NUMERO: 2283A ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Loffredo

MATERIA: Fondamenti di Meccanica del Volo - Prof. Gili

Politecnico di Torino

Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Corso di
FONDAMENTI DI MECCANICA DEL VOLO

Anno Accademico 2016/2017

ESERCITAZIONE N° 1

QUOTE E VELOCITA'

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 222

ESERCITAZIONE 1 - Quote e Velocità

(1)

Dati:

$z_{ISA} = 4500\ m$ quota standard di volo

$T_e = 197,4\ K$ temperatura dell'aria esterna

Trovare z_{QNE}

Le quote più importanti da ricordare sono z_{ISA} e z_{QNE}

Definizioni:

z_{QNE} : quota che viene visualizzata sullo strumento in seguito a una misurazione di pressione.

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{m} = \left(\frac{T_0 - h z_{QNE}}{T_0}\right)^{m} \qquad \text{Pressure Altitude}$$

z_{ISA}: quota legata alla misura della densità (non della pressione)

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{m-1} = \left(\frac{T_0 - h z_{ISA}}{T_0}\right)^{m-1} \qquad \text{Density Altitude}$$

Generalmente la z_{ISA} si utilizza quando si vuol fare un confronto di prestazioni perché le prestazioni sono legate alle forze aerodinamiche esercitate sull'aeroplano e queste forze sono proporzionali a $\frac{1}{2}\rho V^2$ (in particolare alla densità).

(Es. prestazioni: quanto si consuma ad una velocità)

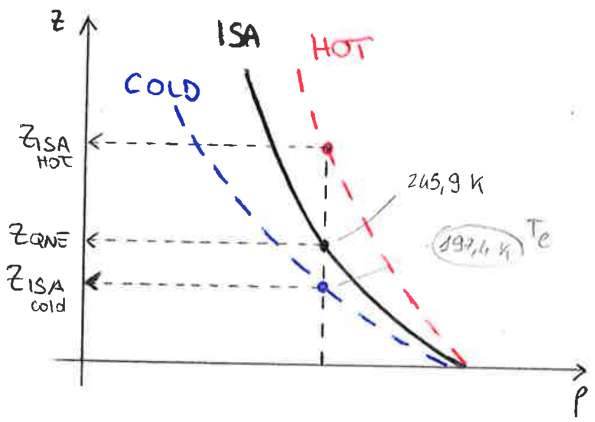
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 222

La quota dipende dalle condizioni di temperatura.

Stevino: $\frac{dP}{dz} = -\rho g$

↳ ρ = densità a una certa quota

Possiamo diagrammare $\frac{dz}{dP} = -\frac{1}{\rho g}$



— COLD: curva meno pendente perché ρ è maggiore

— HOT: curva più pendente

N.B.

$$\boxed{\begin{array}{l} ISA: \quad z_{QNE} = z_{ISA} \\ COLD: \quad z_{QNE} > z_{ISA} \\ HOT: \quad z_{QNE} < z_{ISA} \end{array}}$$

In una giornata cold (fredda) la temperatura, a parità di pressione, è inferiore a quella che avremmo nella condizione ISA a quella stessa quota.

$T_e < T_{ISA}$ ($T_{esterna} < T_{ISA}$)

A parità di pressione $\rho = \rho_{ISA} \overbrace{\frac{T_{ISA}}{T}}^{>1} \Rightarrow \rho > \rho_{ISA}$

infatti, nell'esercizio 1 $z_{QNE} = 6502\,m$, $T_e = 197{,}4\,K < T_0$, temperatura più fredda $\Rightarrow$ curva cold $\Rightarrow z_{ISA\,cold} < z_{QNE}$

infatti $4500 < 6502$.

In una giornata HOT (calda)

$T_e > T_{ISA}$

$\rho_e < \rho_{ISA}$ aria più rarefatta $\Rightarrow z_{ISA\,HOT} > z_{QNE}$

NB RICORDARE:

$$\boxed{\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n} = \left(\frac{T_0 - h\, z_{QNE}}{T_0}\right)^{n}}$$ QNE $\leftrightarrow$ P

$$\boxed{\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n-1} = \left(\frac{T_0 - h\, z_{ISA}}{T_0}\right)^{n-1}}$$ ISA $\leftrightarrow$ ρ

La relazione tra le due è:

$$\boxed{\frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0}\,\frac{T}{T_0}}$$

ISA :	$z_{ISA} \equiv z_{QNE}$
COLD:	$T_e < T_{ISA}$
	$z_{QNE} > z_{ISA}$
HOT:	$T_e > T_{ISA}$
	$z_{QNE} < z_{ISA}$

Il passaggio da V_{TAS} a V_{EAS} è legato alla densità

$$V_{EAS} = \sqrt{\delta}\, V_{TAS} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}\, V_{TAS}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n-1} = \left(\frac{T_0 - h\, z_{QNE}}{T_0}\right)^{n-1} = \left(\frac{271,9}{288,15}\right)^{4,2561} = 0,7811$$

$$V_{EAS} = V_{TAS}\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} = 77,16 \cdot \sqrt{0,7811} = 68,19\ m/s$$

$$\boxed{V_{EAS} = 68,19\ m/s}$$

Per la velocità indicata V_{IAS} serve la pressione dinamica q

$$q = \frac{1}{2}\rho\, V_{TAS}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,9568 \cdot (77,16)^2 = 2848\ Pa$$

$$\downarrow$$

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{\rho}{\rho_0} = 1,225 \cdot 0,7811 = 0,9568\ kg/m^3$$

Sulla pressione dinamica, però, c'è un errore.

La q indicata è la q corretta con un 5% in meno:

$$q_i = q_{corr} \cdot 0,95 = 2848 \cdot 0,95 = 2705,6\ Pa$$

$$q_i = \frac{1}{2}\rho_0 V_{IAS}^2 \Rightarrow V_{IAS} = \sqrt{\frac{2q_i}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2705,6}{1,225}} = 66,47\ m/s$$

$$\boxed{V_{IAS} = 66,47\ m/s}$$

Il pilota legge $V_{IAS} = 66,47\ m/s$, $V_{EAS} = V_{CAS}$ perché incompressibile ma la velocità vera è $V_{TAS} = 77,16\ m/s > V_{IAS}$.

Utilizziamo le relazioni del compressibile:

$$V_{IAS} = \sqrt{\frac{2K}{K-1}\frac{P_0}{\rho_0}\left[\left(\frac{q_c}{P_0}+1\right)^{\frac{K-1}{K}}-1\right]}$$

Da questa relazione possiamo calcolare q_c.

$$q_c = \left[\left(\frac{K-1}{2K}\frac{\rho_0}{P_0}V_{IAS}^2+1\right)^{\frac{K}{K-1}}-1\right]P_0 =$$

$$= \left[\left(\frac{1{,}4-1}{2\cdot 1{,}4}\cdot\frac{1{,}225}{101325}\cdot 192{,}9^2+1\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}}-1\right]101325 = 24687\ Pa$$

q_c serve per calcolare V_{TAS} che nel riferimento ha pressione e densità della quota e non avendo errori di strumento

$$q_{comp} = q_{corretta}.$$

$$\rho = \rho_0 \cdot 0{,}3740 = 1{,}225 \cdot 0{,}3740 = 0{,}458\ kg/m^3$$

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^m = \left(\frac{228{,}7}{288{,}15}\right)^{5{,}2561} = 0{,}2969$$

$$P = P_0 \cdot \frac{P}{P_0} = 101325 \cdot 0{,}2969 = 30083\ Pa$$

$$V_{TAS} = \sqrt{\frac{2K}{K-1}\frac{P}{\rho}\left[\left(\frac{q_c}{P}+1\right)^{\frac{K-1}{K}}-1\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}4}{1{,}4-1}\cdot\frac{30083}{0{,}458}\left[\left(\frac{24687}{30083}+1\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}-1\right]} = 292{,}98\ m/s$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{TAS} = 292{,}98\ m/s}$$

Politecnico di Torino

Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Corso di
FONDAMENTI DI MECCANICA DEL VOLO

Anno Accademico 2016/2017

ESERCITAZIONE N° 2

IL VOLO LIBRATO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 222

Esercitazione (2) - Il volo librato

(1)

Dati:

$w_w = 0{,}32\ m/s$

$C_{D0} = 0{,}012$

$\lambda = 20$

$e = 0{,}95$

$W/S = 180\ N/m^2$

$z_{ISA} = 2500\ m$

Calcolare velocità di discesa minima W_{MIN}.

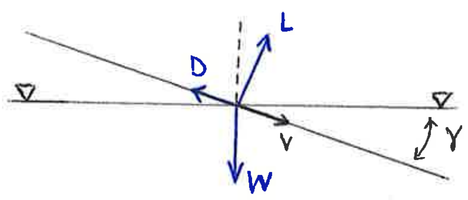
$C_D = C_{D0} + K C_L^2$, dalle caratteristiche è possibile calcolare il fattore $K = \frac{1}{e\pi\lambda} = \frac{1}{0{,}95 \cdot \pi \cdot 20} = 0{,}0167$

Dal dato $z_{ISA} = 2500$ è possibile invece calcolare il rapporto ρ/ρ_0:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T_0 - h\, z_{ISA}}{T_0}\right)^{m-1} = \left(\frac{288{,}15 - 0{,}0065 \cdot 2500}{288{,}15}\right)^{5{,}2561-1} = 0{,}781$$

da cui $\rho = \rho_0 \cdot \frac{\rho}{\rho_0} = 1{,}225 \cdot 0{,}781 = 0{,}9568\ kg/m^3$

Consideriamo ora la condizione di volo dell'aliante:



$$\begin{cases} L = W\cos\gamma \\ D = W\sin\gamma \end{cases}$$

Se γ è piccolo, si possono fare le semplificazioni $\begin{cases} \cos\gamma \simeq 1 \\ \sin\gamma \simeq \gamma \end{cases}$

Perciò, si ottiene $\begin{cases} L \simeq W \\ D \simeq W\gamma \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{D} = E = \frac{1}{\gamma}$

7

Per calcolare $(E\sqrt{C_L})_{MAX}$, cerchiamo il minimo di $\frac{1}{E\sqrt{C_L}}$, quindi gli zeri della sua derivata:

Sapendo che $E = \frac{C_L}{C_D}$, si ottiene:

$$y = \frac{1}{E\sqrt{C_L}} = \frac{C_D}{C_L\sqrt{C_L}} = \frac{C_D}{C_L^{3/2}}$$

Trovato all'inizio

Inoltre, $C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e\pi\lambda} = C_{D0} + K C_L^2$

$$y = \frac{C_{D0} + K C_L^2}{C_L^{3/2}} = \frac{C_{D0}}{C_L^{3/2}} + K C_L^{1/2}$$

$$\frac{dy}{dC_L} = -\frac{3}{2} C_{D0} C_L^{-\frac{5}{2}} + \frac{1}{2} K C_L^{-\frac{1}{2}} = 0$$

$$\frac{-3C_{D0}}{C_L^2\sqrt{C_L}} + \frac{K}{\sqrt{C_L}} = 0 \Rightarrow C_{L\,(E\sqrt{C_L})_{MAX}} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{K}} = 1,468.$$

~~Noto C_L per cui $(E\sqrt{C_L})_{MAX}$ è possibile calcolare K.~~

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2 \Rightarrow C_{D\,(E\sqrt{C_L})_{MAX}} = C_{D0} + K \cdot \frac{3C_{D0}}{K} =$$

$$= 4 C_{D0} = 4 \cdot 0,012 = 0,048$$

$$E = \frac{C_L}{C_D} \Rightarrow E_{(E\sqrt{C_L})_{MAX}} = \frac{(C_L)_{(E\sqrt{C_L})_{MAX}}}{(C_D)_{(E\sqrt{C_L})_{MAX}}} = \frac{1,468}{0,048} = 30,58$$

Noti questi valori, è possibile calcolare V e successivamente W_{MIN}:

$$V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 180}{0,9568 \cdot 1,468}} = 16 \ m/s$$

$$W_{MIN} \simeq V\gamma = \frac{V}{E} = \frac{16}{30,58} = 0,523 \ m/s.$$

(2)

Dati

$E_V = 30$

$C_{D0} = 0,013$

$\lambda = 24$

$e = 0,96$

$S = 21\ m^2$

$W = 2900\ N$

$z_{ISA} = 2000\ m$

Trovare velocità massima di discesa w_{MAX}.

