



Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2265A

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Sobrero Giovanni

MATERIA: Fisica II - Prof. Francesco Raffa

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

FISICA II

Programma

Cariche elettriche. Isolanti e conduttori. Struttura elettrica della materia. Misura delle cariche elettriche. La legge di Coulomb. Campo elettrostatico. Campo elettrostatico prodotto da una distribuzione continua di carica. Moto di una carica in un campo elettrostatico.

Lavoro della forza elettrica. Potenziale. Calcolo del potenziale elettrostatico. Energia potenziale elettrostatica. Il campo elettrostatico come gradiente del potenziale. Superfici equipotenziali. Il rotore del campo elettrostatico. Il dipolo elettrico. La forza su un dipolo elettrico.

Flusso del campo elettrico. Legge di Gauss. Alcune applicazioni e conseguenze della legge di Gauss. Campo elettrostatico nell'intorno di una strato superficiale di carica. Legge di Gauss in forma differenziale. Equazioni di Maxwell per l'elettrostatica. Equazioni di Poisson e Laplace. Conduttori in equilibrio. Conduttore cavo. Schermo elettrostatico. Sistemi di conduttori. Condensatori. Collegamento di condensatori. Energia del campo elettrostatico. Dielettrici. La costante dielettrica. Polarizzazione dei dielettrici. Equazioni generali dell'elettrostatica in presenza di dielettrici.

Conduzione elettrica. Corrente elettrica. Corrente elettrica stazionaria. Legge di Ohm della conduzione elettrica. Resistori in serie e in parallelo. Forza elettromotrice. Carica e scarica di un condensatore attraverso un resistore. Corrente di spostamento. Leggi di Kirchhoff per le reti elettriche.

Interazione magnetica. Campo magnetico. Elettricità e magnetismo. Forza magnetica su una carica in moto. Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente. Momenti meccanici su circuiti piani. Principio di equivalenza di Ampère. Effetto Hall. Moti di particelle cariche in un campo magnetico. Campo magnetico prodotto da una corrente. Calcolo di campi magnetici prodotti da circuiti particolari. Azioni elettrodinamiche tra circuiti percorsi da corrente. Legge di Ampère. Proprietà magnetiche della materia. Permeabilità e suscettività magnetica. Leggi di Curie. Isteresi nei materiali ferromagnetici.

La legge di Gauss per il campo magnetico. Equazioni generali della magnetostatica in presenza di mezzi magnetizzati.

Legge di Faraday dell'induzione elettromagnetica. Origine del campo elettrico indotto e della forza elettromotrice indotta. Applicazione della legge di Faraday. Autoinduzione. Induzione mutua. Legge di Ampère-Maxwell. Le equazioni di Maxwell. Le equazioni di Maxwell in forma differenziale.

Il potenziale vettore e l'invarianza di gauge.

Oscillazioni elettriche. Circuiti in corrente alternata. Il circuito RCL in serie. Risonanza. Potenza nei circuiti a corrente alternata.

Introduzione alle onde elettromagnetiche. Onde piane. Deduzione delle onde elettromagnetiche piane dalle equazioni di Maxwell. Energia di un'onda elettromagnetica piana. Vettore di Poynting. Quantità di moto di un'onda elettromagnetica piana. Pressione di radiazione. Polarizzazione delle onde elettromagnetiche. Spettro delle onde elettromagnetiche.

Onde elettromagnetiche in un conduttore.

Riflessione e rifrazione delle onde. Principio di Huygens-Fresnel. Le leggi della riflessione e della rifrazione.

Interferenza. Somma di onde. Sorgenti coerenti e incoerenti. Dispositivo di Young. N sorgenti allineate coerenti.

Diffrazione. Fenomeni di diffrazione di Fraunhofer e di Fresnel. Diffrazione di una fenditura rettilinea.

Reticolo di diffrazione.

Cenni di polarizzazione della luce.

Cenni di ottica geometrica: diottri e specchi, lenti sottili. Applicazioni.

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA

IN UN SISTEMA ELETTRICAMENTE ISOLATO LA SOMMA ALGEBRICA DI TUTTE LE CARICHE ELETTRICHE RIMANE COSTANTE NEL TEMPO OVVERO SI CONSERVA.

② ELETRIZZAZIONE PER CONTATTO (CONDUTTORI)

SI HA UN TRASFERIMENTO DI n ELETTRONI DA UN CORPO ALL'ALTRO

③ ELETRIZZAZIONE PER INDUZIONE (CONDUTTORI) SPOSTAMENTO MA NON TRASFERIMENTO

È UN PROCESSO DI SEPARAZIONE DELLA CARICA, CARATTERISTICO DEI CONDUTTORI. SI HA UNA SEPARAZIONE DI CARICA, OVVERO UNO SPOSTAMENTO DI ELETTRONI, CHE PUÒ DIVENTARE PERMANENTE, MA LA CARICA TOTALE FINALE È SEMPRE UGUALE A QUELLA INIZIALE.

LEGGE DI COULOMB

LA FORZA È ORIENTAMENTE PROPORZIONALE AL PRODOTTO DELLE CARICHE ELETTRICHE E INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA LORO DISTANZA.

[N]
$$F = k \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

ϵ_0 COSTANTE DIELETTICA (O PERMETTIVITÀ) NEL VUOTO
 $(\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2})$

→ FORMA VETTORIALE DELLA LEGGE DI COULOMB

[N]
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \vec{u}$$

LA DIREZIONE DELLA FORZA È QUELLA RETTA CONGIUNGENTE LE DUE CARICHE PUNTIIFORMI
 SE q E q_0 HANNO LO STESSO SEGNO LA FORZA HA LO STESSO VERSO DI \vec{u} ED È QUINDI REPULSIVA.
 SE INVECE HANNO SEGNO OPPOSTO LA FORZA HA VERSO OPPOSTO A \vec{u} ED È QUINDI ATTRATTIVA.

CAMPO ELETTROSTATICO

[N/C]
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

DEF: IL CAMPO ELETTROSTATICO PRODOTTO IN UN PUNTO P DA UN SISTEMA DI CARICHE FERME È DEFINITO COME LA FORZA ELETTRICA RISULTANTE \vec{F} CHE AGISCE SU UNA CARICA DI PROVA q_0 POSTA IN P DIVISA PER LA CARICA q_0 STESSA.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \text{ POICHÉ } \vec{F} = \sum \vec{F}_i = \sum E_i \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_0}{R_i^2} \vec{u}_i = q_0 \sum E_i \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{R_i^2} \vec{u}_i$$

MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETTROSTATICO

SUPPONIAMO DI IMMETTERE UNA CARICA q PUNTIFORME IN UNA ZONA DI SPAZIO IN CUI ESISTE UN CAMPO ELETTROSTATICO. QUESTA DI MASSA m È SOTTOPOSTA A F E LA LEGGE DELLA DINAMICA DI NEWTON SI SCRIVE:

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \frac{q \vec{E}}{m} \quad \text{IN QUANTO: } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q \vec{E} \Rightarrow m \vec{a} = q \vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q \vec{E}}{m}$$

INTEGRANDO SI DETERMINANO POSIZIONE E VELOCITÀ DELLA CARICA

RICORDANDO: $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x(t) = \frac{qE}{2m} t^2$
 $v(t) = v_0 + at \rightarrow v(t) = \frac{qE}{m} t$
 $v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0) \rightarrow v^2(x) = \frac{2qE}{m} x$

RIASSUNTO (CAPITOLO 1)

1) $F = k \frac{q_0 q}{R^2} \quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_0 q}{R^2} \vec{u}$ (L-GGE DI COULOMB)
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

2) $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ ESSENDO $\vec{F} = E_i \vec{F}_i = q_0 E_i \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_i}{R_i^2} \vec{u}_i \Rightarrow \vec{E} = E_i \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_i}{R_i^2} \vec{u}_i$

3) $\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \vec{F} = \vec{E} q_0 \Rightarrow \vec{a} = \frac{q_0 \vec{E}}{m}$

$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{q_0 E}{m} t^2$

PER GLI ESERCIZI:

$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$
 $E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots = E_x + E_y$
 $|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$
 $\theta = \arctg\left(\frac{E_y}{E_x}\right)$

NOTA:

(SI)

10 ¹⁵	F
10 ¹²	R
10 ⁹	M
10 ⁶	K
10 ³	h
10 ⁰	da
10 ⁻¹	d
10 ⁻²	c
10 ⁻³	m
10 ⁻⁶	μ
10 ⁻⁹	n
10 ⁻¹²	p
10 ⁻¹⁵	f

4) $U_E = U_E(s, t) + U_E(q)$, $U_E(s, t) = \dots$

LA DIFFERENZA DI POTENZIALE TRA DUE PUNTI A E B IN UNA REGIONE IN CUI IL CAMPO ELETTROSTATICO \vec{E} È UNIFORME VALE: $\Delta V = -E \Delta z$,
 CON Δz PROIEZIONE NEL VETTORE \vec{AB} CHE UNISCE I DUE PUNTI LUNGO \vec{E}
 DA: $\Delta U_E = q \Delta V$

(A) $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$ DIFFERENZA DI POTENZIALE ELETTROSTATICO
 $\Delta U_E = q_0 \Delta V = - q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$ DIFFERENZA DI ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

POSTO $U_\infty = 0$ E $V_\infty = 0$ SI POSSONO DEFINIRE:

\rightarrow $V = - \int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$ POTENZIALE ELETTROSTATICO IN UN PUNTO P
 (B) $U_E = - q_0 \int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$ ENERGIA ELETTROSTATICA DI UNA CARICA q_0 IN P

(POICHE' $V(R) - V(\infty) = - \int_\infty^R \vec{E} \cdot d\vec{s}$) (1), (2) PER (A)

RICORDANDO: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$, $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0 \vec{u}}{R^2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \vec{u}$

$dW = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u} \cdot d\vec{s}}{R^2}$ DOVE $\vec{u} \cdot d\vec{s} = dr$

$\Rightarrow = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{R^2}$

PER R CUI: $\vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{R^2}$

$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_A}^{R_B} \frac{dr}{R^2} = - \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_A} \right)$

$\Rightarrow W = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \left(\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 R_B} - \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 R_A} \right)$

$R \rightarrow \infty$ $V_B - V_A = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_A} \right)$

$U_{EB} - U_{EA} = \left(\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 R_B} - \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 R_A} \right)$

$V_\infty - V_R = \int_\infty^R \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$

$V(R) = - \int_\infty^R \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$

POTENZIALE ELETTROSTATICO GENERATO DA q IN P A DISTANZA R

$\Rightarrow U_E(R) = q_0 V(R) = - q_0 \int_\infty^R \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 R}$

ENERGIA ELETTROSTATICA

NB: IL POTENZIALE È COSTANTE IN TUTTI I PUNTI DELLA SUPERFICIE SFERICA DI RAGGIO R CON CENTRO NELLA CARICA q . (DI COSÌ ANCHE L'ENERGIA E)

MOTO DI UNA CARICA. CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

NEL MOTO DI UNA PARTICELLA DI MASSA m E CARICA q_0 IN UNA REGIONE IN CUI È PRESENTE IL CAMPO ELETTRICO \vec{E} PRODOTTO DA UN SISTEMA DI CARICHE VIGE LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA:

$$\boxed{E = E_k + U_E = \frac{1}{2} m v^2 + q_0 V = K}$$

COSTANTE SU TUTTA LA TRAIETTORIA DELLA PARTICELLA.

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA DI UN SISTEMA DISCRETO DI CARICHE

$$\boxed{U_E(\text{SISTEMA}) = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi \epsilon_0 R_{ij}}$$

R_{ij} È LA DISTANZA TRA LE CARICHE q_i E q_j ; ESSA RAPPRESENTA IL LAVORO CHE LE FORZE ESTERNE DEVONO COMPIERE CONTRO LE FORZE AGENTI TRA LE CARICHE PER ASSEMBLARE IL SISTEMA

IL CAMPO È COME GRADIENTE DEL POTENZIALE

IL CAMPO ELETTROSTATICO È ESPRIMIBILE IN OGNI PUNTO COME GRADIENTE DEL POTENZIALE ELETTROSTATICO.

