NUMERO: 2282A

ANNO: 2018

A P P U N T I

STUDENTE: Marangi Flavio

MATERIA: Meccanica del Volo - Prof. Gili

RICHIAMI DI STABILITÁ

MOTO RETTILINEO UNIFORME ORIZZONTALE / SUBORIZZONTALE

QUASI ORIZZONTALE

$L = W$; $T = D$; $M = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S C_M \cdot c = 0 \Rightarrow C_M = 0$

SUBORIZZONTALE $\Rightarrow \gamma \simeq 0 \Rightarrow L = W\cos\gamma \cong W$

STABILITÁ STATICA $\qquad \Delta\alpha$ = DISTURBO (VAR. INCIDENZA)

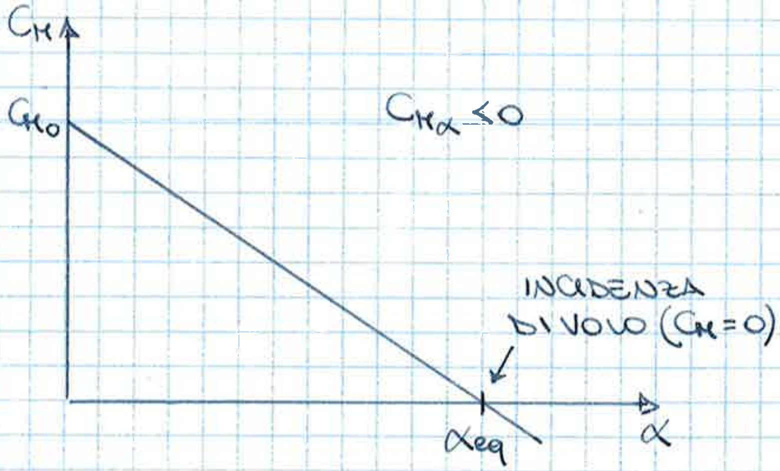
IN SEGUITO AD UN DISTURBO, VOGLIAMO NASCA UN MOMENTO OPPOSTO CHE ANNULLI $\Delta\alpha$ INTRINSECAMENTE (SENZA FARE NULLA)

$$\Delta\alpha_{(+)} \rightarrow M_{(-)} \rightarrow \Delta\alpha = 0$$
$$\Delta\alpha_{(-)} \rightarrow M_{(+)} \rightarrow \Delta\alpha = 0$$

$$C_{M_\alpha} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} < 0 \Rightarrow \text{CONDIZIONE DI STABILITÁ STATICA LONGITUDINALE}$$

IPOTESI:

1) IL VELIVOLO HA UN PIANO DI SIMMETRIA (X-Z)
2) CONDIZIONI INIZIALI CON $V = \cos t$
3) $\bar{V}$ È CONTENUTO IN X-Z → IL MOTO È LONGITUDINALE E ALLORA β È NULLO (β ANGOLO DI DERAPATA → SIDESLIP ANGLE)
4) ANGOLO TRAIETTORIA INIZIALE $\gamma \simeq 0$
5) STRUTTURA RIGIDA



IL FATTORE CHE DETERMINA LA NON LINEARITÁ È LA RESISTENZA DELL'ALA MA POICHÉ HA BRACCIO MOLTO PICCOLO PUÓ ESSERE TRASCURATO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 150

$$\eta_t = \frac{V_{eff}^2}{V_\infty^2} \begin{matrix} \geq \\ = \\ < \end{matrix} 1$$

→ IL FLUSSO D'ELICA INVESTE IL TAIL

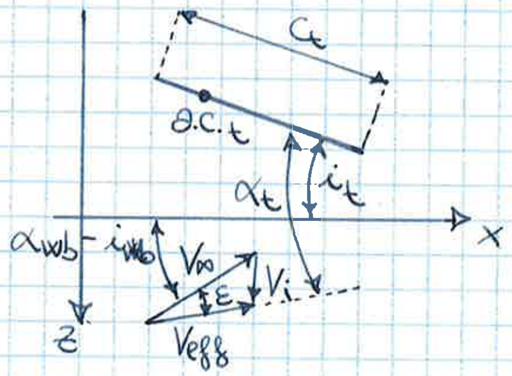
→ IL TAIL È IN ZONA DI FLUSSO RALLENTATO (SCIA)

$$C_{MG} = C_{M0wb} + C_{Lwb} \frac{x_G - x_a'}{c} = \dots$$

$$C_{MG} = C_{M0wb} + \left(C_{Lwb} + C_{Lt} \frac{S_t}{S}\right) \frac{x_G - x_a'}{c} - C_{Lt} \bar{V}^* + C_{Mp}$$

$$L = L_{wb} + L_t \Rightarrow C_L = C_{Lwb} + C_{Lt} \frac{S_t}{S}$$

$$C_{MG} = C_{M0wb} + C_L \frac{x_G - x_a'}{c} - C_{Lt} \frac{S_t}{S} + C_{Mp}$$



$$\alpha_t = \alpha_{wb} - i_{wb} - \varepsilon + i_t$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha_{wb}} \alpha_{wb}$$

→ DOWN WASH ANGLE $(\alpha = 0)$

$$\alpha_t = \alpha_{wb} - i_{wb} - \varepsilon_0 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha_{wb}} \alpha_{wb} + i_t = \alpha_{wb}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - \underbrace{(i_{wb} + \varepsilon_0 - i_t)}_{i}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha_{wb}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \cancel{\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_{wb}}}^{=1}$$

$$\boxed{1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}}$$ → DOWN WASH FACTOR $= 0{,}6 \div 0{,}95$

$i = i_{wb} - i_t + \varepsilon_0 =$ CALETTAMENTO AERODINAMICO ALA-CODA

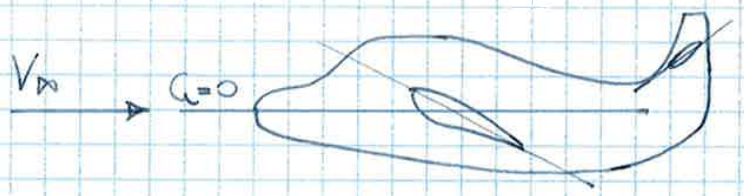
$$C_{Lt} = a_t \alpha_t = a_t \left[\alpha_{wb}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - i\right]$$

$$C_L = a_{wb} \alpha_{wb} + a_t \frac{S_t}{S} \alpha_{wb} + a_t \frac{S_t}{S}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - a_t \frac{S_t}{S} i$$

$$C_L = a_{wb} \alpha_{wb} \Big[1 + \underbrace{\frac{a_t}{a_{wb}} \frac{S_t}{S}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right)}_{F}\Big] - a_t \frac{S_t}{S} i$$

$$C_L = a_{wb} \alpha_{wb} (1 + F) - a_t \frac{S_t}{S} i$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 150



$\alpha = 0 \Rightarrow C_L = 0 \Rightarrow L = 0$
$\Rightarrow L_{wb} = L_t$

$\alpha_{wb}(+) < |\alpha_t(-)|$

PICCOLO MENO PICCOLO

$$C_L = a \cdot \alpha = a_{wb}(1+F)\alpha_{wb} - a_t \frac{S_t}{S} i$$

$$\alpha_{wb} = \frac{a\alpha + a_t \frac{S_t}{S} i}{\underbrace{a_{wb}(1+F)}_{=a}} = \cancel{a}\alpha + \frac{a_t}{a}\frac{S_t}{S} i$$

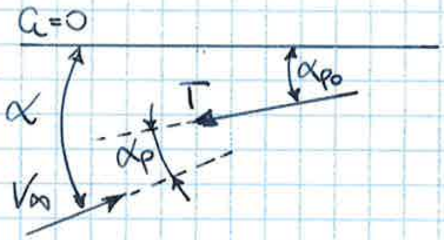
$$C_{MG} = C_{M0wb} + C_L \frac{x_G - x_{a'}}{c} - C_{Lt}\bar{V} \mp C_{Mp}$$

$$C_{MG} = C_{M0wb} + a\alpha \frac{x_G - x_{a'}}{c} - a_t\left[\alpha_{wb}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - i\right]\bar{V} + C_{Mp} =$$

$$= C_{M0wb} + a\alpha \frac{x_G - x_{a'}}{c} - a_t\bar{V}\left[\left(\alpha + \frac{a_t}{a}\frac{S_t}{S} i\right)\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - i\right] + C_{Mp}$$

$$\frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha_p} \underbrace{\cancel{\frac{\partial \alpha_p}{\partial \alpha}}}_{\simeq 1}$$

$$\frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha_p} \cdot \alpha_p = \frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha}(\alpha - \alpha_p) = \frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha}\alpha - \underbrace{\frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha}\alpha_{p0}}_{=cost = C_{Mp0}}$$



$$C_{MG} = C_{M0wb} + \left[a\frac{x_G - x_{a'}}{c} - a_t\bar{V}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right)\right]\alpha - a_t\frac{S_t}{S}\bar{V} i\left(1 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) +$$

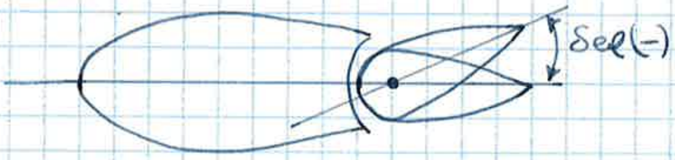
$$+ a_t\bar{V} i + C_{Mp0} - \frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha}\alpha$$

$$C_{MG} = C_{M0} + C_{M\alpha} \cdot \alpha$$

LA POSIZIONE DEL BARICENTRO MODIFICANDO COSÍ IL MARGINE STATICO.

1) $\boxed{C_{M_{0\,wb}}}$ → SI AGISCE SUL C_{M_0} DEL WING:

SI INSERISCE UN FLAP AL BORDO DI FUGA, CHE PERÓ NON PUÓ ESSERE USATO PER IPERSOSTENTAZIONE; L'ELEVON INVECE PUÓ ESSERE RUOTATO SIA IN MANIERA CONCORDE CHE DISCORDE, ED È COMUNE NEI VELIVOLI TUTT'ALA.



SI RUOTA NEGATIVAMENTE IN MODO DA GENERARE UN MOMENTO POSITIVO (CABRANTE) SUL VELIVOLO

2) $\boxed{i_t}$ (VELIVOLO CONVENZIONALE) → ALL MOVING TAIL (FLYING TAIL)

→ STABILIZZATORE + EQUILIBRATO.
↓ FISSO ↓ MOBILE

VIENE RUOTATO L'ASSE DI PORTANZA NULLA:

$$L_t = 0 \Rightarrow \Delta\alpha_t = \tau \cdot \Delta\delta$$

$$\tau = \frac{\partial \alpha_t}{\partial \delta} \Rightarrow \Delta C_{M_0}$$

3) $\boxed{C_{M_{P0}}}$ → SI VARIA LA SPINTA T CHE HA UN BRACCIO RISPETTO A C.G., QUINDI SI VARIA IL MOMENTO.

- VARIAZ. MANETTA → USATO SOLO PER EMERGENZA IN QUANTO SI CAMBIANO LE CONDIZIONI DI VOLO.

- VARIAZIONE DIREZIONE SPINTA → UTILIZZATO NEI VERTICAL T.O. AND LANDING E SHORT T.O. AND LANDING AIRCRAFTS.

4) $\boxed{X_G}$ → SI VARIA LA POSIZIONE DEL BARICENTRO PER VARIARE C_{M_α} E OTTENERE UN DIVERSO C_{M_0}; È IL CASO DEL

IL $C_{M_{P_0}}$ È IL METODO CLASSICO PER DEFINIRE α_{eq}
↳ LA PRIMA COSA SU CUI SI AGISCE È LA MANETTA PER AVERE $T = D$

CASI NON CLASSICI E DI EMERGENZA VEDONO L'UTILIZZO DEL $C_{M_{P_0}}$ PER MODIFICARE L'ASSETTO QUANDO NON È PIÙ DISPONIBILE L'EQUILIBRATORE.

QUANDO SI VA A RUOTARE L'EQUILIBRATORE (δ) NASCONO C_{L_δ} E C_{M_δ}
→ SI SPOSTA LA LINEA DI $C_L = 0$ E QUINDI L'INCIDENZA VARIA

EQUILIBRIO $\begin{cases} C_L = C_{L_{eq}} \\ C_{M_G} = 0 \end{cases}$

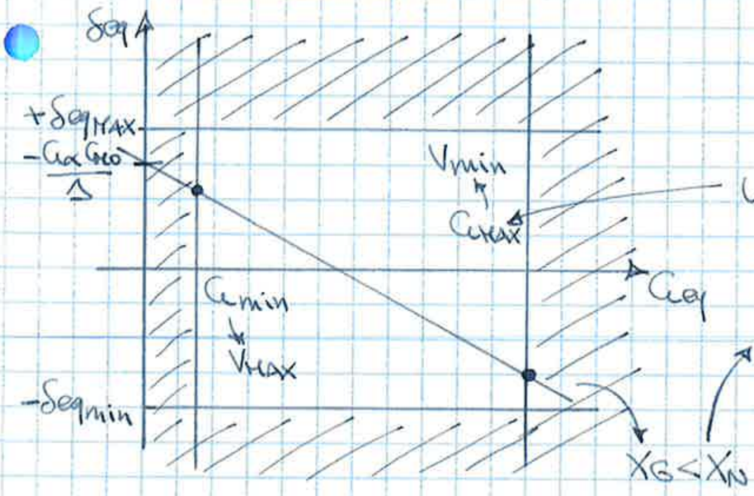
$$\begin{cases} C_{L_\alpha} \alpha_{eq} + C_{L_\delta} \delta_{eq} = C_{L_{eq}} \\ C_{M_\alpha} \cdot \alpha_{eq} + C_{M_\delta} \delta_{eq} = -C_{M_0} \end{cases}$$

→ DA QUESTO SISTEMA SI RICAVA $\delta_{eq} = f(C_{L_{eq}})$

$$\delta_{eq} = f(V_{eq}) \; (= f(C_{L_{eq}}))$$
$$C_{L_{eq}} = f(\alpha_{eq})$$

$$\Delta = C_{L_\alpha} C_{M_\delta} - C_{M_\alpha} C_{L_\delta}$$

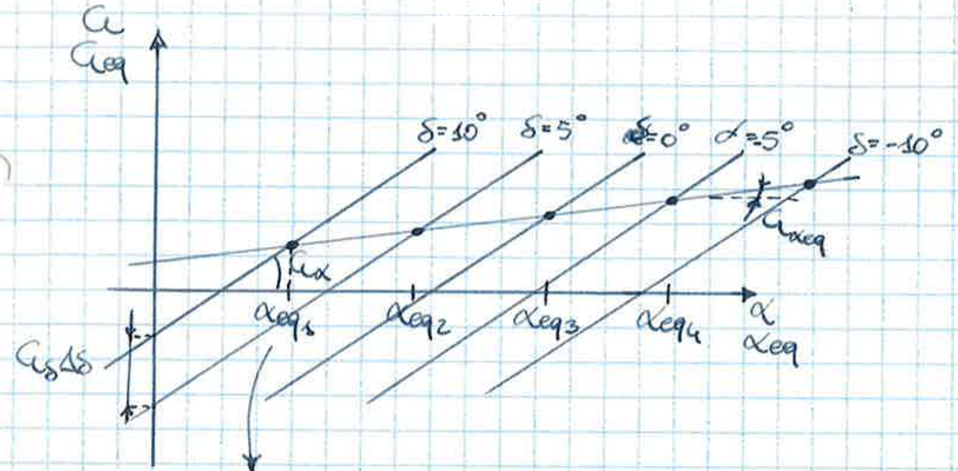
$$\delta_{eq} = -\frac{C_{L_\alpha}}{\Delta} C_{M_0} - \frac{C_{M_\alpha}}{\Delta} C_{L_{eq}}$$



LE RETTE SONO NEGATIVE SE $C_{M_\alpha} < 0$ (STABILE)

LEGATO ALL'α DI STALLO

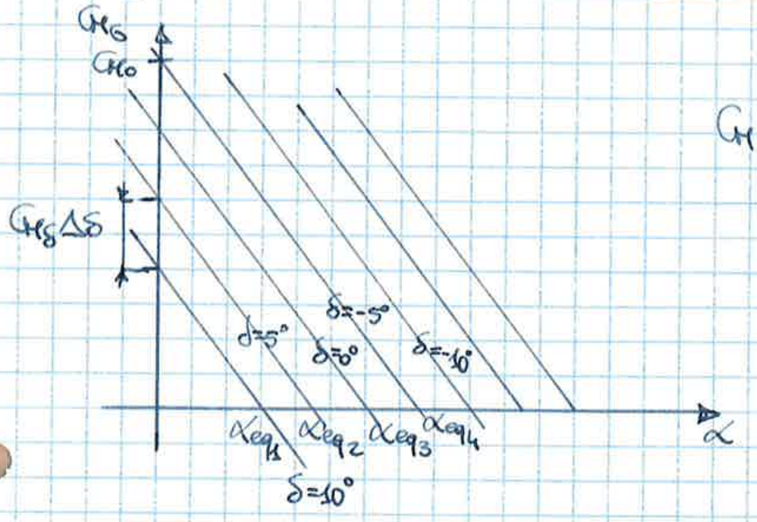
POSIZIONE BUONA DEL BARICENTRO PERCHÉ SI GARANTISCONO $C_{L_{min}}$ E $C_{L_{MAX}}$ ENTRO I LIMITI DI δ



$X_G = cost$
↳ NON C'È DIPENDENZA

I PUNTI DI EQUILIBRIO SONO TUTTI EQUISPAZIATI PERCHÉ LE RETTE SONO PARALLELE

IN REALTÀ IL $C_{M\delta}$ È FUNZIONE DI X_G, MA PESA MOLTO POCO RISPETTO AL TERMINE CON $\bar{V}$, QUINDI IL DIAGRAMMA SI PUÒ CONSIDERARE A $X_G = cost$



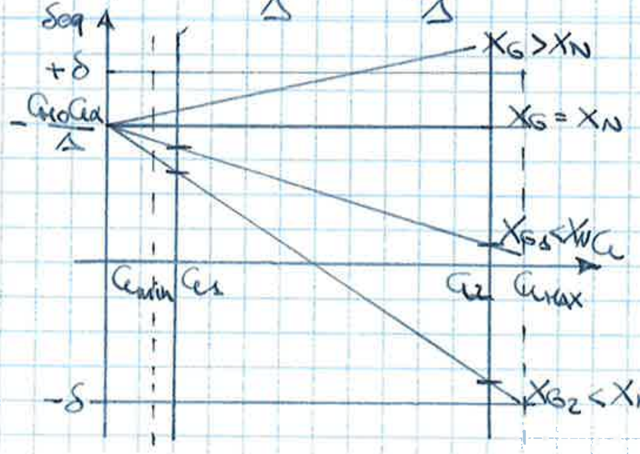
$$C_{M_G} = C_{M0} + C_{M\alpha}\,\alpha + C_{M\delta}\,\delta$$

$C_{M\delta} < 0$

$C_{M\delta} > C_{L\delta}$

LE RETTE INCONTRANO LO ZERO NEGLI α_{eq} DEL GRAFICO PRECEDENTE (EQUILIBRIO → MOMENTO = 0)

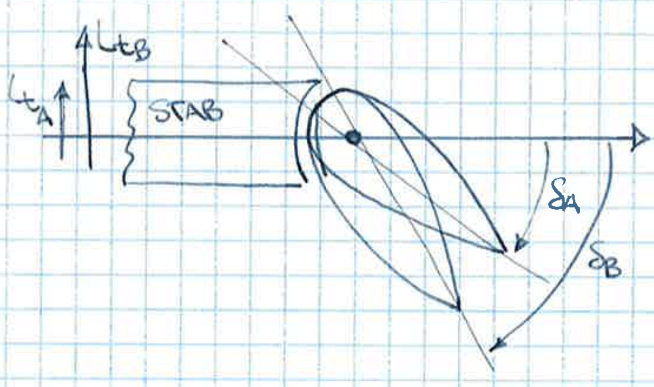
$$\delta_{eq} = -\frac{C_{M0}C_{L\alpha}}{\Delta} - \frac{C_{M\alpha}C_{Leq}}{\Delta} \qquad C_{M\alpha} = a\,\frac{X_G - X_N}{c}$$



$$\frac{\partial \delta_{eq}}{\partial C_{Leq}} = -\frac{C_{L\alpha}}{\Delta}\,\frac{X_G - X_N}{c}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 150

