NUMERO: 2266A

ANNO: 2018

A P P U N T I

STUDENTE: Velardi Marco

MATERIA: Idraulica - Teoria + Esercitazioni - Prof. Boano

IDRAULICA

2-10-17

PROPRIETÀ FISICHE DEI FLUIDI

Approccio è meccanica del continuo. Proprietà descritte sono la media di un gran numero di molecole. Considero la particella fluida. Non vedo elementi separati, ma come continuo.

DENSITÀ / PESO SPECIFICO

- Densità: $\rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$ $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

- Peso specifico: $\gamma = \frac{\text{peso}}{\text{volume}} = \frac{\text{massa} \cdot g}{\text{volume}} = \rho \cdot g$ $\left[\frac{N}{m^3}\right]$

Si vedono alcuni valori tipici a pressione e temperatura ambiente:

$\rho_{aria} \simeq 1.2\ [kg/m^3]$ $\quad \gamma_{aria} \simeq 11\ \left[\frac{N}{m^3}\right]$ $\quad \rho_{liq} \gg \rho_{gas}$

$\rho_{H_2O} \simeq 1000\ [kg/m^3]$ $\quad \gamma_{H_2O} \simeq 9800\ \left[\frac{N}{m^3}\right]$

I gas di norma sono molto più leggeri dei liquidi

↳ forza peso quasi trascurabile

non trascurabile forza peso

In genere pressione e temperatura incidono di più → $\rho = \rho(P,T)$

→ T; per $T\uparrow$, $\rho\downarrow$ $\quad \boxed{\text{gas: } \frac{P}{\rho} = RT}$ $\left[R: \frac{R^* \text{boltzmann}}{\text{peso molecolare}}\right]$

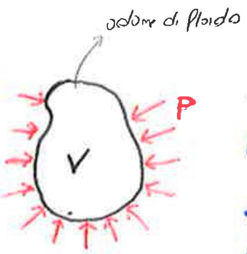
↳ dipende da tipo fluido

le eccezioni: H_2O

liquidi: per $\Delta T \approx 0$ (10°C) → $\rho_{liq} \approx$ cost. Fino a variazioni di T a 10°C.

→ P; si vede la comprimibilità

proprietà per cui gas e liquidi si differenziano



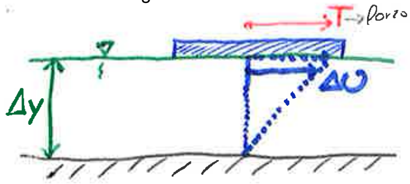
aumento pressione da p a p+dp
↓
subisce volume da V a V+dV
↳ <0

se prendo $\boxed{-\frac{dV}{V} = \frac{dp}{\varepsilon}}$ (dV: variazione volume; V: volume iniziale)

ε: coefficiente dilatazione volumetrica
(ε grande ↔ fluido poco comprimibile)

ε: $Pa = \frac{N}{m^2}$

es.



piastra piana (superficie: A)

Applico forza T e si genera velocità ΔU.
Primo strato di particelle su piastra si muovono di ΔU, sul fondo invece sono ferme. In mezzo ho un profilo di velocità lineare.

Ogni strato si muove più piano di quello soprastante. Se voglio mantenere il moto devo continuare ad imprimere la forza, da cui ricavo la velocità ⟶

$T = \mu \cdot A \cdot \frac{\Delta U}{\Delta y}$ ⟶ sforzo (o tensione): $\tau = \frac{T}{A}$ $\tau: \frac{N}{m^2}$

coeff. viscosità

T [N]

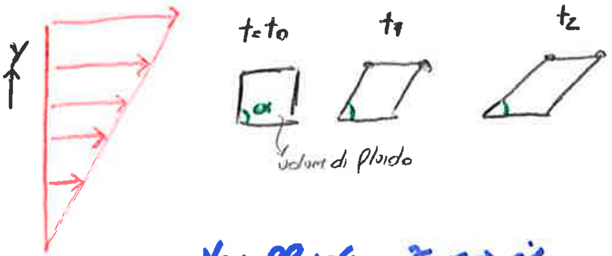
↓ questo è tangenziale, non ⊥ come P

↓ quindi $\boxed{\tau = \mu \underbrace{\frac{\Delta U}{\Delta y}}}$

pendenza linea. Derivata profilo velocità

In generale: $\tau = \mu \frac{dU}{dy}$ legge di Newton

↳ esprimo sforzi tangenziali in funzione derivata della velocità.



Con sforzi nel fluido nasce una velocità di deformazione.

$\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{dU}{dy}$

Nei fluidi $\tau \leftrightarrow \dot{\alpha}$ no nei solidi

$\tau = \mu \cdot \dot{\alpha}$

↳ altro modo per esprimere legge di Newton

Se $\frac{dU}{dy} = 0$ angolo non si deformerebbe, serve quindi gradiente di velocità.

μ: coeff. di viscosità dinamica $\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$

ν: coeff. di viscosità cinematica $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

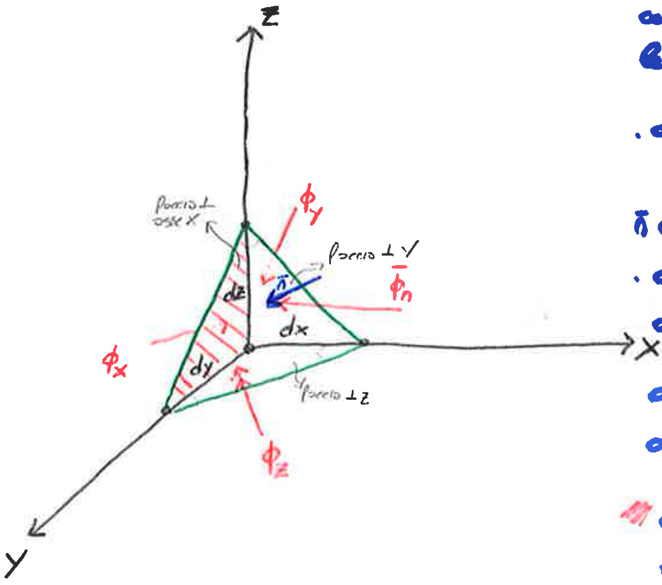
$\mu_{H_2O} = 10^{-3} \left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$ $\nu = 10^{-6} \left[\frac{m^2}{s}\right]$ $(T = T_{amb})$

$\mu_{aria} = 10^{-5} \left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$ $\nu = 10^{-5} \left[\frac{m^2}{s}\right]$

μ è più significativo, ν è legato al campo di moto cioè come si muove il fluido. Da moto laminare o turbolento dipende ν.

2

Per fare ciò:



Sapendo sforzo in un certo modo voglio relazioni per le altre facce.

. $\cos\widehat{nx}, \cos\widehat{ny}, \cos\widehat{nz} < 0$ → perché angoli $> 90°$

$\bar{n}$ è preso entrante.

. dA: area superficie con versore $\bar{n}$

dA_x: " " " normale ad asse x

dA_y: ....

dA_z: .....

area della sup. parallela al piano yz.

$$\bar{n} = \begin{bmatrix} \cos\widehat{nx} \\ \cos\widehat{ny} \\ \cos\widehat{nz} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} dA_x = -dA\cos\widehat{nx} \\ dA_y = -dA\cos\widehat{ny} \\ dA_z = -dA\cos\widehat{nz} \end{cases}$$

così aree positive

Dopo faccio un bilancio di forze.

$F_{volume} \propto$ Volume $\propto dx\,dy\,dz$ → infinitesimo ordine 3 → trascurabile rispetto ad ordine 2

$F_{superficie} \propto$ superficie $\propto dx\,dy$ → infinitesimo ordine 2

in base a faccia che prendo

$F_{volume} \ll F_{superficie}$

Calcolo $F_{superficie}$:

$[dA]$	$\bar{\phi}_n\,dA$
$[dA_x]$	$\bar{\phi}_x\,dA_x = -\bar{\phi}_x\,dA\cos\widehat{nx}$
$[dA_y]$	$\bar{\phi}_y\,dA_y = -\bar{\phi}_y\,dA\cos\widehat{ny}$
$[dA_z]$	$\bar{\phi}_z\,dA_z = -\bar{\phi}_z\,dA\cos\widehat{nz}$

Ora bilancio: per equilibrio

$$\Sigma F_{sup} = 0 \rightarrow \bar{\phi}_n\,\cancel{dA} - \bar{\phi}_x\,\cancel{dA}\cos\widehat{nx} - \bar{\phi}_y\,\cancel{dA}\cos\widehat{ny} - \bar{\phi}_z\,\cancel{dA}\cos\widehat{nz} = 0$$

↓

Ho sforzi su varie facce e cos degli angoli.

↓

$$\bar{\phi}_n = \bar{\phi}_x\cos\widehat{nx} + \bar{\phi}_y\cos\widehat{ny} + \bar{\phi}_z\cos\widehat{nz}$$

teorema del tetraedro di Cauchy

Se voglio $\bar{\phi}_n$ in qualsiasi punto del fluido lo ricavo conoscendo tre sforzi: Noti $\bar{\phi}_x, \bar{\phi}_y, \bar{\phi}_z$ → trovo $\bar{\phi}_n$ per qualsiasi sia la giacitura $\bar{n}$.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 234

$$\bar{\phi}_n = \underline{\Phi}\,\bar{n} = \begin{bmatrix}\sigma_x \cos\hat{nx}\\ \sigma_y \cos\hat{ny}\\ \sigma_z \cos\hat{nz}\end{bmatrix}$$

ma avevo anche $\bar{\phi}_n = \sigma_n\,\bar{n} = \begin{bmatrix}\sigma_n \cos\hat{nx}\\ \sigma_n \cos\hat{ny}\\ \sigma_n \cos\hat{nz}\end{bmatrix}$

Confronto i due vettori e quindi devo avere $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_n = p$

pressione del fluido in quel punto

N.B. Il suo modulo è sempre lo stesso in qualsiasi modo sia girata la superficie. Così lo sforzo normale non dipende dalla giacitura.

$\updownarrow$

stato tensionale isotropo

$\Downarrow$

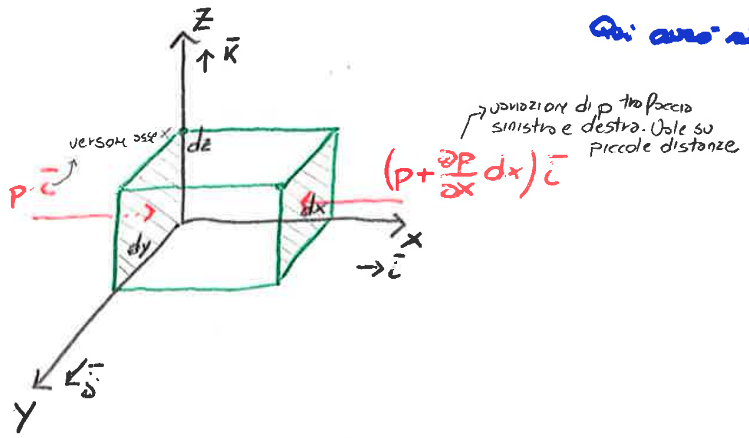
$p = p(x, y, z)$

I problemi di statica dei fluidi hanno una sola incognita, p.
Devo capire come varia e si ottengono relazioni:

cioè vale su di un punto infinitesimo

equazione indefinita della statica

Qui avrò sia forze di volume che di superficie.



1) Forze di volume/massa

Per ricavarle introduco la forza di massa specifica $\bar{F}_m = \frac{forza}{massa}$ $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$\rightarrow \bar{F}_m (\underbrace{\overbrace{\rho}^{densità}\, \overbrace{dx\,dy\,dz}^{volume\ parall.}}_{massa\ in\ parallelepipedo})$

2) Forze di superficie

Lungo x, ho prima faccia sottratta a seconda. Ciò che resta è la variazione di pressione.

(x) $\overbrace{p\,\bar{i}\,dy\,dz}^{faccia\ su\ cui\ agisce} - (p + \frac{\partial p}{\partial x}dx)\,\bar{i}\,dy\,dz = -\frac{\partial p}{\partial x}\,\bar{i}\,dx\,dy\,dz$

Poi con y

(y) $-\frac{\partial p}{\partial y}\,\bar{j}\,dx\,dy\,dz$

(z) $-\frac{\partial p}{\partial z}\,\bar{k}\,dx\,dy\,dz$

4

Osservazione su a).

↳ a) $E_{pot.grav.} = mgz$ Potenziale $U = \frac{E}{m} = gz$

così mi svincolo da massa

$F_{grav} = -grad(U) = -grad(gz) = -g\,grad(z)$

cioè da potenziale alto a basso

mi muovo su z e guardo il variare di z

b) $grad(z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial x} \\ \frac{\partial z}{\partial y} \\ \frac{\partial z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \vec{k}$ versore diretto verso asse z.

$F_{grav} = -g\,grad\,z = -g\vec{k}$ cioè la forza è diretta verticalmente e verso il basso con modulo g.

Unisco ① + ② $-\rho\,grad(gz) = grad(P)$

$-\underbrace{\rho g}_{\gamma,\ \text{peso specifico}}\,grad(z) = grad(P)$

$grad(z) + \frac{1}{\gamma}\,grad(P) = 0$

γ è una costante per ①

↓

$grad(z) + grad\left(\frac{P}{\gamma}\right) = 0$ così raggruppo i gradienti

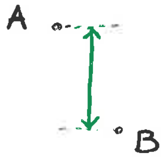
$grad\left(z + \frac{P}{\gamma}\right) = 0$ cioè la quantità tra parentesi deve essere costante nello spazio

↓

$z + \frac{P}{\gamma} = cost.$ mi dice come varia P in funzione di z. legame tra P e z.

Definisco carico piezometrico $h = z + \frac{P}{\gamma}$ con $h = cost.$ in x, y, z, da statica.

- le superfici con $p = cost.$ (isobare) sono dei piani orizzontali cioè $z = cost.$

- 

$z_A + \frac{P_A}{\gamma} = z_B + \frac{P_B}{\gamma}$ se voglio P in uno dei due punti:

$\boxed{P_B = P_A + \gamma\underbrace{(z_A - z_B)}_{\Delta z}}$

P aumenta al decrescere della quota.

- Pressione relativa

$P^{rel} = P^{ass} - P_{atm}$ (P_{atm} ↳ ~ 1 [bar])   in condizioni di P_{atm}: $P^{rel} = 0$

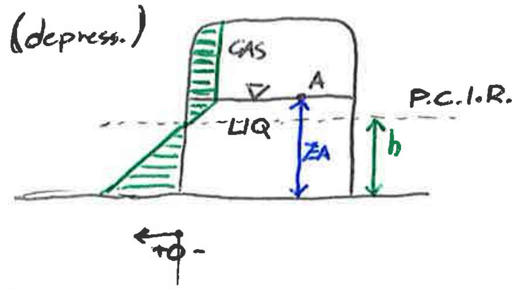
Se non diversamente espresso si usa sempre P^{rel}.

$0 < P^{ass} < +\infty$ $\quad -P_{atm} < P^{rel} < +\infty$

5

Se invece: P_{ass} to

$$h = z_A + \frac{P_{ass}}{\gamma_{liq}}$$



Erano esempi di caduta: aperti ed in pressione.

Misure di pressione/carico piezometrico

→ piezometri

→ manometri: . semplici $h = \frac{\gamma_m}{\gamma}\Delta$

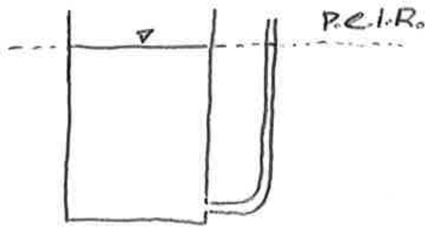
. differenziali $\Delta h = \frac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma}$ o $\Delta h = \Delta\,\frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma}$

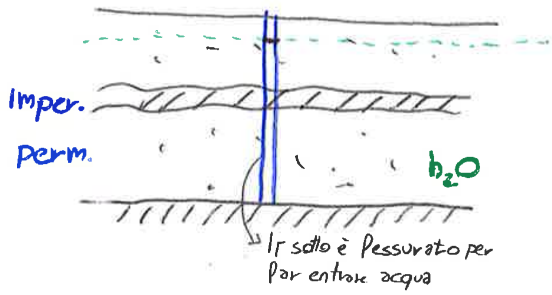
. di Bourdon (metallici)

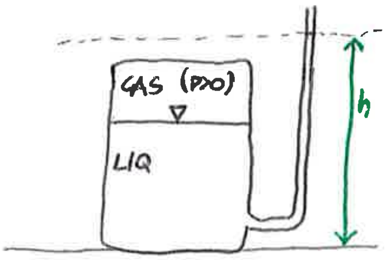
→ trasduttori di pressione

Piezometri

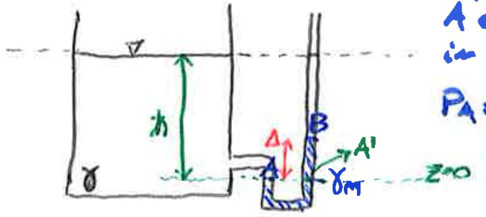
Visualizza il carico piezometrico, è un tubo collegato a dove ho fluido. Difatto è carico di doglio visivamente, se livello di acqua alti non riesco facilmente a vederlo. Molto usati per le acque sotterranee.







Manometro semplice



Liquido manometrico ha un γ maggiore, è più pesante.
A ed A' a stessa quota. Il piano z=0 è quello in A o A'!