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V}$$

IN COORDINATE CARTESIANE:

$$\boxed{\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z \right)}$$

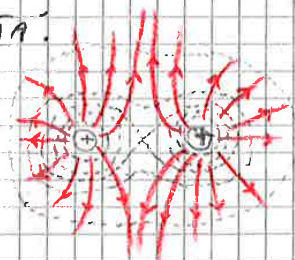
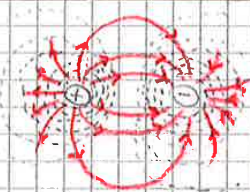
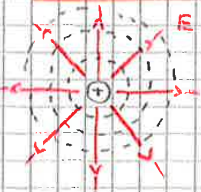
IN COORDINATE POLARI:

$$\boxed{\vec{E}(R, \theta) = -\frac{\partial V}{\partial R} \vec{u}_R - \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta}$$

SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

SONO SUPERFICI DELLO SPAZIO TRIDIMENSIONALE IN CUI IN CIASCUN PUNTO IL POTENZIALE ELETTROSTATICO V È COSTANTE. LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI HANNO LE SEGUENTI PROPRIETÀ:

- 1) PER UN PUNTO PASSA UNA SOLA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE
- 2) IL CAMPO ELETTROSTATICO È IN OGNI PUNTO PERPENDICOLARE A UNA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE ED È GIACENTE VERSO VALORI DEL POTENZIALE DECRESCENTI.
- 3) LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI SI INFITISCONO NELLE REGIONI IN CUI IL CAMPO ELETTROSTATICO HA MAGGIORE INTENSITÀ.

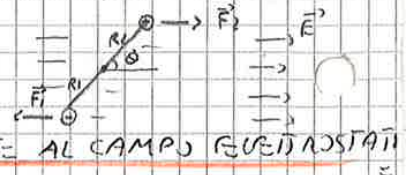


LA FORZA SU UN DIPOLO ELETTRICO (PAG 47)

IL MOMENTO MECCANICO M AGENTE SU UN DIPOLO ELETTRICO POSTO IN UN PUNTO

P IN CUI IL CAMPO ELETTROSTATICO SIA \vec{E} È DATO DA:

$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ IN QUANTO: $\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{F}_2 = q\vec{a} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$



$M = pE \sin \theta$!!

È TENDENTE A ORIENTARE IL MOMENTO \vec{p} CONCORDAMENTE AL CAMPO ELETTROSTATICO.

CO. L'ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA U_E DI UN DIPOLO IN UN CAMPO ELETTROSTATICO È DATA DA:

$U_E(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta$, CON θ ANGOLO TRA \vec{p} E \vec{E} (← DA SAPERE !!)

RIASSUNTO (CAPITOLO 2)

1) $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$
 $W = \int dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$
 $\vec{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \Rightarrow W = q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow W = 0$ CAMPO CONSERV.

2) $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$ $W = +q_0 \Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$
 $U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$ $W = -\Delta U \Rightarrow \Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$

3) $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} d\vec{s} = \int \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2} dR = - \left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_B} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_A} \right) = -\Delta U_E \Rightarrow \Delta V = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_A} \right)$
 $V(\infty) - V(R) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow V(R) = - \int_{\infty}^R \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$ $V(x,y,z) = E_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 R_i}$ $V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{R}$
 $U_E(R) = q_0 V(R) = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 R}$ $U_E(x,y,z) = E_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0 R_i}$ $U_E = q_0 V(x,y,z)$

4) $U_E = U_E(\text{SISTEMA}) + U_E(q_0)$, $U_E(\text{SISTEMA}) = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 R_{ij}}$

5) $\vec{E} = -\vec{\nabla}V = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z \right)$ (CAMPO \vec{E} COME GRADIENTE DEL POTENZIALE)
 $\vec{E}(r,\theta) = -\vec{\nabla}V = - \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta$

6) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int \nabla \times \vec{E} \cdot \vec{u}_n dE_n$ (TEOREMA DI STOKES)
 $\nabla \times \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \end{pmatrix} \vec{u}_x + \dots$
 SOSTITUENDO: $E_x = \frac{\partial V}{\partial x}$; $E_y = \frac{\partial V}{\partial y}$; $E_z = \frac{\partial V}{\partial z} \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} \right) \vec{u}_x + \dots$
 PER LA PROPRIETÀ DELLE DERIVATE SECONDE MISCE \rightarrow I TERMINI TRA PARENTESI SONO TUTTI NULLI \Rightarrow IL ROTORE DEL CAMPO ELETTROSTATICO È NULLO \Rightarrow IRROTAZIONALE \Rightarrow CONSERVATIVO.

7) $\vec{p} = q\vec{a}$, \vec{a} DA $-q$ A $+q$ MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO ENERGIA POTENZIALE DI DIPOLO
 Poiché $R_2 - R_1 = a \cos \theta$ e $R_1 R_2 = R^2$
 $V(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} (R_2 - R_1) = \frac{q a \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}_r}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
 $\Rightarrow \vec{E}(P) = \frac{\partial V}{\partial R} \vec{u}_R + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{u}_R - \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{u}_\theta = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 R^3} (2 \cos \theta \vec{u}_R - \sin \theta \vec{u}_\theta)$
 (MOMENTO MECCANICO) $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ Poiché $W = \int \vec{M} \cdot d\vec{\theta} = \int p E \sin \theta d\theta = -pE \cos \theta = U_E$
 $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{F}_2 = q\vec{a} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$ $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = pE \sin \theta$ GENERAZIONE POTENZIALE ELETTRICA DI DIPOLO
 $W = -\Delta U$

LA DIVERGENZA DEL CAMPO ELETTROSTATICO

TEOREMA DELLA DIVERGENZA: IL FLUSSO DI UN CAMPO VETTORIALE, NEL

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_m dS = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau$$

NOSTRO CASO IL CAMPO \vec{E} , ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA S È UGUALE ALLO INTEGRALE DI DIVERGENZA DEL CAMPO \vec{E} , ESTESO AL VOLUME V RACCHIUSO IN S

IN BASE A QUESTO TEOREMA LA LEGGE DI GAUSS SI PUÒ SCRIVERE:

$$\Phi(\vec{E}) = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho d\tau \quad \text{DOVE } \rho \text{ È LA DENSITÀ DI CARICA ALL'INTERNO}$$

DEL VOLUME V , PER CUI $dq = \rho d\tau$. L'EGUAGLIANZA DEGLI INTEGRALI \Rightarrow

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{(FORMULAZIONE LOCALE DELLA L. DI GAUSS)}$$

NOTA: LA DIVERGENZA DI \vec{E} È UNA QUANTITÀ SCALARE E SI ESPRIME IN COORD. CART.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho(x, y, z)}{\epsilon_0} \quad \text{(FORMULAZIONE LOCALE DELLA L. DI GAUSS)}$$

RICORDANDO: $E = -\nabla V$ POSSIAMO SCRIVERE: L'EQUAZIONE DI POISSON

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

L'OPERATORE $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ SI CHIAMA OPERATORE DI LAPLACE

NELO SPAZIO VUOTO, $\rho = 0$, DIVENTA:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad \text{DETTA EQUAZIONE DI LAPLACE}$$

NOTA: L'INTEGRAZIONE DI QUESTE ULTIME DUE EQ, CON DET. CONDIZIONI AL CONFINI, PERMETTE DI DETERMINARE UNIVOCAMENTE $V(x, y, z)$ E QUINDI, RICORDANDO $E = -\nabla V$, ANCHE IL CAMPO \vec{E} .

RIASSUNTO (CAPITOLO 3)

1) $\Phi(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \vec{u}_m dS$; $\Phi(\vec{E}) = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau$

$\Phi(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \vec{u}_m dS = \frac{Q_i}{\epsilon_0}$ (LEGGE DI GAUSS)

2) $\oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_m dS = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$ (TEOREMA DELLA DIVERGENZA)

3) $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau = \frac{Q_i}{\epsilon_0}$ con $dq = \rho d\tau \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, NEL VUOTO $\rho = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ (FORMA LOCALE DELLA LEGGE DI GAUSS)

4) $\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ (EQUAZIONE DI POISSON)
 $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ OPERATORE DI LAPLACE

5) $\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$ NELO SPAZIO VUOTO (EQUAZIONE DI LAPLACE)
 POICHE $\rho = 0$

NOTA: SE PONIAMO A CONTATTO DUE O PIÙ CONDUTTORI SI COSTITUISCE UN UNICO CORPO CONDUTTORE E IN EQUILIBRIO VALE LA CONDIZIONE $\vec{E} = 0$ E $V = K$.

CONDUTTORE CAVO. SCHERMO ELETTROSTATICO NB!

- ⊙ LA CARICA DI UN CONDUTTORE IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO SI DISTRIBUISCE SEMPRE E SOLTANTO SULLA SUPERFICIE ESTERNA, ANCHE IN PRESENZA DI UNA O PIÙ CAVITÀ ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE. ⇒ ALL'INTERNO DI \vec{E} NON CI SONO CARICHE E QUINDI SULLE PARETI DELLA CAVITÀ LA CARICA È NULLA
- ⊙ IL CAMPO ELETTROSTATICO È NULLO E IL POTENZIALE È COSTANTE IN OGNI PUNTO INTERNO ALLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE, ANCHE IN PRESENZA DI CAVITÀ.

SPIEGAZIONE: INFATTI, SE SULLE PARETI DELLA CAVITÀ POSSIAMO PRESENTI DUE DISTRIBUZIONI DI CARICA DI SEGNO OPPOSITO, CI SANEBBERAMO NELLA CAVITÀ LINEE DI FORZA, USCENTI DALLE CARICHE POSITIVE E ENTRANTI IN QUELLE NEGATIVE. LA CIRCOLAZIONE DI \vec{E} LUNGO UNA LINEA CHIUSA, COSTITUITA DA UN TRATTO C_1 INTERNO ALLA CAVITÀ SU CUI $\vec{E} \neq 0$ E DA UN TRATTO C_2 INTERNO AL CONDUTTORE DOVE $\vec{E} = 0$, DANEBBE

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

IN CONTRASTO COL FATTO CHE \vec{E} È CONSERVATIVO.

CONDUTTORE CAVO CONTENENTE ALL'INTERNO UN CONDUTTORE ISOLATO CARICO

CONSIDERIAMO UN CONDUTTORE CAVO C_2 , ISOLATO E PRIVO DI CARICA, E INTRODUCIAMO UN ALTRO CONDUTTORE C_1 CARICO NELLA CAVITÀ, MANTENENDOLO ISOLATO DA C_2 . SE C_1 HA SULLA SUPERFICIE ESTERNA UNA CARICA q , PER INDUZIONE, UNA CARICA $-q$ RISULTA DISTRIBUITA SULLA SUPERFICIE INTERNA E UNA CARICA q SU QUELLA ESTERNA DI C_2 . → FENOMENO DELL'INDUZIONE COMPLETA: TUTTE LE LINEE DI FORZA CHE PARTONO DA C_1 TERMINANO SU C_2 . DALLA SUPERFICIE ESTERNA DI C_2 PARTONO ALTRE LINEE DI FORZA. LE DUE ZONE IN CUI ESISTE UN CAMPO SONO SEPARATE DA UNA ZONA IN CUI, IN EQUILIBRIO, NON PUÒ ESISTERE CAMPO \vec{E}

IL CAMPO ELETTROSTATICO ALL'INTERNO DELLA CAVITÀ È DETERMINATO DAL VALORE DI q , DALLA POSIZIONE DI C_1 E DALLA FORMA GEOMETRICA DELLE DUE SUPERFICIE AFFACCIATE. L'INFORMAZIONE SULLA SITUAZIONE INTERNA POTREBBE PASSARE ALL'ESTERNO SOLO ATTRAVERSO UN CAMPO \vec{E} CHE PENETRASSE NEL CONDUTTORE C_2 : MA QUESTO NON È POSSIBILE PER LA PROPRIETÀ DEI CONDUTTORI IN EQUILIBRIO DI AVERE CAMPO \vec{E} NULLO ALL'INTERNO.

→ SE VARIAMO LA CARICA SULLA SUPERFICIE ESTERNA O VARIAMO LA SUA DISTRIBUZIONE, AD ES. AVVICINANDO UN ALTRO CONDUTTORE / CORPO CARICO CAMBIA IL CAMPO \vec{E} ALL'ESTERNO MA NON PUÒ ALTERARE IL CAMPO LOCALE INTERNO.

ESEMPJI SIGNIFICATIVI

1) CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE SFERICO ISOLATO

SE SI FA TENDERE $R_2 \rightarrow \infty$ SI OTTIENE (DA: $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$):
 $C = 4\pi\epsilon_0 R_1$

SI DEFINISCE CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE SFERICO ISOLATO. \rightarrow CONDENSATORE CON UN'ARMATURA POSTA ALL'INFINITO.

LA PRESENZA DELLA SECONDA ARMATURA HA COME RISULTATO L'AUMENTO DELLA CAPACITÀ DEL SISTEMA. \leftarrow CIÒ È FACILE DA VEDERE QUANTITATIVAMENTE:

SUPPONIAMO $h = R_2 - R_1 \ll R_1 \approx R_2 = R$ (OVVERO DISTANZA TRA INDE CONDUTTORI PICCOLA RISPETTO AI RAGGI)

$\Rightarrow C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R^2}{h} = \epsilon_0 \frac{\Sigma}{h}$, CON $\Sigma = 4\pi R^2$ AREA DELL'ARMATURA \Rightarrow

\Rightarrow LA CAPACITÀ CRESCE ALL'AUMENTARE DI Σ E AL DIMINUIRE DI h .

2) CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE CILINDRICO

DUE ARMATURE CILINDRICHE COASSIALI (R_1 E R_2 ; EGUALI LUNGHEZZA $d \gg R_1, R_2$)

SE SI ESCONDONO I TRATTI ESTREMI NELL'INTERCAPPEDINE CILINDRICA R_1 E R_2 IL CAMPO È ISOTROPICO E RADIALE.

$\vec{E}(R) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \vec{u}_R$, $\lambda = q/d$ (CARICA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA)

$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$

$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\epsilon_0 d}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

• SE $h = R_2 - R_1 \ll R_2 \approx R_1 = R$

• SVILUPPANDO IN SERIE IL DENOMINATORE

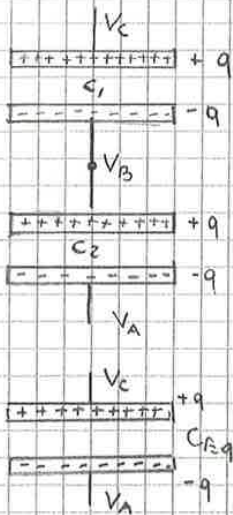
$\Rightarrow \ln \frac{R_2}{R_1} = \ln \left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1} \right) \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{h}{R}$ PER CUI \Rightarrow

$\Rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon_0 d R}{h} = \epsilon_0 \frac{\Sigma}{h}$, CON $\Sigma = 2\pi d R$

SI DEFINISCE CAPACITÀ PER UNITÀ DI LUNGHEZZA

$C_d = \frac{C}{d} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

CONDENSATORI IN SERIE



$$V_c - V_b = \frac{q}{C_1}$$

$$V_b - V_a = \frac{q}{C_2}$$

NB (STESSA CARICA q)

$$V = V_c - V_a = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{q}{C_{eq}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

IN UN SISTEMA DI CONDENSATORI IN SERIE LA CARICA È LA STESSA SU CIASCUNO, L'INVERSO DELLA CAPACITÀ EQUIVALENTE È SOMMA DEGLI INVERSI DELLE SINGOLE C

ENERGIA DEL CAMPO ELETTROSTATICO

COME AVVIENE IL PROCESSO DI CARICA!

LA CARICA DI UN CONDENSATORE AVVIENE SCARICANDO, TRAMITE UN AGENTE RESISTENTE, UNA CARICA dq DALL'ARMATURA NEGATIVA E PORTANDOLA SULL'ARMATURA POSITIVA COSÌ CHE ALLA FINE UNA CARICA q È STATA TRASFERITA DA UN'ARMATURA ALL'ALTRA, LASCIANDO LA PRIMA CON UNA CARICA $-q$, E SI È STABILITA TRA LE ARMATURE LA DIFFERENZA DI POTENZIALI V ; LA CARICA TOTALE È IN OGNI ISTANTE NULLA

IL LAVORO PER SPOSTARE dq ATTRAVERSO V È:

$$dW = V dq = \frac{q}{C} dq$$

E QUINDI IL LAVORO COMPLESSIVO PER EFFETTUARE LA SEPARAZIONE DELLE CARICHE È:

$$W = \int dW = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C}$$

QUESTO LAVORO VIENE IMMAGAZZINATO NEL SISTEMA SOTTO FORMA DI

ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA [DI UN CONDENSATORE]

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} q V$$

SI PUÒ RAPPRESENTARE L'ENERGIA ELETTROSTATICA CONFRONLANDOLA AL CAMPO ELETTROSTATICO E, DEFINENDO LA

DENSITÀ DI ENERGIA ELETTROSTATICA (OVVERO L'ENERGIA E. PER UNITÀ DI VOLUME)

$$[J/m^3] \quad U_e = \frac{U_e}{\tau} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

IN QUANTO, RICORDANDO $V = E \cdot h$, $\tau = E \cdot h$

$$U_e = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 E}{h} E^2 h^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 E h = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \tau$$

$$\Rightarrow U_e = u_e \tau$$

$$dU_e = u_e d\tau = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

IN UN VOLUME $d\tau$ NELL'INTERNO DI UN PUNTO P IN CUI IL CAMPO ELETTROSTATICO VALE E È CONTENUTA UNA QUANTITÀ

$$\Rightarrow U_e = \int dU_e = \int \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

D'ENERGIA ELET. $dU_e = \epsilon_0 E^2 d\tau$

(ESEMPLI = PAG 84)

POLARIZZAZIONE DEI DIELETTICI

- ALL'INTERNO DEI CONDUTTORI ESISTE UN CASO DIELETTICI PRATICAMENTE LIBERI.
- NEGLI ISOLANTI INVECE TUTTI GLI ELETTRONI SONO LEGATI AGLI ATOMI PER FARE AVVENIRE LA SEPARAZIONE OCCORRE AGITARE DALL'ESTERNO, AD ES. TRAMITE LO STAFINIO CON UN PANNO.

IN UN ATOMO IN CONDIZIONI NORMALI E IN ASSENZA DI CAMPO ELETTRICO ESISTONO LA DISTRIBUZIONE DEGLI ELETTRONI E IN MEDIA SIMMETRICA RISPETTO AL NUCLEO.

SOTTO L'AZIONE DI UN CAMPO ELETTROSTATICO \vec{E} IL CENTRO DELLA NUOVE NEGATIVA SUBISCE UNO SPOSTAMENTO IN VERSO CONTRARIO AL CAMPO, IL NUCLEO IN SENSO CONCORDE AL CAMPO E SI RAGGIUNGE UNA POSIZIONE DI EQUILIBRIO.

DETTO \vec{x} IL VETTORE CHE VA DAL CENTRO DELLA CARICA NEGATIVA AL NUCLEO, HA SENSO DEFINIRE IL MOMENTO DI DIPLO ELETTRICO

$$\vec{P}_a = Ze \vec{x}$$

POSSIAMO QUINDI AFFERMARE CHE UN ATOMO ACQUISTA UN MOMENTO DI DIPLO

ELETTRICO MICROSCOPICO \vec{P}_a , INDOTTO DAL CAMPO ELETTROSTATICO \vec{E} , A QUESTO PARALLELO E CONCORDE; L'EFFETTO CESSA QUANDO SI ANNULLA IL CAMPO.

QUESTO FENOMENO SI CHIAMA POLARIZZAZIONE ELETTRONICA

(IN GENERALE)

OGNI MOLECOLA ACQUISTA UN MOMENTO DI DIPLO ELETTRICO MICROSCOPICO $\langle \vec{P} \rangle$ PARALLELO AL CAMPO \vec{E} .

CONSIDERIAMO UN VOLUME τ NELL'INTERNO DI UN PUNTO O IN CUI SONO CONTENUTI N ATOMI (O MOLECOLE), IL MOMENTO DI DIPLO RISULTANTE E' $\vec{P} = N \langle \vec{P} \rangle$

E IL MOMENTO DI DIPLO PER UNITA' DI VOLUME NELL'INTERNO DI O SI SCRIVE:

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}}{\tau} = \frac{N}{\tau} \langle \vec{P} \rangle = m \langle \vec{P} \rangle$$

(VALORE POLARIZZAZIONE)

DOVE m E' IL NUMERO DI ATOMI (O MOLECOLE) PER UNITA' DI VOLUME (CUGA: $m = N/\tau$)

SIGNIFICATO FISICO: ALL'INTERNO DI UN DIELETTICO PURA POLARIZZAZIONE AVVIENE UNA COMPENSAZIONE

DEI CARICHE (IN QUANTO LA CARICA $+q_p$ DI UN PRISMA SI ANNULLA CON LA CARICA $-q_p$ DELL'ALTRA SULLA BASE IN COMUNE) SPOSTATE DALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO, MA NON (MA) SULLA SUPERFICIE LIMITE DOVE LA DISCONTINUITA' DEL MEZZO IMPEDISCE LA COMPENSAZIONE.

QUI LA CARICA E' LOCALIZZATA ENTRO UN STRATO DI SPESORE PARI ALLE DIMENSIONI ATOMICHE ED E' A TUTTI GLI EFFETTI TRATTABILE COME UNA DISTRIBUZIONE SUPERFICIALE DI CARICA. \Rightarrow LA LASTRA VIENE QUINDI A ESSERE EQUIVALENTE A DUE

DISTRIBUZIONI DI CARICA, LOCALIZZATE SULLE FACCE, CON DENSITA' $\pm \sigma_p = \pm P$

NB: QUESTE CARICHE DI POLARIZZAZIONE NON SONO LIBERE! COME NEI CONDUTTORI ESSE SI MANIFESTANO A CAUSA DEGLI SPOSTAMENTI MICROSCOPICI LOCALI, MA RIMANGONO VINCOLATE AGLI ATOMI

⇒ LEGGRE DI GAUSS PER L'INDUZIONE DIELETTICA:

IL FLUSSO NELL'INDUZIONE DIELETTICA ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA È UGUALE ALLA SOMMA DELLE CARICHE LIBERE CONTENUTE ALL'INTERNO DELLA SUPERFICIE STESSA.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 (K-1) \vec{E} = \epsilon_0 K \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

IN PARTICOLARE, ALL'INTERNO DELLA LASTRA DIELETTICA INSERTITA IN UN CONDENSATORE

PIANO DOVE IL CAMPO ELETTROSTATICO È DATO DA $E_K = \frac{\sigma_0}{K \epsilon_0}$ SI HA:

$$\vec{D} = \sigma \vec{u}_m \quad (\text{IL VALORE DI D COINCIDE CON QUELLO DELLA DENSITA' DI CARICA LIBERA!!})$$

LA FORMA LOCALE DI $\Phi(\vec{D}) = \int \vec{D} \cdot \vec{u}_m dE = q$: $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho}$

LA DIVERGENZA DEL VETTORE INDUZIONE DIELETTICA È UGUALE ALLA DENSITA' DI CARICA LIBERA : IN ASSENZA DI CARICA LIBERA $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$

[PAG. 96]

RIASSUNTO (CAPITOLO 9)

1) $\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m dE = \vec{E} \cdot dE = \frac{dq}{\epsilon_0} = \frac{q dE}{\epsilon_0}$

$dq = \sigma dE$ $dq = \rho dV$ (DENSITA' DI CARICA LIBERA)

[K] $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_m$

CAMPO ELETTROSTATICO SUIA SUP DI UN CONDENSATORE

2) $C = \frac{q}{\Delta V}$ [F] = [C/V]

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

3) CONDENSATORI IN PARALLELO

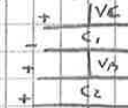
$C = \frac{q}{V}$; $q = CV$; $V = \frac{q}{C}$

4) CONDENSATORI IN SERIE



- STESSA V
- $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_m$

$$q = q_1 + q_2 = VC_1 + VC_2 = V(C_1 + C_2) = VC_{eq}$$



- STESSA q
- $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_m}$

$$V_2 - V_1 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

5) $dW = V dq = \frac{q}{C} dq$

$$W = \int dW = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2C} q^2$$

$$U_E = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} q V$$
 ENERGIA POTENZ. ELETTRIC.

6) $K = \frac{U_0}{U_K} > 1$

così DIEL. RELATIVA

$$E = K E_0$$
 così DIEL. ASSOLUTA

$$E = \frac{E_0}{K} ; V = \frac{V_0}{K} ; C = K C_0$$

DENSITA' DI ENERGIA ELETTROSTAT.

7) $\vec{p} = q \vec{a}$, \vec{a} DA $-q$ A $+q$ MOMENTO DI DIPLO ELETTRICO

$$\vec{P} = \epsilon_0 (K-1) \vec{E} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\boxed{\vec{g}_p = \vec{P} \cdot \vec{u}_m}$$
 ; $g = \epsilon E = \rho E$

8) $\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m dE = \frac{q + q_p}{\epsilon_0}$

$$q_p = -\sigma_p E = -\rho E$$

$$\oint \vec{P} \cdot \vec{u}_m dE = \rho E$$

$$\Rightarrow \Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m dE = \frac{1}{\epsilon_0} (q - \oint \vec{P} \cdot \vec{u}_m dE)$$

$$\Rightarrow \Phi(\vec{E}) = \oint (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \vec{u}_m dE = q$$

[Gauss] $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ INDUZIONE DIELETTICA

$$\oint \vec{D} \cdot \vec{u}_m dE = q$$

FORMA LOCALE $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$

ρ = DENSITA' DI CARICA LIBERA

LEGGRE DI GAUSS

$$\left(\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m dE = \frac{(E_1, q)}{\epsilon_0} \right)$$

LEGGRE DI GAUSS IN

PRESENZA DI DIELETTICA

FORMA LOCALE NELLA LEGGE DI GAUSS

$$\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \right)$$

FORMA LOCALE DELLA

LEGGRE DI GAUSS IN PRESENZA DI DIELETT.