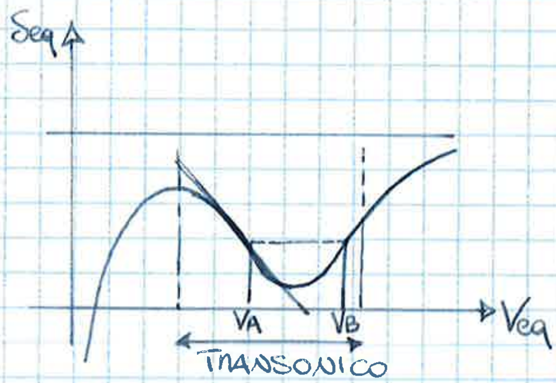
SPEED STABILITY → SUPPONIAMO UN DISTURBO SULLA VELOCITÀ (RAFFICA ORIZZONTALE CHE AUMENTA V_{eq} FINO A V_{Beq}) → SI INSTAURA UNA SITUAZIONE CHE TENDE A RIPORTARE IL VELIVOLO NELLE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO PRECEDENTE: PER UNA DATA MANETTA E ANGOLO D'INCIDENZA TENDE A TORNARE ALLA CONDIZIONE PRE-DISTURBO (SE IL VELIVOLO È STATICAMENTE STABILE)



SE IL PILOTA NON FA NULLA, LA MAGGIORAZIONE DI PORTANZA SULLA CODA GENERA UN MOMENTO CABRANTE CHE RIDUCE LA V DEL VELIVOLO E LO RIPORTA NELLA CONDIZIONE A

IL CONTRARIO AVVERREBBE PER VELIVOLO INTRINSECAMENTE INSTABILE ($X_G > X_N$, IPERBOLE RIVOLTA VERSO L'ALTO)

LA SPEED STABILITY SI PUÒ PERDERE IN REGIME TRANSONICO ANCHE CON VELIVOLO STABILE:



SE SUCCEDE QUALCOSA IN A, δ_{eq} DIMINUISCE E V AUMENTA, FINO AD ARRIVARE IN V_B IN CUI PERÒ IL VELIVOLO È STABILE (C'È UN AIUTO AD ARRIVARE IN FRETTA ALLA FINE DEL TRANSONICO)

CI SONO CONDIZIONI EQUIVALENTI DI STABILITÀ STATICA LONGITUDINALE: $C_{M\alpha} < 0$; $\frac{\partial \delta_{eq}}{\partial C_{L eq}} < 0$; $\frac{\partial \delta_{eq}}{\partial V_{eq}} < 0$

↳ SONO TUTTE CARATTERISTICHE PRESENTI QUANDO $X_G < X_N$

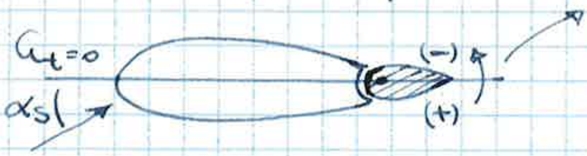
L'ALETTA TAB PUÓ ESSERE:
- CORRETTRICE (TRIM)
- SERVOMOTRICE
- COMPENSATRICE

$$C_H = b_0 + b_1 \alpha_s + b_2 \delta + b_3 \delta_{TAB}$$

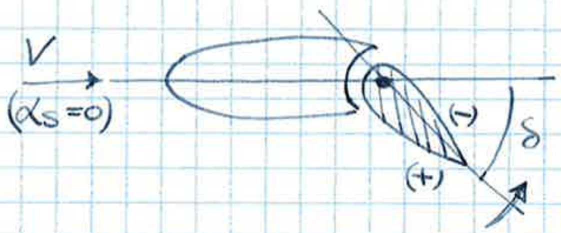
$b_0 = 0$ SE IL PROFILO È SIMMETRICO (COME IN QUESTO CASO)

L'INTERVALLO DI VARIAZIONE DI α_s, δ E δ_{TAB} DEVE ESSERE LIMITATO IN MODO CHE IL C_H POSSA ESSERE LINEARE:

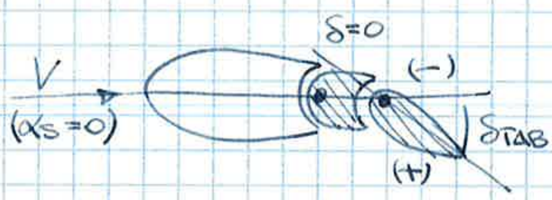
$$b_1 = \frac{\partial C_H}{\partial \alpha_s} = cost \; ; \; b_2 = \frac{\partial C_H}{\partial \delta} = cost \; ; \; b_3 = \frac{\partial C_H}{\partial \delta_{TAB}} = cost$$



LA DIFFERENZA DI PRESSIONE FA ALZARE L'EQUILIBRATORE GENERANDO UN MOMENTO PICCHIANTE, OVVERO NEGATIVO $\boxed{b_1 < 0}$



STESSO DISCORSO DEL PUNTO PRECEDENTE: MOMENTO PICCHIANTE $\boxed{b_2 < 0}$



MOMENTO SUL TAB PICCHIANTE $\boxed{b_3 < 0}$

I TRE COEFFICIENTI b_1, b_2 E b_3 SONO MINORI DI ZERO.

PER DETERMINARE L'EFFICACIA DELLE SUPERFICI MOBILI BISOGNA CONSIDERARE LO STRATO LIMITE CHE LE INVESTE. MA IL CFD È COMPLICATO QUINDI SI VA PER VIA SPERIMENTALE (MODELLI

$$C_H = b_0 + b_1\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right)\alpha - b_1 \frac{i}{1+F} + b_2 \delta + b_3 \delta_{TAB}$$

$$C_{H0} = b_0 - b_1 \frac{i}{1+F}$$

$$C_{H\alpha} = b_1\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right)$$

COMANDI LIBERI

LASCIANDO LIBERO IL COMANDO, QUESTO SI PONE NEL FREE FLOATING POINT, OVVERO SI ANNULLA IL MOMENTO DI CERNIERA $\Rightarrow$ LIBERO ORIENTAMENTO DELL'EQUILIBRATORE CHIAMATO $\boxed{\delta_{FLOAT} = \delta}$

QUESTA SITUAZIONE VIENE STUDIATA SENZA TENER CONTO DELL'INERZIA (NESSUN TRANSITORIO, SOLO EQUILIBRIO) E DELL'ATTRITO (CHE DAREBBE δ_F LEGGERMENTE DIVERSO)

$$C_H = C_{H0} + C_{H\alpha}\alpha + b_2 \delta_F + b_3 \delta_{TAB} = 0$$

$\hookrightarrow$ CON $C_H = 0 \Rightarrow \delta = \delta_F$

$$\delta_F = -\frac{1}{b_2}\left(C_{H0} + C_{H\alpha}\alpha + b_3 \delta_{TAB}\right)$$

SE L'EQUILIBRATORE È LIBERO DI ORIENTARSI È COME SE FOSSE PIÙ PICCOLO DI QUANTO IN REALTÀ SIA. (USIAMO L'APICE ' PER I COMANDI LIBERI)

$$C_L' = C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta}\delta_F = C_{L0}' + C_{L\alpha}'\alpha$$

$$C_L' = -\frac{C_{L\delta}}{b_2}\left(C_{H0} + b_3 \delta_{TAB}\right) + \left(C_{L\alpha} - \frac{C_{L\delta} C_{H\alpha}}{b_2}\right)\alpha$$

$$\boxed{C_{L\alpha}' = \frac{\partial C_L'}{\partial \alpha} = C_{L\alpha} - \frac{C_{L\delta} C_{H\alpha}}{b_2}}$$

$C_{L\delta}$ È PICCOLO E $\frac{C_{H\alpha}}{b_2} \simeq 1 \Rightarrow \boxed{C_{L\alpha}' \simeq C_{L\alpha}}$

MA È MINORE QUINDI IL VELIVOLO È MENO PORTANTE.

- FUOCO A COMANDI LIBERI

$$\frac{x_N}{c} = \frac{x_G}{c} + \frac{a_t \bar{V}}{a}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{a}\frac{\partial C_{MP}}{\partial \alpha}$$ COMANDI BLOCCATI

$$\frac{x_N'}{c} = \frac{x_G}{c} + \delta \frac{a_t}{a'}\bar{V}\left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{a'}\frac{C_{MP}}{\partial \alpha}$$

SI DIMOSTRA CHE $\boxed{\frac{x_N}{c} > \frac{x_N'}{c}}$

CONSIDERIAMO

$$C_{M\alpha} = \frac{x_G - x_N}{c} \qquad C_{M\alpha}' = \frac{x_G - x_N'}{c}$$

$$\frac{x_G - x_N'}{c} = \frac{C_{M\alpha}'}{a'} = \frac{1}{a'}\left(C_{M\alpha} - \underbrace{\frac{C_{M\delta} C_{H\alpha}}{b_2}}_{(-)}\right)$$

$$\frac{x_G - x_N'}{c} = \frac{1}{a'}\left(a\frac{x_G - x_N}{c} - \frac{C_{M\delta} C_{H\alpha}}{b_2}\right)$$

- TUTT'ALA

$$C_{M\delta} = \frac{\partial C_{M0wb}}{\partial \delta} + C_{L\delta}\frac{x_G - x_a'}{c} \Rightarrow x_a' \equiv x_N$$

$$C_{M\delta} = \frac{\partial C_{M0}}{\partial \delta} + C_{L\delta}\frac{x_G - x_N}{c}$$

$$\frac{x_G - x_N'}{c} = \frac{1}{a'}\left(a\frac{x_G - x_N}{c} - \frac{C_{H\alpha}}{b_2}\frac{\partial C_{M0}}{\partial \delta} - \frac{C_{H\alpha}}{b_2}C_{L\delta}\frac{x_G - x_N}{c}\right) =$$

$$= \frac{x_G}{c}\cdot\frac{1}{\cancel{a'}}\underbrace{\left(a - C_{H\alpha}\frac{C_{L\delta}}{b_2}\right)}_{=\cancel{a'}} - \frac{x_N}{c}\frac{1}{\cancel{a'}}\underbrace{\left(a - C_{H\alpha}\frac{C_{L\delta}}{b_2}\right)}_{=\cancel{a'}} +$$

$$- \frac{C_{H\alpha}}{a' b_2}\underbrace{\frac{\partial C_{M0}}{\partial \delta}}_{\substack{(+)\\(-)}}$$

$$\frac{\cancel{x_G} - x_N'}{c} = \frac{\cancel{x_G} - x_N}{c} - \underset{(+)}{\frac{1}{a'}}\ \underset{(-)}{\frac{C_{H\alpha}}{b_2}}\ \underset{(-)}{\frac{\partial C_{M0}}{\partial \delta}}$$

$$\frac{x_N'}{c} = \frac{x_N}{c} + \frac{1}{a'}\frac{C_{H\alpha}}{b_2}\underbrace{\frac{\partial C_{M0}}{\partial \delta}}_{(-)} < \frac{x_N}{c}$$

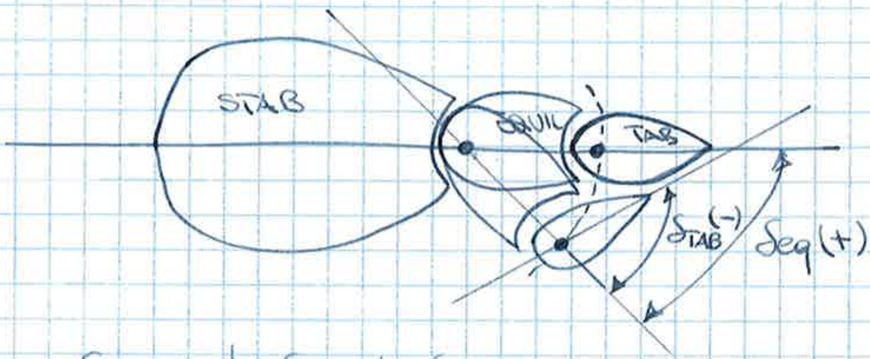
SOTTRAGGO A $\frac{x_N}{c}$ IL TERMINE $\frac{1}{a'}\frac{C_{H\alpha}}{b_2}\frac{\partial C_{M0}}{\partial \delta}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 150

ALETTA CORRETTRICE (TRIM TAB)

SERVE AD ANNULLARE LO SFORZO DI BARRA (OVVERO IL MOMENTO DI CERNIERA), MA IL COMANDO È LASCIATO AL PILOTA.

$H = \frac{1}{2}\rho V^2 S_e c_e C_H = 0 \Rightarrow$ CONDIZIONE DI TRIMMAGGIO $C_H = 0$



$$C_H = C_{H0} + C_{H\alpha}\alpha + b_2\delta_{eq} + b_3\delta_{TAB}$$

$$\delta_{TAB} = \delta_{TAB_{TRIM}} = \delta_{TT}$$

$$\delta_{TT} = -\frac{1}{b_3}\left(C_{H0} + C_{H\alpha}\alpha_{eq} + b_2\delta_{eq}\right) =$$

$$= -\frac{1}{b_3}\left[C_{H0} + \frac{C_{H\alpha}}{\Delta}\left(C_{m0}C_{L\delta} + C_{m\delta}C_{Leq}\right) - \frac{b_2}{\Delta}\left(C_{m0}C_{L\alpha} + C_{m\alpha}C_{Leq}\right)\right]$$

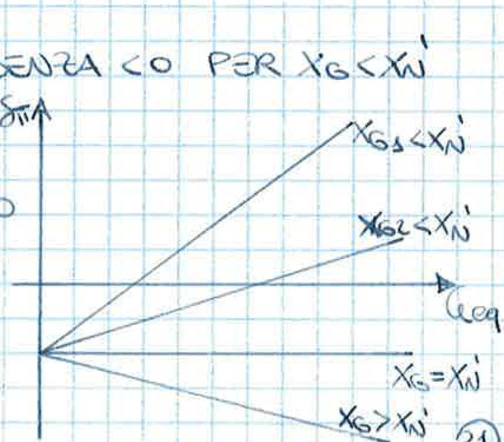
$$\delta_{TT} = -\frac{1}{b_3}\left[C_{H0} + \frac{C_{m0}}{\Delta}\left(C_{H\alpha}C_{L\delta} - b_2C_{L\alpha}\right) + \frac{1}{\Delta}\left(C_{H\alpha}C_{m\delta} - C_{m\alpha}b_2\right)C_{Leq}\right]$$

$$C_{H\alpha}C_{L\delta} - b_2C_{m\alpha} = -\underset{(+)}{a'b_2}\frac{x_G - x_N'}{c}$$

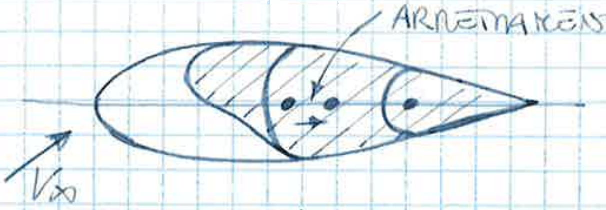
$$\delta_{TT} = -\underbrace{\frac{1}{b_3}}_{(+)}\left[\underset{\text{PICCOLO}}{\overset{(+)}{C_{H0}}} + \underbrace{\frac{\overset{(+)}{C_{m0}}}{\Delta_{(+)}}\left(\overset{(-)}{C_{H\alpha}}\overset{(-)}{C_{L\delta}} - \overset{(-)}{b_2}\overset{(+)}{C_{L\alpha}}\right)}_{(-)} - \underbrace{\frac{\overset{(-)}{a'b_2}}{\Delta}\overset{(-)}{\frac{x_G - x_N'}{c}}}_{(+)}C_{Leq}\right]$$

$\delta_{TT} = f(C_{Leq})$ TERMINE NOTO <0 E PENDENZA <0 PER $x_G < x_N'$

$$K_{TT} = -\frac{1}{b_3}\left[C_{H0} + \frac{C_{m0}}{\Delta}\left(C_{H\alpha}C_{L\delta} - b_2C_{L\alpha}\right)\right] < 0$$



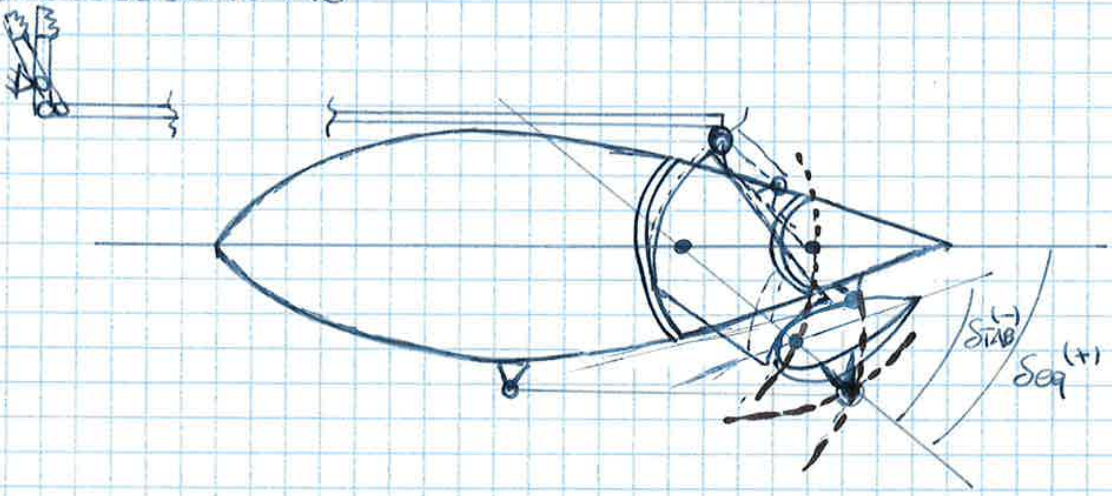
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 150



SI DOTA L'EQUILIBRATORE DI UN PEZZO IN PIÙ IN MODO CHE, QUANDO RUOTA, IL NASO SPORGA DAL DORSO, MODIFICANDO LA DISTRIBUZIONE DI PRESSIONE E QUINDI IL MOMENTO DI CERNIERA. → AVANZAMENTO SOP. MOBILE

PER DETERMINARE IL POSIZIONAMENTO DEL TAB:

- SI TROVA IL CENTRO DI CERNIERA COME L'INTERSEZIONE TRA L'ASSE DELL'EQUILIBRATORE E LA CIRCONFERENZA DI RAGGIO PARI ALLA DISTANZA TRA CERNIERA DEL TAB E CERNIERA DELL'EQUILIBRATORE.
- SI TROVA LA POSIZIONE DELLA LEVA COME L'INTERSEZIONE TRA LA CIRCONFERENZA DI RAGGIO PARI ALLA LUNGHEZZA DELLA LEVA E LA CIRCONFERENZA DI RAGGIO UGUALE ALLA DISTANZA CERNIERA TAB-LEVA TAB CENTRATA NELLA NUOVA POSIZIONE DELLA CERNIERA DEL TAB TROVATA AL PUNTO PRECEDENTE
- SI DISEGNA IL TAB



QUANDO L'EQUILIBRATORE RUOTA IN UN VERSO, IL TAB RUOTA NELL'ALTRO.

$$\delta_{TAB} = -K\delta \quad \text{CON } K \simeq 1$$

L'ALETTA TAB RUOTA GROSSOMODO COME δ

K: RAPPORTO DI TRASMISSIONE DELL'ALETTA → TAB GEARING

$$K = \left|\frac{\partial \delta_{TAB}}{\partial \delta}\right| \simeq 1$$ → A RIGORE NON SAREBBE COSTANTE MA LO CONSIDERIAMO TALE

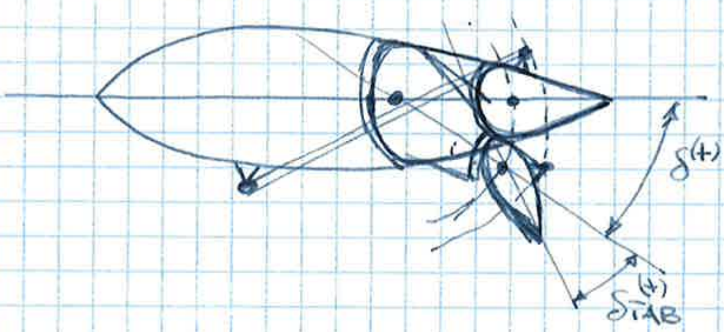
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 150

A RIPORTARE ~~LA~~ L'EQUILIBRATORE DA UNA POSIZIONE A $\delta(+)$ ALLA POSIZIONE NEUTRA.