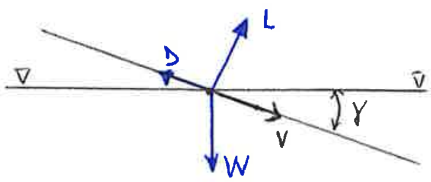
Per prima cosa calcoliamo k e ρ, utili in seguito:

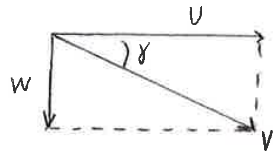
$$k = \frac{1}{e\pi\lambda} = \frac{1}{0,96 \cdot \pi \cdot 24} = 0,0138$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T_0 - h z_{ISA}}{T_0}\right)^{m-1} = \left(\frac{288,15 - 6,5 \cdot 2}{288,15}\right)^{5,2561-1} = 0,821$$

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{\rho}{\rho_0} = 1,225 \cdot 0,821 = 1,006\ Kg/m^3 .$$

Come nell'esercizio precedente, consideriamo la condizione di volo dell'aliante e il triangolo delle velocità:





$$\begin{cases} L = W\cos\gamma \\ D = W\sin\gamma \end{cases}$$

$$w = V\sin\gamma$$

Se γ è piccolo, $\begin{cases} \cos\gamma \simeq 1 \\ \sin\gamma \simeq \gamma \end{cases}$, perciò:

$$\begin{cases} L \simeq W \\ D \simeq W\gamma \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{D} = E = \frac{1}{\gamma}$$

$$w = V\gamma = \frac{V}{E}$$

3

Dati:

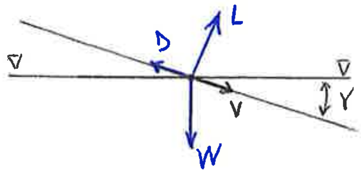
$C_{D0} = 0{,}011$
$\lambda = 18$
$e = 0{,}95$
$W/S = 150\ N/m^2$
$z_{ISA} = 2000\ m$
$w = 0{,}7\ m/s \quad (= R/C)$

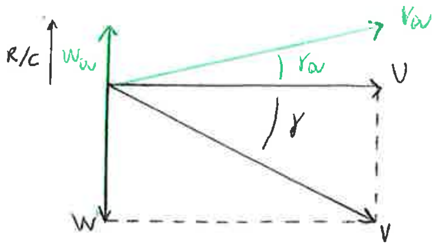
Calcolare W_w intensità della corrente ascendente con aliante in volo con $C_L(E_{MAX})$.

$$K = \frac{1}{e\pi\lambda} = \frac{1}{0{,}95\cdot\pi\cdot 18} = 0{,}0186$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T_0 - h\, z_{ISA}}{T_0}\right)^{m-1} = \left(\frac{288{,}15 - 6{,}5\cdot 2}{288{,}15}\right)^{4{,}2561} = 0{,}821$$

$$\rho = \rho_0 \frac{\rho}{\rho_0} = 1{,}225\cdot 0{,}821 = 1{,}006\ kg/m^3$$





Hp di γ piccolo:

$$\begin{cases} L \simeq W = \frac{1}{2}\rho V^2 C_L S \\ D \simeq W\gamma \end{cases} \qquad \frac{L}{D} = E = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \left[E_{MAX} \Leftrightarrow \gamma_{MIN}\right]$$

$$E = \frac{C_L}{C_D} \Rightarrow E_{MAX} \Leftrightarrow \left(\frac{C_D}{C_L}\right)_{MIN}$$

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{D0} + K C_L^2}{C_L} = \frac{C_{D0}}{C_L} + K C_L$$

$$\frac{d}{dC_L}\left(\frac{C_D}{C_L}\right) = -\frac{C_{D0}}{C_L^2} + K = 0 \Rightarrow C_L = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} = \sqrt{\frac{0{,}011}{0{,}0186}} = 0{,}769$$

$$V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} = 19{,}69\ m/s \Rightarrow w = \frac{V}{E} = 0{,}56\ m/s \Rightarrow W_w = R/C + w = 0{,}7 + 0{,}56 = 1{,}26\ m/s$$

Politecnico di Torino

Dipartimento di ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Corso di
FONDAMENTI DI MECCANICA DEL VOLO

Anno Accademico 2016/2017

ESERCITAZIONE N° 3

LA SALITA DEL VELIVOLO A GETTO ED A ELICA

Esercitazione 3 - LA SALITA DEL VELIVOLO A GETTO ED A ELICA

1

$C_{D0} = 0{,}016$
$W_m = 3\,200\,000$ N
$w_g = 420$ m/s
$S = 500$ m^2
$\lambda = 7$
$e = 0{,}9$
$z_A = 1000$ m
$z_B = 9000$ m
$T_{S0} = 880\,000$ N

t_s ? tempo di salita da A a B.

Hp: condizioni di massima spinta ($\varphi_1 = 1$) e minimo rapporto $\frac{D}{V}$.

Come nelle esercitazioni precedenti, è possibile calcolare per primo il coefficiente K:

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2 \quad , \quad K = \frac{1}{e\pi\lambda} = \frac{1}{0{,}9 \cdot \pi \cdot 7} = 0{,}05$$

Il tempo di salita t_s si calcola attraverso la formula

$$t_s = \frac{\Delta z}{R/C} = \frac{z_B - z_A}{R/C}$$

dove R/C = Rate of Climb è la velocità di salita

$$R/C = V \cdot \gamma \overset{\text{vedi dopo}}{=} V \cdot \frac{T-D}{W}$$, bisogna quindi calcolare tutte queste grandezze

Inoltre, la R/C va calcolata per una quota media e riferite a tutte grandezze medie (è un'approssimazione, si commette un errore ma non molto rilevante.

Perciò, procediamo inizialmente al calcolo delle grandezze medie, successivamente troviamo le grandezze incognite per calcolare R/C e infine troviamo la soluzione di ts.

Cerchiamo quindi C_L, C_D, E che soddisfano queste condizioni:

~~Procediamo cercando il minimo~~

$$\frac{E}{\sqrt{C_L}} = \frac{C_L}{C_D\sqrt{C_L}} = \frac{\sqrt{C_L}}{C_D}$$

Cerchiamo il minimo di $\frac{C_D}{\sqrt{C_L}}$ per avere il massimo di $\frac{E}{\sqrt{C_L}}$

$$\frac{C_D}{\sqrt{C_L}} = \frac{C_{D0}}{\sqrt{C_L}} + k\frac{C_L^2}{\sqrt{C_L}} = \frac{C_{D0}}{\sqrt{C_L}} + kC_L^{3/2}$$

$$\frac{d}{dC_L}\left(\frac{C_{D0}}{\sqrt{C_L}} + kC_L^{3/2}\right) = -\frac{1}{2}C_{D0}C_L^{-3/2} + \frac{3}{2}kC_L^{1/2} = 0$$

$$C_L^2 = \frac{C_{D0}}{3k} \Rightarrow C_L = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3k}} = \sqrt{\frac{0,016}{3\cdot 0,05}} = 0,327$$

$$C_D = C_{D0} + kC_L^2 = C_{D0} + k\frac{C_{D0}}{3k} = \frac{4}{3}C_{D0} = \frac{4}{3}\cdot 0,016 = 0,021$$

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{0,327}{0,021} = 15,57.$$

Noto C_L è possibile calcolare $V_{(\frac{D}{V})_{MIN}}$

$$V_{(\frac{D}{V})_{MIN}} = \sqrt{\frac{2\,W/S}{\rho_m C_L}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3200000/500}{0,736\cdot 0,327}} = 230,62\ m/s$$

Per trovare $R/C = V\cdot\frac{T-D}{W}$ mancano T e D:

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 C_D S = \frac{1}{2}\cdot 0,736\cdot(230,62)^2\cdot 0,021\cdot 500 = 205509,1\ N$$

Per calcolare T ci vogliono più passaggi:

$$T = T_{SO}\,\chi_1\,\Psi_1\,\varphi_1$$

$$\chi_1 = 1 - \frac{V}{2v_g} + \frac{1}{2}\gamma M^2\left[1 - \left(\frac{V}{2v_g}\right)^4\right]$$

2

$V = 100\ m/s$

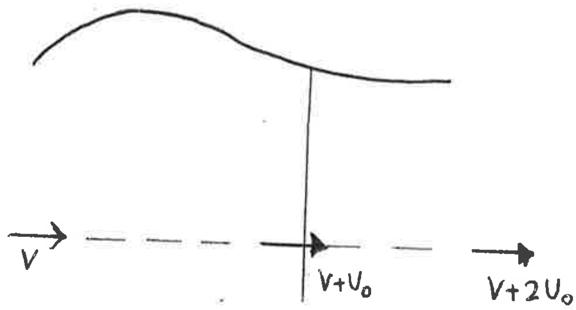
$z_{ISA} = 2000\ m$

$\Phi_e = 1,6\ m$

$U_0 = 3,5\ m/s$

T? Spinta erogata dall'elica

Tubo di flusso:



Per definizione $T = \dot{m}\,\Delta V$

con $\dot{m} = \rho V_d A = \rho\,(V+U_0)\,\pi\left(\frac{\Phi_e}{2}\right)^2$

$\Delta V = V + 2U_0 - V = 2U_0$

Perciò, $T = \rho(V+U_0)\,\pi\left(\frac{\Phi_e}{2}\right)^2 \cdot 2U_0$

L'unico dato mancante è ρ, ricavabile dall'informazione su z_{ISA}.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{m-1} = \left(\frac{T_0 - h\,z_{ISA}}{T_0}\right)^{m-1} = \left(\frac{288,15 - 6,5\cdot 2}{288,15}\right)^{4,2561} = 0,821$$

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{\rho}{\rho_0} = 1,225 \cdot 0,821 = 1,006\ kg/m^3$$

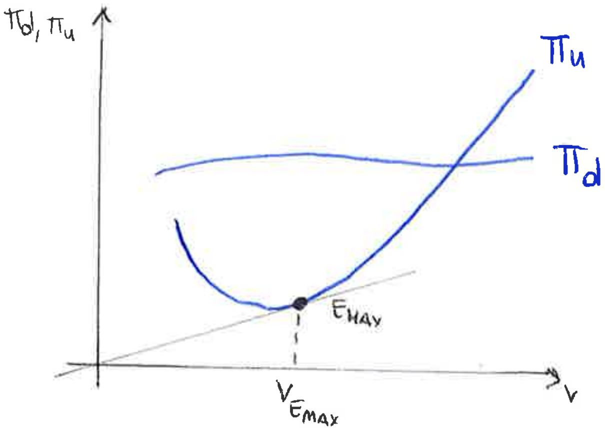
Quindi

$$T = \rho(V+U_0)\,\pi\left(\frac{\Phi_e}{2}\right)^2 \cdot 2U_0 = 1,006\cdot(100+3,5)\,\pi\left(\frac{1,6}{2}\right)^2 \cdot 2\cdot 3,5 =$$

$$= 1466,13\ N.$$

Per il calcolo della velocità di salita R/C, bisogna quindi calcolare $\Pi_u = D \cdot V = \frac{1}{2}\rho V^3 S C_D$

Procediamo quindi al calcolo dei coefficienti C_D, C_L nella condizione di volo indicata nel problema (= efficienza massima)



$$\begin{cases} C_{L(E_{MAX})} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}} = \sqrt{\frac{0,02}{0,044}} = 0,674 \\ C_{D(E_{MAX})} = 2C_{D_0} = 0,04 \end{cases}$$

Noto $C_{L(E_{MAX})}$ è possibile calcolare la velocità di volo:

$$V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 35000/20}{1,006 \cdot 0,674}} = 71,85 \, m/s$$

$$\Pi_u = \frac{1}{2}\rho V^3 S C_D = \frac{1}{2} \cdot 1,006 \cdot (71,85)^3 \cdot 20 \cdot 0,04 = 149258,23 \, W$$

$$R/C = \frac{\Pi_d - \Pi_u}{W} = \frac{469791 - 149258,23}{35000} = 9,16 \, m/s.$$

$$V_{EAS} = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho_0 \; C_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 35000/20}{1{,}225 \cdot 1{,}168}} = 49{,}46 \; m/s$$

z_{MAX} si ottiene con $\Pi_u = \Pi_d$

$$\Pi_u = D \cdot V = \frac{W}{E} V_{EAS} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho/\rho_0}} = \frac{W}{E} V_{EAS} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{m-1}}}$$

$$\Pi_d = \Pi_{m0} \, \eta_e \, \varphi_1 \, \psi_1$$

$$\varphi_1 = 1 \qquad \psi_1 = \frac{\rho}{\rho_0}\sqrt{\frac{T_0}{T}} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{m} \cdot \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{m - \frac{1}{2}}$$

Eguagliando $\Pi_d = \Pi_u$:

$$\Pi_{m0} \, \eta_e \left(\frac{T}{T_0}\right)^{m - \frac{1}{2}} = \frac{W}{E} V_{EAS} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1-m}{2}}$$

Da questa espressione conviene calcolare T, per poi trovare z_{MAX} con la formula $T = T_0 - h\,z_{MAX}$.