CORRENTE ELETTRICA.

GENERAZIONE DI F.E.M. $\xrightarrow{\text{produce}}$ CAMPO \vec{E} ;

I PORTATORI DI CARICA SI MUOVONO SOTTO L'AZIONE DELLA

FORZA ELETTRICA: $\vec{F} = q\vec{E}$, ACQUISTANDO LA VELOCITÀ DI DERIVA \vec{v}_d

LUNGO LA DIREZIONE DI \vec{E} . TALE MOTO DA ORIGINE A UNA CORRENTE ELETTRICA

INTENSITÀ DI CORRENTE ELETTRICA MEDIA:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad [A] = \left[\frac{C}{s} \right]$$

INTENSITÀ DI CORRENTE ISTANTANEA ($\Delta t \rightarrow 0$):

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

NEL TEMPO Δt LE CARICHE PERCORRONO LA DISTANZA $v_d \Delta t$ PER CUI LA CARICA COMPRESSIVA CHE PASSA ATTRAVERSO dE NEL TEMPO Δt È QUELLA CONTENUTA NEL VOLUME INFINITESIMO

dV DEFINITO DA dE E $v_d \Delta t$:

$$dV = v_d \Delta t dE \cos \theta$$

$$\Delta q = n_e e dV = n_e e v_d dE \cos \theta \Delta t$$

$$di = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n_e e v_d dE \cos \theta$$

DEFINIAMO LA DENSITÀ DI CORRENTE \vec{j}

$$\vec{j} = n_e e \vec{v}_d \quad [A/m^2]$$

E RISCRIVIAMO:

$$di = \vec{j} \cdot \vec{u}_m dE$$

L'INTENSITÀ DI CORRENTE ATTRAVERSO E SI OTTIENE INTEGRANDO: $[A] = \left[\frac{C}{s} \right]$

$$\vec{i} = \int_E \vec{j} \cdot \vec{u}_m dE \quad i = \text{AL FLUSSO DEL VETTORE DENSITÀ DI CORRENTE ATTRAVERSO } E$$

IN PARTICOLARE SE E È \perp A \vec{j} (CUI È A \vec{v}_d) E \vec{j} HA LO STESSO VALORE IN TUTTI I PUNTI DI E :

$$i = jE \quad ; \quad j = \frac{i}{E} \quad [A/m^2]$$

SE, COME NEI CONDUTTORI METALLICI, I PORTATORI DI CARICA SONO NEGATIVI, FISSATA LA DIREZIONE E IL VERSO DI \vec{E} LA VELOCITÀ DI DERIVA \vec{v}_d È DIRETTA IN VERSO OPPOSTO RISPETTO AL CAMPO \vec{E} . IL VETTORE $-e\vec{v}_d$ HA INVECE LO STESSO VERSO DI \vec{E} E LA DENSITÀ DI CORRENTE:

$$\vec{j} = -n_e e \vec{v}_d \quad \text{PARALLELO E CONCORDE AL CAMPO } \vec{E}$$

QUANDO SONO PRESENTI, COME NEI SEMICONDUTTORI, PORTATORI POSITIVI CHE HANNO VELOCITÀ DI DERIVA \vec{v}_+ E PORTATORI NEGATIVI CHE HANNO \vec{v}_- LA DENSITÀ DI CORR.:

$$\vec{j} = n_+ e \vec{v}_+ - n_- e \vec{v}_- \quad \text{I DUE TERMINI SONO CONCORDE E HANNO LO STESSO VERSO DI } \vec{E}$$

EFFETTI TERMICI

LA RESISTIVITÀ È UNA FUNZIONE CRESCENTE DELLA TEMPERATURA.

IN UN INTERVALLO LIMITATO (QUALCHE DECINA DI GRADI) INTORNO ALLA TEMPERATURA DI 20°C LA RELAZIONE È PRATICAMENTE LINEARE:

$$P = P_{20} (1 + \alpha \Delta t) \quad , \quad \Delta t = t - 20 \quad , \quad P_{20} \text{ RESISTIVITÀ A } 20^\circ\text{C}$$

α = COEFFICIENTE TERMICO DEFINITO:

$$\alpha = \frac{1}{P_{20}} \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

POTENZA, EFFETTO JOULE

IL CAMPO ELETTRICO COMPIE LAVORO:

$$dW = V dq = V i dt$$

E SPENDE PERTANTO LA POTENZA ELETTRICA

$$P = \frac{dW}{dt} = Vi$$

SE VALE LA LEGGE DI OHM:

$$P = Ri^2 = \frac{V^2}{R}$$

IL PASSAGGIO DI CORRENTE ATTRAVERSO UN CONDOTTORE METALLICO PER UN TEMPO t COMPORTA DUNQUE IL LAVORO

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t Ri^2 dt$$

E SE LA CORRENTE È COSTANTE NEL TEMPO, SI RIDUCE A:

$$W = Ri^2 t \quad \text{[EFFETTO JOULE]}$$

QUESTO LAVORO È NECESSARIO PER VINCERE LA RESISTENZA OPPOSTA DAL RETICOLO CRISTALLINO AL MOTO ORDINATO DEGLI ELETTRONI E, DA UN PUNTO DI VISTA TERMODINAMICO,

L'ESSO VIENE ASSORBITO DAL CONDOTTORE LA SUA ENERGIA INTERNA AUMENTA.

DI CONSEGUENZA AUMENTA LA TEMPERATURA DEL CONDOTTORE: SE ESSO È ISOLATO

TERMICAMENTE DALL'AMBIENTE IL PROCESSO PORTA ALLA FUSIONE DEL METALLO;

SE INVECE IL CONDOTTORE È IN CONTATTO TERMICO CON L'AMBIENTE LA SUA TEMPERA-

TURA CRESCE FINO A CHE SI RAGGIUNGE UNO STATO DI EQUILIBRIO IN CUI L'ENERGIA

INTERNA NON VARIA PIÙ E IL LAVORO ELETTRICO VIENE CEDUTO ALL'AMBIENTE

SOTTO FORMA DI CALORE (PURCHÉ LA TEMPERATURA DI EQUILIBRIO SIA INFERIORE ALLA TEMPERATURA

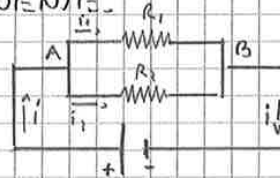
DI FUSIONE).

L'EFFETTO DI RISCALDAMENTO DI UN CONDOTTORE PERCORSO DA CORRENTE SI CHIAMA

EFFETTO JOULE.

IN UN COLLEGAMENTO IN PARALLELO LA DIFFERENZA DI POTENZIALE È LA STESSA AI CAPI DI CIASCUN RESISTENZA; L'INVERSO DELLA RESISTENZA EQUIVALENTE È UGUALE ALLA SOMMA DEGLI INVERSI DI CIASCUN COMPONENTE.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_m}$$



È LA POTENZA SPESA È

$$P = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 = R_1 \frac{V^2}{R_1^2} + R_2 \frac{V^2}{R_2^2} = V^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V^2}{R_{eq}} = R_{eq} i^2$$

FORZA ELETTRICITÀ

LEGGI DI OHM = $V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ri$

METTE IN RELAZIONE I CON \vec{E} PRODOTTO DA UN GENERATORE ESTERNO, AI CUI POLI È COLLEGATO UN CONDUTTORE.

TALE RELAZIONE APPLICATA A UN CIRCUITO CHIUSO DIVENTA

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = R_T i \quad R_T \text{ RESISTENZA TOTALE NEL CIRCUITO}$$

PER OTTENERE NEL CIRCUITO UNA CORRENTE D'INTENSITÀ i È NECESSARIA LA PRESENZA NEL CIRCUITO DI UNA SORGENTE E.M. OVVERO DI UN CAMPO \vec{E} LA CUI CIRCOLAZIONE NON SIA NULLA. NE SEGUE CHE NON PUÒ ESSERE UN CAMPO ELETTROSTATICO \vec{E}_{EL} A FASE CIRCOLARE LE CARICHE NEL CIRCUITO IN QUANTO ESSO È CONSERVATIVO E LA CORISPETTIVA F.E.M. È SEMPRE NULLA.

PER FASE CIRCOLARE CORRENTE CI DEVE ESSERE ALL'INTERNO DEL GENERATORE UN CAMPO \vec{E}^* DI NATURA NON ELETTROSTATICA, CHE CHIAMIAMO CAMPO ELETTROMOTORE, CAPACE DI FAR MUOVERE LE CARICHE CHE ALL'INTERNO DEL GENERATORE, CONTRO IL CAMPO ELETTROSTATICO \vec{E}_{EL} . L'INTEGRALE DI \vec{E}^* LUNGO IL CIRCUITO:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}^* \cdot d\vec{\rho} = \int_A^B \vec{E}^* \cdot d\vec{\rho} \quad \rho \text{ LINEA INTERNA AL GENERATORE}$$

$$\mathcal{E} = (R + r) i = R_T i \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad r \text{ RESISTENZA INTERNA (AL GENERATORE)}$$

$$V_A - V_B = Ri = \mathcal{E} - Ri$$

LA FORZA ELETTRICITÀ DI UN GENERATORE È UGUALE ALLA DIFFERENZA DI POTENZIALE MISURATA AI CAPI DEL GENERATORE A CIRCUITO APERTO ($i=0$)

INOLTRE POSSIAMO DIRE CHE LA FORZA ELETTRICITÀ È PARI AL LAVORO FORNITO DAL GENERATORE ALLA CARICA UNITARIA CHE LO ATTRAVERSA.

IL LAVORO FORNITO DAL GENERATORE VIENE DISSIPATO NELLE RESISTENZE DEL CIRCUITO

IN TERMINI DI POTENZA ELETTRICA

$$P = \mathcal{E}i = Ri^2 + ri^2 = R_T i^2 \quad (\text{CON } R_T = R + r)$$

SCARICA DI UN CONDENSATORE

CARICA INIZIALE q_0

$T=0 \rightarrow$ LA CARICA SI MUOVENDO DALL'AMMATERIA A POTENZIALE MAGGIORE A QUELLA A POTENZIALE MINORE DANDO LUOGO A UNA CORRENTE POSITIVA LUNGO IL RESISTORE DATA DA $i = -\frac{dq}{dt}$, DOVE IL SEGNO MENO È NECESSARIO IN QUANTO LA CARICA DIMINUISCE NEL TEMPO.

LE ESPRESSIONI ESPLICITE SONO:

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$$

$$V_c(t) = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC}$$

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} = \frac{V_c}{R}$$

LA POTENZA ISTANTANEA DISSIPATA SU R VALE:

$$P_R(t) = Ri^2 = \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/RC}$$

E NELL'INTERO PROCESSO VIENE DISSIPATA L'ENERGIA:

$$W_R = \int_0^{\infty} P_R(t) dt = \frac{V_0^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} CV_0^2 = \frac{q_0^2}{2C}$$

PARI ALL'ENERGIA ELETTROSTATICA INIZIALE DEL CONDENSATORE.

\rightarrow PER CARICARE UN CONDENSATORE: DECONTE SEMPRE UN CERTO TEMPO PERCHÉ C'È

SEMPRE RESISTENZA NEL CIRCUITO. NEL CASO DELLA SCARICA, ANCHE QUESTA RICHIEDE UN CERTO TEMPO E ALLA FINE L'ENERGIA ELETTROSTATICA VIENE RIUTILIZZATA PER FAR CIRCOLO LA CORRENTE NEL CIRCUITO E QUINDI DISSIPATA NELLA RESISTENZA NELLO STESSO CIRCUITO.

OSSERVIAMO CHE UN CONDENSATORE ISOLATO NON MANTIENE INDEFINITIVAMENTE LA SUA CARICA, IN QUANTO CI SONO SEMPRE PROCESSI CONDUTTIVI ATTRAVERSO IL DIELETTRICO O ATTRAVERSO L'ARIA, CHE SI POSSONO SCHEMATIZZARE CON UNA RESISTENZA DI PERDITA R_p . DAL VALORE DI QUESTA E DELLA CAPACITÀ DIPENDE IL TEMPO DI SCARICA.

$\tau = RC$ COSTANTE DI TEMPO DEL CIRCUITO

(ESEMPI PAG 125)

LEGGI DI KIRCHOFF PER LE RETI ELETTRICHE

RETE ELETTRICA: NODI E RAMI.