$P_A = \gamma \cdot h$ $\quad P_{A'} = \cancel{P_B} + \gamma_m \Delta$

↳ perché = P_{ATM}

In A e A' devono avere stessa p

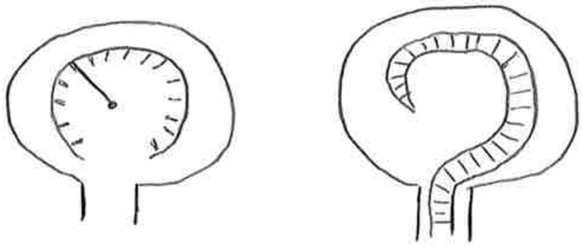
↳ $P_A = P_{A'}$ perché in stessa quota e stesso fluido (manometrico qui).

↳ $\gamma \cdot h = \gamma_m \Delta \rightarrow \boxed{h = \frac{\gamma_m}{\gamma}\Delta}$

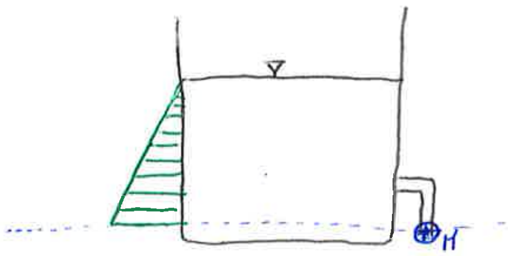
6

Siccome $\gamma_m < \gamma$ rimane positiva < 1 e di conseguenza $\Delta > \Delta h$ (amplifica la differenza di carico quindi utile per misurare piccole differenze di carico).
Siccome h = cost. per tutto il fluido, non importa a che quota sia il punto di attacco, ma solo il γ del fluido (questo perché tutti misurano così i piezometri o differenze di carico).

MANOMETRO BOURDON (o METALLICO)



Dà solo il valore della pressione, non del carico.
Dentro c'è un tubo a spirale pieno di fluido da misurare.
Con la pressione la spirale si srotola e con degli ingranaggi allo srotolamento coincide l'innalzamento della lancetta.
Siccome misura la pressione bisogna fare attenzione a dove la si prende in quanto si riferisce alla quota del baricentro del manometro. Conta la posizione di M, non il punto di attacco del tubo.

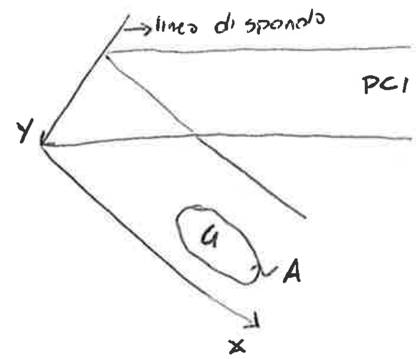


TRASDUTTORE DI PRESSIONE

Cristallo con materiali con proprietà variano al variare della pressione (cambia resistenza membrana o si genera differenza di potenziale). Tali materiali si chiamano piezoelettrici. Si ha in uscita un segnale di corrente o di tensione in funzione della pressione $\Delta V = f(P)$, $I = f(P)$.
Il segnale deve essere calibrato ma ogni tanto bisogna calibrarlo. Per farlo me uso un altro calibrato o con altri strumenti che mi forniscano pressione.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 234

3D



N.B. → $dS = \phi_n dA = p\,dA = \gamma a\, dA = \gamma x \sin\alpha\, dA$

$p = \gamma \cdot$ affondamento

$\phi_n dA$: vale sempre → siccome in statica $\phi_n = p$

$\gamma x \sin\alpha\, dA$ → lega la spinta alla posizione

Integrando

$$S = \int dS = \int \gamma x \sin\alpha\, dA = \gamma \sin\alpha \underbrace{\int_A x\, dA}_{M_y} = \gamma \sin\alpha\, x_G A = \gamma a_G A \to S = p_G A$$

momento statico

$M_y = x_G A$

a_G: affondamento del baricentro

p_G: pressione nel baricentro

Quindi la spinta su una superficie piana è data da $S = p_G A$. La posizione della spinta è importante perché può generare una rotazione, pertanto bisogna calcolare il momento della spinta (che è poi all'integrale dei suoi momenti infinitesimi).

Il momento viene fatto rispetto alla linea di sponda:

$$S \cdot x_c = \int x\, dS = \gamma \sin\alpha \underbrace{\int_A x^2 dA}_{I_y}$$

$S \cdot x_c$: momento di S; esplicito dS

$$S \cdot y_c = \int y\, dS = \gamma \sin\alpha \underbrace{\int_A xy\, dA}_{I_{xy}}$$

Dalla prima relazione ricavo $x_c = \dfrac{\gamma \sin\alpha \int_A x^2 dA}{S} = \dfrac{\gamma \sin\alpha \int_A x^2 dA}{\gamma \sin\alpha \int_A x\, dA} = \dfrac{I_y}{M_y}$

Allo stesso modo dalla seconda $y_c = \dfrac{I_{xy}}{M_y}$

Poiché $I_y = I_y^0 + x_G^2 A$ e $M_y = x_G A$ ottengo che

$$x_c = \frac{I_y^0 + x_G^2 A}{x_G A} \Rightarrow x_c = x_G + \frac{I_y^0}{M_y}$$

La x del centro di spinta è più profonda della x del baricentro ($x_c > x_G$). Se è simmetrico la x_c si trova sull'asse x e quindi $y_c = 0$.

Quindi in questo caso: $\bar{S} = -\overline{\Pi_0} = \bar{G} + \overline{\Pi_1} + \overline{\Pi_2}$ → somma di forze peso e superfici piane, già viste

eq. equilibrio

↳ forza espressa a volume in verde. Il "-" perchè uguale e contraria forza che dà fluido va su parete.

$G = \gamma \cdot W$

riconosciuta

↳ volume

forza peso

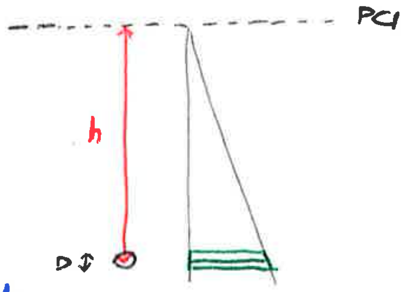
Π_1, Π_2 → sono forze di pressione su superfici piane.

Applicazione: Formula di Mariotte (condotte in pressione)

↳ serve per calcolare spessore tubazione per determinato p.

. ipotesi: pressioni alte ⟷ $h \gg D$ → diametro condotta

↳ carico piezometrico → caso abbastanza comune



$P_{medio} = \gamma \cdot h$

$\Delta p = P_{max} - P_{min} = \gamma \cdot D$

↳ differenza di quota per stremo

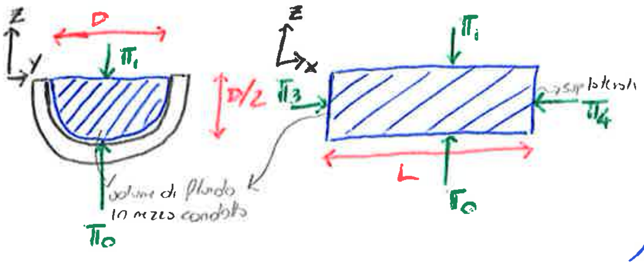
$h \gg D$ ↕ $\Delta p \ll P_{medio}$

↓

$p \simeq cost.$

↳ ciò che capitava nei gas. Li era per γ piccolo.

$p = cost$ equivale a dire che effetto forza peso è trascurabile ($\gamma \simeq 0$). Posso quindi trascurare effetto della forza peso → $\bar{G} \simeq 0$.



con Π_3, Π_4 uguali e contrarie quindi si elidono. Π_1, Π_0 sono forze da superficie piana.

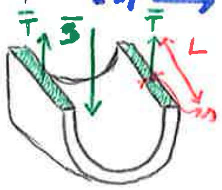
Da eq. equilibrio:

$\cancel{\bar{G}} + \overline{\Pi_0} + \overline{\Pi_1} + \cancel{\overline{\Pi_3} + \overline{\Pi_4}} = 0$

$\bar{S} = -\overline{\Pi_0} =$ come in altro caso

forza di trazione $= \overline{\Pi_1} \longrightarrow S = \overline{\Pi_1} = p \cdot (\overbrace{D \cdot L}^{A})$

↳ forza su sup. piana



ciò crea uno sforzo di trazione nella condotta. → come se le due metà tendono a staccarsi

Nel materiale ho forza di trazione T con $2T = S$

↓

① $\boxed{T = \frac{S}{2} = \frac{pDL}{2}}$ trazione dato fluido

. Impongo sforzo di trazione σ (accettabile per il materiale) → mi svincolo così da unità di superficie

così $\boxed{T = \sigma (\overbrace{L \cdot s}^{\text{area su cui agisce } \sigma})}$ trazione dato materiale

②

① = ② → $\sigma \cancel{L} s = \frac{pD\cancel{L}}{2}$

⇓

$s = \frac{pD}{2\sigma}$ Formula di Mariotte

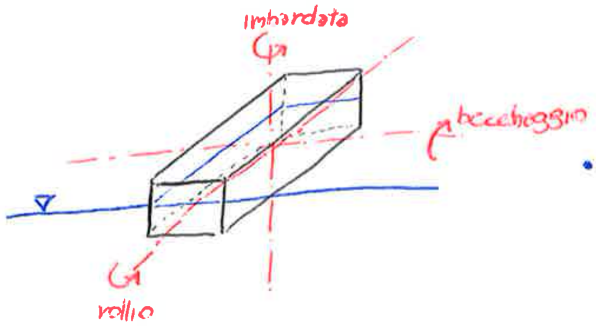
spessore condotta in funzione delle proprie caratteristiche.

a parità di P, sp. più spessa se D maggiore.

↳ perchè mi crescono le spinte

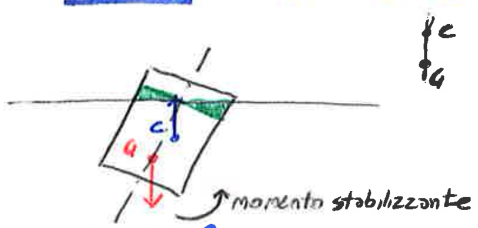
a

Problema sono le rotazioni, no spostamenti verticali. In questi ultimi si ha sempre ripristino dell'equilibrio.
Dal punto di vista delle rotazioni:



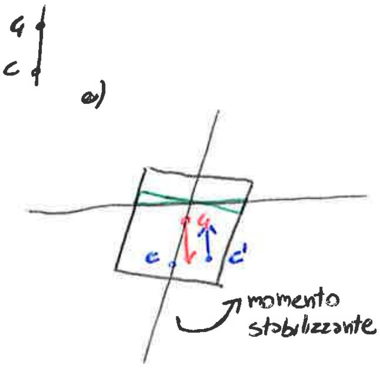
Con rollio e beccheggio cambia il volume immerso

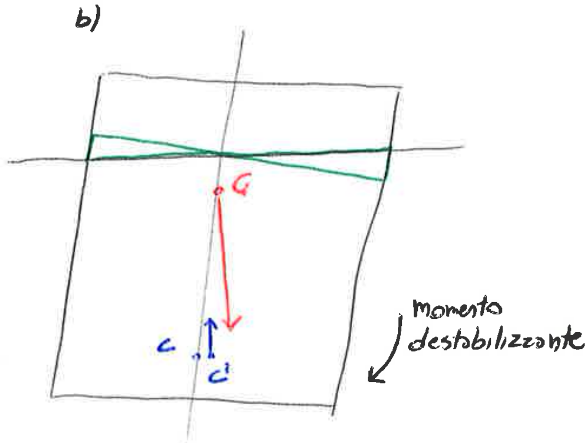
• Se $z_C > z_G$ → sempre stabile
scafo corto



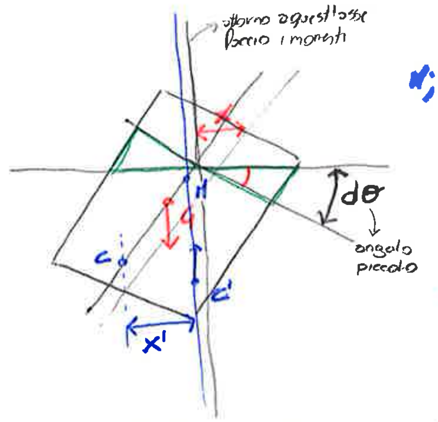
si cambia distribuzione dal punto di vista volume di carena.
Le forze in C, G creano coppia di forze. Spesso però ciò non accade.

• Se $z_C < z_G$ → devo verificare stabilità



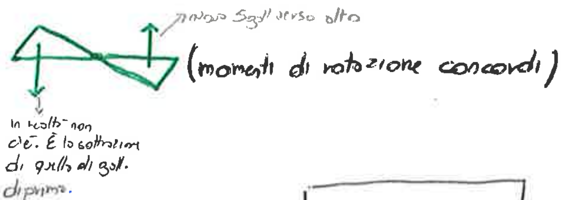


La coppia creata accentua la rotazione iniziale. Devo ricondurmi al caso a).



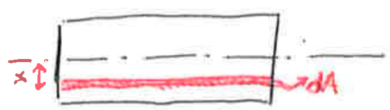
M; metacentro. Centro per stabilità: È intersezione tra retta azione S_{gall} ed asse gall.

Per rotazioni del piccolo
quello pratico, max 15-20°



(momenti di rotazione concordi)

Arco di lunghezza infinitesima $dl = x\,d\theta$
Volume $dV = dA\,dl = x\,d\theta\,dA$



12

• **euleriano**: adatto se ho dei misuratori fissi in un punto. Descrivo per ogni punto il valore della velocità in quel punto, delle particelle passate. Approccio più usato.
(es. anemometro)

$$\begin{cases} u = u(x,y,z,t) \\ v = v(x,y,z,t) \\ w = w(x,y,z,t) \end{cases}$$

componenti della velocità

dove ho piazzato misuratore

componente approccio euleriano

$$\left[u = \frac{dx}{dt},\ v = \frac{dy}{dt},\ w = \frac{dz}{dt} \right]$$ legame tra i due approcci.

Devo esprimere l'accelerazione della particella in sistema euleriano.

• ACCELERAZIONE $\bar{A}$

$\bar{v} = \bar{v}[s, t]$ (spazio, tempo) devo considerare che lo spazio è mobile. La particella è in moto.

↳ $s = s(t)$

Ho quindi una doppia dipendenza dal tempo, il tempo stesso ed il movimento della particella.

L'accelerazione deve seguire il movimento

↳ $\bar{v} = \bar{v}[s(t), t]$

$\bar{A} \equiv \frac{D\bar{v}}{Dt}$ derivata totale (o sostanziale)

↳ segue il moto della particella

$$\boxed{\bar{A} = \frac{D\bar{v}}{Dt}} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} = \boxed{\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + v\frac{\partial \bar{v}}{\partial s}}$$

Definizione accelerazione usando approccio euleriano.

$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}$: blocco lo spazio e vedo come varia $\bar{v}$ nel tempo

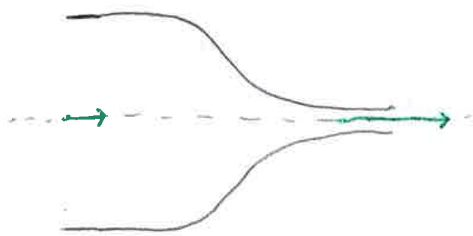
$\frac{ds}{dt}$: derivata normale perché s è solo funzione di una variabile invece v dipende da due.

↳ tengo conto del tempo in due posizioni → v

$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}$: accelerazione locale

$v\frac{\partial \bar{v}}{\partial s}$: accelerazione convettiva

Posso avere entrambi o solo uno dei due.



Tutto fisso nel tempo. Quindi no acc. locale. Nel singolo punto non accade nulla.

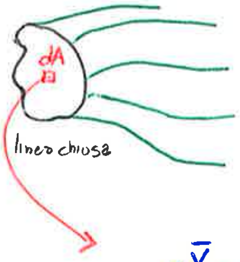
c) linea di flusso; Linea di punti → insieme delle particelle passate per il punto P, in istanti diversi

Queste linee coincidono solo se il moto è permanente.

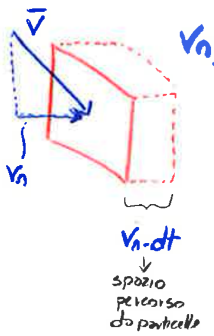
Moto → vario → diverse
Moto → permanente → coincidono

. TUBO DI FLUSSO

Preso da linea chiusa → insieme delle linee di flusso passanti per una linea chiusa.



Ciò che ci soggetto è la portata di fluido attraverso la sezione.



V_n; componente normale. Fa attraversare fluido attraverso superficie.

. Volume transitato attraverso dA:

$$dW = V_n \cdot dt \cdot dA$$

. Portata; volume di fluido per unità di tempo (dQ) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

$$dQ = \frac{dW}{dt} = V_n \cdot dA \qquad (V_n = \bar{v} \cdot \bar{n})$$

quella complessiva → $Q = \int dQ = \int_A V_n dA = \int_A \bar{v} \cdot \bar{n} \, dA$

La portata quindi dipende dalla velocità. Ci conviene quindi prendere una superficie perpendicolare al vettore velocità.