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\left(m-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1-m}{2}\right)} = \frac{W \, V_{EAS}}{\Pi_{m0} \, \eta_e \, E} \qquad m = 5{,}2561$$

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{6{,}88} = \frac{35000 \cdot 49{,}46}{1118550 \cdot 0{,}85 \cdot 14{,}6} = 0{,}125$$

$$T = T_0 \cdot (0{,}125)^{\frac{1}{6{,}88}} = 288{,}15 \cdot 0{,}125^{0{,}145} = 213{,}14 \; K$$

$$T = T_0 - h\,z_{MAX} \Rightarrow z_{MAX} = \frac{T_0 - T}{h} =$$

$$= \frac{288{,}15 - 213{,}14}{0{,}0065} = 11540 \; m.$$

Esercitazione 4 - DECOLLO E ATTERRAGGIO

NB su questa esercitazione potrebbero esserci domande teoriche all'esame.

Quadrimotore a getto

$W = 707\,200\ lb = 707200 \cdot 0{,}4536 \cdot 9{,}81 = 3145626\ N$

$S = 5500\ ft^2 = 5500 \cdot 0{,}3048^2 = 511{,}5\ m^2$

$T_{MAX} = 174000\ lb = \ldots = 773952\ N$

$C_{L,MAX} = 1{,}85$ $\longrightarrow$ I valori di C_L nelle varie fasi di volo sono diversi.
$C_{L,MAX}$ atterraggio $>$ $C_{L,MAX}$ decollo $>$ $C_{L,MAX}$ crociera.

$f = 0{,}02$ (attrito carrello-pista)

Bisogna vedere a che fase corrisponde questo valore.

$C_{D0} = 0{,}0164$

$k = 0{,}0452$

$h_0 = 35\ ft$ (decollo) $= 10{,}67\ m$

$h_0 = 50\ ft$ (atterraggio) $= 15{,}24\ m$

$\gamma_0 = 3°$ (angolo di discesa)

Trovare:

In condizioni di piena operatività del sistema propulsivo
(TO = AEO = All Engine Operative)

1) $d_{TO} = ?$ spazio di decollo al livello del mare

2) $d_L = ?$ spazio necessario all'atterraggio

Nelle condizioni di guasto a un motore
(OEI = One Engine Inoperative)

A $V_1 = 0{,}6\ V_2$ avviene la piantata del motore

3) BFL ? BFL = Balanced Field Length = Lunghezza di pista bilanciata

Corrispondente velocità di decisione V_1 ?

Nell' espressione precedente compare C_{LR}, è il C_L di rullaggio.

Poiché si vuole trovare la distanza di decollo minima, è necessario trovare il C_{LR} che minimizza il valore di resistenza.

$$\frac{d}{dC_L}\left(C_{D0} + K C_{LR}^2 - f C_{LR}\right) = 0 \Rightarrow 2KC_{LR} - f = 0$$

$$C_{LR} = \frac{f}{2K} = \cancel{\frac{f}{2e}} \ \frac{0{,}02}{2\cdot 0{,}0452} = 0{,}22$$

Ottenuto questo coefficiente, procediamo nella risoluzione dell' equazione di equilibrio:

$$m\frac{dV}{dt} = T - \frac{1}{2}\rho V^2 S\left(C_{D0} + K\frac{f^2}{4K^2} - f\cdot\frac{f}{2K}\right) - fW =$$

$$= T - \frac{1}{2}\rho V^2 S\left(C_{D0} + \frac{f^2}{4K} - \frac{f^2}{2K}\right) - fW =$$

$$= T - \frac{1}{2}\rho V^2 S\left(C_{D0} - \frac{f^2}{4K}\right) - fW$$

Moltiplicando e dividendo il primo membro per l' accelerazione gravitazionale g e ricordando che $mg = W$:

$$\frac{mg}{g}\frac{dV}{dt} = T - \frac{1}{2}\rho V^2 S\left(C_{D0} - \frac{f^2}{4K}\right) - fW$$

$$\frac{W}{g}\frac{dV}{dt} = (T - fW) - \frac{1}{2}\rho V^2 S\left(C_{D0} - \frac{f^2}{4K}\right)$$

$$\frac{dV}{dt} = g\left(\frac{T}{W} - 1\right) - \frac{\rho g}{2\,W/S}\left(C_{D0} - \frac{f^2}{4K}\right)V^2$$

Indichiamo i termini costanti con le lettere A e B

$$A = g\left(\frac{T}{W} - 1\right) \quad ; \quad B = \frac{\rho g}{2\,W/S}\left(C_{D0} - \frac{f^2}{4K}\right)$$

d_{LO} - DISTANZA DI LIFT OFF

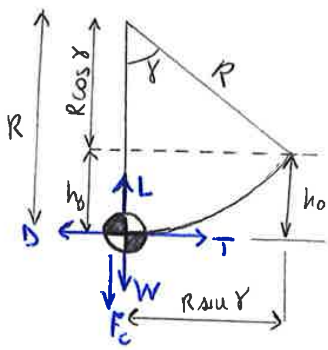
Facciamo le seguenti ipotesi:

$t_{LO} = 2s$ tempo di reazione

$V_{LO} = V_R = V_2$

Perciò $d_{LO} = V_{LO}\, t_{LO} = V_2\, t_{LO} = 88,4 \cdot 2 = \boxed{176,8\ m = d_{LO}}$

d_h - DISTANZA DI FINE PISTA



R = Raggio di richiamata

$F_c = m\,\omega^2 R = m\,\dfrac{V^2}{R}$

Fattore di carico:

$$n = \frac{L}{W} = \frac{F_c + W}{W} = 1 + \frac{m\frac{V^2}{R}}{mg} = 1 + \frac{V^2}{Rg}$$

$$n_z = \frac{L}{W} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{\rho} V_2^2 \cancel{S} C_{LO}}{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{\rho} V_{MIN}^2 \cancel{S} C_{L,MAX}}$$

Sapendo che generalmente $C_{LO} = 0,8\, C_{L,MAX}$
$V_2 = 1,2\, V_{MIN}$

$$n_z = \frac{\cancel{V_2^2} \cdot 0,8 \cdot \cancel{C_{L,MAX}}}{\frac{\cancel{V_2^2}}{(1,2)^2} \cdot \cancel{C_{L,MAX}}} = 1,2^2 \cdot 0,8 = 1,15$$

$$R = \frac{V^2}{g(n_z - 1)} = \frac{V_2^2}{g(n_z-1)} = \frac{88,4^2}{9,81 \cdot (1,15-1)} = 5310,6\ m$$

$$\cos\gamma = 1 - \frac{h_0}{R} = 1 - \frac{10,67}{5310} = 0,9979 \Rightarrow \gamma = 3,63°$$

$$d_H = R \sin\gamma = \boxed{336,5\ m = d_H}$$

d_R - DISTANZA DI RICHIAMO

$$d_R = d_2 - d_1 = R \sin \gamma_0 - \frac{h_R}{\tan(\gamma_0)}$$

$$d_2 = R \sin \gamma_0$$

$$d_1 = \frac{h_R}{\tan(\gamma_0)}$$

È necessario trovare R e h_R:

Usiamo l'espressione del fattore di carico vista in precedenza:

$$n_z = 1 + \frac{V^2}{gR} \Rightarrow R = \frac{V^2}{g(n_z - 1)}$$

$$n_z = \frac{L}{W} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \rho V_3^2 S \cancel{C_{L,MAX}}}{\cancel{\frac{1}{2}} \rho V_{MIN}^2 S \cancel{C_{L,MAX}}} = 1,3^2 = 1,69$$

$V_3 = 1,3 V_{MIN}$

$$R = \frac{V_3^2}{g(n_z - 1)} = \frac{95,77^2}{9,81(1,69 - 1)} = 1355 \, m$$

$$h_R = R(1 - \cos \gamma_0) \quad \text{(geometricamente)}$$

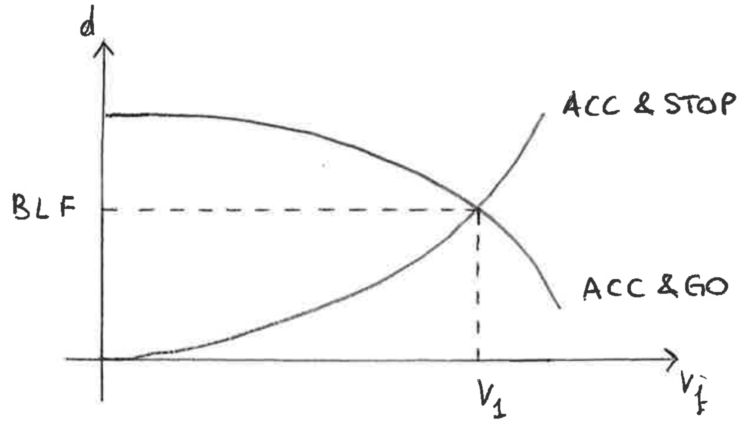
$$d_R = R \sin \gamma_0 - \frac{R - R\cos\gamma_0}{\tan \gamma_0} = 35,48 \, m.$$

d_M - DISTANZA DI MANOVRA:

Ipotizziamo un tempo di reazione o di manovra

$t_M = 3s$ per ipotesi

$$d_M = V_3 t_M = 95,77 \cdot 3 = 287,31 \, m.$$



BLF (= Balanced Field Length) è la distanza corrispondente alla velocità di decisione V_1, che definisce il confine tra le due situazioni ACC & GO e ACC & STOP.

Analizziamo le due situazioni:

ACC & GO - $V_f > V_1$

$$d_{ACC\&GO} = d_{R_{AEO}} + d_{R_{OEI}} + d_{LO} + d_H$$

con
$$d_{R_{AEO}} = \frac{1}{2B}\left[\ln A_{AEO} - \ln\left(A_{AEO} - BV_f^2\right)\right]$$
$$d_{R_{OEI}} = \frac{1}{2B}\left[\ln\left(A_{OEI} - BV_f^2\right) - \ln\left(A_{OEI} - BV_2^2\right)\right]$$
$$\left(T_{OEI} = \frac{3}{4} T_{AEO}\right)$$

ACC & STOP - $V_f < V_1$

$$d_{ACC\&STOP} = d_{R_{AEO}} + \underset{(= d_{H_{OEI}})}{d_{REAZ}} + d_{STOP}$$

con
$$d_{REAZ} = t_{REAZ} \cdot V_f$$
$$d_{STOP} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{V_f^2}{2a} = \frac{V_f^2}{2 \mu_x g}$$

$$\boxed{BFL = d_{ACC\&GO} = d_{ACC\&STOP}}$$

BFL e V_1 sono calcolati attraverso calcolatori (EXCEL)

1. Calcolare l'autonomia massima s_{MAX} a quota costante di un velivolo a getto. Si esegua il calcolo nei due casi: 1) caso semplificato, in cui non si considera l'influenza del consumo specifico nel fattore di economia di percorso σ (e quindi si considera un consumo specifico costante $k_c = 0.44$ N/(N h)); 2) caso in cui si considera l'influenza del consumo specifico nel fattore di economia di percorso σ. Si considerino per il velivolo le seguenti caratteristiche:
   - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.018$;
   - Peso iniziale della crociera $W_i = 1100000$ N;
   - Quantità di carburante consumabile durante la crociera $G_c = 450000$ N;
   - Velocità di efflusso dei gas di scarico $w_g = 420$ m/s;
   - Superficie alare $S = 300$ m^2;
   - Allungamento alare $\lambda = 6$;
   - Fattore di Ostwald $e = 0.9$;
   - Quota standard della crociera (contante) $z_c = 8000$ m;
   - Spinta statica a quota zero $T_{S0} = 880000$ N;
   - Consumo specifico statico a quota zero $k_{S0} = 0.30$ N/(N h).