UN NODO È UN PUNTO NEL QUALE CONVERGONO ALMENO TRE CONDUTTORI;
I NODI SONO COLLEGATI DAI RAMI, IN CUI POSSONO ESSERE COMPONENTI ATTIVI (GENERATORI) E COMPONENTI PASSIVI (RESISTORI).

ALL'INTERNO DI UNA RETE È POSSIBILE INDIVIDUARE DETERMINATI CAMMINI CHIUSI,
CHIAMATI MAGLIE, COSTITUITI DA PIÙ RAMI.

PRIMA LEGGE DI KIRCHOFF: LEGGE DEI NODI

LA SOMMA ALGEBRICA DELLE CORRENTI CHE CONFLUISCONO IN UN NODO È UGUALE A ZERO.

$$\sum_k i_k = 0$$

SECONDA LEGGE DI KIRCHOFF: LEGGE DELLE MAGLIE

CONSIDERIAMO UNA MAGLIA DI UNA RETE, NELLA QUALE FISSIAMO UN VERSO DI PERCORRENZA:
IN OGNI RAMO DELLA MAGLIA VIENE A SUA VOLTA FISSATO UN VERSO DELLA CORRENTE
CHE LO PERCORRE.

LA SOMMA ALGEBRICA DELLE FORZE ELETTRICHE PRESENTI NEI RAMI DELLA MAGLIA
È UGUALE ALLA SOMMA ALGEBRICA DEI PRODOTTI $R_k i_k$, CIOÈ DELLE DIFFERENZE DI
POTENZIALE AI CAPI DEI RESISTORI R_k SITUATI NEI RAMI DELLA MAGLIA.

$$\sum_k R_k i_k = \sum_k \mathcal{E}_k$$

(SALTA UNA PAGINA)

NOTA: LA CIRCOLAZIONE
DI UN CAMPO MAGNETICO
 \vec{B} NON È NESSUNO NULLA
POICHÉ \vec{B} È CONSERVATIVO
LUNGO UNA SUA QUALSIASI
LINEA CHIUSA.

9) $C = \frac{q_0}{V} = \frac{q_0}{\mathcal{E}} \Rightarrow q_0 = C\mathcal{E}$

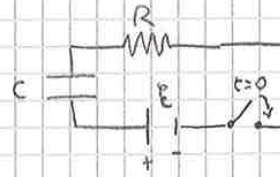
[CARICA DI UN CONDENSATORE]
DA $0 \rightarrow q_0 = C\mathcal{E}$

$V_A - V_B = \sum \mathcal{E} - Ri$

$\Rightarrow \mathcal{E} = V_R(t) + V_C(t) = Ri(t) + \frac{q(t)}{C}$

$i = \frac{dq}{dt}$

$R \frac{dq}{dt} = \mathcal{E} - \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{dt}{RC}$



$\int_0^{q_0} \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$

$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$

$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$

$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$

$V_R(t) = Ri(t) = \mathcal{E} e^{-t/RC}$

$\rightarrow W_{RES} = \int \mathcal{E} dq = \mathcal{E} \int_0^{q_0} dq = \mathcal{E} q_0 = C\mathcal{E}^2$ (SULLA RESISTENZA VIENE DISSIPATO IL LAVORO $\frac{1}{2} C\mathcal{E}^2$)

$P_{RES} = P_R(t) + P_C(t)$

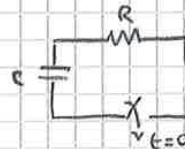
10) $i = -\frac{dq}{dt}$

[SCARICA DI UN CONDENSATORE]
 $q_0 \rightarrow 0$

$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$

$V_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC}$

$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} = \frac{V_C}{R}$



$W_R = \int_0^{q_0} P_R(t) dt = \frac{V_0^2}{R} \int_0^{q_0} e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{q_0^2}{2C}$ (ENERGIA DISSIPATA NELL'INTERO PROCESSO)

11) $i_S = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CV)}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{EV}{h} \right) = \epsilon_0 \frac{d}{dt} (E\mathcal{E}) = \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathcal{E})}{dt}$ (ALL'INTERNO DEL CONDENSATORE)

$\vec{j}_S = \frac{i_S}{\mathcal{E}} = \epsilon_0 \frac{d\mathcal{E}}{dt}$

$i = i_C + i_S = i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi(\mathcal{E})}{dt}$

$\vec{j} = \vec{j}_C + \vec{j}_S = \vec{j}_C + \epsilon_0 \frac{d\mathcal{E}}{dt}$

12) $\sum_k i_k = 0$ 1° LEGGE DI KIRCHOFF: LEGGE DEI NODI

$\sum_k R_k i_k = \sum_k \mathcal{E}_k$ 2° LEGGE DI KIRCHOFF: LEGGE DELLE MAGLIE

$\sum_k V_k = \sum_k \mathcal{E}_k$

↓ LA SOMMA DELLE R.E.M. PRESENTI NEI RAMI DELLA MAGLIA È UGUALE ALLA SOMMA DEI P.R.S. R_k i_k, CIOÈ DELLA DIFF. DI POT. AI CAPI DEI RESISTORI R_k SITUATI NEI RAMI DELLA MAGLIA.

FORZA MAGNETICA SU UNA CARICA IN MOTO

CONSIDERIAMO UNA PARTICELLA, DI MASSA m E CARICA q , POSITA IN UN CAMPO MAGNETICO \vec{B}

NB: L'INTERAZIONE MAGNETICA SI MANIFESTA SOLAMENTE TRA CARICHE IN MOTO.

\Rightarrow SE LA PART. E' FERMA SU DI ESSA NON AGISCE NESSUNA FORZA.

SE E' IN MOTO CON VELOCITA' \vec{v} SI AGENICA CHE SU DI ESSA AGISCE LA

FORZA DI LORENTEZ

UNITA' DI MISURA DI B

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$[T] = \left[\frac{N}{C \frac{m}{s}} \right] = \left[\frac{N}{A m} \right] = \left[\frac{Kg}{A s^2} \right]$$

IL MODULO DELLA FORZA DI LORENTEZ:

$$F = qvB \sin \theta$$

LA FORZA E' NULLA SE LA $\vec{v} \parallel \vec{B}$ ($\theta = 0; \theta = \pi$)

E' MASSIMA SE $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($\theta = \pi/2$)

DA UN PUNTO DI VISTA ENERGETICO:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_a^2 - \frac{1}{2} m v_p^2 = W = \int_P^Q \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

PER UN QUALSIASI SPOSTAMENTO P DAL PUNTO P AL PUNTO Q NELLA REGIONE IN CUI ESISTE

\vec{B} L'ENERGIA CINETICA DELLA PARTICELLA RESTA COSTANTE IN QUANTO LA FORZA DI LORENTEZ

NON COMPIE LAVORO SULLA PARTICELLA: ESSA NON COMUNICA ALLA PART. UN'ACCELERAZIONE TANGENZIALE, MA SOLTANTO UN'ACCELERAZIONE CENTRIFUGA.

QUANDO UNA PARTICELLA CARICA SI MUOVE IN CAMPO MAGNETICO LA SUA VELOCITA' CAMBIA IN DIREZIONE, MA NON IN MODULO

RICORDA CHE LA FORZA ELETTROSTATICA E' PARALLELA AL CAMPO \vec{E} MENTRE LA FORZA MAGNETICA E' ORTOGONALE A \vec{B} . \leftarrow

FORZA MAGNETICA SU UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE

LA CORRENTE ELETTRICA IN UN CONDUTTORE E' DOVUTA AL MOTO DEGLI ELETTRONI SOTTO L'AZIONE DEL CAMPO ELETTRICO APPLICATO TRAMITE UN GENERATORE.

n NUMERO DI ELETTRONI

v_d VELOCITA' DI DERIVA

$$\vec{j} = -ne\vec{v}_d \text{ DENSITA' DI CORRENTE } \parallel \text{ E } \perp \text{ CONCORRENTE AL CAMPO } \vec{E}$$

QUANDO IL CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE E' IMMERSO IN UN CAMPO MAGNETICO A CIASCUN ELETTRONE E' APPLICATA LA FORZA DI LORENTEZ:

$$\vec{F}_e = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$$

RIFERENDOCI A UN CONDUTTORE FILLARMENTE E RICORDANDO CHE $\vec{i} = E_j$ E LA CORRENTE

CHE PERCORRE IL FILO, ORIENTANDO $d\vec{s}$ COME \vec{j} OTTIENIAMO:

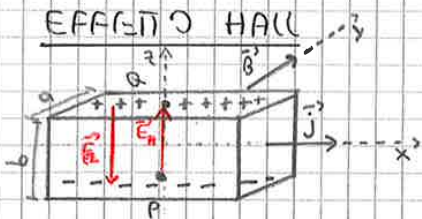
$$d\vec{F} = i d\vec{s} \times \vec{B}$$

SECONDA LEGGE ELEMMENTARE DI LAPLACE

LA FORZA MAGNETICA SU UN TRATTO INFINITESIMO DI FILO PERCORSO DA CORRENTE E' ORTOGONALE

AL FILO E AL CAMPO MAGNETICO ED E' ORIENTATA RISPETTO A $d\vec{s}$ E \vec{B} SECONDO LA REGOLA DELLA VITE.

EFFETTO HALL



$$\vec{j} = \frac{i}{ab} \vec{a}_x = me \vec{v}_d$$

→ SU CIASCUN PORTATORE DI CARICA

$$\vec{F} = e \vec{v}_d \times \vec{B}$$

⇒ SULLA CARICA E AGISCE UNA CERTA FORZA E...

DEFINIAMO CAMPO ELETTROSTATICO / CAMPO DI HALL:

$$\vec{E}_H = \frac{\vec{F}}{e} = \vec{v}_d \times \vec{B} = \frac{\vec{j}}{me} \times \vec{B}$$

QUESTO È UN ASPETTO MOLTO IMPORTANTE DELLA FORZA MAGNETICA SU UNA CARICA IN MOVIMENTO, LA QUALE PERMETTE

IN OGNI CASO DI DEFINIRE UN CAMPO ELETTRICO DI ORIGINE MAGNETICA → CAMPO ELETTROSTATICO

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi \quad (\text{CAMPO NON CONSERVATIVO})$$

⇒ \vec{E}_H HA LA DIREZIONE DI \vec{z} :
 SE $e > 0$ \vec{E}_H È CONCORDA CON L'ASSE \vec{z}
 SE $e < 0$ \vec{E}_H È DISCORDA CON L'ASSE \vec{z} .

→ IL CAMPO DI HALL PROVOCA UNA DEFLESSIONE NEL MOTO DELLE CARICHE, TENDE AD ACCUMULARE CARICHE DI SEGNO OPPOSTO SULLE DUE FACCE ORTOGONALI A \vec{E}_H . SI RAGGIUNGE SUBITO UN EQUILIBRIO IN QUANTO L'ACCUMULO HA ORIGINE A UN CAMPO ELETTROSTATICO \vec{E}_{EL} CHE SI OPpone A UN ULTERIORE ACCUMULO; LA CONDIZIONE È:

$$\vec{E}_H + \vec{E}_{EL} = 0$$

TENSIONE DEL CAMPO \vec{E}_H / TENSIONE DI HALL

$$\mathcal{E}_H = \int_P^Q \vec{E}_H \cdot d\vec{r} = \vec{E}_H \cdot \vec{PQ} = \pm E_H b$$

NB: CON SEGNO POSITIVO SE $e > 0$, NEGATIVO SE $e < 0$

IN MODULO LA TENSIONE DI HALL VALE:

$$\mathcal{E}_H = E_H b = \frac{j B b}{me} = \frac{i B}{me a}$$

$$\text{IN QUANTO } j = \frac{i}{E} = \frac{i}{ab}$$

IL FENOMENO DESCRITTO, CHIAMATO EFFETTO HALL TRASVERSALE, SI PRESTA AD ALCUNE INTERESSANTI APPLICAZIONI. AD ES. DAL SEGNO DI \mathcal{E}_H SI PUÒ DETERMINARE IL SEGNO DEI PORTATORI DI CARICA. OPPURE NOTI I MODULI DI \mathcal{E}_H E B SI PUÒ RICAVARE LA DENSITÀ DI CARICA me DEI PORTATORI.