SE b_2 DIVENTASSE POSITIVO, IL COMANDO δ AUMENTEREBBE; QUINDI CI SI FERMA ALLA POSIZIONE ① PER AVERE STABILITÁ, CONSIDERANDO ②' COME LIMITE EFFETTIVO.

ALETTA SCOMPENSATRICE

QUANDO CON LA POSIZIONE ②' NON SI RIESCE AD AVERE UNA SUFFICIENTE COMPENSAZIONE, SI PUÓ ARRIVARE ALLA POSIZIONE ③ DOVE b_1 É MOLTO PICCOLO E b_2 É POSITIVO. SI É ALLORA INTRODOTTA L'ALETTA SCOMPENSATRICE IN MODO DA ARRIVARE ALLA POSIZIONE ③.



IN QUESTO MODO SI HA UN INCREMENTO DI H (E DI C_H) PERCHÉ SONO POSITIVI SIA IL TERMINE IN δ CHE QUELLO IN δ_{TAB}. NON SI PUÓ PENSARE DI USARE QUESTO METODO IN UNA SITUAZIONE NORMALE COME IN ①, MA SI HANNO DEI VANTAGGI IN ③:

$$b_2\left(1+k\frac{b_3}{b_2}\right)\delta \qquad k\simeq 1 \qquad b_2>0\,;\ b_3<0$$

$$\frac{b_3}{b_2}<0 \Rightarrow k\frac{b_3}{b_2}<0 \Rightarrow \left|k\frac{b_3}{b_1}\right|>1 \Rightarrow |kb_3|>|b_2|$$

$$\left|b_2\left(1+k\frac{b_3}{b_2}\right)\right|<|b_2|$$

COSÍ SI RIDUCE IL TERMINE IN δ MANTENENDO LA STABILITÁ DEL COMANDO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 150

4) REQUISITO DI TRIMMABILITÀ: DEVE ESISTERE UNA V_{eq} PER CUI IL VELIVOLO È TRIMMABILE, ANCHE SENZA DISPOSITIVI DI CORREZIONE. PRENDENDO IL DIAGRAMMA $\delta_{IT} - C_{Leq}$, QUANDO δ_{IT} SI ANNULLA SI HANNO UNA X_G E V PER CUI IL VELIVOLO È TRIMMATO. SE IL VELIVOLO NON HA TRIM-TAB, CI DEVE ESSERE COMUNQUE UNA VELOCITÀ DI TRIM.

5) REQUISITO DELL'ALTRA METÀ DELLA SENSIBILITÀ: $\frac{dP_{eq}}{dV_{eq}} > 0$

NON SERVE SOLO IL SECONDO REQUISITO, MA ANCHE LO SFORZO DI BARRA VARIA CON V; ALL'AUMENTARE DELLO SFORZO AUMENTA LA VELOCITÀ (BARRA SPOSTATA IN AVANTI PER V↑). IL QUARTO E QUINTO REQUISITO SONO SODDISFATTI PER $X_G < X_N'$ (STABILITÀ A COMANDI LIBERI) E SE $X_N' < X_N$ (STABILITÀ A COMANDI BLOCCATI. SODDISFATTI QUESTI È SODDISFATTO ANCHE IL REQUISITO 2.

SE SONO IN CONDIZIONE TRIMMATA DI EQUILIBRIO, CON ATMOSFERA IN QUIETE, TOGLIENDO LE MANI DALLA BARRA NON SUCCEDE NULLA. SE L'ATMOSFERA NON È IN QUIETE E C'È UN DISTURBO, QUANDO SI TOLGONO LE MANI DALLA BARRA L'EQUILIBRATORE È LIBERO DI RUOTARE MA IL VELIVOLO PUÒ RISULTARE STATISTICAMENTE STABILE PURCHÉ $X_G < X_N'$

$$P = -G C_H S_e c_e \tfrac{1}{2}\rho V^2 \qquad C_H = C_{H0} + C_{H\alpha} \cdot \alpha_{eq} + b_2 \delta_{eq} + b_3 \delta_{TAB}$$

SE IL VELIVOLO È TRIMMATO, $C_H = 0$ E $\delta_{TAB} = \delta_{IT}$

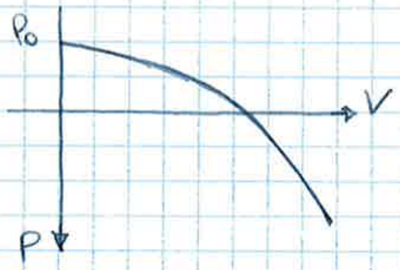
CON DIFFERENZA MEMBRO A MEMBRO SI TROVA $C_H = b_3(\delta_{TAB} - \delta_{IT})$

$$\delta_{IT} = -\frac{1}{b_3}\left[C_{H0} + \frac{C_{H\alpha} C_{LS} - b_2 C_{L\alpha}}{\Delta} C_{M0} - \frac{a' b_2}{\Delta} \frac{X_G - X_N'}{c} C_{Leq}\right]$$

$$C_H = b_3 \delta_{TAB} + C_{H0} + \frac{C_{H\alpha} C_{LS} - b_2 C_{L\alpha}}{\Delta} C_{M0} - \frac{a' b_2}{\Delta} \frac{X_G - X_N'}{c} \frac{W/S}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

27

- $P_0 < 0$ E $B > 0$

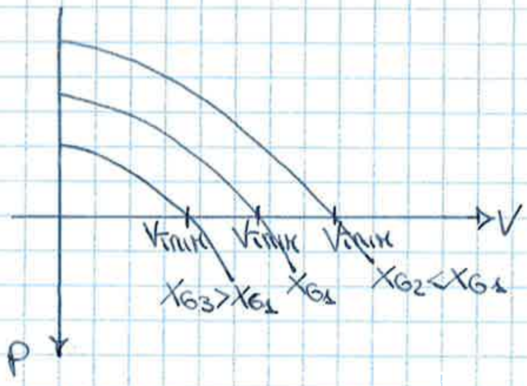


ESISTE SIA UNA V_{TRIM} CHE LA CONDIZIONE $\frac{dP}{dV} > 0$

SODDISFATTI I REQUISITI 4 E 5

$P_0 = f(X_G)$; $B = f(\delta_{TAB})$

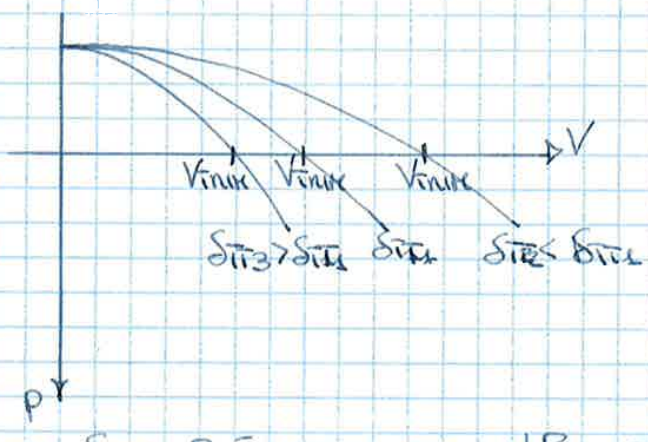
<u>FISSATO IL δ_{TAB}, OVVERO B</u>, SI OTTIENE:



AL VARIARE DI X_G SI OTTENGONO DIVERSE V_{TRIM}, MA LA PENDENZA RIMANE LA STESSA:

$$\frac{dP}{dX_G} = cost = \frac{dP_0}{dX_G}$$

CON ALETTA CORRETTRICE, AL VARIARE DI δ_{TAB}, VARIA B, LASCIANDO P_0 INVARIATO



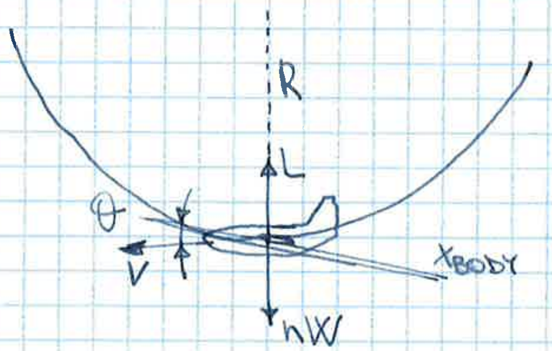
DATO δ_{T}, B È COSTANTE; $\frac{dP}{dV} = B\rho V$ QUINDI CON L'AUMENTO DELLA QUOTA LE CURVE SI APPIATTISCONO ($\rho \downarrow$) E LA CURVATURA AUMENTA ALL'AUMENTARE DI V. IL REQUISITO 5 DEVE ESSERE SODDISFATTO PER TUTTO L'INTERVALLO DI VARIAZIONE DI V.

SE VOGLIO TRIMMARE IL VELIVOLO, FINO A V_A DEVO FARE SFORZO SULLA BARRA COME ANCHE DOPO V_B, MENTRE TRA V_A E V_B È L'ATTRITO A COMPIERE IL LAVORO, ANNULLANDO QUINDI LO SFORZO. SI HA QUINDI UN INTERVALLO DI INSENSIBILITÀ AL TRIMMAGGIO (NON SIMMETRICO RISPETTO A V_{TRIM}).

PER RIDURRE QUESTO INTERVALLO SI PUÒ AGIRE RIDUCENDO L'ATTRITO O MEGLIO AUMENTANDO LA PENDENZA DELLA CURVA A PARITÀ DI FASCIA D'ATTRITO.

REQUISITI DI MANOVRABILITÀ DEL VELIVOLO

- PUNTO PIÙ BASSO TRAIETTORIA



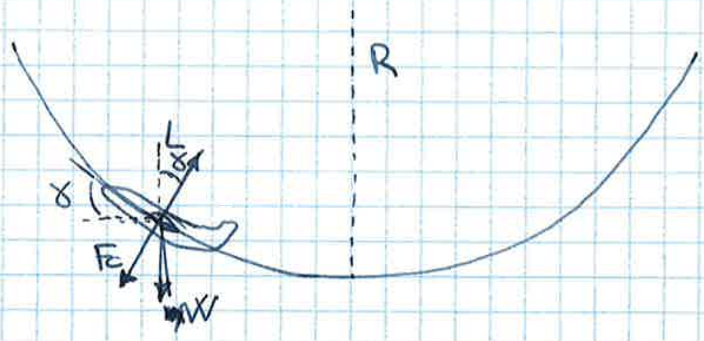
R = RAGGIO DELLA TRAIETTORIA

$$L = nW = W + F_c = W + \frac{W}{g}\frac{V^2}{R}$$

$$n = 1 + \frac{V^2}{gR}$$

$$q = \frac{V}{R} \rightarrow \text{VEL. ANGOLARE DI BECCHEGGIO}$$

- PUNTO GENERICO DELLA TRAIETTORIA

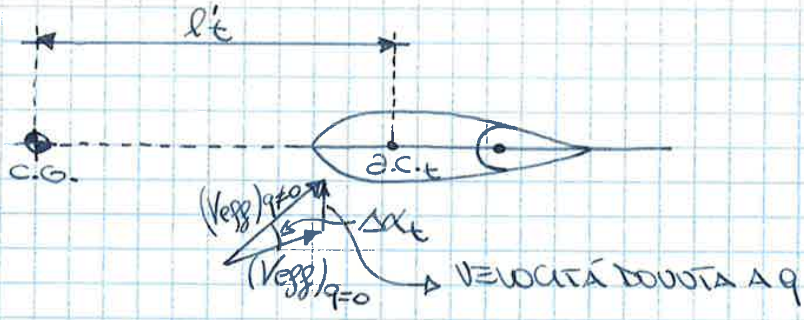


$$L = nW = W\cos\gamma + F_c = $$
$$= W\cos\gamma + \frac{W}{g}\frac{V^2}{R}$$

$$n = \cos\gamma + \frac{V^2}{gR}$$

SI CONSIDERA V = COST E IL MOTO È ACCELERATO PER VIA DELLA TRAIETTORIA CURVA.

CONSIDERANDO LA RICHIAMATA SUFFICIENTEMENTE LENTA, SI PUÒ VEDERE COME UNA SUCCESSIONE DI STATI STAZIONARI:



$$\Delta\alpha_t = \frac{q l'_t}{V}$$

$$\Delta C_L = C_{L\alpha}\Delta\alpha + C_{L\delta}\Delta\delta + \frac{\partial C_L}{\partial q}\cdot q \rightarrow \text{VELIVOLO COMPLETO}$$

$$\Delta C_{M_G} = C_{M\alpha}\Delta\alpha + C_{M\delta}\Delta\delta + \frac{\partial C_{M_G}}{\partial q}\cdot q \rightarrow \text{VELIVOLO COMPLETO}$$

SI PASSA ALLE DERIVATE ADIMENSIONALI

$\hat{q} = q \cdot t^*$ $\quad t^* = \dfrac{c/2}{V}$ = TEMPO AERODINAMICO → TEMPO NECESSARIO A PERCORRERE $c/2$ A VELOCITÁ V

$$C_{Lq} = \frac{\partial C_L}{\partial \hat{q}} \qquad C_{Mq} = \frac{\partial C_{M_G}}{\partial \hat{q}}$$

$$C_{L_t} = a_t \alpha_t \Rightarrow \Delta C_{L_t} = a_t \Delta\alpha_t = a_t \frac{q l'_t}{V}$$

$$\Delta C_{L_t} = a_t \frac{l'_t}{V} q \frac{c}{2V}\frac{2V}{c} = a_t l'_t q \frac{2}{c}$$

$(\Delta C_L)_{tail}$ = CONTRIBUTO SUL VELIVOLO $= \dfrac{S_t}{S}\Delta C_{L_t}$

$$(\Delta C_L)_t = 2a_t \frac{l'_t}{c}\frac{S_t}{S}\hat{q} = 2a_t \bar{V}'\hat{q}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial \hat{q}} = 2a_t\bar{V}' = C_{Lq} > 0 \rightarrow \text{DEFINITO COL VELIVOLO}$$

$$(\Delta M_G)_{tail} = -\Delta L_t \cdot l'_t$$

$$\frac{\Delta L_t}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = (\Delta C_L)_t = \Delta C_{L_t}\frac{S_t}{S}$$

$$(\Delta C_{M_G})_{tail} = -\frac{l'_t}{c}\underbrace{\frac{\Delta L_t}{\frac{1}{2}\rho S V^2}}_{=(\Delta C_L)_t} = -\frac{l'_t S_t}{S c}\Delta C_{L_t} = -\Delta C_{L_t}\bar{V}'$$

$$q = (n-1)\frac{g}{V}$$

$$\hat{q} = \frac{qc}{2V} = \frac{n-1}{V} g \frac{c}{2V} = \frac{(n-1)gc}{2V^2}$$

$$V^2 = \frac{W/S}{\frac{1}{2}\rho (C_L)_{n=1}}$$

$$\hat{q} = \frac{(n-1)gc(C_L)_{n=1}\rho}{4\,W/S}$$

SOSTITUENDO μ SI RICAVA

$$\hat{q} = (n-1)\frac{(C_L)_{n=1}}{2\mu}$$

IN SEGUITO ALLA DETERMINAZIONE DI q E $\hat{q}$, SI RISCRIVONO LE ESPRESSIONI DEL ΔC_L E ΔC_{M_G} PER IL VELIVOLO COMPLETO AL FINE DI DETERMINARE IL $\Delta\delta$.

$$\Delta C_L = C_{L\alpha}\Delta\alpha + C_{L\delta}\Delta\delta + \frac{\partial C_{Lq}}{\partial \hat{q}}\hat{q} \qquad \frac{\partial C_{Lq}}{\partial \hat{q}} = C_{Lq}$$

$$\Delta C_L = C_{L\alpha}\Delta\alpha + C_{L\delta}\Delta\delta + \frac{C_{Lq}}{2\mu}(C_L)_{n=1}(n-1) = (C_L)_{n=1}(n-1)$$

$$\Delta C_{M_G} = C_{M\alpha}\Delta\alpha + C_{M\delta}\Delta\delta + \frac{C_{Mq}}{2\mu}(C_L)_{n=1}(n-1) = 0$$

EQUILIBRIO

ISOLIAMO $\Delta\alpha$ E FACCIAMO IL RAPPORTO

$$\frac{C_{L\alpha}}{C_{M\alpha}} = \frac{-C_{L\delta}\Delta\delta - \frac{C_{Lq}}{2\mu}(C_L)_{n=1}(n-1) + (C_L)_{n=1}(n-1)}{-C_{M\delta}\Delta\delta - \frac{C_{Mq}}{2\mu}(C_L)_{n=1}(n-1)}$$

$$\frac{C_{L\alpha}}{C_{M\alpha}}\left[-C_{M\delta}\frac{\Delta\delta}{n-1} - \frac{C_{Mq}(C_L)_{n=1}}{2\mu}\right] = -\frac{\Delta\delta}{n-1}C_{L\delta}(C_L)_{n=1}\left[\frac{C_{Lq}}{2\mu} - 1\right]$$

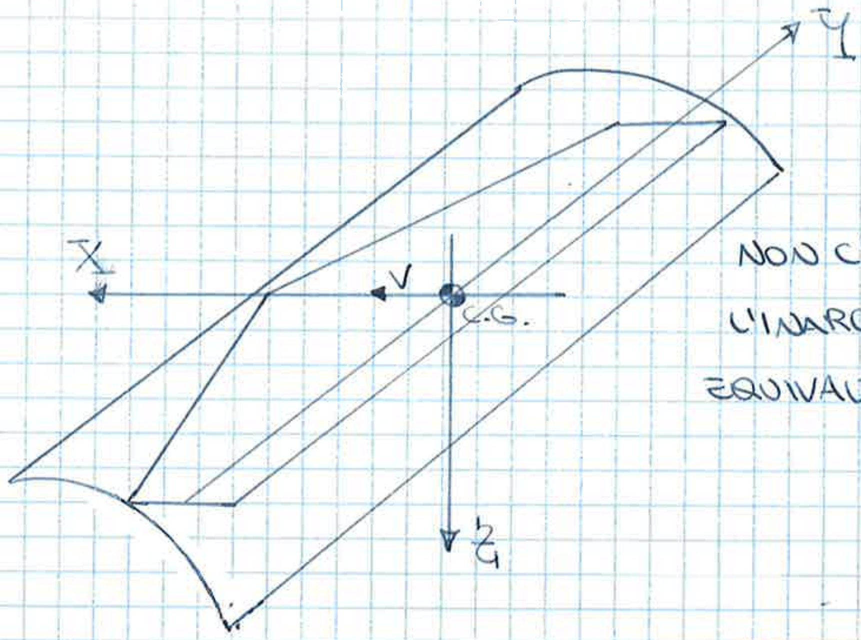
$$\frac{\Delta\delta}{n-1}\left(C_{L\delta} - \frac{C_{M\delta}C_{L\alpha}}{C_{M\alpha}}\right) = (C_L)_{n=1}\left[\frac{C_{Mq}}{2\mu}\frac{C_{L\alpha}}{C_{M\alpha}} + 1 - \frac{C_{Lq}}{2\mu}\right]$$

$$C_{L\delta}C_{M\alpha} - C_{M\delta}C_{L\alpha} = -\Delta$$

$$\frac{\Delta\delta}{n-1} = -\frac{(C_L)_{n=1}}{\Delta}C_{M\alpha}\left[\frac{C_{Mq}}{2\mu}\frac{C_{L\alpha}}{C_{M\alpha}} + 1 - \frac{C_{Lq}}{2\mu}\right] =$$

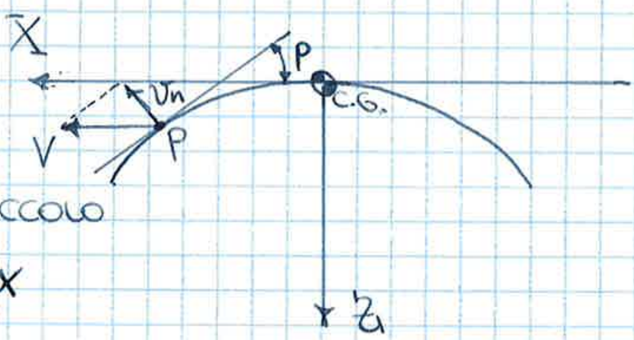
$$= -\frac{(C_L)_{n=1}}{\Delta}\left[\frac{C_{Mq}C_{L\alpha}}{2\mu} + C_{M\alpha} - \frac{C_{Lq}C_{M\alpha}}{2\mu}\right] =$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 150



NON C'È PIÙ q MA L'INARCAMENTO RENDE EQUIVALENTE L'AERODINAMICA.