. SEZIONE TRASVERSALE

È perpendicolare a $\bar{V}$. $V_n = \bar{V} \cdot \bar{n} = V$
↳ modulo
tanto V è solo normale alla superficie

portata volumetrica $[m^3/s]$

Per cui $\boxed{Q = \int_A V dA = U \cdot A}$
↳ velocità media

dove velocità media $\boxed{U = \frac{Q}{A}} = \frac{\int_A V dA}{A}$
queste sono velocità puntuali
tra quella al centro ed estremi condotto

esiste anche quella in massa $[kg/s]$ → $\dot{m} = \rho Q$
densità

Equazione di continuità
↳ bilancio di massa

È un bilancio di massa applicato ad un certo volume di fluido infinitesimo.

$$\boxed{\underbrace{\overset{①}{MASSA_{IN}} - MASSA_{OUT}}_{\text{attraverso superficie di contorno}} = \overset{②}{\text{VARIAZIONE DI MASSA}} \text{ (nel volume)}}$$

12

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{v}) = 0$ equazione di continuità (forma indefinita)

Scritta così vale per qualunque tipo di fluido

Se fluido incomprimibile ($\rho = cost$)

$\hookrightarrow \cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \cancel{\rho}\, div(\vec{v}) = 0 \Rightarrow \boxed{div(\vec{v}) = 0}$

$\Updownarrow$

$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0}$

Equazione globale continuità → poco utile. Nel caso di olio, che prevale solo per una corrente.

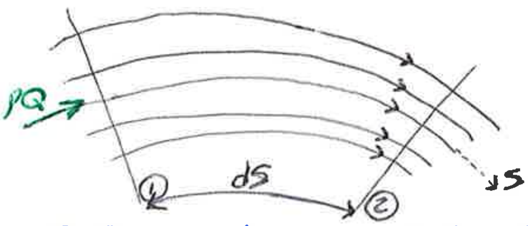
$\hookrightarrow$ equazione di continuità per una corrente

Corrente ⟷ moto 1D

$Q = Q(s,t)$

$v = v(s,t)$ ↳ velocità media

$A = A(s,t)$ ↳ area



Bilancio di massa in tale volume

↓

$M_{IN} - M_{OUT} = \Delta M$

$M_{IN} = \rho Q dt = \rho v A dt$

$M_{OUT} = \left(\rho Q + \frac{\partial \rho Q}{\partial s} ds\right) dt$ ↳ variazione lungo s

$\rightarrow M_{IN} - M_{OUT} = -\frac{\partial \rho Q}{\partial s} ds\, dt$ (a)

$MASSA(t) = \rho \underbrace{A ds}_{volume}$

$MASSA(t+dt) = \left(\rho A + \frac{\partial \rho A}{\partial t} dt\right) ds$

$\rightarrow \Delta M = \frac{\partial \rho A}{\partial t} dt\, ds$ (b)

$(a) = (b) \xrightarrow{\text{bilancio massa}}$ $\boxed{\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial \rho Q}{\partial s} = 0}$

Qui ho messo termini; ρ, A, Q.

Vale per qualunque tipo di fluido a moto 1D.

Ri-interna però per fluido incomprimibile → $\rho = cost$

$\hookrightarrow \boxed{\cancel{\rho}\left(\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s}\right) = 0}$

13

① + ② = ③ $\rightarrow \rho \bar{F}_m - \left(\frac{\partial \bar{\phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\phi}_z}{\partial z} \right) = \rho \bar{A}$

$$\boxed{\rho(\bar{F}_m - \bar{A}) = \frac{\partial \bar{\phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\phi}_z}{\partial z}}$$

accelerazione del fluido

$$\rho(\bar{F}_m - \bar{A}) = \operatorname{div} \bar{\Phi}$$

campo di forze di massa — tensore degli sforzi

11-10-17

Con $\Phi = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \sigma_y & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \sigma_z \end{bmatrix}$

Esprime il legame tra gli sforzi e l'accelerazione e quindi anche la velocità. Ciò che conta non è il valore assoluto degli sforzi, ma la differenza.

L'equazione scritta è generale e vale per qualunque tipo di fluido e di moto. Tale equazione è non lineare, da definizione di $\bar{A}$ che contiene $\bar{v}$ due volte.

Le grandezze in gioco sono:
- → velocità u, v, w
- → sforzi $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, τ_x, τ_y, τ_z
- → densità ρ

} 10 grandezze incognite. Nella statica v no e sforzi solo p.

Le equazioni viste fino adesso:

- continuità (1) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \bar{v}) = 0$
- indefinita dinamica (3) $\rho(\bar{F}_m - \bar{A}) = \operatorname{div} \bar{\Phi}$ ↳ 3 eq. scalari perché in x,y,z tale eq.
- equazione di stato (1) $\rho = \rho(p)$ o $\rho = \text{cost.}$

⇒ 5 equazioni, ma ho 10 incognite

Le 5 aggiuntive dicono la natura del fluido come si comporta.

↳ Sono quelle che ora si vedono, sono delle equazioni costitutive.

↓

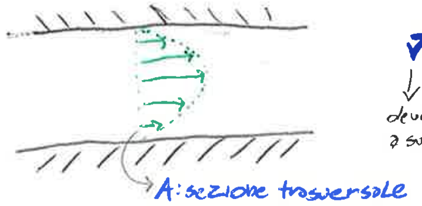
sforzi (σ, τ) ⟷ velocità deformazione $(\operatorname{grad} \bar{v})$

Equazione globale dinamica

Come quella per la statica pongo; integro la indefinita su un volume qualsiasi.

$$\underbrace{\int_W \rho \bar{F}_m \, dW}_{①} - \underbrace{\int_W \rho \bar{A} \, dW}_{②} = \underbrace{\int_W \operatorname{div} \bar{\Phi} \, dW}_{③}$$

Corrente 1D



$\vec{v} = v \cdot \vec{n}$ ↳ modulo
↓ deve essere ⊥ a sup.

$v_n = v$
↓ cioè no componenti tangenziali

↓

avremo che dire come

$$\boxed{\vec{M} = \vec{n} \int_A \rho v^2 \, dA}$$

↳ questo è velocità puntuale

Devo passare attraverso vel. media U.

Uso la velocità media U ↓

$$\boxed{\vec{M} = \beta \cdot \rho U^2 A \vec{n}} \; \boxed{= \rho Q U}$$

↳ tiene conto del profilo delle velocità. Nel disegno sopra

$\vec{M}$: quantifica QDM che entra ed esce dalla sup. nell'unità di tempo

$\beta = \dfrac{\int v^2 dA}{U^2 A}$ ↱ tale integrale già risolto

↳ ha due valori in base a moto laminare o turbolento

↳ coeff. di ragguaglio del flusso di Q.D.M.

• $\vec{I} = -\int_W \frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} dW$ inerzia locale. Entra in gioco quando $\vec{v}$ nel fluido sta cambiando.

↓

$\rho \, dW \to$ massa

$\rho \vec{v} \, dW \to$ QDM

$\vec{I} \to$ termine di variazione QDM nel volume.

segno meno: $\vec{v} \uparrow$ e $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} > 0$ ho creazione di una forza ($\vec{I}$) opposta a $\vec{v}$.

$\vec{v} \downarrow$ anche qui forza opposta. Qui se freno tendo ad andare in avanti, prima se acceleravo tendevo ad andare indietro con corpo.

↳ $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} < 0$

Occorre quindi applicare una forza che si oppone all'inerzia se voglio far cambiare $\vec{v}$ al fluido.

$\vec{I} = 0 \to$ moto permanente o uniforme $\left(\frac{\partial v}{\partial t} = 0\right)$

↳ cioè v non varia nel tempo

Il bilancio di tutte le forze viste deve risultare perciò pari a zero. Ora voglio particolareggiare le equazioni.

Dinamica dei fluidi perfetti

È il fluido in cui $\vec{\tau} = 0$ (come in statica) e quindi ↱ no sforzi tangenziali

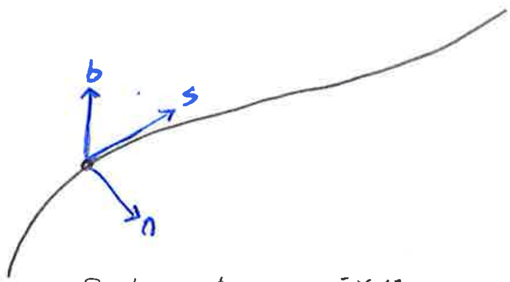
$$\Phi = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} = [p\vec{i}, p\vec{j}, p\vec{k}]$$

Solo componente lungo x ; solo lungo y ; solo z

$p\vec{i} \to \Phi_x$, $p\vec{j} \to \Phi_y$, $p\vec{k} \to \Phi_z$ → sforzi che agiscono su facce

$$\begin{cases} \tau_x = \tau_y = \tau_z = 0 \\ \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p \end{cases} \to \text{equazioni costitutive}$$

15



s; longitudinale
n; normale e diretta verso il centro di curvatura di quel punto
b; binormale, ⊥ alle prime due.
Il s.r. non è fisso nello spazio.

Prendo s.r. intrinseco, non più x, y, z.

Devo scrivere $\vec{A} = \frac{D\vec{v}}{Dt}$ e vedere come si scrive in tale s.r.

↳ $[A_s, A_n, A_b]$

Dove $A_s = \frac{Dv}{Dt}$ [v: modulo di $\vec{v}$]

↳ cioè dove si muove il fluido

↳ risente di variazione modulo della velocità, no direzione

$A_n = \frac{v^2}{R}$ (acc. centripeta)

↳ raggio di curvatura

↳ tiene conto delle variazioni di direzione

$A_b = 0$ sempre, perché A è variazione di una velocità e proprio per definizione essa può variare in modulo o direzione.

Sostituisco in equazione di prima:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial s} = -\frac{1}{g}\frac{Dv}{Dt} \\ \frac{\partial h}{\partial n} = -\frac{v^2}{gR} \\ \frac{\partial h}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

Ne deriva come cambia carico piezometrico nelle tre direzioni. Analizzo essa solo lungo s e poi nelle altre direzioni.

$$\frac{\partial h}{\partial s} = -\frac{1}{g}\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{g} v \frac{\partial v}{\partial s}$$

↳ come già visto. Lo spazio mi compone in due punti

$$v\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{1}{2}\frac{\partial v^2}{\partial s}$$

così non ho più v che moltiplica la derivata ed essendo che non è una costante mi dava fastidio.

Sostituendo → $\frac{\partial h}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{v^2}{2g}\right) = -\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$ e quindi $\frac{\partial}{\partial s}\underbrace{\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)}_{\text{carico totale } H} = -\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$

↳ porto dentro tanto sono costanti

Il carico totale $\boxed{H = h + \frac{v^2}{2g} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}}$ **Trinomio di Bernoulli**

↳ termine cinetico Di E_c del fluido

16

$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = cost \rightarrow \underbrace{\gamma z}_{\simeq 0} + p + \frac{1}{2}\rho v^2 = cost$ $\qquad \gamma = \rho g$

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 = cost}$$

Teorema di Bernoulli per un gas

↳ Legame tra p, v
In statica → v=0,
ovvero p=cost.

Guardo ora cosa succede in direzione perpendicolare al moto
↓
nel piano (n, b)

$\frac{\partial h}{\partial n} = -\frac{v^2}{gR} \qquad \frac{\partial h}{\partial b} = 0$

→ lungo b; h=cost

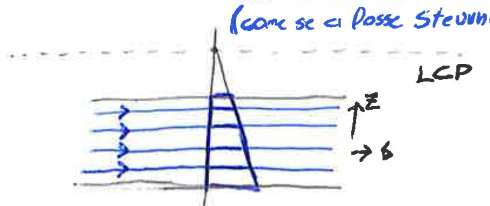
lungo n; dipende dalla curvatura → nulla
↳ o costante

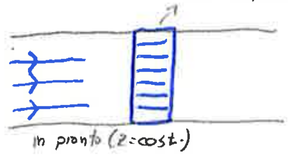
. Se curvatura nulla/costante →

corrente gradualmente variata
- traiettorie ≈ rettilinee
- $\frac{1}{R} \simeq 0 \leftrightarrow R \rightarrow \infty$

$\frac{\partial h}{\partial n} = 0 \qquad h = cost.$ su $\{n, b\}$

⇓
come in statica
(come se ci fosse Stevino)

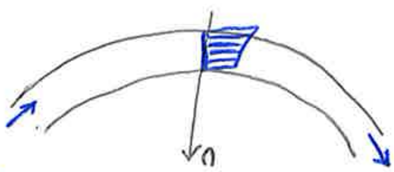




. Se curvatura ≠ 0

$\frac{\partial h}{\partial n} = -\frac{v^2}{gR} \neq 0$ il carico diminuisce lungo n.

Allontanandosi pressione in quanto h non più costante.



17

Portata → $Q = V_{eff} \cdot A_c$

area sezione contratta, non quella del foro

sezione contratta

$A_c = C_c \; A$

C_c → coeff. di contrazione (dipende dalla geometria della Luce)

A → Luce

→ per $d \ll h$ $c_c \simeq 0.61$

Quindi ↘

$$\boxed{Q} = C_v\sqrt{2gh} \cdot (C_c \cdot A) =$$

$$= \boxed{C_v C_c \, A\sqrt{2gh}}$$

$C_v C_c$ → coeff. di efflusso → ingloba coeff. contrazione e velocità

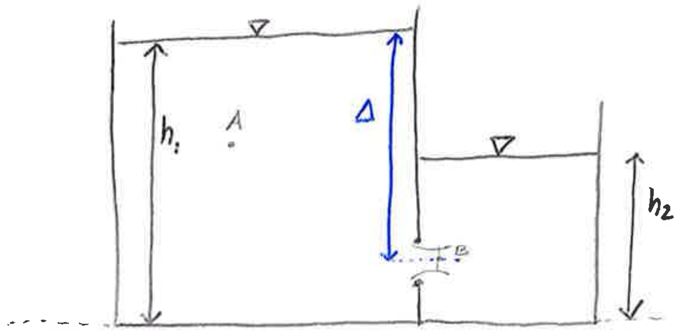
dove $C_v C_c = \mu \simeq 0.6$

$$\boxed{Q = \mu A \sqrt{2gh}}$$

Per ottenere i valori di h e μ.

μ → 0.6 per $d \ll h$

EFFLUSSO LATERALE (con luce sommersa)



Anche qui avremo contratta.

$$\underbrace{z_A + \frac{P_A}{\gamma}}_{h_1} + \underbrace{\frac{V_A^2}{2g}}_{\to 0} = \underbrace{z_B + \frac{P_B}{\gamma}}_{h_2} + \frac{V_B^2}{2g}$$

Voglio $V(h_1, h_2)$.

h_2 → stesso ragionamento di p di prima

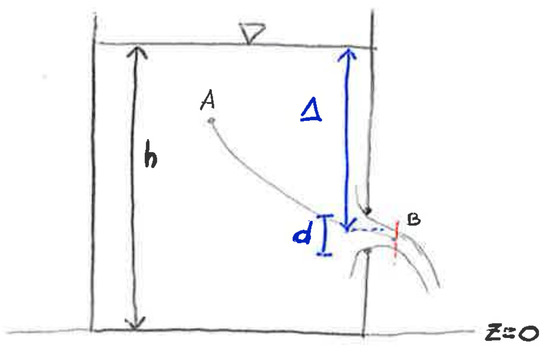
$$\boxed{V_B = \sqrt{2g\,(h_1 - h_2)}}$$

conta la differenza di carico.

$$\boxed{Q = \mu A \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}$$

μ → 0.6

EFFLUSSO LATERALE LIBERO



$$\underbrace{z_A + \frac{P_A}{\gamma}}_{h} + \underbrace{\frac{V_A^2}{2g}}_{\to 0} = z_B + \underbrace{\frac{P_B}{\gamma}}_{\to 0} + \frac{V_B^2}{2g}$$

Su ciascun getto ho $P_{atm} = 0$ ossia P_{atm}. Dato getto $b \neq$ cost. poiché ~~[illegible]~~ curve. Getto è soggetto a forza gravità; caduta libera → p = cost.

Part. alle non risentono di quelle sovrastanti e quindi non sento più la p come in serbatoio.

$P_B = 0$

18

Anemometro a ventola

Stesso principio del mulinello. Si usa in aria questa volta, quindi per avere anche portatile. $V_{aria} > V_{acqua}$ di media, questo va bene per velocità di aria non troppo alte. Per velocità maggiori → anemometro a coppette. Di norma installati a stazioni meteo.

Ha bisogno di tenerlo orientato come il tubo di Pitot, no.

Misura del modulo della velocità. La banderuola invece mi dà direzione del moto.

Anemometro a filo caldo

Strumento portatile e permette misure in tubazioni. C'è una sonda con due punte conduttori, che reggono filo in W o Pt di spessore con resistenza. Quando filo investito da corrente si raffredda e T varia. Grazie al ΔT riesco a misurare la velocità dell'aria. Posso lavorare a T=cost. o tensione cost. per trovare la velocità. Va bene per misure puntuali.

ADV - acoustic doppler velocimeter

Il segnale mandato sono onde acustiche non percepibili da orecchio umano. Funziona sia in aria che acqua. Il pallino centrale è sorgente onde acustiche, le tre aste sono i ricevitori. Ogni ricevitore dà una componente e quindi ricostruzione 3D. Onde colpiscono sedimenti o impurità in acqua e riflettono su antenne, con la ricostruzione. Ho uno shift di frequenza tra emissione e ricezione e tale variazione è proporzionale a V fluido. Possono non funzionare bene in caso d'acqua poco profonda.