2. Determinare la quantità di carburante G consumata da un velivolo a getto durante una crociera di lunghezza s effettuata a quota costante e con massimo fattore di economia di percorso σ, considerando costante il consumo specifico k_c. Sono dati:
   - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.016$;
   - Peso iniziale $W_i = 3200000$ N;
   - Distanza percorsa $s = 13500$ km;
   - Superficie alare $S = 500$ m^2;
   - Consumo specifico $k_c = 0.40$ N/(N h);
   - Allungamento alare $\lambda = 7$;
   - Fattore di Ostwald $e = 0.9$;
   - Quota costante di volo $z_{ISA} = 9000$ m.

3. Calcolare l'autonomia massima s_{MAX} a quota costante di un velivolo ad elica considerando costante il consumo specifico e tenendo presenti le seguenti caratteristiche:
   - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.020$;
   - Peso iniziale $W_i = 180000$ N;
   - Peso di carburante consumabile $G = 60000$ N;
   - Superficie alare $S = 60$ m^2;
   - Rendimento costante dell'elica $\eta_p = 0.85$;
   - Consumo specifico $k_c = 0.45$ lb/(hp h);
   - Allungamento alare $\lambda = 7$;
   - Fattore di Ostwald $e = 0.9$;
   - Quota costante di volo $z_{ISA} = 3000$ m.

4. Calcolare l'autonomia oraria massima t_{MAX} a quota costante di un velivolo ad elica considerando costante il consumo specifico e tenendo presenti le seguenti caratteristiche:
   - Coefficiente di resistenza minimo $C_{D0} = 0.018$;
   - Peso iniziale $W = 270000$ N;
   - Peso di carburante consumabile $G = 90000$ N;
   - Superficie alare $S = 90$ m^2;
   - Rendimento costante dell'elica $\eta_e = 0.85$;
   - Consumo specifico $k_c = 0.36$ lb/(hp h);
   - Allungamento alare $\lambda = 8$;
   - Fattore di Ostwald $e = 0.9$;
   - Quota costante di volo $z_{ISA} = 3000$ m.

Dall'equilibrio orizzontale e verticale:

$$\begin{cases} D = T \\ L = W = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} \end{cases}$$

$$\frac{L}{D} = E \quad \Rightarrow \quad D = \frac{L}{E} = \frac{W}{E} = T$$

Perciò, $\frac{dW}{dt} = -K_c T = -K_c \frac{W}{E}$

$$\frac{dW}{dx} \cdot \overbrace{\frac{dx}{dt}}^{=V} = -K_c \frac{W}{E}$$

$$\frac{dW}{dx} = -K_c \frac{W}{E} \cdot \frac{1}{V}$$

$$dx = -\frac{E}{K_c} \cdot V \cdot \frac{dW}{W} = -\frac{E}{K_c}\sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} \cdot \frac{dW}{W} =$$

$$= -\frac{E}{K_c}\sqrt{\frac{2W/S}{C_L \cdot \underbrace{\frac{\rho}{\rho_0}}_{=\delta}\rho_0}} \cdot \frac{dW}{W} = -\underbrace{\frac{E}{K_c\sqrt{\delta}\sqrt{C_L}}}_{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{2/S}{\rho_0}} \cdot \frac{dW}{\sqrt{W}}$$

In questa espressione di dx, identifichiamo l'autonomia di percorso σ:

$$\sigma = \frac{E}{K_c\sqrt{\delta}\sqrt{C_L}}.$$

A questo punto è possibile distinguere i due casi proposti dall'esercizio.

CASO 2:

In questo caso K_c dipende da σ

K_c si calcola attraverso la formula $K_c = K_{S0}\,\varphi_2\,\Psi_2\,\chi_2$

Per trovare le 3 funzioni φ_2, Ψ_2, χ_2:

$$V = \sqrt{\frac{2W_i/S}{\rho C_L}}$$

$$V_S = \sqrt{\gamma R T} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{V}{V_S}$$

$$\chi_1 = 1 - \frac{V}{W_{gas}} + \frac{1}{2} k M^2 \left[1 - \left(\frac{V}{W_{gas}} \right)^4 \right]$$

$$\Psi_1 = \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1,75}$$

Servono per calcolare φ_1 che a sua volta serve per trovare $\frac{u}{u_0}$ che servirà per trovare φ_2 e poter calcolare K_c

$$\varphi_1 = \frac{T}{T_{S0}\,\chi_1\,\Psi_1} = \left(\frac{u}{u_0} \right)^{3,5} \longrightarrow \frac{u}{u_0} = \varphi_1^{-3,5}$$

$$\chi_2 = 1 + \frac{V}{W_{gas}}$$

$$\Psi_2 = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0,75}$$

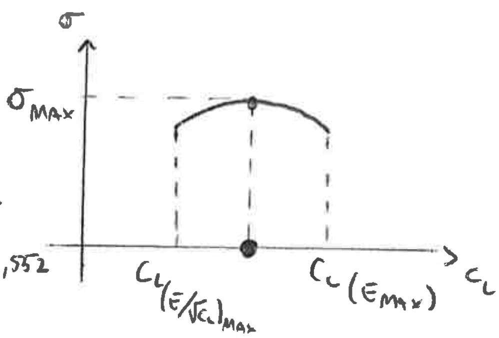
$$\varphi_2 = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u_0}{u} - 1 \right)^2$$

$$K_c = K_{S0}\,\varphi_2\,\Psi_2\,\chi_2$$

$$\sigma = \frac{E}{\sqrt{C_L} \cdot K_c} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}}$$

Il C_L da utilizzare per σ_{MAX} varia tra i valori di $C_{L\,(E/\sqrt{C_L})_{MAX}}$ e $C_{L\,(E_{MAX})}$.

$= 0,32$ $\qquad \hookrightarrow = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} = 0,552$



Perciò attraverso un foglio di calcolo EXCEL si fa variare C_L tra questi due valori, si trova σ_{MAX} e attraverso l'integrazione $x_{MAX,2}$.

Poiché K_c è costante, σ_{MAX} si avrà in corrispondenza del rapporto $\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{MAX}$.

$$\left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{MAX} = \begin{cases} C_L = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} = 0,32 \\ C_D = \frac{4}{3}\,C_{D0} = 0,021 \\ E = 15,23 \end{cases}$$

$$\sigma_{MAX} = \frac{E}{K_c\sqrt{C_L}\sqrt{8}} = \frac{15,23}{1,11\cdot 10^{-4}\cdot\sqrt{0,32}\cdot\sqrt{0,38}} = 393468,65\ \frac{N}{NS}$$

Integrando la relazione:

$$X_c = -\sigma_{MAX}\sqrt{\frac{2}{S\rho_0}}\int_{W_i}^{W_f}\frac{dW}{\sqrt{W}} = -\sigma_{MAX}\sqrt{\frac{2}{S\rho_0}}\cdot 2\left(\sqrt{W_f}-\sqrt{W_i}\right) =$$

$$= +2\,\sigma_{MAX}\sqrt{\frac{2}{S\rho_0}}\left(\sqrt{W_i}-\sqrt{W_f}\right) = +2\sigma_{MAX}\cdot\sqrt{\frac{2}{S\rho_0}}\left(\sqrt{W_i}-\sqrt{W_i-G_c}\right),$$

$$\sqrt{W_i}-\sqrt{W_i-G_c} = \sqrt{\frac{S\rho_0}{2}}\,\frac{X_c}{2\sigma_{MAX}}$$

$$\sqrt{W_i-G_c} = \sqrt{W_i}-\sqrt{\frac{S\rho_0}{2}}\,\frac{X_c}{2\sigma_{MAX}} \Rightarrow W_i-G_c = \left(\sqrt{W_i}-\sqrt{\frac{S\rho_0}{2}}\,\frac{X_c}{2\sigma_{MAX}}\right)^2$$

$$G_c = W_i - \left(\sqrt{W_i}-\sqrt{\frac{S\rho_0}{2}}\,\frac{X_c}{2\sigma_{MAX}}\right)^2 = 3200000-\left(\sqrt{3200000}-\sqrt{\frac{500\cdot 1,225}{2}}\cdot\frac{1350\cdot 10^3}{2\cdot 393468,65}\right)^2 =$$

$$= \boxed{983951,34\ N = G_c}$$

Si ottiene S_{MAX} in corrispondenza di E_{MAX}:

$$E_{MAX} \begin{cases} C_L = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} = \sqrt{\frac{0{,}02}{0{,}05}} = 0{,}632 \\ C_D = 2\,C_{D0} = 0{,}04 \\ E = \frac{C_L}{C_D} = 15{,}81 \end{cases}$$

$$S_{MAX} = -\frac{E_{MAX}\,\eta_e}{K_c}\int_{W_i}^{W_f}\frac{dW}{W} = -\frac{E_{MAX}\,\eta_e}{K_c}\ln\left(\frac{W_f}{W_i}\right) =$$

$$= \frac{E_{MAX}\,\eta_e}{K_c}\ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \frac{E_{MAX}\,\eta_e}{K_c}\ln\left(\frac{W_i}{W_i - G_c}\right) =$$

$$= \frac{15{,}81 \cdot 0{,}85}{7{,}46 \cdot 10^{-7}}\ln\left(\frac{180000}{180000 - 60000}\right) = \boxed{7304\ Km = S_{MAX}}$$

NB: se avessimo voluto calcolare t_{MAX}, avremmo integrato direttamente la relazione $(*)$:

$$\frac{dW}{dt} = -K_c\,\frac{WV}{E\eta_e} \Rightarrow dt = -\frac{E\eta_e}{K_c}\cdot\frac{1}{V}\,\frac{dW}{W}$$

con $V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}} \Rightarrow dt = -\frac{E\eta_e}{K_c}\sqrt{\frac{\rho C_L}{2W/S}}\,\frac{dW}{W}$ ....

t_{MAX} in corrispondenza di $(E\sqrt{C_L})_{MAX}$.