SEZIONE X-Z



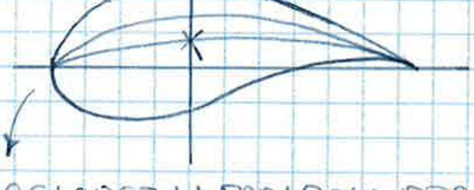
SE L'ANGOLO p È PICCOLO

$$\Rightarrow v_n = V \frac{\partial z}{\partial x} = q x$$

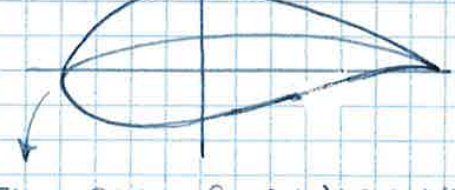
$\rightarrow \partial z = \frac{q}{V} x \, \partial x$ SI È IMPOSTO CHE v_n SIA PROPRIO QUELLA CHE VIENE FUORI DA q

$$z = \frac{1}{2} \frac{q}{V} x^2 = \frac{\hat{q}}{c} x^2$$

SI PRENDE Z FUNZIONE $f(x^2)$ COME LINEA D'ASSE DEL PROFILO E SU QUESTA SI COSTRUISCE LA LEGGE DEGLI SPESSORI PER DETERMINARE IL PROFILO.



SI AGGIUNGE LA PARABOLA PER DARE INARCAMENTO AGGIUNTIVO



PROFILO BASE CON INARCAMENTO AGGIUNTIVO q.

$$\begin{cases} C_q = 2a_t \bar{V}' \qquad C_{Mq} = -2a_t \bar{V}' \dfrac{l_t'}{c} \\ l_t' \Rightarrow \text{DISTANZA TRA C.G E } (C.A)_t \end{cases}$$

→ SONO STATI PRESI SOLO I CONTRIBUTI DELLA CODA

1^ APPROSSIMAZIONE : $\boxed{C_{Mq},\ C_q \neq f(x_G)}$

C'È UN VALORE DI x_G PER CUI $\frac{\Delta\delta}{n-1} = 0$

$$\frac{x_M}{c} = \left(\frac{x_G}{c}\right)_{\frac{\Delta\delta}{\Delta n}=0} = \frac{x_N}{c} - \frac{C_{Mq}^{(-)}}{2\mu - C_q}$$

$\frac{d\delta}{dn} < 0 \Rightarrow$ CONDIZIONE LIMITE DI $\frac{d\delta}{dn} = 0$ È QUANDO $x_G \equiv x_M$

$$x_G < x_M \Rightarrow \frac{d\delta}{dn} < 0$$

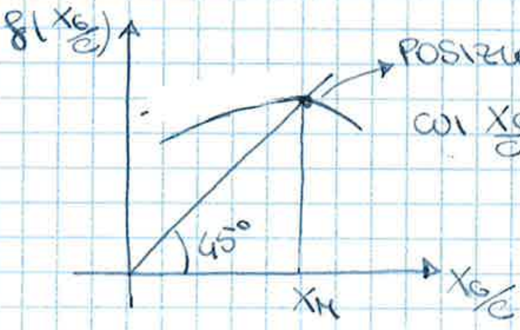
SE $x_G < x_N \Rightarrow x_G < x_M$ → SE È SODDISFATTA LA STABILITÀ STATICA ALLORA LO È ANCHE $\frac{d\delta}{dn} < 0$

$$\frac{d\delta}{dn} = -\frac{C_{L\alpha}}{\Delta}\left(1 - \frac{C_q}{2\mu}\right)(C_L)_{n=1}\frac{x_G - x_M}{c} = f(x_G, z, V)$$

2^ APPROSSIMAZIONE : $\boxed{C_{Mq},\ C_q = f(x_G)}$

SI DEFINISCE $f\left(\frac{x_G}{c}\right) = \underbrace{\frac{x_N}{c}}_{\text{FISSO}} - \underbrace{\frac{C_{Mq}}{2\mu - C_q}}_{\text{VARIABILE CON } x_G}$

$$c\left[\frac{x_G}{c} - f\left(\frac{x_G}{c}\right)\right] = 0 \Rightarrow \frac{x_G}{c} = f\left(\frac{x_G}{c}\right)$$



POSIZIONE IN CUI $\frac{x_G}{c} = f\left(\frac{x_G}{c}\right)$

$\begin{cases} z = \text{cost} \\ V = \text{cost} \end{cases}$ VELOCITÀ E QUOTA DEFINITE

QUESTO x_M È PIÙ PRECISO DI QUELLO TROVATO CON LA PRIMA APPROSSIMAZIONE.

$$\frac{\Delta C_H}{n-1} = -\frac{C_{H\alpha}}{C_\alpha}\left[C_\delta \frac{\Delta\delta}{n-1} + (C_L)_{n=1}\left(\frac{C_q}{2\mu} - 1\right)\right] + b_2 \frac{\Delta\delta}{n-1} + C_{Hq}\frac{(C_L)_{n=1}}{2\mu} =$$

$$= \frac{1}{2\mu C_\alpha}\left[(2\mu - C_q)C_{H\alpha} + C_{Hq}C_\alpha\right](C_L)_{n=1} +$$

$$+ \left(b_2 - \frac{C_{H\alpha}C_\delta}{C_\alpha}\right)\frac{\Delta\delta}{n-1}$$

$$C'_\alpha = a' = C_\alpha - \frac{C_{H\alpha}C_\alpha}{b_2}$$

$$\frac{\Delta C_H}{n-1} = \frac{1}{2\mu C_\alpha}\left[(2\mu - C_q)C_{H\alpha} + C_{Hq}C_\alpha\right](C_L)_{n=1} + a'\frac{b_2}{C_\alpha}\frac{\Delta\delta}{n-1}$$

$$C_{Hq} = 2b_1 \frac{l'_t}{c} = f\left(\frac{X_G}{c}\right)$$

PUNTO DI MANOVRA A COMANDI LIBERI

CONSIDERIAMO C_q, C_{Hq}, $C_{Hq} \neq f\left(\frac{X_G}{c}\right)$

$$\frac{\Delta\delta}{n-1} = -\frac{C_\alpha}{\Delta}\left(1 - \frac{C_q}{2\mu}\right)(C_L)_{n=1}\frac{X_G - X_M}{c}$$

$$\frac{\Delta C_H}{n-1} = (C_L)_{n=1}\left\{\left[\frac{C_{H\alpha}}{C_\alpha}\left(1 - \frac{C_q}{2\mu}\right) + \frac{C_{Hq}}{2\mu}\right] - \frac{a' b_2}{\Delta}\left(1 - \frac{C_q}{2\mu}\right)\frac{X_G - X_M}{c}\right\}$$

IL VALORE DI X_G PER CUI $\frac{\Delta C_H}{n-1} = 0$ SI TROVA PONENDO $= 0$ LA GRAFFA

$$\frac{C_{H\alpha}}{C_\alpha}\left(1 - \frac{C_q}{2\mu}\right) + \frac{C_{Hq}}{2\mu} = \frac{a' b_2}{\Delta}\left(1 - \frac{C_q}{2\mu}\right)\frac{X_G - X_M}{c}$$

$$\frac{C_{H\alpha}}{C_\alpha} - \frac{C_{Hq}}{2\mu - C_q} = \frac{a' b_2}{\Delta}\frac{X_G - X_M}{c}$$

SI PUÒ QUINDI DEFINIRE IL PUNTO DI MANOVRA A COMANDI LIBERI M'

$$\frac{X_{M'}}{c} = \left(\frac{X_G}{c}\right)_{\frac{\Delta C_H}{n-1}=0} = \frac{X_M}{c} + \frac{\overset{(-)}{\Delta}}{\underset{(-)}{a' b_2}}\left(\overset{(-)}{\frac{C_{H\alpha}}{C_\alpha}} + \frac{C_{Hq}}{2\mu - C_q}\right)$$

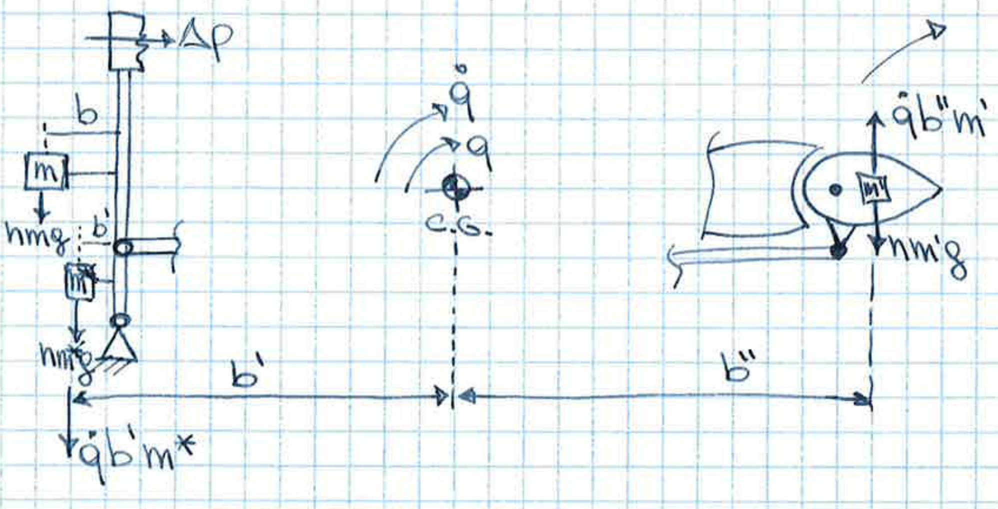
ESISTE UN X_G PER CUI IL ΔC_H SI ANNULLA ED È FUNZIONE DI X_M/c MENO UN QUALCOSA. SOSTITUENDO NEL $\frac{\Delta C_H}{n-1}$ SI TROVA IL

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 150

ARTIFICIO PER CERCARE DI SODDISFARE IL $\frac{dP}{dn}$

IN PRESENZA DI VELIVOLO A COMANDI IRREVERSIBILI (CON ATTUATORI) È NECESSARIO UN <u>ARTIFICIAL FIDS</u> CHE DA UNA SENSAZIONE DI SFORZO DI BARRA.

SE IL VELIVOLO È A COMANDI REVERSIBILI GENERALMENTE SI RICORRE ALL'AGGIUNTA DI MASSE IN CERTI PUNTI DELLA TRASMISSIONE.



LA MASSA TIRA VERSO L'ALTO DANDO UN MOMENTO DI INTENSITÀ PARI A $m'\dot{q}b''g$

QUANDO IL VELIVOLO È SOGGETTO AD UN FATTORE DI CONTINGENZA n, SULLA BARRA SI GENERA UN MOMENTO PARI A $b \cdot n \cdot mg$

SE È PRESENTE ANCHE UN $\dot{q}$ SUL VELIVOLO, SI PUÒ PENSARE DI SCOMPORRE m IN m' E m^* IN MODO CHE m' GENERI UN MOMENTO OPPOSTO TALE DA ANNULLARE $\dot{q}$.

$$\frac{\Delta C_H}{n-1} = \frac{1}{2\mu C_{L\alpha}}\left[(2\mu - C_{Lq})C_{H\alpha} + C_{Hq}C_{L\alpha}\right](C_L)_{n=1} + \frac{a'b_2}{C_{L\alpha}}\frac{\Delta\delta}{n-1}$$

SOSTITUENDO $\frac{\Delta\delta}{n-1} = f\left(\frac{X_G}{c}\right) = \frac{X_N}{c} - \frac{C_{Hq}}{2\mu - C_{Lq}}$

$$\frac{\Delta C_H}{n-1} = (C_L)_{n=1}\left\{\left[\left(1 - \frac{C_{Lq}}{2\mu}\right)\frac{C_{H\alpha}}{C_{L\alpha}} + \frac{C_{Hq}}{2\mu}\right] - \frac{a'b_2}{\Delta}\left(1 - \frac{C_{Lq}}{2\mu}\right)\left[\frac{X_G}{c} - f\left(\frac{X_G}{c}\right)\right]\right\}$$

$$\frac{\Delta C_H}{n-1} = -\frac{a'b_2}{\Delta}\left(1 - \frac{C_{Lq}}{2\mu}\right)(C_L)_{n=1}\left[\frac{X_G}{c} - f\left(\frac{X_G}{c}\right) - \frac{\Delta}{a'b_2}\left(\frac{C_{H\alpha}}{C_{L\alpha}} + \frac{C_{Hq}}{2\mu - C_{Lq}}\right)\right]$$

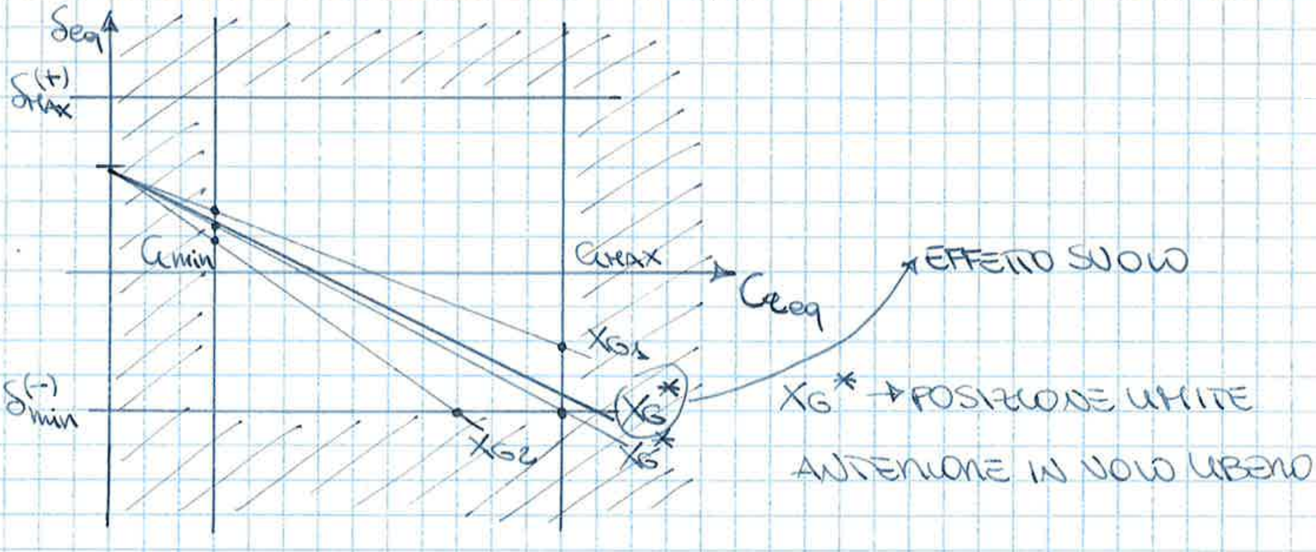
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 150

VELOCITÀ È SODDISFATTO $V_{eq} = V_{TRIM}$ PER AVERE SFORZO DI BARRA NULLO.

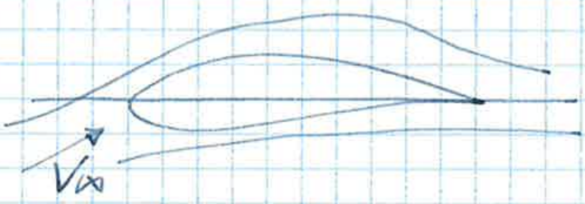
5) ALTRA MEZZA SENSIBILITÀ $\rightarrow \frac{dF_{eq}}{dV_{eq}} > 0$

6) $X_G < X_N$
7) $X_G < X_N'$ } MANOVRABILITÀ DEL VELIVOLO

IL LIMITE ANTERIORE DEL BARICENTRO È DETTATO DALL'EQUILIBRIO



• EFFETTO SUOLO → IN DECOLLO E IN ATTERRAGGIO CON C_{LMAX} SI HA QUESTO EFFETTO



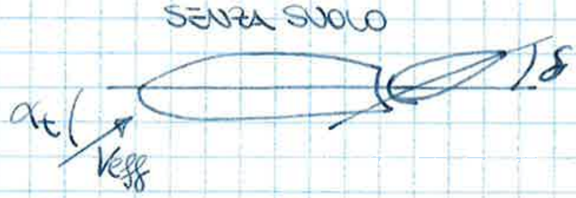
IL DOWNWASH A VALLE DELL'ALA DIMINUISCE. QUINDI DIMINUISCE V_i

$|\varepsilon \downarrow|$

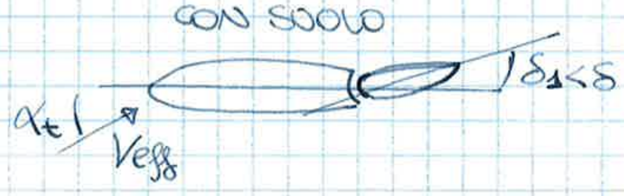
$$\alpha_t = \alpha_{wb} - i_{wb} - \varepsilon - i_t + \tau\delta$$

VISTO CHE ε DIMINUISCE, α_t TENDE AD AUMENTARE QUINDI δ DIMINUISCE PER TENTARE DI RIPORTARE α_t AL SUO VALORE.

SENZA SUOLO

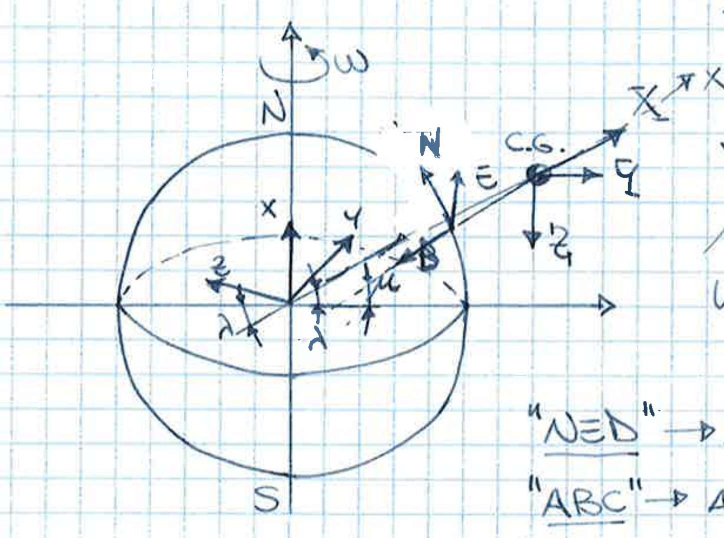


CON SUOLO



DINAMICA

DA ORA COMINCIAMO A CONSIDERARE ANCHE LE FORZE D'INERZIA, COSA CHE PRIMA AVEVAMO FATTO SOLO PER I MOTI CURVI (CONSIDERANDO LA FORZA CENTRIFUGA).