LDV - laser doppler velocimeter

Qui onda è luminosa. Fascio di luce con determinata lunghezza d'onda λ. Si prende lungo punti trasparenti perché luce non attraversa e non misura. Il raggio passa attraverso splitter che lo divide in due di stessa λ, e poi tornano a incontrarsi di nuovo fascio e lì lo misura. In quel punto i due raggi si incrociano, hanno stessa λ e formano nuovi fronti d'onda interferenze. Avrò alternanza luce-ombra in base a come si incrociano i picchi e le distanze sono note e particelle che passano in zone illuminate riflettono, in zone buie scompaiono. Misuro il tempo di intervallo, distanza la so e $v = \frac{s}{t}$ e trovo la velocità. Le distanze tra i fronti d'onda sono molto piccole. Una coppia di raggi misura una sola componente. Questa è la misura più precisa che si possa fare.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 234

Si ricavano i valori di α

↳ moto
→ Laminare; moto regolare, traiettorie non si mescolano
$\alpha = 2$
$\beta = \frac{4}{3}$
→ Turbolento; mescolamento traiettorie
$\alpha \simeq 1$
$\beta \simeq 1$

↓

I due hanno diversi profili di velocità

In equazione dinamica → $M = \beta \rho Q U$

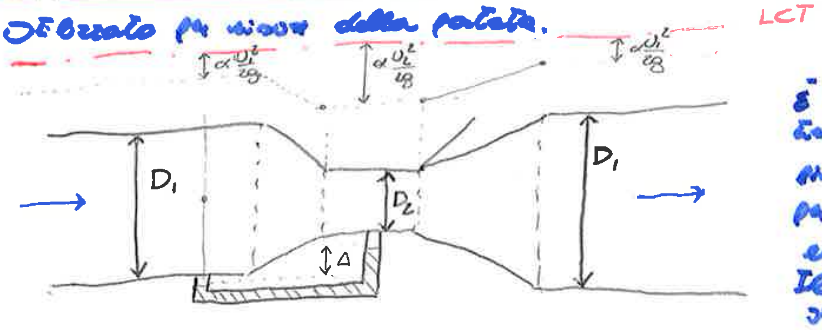
↳ correttivo perché uso U e non V

con $\beta = \frac{\int_A v^2 dA}{U^2 A}$

Di norma i casi sono di moto turbolento.

Applicazioni venturimetro

Utilizzato per misure della portata.



È fatto da settori [illegible] raccordate. Tratto convergente più corto di quello divergente per non avere dissipazione di energia. Il divergente ha quindi un senso.

Misura è un'altezza di carichi. So che $U = \frac{Q}{A}$. Tra 1 e 2 la p si sta abbassando. Allora Q tramite Bernoulli → $h_1 + \alpha \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \alpha \frac{U_2^2}{2g}$ se sono in moto turbolento $\alpha \simeq 1$

$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} = h_1 - h_2$ La parte destra sarà nota, sostituendo legami Q, U, A.

↳ misuro h_1 prima venturimetro e h_2 in venturimetro

↳ $\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right) = h_1 - h_2 \Rightarrow \boxed{Q = \sqrt{2g(h_1 - h_2)\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right)^{-1}}}$

↳ Le aree sono note

↓

$Q \propto \sqrt{\Delta h}$ Questo vale sempre.

Venturimetro → direttamente Q
Pitot → U, poi Q

26-10-17

Misure di portata

- **VENTURIMETRI**
  Sta a monte e a valle dello sifone.
- **DIAFRAMMI E BOCCAGLI**
  Per primi, un tubo con restringimento che fa aumentare V, proprio come in venturimetro. Misura p a monte e a valle e con- la portata. Boccaglio invece ha restringimento raccordato. Tali elementi però generano grandi perdite di energia. Ingombro minore di venturimetro.

20

Allora in c pressione è minore di quella atmosferica. Tra c,4 non si applica Bernoulli; ho moti vorticosi, sperimentali che danno P_c.

$$\frac{P_c}{\gamma} = -\frac{3}{4}\underbrace{h}_{\text{battente}}$$

Maggiore carico e più depressione. La piezometrica ha un minimo in C. In generale quando ho sezione contratta la piezometrica fa così. Ora applico Bernoulli a $H_{serb} = H_c$ con $H_c = h$

qui v è medio

$$h = \underbrace{z_c}_{0} + \underbrace{\frac{P_c}{\gamma}}_{-\frac{3}{4}h} + \alpha\frac{v_c^2}{2g} \qquad \alpha \simeq 1$$

$$\frac{7}{4}h = \underbrace{\frac{v_c^2}{2g}}_{\text{termine cinetico nella sezione contratta}} \rightarrow \boxed{v_c = \sqrt{2g\frac{7}{4}h}}$$

Senza tubo non avevo $\frac{7}{4}$. L'aspirazione mi dà v maggiori ①

area in sez. contratta

$$\boxed{Q} = \underbrace{A_c}_{C_c \cdot A}\cdot(c_v \cdot v_c) = C_c \cdot A \cdot c_v\sqrt{2g\frac{7}{4}h} = \underbrace{C_c\, c_v\sqrt{\frac{7}{4}}}_{\mu}\, A\sqrt{2gh} = \boxed{0.8A\sqrt{2gh}}$$

C_c: coeff. riduzione; A: area tubazione; μ: coeff. efflusso $\simeq 0.8$

Maggiore rispetto a luce senza tubo.

La legge trovata funziona solo in alcuni casi. A crescere di h, p diminuisce ma fino ad una certa scala, ovvero con $P_{ass} = 0$ sotto non posso.
$P_{rel} = -1$

Cioè solo se $P_{ass} - P_{atm}$ in termini relativi. Quindi deve $\frac{P_c}{\gamma} > -\frac{P_{atm}}{\gamma}$

$$-\frac{3}{4}h > -\frac{P_{atm}}{\gamma} \rightarrow \boxed{h < \frac{4}{3}\frac{P_{atm}}{\gamma}}$$

Dopo tale h la legge non è più valida. In acqua circa 13 [m].

Se $h > \frac{4}{3}\frac{P_{atm}}{\gamma} \longrightarrow P_c = -P_{atm}$

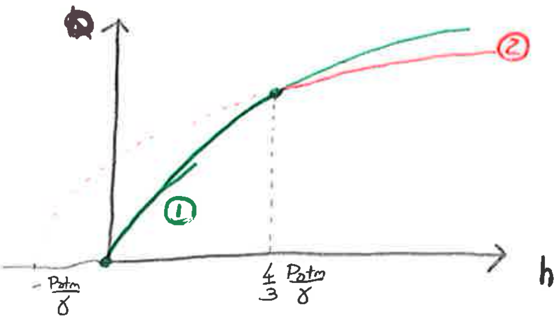
cioè ho raggiunto fondo scala e sotto non posso

Bernoulli:

$$h = z_c + \frac{P_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} = -\frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g}$$

$$\boxed{v_c = \sqrt{2g\left(h + \frac{P_{atm}}{\gamma}\right)}}$$

$$\boxed{Q} = (C_c A)\, c_v v_c = \boxed{\underbrace{C_c c_v}_{0.6 \text{ coeff. efflusso}} A\sqrt{2g\left(h + \frac{P_{atm}}{\gamma}\right)}} \quad ② \quad \text{per } h > \frac{4}{3}\frac{P_{atm}}{\gamma}$$



② Curva più distante di ①
Il tubo deve essere lungo circa n·D.
Con D diametro ed n piccolo numero > di 1

Fin qui moti permanenti.

con $\bar{T} = \int_W \mu \nabla^2 \bar{v}\, dW$

integrale su volume di ultima parte.
È contributo sforzi tangenziali.

$\bar{T} = \mu \int_W \nabla^2 \bar{v}\, dW = \mu \int_W div(grad\, \bar{v})\, dW =$

viscosità

$= \mu \int_A \underbrace{grad\, \bar{v}\, \bar{n}}\, dA = \mu \int_A \frac{d\bar{v}}{dn}\, dA$

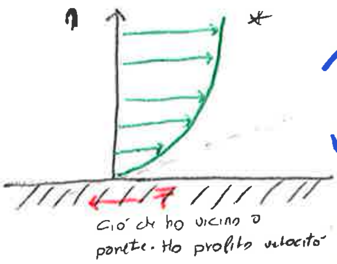
Gauss su area.

componenti derivate in x,y,z di $\bar{v}$

derivata velocità rispetto direzione normale

⇓

risultante sforzi tangenziali sulla sup. di contorno.



$\mu \neq 0$ → cioè fluido reale

↓

$v = 0$ a contatto parete

↓

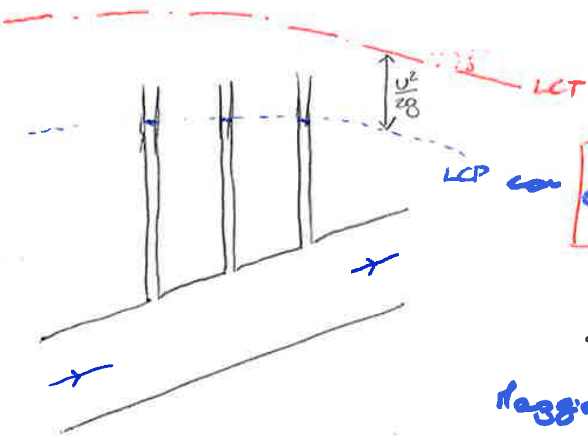
Il fluido avrà gradienti di $\bar{v}$ ed in particolare nelle zone più vicine alla parete.

Posso dire che c'è forza ← $\frac{d\bar{v}}{dn} \neq 0$
dovuta a sforzi
tangenziali $\bar{T} \neq 0$. Direzione è opposta al moto, $\frac{d\bar{v}}{dn} > 0 \longrightarrow T < 0$ (opposta al moto)

$\bar{T}$ una degli elementi che dissipano energia. Devo quindi definire che cos'è la dissipazione di energia.

<u>Dissipazioni di energia</u>

Ho: aspetto che H diminuisca. Inclinazione correlata con lo attrito nei condotti.



LCP con $\boxed{j = -\frac{dH}{ds}}$ cadente piezometrica o pendenza motrice

inclinazione di LCT

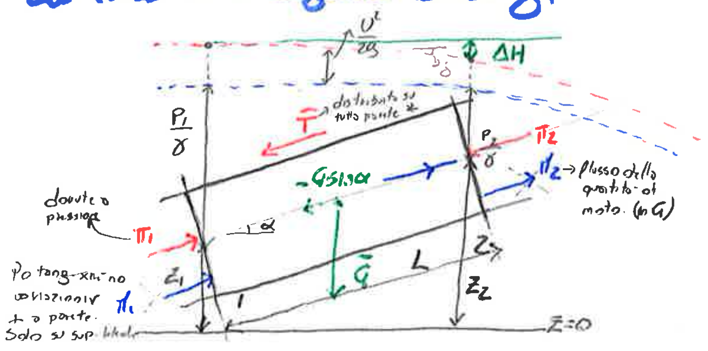
Di solito $j < 1$.

xké derivata < 0 perché diminuisce. Così $j > 0$.
È $[-]$

Maggiore Q e maggiore j.

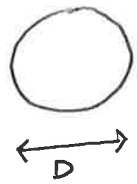
h diminuisce non è costante, se $D = cost.$ allora LCP ha stessa j di LCT.

La forza $\bar{T}$ è legata alla j.



Faccio bilancio di forze per $\bar{T}$.
Ho: consapevole di perdite energia perché p diminuisce.
A: sezione condotto

es. condotta circolare (in pressione)



$$R = \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

Ri: parlare di grandezze Raggio a sezioni non circolari

. Correnti a superficie libera

$R = R(D, y)$
↳ funzione di diametro e livello acqua

25-10-17

REGIME DI MOTO

. Laminare
. Turbolento

Faccio riferimento a numero di Reynolds.

$$\boxed{Re = \frac{\rho v \ell}{\mu} = \frac{v \ell}{\nu}}$$

ℓ → lunghezza tipica in questione
μ ↳ viscosità dinamica

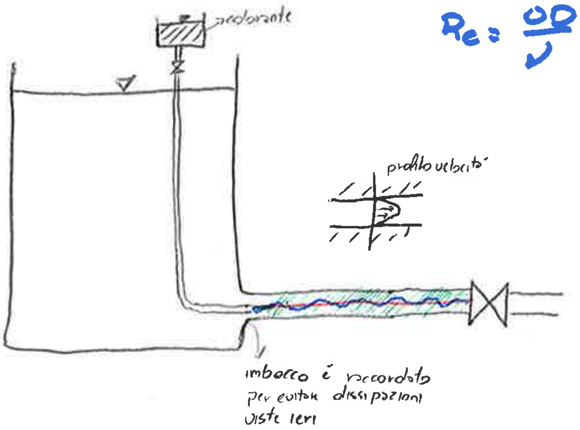
condotte circolari → $\ell = D$ → diametro

$Re < Re_{crit} \simeq 2000$ → laminare

$Re \gg Re_{crit}$ → turbolento (se $Re > 10^4$ sicuro che è turbolento)

Nei casi intermedi dipende.

<u>Esperimento di Reynolds</u>



$Re = \frac{vD}{\nu}$

modo più semplice per regolare Re è cambiare la velocità. Basta aprire di più o di meno valvola

$v \nearrow$, $Re \nearrow$

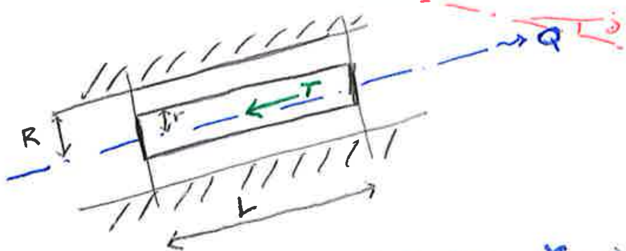
. Da Re bassi → laminare colorante viaggia parallelamente al tubo, profilo delle velocità. Ogni traiettoria è indipendente dalle altre.

Se aumento Re invece, fino Re > 2000, ma non troppo, per restare in transizione. Il colorante inizia ad ondulare. Quindi c'è qualche componente trasversale di v.

Se Re >> 2000, moto turbolento. Il colorante sparisce completamente, si disperde in tante micro goccioline in acqua. Mescolazione è molto rapida. Ho completo miscelamento. Componenti trasversali v sono intense, e quindi sono date da vortici che si creano all'interno del fluido. In questo caso ho molta più dissipazione di energia.

Profilo sforzi tangenziali

Siamo ancora in moto laminare. So che $T = \gamma W j$ invece lo sforzo $\tau_0 = \gamma R j$ dove $R = \frac{D}{4}$ per condotte circolari: questo era a parete. Ora vado a vedere cosa succede dentro il fluido. Profilo sforzi tang. è molto legato a quello di velocità.



Prendo un cilindro più piccolo della condotta. Faccio stessi calcoli di ieri su tale cilindro. So perché lavoro con T del cilindro.

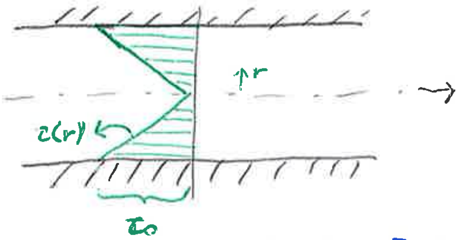
$$T = \gamma W j = \gamma \pi r^2 \cdot L j \qquad \tau = \frac{T}{A_{lat}} = \frac{\gamma \pi r^2 L j}{\underbrace{2\pi r}_{perimetro} \cdot L} = \boxed{\frac{\gamma r}{2} j}$$

confronto i due sforzi:

Invece quello a parete $\tau_0 = \gamma R j = \gamma \frac{R}{2} j$

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\gamma \frac{r}{2} j}{\gamma \frac{R}{2} j} = \frac{r}{R} \rightarrow \boxed{\tau(r) = \tau_0 \frac{r}{R}}$$

così sforzo in un punto qualsiasi fluido è prop. a sforzo a parete per lineare.



Vedo come si comportano gli sforzi all'interno di un fluido in movimento. Andamento è di tipo lineare.
Se ho τ_0, gli altri li conosco tutti.

Gli sforzi tangenziali costanti perché da T, τ_0. L'andamento è per tutti i tipi di sforzi tangenziali in un fluido.

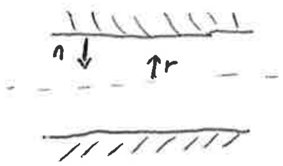
in laminare solo per viscosità; in turbolento si aggiungono altri tipi di sforzi.

Profilo di velocità

→ è in moto laminare

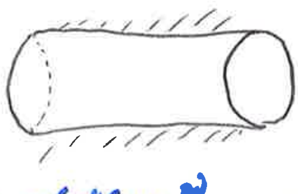
$$T = |\bar{T}| = \text{non considero segno} = \mu \int_A \frac{dv}{dn} dA$$

a)



$$\frac{dv}{dn} = -\frac{dv}{dr}$$

b)



su A_{lat}: $(r = cost)$

$$\frac{dv}{dr} = cost.$$

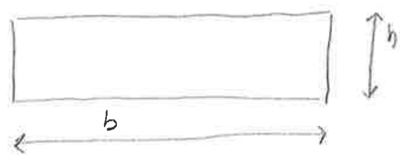
area di contorno

$$T = \mu \int_A \frac{dv}{dn} dA \overset{a)}{=} -\mu \int_A \frac{dv}{dr} dA \overset{b)}{=} -\mu \frac{dv}{dr} \int_A dA = -\mu \frac{dv}{dr} 2\pi r L \quad (1)$$

In sezione circolare $R = \frac{D}{4}$

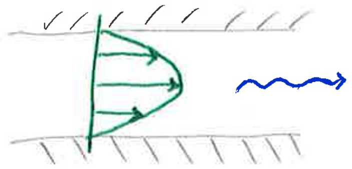
Se scrivo U in questi termini ovvero → $U = \frac{1}{2}\frac{\gamma j}{\mu}R^2$ vale per sez. circolare

Confronto con una sezione rettangolare larga → $b \gg h$



$R = \frac{bh}{2b + \underbrace{2h}_{NO}}$ ✗ se è piano

$\simeq \frac{bh}{2b} = \frac{h}{2}$ raggio idraulico sez. ret. larga



Ancora profilo parabolico

$U = \frac{1}{3}\frac{\gamma j}{\mu}R^2$ confronto per sez. circolare, in cui $\frac{1}{3}$ e no $\frac{1}{2}$. 0,Q ...