$$dt = -\frac{E}{K_c} \cdot \eta_e \cdot \sqrt{\frac{\rho C_L}{2W/S}} \cdot \frac{dW}{W} = -\frac{E\sqrt{C_L}\,\eta_e}{K_c}\sqrt{\frac{\rho S}{2}} \cdot \frac{dW}{W^{3/2}}$$

$$t_{MAX} \Leftrightarrow (E\sqrt{C_L})_{MAX}$$

$$(E\sqrt{C_L})_{MAX} \begin{cases} C_L = \sqrt{3}\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} = 1{,}108 \\ C_D = 4\,C_{D0} = 0{,}072 \\ E = \frac{C_L}{C_D} = 15{,}39 \end{cases}$$

$$t_{MAX} = \frac{-(E\sqrt{C_L})_{MAX}\,\eta_e}{K_c}\sqrt{\frac{\rho S}{2}}\int_{W_i}^{W_f}\frac{dW}{W^{3/2}} =$$

$$= +2\,\frac{(E\sqrt{C_L})_{MAX}\,\eta_e}{K_c}\sqrt{\frac{\rho S}{2}}\left[W^{-\frac{1}{2}}\right]_{W_i}^{W_f} =$$

$$= +2\,\frac{(E\sqrt{C_L})_{MAX}\,\eta_e}{K_c}\sqrt{\frac{\rho S}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{W_i - G_c}} - \frac{1}{\sqrt{W_i}}\right) =$$

$$= 2 \cdot \frac{15{,}39 \cdot \sqrt{1{,}108} \cdot 0{,}85}{5{,}97 \cdot 10^{-7}}\sqrt{\frac{0{,}909 \cdot 90}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{270000 - 90000}} - \frac{1}{\sqrt{270000}}\right) =$$

$$= 127608{,}38\ s = 2126{,}8\ min = 35{,}44\ h =$$

$$= \boxed{35\,h\ \ 26\ min = t_{MAX}}$$

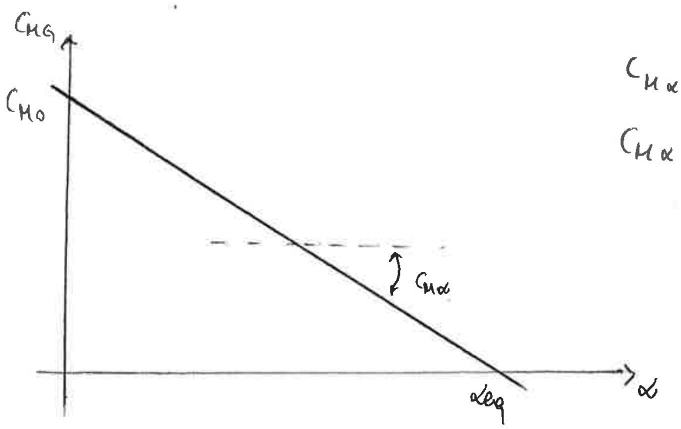
1. Determinare la posizione del punto neutro di un velivolo del quale sono date le seguenti caratteristiche:
   - Superficie alare $S = 30\ m^2$
   - Superficie in pianta dell'impennaggio orizzontale $S_t = 4.3\ m^2$
   - Distanza tra il fuoco del complesso ala-fusoliera e il fuoco della coda $l_t = 5.8$ m
   - Corda di riferimento c = 1.4 m
   - Posizione del fuoco del complesso ala-fusoliera in percentuale della corda $x_a'/c = 0.23$
   - Coefficiente angolare di portanza del velivolo completo a = 5.7
   - Coefficiente angolare di portanza del della coda $a_t = 4.5$
   - Down-wash factor $(1 - \partial\varepsilon/\partial\alpha) = 0.75$
   - Derivata $\partial C_{Mp}/\partial\alpha = 0.2$

2. Determinare l'angolo dell'equilibratore δ_e necessario nella condizione di volo rettilineo orizzontale a regime per un velivolo del quale sono date le caratteristiche sotto riportate e che vola alla velocità equivalente V_e:
   - Superficie alare $S = 30\ m^2$
   - Posizione del baricentro $x_G/c = 0.40$
   - Posizione del punto neutro $x_N/c = 0.60$
   - Peso del velivolo W = 12.000 N
   - Superficie in pianta dell'impennaggio orizzontale $S_t = 4.3\ m^2$
   - Distanza tra il fuoco del complesso ala-fusoliera e il fuoco della coda $l_t = 5.8$ m
   - Corda di riferimento c = 1.4 m
   - Posizione del fuoco del complesso ala-fusoliera in percentuale della corda $x_a'/c = 0.23$
   - Coefficiente angolare di portanza del velivolo completo a = 5.7
   - Coefficiente angolare di portanza della coda $a_t = 4.5$
   - Down-wash factor $(1 - \partial\varepsilon/\partial\alpha) = 0.75$
   - Coefficiente $\tau = \partial\alpha_t / \partial\delta = 0.45$
   - Coefficiente di momento di beccheggio (per α=0°, δ=0°) $C_{M0} = 0.18$
   - Velocità equivalente $V_e = 85$ m/s

3. Determinare la derivata di stabilità $C_{M\alpha}$ ed il coefficiente di momento focale C_{M0} di un velivolo tutt'ala senza motore (deltaplano) che sta volando su traiettoria discendente di angolo γ. Sono date le caratteristiche del velivolo di seguito riportate:
   - Angolo discendente della traiettoria $\gamma = 5.3°$;
   - Posizione percentuale del baricentro rispetto alla corda di riferimento $x_G/c = 0.15$;
   - Carico alare $W/S = 70\ N/m^2$;
   - Incidenza aerodinamica dell'ala $\alpha_w = 3.5°$;
   - Quota di volo $z_{ISA} = 0.0$ m;
   - Velocità di volo = 20.0 m/s.

4. Determinare la posizione limite anteriore del baricentro x_G di un velivolo convenzionale, considerando le sole esigenze di equilibramento longitudinale senza effetto suolo, conoscendo di tale velivolo le caratteristiche sotto riportate:
   - Escursione negativa massima dell'equilibratore $\delta_{mim} = -18°$;
   - Coefficiente angolare di portanza del velivolo completo $a = C_{L\alpha} = 4.2$;
   - Posizione del punto neutro $x_N = 0.5$ m;
   - Corda alare di riferimento c = 1.2 m;
   - Coefficiente di portanza massimo $C_{LMAX} = 1.2$;
   - Coefficiente di momento di beccheggio (per α=0°, δ=0°) $C_{M0} = 0.18$;
   - Parametro $\Delta = (C_{L\alpha} C_{M\delta} - C_{M\alpha} C_{L\delta}) = -1.8$.

L'ultima espressione è una retta sul piano C_{MG}, α:



$C_{M\alpha} < 0$ Stabilità statica

$C_{M\alpha} = 0$ Stabilità neutra.

Il problema richiede l'analisi di stabilità neutra $(C_{M\alpha} = 0)$

$$C_{M\alpha} = C_{L\alpha} \frac{x_G - x_a'}{c} - C_{L\alpha_t} \bar{V} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) + \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} = 0$$

Cerchiamo quindi la condizione per cui $x_G \equiv x_N$:

$$\left(\frac{x_G}{c}\right)_{C_{M\alpha}=0} = \frac{x_N}{c} = \frac{x_a'}{c} + \frac{a_t}{a} \bar{V} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{a} \frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha} =$$

$$= 0,23 + \frac{4,5}{5,7} \cdot \frac{4,3 \cdot 5,8}{30 \cdot 1,4} \cdot 0,78 - \frac{1}{5,7} \cdot 0,2 = 0,55$$

$$x_N = \frac{x_N}{c} \cdot c = 0,55 \cdot 1,4 = 0,765\, m$$

$$\left((*)\quad \bar{V} = \frac{S_t}{S} \cdot \frac{l_t}{c} = \frac{4,3}{30} \cdot \frac{5,8}{1,4} \right)$$

$$C_{MG} = C_{M0} + C_L \frac{x_G - x_a'}{c} - C_{Lt}\bar{V} + C_{MP} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{M\delta} = \frac{\partial C_{MG}}{\partial \delta} = \overbrace{\cancel{\frac{\partial C_{M0\,wb}}{\partial \delta}}}^{=0} + C_{L\delta}\frac{x_G - x_a'}{c} - a_t \tau \bar{V} =$$

$$= 0{,}29\,(0{,}4 - 0{,}23) - 4{,}5 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}59 = -1{,}153$$

$$C_{M\alpha} = a\,\frac{x_G - x_a'}{c} = 5{,}7\,(0{,}4 - 0{,}55) = -0{,}855$$

Dal sistema, con le dovute sostituzioni si ricava δeq:

$$\delta eq = -\frac{C_{L\alpha}C_{M0}}{\Delta} - \frac{C_{M\alpha}}{\Delta}C_{Leq}$$

$$\text{con} \quad \Delta = C_{M\delta}C_{L\alpha} - C_{L\delta}C_{M\alpha}$$

Oppure, è possibile ricavare δeq con un'altra strada:

Dall' eq. 2 del sistema: $\delta eq = -\frac{C_{M0}}{C_{M\delta}} - \frac{C_{M\alpha}}{C_{M\delta}}\alpha eq$

αeq si ricava dall' eq. 1 del sistema:

$$C_{Leq} = C_{L\alpha}\alpha eq - C_{M0}\frac{C_{L\delta}}{C_{M\delta}} - C_{M\alpha}\frac{C_{L\delta}}{C_{M0}}\alpha eq = \left(C_{L\alpha} - C_{M\alpha}\frac{C_{L\delta}}{C_{M\delta}}\right)\alpha eq - C_{M0}\frac{C_{L\delta}}{C_{M\delta}}$$

$$C_{Leq} = C_{L\alpha eq}\,\alpha eq - C_{M0}\frac{C_{L\delta}}{C_{M\delta}} \Rightarrow \alpha eq = 0{,}082\ rad = 4{,}7^\circ$$

$$\Rightarrow \delta eq = -\frac{C_{M0}}{C_{M\delta}} - \frac{C_{M\alpha}}{C_{M\delta}}\alpha eq = -\frac{0{,}18}{(-1{,}153)} - \frac{(-0{,}855)}{(-1{,}153)} \cdot 0{,}082 =$$

$$= 0{,}095\ rad = 5{,}4^\circ.$$

4

Velivolo convenzionale

$\delta_{min} = -18° = -0,314$ rad

$a = C_{L\alpha} = 4,2$

$x_N = 0,5$ m

$c = 1,2$ m

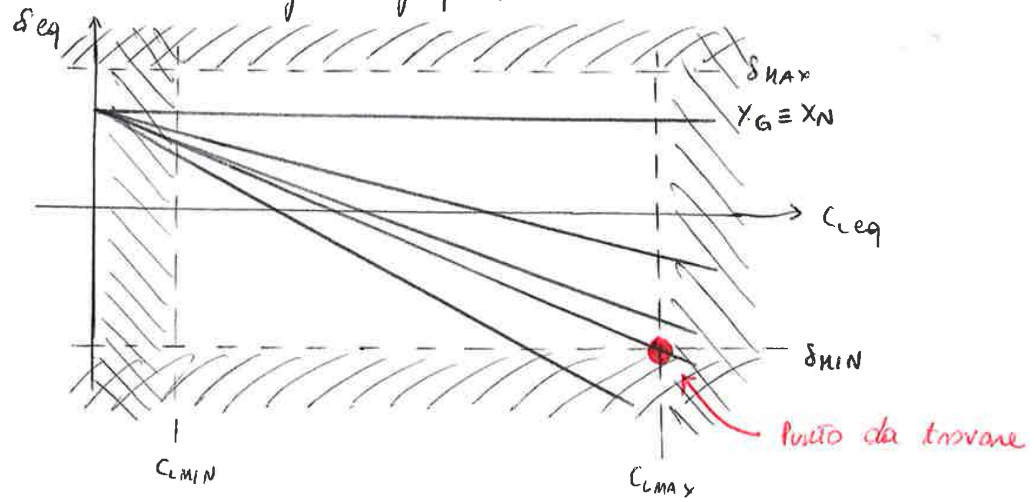
$C_{L,MAX} = 1,2$

$(C_{H0})_{\alpha=0, \delta=0} = 0,18$

$\Delta = C_{L\alpha} C_{H\delta} - C_{H\alpha} C_{L\delta} = -1,8$

$X_{G_{MIN}}$? Posizione limite anteriore del baricentro

Valutiamo il seguente grafico:



$$\begin{cases} C_{Leq} = C_{L\alpha} \cdot \alpha_{eq} + C_{L\delta}\, \delta_{eq} \\ C_{HG} = C_{H0} + C_{H\alpha} \cdot \alpha_{eq} + C_{H\delta}\, \delta_{eq} \end{cases}$$

Moltiplicando 1) $\cdot C_{H\alpha}$ e 2) $\cdot C_{L\alpha}$ e sottraendolo:

$$C_{Leq} C_{H\alpha} = (C_{L\delta} \cdot C_{H\alpha} - C_{H\delta} \cdot C_{L\alpha})\delta_{eq} - C_{L\alpha} \cdot C_{H0} \Rightarrow \delta_{eq} = -\frac{C_{L\alpha} C_{H0} + C_{Leq} C_{H\alpha}}{\Delta}$$

Imponendo $\delta_{eq} = \delta_{MIN}$ e $C_{Leq} = C_{LMAX}$ si ottiene:

$$C_{H\alpha} = \frac{-\Delta\, \delta_{MIN} - C_{L\alpha} \cdot C_{H0}}{C_{LMAX}} = \frac{-(-1,8)\cdot(-0,314) - 4,2 \cdot 0,18}{1,2} = -1,1$$

$$C_{H\alpha} = C_{L\alpha} \frac{x_G - x_N}{c} \Rightarrow X_{G_{MIN}} = \frac{C_{H\alpha}}{C_{L\alpha}} \cdot c + X_N = 0,85 \text{ m}$$

FONDAMENTI DI MECCANICA DEL VOLO

[07/03/2017]

ATMOSFERA

L'atmosfera reale non è mai "in quiete" a causa della presenza di turbolenze e/o raffiche.