DOWN FORMA UN ANGOLO $\mu \neq \lambda$ CON L'ASSE PERCHÉ LA TERRA NON È SFERICA

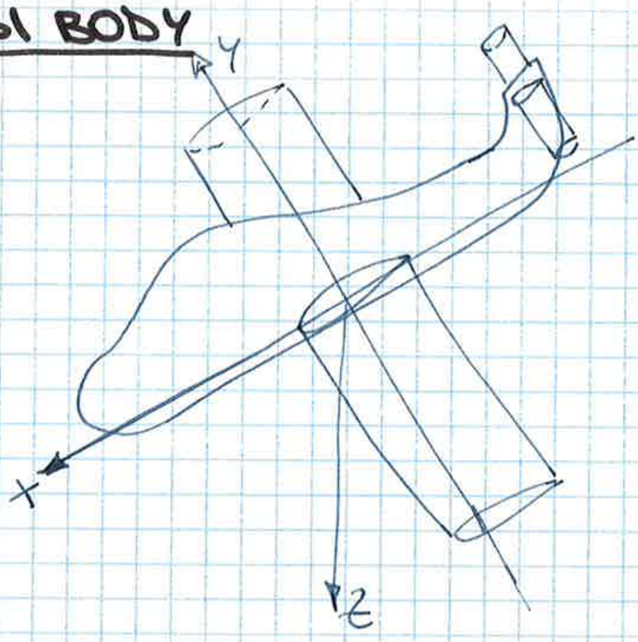
"NED" → NORTH - EAST - DOWN
"ABC" → AIRCRAFT BODY COORDINATES
"ECI" → EARTH CENTERED INERTIAL

ASSUMIAMO IL SISTEMA NED COME INERZIALE, ANCHE SE NON È VERO, MA IL PERIODO DI ROTAZIONE È DI 24 h MENTRE LE NOSTRE MANOVRE DURANO POCHI SECONDI. CIÒ NON HA SENSO SE DOBBIAMO AFFRONTARE IL PROBLEMA DELLA NAVIGAZIONE I CUI TEMPI SONO ORE.

SI DEVE QUINDI PASSARE AL SISTEMA ECI CHE HA UN PERIODO DI ROTAZIONE (ATTORNO AL SOLE) DI 365 GIORNI.

NON CONSIDERIAMO NEMMENO:
- NUTAZIONE (19° E 14" RISPETTO ALL'ASSE TERRESTRE) → PERIODO DI 18 ANNI E 9 MESI.
- PRECESSIONE (23,5°) → 26000 ANNI
- MOVIMENTO DEL SISTEMA SOLARE NELLA GALASSIA
- MOVIMENTO DELLA GALASSIA
- LA ROTAZIONE PERCHÉ PRENDIAMO IL SISTEMA NED FISSO
- LA NON SFERICITÀ DELLA TERRA.

ASSI BODY



POSSIAMO PRENDERE:

- QUALSIASI
- ASSI PRINCIPALI D'INERZIA: $I_{xz} = I_{yz} = I_{xy} = 0$

  PRENDIAMO UN ASSE BODY X IN CUI X È PARALLELO AL PAVIMEN=TO ⇒ BISOGNA TROVARE L'ANGOLO DEL VELIVOLO PER CUI SI AN=NULLANO LE ACCELERAZIONI

- ASSI STABILITÀ: COINCIDONO CON GLI ASSI VENTO NELLA SITUAZIONE INDISTURBATA DI EQUILIBRIO INIZIALE.

  ALLA $V_{eq} \Rightarrow X \equiv \bar{V}$ → COSÌ ALL'EQUILIBRIO SIAMO LUNGO $\bar{V}$ MENTRE NEL MOTO VARIO X VARIA CON LA VARIAZIONE DI $\bar{V}$ ⇒ USIAMO QUESTO METODO.

  QUESTO COMPORTA OVVIAMENTE $J_{xy} = J_{yz} = 0$ (SE C'È SIMMETRIA DI MASSE RISPETTO AL PIANO DI SIMMETRIA DEL VELIVOLO) MENTRE $J_{xz} \neq 0$ E $J_x, J_y, J_z \neq 0$

  PER GLI ALTRI ASSI NON BODY CONTINUIAMO AD UTILIZZARE GLI ASSI VENTO PER DUE MOTIVI:

  - UTILE DIDATTICAMENTE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 150

- MATRICE DI ROTAZIONE B_B

OPERAZIONE DA FARE:

PORTARE ABC A COINCIDERE CON NED: PARTO DA $\{X_{NED}, Y_{NED}, Z_{NED}\}$

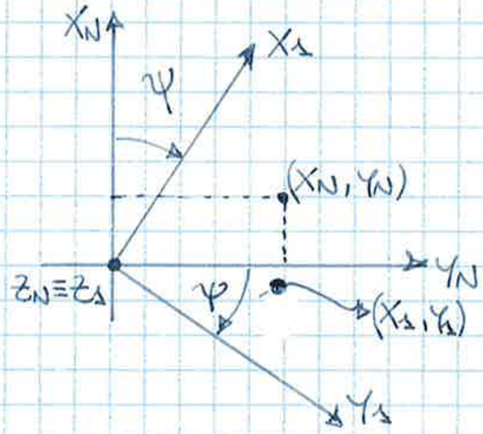
1) ROTAZIONE ATTORNO A Z_{NED} DI $\psi > 0$ $\{X_1, Y_1, Z_{NED}\}$

2) ROTAZIONE ATTORNO A Y_1 DI $\theta > 0 \Rightarrow \{X_B, Y_1, Z_2\}$

3) ROTAZIONE ATTORNO A X_B DI $\varphi > 0 \Rightarrow \{X_B, Y_B, Z_B\}$

CON QUESTE 3 ROTAZIONI IN SUCCESSIONE $\psi - \theta - \varphi$, SI ARRIVA AGLI ASSI BODY PARTENDO DAL SISTEMA NED $\Rightarrow$ ANGOLI DI EULERO

DETTAGLIO DELLA ROTAZIONE 1:



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{NED}$$

... SI ARRIVA ALL'ULTIMA ROTAZIONE

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ABC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{NED}$$

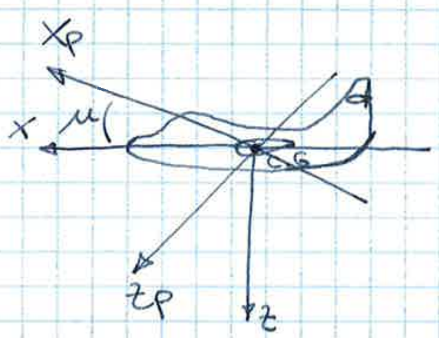
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ABC} = [B_\varphi][B_\theta][B_\psi] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{NED} = [B_B] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{NED}$$

LA MATRICE $[B_B]$ HA INVERSA UGUALE ALLA TRASPOSTA, QUINDI PASSANDO DA ABC A NED NON CAMBIA NIENTE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 150

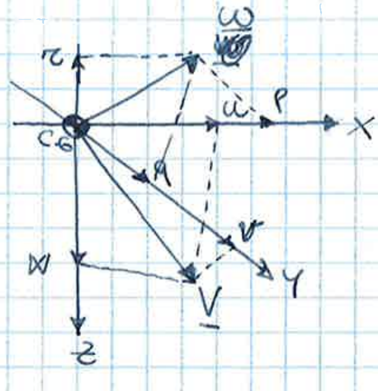
ASSI PRINCIPALI D'INERZIA ≡ ASSI DI RIFERIMENTO

$$\boxed{\begin{array}{l} J_{xy} = 0 \\ J_{yz} = 0 \\ J_{xz} = 0 \end{array}}$$



$$\underline{\omega} = \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix}$$

$$\underline{V} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$



ANDIAMO A VEDERE QUALI SONO LE COND. INIZIALI

MOTO RETTILINEO UNIFORME

$$\left(\begin{array}{l} u_{eq} = V_{eq} \\ \text{SE ABC} \equiv \text{STABILITÀ} \end{array} \right)$$

$p_{eq} = q_{eq} = r_{eq} = 0$ NO ROTAZIONE

$u_{eq} \simeq V_{eq}$; $v_{eq} = 0$

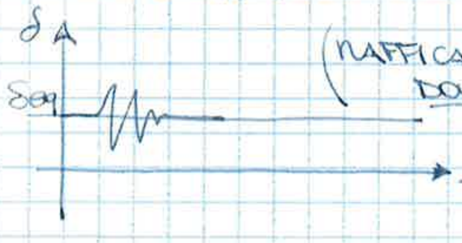
$w_{eq} \neq 0$ $(=0; \simeq 0)$

CIOÈ SE GLI ASSI BODY SONO ASSI DI STABILITÀ NELLE COND. INIZIALI $w_{eq} = 0$. SE NON LO SONO, CIOÈ COINCIDONO CIRCA CON GLI ASSI DI STABILITÀ $\Rightarrow w_{eq} \simeq 0$.

SE INVECE GLI ASSI BODY SONO QUELLI PRINCIPALI D'INERZIA IN CUI X_{BODY} HA UN ANGOLO NOTEVOLE RISPETTO AL VETTORE VELOCITÀ $\underline{V}$ NELLE C.I. $\Rightarrow w_{eq} \neq 0$ E $u_{eq} \neq V_{eq}$.

CONDIZIONI GENERICHE:

CIOÈ ANDIAMO AD IMMAGINARE LA SITUAZIONE DOPO IL DISTURBO



(RAFFICA O DOUBLET) ↓ CREATO DAL PILOTA

$$\left. \begin{array}{l} v = \cancel{V_{eq}} + \Delta v \rightarrow v = \Delta v \\ u = u_{eq} + \Delta u \\ w = w_{eq} + \Delta w \end{array} \right\} \text{MOTO VARIO}$$

• MOTO LONGITUDINALE : • 3 GRADI LIBERTÀ → (M, F_x, F_z)

IL VELIVOLO MANTIENE IL SUO MOTO NEL PIANO DI SIMMETRIA
⇒ $\underline{V}$ ∈ PIANO DI SIMMETRIA

• 3 VARIABILI → (u, w, q)

• MOTO LATERO-DIREZIONALE : • 3 GR. LIBERTÀ → (L, N, F_y)

• 3 VARIABILI → (v, r, p)

SI VEDE CHE:

$$\text{LONG.}\begin{cases} F_x = m(\Delta\dot{u} + q w_{eq}) \\ F_z = m(\Delta\dot{w} - q u_{eq}) \\ M = \dot{q} J_Y \end{cases}$$

SE LE PERTURBAZIONI NON FOSSERO PICCOLE

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = m(\Delta\dot{u} + q w_{eq} + q\Delta w) \\ F_z = m(\Delta\dot{w} - q u_{eq} - q\Delta u) \\ M = \dot{q} J_Y \end{cases}$$

I TERMINI rv DI F_x E pv DI F_z APPARTENGONO AL LATERO-DIREZIONALE. QUINDI VEDIAMO CHE PER TRATTARE SOLO IL LONGITUDINALE POSSIAMO FARE A MENO DELL'IPOTESI DI PICCOLE PERTURBAZIONI

$$\text{LAT. DIR.}\begin{cases} F_Y = m(\dot{v} + r u_{eq} - p w_{eq}) \\ L = \dot{p} J_X - \dot{r} J_{XZ} \\ M = \dot{r} J_Z - \dot{p} J_{XZ} \end{cases}$$

SE NON AVESSIMO FATTO L'IPOTESI DI PICCOLE PERTURBAZIONI AVREMMO AVUTO TERMINI MISTI COME pq O qr IN L.

LA CONCLUSIONE È CHE PER SEPARARE IL MOTO DEVO LINEARIZZARE LE EQUAZIONI.

QUESTA COSA HA UNA SPIEGAZIONE FISICA MOLTO SEMPLICE:

ANDIAMO A SCRIVERE IL SISTEMA CON UN RIFERIMENTO ASSI VENTO.

POTREMMO FARE LA STESSA COSA CON IL LATERO-DIREZIONALE MA NON MI CONVIENE PERCHÉ DOVREI ANDARE AD INTEGRARE IN OGNI ISTANTE I MOMENTI D'INERZIA.

CI CONVIENE IN QUESTO CASO CONSIDERARE GLI ASSI VENTO PERCHÉ SAPPIAMO CHE NELLA DIREZIONE PERPENDICOLARE ALLA $\vec{V}$ C'È LA LIFT E NELLA DIREZIONE DELLA $\vec{V}$ C'È LA DRAG. QUESTE CI SERVONO PER LO STUDIO DELLE FORZE ESTERNE.

ANDANDO A CONSIDERARE $F = ma$, ALLORA

$$a_x = \frac{(V_{eq} + \Delta V)\overset{\simeq 1}{\cos d\gamma} - V_{eq}}{dt} = \frac{dV}{dt} = \dot{V}$$

$$a_z = \frac{-(V_{eq} + \Delta V)\sin(d\gamma) - 0}{dt} = -V_{eq}\frac{d\gamma}{dt} = -V_{eq}\dot{\gamma}$$

CONSIDERIAMO $d\gamma$ PICCOLO PERCHÉ PICCOLE PERTURBAZ.

ALLORA IL LONGITUDINALE ASSI VENTO SARÀ

$$\begin{cases} F_x = m\dot{V} \\ F_z = -m V_{eq}\dot{\gamma} \\ M = J_y \dot{q} \end{cases}$$

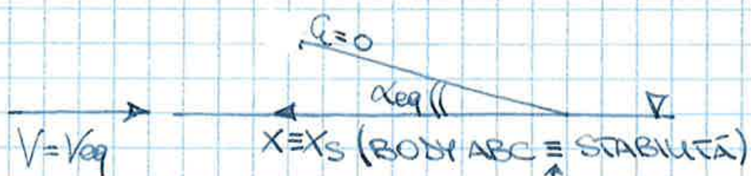
$\gamma \to$ ANGOLO DI RAMPA (O DI DISCESA)

$\alpha \to$ ANGOLO DI INCIDENZA

$\theta \to$ ANGOLO DI ASSETTO

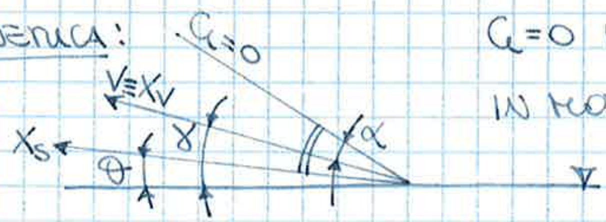
VEDIAMO COME TROVIAMO IL γ.

SITUAZIONE INIZIALE:



PERCHÉ NELLA SITUAZIONE INIZIALE.

SITUAZIONE GENERICA:



$C_L=0$ LO DEVO DISEGNARE IN MODO CHE L'ANGOLO TRA $C_L=0$ E X_S RIMANGA UGUALE ALLA SITUAZ. PRECEDENTE

RIPRENDENDO IL SISTEMA LONGITUDINALE

$$\begin{cases} F_x = m\dot{V} \\ F_z = -mV_{eq}(q-\dot{\alpha}) = -mV_{eq}(\dot{\theta}-\dot{\alpha}) \\ M = J_y\dot{q} \end{cases}$$

LE VARIABILI FONDAMENTALI SONO $\boxed{V, \alpha, \theta}$ (ASSI VENTO)

NELLA SITUAZIONE ASSI CORPO: $\boxed{u, w, q}$

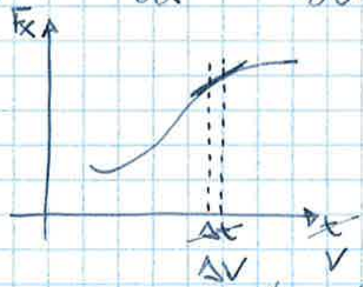
ANDIAMO AD ESPLICITARE I PRIMI MEMBRI

$$F_x = \underbrace{\cancel{F_{xeq}}}_{=0} + \Delta F_x \;;\quad F_x = F_x(V, \alpha, \theta, \dot{V}, \dot{\alpha}, \dot{\theta}, \ddot{V}, \ddot{\alpha}, \ddot{\theta}, \dots)$$

$$F_z = \cancel{F_{zeq}} + \Delta F_z$$

$$M = \cancel{M_{eq}} + \Delta M$$

$$F_x = \frac{\partial F_x}{\partial V}\Delta V + \frac{\partial F_x}{\partial \alpha}\Delta\alpha + \frac{\partial F_x}{\partial \theta}\theta + \dots$$



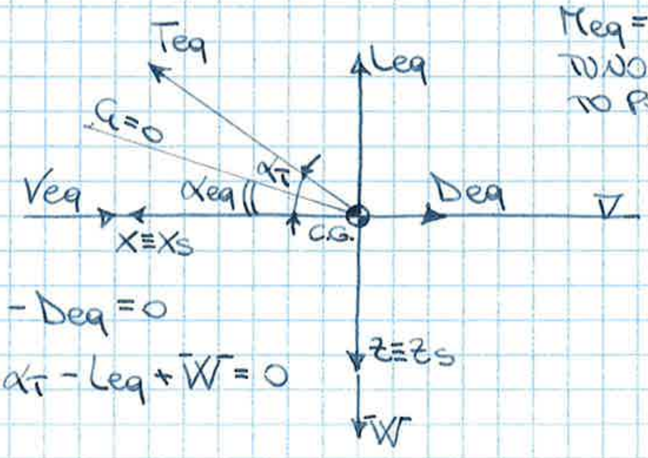
TUTTO LINEARIZZATO

$\downarrow \underbrace{\frac{\partial F_x}{\partial V}}_{cost}\Delta V$

NEL MOMENTO IN CUI IO FACCIO QUESTA SEMPLIFICAZIONE DI LINEARIZZAZIONE ANDANDO A PRENDERE LA DERIVATA AERODINAMICA (ES. $\frac{\partial F_x}{\partial V}$) E MOLTIPLICANDOLA PER LA VARIAZIONE, MI STA BENE SOLO PERCHÉ LA VARIAZIONE È PICCOLA (PICCOLE PERTURBAZIONI).

CON QUESTE SEMPLIFICAZIONI ALLORA POSSO DEFINIRE LE CONDIZIONI DEL VELIVOLO SOLO A QUELLA PARTICOLARE V_{eq} E z_{eq}. SOLO QUINDI IN UN PUNTO SPECIFICO DELL'INVILUPPO DI VOLO.

DOBBIAMO ANDARE A SCHEMATIZZARE LA COND. INIZIALE (eq): SI SUPPONE VOLO ORIZZONTALE



$M_{eq} = 0 \rightarrow$ CI SARÀ UN OPPORTUNO MOMENTO DI TRASPORTO PERCHÉ RIPORTO TUTTO IN C.G.

$$F_{xeq} = T_{eq}\cos\alpha_T - D_{eq} = 0$$

$$F_{zeq} = -T_{eq}\sin\alpha_T - L_{eq} + W = 0$$

POSSIAMO QUINDI SCRIVERE IL SISTEMA

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = -h_{11}\Delta V - h_{12}\Delta\alpha - h_{14}\theta \\ \frac{d\alpha}{dt} = -h_{21}\Delta V - h_{22}\Delta\alpha - h_{23}q \\ \frac{dq}{dt} = -h_{31}\Delta V - h_{32}\Delta\alpha - h_{33}q \\ \frac{d\theta}{dt} = h_{43}q \end{cases}$$

IN QUESTI h_{ij} CI SONO I TERMINI INERZIALI E LE DERIVATE AERODINAMICHE.