I due casi visti sono estremi. Di norma le sezioni più comuni sono una via intermedia.

In generale $\boxed{U = a\frac{\gamma j}{\mu}R^2}$ con a compreso tra $\frac{1}{3}$ ▭ e $\frac{1}{2}$ ○

MOTO TURBOLENTO

Per $Re \gg 2000$ → moto laminare instabile. Il profilo di prima non è più stabile.

. Fluttuazioni di velocità, cioè se misuro nel tempo il valore di V, non più costante, ma varia nel tempo

A un andamento valore medio.

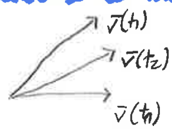
Fluttuazioni anche su pendenze cioè U apparente varia nel tempo in modo casuale.

. Se analizzo cosa succede al moto come se scomponibile in due: moto medio + fluttuazioni casuali (caotici)
↳ responsabili del rimescolamento

• Sforzi tangenziali turbolenti (τ_{turb}); sono aggiuntivi rispetto quelli di viscosità di moto laminare. Modificano il campo di moto

. Dissipazioni energetiche (j) maggiori; aumenta perdite nel moto medio ...

Si analizzano le fluttuazioni dando allora la decomposizione di Reynolds (una relativa a moto medio ed una a turbolenza).



velocità vario istante per istante

$v = \underbrace{\bar{v}}_{\text{valore medio}} + \overbrace{v'}^{\text{oscillazione/agitazione turbolenta}}$

$\tau_{turb} = \rho \overline{u'v'} < 0$ opposto al moto (come gli sforzi viscosi).

Se ho $v'>0$ (fluido verso alto, da vicino a parete a zona più veloce)
↓
Tale zona viene rallentata:
$u'<0$
↳ oscillazione negativa. Lo vedo nel grafico. Vale il viceversa

Inoltre quindi non portano contributi a moto medio ma dissipano solo energia.
Gli sforzi turbolenti sono anche detti di Reynolds. Guardo da dove derivano con l'equazione globale.

Equazione globale dinamica (moto turbolento)

In generale $\vec{G} + \vec{F_c} + \vec{M} + \vec{I} = 0$ con $\vec{F_c} = \vec{\Pi} + \vec{T}_{visc}$
↳ pressioni/sforzi normali
↳ sforzi tang. viscosi

$\left(\vec{T}_{visc} = -\int \mu \frac{d\vec{v}}{dn} dA\right)$ In moto turbolento le grandezze oscillano nel tempo.

$\vec{\Pi}, \vec{M}, \dots$ hanno fluttuazioni nel tempo. Allora applico la media ai termini:

es. $\bar{\vec{\Pi}} = \frac{1}{T}\int_0^T \vec{\Pi}\, dT$ per definizione $= \frac{1}{T}\int_0^T \int_A p\vec{n}\, dA \cdot dT =$ ho così integrale doppio, in spazio e tempo. L'unica cosa che varia è la pressione p.

$$= \int_A \frac{1}{T}\int_0^T (\bar{p}+p')\, dT \cdot \vec{n}\, dA = \int_A \bar{p}\, \vec{n}\, dA + \cancel{\int_A \bar{p'}\, \vec{n}\, dA}$$

↳ scambiato integrali e scomposto la p.
↓ media della pressione media
↳ è nullo. Perché è media di una fluttuazione
↳ 0

Dunque $\bar{\vec{\Pi}} = \int_A \bar{p}\, \vec{n}\, dA$ conta solo $\bar{p}$ (no turbolenza su Π)
↳ calcolato con pressione media. Cioè qui non ho componenti di fluttuazioni.

Risultato di $\vec{\Pi}$ vale per tutti tranne che per $\vec{M}$.
↳ Perché $\vec{\Pi}$ e altri sono lineari. ↳ Lui no lineare.

$\vec{M} = \int_A \rho \vec{v} v_n\, dA$
↳ due volte velocità e no lineare.
Usciranno i termini turbolenti.

applico la media → $\frac{1}{T}\int_0^T \int_A \rho \vec{v} v_n\, dA \cdot dT = \rho \int_A \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T \vec{v} v_n\, dT}\, dA$ ①

$\vec{v} v_n = (\bar{\vec{v}}+\vec{v'})(\bar{v}_n + v_n') \Rightarrow \overline{\vec{v} v_n} = \bar{\vec{v}} \cdot \bar{v}_n + \cancel{\bar{\vec{v'}}\, \bar{v}_n} + \bar{\vec{v}}\, \cancel{\bar{v_n'}} + \overline{\vec{v'} v_n'}$

↳ componente normale
→ media solo a v!
↓ gli unici che danno valori è prodotti di costanti o fluttuazioni
↳ 0 perché solo della fluttuazione
↳ 0
↓ $\neq 0$

Torno a ① $= \rho \underbrace{\int_A \bar{\vec{v}} \cdot \bar{v}_n\, dA}_{\bar{\vec{M}}} + \rho \underbrace{\int_A \overline{\vec{v'} v_n'}\, dA}$

contributo del moto medio (come se non turb)
contributo turbolenza ($\vec{T}_{turb}$)

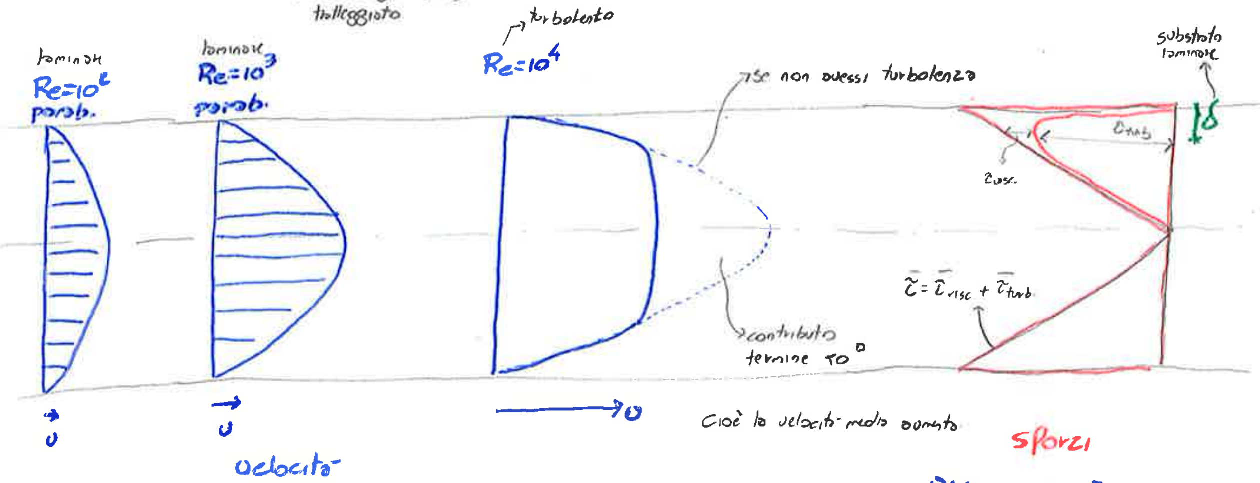
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 234

Allora $\text{cost.} = \dfrac{\gamma j}{4\mu} R^2 + \dfrac{\rho}{\mu}\displaystyle\int_0^R \overline{u'v'}\, dr$

quindi $\boxed{\bar{u}(r) = \underbrace{\dfrac{\gamma j}{4\mu}(R^2 - r^2)}_{\text{come moto laminare}} + \underbrace{\dfrac{\rho}{\mu}\displaystyle\int_{r}^{R} \overline{u'v'}\, dr}_{<0}}$

Il profilo velocità ha un primo pezzo laminare e poi turbolenza, cioè tolgo parabola. Ho velocità più basse vicino e non avrei turbolenza.

↳ cioè tolgo il pezzo tratteggiato



Vicino a parete prevalgono gli sforzi viscosi; unico sforzo.

Zona vicino a parete ha nome substrato laminare (o viscoso). Vicino a parete velocità basse e quindi niente oscillazioni.
Distante parete avrei turbolenza e quindi velocità; profili coincidono, poi nel centro avrei solo turbolenti gli sforzi e quindi ? si distaccano dal profilo del moto laminare.

$\bar{\tau}_{turb} \propto \dfrac{d\bar{u}}{dr}$

$\bar{\tau}_{turb} \to 0$

$\dfrac{d\bar{u}}{dr} \to 0$ cioè velocità quasi costante, profilo circa piatto

7-11-17

Dissipazioni di energia

In moto turbolento entra in gioco la scabrezza e conta per le dissipazioni.

Approccio per quantificare la scabrezza ha nome di scabrezza equivalente. (Nikuradse)

qui cambiano le dissipazioni a seconda magari. Modo. Questo esempio ideale.

27

PARETE SCABRA
↓

$$\frac{u(y)}{u_*} = \frac{1}{k}\ln\left(\frac{y}{\varepsilon}\right) + C''$$

Legge così ovunque, in quanto non più strato laminare. Qui non più rugosità viscosa infatti; ma ε, scabrezza.

$\left(\begin{matrix} k = 0.4 \\ C'' = 8.5 \end{matrix}\right)$

In base a tali profili si trovano i coeff. di ragguaglio già incontrati e come visto in moto turbolento, coeff $\simeq 1$
↓

cioè tiene conto forma profilo velocità

carico totale $H = h + \alpha \frac{U^2}{2g}$

Li ho perché ho la U cioè velocità media e non punto per punto.

Primo q.d.m. $M = \beta \cdot \rho Q U$

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 dA}{U^3 A} \begin{cases} 2 & \text{laminare} \\ \simeq 1 & \text{turbolento } (1.04-1.06) \end{cases}$$

$$\beta = \frac{\int_A u^2 dA}{U^2 A} \begin{cases} \frac{4}{3} & \text{laminare} \\ \simeq 1 & \text{turbolento } (1.02-1.03) \end{cases}$$

Più vicino ad uno e più profilo è piatto. Se piatto allora è costante la velocità; o meglio il profilo.

Io però voglio le dimensioni. Ad oggi non si ha ancora analitica, ma con processo di analisi dimensionale.
Otteniamo il teorema π (Buckingham), permette di costruire numeri adimensionali, sintetizzando la mia dipendenza e trovando ciò che cerco. Usato in analisi dimensionale
↳ legame tra numero di grandezze rispetto loro dimensioni (m, kg, s...)

$a_1 = f(a_2, a_3, \dots a_N)$ N, numero grandezze in gioco. Sono di tipo dimensionale.

Posso costruire grandezze adimensionali (π)
⇓

$\pi_1 = \phi(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{N-M})$

M, numero di grandezze dimensionalmente indipendenti. Cioè dimensioni non dipendono tra di loro.

3 in idraulica (massa, tempo, velocità)

legame tra N-M gruppi adimensionali (π_i)

cioè numero di prima si riduce di M. Se ne avevo 5-3 allora solo 2 adimensionali

Riesco così a ridurre il numero di grandezze in gioco. Inoltre i numeri π_i → significato fisico rilevante.

devo avere più tubazioni per poter variare ciò.

Dopo tutto io trovo f. In Re ho $(\bar{V}, D, \nu)$.

le ricavo con tubicino

per poter variare devo cambiare fluido

Interessa variazione solo Re, allora basta solo far variare $\bar{V}$ e così in modo implicito varia anche Re.

28

Ora quindi $\frac{\tau_0}{\rho U^2} = f(Re, \frac{\varepsilon}{D})$. A noi interessa di più j.
↳ dal Buckingham

$\tau_0 = \gamma \frac{D}{4} j \to 8 \frac{\gamma \frac{D}{4} j}{\rho U^2} = \frac{8 D j}{4 U^2 \cdot \frac{2g}{2g}} \cdot \frac{1}{8} \frac{Dj}{\frac{U^2}{2g}}$

così termine cinetico

$\frac{1}{8} \frac{Dj}{\frac{U^2}{2g}} = f(Re, \frac{\varepsilon}{D})$

↳ λ: fattore di attrito
(indice di resistenza) → scabrezza relativa. Tiene conto di proprietà parete

0,1 perdite $\frac{1}{10}$ di carico

$\lambda = \frac{Dj}{\frac{U^2}{2g}} = \phi(Re, \frac{\varepsilon}{D})$ fattore $\frac{1}{8}$ è una costante, ininfluente

adimensionale

La uso per calcolare j, in funzione delle altre grandezze.

adimensionale

$\Rightarrow \boxed{j = \lambda \frac{U^2}{2gD}}$ con $\lambda = \lambda(Re, \varepsilon/D)$

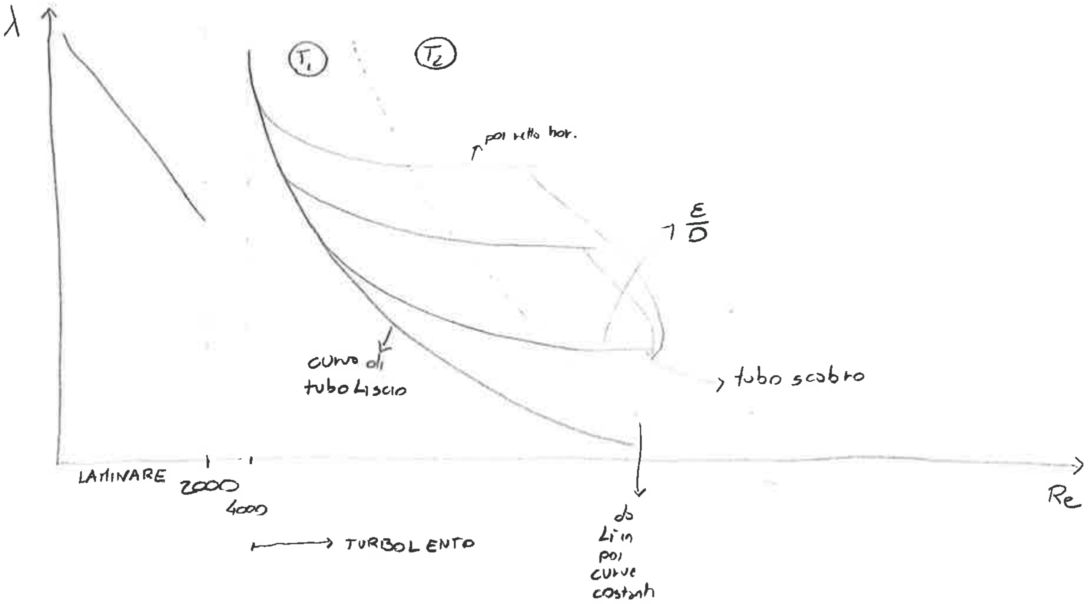
legge di Darcy-Weisbach

Mi permette di trovare le perdite di carico dovute alle dissipazioni.
Se aumenta energia cinetica aumenta j e j aumenta per D minori.

Per j mi serve calcolare λ, che sarà di tipo sperimentale.

DIAGRAMMA DI MOODY (come varia λ in funzione Re e $\frac{\varepsilon}{D}$)

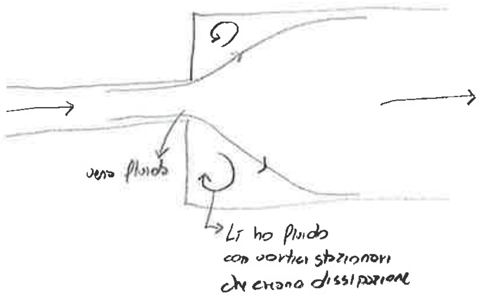
Assi sono logaritmici

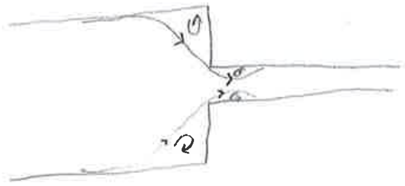


Più curve in funzione delle $\frac{\varepsilon}{D}$. $\nearrow \frac{\varepsilon}{D}$, curve più in alto nel diagramma.

Laminare: $\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}}$ osserva la curva, è retta. Lineare no scabrezza.
Trovato sperimentalmente. In Darcy, se la metto trovo risultato ottenuto in moto laminare.