Per semplicità, però, ipotizziamo che il velivolo operi in un'atmosfera reale e in quiete.

In condizioni standard, l'aria secca (ovvero priva di vapor d'acqua) è composta da N_2, O_2, A, CO_2 e altri elementi poco rilevanti.

Il peso molecolare dell'aria secca è $M_{aria} \simeq 29,05 \; Kg/mole$

Se l'aria non è secca, bisogna considerare il vapor d'acqua H_2O e si sa che $\boxed{\text{L'aria umida è più leggera dell'aria secca}}$

Condizioni di riferimento standard: (pedice "0")

$$P_0 = 1 \; atm = 760 \; mm\,Hg = 10\,330 \; Kg/m^2 = 101\,325 \; Pa = 1013,25 \; mbar$$

$$T_0 = 0°C = 273,15 \; K$$

In queste condizioni, è possibile considerare l'aria come un gas perfetto e quindi poter utilizzare le seguenti relazioni:

1. Legge di Avogadro
2. Legge di Boyle - Mariotte (isoterma)
3. Equazione di stato dei gas perfetti
4. Legge di Volta Gay - Lussac (dilatazione termica)

Un altro modo per scrivere l' equazione di stato è:

$$pV = RT$$

$$\left[\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{Mole}\right] = \left[\frac{J}{Mole \cdot K} \cdot K\right] = \left[\frac{N \cdot m}{mole}\right]$$

$$R \left[\frac{N \cdot m}{Mole \cdot K}\right] = \left[\frac{J}{M_o\, K}\right]$$

Nel sistema tecnico:

$$R = \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{10330 \cdot 22,415}{273,15} = 847,8 \ \frac{Kg\, m}{Mole \cdot K}$$

Nel sistema internazionale

$$R = \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{101325 \cdot 22,415}{273,15} = 8317 \ \frac{N\, m}{Mole\ K}$$

4. Legge di Volta Gay - Lussac:

"In una trasformazione isobara, in condizioni di pressione e quantità di sostanze costanti, il volume di un gas ideale è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta."

$$V = V_0 (1 + \alpha t)$$

con α = coeff. di dilatazione termica.

[08/03/2017] 3

Consideriamo due punti distanti dz $\left(u\ (1) \text{ e } (u+1)\ (2)\right)$ e definiamo in questo intervallo una temperatura media T_m per poi poter integrare la formula di Laplace:

$$T_m = \frac{T_u + T_{u+1}}{2}$$

così facendo, T_m può essere portata fuori dall'integrale.

$$\int_1^2 dz = -\frac{R}{M} T_m \int_1^2 \frac{dP}{P} \Rightarrow z_2 - z_1 = \Delta z = -\frac{R}{M} T_m \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$\Delta z = \frac{R}{M} T_m \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

Attraverso questa relazione, è possibile conoscere la quota vera z a partire dalla quota 0 z_0:

$$\boxed{z = z_0 + \sum_u \Delta z_u}$$

Quota vera

Tuttavia, bisogna considerare che questa relazione è stata ottenuta tramite approssimazione e che considera un intervallo Δz_u, il risultato sarà tanto più reale quanto più è piccolo l'intervallo.
Bisognerebbe ottenere un rilievo continuo di pressione e temperatura durante il volo, ma per ovvi motivi questo non è possibile.
Inoltre, pur ipotizzando che questo sia possibile, non si riuscirebbe comunque a calcolare la quota vera perché il velivolo si sposta continuamente dalla verticale, il che rende impossibile il calcolo preciso di z.

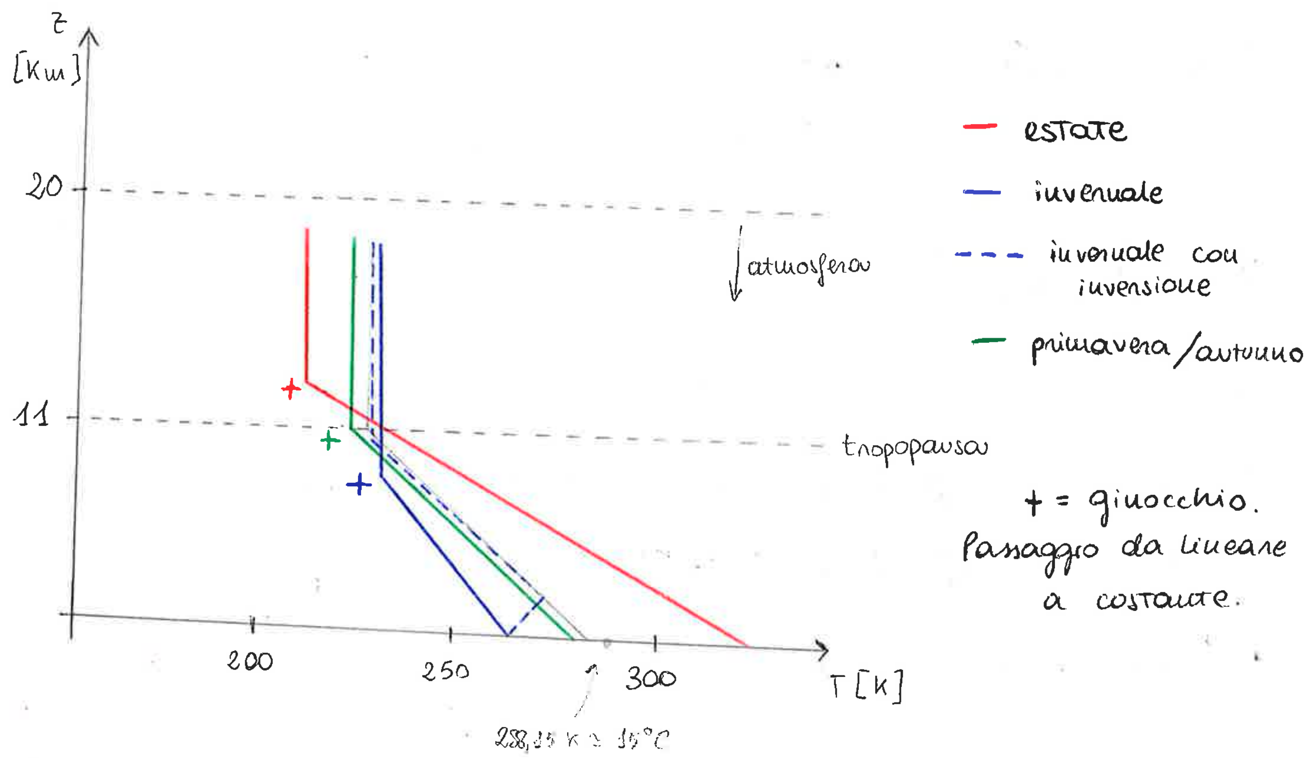
Si utilizzano, perciò, le quote barometriche ma bisogna prima dare delle definizioni riguardanti l'atmosfera.

Gli studi sull' atmosfera si basano sul riferimento agli standard ISA. 4
{ ISA = International Standard Atmosphere.

Gli elementi principali che influenzano la temperatura sono la latitudine e la stagione.

Per tracciare il diagramma prendiamo come riferimento una latitudine intermedia (~ 45° Nord)

Curve di stato:



Nella stagione invernale si hanno due diverse configurazioni, a seconda di diversi fattori (tra cui e' umidità).

Nel primo caso (tratto continuo —), ad un aumento di quota corrisponde un' immediata diminuzione di temperatura;
nel secondo caso (tratteggiato - - -), all' aumentare della quota c' è un iniziale aumento della temperatura, la quale subito dopo tende a diminuire più velocemente rispetto al primo caso.

$$\Rightarrow \boxed{\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^{m}}$$

Generica politropica: $p v^n = p_0 v_0^n$ (n = esponente politropica)

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}} \longrightarrow m = \frac{n}{n-1} \Rightarrow n = \frac{m}{m-1} = 1{,}235$$

$$K = \text{esponente adiabatica} = \frac{c_p}{c_v} = \begin{cases} 1{,}66 & \text{monoatomico} \\ 1{,}40 & \text{biatomico (aria)} \\ 1{,}33 & \text{poliatomico} \end{cases}$$

Possiamo quindi scrivere:

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{m}} = 1 - \frac{hz}{T_0} \rightarrow \boxed{z = \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/m}\right] \frac{T_0}{h}}$$

Legge di variazione di P nella Troposfera

Conoscendo la quota e quindi la temperatura (perché $T = T_0 - hz$) allora è possibile ricavare la pressione

[10/03/2017]

2. Legge di variazione di γ:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} = \delta = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{p}{p_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{T}{T_0}}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} = \frac{\rho}{\rho_0} \Rightarrow \frac{\gamma}{\gamma_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{m} \cdot \frac{T_0}{T} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^{m-1}$$

$$\gamma_0 = p_0 \frac{M}{RT} = 1{,}226 \ Kg/m^3 \ (\text{Sist. tecnico}) = 12{,}03 \ N/m^3 \ (\text{S.I.})$$

$$\rho_0 = \frac{\gamma_0}{g} = 1{,}226 \ Kg_m/m^3 \ (\text{S.I}) = 0{,}125 \ Kg s^2/m^4 \ (\text{sist. tecnico})$$

NB: avevamo posto $\gamma_0 = 1{,}294 \ Kg/m^3$, qui è diverso perché non si riferisce più a 1atm e 0°C ma a 1atm e 15°C.

(1) $\frac{p^*}{\gamma^*} = \frac{R}{M} T^* = \boxed{H^* = 6338\,m}$ Altezza omogenea della stratosfera

Se immaginassimo di avere dalla tropopausa in su una colonna di fluido (non aria perché varia la sua densità) a densità costante, avremmo alla tropopausa delle caratteristiche fisiche in termini di pressione che corrispondono a una colonna di fluido alta $H^* = 6338\,m$.

(2) $\frac{P_0}{\gamma_0} = \frac{R}{M} T_0 = \boxed{H = 8426\,m}$ Altezza omogenea dell'atmosfera

Se avessi il fluido aria con caratteristiche invarianti con la quota, pari a quelle a quota 0, avrei una condizione di pressione corrispondente a quella di una colonna d'aria alta $H = 8426\,m$.