MOTO IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME, θ GENERICO

$\theta \neq \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ SCOMPONIAMO LA VELOCITÀ \vec{v} NEI DUE COMPONENTI $\vec{v}_m = v \sin \theta \perp \vec{B}$

e $\vec{v}_p = v \cos \theta \parallel \vec{B}$

$\Rightarrow \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(\vec{v}_m + \vec{v}_p) \times \vec{B} = q\vec{v}_m \times \vec{B} + \underbrace{q\vec{v}_p \times \vec{B}}_{= 0 \text{ ESSENDO } \vec{v}_p \times \vec{B} = 0 \text{ } \vec{v}_p \parallel \vec{B} !}$

$R = \frac{mv_m}{qB} = \frac{mv \sin \theta}{qB} \quad (NB \sin \theta)$

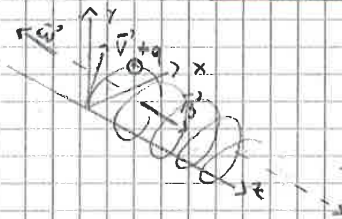
\rightarrow POICHÉ LUNGO B C'È FORZA, $\vec{v}_p = k$ E IL MOTO È PARABOLICO NELLA DIREZIONE DI \vec{B}
(MOTILINEO E UNIFORME)

LA COMPOSIZIONE DEL MOTO CIRCOLARE UNIFORME IN UN PIANO ORTOGONALE A \vec{B} È

DEL MOTO RETTILINEO UNIFORME LUNGO \vec{B} DA LUOGO A UN MOTO ELICOIDALE UNIFORME
AVENTE COME ASSE LA DIREZIONE DI B

PASSO DELL'ELICA:

$P = v_p T = \frac{2\pi m v \cos \theta}{qB} \quad (NB \cos \theta !)$



CAMPO \vec{E} , CAMPO \vec{B}

UNA PARTICELLA SUBATOMICA SOTTOPOSTA ALL'AZIONE DI UN CAMPO ELETTROSTATICO E DI UN CAMPO MAGNETICO RISENTE DELLA FORZA DI LORENTZ:

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

UNA PARTICELLA CARICA PUÒ COMPIRE UN MOTO RETTILINEO UNIFORME IN UNA REGIONE IN CUI ESISTONO UN CAMPO \vec{E} E UN CAMPO \vec{B} UNIFORMI SE QUESTI SONO ORTOGONALI

TRA LORO E ALLA VELOCITÀ INIZIALE E SE IL MODULO DELLA VELOCITÀ È EGUALE

AL RAPPORTO DEI MODULI DEI CAMPI SECONDO $v = \frac{E}{B}$; I VERSI DEI CAMPI DEVONO ESSERE TALI CHE $\vec{E} \times \vec{B}$ ABBIATO LO STESSO VERSO DI \vec{v} .

SORGENTI DEL CAMPO MAGNETICO

(CAPITOLO 7)

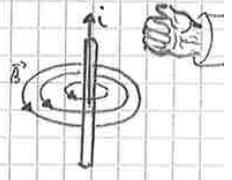
LEGGE DI AMPERE, PROPRIETA' MAGNETICHE DELLA MATERIA.

CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UNA CORRENTE

$$d\vec{B} = k_m i \frac{d\vec{s} \times \vec{u}_R}{R^2} = k_m i \frac{ds \vec{u}_T \times \vec{u}_R}{R^2}$$

CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UN TRATTO INFINITESIMO $d\vec{s}$ DI FILO, PERCORSO DALLA CORRENTE i , IN UN PUNTO P DISTANTE R DALL'ELEMENTO DI FILO (REGOLA MANO DX)

\vec{u}_R VETTORE DELLA DIREZIONE ORIENTATA DA $d\vec{s}$ A P
 \vec{u}_T VETTORE TANGENTE AL FILO, PER CUI $d\vec{s} = ds \vec{u}_T$



$\mu_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$, $\mu_0 = 4\pi k_m = 4\pi \cdot 10^{-7}$ ($k_m = 10^{-7} \frac{H}{m}$)
 ↑ PERMEABILITA' MAGNETICA DEL VUOTO

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{s} \times \vec{u}_R}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{ds \vec{u}_T \times \vec{u}_R}{R^2}$$

PRIMA LEGGE ELEMENTARE DI LAPLACE

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \vec{u}_R}{R^2}$$

LEGGE DI AMPERE - LAPLACE

i = SPINTE IL CILINDRO TRAVE CORRENTE
 \vec{B} = IL CAMPO MAGNETICO DA ESSA PRODOTTO!

CAMPO MAGNETICO DI UNA CARICA IN MOTO

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_R}{R^2}$$

PRODOTTO DA UNA SINGOLA CARICA IN MOTO CON VELOCITA' v

FILO INFINITO - LEGGE DI BIOT - SAVART

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi R \sqrt{R^2 + a^2}} \vec{u}_\phi$$

CAMPO MAGNETICO DI UN TRATTO DI FILO

IN QUANTO (VEDI PAG 171)

NEL PIANO MEDIANO IL CAMPO \vec{B} E' COSTANTE SU OGNI CIRCONFERENZA DI RAGGIO R ED E' TANGENTE A TALE CIRCONFERENZA. DETTO \vec{u}_ϕ IL VETTORE TANGENTE ALLA CIRCONFERENZA E ORIENTATO RISPETTO AL VERSO DELLA CORRENTE SECONDO LA REGOLA DELLA VITE.

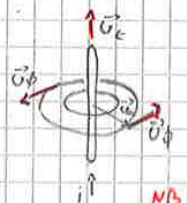
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \vec{u}_\phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \vec{u}_T \times \vec{u}_R$$

u_T VETTORE TANGENTE AL FILO ($\Rightarrow // i$)
 u_R VETTORE NORMALE AL FILO ($\rightarrow P$)

LEGGE DI BIOT - SAVART

CAMPO MAGNETICO DI UN FILO INDEFINITO

($a \rightarrow \infty$) \hookrightarrow DIPENDE SOLO DALLA DISTANZA DEL FILO



SOLENOIDE RETTILINEO

UN SOLENOIDE RETTILINEO È COSTITUITO DA UN FILO CONDOTTO AVVOLTO A FORMA DI ELICA CILINDRICA DI PICCOLO PASSO. SIA d LA LUNGHEZZA, R IL RAGGIO, N IL NUMERO TOTALE DI SPIRE, $m = N/d$ IL NUMERO DI SPIRE PER UNITÀ DI LUNGHEZZA. IL VALORE DEL CAMPO MAGNETICO IN UN PUNTO P SULL'ASSE SI CALCOLA:

$$dB = \frac{\mu_0 i R^2 m}{2R^3} dx$$

IL CAMPO MAGNETICO È MASSIMO AL CENTRO DEL SOLENOIDE ($x=0$), DOVE VALE

$$B_0 = \mu_0 m i \frac{d}{\sqrt{d^2 + 4R^2}}$$

NEL CENTRO DI UNA SPIRA RETTILINEA

$$B_0' = \mu_0 m i \frac{d}{2\sqrt{d^2 + R^2}} \quad *$$

SE $d \gg R$

$$B_{00} = \mu_0 m i$$

(DA SOTTILE)

NB! LE LINEE DI CORRENTE SONO PARALLELE ALL'ASSE

RISULTATO CHE SI OTTIENE ANCHE DA *

NEL CENTRO O' DELLE SPIRE TERMINALI SI HA $B_{00}' = \frac{\mu_0 m i}{2} = B_{00}/2$

AZIONI ELETTRODINAMICHE TRA FILI PARALLELI PARCORSI DA CORRENTE

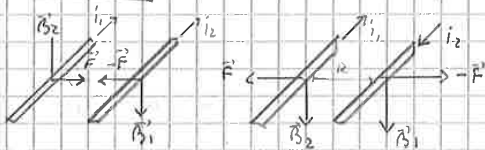
LA FORZA (PER U. DI LUNGHEZZA) TRA DUE FILI PARALLELI MOLTO LUNGI PARCORSI DALLE CORRENTI i_1 E i_2 È:

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi R}$$

ATTRATTIVA; SE LE CORRENTI HANNO LO STESSO VERSO

REPULSIVA; SE LE CORRENTI HANNO VERSO OPPOSTO

(NB!)



$$d\vec{F}_{12} = i_1 ds_2 \times \vec{B}_1 = i_2 ds_2 \vec{u}_2 \times \vec{B}_1$$

$$\vec{F}_{12} = i_2 \vec{u}_2 \times \vec{B}_1$$

$$\vec{F}_{21} = i_1 \vec{u}_1 \times \vec{B}_2$$

UNITÀ DELLA CORRENTE ELETTRICA: L'INTENSITÀ DI CORRENTE DI 1 A È QUELLA CHE

CIRCOLANDO IN DUE FILI RETTILINEI MOLTO LUNGI DISTANTI 1m

DA LUOGO A UNA FORZA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA $F = \mu_0/2\pi =$

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$$

SAPENDO CHE $k_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \Rightarrow \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$

FORMA LOCALE DELLA LEGGE DI AMPÈRE

APPLICHIAMO IL TEOREMA DI STOKES

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_E \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE$$

DOVE E' È UNA QUALSIASI SUPERFICIE CHE SI APPOGGIA SULLA LINEA CHIUSA C

ATTUALE E' PASSA LA CORRENTE I E RICORDANDO:

$$i = \int_E \vec{j} \cdot \vec{u}_m dE$$

IN CUI \vec{j} È ≠ 0 SOLAMENTE NELLA PARTE DELLA SUP E INTERSECTATA DAL FID.

LA LEGGE DI AMPÈRE DIVENTA:

$$\int_E \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = \mu_0 \int_E \vec{j} \cdot \vec{u}_m dE$$

PER QUALSIASI E CHE SI APPOGGIA SU C.

L'UGUAGLIANZA PUÒ SUSTENERE SE E SOLO SE:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

È FORMA LOCALE DELLA LEGGE DI AMPÈRE

→ LEGA IL ROTORE DI \vec{B} ALLA DENSITÀ DI CORRENTE

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} \parallel \vec{j} \Rightarrow$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} \perp \vec{B}$$

(PROPRIETÀ GENERALI DEL ROTORE DI VETTORE ^{di un vettore} AL VETTORE STESSO)

PROPRIETÀ MAGNETICHE DELLA MATERIA

CONSIDERIAMO UN SOLENOIDE INFINITO IL CUI CAMPO MAGNETICO HA

L'ESPRESSIONE $B_0 = \mu_0 M_i$ DOVE CON IL SIMBOLO $B_0 \rightarrow$ QUANDO IL SOLENOIDE È VUOTO.

INDICHIAMO CON:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$$

UN VETTORE $\parallel \vec{B}_0$, LA CUI INTENSITÀ = M_i

→ SUPPONIAMO DI REMPLIRE COMPLETAMENTE IL SOLENOIDE CON UN MEZZO OMOGENEO EFFETTUANDO UNA MISURA DI B . $\vec{B} \parallel \vec{B}_0$ E DEFINIAMO:

$$\frac{B}{B_0} = k_m$$

PERMEABILITÀ MAGNETICA RELATIVA

k_m È ADIMENSIONALE

poiché $B_0 = \mu_0 M_i$

$$\text{QUINDI: } B = k_m B_0 = \mu_0 k_m M_i = \mu M_i \Rightarrow \mu = \mu_0 k_m$$

$$\mu = \mu_0 k_m$$

PERMEABILITÀ MAGNETICA ASSOLUTA

SI PUÒ ANCHE SCRIVERE

$$\vec{B} = \mu_0 k_m \vec{H} = \mu \vec{H}$$

IL CAMPO MAGNETICO ESISTENTE IN UN MEZZO INDEFINITO OMOGENEO IN CUI È

IMMERSO UN CIRCUITO PERCORSO DA CORRENTE È DATO DA:

$$\vec{B} = \frac{\mu_i}{4\pi} \int \frac{d\vec{s}' \times \vec{u}_m}{R^2}$$

INVECE $\mu_0 \rightarrow \mu = \mu_0 k_m$, $k_m = B/B_0$

• SOSTANZE DIAMAGNETICHE (ES: ACQUA, ORO, RAME, ARGENTO, MERCURIO)

LA PERMEABILITÀ MAGNETICA RELATIVA È COSTANTE AL VARIARE DI B E MINORE DI 1

$\mu_r < 1 \Rightarrow \chi_m < 0$

DAL MOMENTO CHE B È MINORE DI B_0 LE CORRENTI AMPERIANE DEVONO DARE UN CONTRIBUTO OPPOSTO A B_0 , CIRCOLANDO QUINDI IN VERSO OPPOSTO RISPETTO A QUELLE DI CONDUZIONE. LA MAGNETIZZAZIONE \vec{M} È OPPOSTA A \vec{H} .

• SOSTANZE PARAMAGNETICHE (ES: ARIA, ALLUMINIO) [MATERIALI CHE CUI MOLECOLE POSSONO AVERE UN MOMENTO DI DIPLO MAGNETICO PROPRIO]

LA PERMEABILITÀ MAGNETICA RELATIVA È COSTANTE AL VARIARE DI B E MAGGIORE DI 1

$\mu_r > 1 \Rightarrow \chi_m > 0$

LE CORRENTI AMPERIANE SONO QUINDI EQUIVALENTE ALLE CORRENTI DI CONDUZIONE E GLI EFFETTI MAGNETICI SI SOMMANO.