29





Diversa situazione di flusso. Ho doppia creazione di vortici. Diverso campo di moto e diversa perdita.
Allargamenti creano più dissipazioni che restringimenti, perché in questi ultimi dove zona non ? minori e quindi dissipazioni minori.

$$\boxed{\Delta H_{conc.} = K \frac{v^2}{2g}}$$

→ termine cinetico

→ dipende da geometria che analizzo

↗ v ↗ $\bar{v}$ vortici ↗ dissipazioni

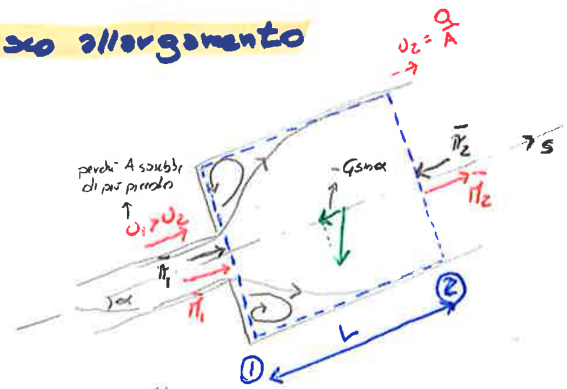
Se Re molto elevati → $K = K(Re, \text{geometria})$

8-11-17

Perdite di carico:
- distribuite $\boxed{\Delta H = jL}$
- concentrate $\boxed{\Delta H = K \frac{v^2}{2g}}$

Ora ci occupiamo solo quelle concentrate.

. brusco allargamento



allargamento in distanza $\sim D$.
Devo prendere dei volumi per bilancio di forze.
A_j sez. dentro maggiore.
Scrivo eq. globale dinamica al volume:
ipotesi:
- $\Delta H_{dist.} \simeq 0 \leftrightarrow T = \gamma W j = \gamma A L j$ ($\Delta H_{dist} \simeq 0$) — T → risultante forze tangenziali
- distribuzione idrostatica pressioni in sezione ①. Il volume come piezometrico. A rigore non sarebbe per la presenza dei vortici:
- $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ permanente

qui ci sarebbe la turbolenza ma tutto brut

→ è un flusso netto $M_{in} - M_{us}$

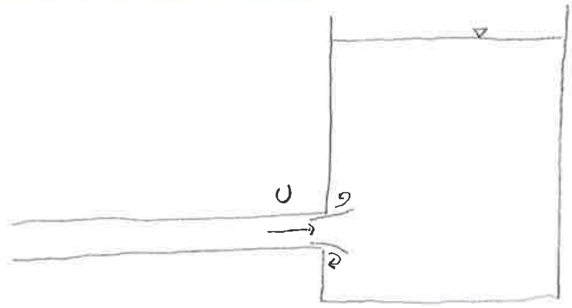
$$\bar{G} + \bar{\Pi} + \underbrace{\bar{T}}_{\simeq 0} + \bar{M} + \underbrace{\bar{I}}_{= 0} = 0$$

Proietto eq. lungo s, cioè direzione del moto:

$$-G\sin\alpha + \Pi_1 - \Pi_2 + M_1 - M_2 = 0$$

30

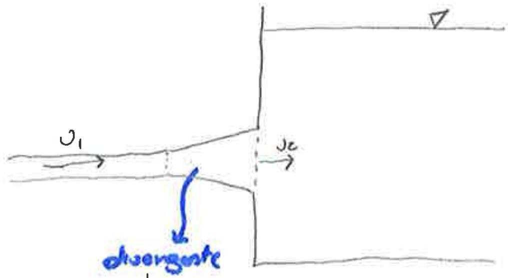
• perdite di sbocco



Parto da formula di brusco allargamento, ma con $v_2 = 0$ e $v_1 = v$.

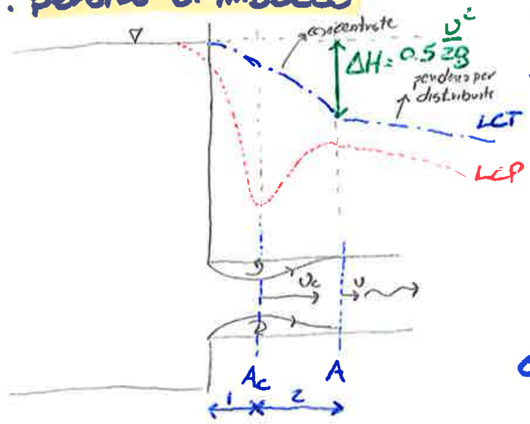
Quindi $\boxed{\Delta H = \frac{v_1^2}{2g}}$ → termine cinetico del fluido. Dissipato tutto en. cinetica in quanto fluido si deve fermare.

Per risparmiare energia devo ridurre termine cinetico. Lo posso fare aumentando diametro in parte terminale condotta.



↳ è una variazione di sezione, ma se ben progettato non dissipa. Non può essere troppo corto sennò come se avessi brusco allargamento

• perdite di imbocco



1 → riduce area

2 → allarga area

Grosso della perdita in 2.

LCP → $\bar{v}$ max in Ac e quindi abbasso piezometrica, poi aumenta A → v ↓ e aumenta piezometrica

$A_c = C_c A$ (↳ 0.61)

Calcolo ΔH prima per 1 e poi 2.

1 → si restringe vena fluida. Simile a moti efflusso.

Se no perdite: v_{teor} (↱ vel. in sezione contratta)

Con perdite: $v_c = C_v \cdot v_{teor}$ (↳ 0.98÷0.99)

$$\Delta H_1 = \frac{v_{teor}^2}{2g} - \frac{v_c^2}{2g} = \frac{(v_c / C_v)^2}{2g} - \frac{v_c^2}{2g} = \frac{v_c^2}{2g}\left(\frac{1}{C_v^2} - 1\right)$$

inoltre $v_c A_c = vA \longrightarrow v_c = v \frac{A}{A_c} = \frac{v}{C_c}$ sostituisco

↳ perché meglio lavorare su velocità condotta e non sezione contratta

($\frac{A}{A_c}$ ↳ C_c^{-1})

$$\Delta H_1 = \frac{v^2}{2g} \underbrace{\frac{1}{C_c^2}\left(\frac{1}{C_v^2} - 1\right)}_{\sim 0.1}$$

per primo tratto trovato.

$\rightarrow \boxed{\Delta H_1 = 0.1 \frac{v^2}{2g}}$ cioè 1/10 di termine cinetico

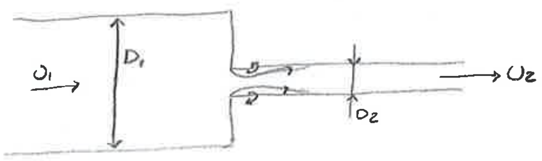
34

14-11-17

Si sono viste alcune perdite di carico concentrate. Esse sono quelle di:

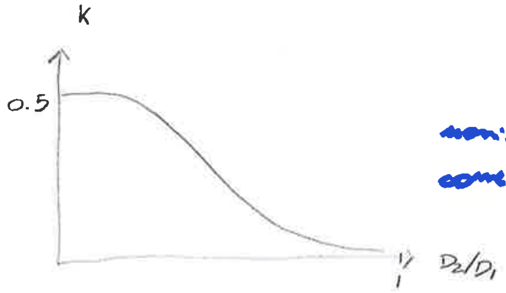
- imbocco
- sbocco

brusco restringimento



maggiore perdita in D_2 dove v maggiore.
Qui perdita ricavata per via sperimentale.

$$\boxed{\Delta H = K \frac{v_2^2}{2g}}$$

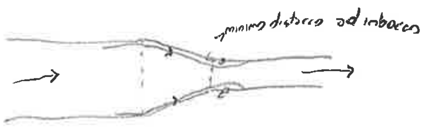


$$K = K(D_2/D_1)$$

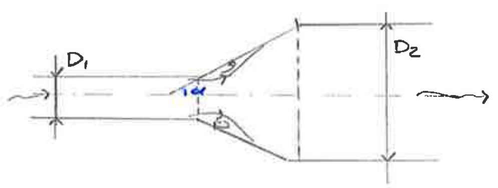
minima perdita di carico è meno termine cinetico, come imbocco non raccordato

D_2/D_1	K
0.3	0.4
0.5	0.3
0.7	0.2
0.8	0.1

convergenti e divergenti



se convergente non troppo corto $\boxed{\Delta H_{conv.} \simeq 0}$



Già uno visto da brusco allargamento ma più marcato di convergente.
Qui lo solo tabulati.

$$\boxed{\Delta H = K \frac{v_2^2}{2g}}$$

$$K = K\left(\frac{D_2}{D_1}, \alpha\right)$$

Tabulati lo anche curve e altre variazioni di geometrie.

BILANCIO ENERGETICO CONDOTTA

34

$P_M = \gamma Q H_M$ $\quad P_V = \gamma Q H_V$ $\quad P_M > P_V$

Potenza elettrica: $\boxed{P_{teorico} = P_M - P_V = \gamma Q \underbrace{(H_M - H_V)}_{\Delta H_T}}$

$\boxed{P_{effettiva} = \eta \cdot P_{teorico}} = \boxed{\eta \gamma Q \Delta H_T}$

η: rendimento < 1

γQ: dipende dal sito. l'ho qui considerato come costante.

Scrivo bilancio energetico:

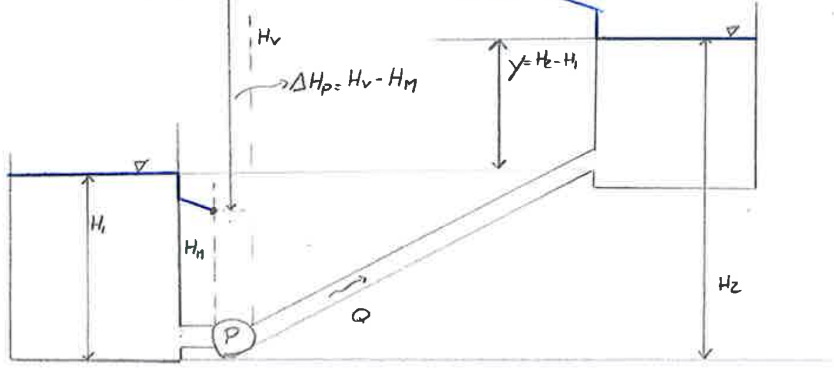
$$H_1 - \Delta H_{imb} - j L_1 - \Delta H_T - j L_2 - \Delta H_{sb} = H_2$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\Delta H_T = \underbrace{(H_1 - H_2)}_{Y} - \underbrace{j(L_1 + L_2)}_{\Delta H_{dist.}} - \underbrace{(\Delta H_{imb} + \Delta H_{sb})}_{\Delta H_{conc.}}}$$

Devo avere di ridurre le perdite, perciò con grandi D, ma devo prestare attenzione ai costi.

Qui scrivo bilancio non più Q, ma ΔH_T.



ΔH_P: prevalenza

Pompa $\quad P_V > P_M$ $\quad$ qui do io potenza al fluido

$$\boxed{P_{teorico} = \gamma Q \underbrace{(H_V - H_M)}_{\Delta H_P}}$$

$$\boxed{P_{effettiva} = \frac{P_{teorico}}{\eta} = \frac{\gamma Q \Delta H_P}{\eta}}$$

η: perché mi serve più energia

$$H_1 - \Delta H_{imb} - j L_1 + \Delta H_P - j L_2 - \Delta H_{sb} = H_2$$

ΔH_P: xké do io da esterno

$$\downarrow$$

$$\boxed{\Delta H_P = \underbrace{(H_2 - H_1)}_{Y} + \underbrace{j(L_1 + L_2)}_{\Delta H_{dist.}} + \underbrace{(\Delta H_{imb} + \Delta H_{sb})}_{\Delta H_{conc.}}}$$

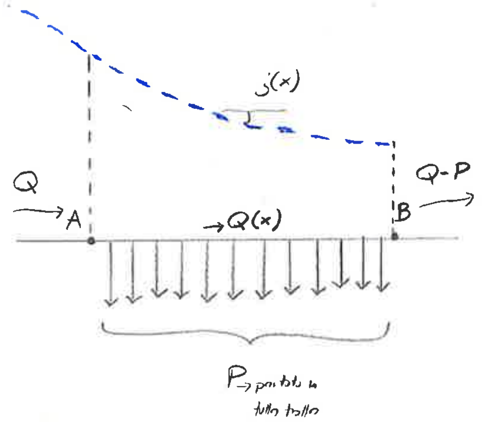
Ho costi lati geometrici e perdite. $\nearrow \Delta H_P$ e $\nearrow$ costi.

Quindi, fino a D ho perdite e cioè P modulata da pompa.

33

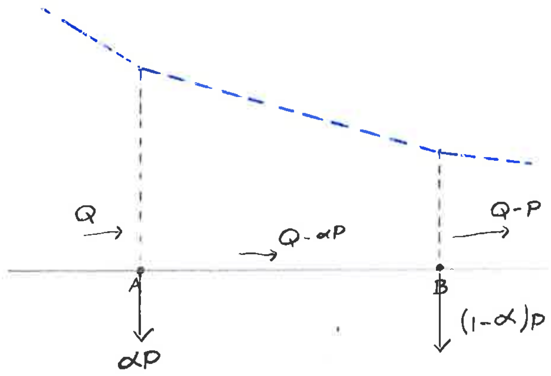
Poi verifico anche Bresse, per capire se all'inizio va bene o devo intervenire.

Erogazione H_2O distribuita



Punti molto presi. Devo vedere cosa succede in mezzo, e Q varia in maniera continua, lineare: Q(x).
Ho poi j(x) e qui sorge il problema:

$$H_A - H_B = \int_A^B j(x)\,dx \quad (1)$$ in teoria. Soluzione utilizzata allora:



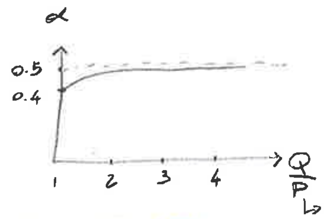
immagino di erogazione concentrata in nodi A, B.
Allora ho una j = cost, cioè piezometrica lineare.

$$H_A - H_B = jL = \beta \frac{(Q-\alpha P)^2}{D^n} \cdot L \quad (2)$$

↳ j da formule pratiche di prima

Devo avere (1) = (2) ......

$\Rightarrow \alpha = \alpha\left(\frac{Q}{P}\right)$



↳ $\frac{Q}{P} = 1$ tutto ciò che arriva da monte è erogato. Se prendo $\alpha = 0.5$ sbaglio di poco.

Per reti portate erogate ai nodi, indipendentemente se tali distribuite o proprio effettive ai: di solito $\alpha = 0.5$

↓ ovvero di tutte portate ne assegno metà al primo e metà al secondo.

Ho problemi:
- → verifica; calcolo Q, ... e carichi
- → progetto; calcolo diametri nelle progetto

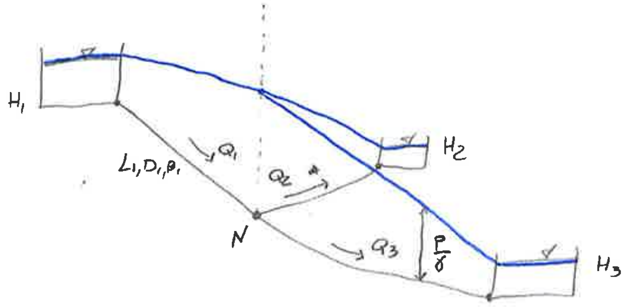
Equazioni sono le stesse, con differente approccio.

34

Bilancio energia:

$H_1 - H_2 = j L = \beta \frac{Q^2}{D^n} \cdot L \rightarrow Q = \sqrt{\ldots}$ ho risolto il problema.

es. tre serbatoi



$\left.\begin{matrix} e=3 \\ n=1 \end{matrix}\right\}$ 4 incognite $(Q_1, Q_2, Q_3, H_N) = ?$

ipotizzo* senso di Q_2 (non so a priori)

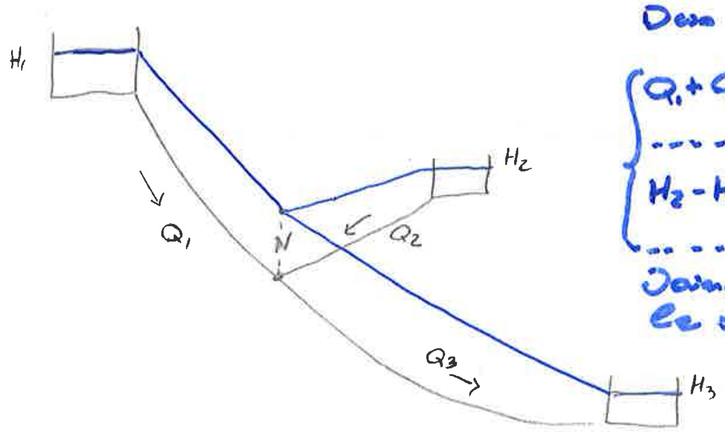
↳ quindi $H_N > H_2$ anche se non so valore H_N. Però per quel percorso si deve spostare così

Tutti i carichi dallo stesso $z=0$.

in nodo:
$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_3 & \text{eq. continuità} \\ H_1 - H_N = j_1 L_1 = \underbrace{\beta \frac{Q_1^2}{D_1^n} \cdot L_1}_{K} = K_1 Q^2 \\ H_N - H_2 = K_2 Q_2^2 \\ H_N - H_3 = K_3 Q_3^2 \end{cases}$$

ho ottenuto il sistema determinato.

→ Q_1, Q_2, Q_3, H_N le riesco a ricavare. So poi individuare le pressioni che condotte devono avere resistere. Se senso Q_2 ipotizzato sbagliato, il sistema non ha soluzioni.



Devo correggere equazioni

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q_3 \\ \ldots\ldots \\ H_2 - H_N = K_2 Q_2^2 \\ \ldots\ldots \end{cases}$$

Scrivo quelle due equazioni. Ora trovo le soluzioni del sistema.

solo in esempio di prima

$$\boxed{\Delta Q =} - \frac{f(\bar{Q}_i)}{f'(\bar{Q}_i)} = \boxed{- \frac{\sum K_i \bar{Q}_i |\bar{Q}_i|}{2 \sum K_i |\bar{Q}_i|}}$$ così posso trovare la correzione.

