} \\ -\frac{1}{t^*} & \frac{1}{t^2} \end{bmatrix}$$

➤ si nota la non simmetria

➤ gli elementi sulla diagonale non dipendono dallo sfasamento.

Cosa succede in una rete?

Consideriamo il collegamento tra due generici nodi.



Se metto un trasformatore di regolazione tra i nodi i e k bisogna modificare la matrice delle

ammettenze:

$$\bar{Y}_{kk} \rightarrow \frac{1}{Z_{CC}}$$

$$\bar{Y}_{ki} \rightarrow -\frac{1}{tZ_{CC}}$$

$$\bar{Y}_{ik} \rightarrow -\frac{1}{t^*Z_{CC}}$$

$$\bar{Y}_{ii} \rightarrow \frac{1}{t^2Z_{CC}}$$

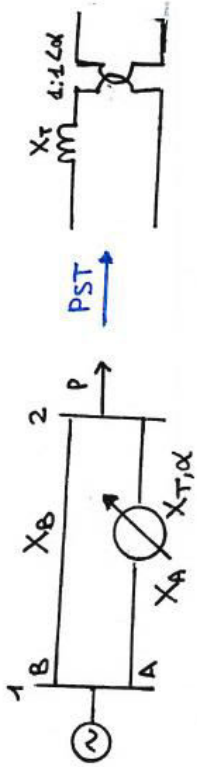
Infatti  $\bar{Y}_b$   $n \times n$  non è simmetrica se  $\angle T_{ij} \neq 0$

È analogo alla trattazione precedente se ricordiamo l'analogia  $k=1 \quad i=2$

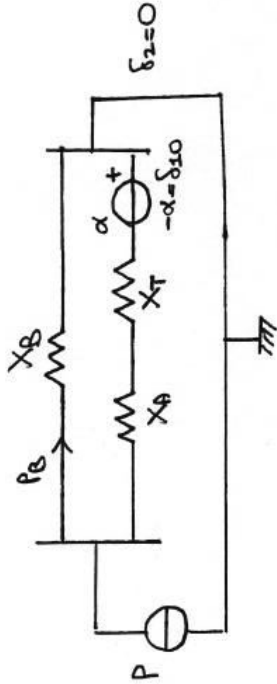
Questi sono i termini che vanno alla matrice delle ammettenze  $\bar{Y}_b$  (che c'era prima dell'inserimento del PST).

Esempio

Consideriamo due linee in parallelo



Scegliamo il nodo 2 come riferimento delle fasi. Vediamo il circuito equivalente in DC:



$$\alpha = \angle \bar{V}_2 - \angle \bar{V}_{10} = 0 - \angle \bar{V}_{10}$$

Dato che il trasformatore di regolazione impone uno sfasamento questo viene modellizzato come un generatore di tensione.

Data P determinare  $P_A$  e  $P_B$

- In assenza di PST (cioè  $X_T = 0 \quad \alpha = 0$ ):

$$P_{A0} = P \frac{X_B}{X_A + X_B}$$

$$P_{B0} = P \frac{X_A}{X_A + X_B}$$

- In presenza di PST (cioè  $X_T \neq 0 \quad \alpha \neq 0$ ) uso la sovrapposizione degli effetti

1) effetto uno

$$P \neq 0 \quad \alpha = 0$$

$$P_A = P \frac{X_B}{X_A + X_B + X_T} < P_{A0} \quad \text{con } P > 0$$

$$P_B = P \frac{X_A + X_T}{X_A + X_B + X_T} > P_{B0}$$

2) effetto due

Dispositivo generatore di corrente: lo apre e circola corrente solo nella maglia

$$P = 0 \quad \alpha \neq 0$$

$$P_A'' = -P_B'' = \frac{\alpha}{X_A + X_B + X_T}$$

[2] PST  $\rightarrow \alpha_{si}$  trasformatore a sfasamento variabile; per regolare i flussi di potenza si interviene variando  $\alpha_{si}$  cioè la fase del rapporto di trasformazione.