PRIMA LEGGE DI CURIE

È IMPORTANTE LA DIPENDENZA DALLA TEMPERATURA

$$\chi_m = \frac{C \rho}{T}$$

DOVE ρ È LA DENSITÀ, T LA TEMPERATURA IN KELVIN E C UNA COSTANTE D'UNA COSTANTE DI CURIE.

• SOSTANZE FERROMAGNETICHE (ES: FERRO, COBALTO, NICKEL)

χ_m E μ_r DIPENDONO DAL VALORE DEL CAMPO MAGNETICO

PER TROVARE LA RELAZIONE SPERIMENTALE TRA B E H → PONIAMO IL MATERIALE

ALL'INTERNO DI UN SOLENOIDE = AL VARIARE DI i , DOVENDO DI $H = ni$, SI MISURA B/M (CICLO DI ISTABILITÀ)

→ INIZIALMENTE: STATO VEGGINE: NULLI TUTTI CAMPI, MAI STATO SOGGIACENTE A MAGNETIZZAZIONE

FACENDO CRESCERE H I VALORI DI B E M SI DISPONGONO LUNGO LA CURVA a , DESIN

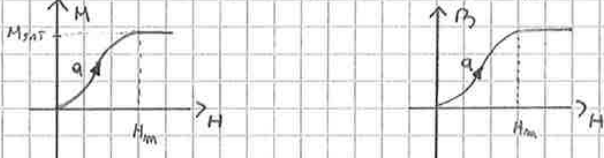
2) CURVA DI PRIMA MAGNETIZZAZIONE (a)

QUANDO H SUPERA IL VALORE H_m LA MAGNETIZZAZIONE RESISTE COSTANTE AL

VALORE M_{SAT} E IL CAMPO MAGNETICO CRESCE LINEARMENTE CON H , MOLTO LENTAMENTE

3) $H > H_m$: IL MATERIALE HA RAGGIUNTO LA SATURAZIONE E M_{SAT} SI CHIAMA

MAGNETIZZAZIONE DI SATURAZIONE.



SE DOPO AVER RAGGIUNTO IL VALORE H_m SI FA DECRESCERE H , I VALORI DI M E B SI DISPONGONO LUNGO UNA NUOVA CURVA b CHE SI MANTIENE AL DI SOPRA DELLA CURVA DI PRIMA MAGNETIZZAZIONE (a) E INTERSECA L'ASSE DELLE ORIGINATE ($H=0$) COL VALORE B_R O H_R ($B_R = \mu_0 M_R$): SI PARLA DI MAGNETIZZAZIONE RESIDUA E DI CAMPO MAGN. RESIDUO

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

PREMESSA: LE LINEE DEL CAMPO MAGNETICO SONO SEMPRE LINEE CHIUSE E CONTINUE (SENZA INIZIO NÈ FINE) E IL VERSO DI \vec{B} È SEMPRE LO STESSO.

$$d\Phi(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE$$

PER UNA SUPERFICIE FINITA APERTA

$$\Phi(\vec{B}) = \int_{E_i} \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE_i$$

PER UNA SUPERFICIE FINITA CHIUSA

$$\Phi(\vec{B}) = \oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE$$

- $\vec{B} \cdot \vec{u}_m < \pi/2 \rightarrow$ FLUSSO POSITIVO \Rightarrow FLUSSO USCENTE
- $\vec{B} \cdot \vec{u}_m > \pi/2 \rightarrow$ FLUSSO NEGATIVO \Rightarrow FLUSSO ENTRANTE

SE LE LINEE DI \vec{B} SONO CONTINUE E CON VERSO COSTANTE \Rightarrow OGNI LINEA DI CAMPO ENTRANTE IN UNA SUP. CHIUSA DEVE NECESSARIAMENTE USCIRNE; NE SEGUE CHE IL FLUSSO ENTRANTE DEVE ESSERE UGUALE IN MODULO AL FLUSSO USCENTE PER CUI IL FLUSSO COMPLESSIVO DEVE ESSERE NULLO:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = 0$$

$$[W_b] = [Tm^2] = [Vs]$$

(u) WEBER

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO \vec{B} ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA È SEMPRE NULLO.

FORMA LOCALE DELLA LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

LA DIVERGENZA DEL CAMPO MAGNETICO È SEMPRE NULLA.

CAMPO ELETTROSTATICO E CAMPO MAGNETICO

CAMPO MAGNETICO: $\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = 0$ SEMPRE!

CAMPO ELETTROSTATICO: LE LINEE DI FORZA HANNO INIZIO SULLE CARICHE POSITIVE E TERMINANO SULLE CARICHE NEGATIVE.

CASO a) IL FLUSSO DI \vec{E} ATTRAVERSO E_i È NON NULLO $\Phi(\vec{E}) = q/\epsilon_0$

POICHÉ LE LINEE DI FORZA ESCONO TUTTE DA E_i

CASO b) SE CALCOLIAMO IL FLUSSO DI \vec{E} ATTRAVERSO UNA SUP. E_i CHE CONTIENGA ALLO INTERNO IL DIPLOLO ELETTRICO, OSSERVIAMO CHE A OGNI LINEA DI FORZA

\rightarrow ENTRANTE, CORRISPONDE UNA LINEA DI FORZA USCENTE $\Rightarrow \Phi(\vec{E}) = 0$

(LA CARICA INTERNA È NULLA)

CAMPO SOLENOIDALE



CASO a)

$$\Phi(\vec{E}) = q/\epsilon_0$$



CASO b)

$$\Phi(\vec{E}) = 0$$

RIASSUNTO (CAPITOLI 7)

1) $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} d\vec{s} \times \vec{u}_R = \frac{\mu_0 I ds}{4\pi R^2} \vec{u}_1' \times \vec{u}_R$ $\mu_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ H/m}$

$\vec{B}' = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \oint d\vec{s} \times \vec{u}_R$ LEGGE DI AMPÈRE - LAPLACE

$\vec{B}' = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \vec{u}_R}{4\pi R^2}$ B PRODOTTO DA UNA CARICA IN MOVIMENTO

FILLO

2) $\vec{B}' = \frac{\mu_0 I a}{2\pi R \sqrt{R^2 + a^2}} \vec{u}_\phi$ B PRODOTTO DA UN TRATTO DI FILO LUNGOZZA

$\vec{B}' = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{u}_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{u}_1' \times \vec{u}_R$ LEGGE DI Biot-SAVART

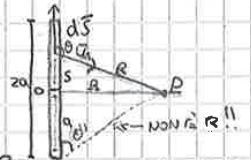
IN QUANTO: $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} d\vec{s} \times \vec{u}_R = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} ds \sin\theta$

CONSIDERANDO: $R = R \sin(\pi - \theta) = R \sin\theta$

$\Rightarrow \frac{1}{R^2} = \frac{\sin^2\theta}{R^2}$

CONSIDERANDO: $A = \sin(\pi - \theta) = \sin\theta$
 $\Rightarrow ds = \frac{R}{\sin\theta} d\theta$

$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I R d\theta \sin\theta \sin^2\theta}{4\pi \sin^2\theta R^2}$



$dB = \frac{\mu_0 I \sin\theta d\theta}{4\pi R}$

$B_a = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\cos\theta}^1 d(\cos\theta) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos\theta$

$a = \sqrt{a^2 + R^2} \cos\theta' \Rightarrow \cos\theta' = \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}}$

$B_A = 2B_a = \frac{\mu_0 I \cos\theta'}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi R \sqrt{a^2 + R^2}}$ (C.V.D.) $B' = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$ (C.V.D.)

SPIRA

3) $\vec{B}'(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \vec{u}_m$ B PRODOTTO DA UNA SPIRA PRECORSA DA CORRENTE IN UN PUNTO P A DISTANZA X DAL CENTRO DELLA SPIRA

$\vec{B}'(x=0) = \frac{\mu_0 I \vec{u}_m}{2R}$ B NEL CENTRO DELLA SPIRA

$\vec{B}'(x \rightarrow \infty) = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} \vec{u}_m = \frac{\mu_0 I R^2 \cdot 2\pi}{2x^3 \cdot 2\pi} \vec{u}_m = \frac{\mu_0 2\pi \vec{u}_m}{4\pi R^3} = \frac{\mu_0 2\pi \vec{u}_m}{4\pi R^3}$

B A UNA DISTANZA X -> INFINITO DAL CENTRO DELLA SPIRA $\vec{u} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{R^3}$ (LINEE DI FORZA)

IN QUANTO: $ds \perp \vec{u}_R \Rightarrow$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I ds}{4\pi R^2}$ (CONSIDERANDO ORA: $R^2 = R^2 + x^2$; $R = R \sin\theta = R \cos\theta$)

$d\vec{B}_x = \frac{\mu_0 I ds \cos\theta}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I ds R}{4\pi (R^2 + x^2) R} = \frac{\mu_0 I R ds}{4\pi (R^2 + x^2)^{3/2}}$ $\Rightarrow \vec{B}(x) = \int d\vec{B}_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$ (C.V.D.)

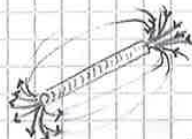


SOLENOIDE

4) SOLENOIDE RETTILINEO

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2 m dx}{2R^3}$

$m = N/d$ $N = \text{NUMERO DI SPIRE}$



$B_0(x=0) = \mu_0 m \frac{d}{\sqrt{d^2 + 4R^2}}$

B SULL'ASSE DEL SOLENOIDE E NEL CENTRO (x=0) DEL SOLENOIDE

$B_0(x \rightarrow \infty) = \frac{\mu_0 m}{2} \frac{d}{\sqrt{d^2 + R^2}}$

B AL CENTRO DI UNA SPIRA ESIROMA (SEMPRE SULL'ASSE)

$d \gg R$

NB: LE LINEE DI FORZA SONO PARALLELE ALL'ASSE

$B_{00}(x=0) = \mu_0 m$

$B_{0\infty} = \frac{\mu_0 m}{2}$

10) $\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = 0$ (SEMPRE) LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO
 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (SEMPRE) FORMA LOCALE DELLA LEGGE DI GAUSS PER \vec{B}
 $\Rightarrow \vec{B}$ È UN CAMPO SOLENOIDALE (CAMPO IL CUI FLUSSO ATTRAVERSO UN SOIP CAUSA È NULLO)

11) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i + i_m)$ LEGGE DI AMPÈRE IN PRESENZA DI MEZZI MAGNETIZZATI
 $i_m = \oint \vec{M} \cdot d\vec{s}$ \rightarrow i_m (NON i)

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i + \oint \vec{M} \cdot d\vec{s})$

$\oint (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}) \cdot d\vec{s} = i$

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

CAMPO MAGNETIZZANTE

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = i$

LEGGE DI AMPÈRE PER IL CAMPO H

ORIGINE DEL CAMPO ELETTRICO INDOTTO

E DELLA FORZA ELETTRIMOTRICE INDOTTA

RIPRENDIAMO LA LEGGE DI FARADAY $\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$ METTENDO IN EVIDENZA LA RELAZIONE TRA CAMPO MAGNETICO \vec{B} E CAMPO ELETTRICO INDOTTO.

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE$$

SI APPROCCIA SULLA LINEA CHIUSA S E QUESTA PUO' COINCIDERE CON UN CIRCUITO CONDUTTORE CHIUSO.

LA VARIAZIONE DEL FLUSSO MAGNETICO NEL TEMPO GENERA UN CAMPO ELETTRICO INDOTTO, SE POI \vec{E}_i AGISCE ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE CHE FORMA UN CIRCUITO CHIUSO ABBIAMO IN QUESTO UNA CORRENTE INDOTTA.

LA FORMAZIONE DI UNA FEM INDOTTA PUO' ESSERE RICORDATA A DUE CAUSE DISTINTE:

- 1) IL MOTO DI UN CONDUTTORE IN UN SISTEMA DI RIFERIMENTO IN CUI LE SORGENTI DEL CAMPO MAGNETICO SONO IN QUIETE.
- 2) VARIAZIONE NEL TEMPO DEL CAMPO MAGNETICO IN UN SISTEMA DI RIFERIMENTO IN CUI IL CONDUTTORE E' IN QUIETE.

1) CONSIDERIAMO UN CIRCUITO RETTANGOLARE CONDUTTORE IN CUI UN LATO E' COSTITUITO DA UNA SPARRETTA CONDUTTRICE DI LUNGHEZZA b MOBILE; ESSO E' POSTO IN UN CAMPO MAGNETICO \vec{B} UNIFORME E COSTANTE, ORIZZONTALE AL PIANO CONTENENTE IL CIRCUITO. SUPPONIAMO CHE LA SPARRETTA SI MUOVA DI MOTO TRASLATORIO CON VELOCITA' \vec{v} .