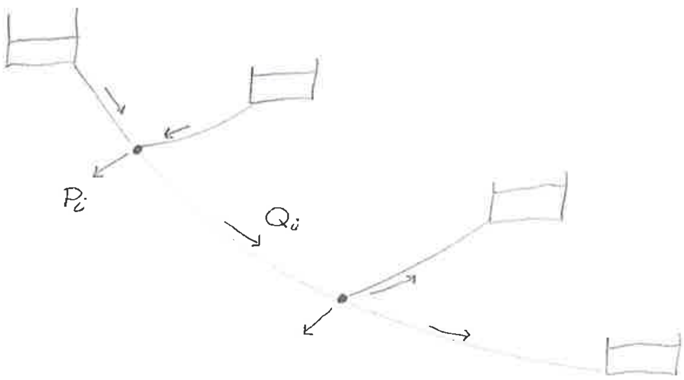
Devo fare più iterazioni, perché quando linearizzato lo approssimato.
Quindi in generale scelgo $\bar{Q}_i^{(1)}$ ↳ primo tentativo → calcolo $\Delta Q^{(1)}$

$\bar{Q}_i^{(2)} = \bar{Q}_i^{(1)} + \Delta Q^{(1)}$ ma sono vicino la sol.
↳ $\Delta Q^{(2)}$

…. ripeto. Ad ogni iterazione ΔQ diminuisce perché mi avvicino sempre di più a tendere a zero. Di norma bastano 2,3 iterazioni.

21-11-17

Progetto di reti aperte - lunghe condotte



$e = 5$
$n = 2$

Note:
- carichi serbatoi (H_s)
- prelievi/immissioni ai nodi (P_i)
- portate in rete (Q_i)
- condotte (L_i, B_i) ↳ scelto materiale ↳ tracciato già scelto

Incognite:
- diametri (D_i) e
- carichi nodi (H_i) n ↳ nodi

lati. $e+n$ incognite

Ne ho quante per le verifiche

Equazioni:
- bilanci energia; $H_i - H_{i+1} = B_i \frac{Q_i^2}{D_i^n} L_i$ → e come per verifica
- continuità; $\sum Q_i + P_i = 0$ → e equazioni totali

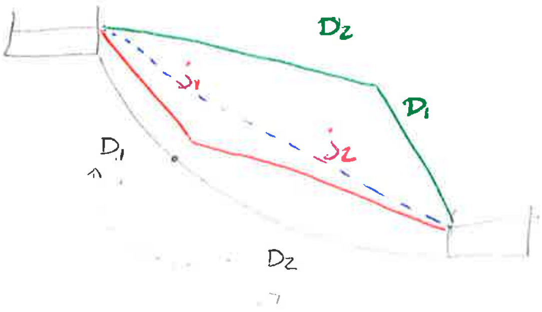
↳ bilancio di massa sui nodi. Hanno Q,P che però sono note. Non mi serve.

Ho problema indeterminato (n gdl)

36

Qui vantaggio è di costi.

b) Caso a due diametri



con diametro più piccolo

$j_1 > j$ stesso

$j_2 < j$ stesso

Bilancio

$$\begin{cases} H_1 - H_2 = j_1 L_1 + j_2 L_2 \\ L_1 + L_2 = L \end{cases}$$

incognite

↓

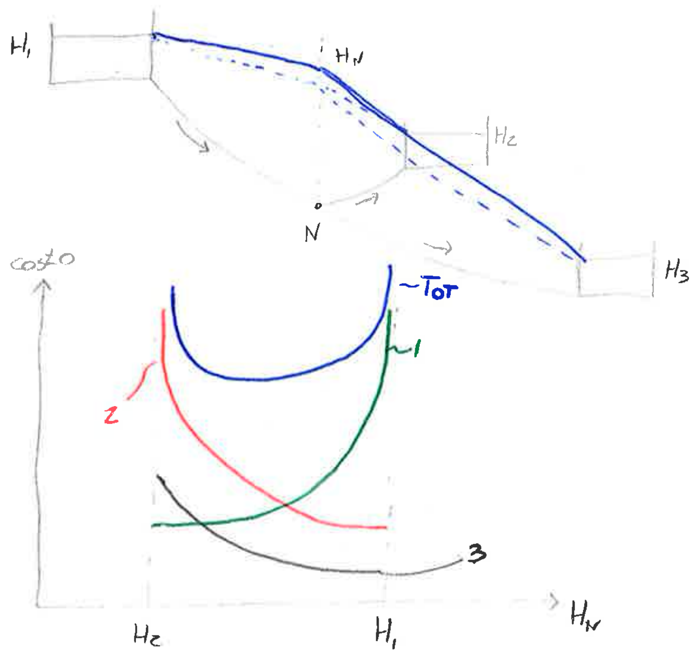
trovo L_1, L_2

Anche costi inferiori, anche se lavori un po' più complessi. Di nuovo indifferente dove mettere diametri: Il caso ho piezometrica più bassa, quindi pressioni e quindi mi costa meno ed è meno a rischio rottura o creazione perdite.

Pos. minima è dove piezometrica più vicina a tubo e non deve essere <0, ma >0 e con franco di sicurezza. Invece caso che linea piezometrica alta è un modo di avere pressioni basse, troppo, rischiando di andare in depressione.

Osservazione → progetto con Bossut. Devo usare quella con scabrezza, perché nel tempo tende ad aumentare. Poi però devo fare una verifica di come l'impianto si comporta con Bazin.
È normale che $j \downarrow$ e così ho eccesso di energia che devo smaltire. Devo anche qui introdurre valvola di dissipazione.
Tutto come caso a).

equazione di minimo costo - condotte a gravità



1 gde → 1 n

Ho che $H_2 < H_N < H_1$

↓

in questo intervallo ho ∞ possibili configurazioni:

Costo ∝ diametro

$H_N \to H_1$ (cioè H_N circa H_1) $\quad j_1 = \dfrac{H_1 - H_N}{L_1} \to 0$

$$\begin{cases} D_1 \to \infty \\ \text{Costo}_1 \to \infty \end{cases}$$

$$j = \beta \frac{Q^2}{D^n}$$

↳ $j \downarrow$ con $D \uparrow$

$H_N \to H_2 \quad j_2 \to 0$

$$\begin{cases} D_2 \to \infty \\ \text{costo}_2 \to \infty \end{cases}$$

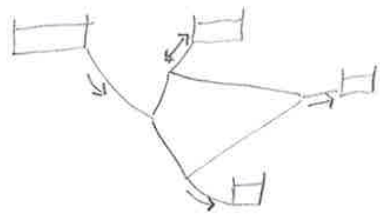
37

Se non impongo io un diametro di portata scrivo eq. di minimo costo al nodo:

$$\underbrace{\frac{D_1^{1+\varepsilon}}{Q_1^2}}_{IN} = \underbrace{\frac{D_2^{1+\varepsilon}}{Q_2^2}}_{OUT} + \frac{D_3^{1+\varepsilon}}{Q_3^2}$$ sul nodo N

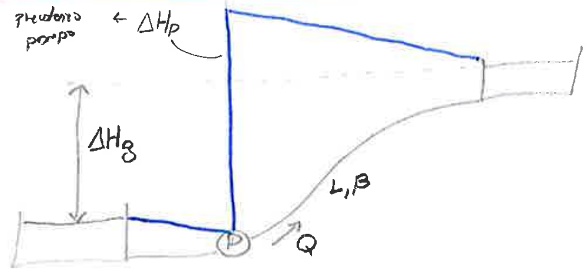
Ho così 4 eq. in 4 incognite. Trovo soluzione risolutiva e rendo minimo il costo o meglio funzione onere.

Sulle reti chiuse anche con eq. minimo costo sempre indeterminato sistema.



Per reti chiuse con portate al contorno, le portate nelle reti non sono tutte note a priori:
Così ho incognite aggiuntive e sono portate su lati della maglia.

dimensionamento condotta - con impianto pompaggio (sollevamento)



ΔH_p: prevalenza pompa
ΔH_g: prevalenza geodetica

Altra incognita, oltre D è caratteristica pompa.

H_1 - perdite distr. + prevalenza pompa = H_2 $\rightarrow$ $\boxed{\underline{\Delta H_p} = \underbrace{(H_2 - H_1)}_{\Delta H_g} + \beta \frac{Q^2}{\underline{D^n}} L}$ ≡ incognite

D piccolo → costo ridotto condotta, ma devo avere $\Delta H_p \nearrow$ quindi costa molto.

Se $D \nearrow$, $\Delta H_p \searrow$

La seconda eq. → min $P_A = \underset{\text{già visto prima}}{P_{imp}} + P_{en}$

($D \nearrow$ $P_{imp} \nearrow$)

Analizzo P_{en} dipende da:
- costo energia (€/kWh); c_{en}
- potenza pompa (kW); P
- tempo funzionamento pompa $\left(\frac{h}{anno}\right)$; T

$$\boxed{P_{en} = c_{en} \cdot P \cdot T} = \boxed{c_{en} \frac{9.8\, Q\, \Delta H_p}{\eta} T} = \boxed{c_{en} \frac{9.8\, Q\, T}{\eta}\left(\Delta H_g + \beta \frac{Q^2}{D^n} L\right)} \quad \frac{€}{anno}$$

$(€/anno)\ \left(\frac{€}{kWh}\right)\ (kW)\ \left(\frac{h}{anno}\right)$

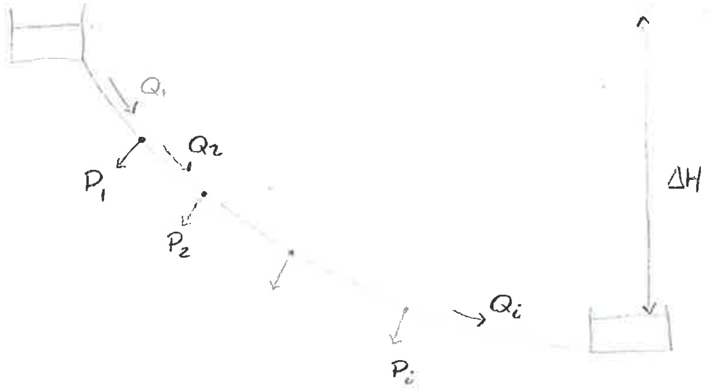
unico che dipende da grandezze idrauliche

$9.8 = \gamma_{H_2O}$; ΔH_p → prevalenza pompa; T → $\frac{h}{anno}$; η → rendimento

Ora come non nota è D.

($D \nearrow$ $P_{en} \searrow$).

22-11-17



Le erogazioni possono essere concentrate per vari comuni oppure molte distribuite che posso schematizzare come concentrate.

Questo è problema di progetto. Noti: $\Delta H, L_i, \beta_i, P_i, Q_i$. Ho incognite diametri:
Posso scrivere una eq. bilancio da inizio a fine:

$$\Delta H = \sum \beta_i \frac{Q_i^2}{D_i^n} \cdot L_i$$

Oltre ciò ho eq. di minimo costo. La condotta in uscita da n_1, quella con P_1 è minore della grande. Allora eq. minimo costo:

$$\frac{D_1^{n+\varepsilon}}{Q_1^2} = \frac{D_2^{n+\varepsilon}}{Q_2^2} = \frac{D_3^{n+\varepsilon}}{Q_3^2} = \frac{D_4^{n+\varepsilon}}{Q_4^2} = \dots = \frac{D_i^{n+\varepsilon}}{Q_i^2} = \text{cost}$$

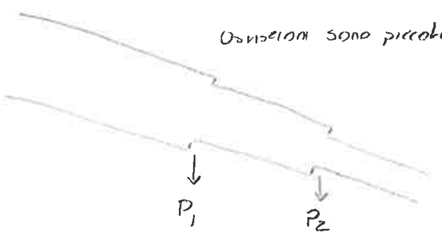
non ho con P_1 per quanto detto prima

Incognite sono i 5 diametri: $5\,\varnothing$. P_i agisce solo ora, così non mi capitano casi interni che non so e posso avere una equazione;

Con eq. minimo costo vedo come varia diametro.
Se esplicito $D \rightarrow \frac{D_i^{n+\varepsilon}}{Q_i^2} = \text{cost.} \Rightarrow \boxed{D_i = (c\,Q_i^2)^{\frac{1}{n+\varepsilon}}}$

il diametro scala con Q, che verso valle decresce

$$D_i \propto Q_i^{\frac{2}{n+\varepsilon}} \sim \frac{1}{3}$$



Di nuovo se tratto condotto diametro i perché varia la portata.

Problematiche altimetriche

In alcuni casi, di solito, possono esserci riduzioni su portata in condotta.

⑤ Se oltre $\frac{P_{atm}}{\gamma}$, quindi $j=0$ l'acqua non si muove, in nessun caso, nemmeno se inverso.

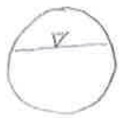
Se $\boxed{Z_N \geq H_1^{ass} \rightarrow Q=0}$. Posso solo muovere con pompe, non per gravità non funziona.

Quindi funzione condotta corta in alcuni casi.

CORRENTI A SUPERFICIE LIBERA

Fiumi, canali, fogne. È corrente in cui parte superficie contorno è a contatto con l'atmosfera.

$p^{rel}=0$



Superficie libera $\rightarrow p=0$ relativa. Ciò vuol dire che non ho grosse variazioni di pressione.

Δp piccole, allora fluido come incomprimibile $\rightarrow \rho = cost.$

Ipotesi semplificative:

- corrente gradualmente variata;

$Q=Q(s,t)$, $A=A(s,t)$, $h=h(s,t)$ $\rightarrow$ distribuzione idrostatica pressioni.

↳ mi sposto ho una sola coordinata. Quella che segue il corso d'acqua.

↳ ogni sezione ha distribuzione di carico piezometrico

$U=U(s,t)$

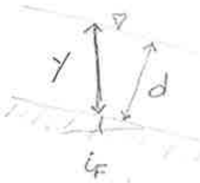
ora raggio idraulico, $D=4R$

- moto turbolento; $Re = \left(\frac{UD}{\nu}\right) = \frac{4UR}{\nu}$

es.

$U=1$ [m/s] $\quad Re = \frac{4\cdot1\cdot1}{10^{-6}} = 4\cdot10^{6}$

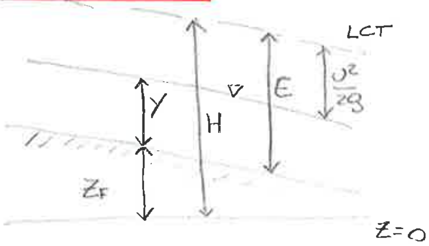
- deboli pendenze fondo (i_F)



$d = y\underbrace{\cos\theta}_{\simeq 1} \rightarrow d \simeq y$

$i_F < 5\text{-}10\%$

DEFINIZIONI



La LCP è pelo libero

H: carico totale

Le due equazioni sono quelle di De Saint Venant.

Moto uniforme

No variazioni spaziali/temporali di $Y, U, E, \dots$

Cioè quelle grandezze costanti. Moto uniforme quando distante da punti che disturbano corrente (es. restringimento sezione).

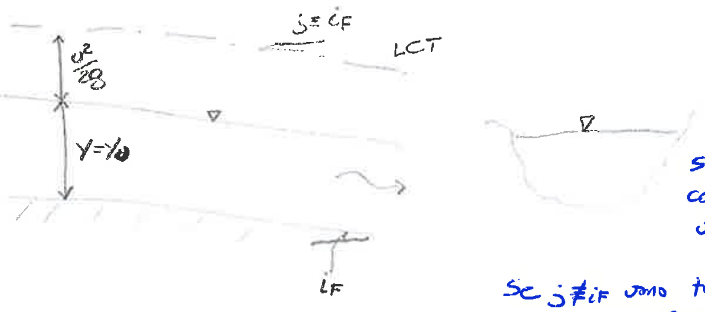
Prendo $\cancel{\frac{\partial E}{\partial s}} + \frac{1}{g}\cancel{\frac{\partial U}{\partial t}} = i_F - j \rightarrow \boxed{i_F = j}$ cadente coincide con pendenza del fondo

$\left(E = \underbrace{Y}_{\text{cost.}} + \underbrace{\frac{U^2}{2g}}_{\text{cost.}}\right)$ H non è costante, se dissipa energia, diminuisce.

$\frac{\partial Q}{\partial s} + \cancel{\frac{\partial A}{\partial t}}_{\to 0} = 0 \rightarrow \boxed{Q = \text{cost.}}$ lungo s

può variare se ho un punto di immissione

Riprendo prima eq. e caso di altre grandezze su condiz. corrente.



Sezioni le considero costanti a meno di enormi variazioni.

Se $j \neq i_F$ sono tevere critico o profondità. Qui no perché uniforme moto.

LEGGE DI CHEZY

$$\boxed{U = \chi \sqrt{R \cdot i_F}} \qquad \boxed{Q} = U \cdot A = \boxed{A \chi \sqrt{R \cdot i_F}}$$

U: velocità

χ: coeff. che tiene conto scabrezza

R: raggio idraulico

ciò mi permette di trovare Y in moto uniforme.

Se non ho moto uniforme, quindi permanente o vario:

$$\boxed{U = \chi \sqrt{R \cdot j}} \longleftrightarrow j = \frac{U^2}{\chi^2 R} \quad \text{dissipazioni energetiche}$$

Chezy → vale per moto turbolento pienamente sviluppato.