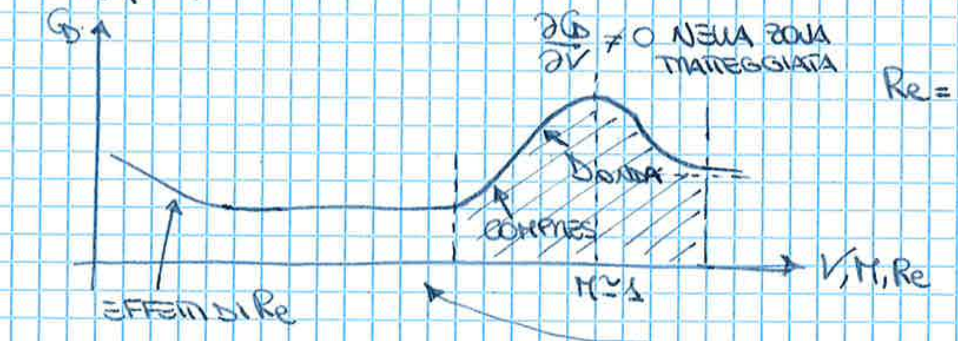
ANDIAMO A PRENDERE IN CONSIDERAZIONE LE DERIVATE CHE SI TROVANO IN h_{ij}.
QUESTE CAMBIANO A SECONDA DEL PUNTO DI EQUILIBRIO NELLE COND. INIZIALI

• DERIVATE DELLA RESISTENZA

$\boxed{D_V}$ $\Rightarrow$ $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D$

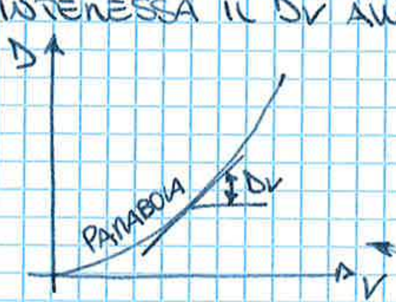
$$D_V = \frac{\partial D}{\partial V} = \left(\frac{\partial C_D}{\partial V} V_{eq}^2 + 2 C_{D_{eq}} V_{eq}\right)\frac{1}{2}\rho_{eq} S$$

$C_D = f(M, Re)$ SE SUBSONICO $\Rightarrow$ $C_D = \text{cost}$



$Re = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{V l}{\nu}$

A NOI INTERESSA IL D_V ALLORA SI PROCEDE IN QUESTO MODO



SE SIAMO IN SUBSONICO $D_V = 0$ PERCHÉ C_D È COSTANTE.

SE ABBIAMO UNA CURVA COME QUELLA A LATO CALCOLIAMO IL COEFF. ANGOLARE DELLA TANGENTE.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 150

$\boxed{L_{\dot\alpha}}$ DOPO INSIEME A $M_{\dot\alpha}$

• DERIVATE DEL MOMENTO

$\boxed{M_V}$
$$\frac{\partial M}{\partial V} = M_V = \left(\frac{\partial C_M}{\partial V} V_{eq}^2 + 2 C_{M_{eq}} V_{eq}\right) \frac{1}{2}\rho_{eq} S c$$

PER L'EQUILIBRIO SI DEVE AVERE $C_{M_{eq}}=0$

$\frac{\partial C_M}{\partial V} = 0$ SOLO IN SUBSONICO E SUPERSONICO, CIOÈ SUCCEDE UN QUALCOSA DI ANALOGO AL C_D

$$M_V = \frac{\partial C_M}{\partial V} V_{eq}^2 \frac{1}{2}\rho_{eq} S c = C_{M_V} V_{eq} \frac{1}{2}\rho_{eq} S c \quad \left(\text{CON } C_{M_V} = \frac{\partial C_M}{\partial \hat V} \text{ CON } \hat V = \frac{V}{V_{eq}}\right)$$

ADIMENSIONALI.

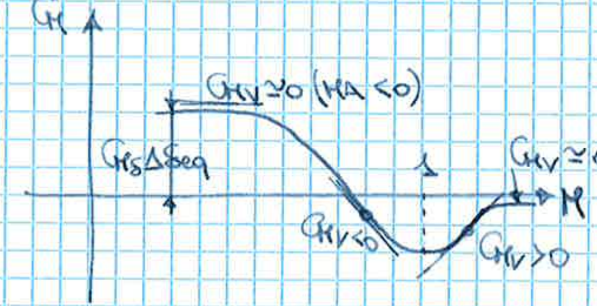
$\boxed{M_\alpha}$
$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = M_\alpha = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} S c \frac{1}{2}\rho_{eq} V_{eq}^2$$

$\boxed{M_q}$
$$\frac{\partial M}{\partial q} = M_q = \frac{\partial C_M}{\partial q} S c \frac{1}{2}\rho_{eq} V_{eq}^2$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial q} \neq \frac{\partial C_M}{q} = C_{M_q}$$

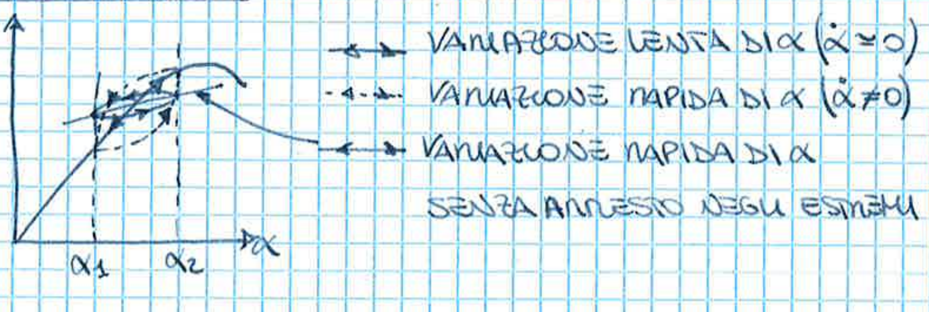
ANDIAMO A VEDERE COSA ACCADE AL C_{M_V} NELLO SPECIFICO.
SE ANDIAMO A VEDERE UN QUALSIASI PROFILO

$$M\uparrow \Rightarrow V\uparrow \Rightarrow \alpha\downarrow \Rightarrow C_{M_V}\downarrow \;(\text{SE } C_{M_V}<0) \Rightarrow |\Delta\delta_{eq}|\downarrow$$
$$(\text{SE } C_{M_\delta} \simeq \text{cost})$$



• DERIVATE DI L ED M IN $\dot\alpha$

$L_{\dot\alpha}$, $M_{\dot\alpha}$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 150

$$m\dot{V} = \Delta F_x = (T_V \cos\alpha_T - D_V)\Delta V - (T_{eq}\sin\alpha_T + D_\alpha - W)\Delta\alpha - W\theta$$

QUESTA È LA PRIMA EQUAZIONE

PER CALCOLARE LA III EQ. CONSIDERIAMO

$$M_V \Delta V + M_\alpha \Delta\alpha + M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + M_q q = J_y \dot{q}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{J_Y}\left[\left(M_V - M_{\dot{\alpha}}\frac{L_V + T_V\sin\alpha_T}{mV_{eq} + L_{\dot{\alpha}}}\right)\Delta V + \left(M_\alpha - M_{\dot{\alpha}}\frac{L_\alpha + T_{eq}\cos\alpha_T}{mV_{eq} + L_{\dot{\alpha}}}\right)\Delta\alpha + \right.$$

$$\left. + \left(M_q + M_{\dot{\alpha}}\frac{mV_{eq} - L_q}{mV_{eq} + L_{\dot{\alpha}}}\right) q\right]$$

QUESTA È LA * III EQUAZIONE.

LA IV È QUELLA DELLA CINEMATICA.

- EQ. ADIMENSIONALIZZATE

NE ADIMENSIONALIZZIAMO SOLO 1 DELLE 4.

INTRODUCIAMO IL TEMPO AERODINAMICO $t^* = \frac{c/2}{V_{eq}}$

PRENDIAMO IL PRIMO MEMBRO DELLA 1ª EQ.

$$\frac{m\dot{V}}{\frac{1}{2}\rho_{eq}V_{eq}^2 S} = \underbrace{\frac{2m}{\frac{1}{2}\rho_{eq}Sc}}_{\text{ADIM. DELLA } m} \cdot \underbrace{\frac{c}{V_{eq}}}_{\text{ADIM. DELLA VELOCITÀ}} \cdot \frac{dV}{dt} \cdot \underbrace{\frac{1}{2V_{eq}}}_{\text{ADIMENS. } t} = 2\mu\frac{d\hat{V}}{d\hat{t}}$$

PASSIAMO AL SECONDO MEMBRO:

- $T = C_T \frac{1}{2}\rho V^2 S$; $T_V = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{eq} = S\frac{1}{2}\rho_{eq}\left(\underbrace{\frac{\partial C_T}{\partial V}}_{\frac{C_{T_V}}{V_{eq}}} V_{eq}^2 + 2C_{T_{eq}}V_{eq}\right)$

  $T_V = S\frac{1}{2}\rho_{eq}V_{eq}(C_{T_V} + 2C_{T_{eq}})$

- $D_V = S\frac{1}{2}\rho_{eq}V_{eq}(C_{D_V} + 2C_{D_{eq}})$

- $\frac{(T_V\cos\alpha_T - D_V)\Delta V}{\frac{1}{2}\rho_{eq}V_{eq}^2 S} = \Delta\hat{V}\left[(C_{T_V} + 2C_{T_{eq}})\cos\alpha_T - (C_{D_V} + 2C_{D_{eq}})\right]$

- $\frac{mg}{\frac{1}{2}\rho_{eq}V_{eq}^2 S} = C_{W_{eq}}$

- $D_\alpha = \left(\frac{\partial D}{\partial\alpha}\right)_{eq} = C_{D_\alpha}\frac{1}{2}\rho_{eq}V_{eq}^2 S \Rightarrow \frac{D_\alpha}{\frac{1}{2}\rho_{eq}V_{eq}^2 S} = C_{D_\alpha}$

PERCIÓ

$$\begin{cases} \dfrac{d\hat{V}}{d\hat{t}} = -h_{11}\Delta\hat{V} - h_{12}\Delta\alpha - h_{14}\theta \\ \dfrac{d\alpha}{d\hat{t}} = -h_{21}\Delta\hat{V} - h_{22}\Delta\alpha - h_{23}\hat{q} \\ \dfrac{d\hat{q}}{d\hat{t}} = -h_{31}\Delta\hat{V} - h_{32}\Delta\alpha - h_{33}\hat{q} \\ \dfrac{d\hat{\theta}}{d\hat{t}} = -h_{43}\hat{q} \end{cases}$$

SISTEMA DI 4 EQUAZIONI DIFFERENZIALE DEL I ORDINE, LINEARE DELLE 4 VARIABILI DI STATO V, α, θ, q.

ANDIAMO AD IPOTIZZARE LE SOLUZIONI

$$\Delta\hat{V} = \rho_1 e^{\lambda\hat{t}} \qquad \frac{d}{d\hat{t}}\Delta\hat{V} = \rho_1\lambda e^{\lambda\hat{t}}$$

$$\Delta\alpha = \rho_2 e^{\lambda\hat{t}} \qquad \frac{d}{d\hat{t}}\Delta\alpha = \rho_2\lambda e^{\lambda\hat{t}}$$

$$\theta = \rho_3 e^{\lambda\hat{t}} \qquad \frac{d\theta}{d\hat{t}} = \rho_3\lambda e^{\lambda\hat{t}} \qquad \frac{d^2\theta}{d\hat{t}^2} = \rho_3\lambda^2 e^{\lambda\hat{t}}$$

ANDANDO A SOSTITUIRE, AVREMO:

$$\begin{cases} \rho_1\lambda e^{\lambda\hat{t}} + h_{11}\rho_1 e^{\lambda\hat{t}} + h_{12}\rho_2 e^{\lambda\hat{t}} + h_{14}\rho_3 e^{\lambda\hat{t}} = 0 \\ \rho_2\lambda e^{\lambda\hat{t}} + h_{21}\rho_1 e^{\lambda\hat{t}} + h_{22}\rho_2 e^{\lambda\hat{t}} + h_{23}\rho_3\lambda e^{\lambda\hat{t}} = 0 \\ \rho_3\lambda^2 e^{\lambda\hat{t}} + h_{31}\rho_1 e^{\lambda\hat{t}} + h_{32}\rho_2 e^{\lambda\hat{t}} + h_{33}\rho_3\lambda e^{\lambda\hat{t}} = 0 \end{cases}$$

SI DIVIDE TUTTO PER $e^{\lambda\hat{t}}$ E PER NON TROVARE LA SOLUZIONE BANALE ($\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$) DOBBIAMO ANDARE AD ANNULLARE IL DETERMINANTE DI:

$$\begin{cases} (\lambda + h_{11})\rho_1 + h_{12}\rho_2 + h_{14}\rho_3 = 0 \\ h_{21}\rho_1 + (\lambda + h_{22})\rho_2 + \lambda h_{23}\rho_3 = 0 \\ h_{31}\rho_1 + h_{32}\rho_2 + (\lambda^2 + h_{33}\lambda)\rho_3 = 0 \end{cases}$$

CALCOLIAMO IL DETERMINANTE

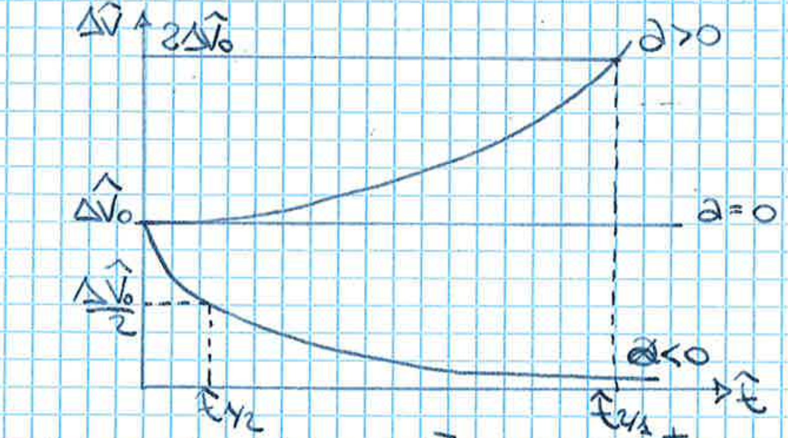
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 150

UN'OSSERVAZIONE IMPORTANTE È CHE LE VARIABILI SONO UNA SOVRAPPOSIZIONE LINEARE DEI 4 AUTOVALORI.

I COEFFICIENTI B_1, C_1, D_1, E_1 HANNO ALL'INTERNO I VARI h_{ij} E QUINDI LE DERIVATE AERODINAMICHE LE QUALI DIPENDONO DALLE CONDIZIONI INIZIALI.

QUINDI DOBBIAMO PARLARE DI CARATTERISTICHE DINAMICHE RIFERITE AD UNA CERTA COND. INIZIALE.

SE LA SOLUZIONE FOSSE REALE ⇒ $\lambda = a$ ⇒ $e^{a\hat{t}}$ ⇒ HO UN MOTO APERIODICO



SE $a=0$ IL DISTURBO SI MANTIENE.
SE $a>0$ IL MOTO APERIODICO È DIVERGENTE
SE $a<0$ MOTO CONVERGENTE ASINTOTICO A ZERO.

SE LA SOLUZIONE È UN REALE CI SARÀ UN CONTRIBUTO DIVERGENTE COMUNQUE PER CUI CI SARÀ UNA RISPOSTA INSTABILE.
QUINDI BASTA UNA SOLUZIONE CHE PRESENTA RISPOSTA AMPLIFICATA PERCHÉ LA DINAMICA DEL VELIVOLO SIA INSTABILE.
IL $\hat{t}_{2/1}$ RAPPRESENTA IL TEMPO DI RADDOPPIO, CIOÈ QUANTO TEMPO CI METTE IL DISTURBO A RADDOPPIARE LA SUA AMPIEZZA.

IN MODO ANALOGO, SE INVECE MI TROVO DAVANTI A UNA SOLUZIONE APERIODICA STABILE ($a<0$), ALLORA IDENTIFICO $\hat{t}_{1/2}$, CIOÈ IL TEMPO DI DIMEZZAMENTO NECESSARIO A DIMEZZARE L'AMPIEZZA DEL DISTURBO.

QUESTA È LA PARTE DOVUTA AD UNA SOLUZIONE CHE ANDRÀ A SOVRAPPORSI ALLE ALTRE 3.
NEL CASO DI 4 SOLUZIONI REALI SI AVRANNO 4 COMPORTAMENTI DI QUESTO GENERE.

LA SOLUZIONE CLASSICA È QUELLA DELLE 2 COPPIE COMPLESSE CONIUGATE
⇒ 2 MODI OSCILLATORI CHE SI SOVRAPPONGONO MA CHE POSSO ANDARE AD IMMAGINARE SEPARATAMENTE.

NOTA: IL MOTO VARIO È LA SOVRAPPOSIZIONE DEI VARI MODI. QUINDI IN GENERALE IL MOTO SARÀ LA SOVRAPPOSIZIONE DEI 4 MODI DEI 4 AUTOVALORI.
UNA VOLTA CHE NOI DEFINIAMO UNA COPPIA DI VALORI COMPLESSI CONIUGATI IL MODO È LO STESSO, + E − SONO SEMPLICEMENTE COME PARTE L'OSCILLAZIONE.
QUINDI SI TRATTA DELLA STESSA SOLUZIONE SFASATA DI π.
QUINDI SE LA SOLUZIONE È UNA COPPIA DI AUTOV. COMPLESSI CONIUGATI I DUE MODI CONFLUISCONO IN UN UNICO MODO.

SE HO LA SOLUZIONE CLASSICA, ALLORA:

⇒ $\lambda_{1,2} = a \pm ib$ DOVE $a \ll 0$ → CORTO PERIODO (SHORT PERIOD)

⇒ $\lambda_{3,4} = c \pm id$ DOVE $c \lesseqgtr 0$ E $|c| \simeq 0$ → FUGOIDE (PHUGOID)

QUESTI SONO I DUE MODI OSCILLATORI CHE SI INNESCANO QUANDO ARRIVA IL DISTURBO E DETERMINANO LA RISPOSTA DINAMICA DEL VELIVOLO.

DATO CHE LA PARTE REALE DETERMINA LA TENDENZA DEL MOTO OSCILLATORIO, ALLORA IL CORTO PERIODO, CHE HA $a \ll 0$, SARÀ UN MODO MOLTO SMORZATO; MENTRE IL FUGOIDE AVRÀ UN MODO POCO SMORZATO (O POCO AMPLIFICATO, MA GENERALMENTE POCO SMORZATO) A CAUSA DI $|c| \simeq 0$.

LA PARTE IMMAGINARIA È LEGATA ALLA PULSAZIONE DEL MOTO. ALLORA DEFINISCO 3 GRANDEZZE

$$\underset{\text{PERIODO}}{T} = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\hat{b}} t^* \quad \text{DOVE} \quad \underset{\text{TEMPO AERODIN.}}{t^*} = \frac{c}{2V_{eq}} \quad \Rightarrow \quad b = \underset{\text{PULSAZIONE}}{\omega}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 150

ANDIAMO A VEDERE QUELLE CHE SONO LE VARIABILI COINVOLTE NEI DUE MODI: LE VARIABILI SONO SEMPRE LE 4 VARIABILI DI STATO INFLUENZATE PERÒ IN MANIERA DIVERSA IN BASE AL MODO CHE CONSIDERIAMO.