### Controllo reattivo

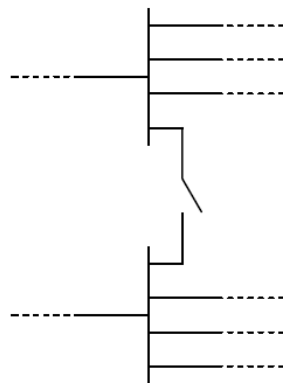
Transito di  $Q_k$  e soprattutto il modulo  $V_k$ .  
Interveniamo su:

- [1]  $V_k$  nodo PV,  $Q_{gk}$  nodo PQ (entrambe le azioni sono legate ai generatori)
- [2] Si possono usare i trasformatori con rapporto di trasformazione variabile sotto carico.
- [3] Trasformatori di regolazione (in fase).
- [4] Inserzione e disinserzione di componenti che producono o assorbono Q.  
Induttori: assorbono Q delle linee a basso carico. Alleviano il lavoro dei generatori, introdotti nel Centro Sud per generazione fotovoltaica.  
Condensatori di rifasamento: direttamente collegati alla rete AT, i condensatori sono visti come elementi modulari che possono essere messi in serie. Producono Q quando la linea è ad alto carico.  
Quindi metto e tolgo questi elementi a seconda dell'occorrenza.

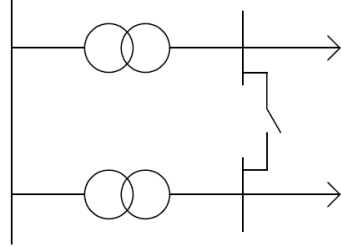
### Intervento sull'assetto della rete

È un ulteriore intervento di controllo che non è né di tipo attivo né reattivo.

Vuol dire inserire o disinserrire linee e trasformatori. Si possono anche aprire o chiudere i congiuntori delle sbarre.  
Stazione elettrica.



Con il congiuntore chiuso abbiamo un nodo. Con il congiuntore aperto abbiamo due nodi separati. Quindi il congiuntore modifica  $V_k$ ,  $P_k$ ,  $Q_k$  (tensione e transito di potenza).  
Esempio caso distribuzione MT o BT.



Se chiudo il congiuntore C, con i trasformatori uguali, se il carico è diverso, si ha la ripartizione uguale tra i trasformatori. Ho le condizioni migliori di carico e perdite. Se C è aperto ogni trasformatore alimenta il suo carico e si hanno perdite maggiori. Questo esempio serve solo per far vedere il comportamento del congiuntore.

### 4.4. Sicurezza N-1

Riassunto vincoli di esercizio:

- $f_{MIN} \leq f \leq f_{MAX}$
- $V_{MIN} \leq V \leq V_{MAX}$
- $I \leq I_{MAX}$

(Q è automaticamente imposto dall'eccitazione o Load Flow, cioè imposto dal sistema di generazione)

Questi limiti devono essere soddisfatti non solo nell'esercizio in tempo reale, si deve avere la sicurezza N-1 dove N è il numero dei componenti del sistema e 1 rappresenta la perdita accidentale (guasto) di un componente. Quindi i vincoli di esercizio devono essere rispettati anche con la perdita di un componente (linea, trasformatore, generatore).

Per verificare la sicurezza N-1 si toglie un elemento alla volta e si applica in successione il metodo di Load flow (verifica di V.I). Conosco LF con tutti i componenti, ho le stime di partenza cioè i valori precedenti. Queste verifiche vengono fatte preventivamente, cioè nella fase di programmazione dell'esercizio per il giorno successivo. Se ci sono degli scostamenti rispetto a quello previsto il giorno precedente, gli operatori verificano la sicurezza N-1 in tempo reale. È ammessa un'interpretazione "debole" della sicurezza N-1. Questo vuol dire ammettere dei sovraccarichi per la perdita di un componente purché siano soddisfatte tre condizioni.

- Siano sovraccarichi di modesta entità cioè  $I_{MAX} < I < 1.2 I_{MAX}$
  - Disponibilità di interventi per eliminare i sovraccarichi, cioè principalmente  $\Delta P_{Gk}$  (variazioni di potenza generata).
  - L'operatore deve sapere in anticipo cosa fare.
- N.B. La corrente deve essere bassa per evitare rapidi interventi dei dispositivi di protezione. Esiste anche un tempo in cui l'operatore deve fare le procedure. Si ha la separazione della rete se non rispetta i tempi, gli elementi togliendosi a catena producono molto sovraccarico, non gestibile.