Ora, procedendo con l'integrazione della relazione precedente:

$$\int_{p^*}^{P} \frac{dP}{P} = -\frac{1}{H^*} \int_{z^*}^{z} dz \Rightarrow \ln \frac{P}{p^*} = -\frac{z - z^*}{H^*}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{P}{p^*} = e^{-\frac{z - z^*}{H^*}}}$$

Legge di HALLEY

Data una pressione, attraverso questa formula è possibile ricavare z: $z = \ln\left(\frac{p^*}{P_0} \cdot \frac{P_0}{P}\right) H^* + z^*$

Da Boyle-Mariotte: $\frac{P}{\gamma} = \frac{p^*}{\gamma^*} \Rightarrow \frac{\gamma}{\gamma^*} = \frac{P}{p^*}$

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{\gamma^*} = \frac{P}{p^*} = e^{-\frac{z - z^*}{H^*}}$$

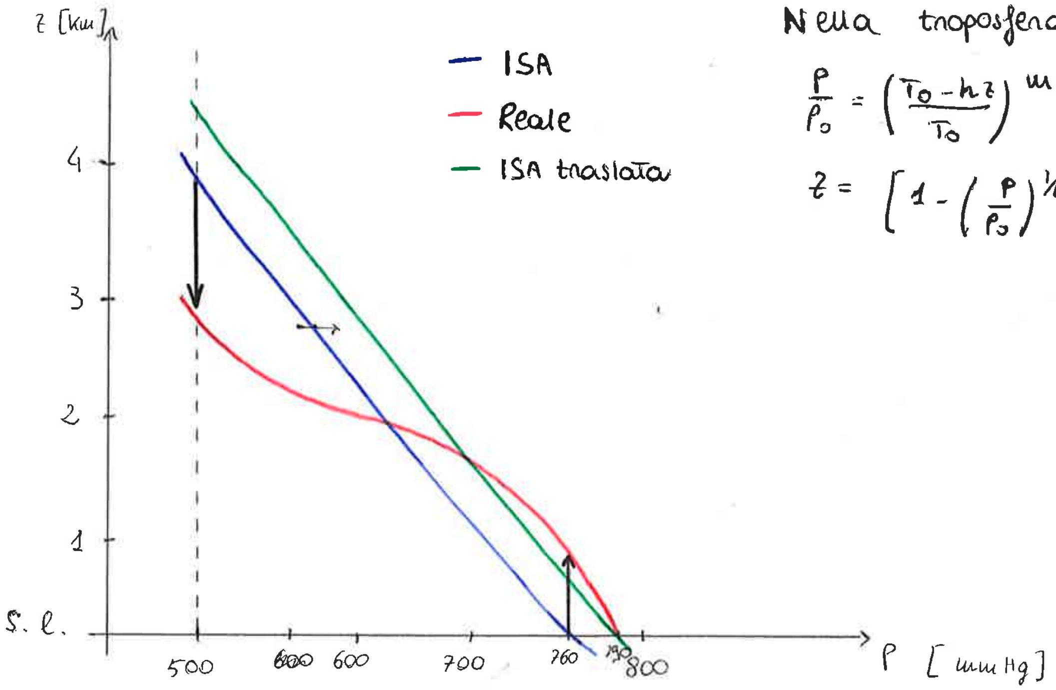
stessa legge sia per pressione che per densità

Quote Barometriche

Le quote barometriche sono fornite da un altimetro a bordo che misura le pressioni atmosferiche relative.

Nel barometro/altimetro c'è una capsula che si deforma al variare della pressione. Attorno alla capsula ci sono delle prese d'aria che permettono l'ingresso della pressione esterna (ambiente) nella cassa.
La deformazione della cassa provoca la rotazione delle lancette dello strumento su una opportuna scala, dando l'indicazione di quota.

La quota barometrica non è una quota vera, a meno che non ci sia nell'atmosfera un andamento di pressione e temperatura pari a quelle dell'atmosfera standard.



Nella troposfera:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T_0 - hz}{T_0}\right)^m$$

$$z = \left[1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{1/m}\right] \frac{T_0}{h}$$

A $P = 500\,\text{mmHg}$ se l'altimetro è ISA segna $z \simeq 3800\,\text{m}$, ma la sua quota reale è più bassa. L'errore è ↓.

Quando $P = 760\,\text{mmHg}$, l'altimetro segna 0 ma nella realtà $z \neq 0$

QNE: quota che legge il pilota nel riferimento ISA, ovvero quota tra velivolo e isobara di riferimento.

Queste quote non sono precise ma se vengono adottate da tutti i velivoli si riesce a gestire in modo sicuro il traffico aereo.
(indicazione non reale ma SAFE)

QFF: quota della traslazione ISA a estrapolazione reale.
Il vantaggio di questa quota è avere $z=0$ quando si raggiunge il sea level, ma come già visto non è detto che l'aeroporto sia al sea level.

QFE: quota tra il velivolo e l'aeroporto.
Quando atterrerà, l'altimetro segnerà $z=0$.

QNH: quota tra il velivolo e il sea level. Il vantaggio della QNH è che avvicinandosi alla pista di atterraggio, l'altimetro segna una quota che è via via una quota reale.
Quando tocca il suolo, la QNH è circa la quota dell'aeroporto rispetto al sea level.

$$\frac{1}{2}\rho V^2 = P_t - P_a = q$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}}$$

Velocità VERA
(Flusso incompr.)

Questa velocità è vera se:

1. Arresto isentropico e adiabatico nel Pitot;
2. P_t = vera, la P_t rilevata con il P_t potrebbe non essere totale, bisogna specificare che sia vera
3. P_a = vera
4. ρ = vera
5. $\rho = \cos(v)$, costante in funzione della velocità

Analizziamo questi 5 punti:

1 - Generalmente nel Pitot l'arresto è isentropico e adiabatico;

2 - Nell'entrare nel Pitot, se la corrente non è assiale rispetto all'asse del foro ($\vec{v}$ angolo elevato rispetto all'entrata) la pressione non è più tanto totale ma comincia a diventare statica.
Il rilievo della P_t non sarebbe preciso.

NB Fino a 15° tra $\vec{v}$ e la direzione del tubo, la pressione può essere considerata totale.

3 - La Pa deve essere vera. Sul tubo di Pitot ci sono una serie di fori proprio per mediare il rilievo di pressione statica e far sì che quest'ultima sia poco influenzata dall'angolo con cui il vettore velocità $\vec{v}$ incide sul tubo di Pitot.
Attraverso questa mediazione, la pressione statica sarà circa una pressione ambiente e quindi sarà una Pa vera.
Oltre questo, la Pa non può essere vera anche a causa della

Moltiplicando e dividendo per ρ_0:

$$V_{TAS} = \sqrt{\frac{2q\rho_0}{\rho_0 \rho_a}} = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\delta}} \qquad \text{con } \delta = \rho_a/\rho_0$$

$$V_{TAS} = V_{EAS} \frac{1}{\sqrt{\delta}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{EAS} = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} = V_{TAS}\sqrt{\delta}} \qquad \text{Equivalent Air Speed}$$

Nel caso di **Flusso Compressibile**:

in questo caso $\rho \neq \text{cost}$

$$\frac{P}{\rho^K} = \text{cost} \qquad \text{ipotizzando assetto isentropico}$$

$$\text{con } K = \frac{C_p}{C_v}.$$

In questo caso non è possibile passare immediatamente da Eulero a Bernoulli, bisogna fare dei passaggi:

Eulero: $dP + \rho V dV = 0$

$$d\left(\frac{1}{2}V^2\right) + \frac{dP}{\rho} = 0 \qquad (*)$$

Relazione adiabatica $\frac{P}{\rho^K} = \text{cost} \Rightarrow \frac{P}{\rho} = \text{cost} \cdot \rho^{K-1}$.

$$\frac{dP}{\rho} = \text{cost}\,\frac{K}{K-1}\,d\left(\rho^{K-1}\right) \qquad (**)$$

$$(**) + (*): \quad d\left(\frac{1}{2}V^2 + \text{cost}\,\frac{K}{K-1}\,\rho^{K-1}\right) = 0 \qquad \text{con } \text{cost}\,\rho^{K-1} = \frac{P}{\rho}$$

$$\Rightarrow d\left(\frac{1}{2}V^2 + \frac{K}{K-1}\frac{P}{\rho}\right) = 0$$

$$\frac{1}{2}V^2 + \frac{K}{K-1}\frac{P}{\rho} = \text{cost} \qquad \text{Bernoulli per Flusso compressibile}$$

Numero di Mach:

$$M = \frac{V_{TAS}}{c}$$

c = vel. del suono = $\sqrt{KRTa} = c_0 \sqrt{\frac{Ta}{To}}$

con $c_0 = \sqrt{KRTo} = 340{,}5\ m/s$ in aria standard

$$\frac{p}{\rho} = g\frac{R}{M}T = \mathcal{R}T \quad \text{con } \mathcal{R} = 287\ m^3/s^2K \quad e \quad R = \left[\frac{Nm}{Mol\ K}\right]$$

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{To}}\sqrt{Ta} \Rightarrow M = \frac{V_{TAS}}{c_0}\sqrt{\frac{To}{Ta}} = b\frac{V_{TAS}}{\sqrt{Ta}} = 0{,}05\frac{V_{TAS}}{\sqrt{Ta}}$$

$$b = \frac{\sqrt{To}}{c_0} = \frac{\sqrt{288}}{340{,}5} = 0{,}05$$

$$\Rightarrow M = \frac{V_{TAS}}{\sqrt{KRTa}}.$$

[17/03/2017]

L'anemometro ha un suo riferimento:

$z_{ISA} = 0\ m$

$Ta = To = 288\ K$

$Pa = Po = 760\ mmHg$

Nell' anemometro entra $\begin{cases} q_c & \text{se flusso compressibile} \\ q_i = q & \text{se flusso incompressibile} \end{cases}$

essendo $q = f(v)$ (sia q_i che q_c sono funzioni della velocità) si può ricavare una velocità indicata:

V_{IAS} = Indicated Air Speed

Riassunto velocità:

IAS: velocità che il pilota legge sullo strumento (in nodi)

CAS: calibrazione di IAS in base alla tabella "Airspeed Calibration"

TAS: Legata alla CAS attraverso la densità.

Per IAS e CAS si considera la densità a quota 0, nella TAS si considera la densità alla quota vera.

EAS: è per definizione $\rho V_{TAS}^2 = \rho_0 V_{EAS}^2 \Rightarrow V_{EAS} = \sqrt{\sigma}\, V_{TAS}$

Flusso INCOMPRESSIBILE ($M < 0,3$)

$\rho = \text{cost}$ (Bernoulli)

$$\begin{cases} P + \frac{1}{2}\rho V^2 = \text{cost} = P_t \\ \rho = \text{cost} \end{cases}$$

$$V_{IAS} = \sqrt{\frac{2(P_t - P)}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}}$$

$$V_{CAS} = \sqrt{\frac{2q_{corretta}}{\rho_0}}$$

$$V_{EAS} = V_{CAS}$$

$$V_{TAS} = V_{EAS}\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$$

Flusso COMPRESSIBILE ($M > 0,3$)

$\rho \neq \text{cost}$.

$$\begin{cases} \frac{K}{K-1}\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}V^2 = \text{cost} = \frac{K}{K-1}\frac{P_t}{\rho_t} \\ \frac{P}{\rho^K} = \text{cost} = \frac{P_t}{\rho_t^K} \end{cases}$$

$$V_{IAS} = \sqrt{\frac{2K}{K-1}\frac{P_0}{\rho_0}\left[\left(\frac{q_c}{P_0}+1\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right]}$$

$$V_{CAS} = \sqrt{\frac{2K}{K-1}\frac{P_0}{\rho_0}\left[\left(\frac{q_{c,corr}}{P_0}+1\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right]}$$

$$V_{TAS} = \sqrt{\frac{2K}{K-1}\frac{P}{\rho}\left[\left(\frac{q_{c,corr}}{P}+1\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right]}$$

$$V_{EAS} = \sqrt{\frac{2K}{K-1}\frac{P}{\rho_0}\left[\left(\frac{q_{c,corr}}{P}+1\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right]}$$

Al pilota non interessa la TAS perché al pilota interessano le sollecitazioni sul velivolo legate a forze aerodinamiche e quindi proporzionali a $\frac{1}{2}\rho V^2$.
Più si è in alto più si va veloci (densità diminuisce velocità aumenta)