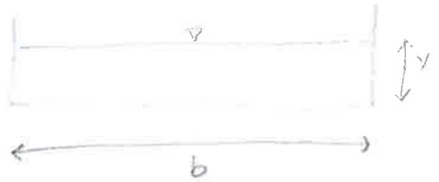
- coefficiente di Chezy χ

$$\chi = \underbrace{K_S}_{\text{coeff. scabrezza}} R^{1/6} \qquad \text{(Gauckler - Strickler)}$$

(trovo in tabelle in base a materiali)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 234

Se sezione rettangolare larga



$A = by$

$P = b + \underbrace{2y}_{\ll b} \simeq b$

$R = \frac{A}{P} \simeq \frac{\cancel{b}y}{\cancel{b}} = y$

Se metto ciò in legge Chezy: $\boxed{Q} = A \cdot U = b \cdot y \, \underbrace{\chi}_{K_s R^{1/6}} \sqrt{\underbrace{R}_{y} \cdot i_F} = \boxed{b K_s \sqrt{i_F} \, y^{5/3}}$

Non ho bisogno così di Per scala deflusso.

Problemi di progetto

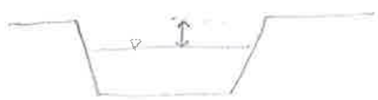
Noti: Q, i_F

- Ipotizzo: scabrezza (naturale/rivestito)
  geometria (rettangolare/trapezia)
  larghezza
  ↳ confronto larghezze diverse, ipotizzando ogni volta y.

e calcolo $y \longrightarrow A, U, \ldots$

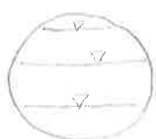
Scelgo in base a:

- costo scavo
- costo rivestimenti (stabilità sponde).
  ↳ anche per scabrezza
- velocità sedimentazione
- franco di sicurezza



Casi particolari

Sezioni chiuse



Per quelle "classiche",
$y \nearrow, R \nearrow$.

Qui invece $y \nearrow$ R ha un max

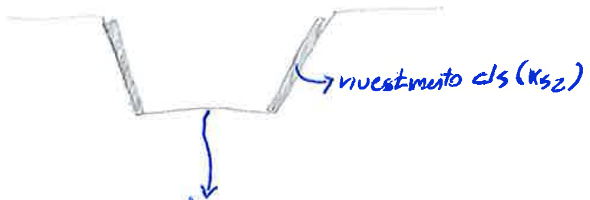
$\left.\begin{array}{l} A \nearrow \\ P \nearrow\nearrow \end{array}\right\} R \searrow$

42

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 234

A,B,C possono anche avere scabrezze differenti.

SEZIONI COMPATTE CON SCABREZZA VARIABILE



(Einstein-Horton)

Non posso usare Chezy di primo impatto.
Passo a coeff. equivalente:

$$\boxed{k_s^{eq} = \left[\frac{P_{TOT}}{\sum\left(\frac{P_i}{k_{s_i}^{3/2}}\right)}\right]^{2/3}}$$

P_i: perimetri bagnati relativi ai k_{s_i}

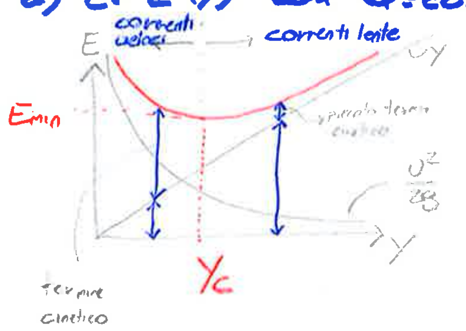
Caratteristiche energetiche delle correnti a sup. libero

carico specifico: $\boxed{E = y + \frac{U^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2(y)}}$

$\rightarrow f(E, y, Q) = 0$

Cosa che si vede vale per qualunque tipo di moto.

a) $E = E(y)$ con $Q = cost.$



E, somma di y_c e $\frac{U^2}{2g}$, avrà un minimo.

Y_c: profondità critica. Lì ho E_{min}.

Correnti lente e veloci si comportano in modo completamente diverso, sono speculari:

29-11-17

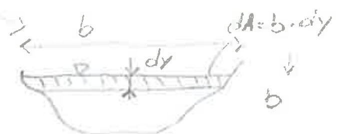
Condizioni critiche, vuol dire che portata Q assegnata, il carico ha minima E necessaria per far passare portata Q nella sezione.
O meglio portata Q passa attraverso la sezione con la minima energia (E_{min}).
Sotto E_{min} non passa portata che voglio.
Voglio valutare $Y_c \rightarrow \frac{dE}{dy} = 0 = 1 + \frac{Q^2}{2g}\frac{dA^{-2}(y)}{dy}$

$$\frac{d(A^{-2}(y))}{dy} = \frac{dA^{-2}}{dA}\cdot\frac{dA}{dy} = -2\frac{1}{A^3}\cdot b$$

perché y in A

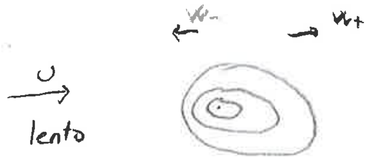
qualunque sia forma sezione

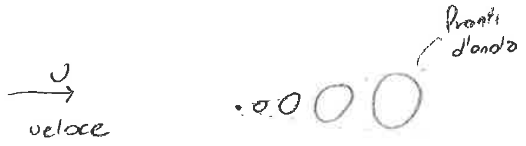
$$1 - \frac{Q^2}{\cancel{2}g}\cdot\frac{\cancel{2}b}{A^3} = 0$$



$F_r > 1$ (aloa) $\quad U > c \quad w_+, w_- > 0 \quad$ Onde solo verso valle.

A seconda di corrente, se qualcosa che perturba, allora posso o meno accorgermi di perturbazione.





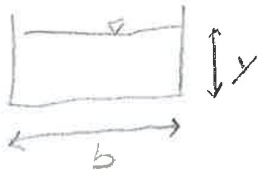
Avanti ai fronti non si accorge di cosa è successo.

Anche detto $Ma = \frac{U}{c}$ se $U > c$, si supera velocità del suono. In idraulica ciò non succede.

Su sez. fluviali $Re \approx 10^5 \div 10^6$ di norma, quindi conta sempre poco. Viscosità considerata ma suo effetto non si fa sentire.

SEZIONE RETTANGOLARE

$$\frac{Q^2 b}{gA^3} = \frac{Q^2 b}{g b^3 y_c^3} = 1$$



Da qui posso ottenere y_c.

$$\rightarrow \boxed{y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}}} = \boxed{\sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}}$$

$q = \frac{Q}{b}$; portata specifica (portata per unità di larghezza).

Voglio vedere quali sono i parametri importanti.

$y_c = f\left(q = \frac{Q}{b}, \text{geometria sezione}\right)$ non si conoscono la pendenza e la scabrezza per la profondità critica.

per rett. solo q.

b) $Q = Q(y)$ se $E = cost.$

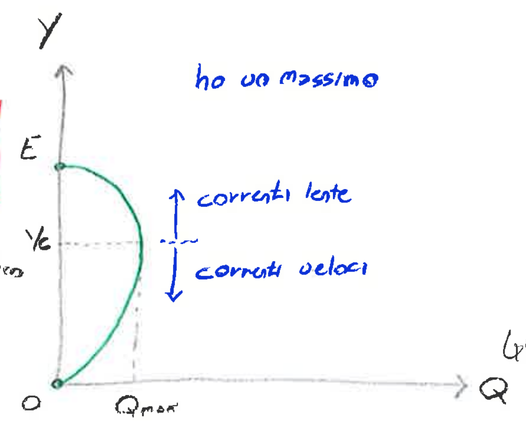
$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \rightarrow \boxed{Q = A\sqrt{2g(E-y)}}$$

è un'altro, tenere critico

Altro modo per y_c

$y = 0 \rightarrow Q = 0$

$y = E \rightarrow Q = 0$



5-12-17

Si era rimasti a due tipi di alvei;

- → debole pendenza; $i_F < i_c$ o $Y_0 > Y_c$
- → forte pendenza; $i_F > i_c$ o $Y_0 < Y_c$

Per come detto prima verifica su i o su y. $Y_0 \rightarrow$ chezy

$i_F = i_c \leftrightarrow Y_0 = Y_c$ $\qquad Y_c \rightarrow$ da Froude.

Quindi calcolo la pendenza critica.

Pendenza critica

$$\begin{cases} Q = A\chi\sqrt{R \cdot i_c} & \text{(Chezy)} \\ \dfrac{Q^2 b}{g A^3} = 1 \end{cases}$$

$\hookrightarrow$ qui uso pendenza critica

cioè Froude = 1 (stato critico)

$$\begin{cases} Q^2 = A^2 \chi^2 R \cdot i_c \\ Q^2 = \dfrac{g A^3}{b} \end{cases}$$

devono valere insieme.

$$\cancel{A^2} \chi^2 R \cdot i_c = \frac{g A^{\cancel{3}}}{b} \rightarrow \boxed{i_c = \frac{gA}{\chi^2 R b}} = \boxed{\frac{gP}{\chi^2 b}}$$

$R \rightarrow \frac{A}{P}$

Per una sezione larga $\rightarrow P \simeq b$

$$\boxed{i_c} = \frac{g \cancel{b}}{\chi^2 \cancel{b}} = \boxed{\frac{g}{\chi^2}}$$ dipende unicamente da scabrezza R o tolleranti.

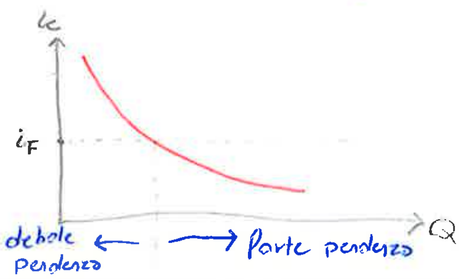
es. $R = 1\ [m]$ $\quad K_s = 50\ [m^{1/3} s^{-1}]$

$$\rightarrow i_c = \frac{g}{\chi^2} = \frac{9.81}{(K_s R^{1/6})^2} = \frac{9.81}{50^2} \cong 0.004 = 4‰$$

Zone pedemontane.

Se $Q \nearrow$ $R \nearrow$ $i_c \searrow$ $\qquad i_c = i_c(Q)$

$\hookrightarrow$ è calcolato per una certa portata



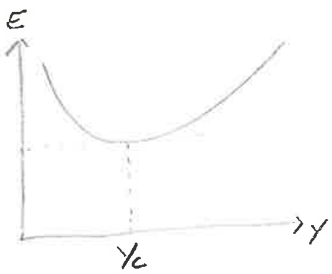
i_F è invece fisso. Quindi a volte stesso si può comportare come a debole pendenza, altre volte come a forte pendenza.

65

Se $\begin{cases} y > y_0 & N > 0 \\ y = y_0 & N = 0 \\ y < y_0 & N < 0 \end{cases}$

Siamo ragionando per determinare dove passa una curva per y_0, e y_c.

$D = \frac{dE}{dy} = 1 - Fr^2$ Caso $D = 0 \rightarrow Fr = 1 \rightarrow y = y_c$

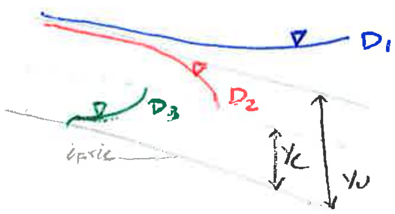


$\begin{cases} y > y_c & D > 0 \\ y = y_c & D = 0 \\ y < y_c & D < 0 \end{cases}$

Profili moto permanente

Due tipi di alveo hanno profili diversi:

ALVEO A DEBOLE PENDENZA



Sopra y_0, cioè $y > y_c, y_0$

↓

$\left.\begin{matrix} N > 0 \\ D > 0 \end{matrix}\right\} \frac{dy}{ds} > 0$ D_1 tg hor.

↳ y aumenta lungo s

A monte va in modo asintotico, valle si apre.

$y \nearrow$, $J \searrow$ e così tende a $\varnothing$.

Cioè pelo libero quasi orizzontale.

I profili sono sempre uno alla volta.

D_3 sotto y_c → quella è corrente veloce su debole pendenza.

• $y_c < y < y_0$ D_2 tg vert.

↓

$\left.\begin{matrix} N < 0 \\ D > 0 \end{matrix}\right\} \frac{dy}{ds} < 0$

Diminuisce progressivamente profondità.

• $y < y_c, y_0$ D_3

↓

$\left.\begin{matrix} N < 0 \\ D < 0 \end{matrix}\right\} \frac{dy}{ds} > 0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 234

Nel caso da veloce a lento non si hanno molte formulazioni:

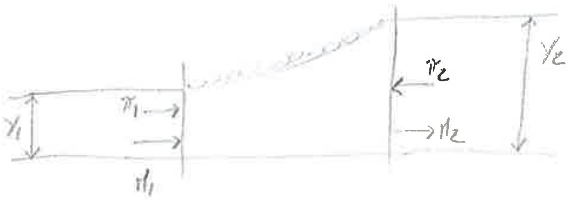
→ non si tiene conto di perdite e ~~[illegible]~~ non noto se lo risolve.
↳ si ha risalto idraulico o salto di Bidone ↳ specie di onda stazionaria

Il passaggio avviene per mezzo di turbolenze con schiuma dovute ad acqua mista ad aria. Come se ci fosse un vortice.

Il risalto è caratterizzato da: forte turbolenza, forte dissipazione (è una perdita concentrata) (20, 30), legame tra y_1 e y_2 → altezze coniugate

Si sfrutta l'equazione globale di equilibrio dinamico in ipotesi di moto permanente e ipotesi che $G\sin\alpha \simeq T$ → si elidono tra loro
↳ attrito con fondo e sponde

$$\cancel{\bar{G}} + \bar{\Pi} + \cancel{\bar{T}} + \bar{M} + \cancel{\bar{I}} = 0$$
↳ 0



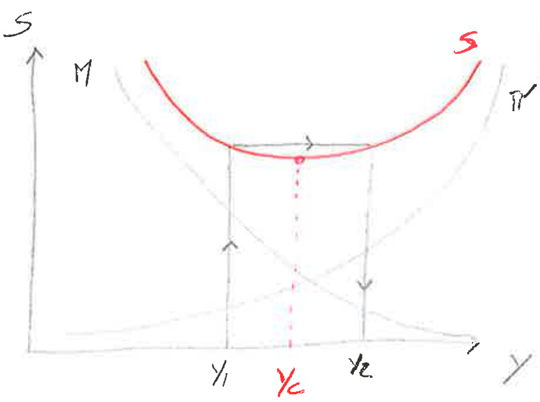
$$\Pi_1 - \Pi_2 + M_1 - M_2 = 0$$

$$\underbrace{\Pi_1 + M_1}_{\text{spinta totale}} = \Pi_2 + M_2$$

$$\boxed{S(y) = \gamma_{eq} A + \rho Q U}$$

$S = \Pi + M$ Π ed M possono cambiare, ma S devono essere uguali

↓



$\boxed{S(Y_1) = S(Y_2)}$ → condizione di risalto, si garantisce la stazionarietà dell'onda
↳ altrimenti onda si sposterebbe

Y_c è minima spinta oltre che minima energia.

4+

→ risalto diretto — 6-12-17

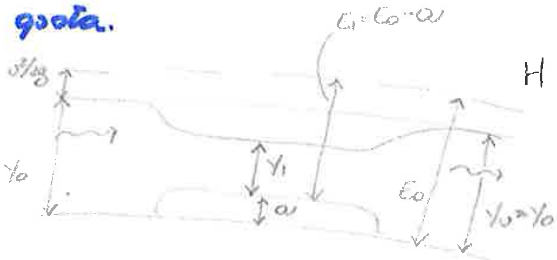
Risalto si ha di nuovo per $F_r^2 \geq 3$, se $1 < F_r^2 < 2$ risalto ondulato

$2 < F_r^2 < 3$ risalto ondulato con frangimento. Il primo [illegible] adatto al [illegible], il secondo [illegible] di [illegible]. In [illegible] [illegible] è più facile [illegible] il secondo caso. Risalto → attenzione erosione!

Soglia di fondo

Innalzamento localizzato della quota di fondo. Non posso avere profilo perché [illegible] sezione quota.

Q costante e anche q.



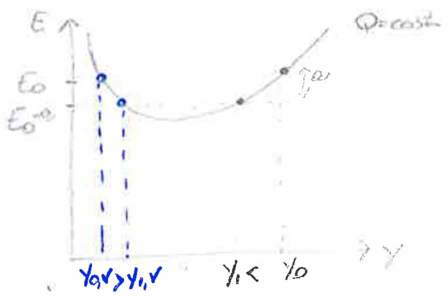
corrente lenta

$Q = cost.$

$q = \frac{Q}{b} = cost.$

Sia il carico specifico E sulla soglia, perché dipende da altezza.
↳ analizzo con curve Q = cost.

$H = E + z_f$ — H → cost. o al massimo dissipazioni.



corrente da carico E_0 a $E_0 - a$
↓ pari ad altezza soglia

Se sono in corrente lenta, sono su ramo destro diagramma. Ho avuto profondità $Y_1 < Y_0$ iniziale.

Se invece in corrente veloce
↳ Caso $Y_{1,v} > Y_{0v}$ quindi salita. Y_1 si alza, più di a, rispetto alla Y_0.

corrente veloce

comportamento corrente lenta e veloce è diverso.

So che $Y_c = Y_c(Q, b)$, che quindi non varia pure Y_c si alza perché [illegible] del fondo.

a; non troppo elevata. Se a troppo elevata rischio di scendere sotto il minimo della curva e profilo sarà [illegible] notevolmente.