ANDIAMO A RISCRIVERE IL SISTEMA CON LA SOLUZIONE DI TIPO ESPONENZIALE

$$\begin{cases} \rho_1 \lambda e^{\lambda \hat{t}} + h_{11} \rho_1 e^{\lambda \hat{t}} + h_{12} \rho_2 e^{\lambda \hat{t}} + h_{14} \rho_3 e^{\lambda \hat{t}} = 0 \\ \rho_2 \lambda e^{\lambda \hat{t}} + h_{21} \rho_1 e^{\lambda \hat{t}} + h_{22} \rho_2 e^{\lambda \hat{t}} + h_{23} \rho_3 \lambda e^{\lambda \hat{t}} = 0 \\ \rho_3 \lambda^2 e^{\lambda \hat{t}} + h_{31} \rho_1 e^{\lambda \hat{t}} + h_{32} \rho_2 e^{\lambda \hat{t}} + h_{33} \rho_3 \lambda e^{\lambda \hat{t}} = 0 \end{cases}$$

QUINDI SEMPLIFICHIAMO $e^{\lambda \hat{t}}$ E ABBIAMO

$$\begin{cases} \rho_1 (h_{11} + \lambda) + \rho_2 h_{12} + \rho_3 h_{14} = 0 \\ \rho_1 h_{21} + \rho_2 (h_{22} + \lambda) + \rho_3 h_{23} \lambda = 0 \\ \rho_1 h_{31} + \rho_2 h_{32} + \rho_3 (h_{33} + \lambda^2) = 0 \end{cases}$$

ORA RIFERIAMO LA SOLUZIONE ALLA VARIABILE θ, PERCHÉ È IMPORTANTE IN ENTRAMBI I MODI. QUINDI DIVIDIAMO TUTTO PER ρ_3

$$\frac{\rho_1}{\rho_3} (h_{11} + \lambda) + \frac{\rho_2}{\rho_3} h_{12} + h_{14} = 0$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_3} h_{21} + \frac{\rho_2}{\rho_3} (h_{22} + \lambda) + h_{23} \lambda = 0$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_3} h_{31} + \frac{\rho_2}{\rho_3} h_{32} + \lambda^2 + h_{33} \lambda = 0$$

ESSENDO LE VARIABILI DIVENTATE 2, ALLORA UNA QUALSIASI DI QUESTE EQUAZIONI È COMBINAZIONE LINEARE DELLE ALTRE 2. QUINDI NE PRENDO SOLO 2 DI QUESTE EQUAZIONI. PRENDIAMO AD ESEMPIO LE PRIME DUE:

$$\Delta \hat{V} = \left| \frac{\rho_1}{\rho_3} e^{\lambda_1 \hat{t}} \right| + \left| \frac{\rho_1}{\rho_3} e^{\lambda_3 \hat{t}} \right|$$

$$\Delta \alpha = \left| \frac{\rho_2}{\rho_3} e^{\lambda_1 \hat{t}} \right| + \left| \frac{\rho_2}{\rho_3} e^{\lambda_3 \hat{t}} \right|$$

$$\theta = \left| \frac{\rho_3}{\rho_3} e^{\lambda_1 \hat{t}} \right| + \left| \frac{\rho_3}{\rho_3} e^{\lambda_3 \hat{t}} \right|$$

PRENDIAMO PER IL C.P. SOLO LA SOLUZIONE CON λ_1 E PER FUG. SOLO LA SOLUZIONE CON λ_3 PERCHÉ λ_2 E λ_4 SONO LE STESSE SOLUZIONI SFASATE DI π.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 150

$\omega \uparrow \Rightarrow$ PARTE IMMAGINARIA $> 0 \Rightarrow \lambda_1 = a + ib$

$\omega \downarrow \Rightarrow$ PARTE IMMAGINARIA $< 0 \Rightarrow \lambda_2 = a - ib$

ANDIAMO A VEDERE COME SI POSIZIONANO LE ALTRE VARIABILI RISPETTO A θ, CIOÈ CON CHE FASE IN QUANTO TRAMITE QUESTA SI DETERMINA IL VALORE REALE DELLA VARIABILE.

$\Delta\alpha$, $\Delta\hat{v}$, θ SONO QUASI IN FASE

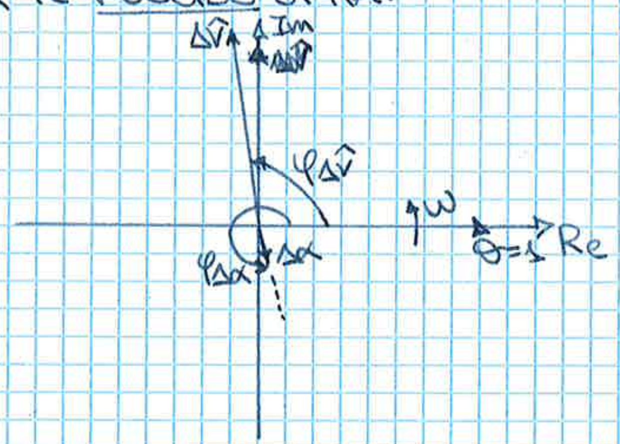
$\Delta\alpha$ E θ SONO VARIABILI IMPORTANTI

$\Delta\hat{v}$ È POCO IMPORTANTE ($\sim$ 2 ORDINI DI GRANDEZZA IN MENO RISPETTO A θ)

QUINDI IL C.P. È UN MODO OSCILLATORIO IN CUI SONO IMPORTANTI LE VARIABILI $\Delta\alpha$ E θ CHE SOSTANZIALMENTE SONO IN FASE.

V NON VARIA ANCHE PERCHÉ NON HA IL TEMPO DI VARIARE.

PER IL FUGOIDE SI HA:



CONSIDERIAMO LA SOLUZIONE $\lambda_3 = c + id$
$\omega \uparrow$

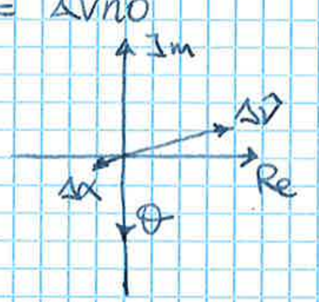
$\Delta\hat{v}$ È IN ANTICIPO DI CIRCA $90°$ RISPETTO A θ E IN OPPOSIZIONE A $\Delta\alpha$

$\Delta\alpha$ È IN RITARDO DI $\simeq 90°$ RISPETTO A θ

$\Delta\hat{v}$ E θ SONO LE VARIABILI IMPORTANTI (COINVOLTE FORTEMENTE)

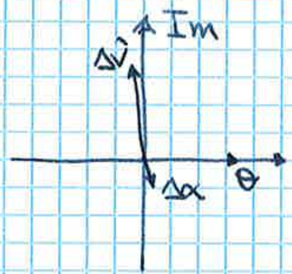
$\Delta\alpha$ VARIABILE POCO IMPORTANTE

NEL PUNTO 3 HO CHE X È DI NUOVO COINCIDENTE CON LA VELOCITÀ V QUINDI VADO A CONSIDERARE L'ANGOLO DI RAMPA γ E VEDO CHE COINCIDE CON θ. IN QUESTA SITUAZIONE ALLORA $\dot{\theta}=0$ E AVRÒ



NATURALMENTE IL MODULO DEI VETTORI SI STA RIDUCENDO E QUESTI SONO RUOTATI DI ALTRI 90°

NEL PUNTO 4 IN CUI LA TRAIETTORIA STA RISALENDO, IL DIAGRAMMA DI ARGAND VEDE I VETTORI RUOTARE DI UN ALTRO QUARTO DI GIRO E SI HA:



LA NOSTRA QUARTICA $\lambda^4 + B_1\lambda^3 + C_1\lambda^2 + D_1\lambda + E_1 = 0$

SI PRESENTA NORMALMENTE CON $\boxed{D_1, E_1 \ll C_1, B_1}$ ✱

ALLORA POSSIAMO TRASFORMARE LA QUARTICA IN

$$\underbrace{(\lambda^2+B_1\lambda+C_1)}_{C.P.}\underbrace{\left(\lambda^2+\frac{C_1D_1-B_1E_1}{C_1^2}\lambda+\frac{E_1}{C_1}\right)}_{FUG.}=0$$

QUESTO SE VERIFICATA LA CONDIZIONE ✱

DIAGRAMMI DI STABILITÀ

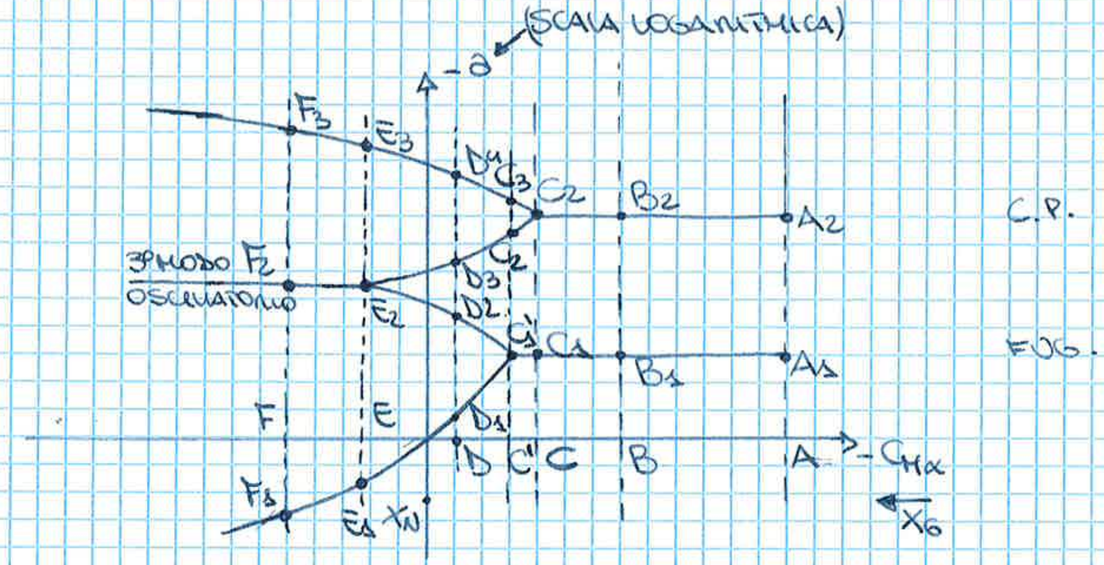
FA UN CONFRONTO DI QUELLA CHE ERA LA STABILITÀ STATICA CON QUELLA DINAMICA.

STABILITÀ STATICA : $C_{M\alpha} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} = C_{L\alpha}\frac{X_G - X_N}{c} < 0$ STABILE

DEVO ANDARE A VEDERE SE LA POSIZIONE DEL C.G. È ANTERIORE AL PUNTO NEUTRO

OLTRE A FAR VARIARE IL BARICENTRO POTREMMO FAR VARIARE QUALSIASI ALTRA COSA PER STUDIARE LA STABILITÀ, PURCHÉ SI ABBIA COMUNQUE UNA VARIAZIONE DEL $C_{M\alpha}$.
IN QUESTO CASO NON AVRÒ PIÙ UNA CONFIGURAZIONE FISSA DEL VELIVOLO PERCHÉ MODIFICO LA GEOMETRIA DEL VELIVOLO.
PER ESEMPIO VADO A VARIARE LA POSIZIONE DELL'ALA RISPETTO ALLA FUSOLIERA O LA SUPERFICIE DEL PIANO DI CODA E DELL'ALA.

LA COSA PIÙ SEMPLICE È DEFINIRE LA GEOMETRIA FACENDO VARIARE X_G



SE PARTIAMO DA UNA CERTA POSIZIONE DEL BARICENTRO A, AVREMO UN CERTO $C_{M\alpha}$ E AVREMO CONSEGUENTEMENTE DUE SOLUZIONI A_1 E A_2 RELATIVE AL CORTO PERIODO E AL FUGOIDE.
UN ANDAMENTO QUALITATIVO CLASSICO È QUELLO CHE STIAMO RAPPRESENTANDO.
A_1 E A_2 CARATTERIZZANO LE DUE COPPIE COMPLESSE CONIUGATE QUANDO X_G È IN A.

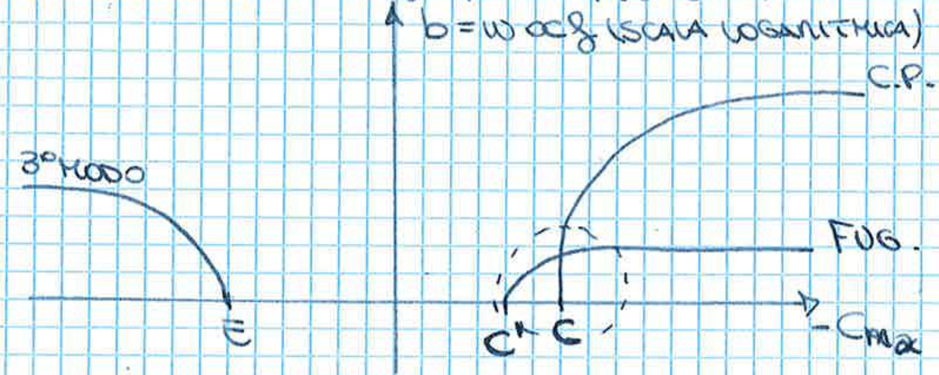
SPOSTO X_G INDIETRO FINO A B E OTTENGO DUE COPPIE COMPLESSE CONIUGATE CARATTERIZZATE DA B_1 E B_2.
NON SONO CAMBIATI GRANCHÉ I MODULI DI ∂.
SUCCEDE CHE LA PARTE REALE NON CAMBIA GRANCHÉ.

VADO ANCORA INDIETRO E MI TROVO CON X_G IN C.
QUI C_2, CIOÈ IL CORTO PERIODO STA PER CESSARE, QUI
LA PARTE REALE RIMANE CIRCA LA STESSA MA SUBITO DOPO

IL 3° MODO PUÒ NASCERE ANCHE QUANDO LE SOLUZIONI SONO STATICAMENTE STABILI MA GENERALMENTE NASCE QUANDO HO INSTABILITÀ.
LA SUA PARTE REALE SI TROVA GENERALMENTE A METÀ TRA QUELLA DEL C.P. E QUELLA DEL FUG.

TENDENZIALMENTE LA PARTE REALE NON CAMBIA MOLTO CONSIDERANDO PER ESSA UNA SCALA LOGARITMICA.

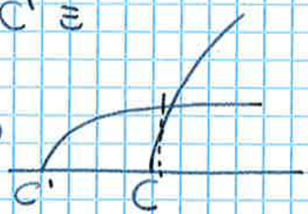
ANDIAMO A DISEGNARE LA PARTE IMMAGINARIA



INDIVIDUIAMO I PUNTI C, C' ED E. TENDENZIALMENTE LA PARTE IMMAGINARIA LA POSSO DISEGNARE SOLO DOVE HO UNA COPPIA COMPLESSA

- IL <u>CORTO PERIODO</u> CHE TERMINA IN C HA UNA FREQUENZA CHE VARIA MOLTO VICINO AL BARICENTRO MA CHE NON VARIA MOLTO QUANDO CI SI ALLONTANA.
- IL <u>FUGOIDE</u> CHE PARTE DA C' HA LA FREQUENZA CHE VARIA MOLTO POCO PER UNA VARIAZIONE COSPICUA DEL BARICENTRO PER POI ANDARE A ZERO MOLTO VELOCEMENTE.

SE INGRANDIAMO LA ZONA VICINA A C ≡ C' E PRENDIAMO UNA POSIZIONE APPENA APPENA AVANTI AL PUNTO C, ALLORA QUI ABBIAMO CHE LA FREQUENZA DI CORTO PERIODO È PIÙ BASSA DI QUELLA DEL FUGOIDE. QUINDI IL C.P. VIENE AD AVERE UNA FREQUENZA TALE DA DEFINIRCI UNA DINAMICA ABBASTANZA STRANA.



QUESTA È COMUNQUE UNA ZONA MOLTO PICCOLA. QUI AVREMO UN FUGOIDE E C.P. CHE STANNO DANDO LUOGO AD UNA DINAMICA CHE FA PERDERE DI SIGNIFICATO A FUGOIDE E

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 150

2° CRITERIO DI ROUTH

QUANDO ABBIAMO IL NOSTRO SISTEMA

$\dot{\bar{x}} = A\bar{x}$ ANNULLIAMO IL DETERMINANTE DEI COEFFICIENTI $\Rightarrow |A - \lambda I| = 0$

→ MATR. IDENTITÀ

⇒ ROUTH HA FATTO QUESTA OPERAZIONE ANDANDO A STUDIARE LA RISPOSTA DINAMICA DEL SISTEMA ANDANDO A VARIARE IN A I TERMINI CHE DIPENDONO DALLE VARIABILI COINVOLTE E ANDANDO A SEMPLIFICARE VIA VIA PER ORDINE DI IMPORTANZA I TERMINI CHE DIPENDONO DALLE VARIABILI.
CIOÈ VADO PER ORDINE DI IMPORTANZA A TOGLIERE LE VARIAZIONI DELLE VARIABILI COINVOLTE.

VADO A STUDIARE LA DINAMICA MANO MANO CHE QUESTA DIVENTA STATICA, CIOÈ SUPPONIAMO CHE LE DERIVATE DOVUTE AL DISTURBO STIANO MAN MANO PERDENDO IMPORTANZA.

QUINDI LA STABILITÀ STATICA DIVENTA UNA CONDIZIONE LIMITE DELLA STABILITÀ DINAMICA.
COSÌ FACENDO SI ARRIVA A RIDEFINIRE LA STABILITÀ STATICA IN CUI

CLASSICA
$C_{M\alpha} < 0 \Rightarrow \frac{x_G - x_N}{c} < 0$

CHE VUOL DIRE $C_{M\alpha} = C_{L\alpha} \frac{x_G - x_N}{c} \Rightarrow x_G$ DEVE STARE DAVANTI A x_N

ROUTH HA FATTO UNA OPERAZIONE PER CUI SI OTTIENE COME SOLUZIONE LIMITE

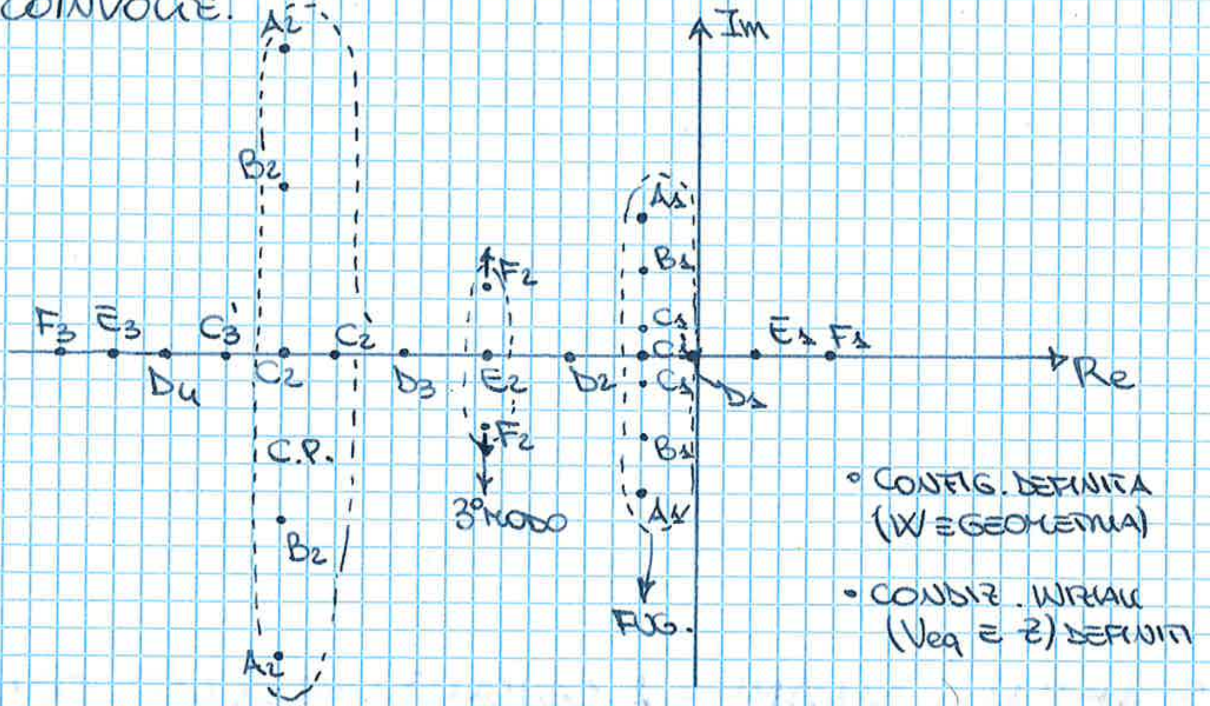
$$\frac{C_{M\alpha}}{C_{L\alpha}} < \frac{C_{Mu}}{[illegible] > 0} \qquad C_{Mu} = \frac{\partial C_M}{\partial u}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 150

ROOT LOCUS (ROOT LOCI)

LUOGO DELLE RADICI

È LA RAPPRESENTAZIONE SUL PIANO REALE-IMMAGINARIO DEGLI AUTOVALORI AL VARIARE DI UNA DELLE GRANDEZZE COINVOLTE.