Si può scrivere una relazione che leghi il fattore di interferenza al coefficiente di resistenza:

$$C_{D_S} = \sum_i C_{D_i} \frac{S_i}{S} F_i$$

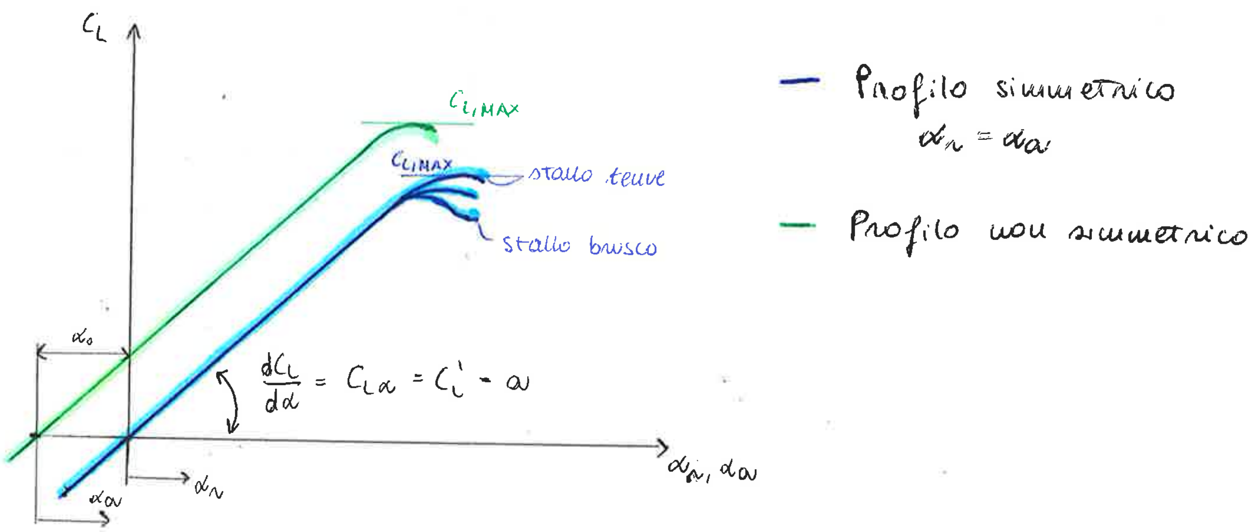
con C_{DS} = coeff. di resistenza in una superficie di riferimento

S = superficie di riferimento del velivolo

S_i = Superficie di riferimento del singolo componente analizzato.

Per C_{D0} si intende il coefficiente di resistenza minimo, quello per cui $L = 0$.

Curve $C_L(\alpha)$



α_0 = incidenza per cui un profilo non simmetrico ha portanza nulla

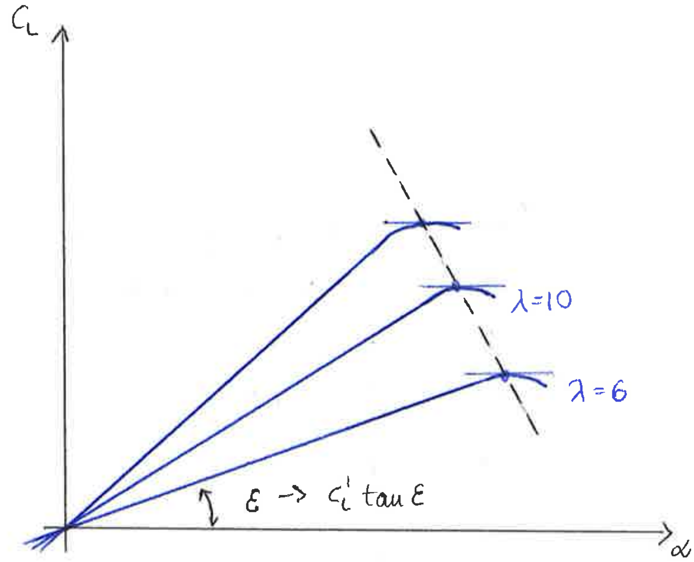
α_r = incidenza relativa (della corda rispetto al flusso)

α_a = incidenza aerodinamica

$$\alpha_a = \alpha_0 + \alpha_r$$

Effetto dell'allungamento alare:

$$\lambda = A = \frac{b}{c} \qquad \begin{aligned} b &= \text{apertura alare} \\ c &= \text{corda alare} \end{aligned}$$



Valore teorico

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{dC_L}{d\alpha} = 2\pi = C_{L\infty}'$$

massimo teorico per l'ala con $\lambda = \infty$

Al variare dell'allungamento alare i massimi dei coefficienti di portanza giacciono sulla stessa retta.

Confrontiamo diverse ali con stessa corda ma allungamento variabile:

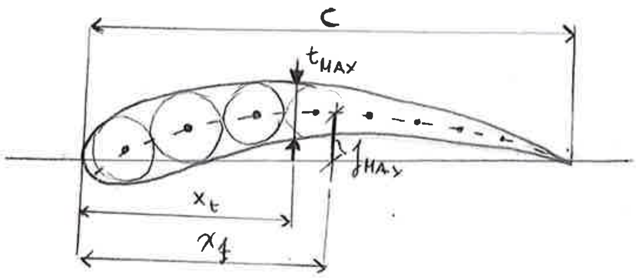
~~All'aumentare di λ diminuisce~~ ?

Valore reale

$$\tan(\varepsilon) = C_L' = \frac{C_{L\infty}'}{1 + \frac{C_{L\infty}'}{\pi \lambda}}$$

($C_{L\infty}' \simeq 5,7$ dipende dal profilo)

Un profilo alare può essere schematizzato nel modo seguente:



Sulla linea d'asse si distribuiscono cerchi a diametro variabile.

f/c = max incurvamento

x_f/c = ascissa % del max incurvamento

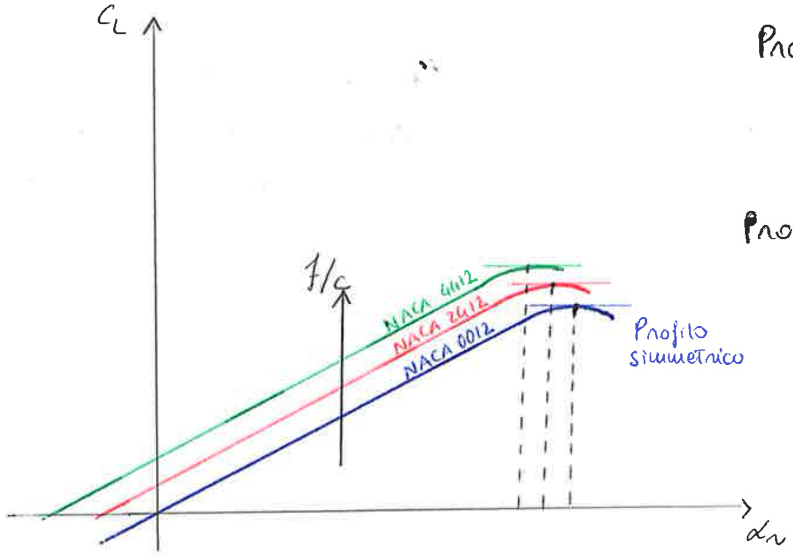
t/c = spessore massimo relativo

x_t/c = ascissa % del max ~~incurvamento~~ spessore

t_{MAX} = spessore massimo

f_{MAX} = massima distanza tra corda e linea d'asse.

Effetto dell'inarcamento:



Profilo simmetrico:

$C_L = 0 \equiv$ corda

$C_{MO} = 0$

Profilo non simmetrico:

$C_L = 0 \not\equiv$ corda

con $f/c \uparrow \Rightarrow \alpha_0 \uparrow \Rightarrow$

$\Rightarrow |C_{MO}| \uparrow \Rightarrow$

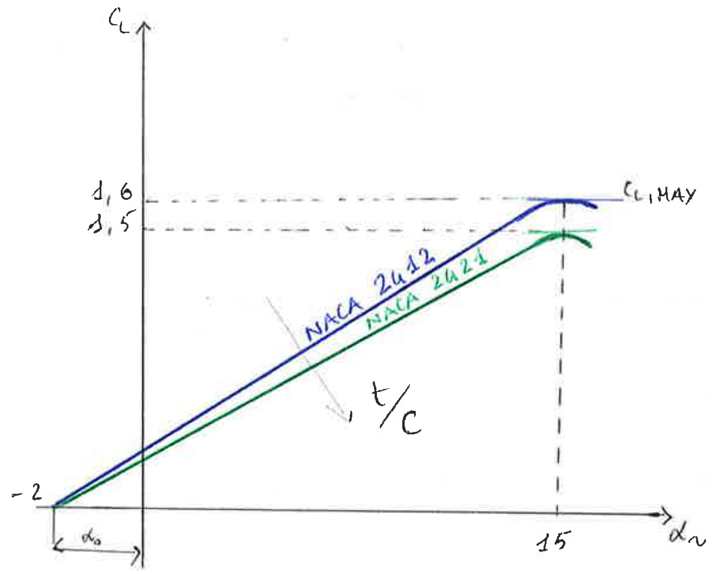
$\Rightarrow |C_{D0}| \uparrow \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha_r \downarrow$ a $C_{L,MAX} \simeq$ cost.

[21/03/2017]

Effetto dello Spessore:

Consideriamo due ali con stesse caratteristiche geometriche ma profili con spessore differente:



$\frac{t_{MAX}}{c} \uparrow \Rightarrow C_{D0} \uparrow$; $\alpha_0 \simeq$ cost

$|C_{MO}| \uparrow$ ma poco

$\alpha_r \simeq$ cost

$C_{L,MAX} \downarrow$

Sia per inarcamento che per spessore, l'aspetto conveniente è il C_{MO}. Perciò, analizziamo la proprietà focale dei profili che poi diventa proprietà focale dell'ala

Curve $C_D(\alpha)$

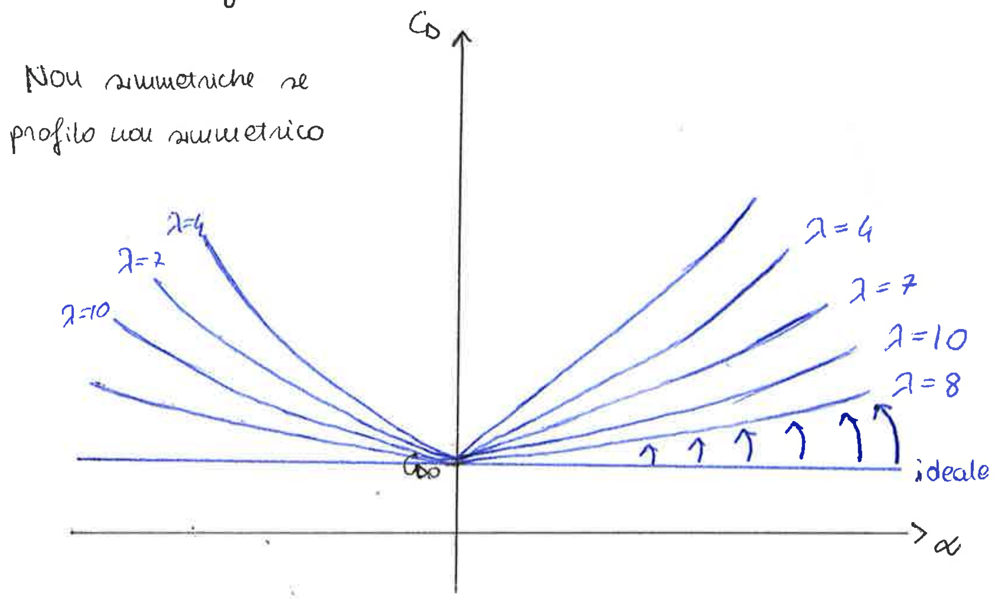
Dalla Teoria di Prandtl per ala ellittica:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \lambda}$$

C_{D0} = coeff. di forma

$\frac{C_L^2}{\pi\lambda}$ = coeff. di resistenza indotta

Teoria di Glavert



Per la Teoria di Glavert:

$$C_D = \underbrace{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi\lambda}}_{\text{Prandtl per ala ellittica}} \cdot \underbrace{i}_{i>1 \text{ per ali non ellittiche}} + \underbrace{k\, C_L^2}_{\text{parte di resistenza che incrementa la resistenza di forma base}} =$$

$$= C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi\lambda}(i + \pi\lambda k) = C_{D0} + \frac{C_L^2}{e\pi\lambda}$$

con $e = \frac{1}{i + \pi\lambda k}$ Fattore di Oswald $\simeq 0{,}75 \div 0{,}95$