L'EVOLUZIONE CHE ANDIAMO A RAPPRESENTARE È SEMPRE QUELLA DEL BARICENTRO CHE SI MUOVE INDIETRO E CHE FA VARIARE LA STABILITÀ STATICA.
IL ROOT LOCUS ASSOCIATO AL DIAGRAMMA DI VELOCITÀ È IL DIAGRAMMA DOVE SI VEDE MAGGIORMENTE LA VARIAZIONE DEGLI AUTOVALORI.

IL ROOT LOCI LO POSSIAMO VEDERE ANCHE AL VARIARE DELLA VELOCITÀ.

SE PARTIAMO DALLA POSIZIONE A SUL DIAGRAMMA DI STABILITÀ, HO DUE COPPIE COMPLESSE CONIUGATE. ALLORA OTTENGO I PUNTI A_1 E A_2.

ARRETRIAMO IL BARICENTRO E SIAMO IN B. "NON CAMBIA" LA PARTE REALE MA CAMBIA LA PARTE IMMAGINARIA.

AL PUNTO C HO INIZIALMENTE C_2 PER IL CORTO PERIODO DOVE QUESTO CESSA MENTRE HO C_1 DEL FUGOIDE ANCORA

LA PRIMA EQUAZIONE PERDE DI SIGNIFICATO FISICO PERCHÉ È SOLO UNA LEGAME CINEMATICO TRA $\Delta\alpha$ E θ

$$0 = -h_{12}\Delta\alpha - h_{14}\theta$$

AGENDO SULLE ALTRE DUE EQUAZIONI SI ARRIVA AD UNA EQ. DEL 2° ORDINE NELLA VARIABILE α CHE È LA SOLITA EQ. MASSA-MOLLA-SMORZATORE

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \longrightarrow \ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

DOVE: ξ SMORZAMENTO ADIMENSIONALIZZATO $= \frac{c}{c_{cr}}$

(CON c SMORZAMENTO EFFETTIVO E c_{cr} SMORZAMENTO CRITICO)

ω_n PULSAZIONE NATURALE DEL SISTEMA NON SMORZATO.

CHE COSA COMPORTA IL FATTO DI ANDARE A CONSIDERARE IL SISTEMA RIDOTTO?

SIAMO PASSATI DAL SISTEMA LONGITUDINALE AL SISTEMA RIDOTTO. SE ANDIAMO A RISOLVERE QUESTA UNICA EQUAZIONE ALL'INTERNO TROVIAMO LE CARATTERISTICHE DEI DUE MODI (FUG. E C.P.) IN UNA SOLA CARATTERISTICA.

QUINDI NEL SISTEMA RIDOTTO "SE CI È ANDATA BENE" TROVIAMO SOLO UN MODO. QUALE È RIMASTO?

IL CORTO PERIODO PERCHÉ ABBIAMO FATTO L'IPOTESI DI $\Delta V = 0$. NEL FUGOIDE ΔV E θ ERANO IMPORTANTI E $\Delta\alpha$ POCO IMPORTANTE.

NEL C.P. $\Delta\alpha$ E θ SONO IMPORTANTI E ΔV POCO IMPORTANTE.

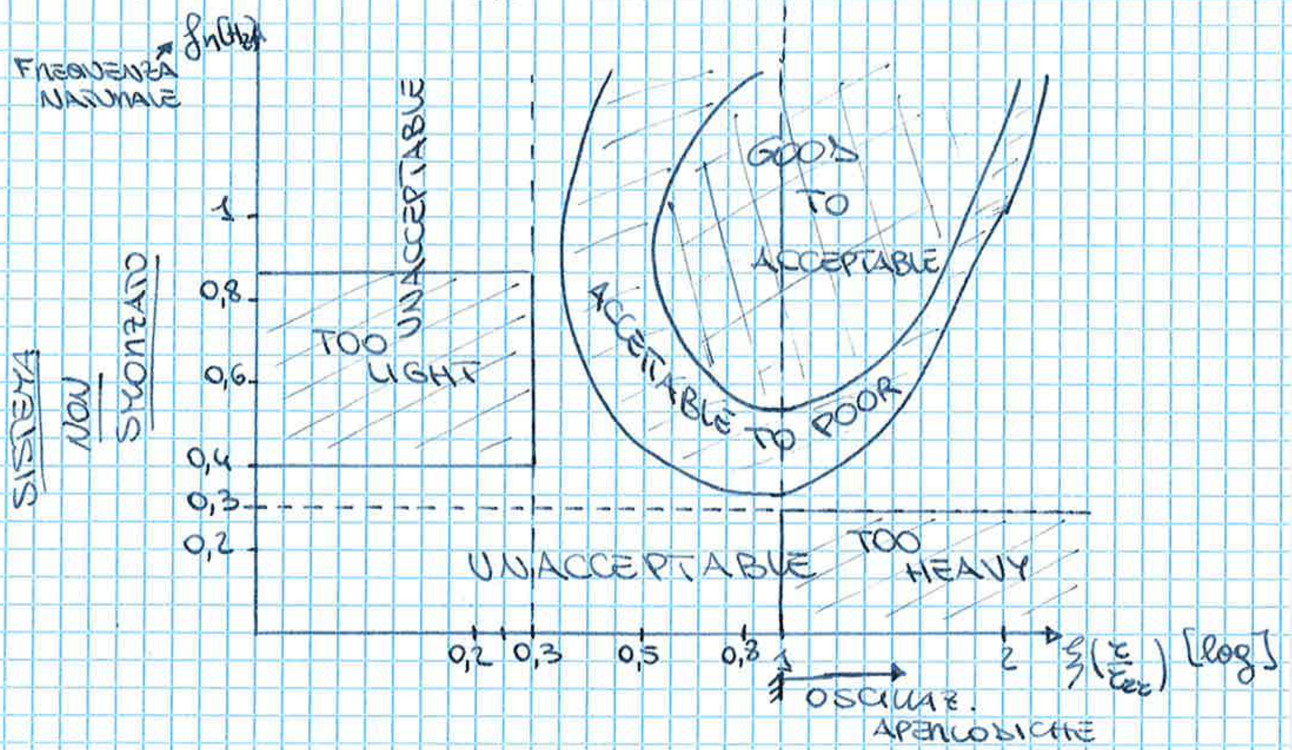
$\Rightarrow$ RIMANE C.P.

SE $\Delta V = 0$ ALLORA LA SOLUZIONE È IMPORTANTE SOLO QUANDO LA VARIABILE ΔV NON È ABBASTANZA ECCITATA.

$\Rightarrow$ MI SONO TOLTO I MODI DOVE ΔV ERA IMPORTANTE.

È CHIARO COMUNQUE CHE LA SOLUZIONE È VALIDA PER TEMPI BREVI RISPETTO AL PERIODO DEL FUGOIDE.

IN QUESTO MODO SI TIRA FUORI UN "ISO-OPINION PLOT" CHE SI PRESENTA IN QUESTO MODO:



MI INTERESSA IL SISTEMA CON ASCISSE E ORDINATE MINORE DI 0,3.

$\boxed{\xi = 1}$ È IL LIMITE DEL C.P. DA OSCILLATORIO AD APERIODICO.

SE SIAMO A $\xi < 0,3$ O A $f_n < 0,3$ ALLORA IL COMPORTAMENTO È SEMPRE UNACCEPTABLE. IN PARTICOLARE:

- NELLA ZONA CON $f_n < 0.3$ E $\xi > 1$ IL GIUDIZIO È TOO HEAVY, CIOÈ IL VELIVOLO NON RISPONDE ALLA MANOVRA.
- CON $\xi < 0.3$ E $0.4 < f_n < 0.85$ IL VELIVOLO RISPONDE TROPPO PRONTAMENTE E SI HA IL P.I.O., CIOÈ OSCILLAZIONI INNESCATE DAL PILOTA STESSO.

  IL PILOTA COMANDA, IL VELIVOLO RISPONDE TROPPO E IL PILOTA CONTROCOMANDA INNESCANDO UNA OSCILLAZIONE CHE PUÒ AMPLIFICARSI.

  LE P.I.O. SI PRESENTANO SOPRATTUTTO NELL'INTORNO DI 1Hz.

ESISTE COMUNQUE UN DIAGRAMMA DI OPINIONE PER IL FUGOIDE. QUESTO HA SENSO QUANDO DA QUELLA CHE È LA VFR (VISUAL FLIGHT RULES) SI DEVE PASSARE ALLA IFR (INSTRUMENTAL FLIGHT RULES).

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 150

QUESTO $\Delta\delta$ CI MODIFICHERÀ DUE EQUAZIONI DELLA DINAMICA A COMANDI BLOCCATI.

LE VARIABILI FONDAMENTALI SONO: ΔV, $\Delta\alpha$, θ, $\Delta\delta$

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} \qquad \dot{\bar{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \ddot{\delta} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{Bmatrix} ; \quad \bar{x} = \begin{Bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \dot{\delta} \\ \theta \\ \delta \end{Bmatrix} \rightarrow \dot{\alpha}, \dot{q}$$

FACCIO RIFERIMENTO AL SISTEMA DIMENSIONALE QUINDI TOLGO IL ^

QUINDI ABBIAMO 4 EQ. DELLA DINAMICA E 2 DELLA CINEMATICA. IL VETTORE DI STATO HA 6 ELEMENTI E QUINDI SI AVRÀ UNA SESTUPLA COME EQUAZIONE DEL DETERMINANTE.

IL SISTEMA CHE SI VA A RISOLVERE HA LA MATRICE A CHE È UNA 8x8 CON NULLE DUE RIGHE. QUESTO PERCHÉ IN $\{\dot{x}\}$ DOVREMO AGGIUNGERE $\dot{\alpha}$ E $\dot{q}$.

COME SI MODIFICA IL SISTEMA?

$$\begin{cases} \dot{V} = -h'_{11}\Delta V - h'_{12}\Delta\alpha - h'_{15}\theta - \cancel{h'_{16}\Delta\delta} \quad (\propto C_{D\delta} \approx 0) \\ \dot{\alpha} = -h'_{21}\Delta V - h'_{22}\Delta\alpha - h'_{23}q - h'_{26}\Delta\delta \\ \dot{q} = -h'_{31}\Delta V - h'_{32}\Delta\alpha - h'_{33}q - h'_{36}\Delta\delta \\ 4^\wedge \text{ EQUAZIONE: } \ddot{\delta} = \ldots \\ \dot{\theta} = q \quad (h'_{53} = 1) \\ \dot{\delta} = \dfrac{d\delta}{dt} \quad (h'_{64} = 1) \end{cases}$$

- $\dot{V}$: EQ. EQUIL. DINAMICO IN X. (ASSE VENTO X)
- $\dot{\alpha}$: EQ. EQUIL. DINAMICO IN Z
- $\dot{q}$: EQ. EQUIL. DINAMICO ALLA ROTAZIONE ATTORNO A Y
- $\ddot{\delta}$: EQ. EQUIL. DINAMICO ALLA ROTAZIONE ATTORNO ALL'ASSE DI CERNIERA DELL'EQUILIBRATORE.

- IN h'_{16} C'È L'EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLE FORZE AERODINAMICHE LUNGO X PER IL SOLO EFFETTO DELLA ROTAZIONE DELL'ANGOLO DELL'EQUILIBRATORE. QUINDI, TANTO PIÙ SE SIAMO IN ASSI VENTO, QUESTA È LA DERIVATA DELLA RESISTENZA FATTA RISPETTO A δ. $\Rightarrow$ IN $h'_{16} \propto C_{D\delta} \approx 0$

- IN h'_{26} C'È IL $C_{L\delta}$ $\Rightarrow$ IL $C_{L\delta}$ NON PUÒ ESSERE TRASCURATO A MENO DI PARTICOLARI CONDIZIONI $\rightarrow$ $h'_{26} \propto C_{L\delta}$ VARIAZIONE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 150

NOTA:
X_e È POSITIVA (+) QUANDO IL BARICENTRO (CG) e È SPOSTATO VERSO IL BORDO DI FUGA RISPETTO ALL'ASSE DI CERNIERA.

$\Rightarrow H_1 = J_e \dot{q}$ CONTRIBUTO DATO DALL'ACCELERAZIONE ANGOLARE $\dot{q}$. TUTTE LE MASSE DEL VELIVOLO SONO SOGGETTE A QUESTA ACCELERAZIONE

$\Rightarrow H_2 = m_e \dot{q} \bar{l}''_t X_e$ LEGATA AL FATTO CHE $\dot{q}$ DETERMINA UNA ACCELERAZIONE LINEARE A CAUSA DEL BRACCIO $\bar{l}''_t$. MOLTIPLICO PER X_e PERCHÉ STO FACENDO L'EQUAZIONE DI EQUILIBRIO ATTORNO ALL'ASSE DI CERNIERA.

$\Rightarrow H_3 = m_e a_z X_e$ TERMINE INERZIALE DOVUTO AD $\bar{a}_z$ CHE È UNA ACCELERAZIONE CHE C'È SU TUTTE LE PARTI DEL VELIVOLO.

$a_z = -V\dot{\gamma} = -V_{eq}(q - \dot{\alpha})$

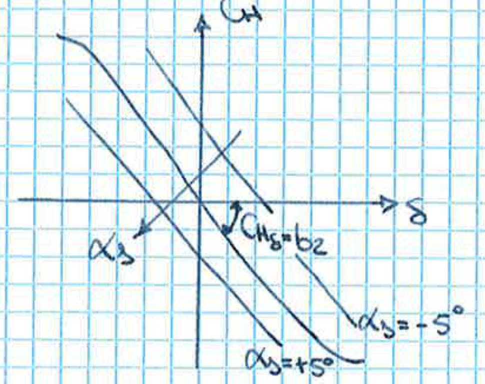
$\Rightarrow H_4 = J_e \ddot{\delta}$ TERMINE INERZIALE DOVUTO AL $\ddot{\delta}$.

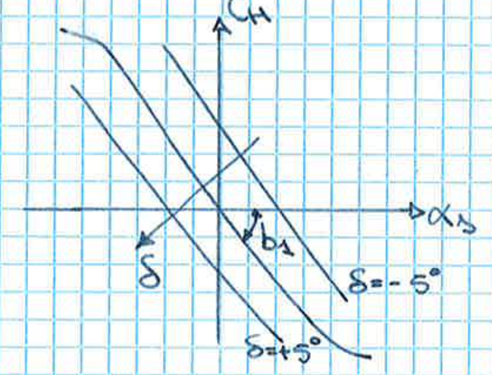
$$\Rightarrow \Delta H = (J_e + m_e X_e \bar{l}''_t)\dot{q} - m_e X_e V_{eq} q + m_e X_e V_{eq} \dot{\alpha} + J_e \ddot{\delta}$$

CI SONO ALTRI TERMINI INERZIALI DOVUTI ALLE VARIABILI CHE ABBIAMO INTRODOTTO NEL NOSTRO SISTEMA?
AD ESEMPIO $\boxed{q\bar{l}''_t}$ DA UNA VELOCITÀ LINEARE CHE DA UNA FORZA CENTRIFUGA SE VISTA NEL BARICENTRO DELL'EQUILIBRATORE. QUINDI CI SARÀ SULL'EQUILIBRATORE UN CONTRIBUTO CENTRIFUGO CHE TRASCURIAMO PERCHÉ IL BRACCIO RISPETTO ALL'ASSE DI CERNIERE LO CONSIDERIAMO TRASCURABILE (NORMALMENTE).
LA $\boxed{\dot{\delta}}$ SE IL BARICENTRO HA UNA CERTA DISTANZA DALL'ASSE DI CERNIERA DETERMINA UNA FORZA CENTRIFUGA CHE HA UN BRACCIO RISPETTO ALL'ASSE DI CERNIERA CHE PUÒ ESSERE NORMALMENTE TRASCURATO. QUINDI IL CONTRIBUTO È RAGIONEVOLMENTE TRASCURABILE.

QUINDI IL ΔH È PROPRIO QUELLO SCRITTO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 150





$$\Rightarrow H_{\dot\alpha} \Rightarrow \underset{*}{\left(\frac{\partial C_H}{\partial \dot\alpha}\right)} \neq C_{H\dot\alpha} = \left(\frac{\partial C_H}{\partial \hat{\dot\alpha}}\right) = \frac{\partial C_H}{\partial \dot\alpha}\frac{1}{t^*}$$

* È UNA DERIVATA CRITICA. ~~[illegible]~~ BISOGNA FARE DEI TESTI SPERIMENTALI OPPURE UTILIZZARE LE RACCOLTE DATI (DATASHEET) IN FUNZIONE DELLA GEOMETRIA DELL'IMPENNAGGIO ORIZZONTALE NEL CONTESTO DEL VELIVOLO.
ANCHE QUI COMUNQUE COME PER IL $\frac{\partial C_L}{\partial \dot\alpha}$ NON È ERRATO SPESSO ANDARE A CONSIDERARE $\frac{\partial C_H}{\partial \dot\alpha} \simeq 0$.

$$\Rightarrow H_q \Rightarrow (C_{Hq}) = \frac{\partial C_H}{\partial \hat q} \neq \frac{\partial C_H}{\partial q}$$

ABBIAMO VISTO CHE

$$C_{Hq} = 2 b_1 \frac{l_t''}{c} \qquad \left(b_1 = \frac{\partial C_H}{\partial \alpha_s}\right)$$

$$\Rightarrow H_\delta \Rightarrow \left(\frac{\partial C_H}{\partial \delta} = b_2\right)$$

$\Rightarrow H_{\dot\delta} \Rightarrow$ SARÀ VISTA DOPO PERCHÉ $H_{\dot\delta}$ È UNA DERIVATA IMPORTANTISSIMA. $H_{\dot\delta}$ È LA DERIVATA DI SMORZAMENTO DELL'EQUILIBRATORE E SI ANDRÀ A VEDERE COME LA POSSIAMO DETERMINARE ANDANDO A VALUTARE I SISTEMI DINAMICI MASSA-MOLLA-SMORZATORE.

$$\begin{cases} -\underbrace{(J_e + m_e x_e l_t'')}_{h'_{48}\cdot J_e}\dot q + \underbrace{(m_e x_e V_{eq} + H_q)}_{h'_{43}\cdot J_e} q - \underbrace{(m_e x_e V_{eq} - H_{\dot\alpha})}_{h'_{47}\cdot J_e}\dot\alpha + \\ + \underbrace{H_\alpha}_{h'_{42}\cdot J_e} \Delta\alpha + \overset{\simeq 0}{\cancel{H_V \Delta V}} = J_e \ddot\delta - \underbrace{H_{\dot\delta}}_{h'_{44}\cdot J_e} \dot\delta - \underbrace{H_\delta}_{h'_{46}\cdot J_e} \Delta\delta \qquad 4^\wedge \text{ EQUAZIONE} \\ + 3 \text{ EQ. DINAMICA} + q = \dot\theta \, ; \; \dot\delta = \frac{\partial \delta}{\partial t} \, ; \; \dot\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial t} \, ; \; \dot q = \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \end{cases}$$