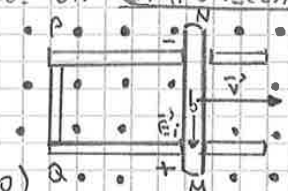
SUGLI ELETTRONI DI CONDUZIONE (IN MOTO CON VELOCITA' \vec{v} DELLA SPARRETTA)

AGISCE LA FORZA DI LORENTE \vec{F} E SI PUO' DEFINIRE UN CAMPO ELETTRIMOTRICE

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\mathcal{E}_i = \int_{MNPQ} \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_M^N \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = -vBb$$

IN CUI L'UNICO CONTRIBUTO VIENE DAL LATO MOBILE ($v \neq 0$)



DETTA x LA DISTANZA $PN = QM$, IL FLUSSO NEL CAMPO MAGNETICO ATTRAVERSO IL CIRCUITO

$$\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = Bbx$$

E IN BASE ALLA LEGGE DI FARADAY:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = -Bb \frac{dx}{dt} = -Bbv$$

1)

QUINDI: QUANDO UN ELEMENTO DI MATERIALE CONDUTTORE SI MUOVE IN UN CAMPO MAGNETICO FISSO AL SUO INTERNO AVVIENE UNA SEPARAZIONE DI CARICHE DOVUTA A UN CAMPO

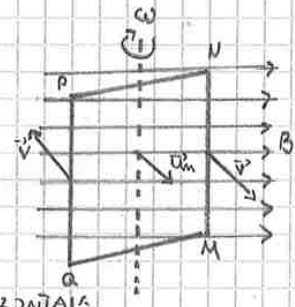
ELETTRIMOTRICE \vec{E}_i (INDOTTO) CHE HA ORIGINE NELLA FORZA DI LORENTE. SE I SINGOLI

ELEMENTI FORMANO UN CIRCUITO CHIUSO QUESTO DIVENTA SEGNE DI UNA FEM $\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

LA FEM SI PUO' PENSARE LOCALIZZATA NEI PUNTI DEL CIRCUITO IN MOVIMENTO IN CUI $\mathcal{E}_i \neq 0$. PUO' TRATTARSI DI TUTTO IL CIRCUITO O ANCHE SOLO DI UNA PARTE, COME NEL CASO ESAMINATO.

• GENERAZIONE DI CORRENTE ALTERNATA

UNA SPIRA TRIANGOLARE, DI LATI $MN = PQ = S$
 E $NP = QM = S'$, RUOTA CON VELOCITÀ ANGOLARE
 COSTANTE ω ATTORNO A UN ASSE VERTICALE PASSANTE
 PER IL CENTRO DI MASSA, // A MN. SULLA SPIRA AGISCE
 UN CAMPO MAGNETICO \vec{B} UNIFORME E COSTANTE, ORIZZONTALE.



$\theta = 0 \Rightarrow \vec{u}_m \parallel \vec{B}$

IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO \vec{B} ATTRAVERSO LA SPIRA DI AREA E È:

$$\Phi(\vec{B}) = \int_E \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = BE \cos \theta = BE \cos \omega t$$

E LA FEM RISULTA:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \omega BE \sin \omega t$$

$$\mathcal{E}_{MAX} = \omega BE$$

SE LA SPIRA VIENE COLLEGATA IN SERIE A UN CIRCUITO AVANTE RESISTENZA R
 NEL CIRCUITO PASSA LA CORRENTE:

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\omega BE \sin \omega t}{R}$$

E VICEVERSA SPESA LA POTENZA ELETTRICA:

$$P = \mathcal{E}_i i = Ri^2 = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} = \frac{\mathcal{E}_{MAX}^2 \sin^2 \omega t}{R}$$

SI È INTERESSATI PIÙ CHE AI VALORI ISTANTANEI DELLA POTENZA AL SUO VALORE
 MEDIO IN UN PERIODO. IL VALORE MEDIO DI $\sin^2 \omega t$ È $1/2 \Rightarrow$

$$P_m = \frac{\mathcal{E}_{MAX}^2}{2R}$$

LA POTENZA MEDIA IN UN PERIODO È PARI ALLA METÀ DEL VALORE MASSIMO DELLA
 POTENZA ISTANTANEA.

IL GENERATORE DI CORRENTE SINUSOIDALE È EQUIVALENTE A UN GENERATORE DI CORRENTE
 CONTINUA LA CUI FEM, DETTA FEM EFFICACE, VALE:

$$\mathcal{E}_{EFF} = \frac{\mathcal{E}_{MAX}}{\sqrt{2}}$$

CIRCUITO RL

5) LA POTENZA EROGATA DAL GENERATORE QUANDO LA CORRENTE HA VALORE i :

$$P = \mathcal{E}i = Ri^2 + L i \frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E} = Ri + L \frac{di}{dt} \quad \text{poiché } \mathcal{E} + \mathcal{E}_L = Ri$$

$$dW_{\text{GEN}} = P dt = \mathcal{E}i dt = Ri^2 dt + L i di$$

BILANCIO ENERGETICO
DEL CIRCUITO

NB: È IL LAVORO CONTRO

$$\text{LA F.E.M. DI AUTOINDUZIONE} = \mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$$

$$W = \int_0^i L i di = \frac{1}{2} L i^2$$

$$U_L = \frac{1}{2} L i^2 \quad \text{ENERGIA INTRINSECA DELLA CORRENTE}$$

INDUZIONE MUTUA

SI DEFINISCE IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UN CIRCUITO (1) ATTRAVERSO UN SECONDO CIRCUITO (2)

$$\Phi_{1,2} = \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \vec{u}_m dS_2$$

$$\boxed{\Phi_{1,2} = M_{1,2} i_1}$$

CONGLOBANDO IN $M_{1,2}$ TUTTI I FATTORI GEOMETRICI E L'EVENTUALE DIPENDENZA DALLE PROPRIETÀ MAGNETICHE DEL MEZZO IN CUI SONO IMMERSI I CIRCUITI.

IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO DEL CIRCUITO (2) :

$$\Phi_{2,1} = M_{2,1} i_2$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{1,2} = \frac{\Phi_{1,2}}{i_1} = \frac{\Phi_{2,1}}{i_2} = M_{2,1}}$$

CORRIFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE M
[H] HENRY

$$\Rightarrow \begin{aligned} \Phi_{1,2} &= M i_1 \\ \Phi_{2,1} &= M i_2 \end{aligned}$$

FLUSSO COMPLETATO CON UN CIRCUITO DOVUTO AL CAMPO MAGNETICO DI UN ALTRO CIRCUITO. DUE CIRCUITI PER I QUALI $M \neq 0$ SI DICONO ACCOPPIATI.

$$\boxed{\mathcal{E}'_1 = -\frac{d\Phi_{2,1}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}, \quad \mathcal{E}'_2 = -\frac{d\Phi_{1,2}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}} \quad \text{FEM DI MUTUA INDUZIONE}$$

QUESTA RECIPROCA INFLUENZA TRA DUE CIRCUITI HA UN'IMPURTANTE CONSEGUENZA ENERGETICA

ENERGIA MAGNETICA DI CIRCUITI ACCOPPIATI

DUE CIRCUITI ACCOPPIATI

INIZIALMENTE LE CORRENTI NEI DUE CIRCUITI SONO NULLE. E PORTIAMO i_1 AL VALORE DI REGIME MANTENENDO $i_2 = 0$; PER FARE CIO' IL GENERATORE NEL PRIMO CIRCUITO SPENDE IL LAVORO $U_1 = L_1 \frac{i_1^2}{2}$. SUCCESSIVAMENTE SI PORTA LA CORRENTE i_2 AL VALORE DI REGIME: IL GENERATORE NEL SECONDO CIRCUITO SPENDE $U_2 = L_2 \frac{i_2^2}{2}$ E QUELLO DEL PRIMO, DOVENDO LAVORARE CONTRO LA FEM DI INDUZIONE MUTUA CAUSATA

DALLA VARIATIONE DI i_2 , SPENDE:

$$U_{2,1} = -\int \mathcal{E}'_1 i_1 dt = \int M_{2,1} \frac{di_2}{dt} i_1 dt = M_{2,1} i_1 \int di_2 = M_{2,1} i_1 i_2$$

IN TOTALE IL LAVORO SPESO E' :

$$\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{2,1} i_1 i_2$$

PORTANDO PRIMA i_2 A REGIME CON $i_1 = 0$ E POI i_1 :

$$\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{1,2} i_1 i_2$$

RICORDANDO $M_{1,2} = M_{2,1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{U_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{1,2} i_1 i_2}$$

ENERGIA MAGNETICA DI DUE CIRCUITI ACCOPPIATI

LE EQUAZIONI DI MAXWELL

B B

NELLO SPAZIO VUOTO, IN PRESENZA DI CARICHE q E DI CORRENTI DI CONDIZIONE i ,

LE EQUAZIONI DI MAXWELL IN FORMA INTEGRALE SONO:

1) $\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m dE = \frac{q}{\epsilon_0}$

STABILISCE IL LEGAME TRA CARICA ELETTRICA E CAMPO ELETTRICO

2) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

ANCHE UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE NEL TEMPO E' SORGENTE DI UN CAMPO

3) $\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = 0$

IL CAMPO MAGNETICO E' SEMPRE SOLENOIDALE (NON ESISTONO MONOPOLI MAGNETICI)

4) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i + \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt})$

INDIVIDUA COME SORGENTI DEL CAMPO MAGNETICO LE CORRENTI DI CONDIZIONE E LE VARIAZIONI DEL CAMPO ELETTRICO

QUANDO IL CAMPO \vec{E} E IL CAMPO \vec{B} AGISCONO SU UNA CARICA q_0 , QUESTA AZIONE SI MANIFESTA CON LA FORZA DI LORENTZ

$\vec{F} = q_0 (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

NELLO SPAZIO VUOTO SENZA DI CARICHE ($q=0$) E CORRENTI ($i=0$) :

1) $\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m dE = 0$

2) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

3) $\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = 0$

4) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$

=> LE EQUAZIONI DI MAXWELL NEL VUOTO (IN PRESENZA DI CARICHE E CORRENTI)

FORMA INTEGRALE

FORMA DIFFERENZIALE
(FORMA LOCALE DELLE L. DI M.)

LEGGE DI GAUSS

$\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m dE = q/\epsilon_0$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$

LEGGE DI FARADAY

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

LEGGE DI GAUSS

$\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m dE = 0$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

LEGGE DI AMPERE - MAXWELL

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt})$

$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (j + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

NB!

6) $\vec{\Phi}_{1,2} = \int_{\Sigma_2} \vec{B}_1 \cdot \vec{u}_m d\Sigma_2$ FLUSSO DI \vec{B} PASSANTE DA UN CIRCUITO (1) ATTRAVERSO UN SECONDO CIRCUITO (2)

$\vec{\Phi}_{1,2} = M_{1,2} i_1$; $\vec{\Phi}_{2,1} = M_{2,1} i_2$

$M_{1,2} = \frac{\vec{\Phi}_{1,2}}{i_1} = \frac{\vec{\Phi}_{2,1}}{i_2} = M_{2,1}$

COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE M [H]

DUE CIRCUITI CON M ≠ 0 SI DICONO ACCOPPIATI.

$\Rightarrow \vec{\Phi}_{1,2} = M_{1,2} i_1$; $\vec{\Phi}_{2,1} = M_{2,1} i_2$

$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\vec{\Phi}_{2,1}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}$; $\mathcal{E}_2 = -\frac{d\vec{\Phi}_{1,2}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$

FEM DI MUTUA INDUZIONE

7) ENERGIA MAGNETICA DI CIRCUITI ACCOPPIATI.

CIRCUITO 1 : 0 → i_1 GEN 1 → $U_1 = L_1 i_1$

CIRCUITO 2 : 0 → i_2 GEN 2 → $U_2 = L_2 i_2$

GEN 1 (DIVENENDO LAVORANTE CONTRO LA FEM DI INDUZIONE MUTUA CAUSATA DALLA VARIATIONE DI i_2)

$dW = P dt$

$\rightarrow U_{2,1} = \int \mathcal{E}'_{i_1} dt = \int M_{2,1} \frac{di_2}{dt} i_1 dt = M_{2,1} i_1 \int di_2 = M_{2,1} i_1 i_2$

\Rightarrow INIZIALE: $U_{TOT} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{2,1} i_1 i_2$

PORCIANDO PRIMA i_2 A REGIME CON $i_1 = 0$ E POI i_1 ?

$U_{TOT} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{1,2} i_1 i_2$

ESSENDO $M_{1,2} = M_{2,1} \Rightarrow U_{TOT} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{1,2} i_1 i_2$

ENERGIA MAGNETICA DI DUE CIRCUITI ACCOPPIATI

8) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i_c + i_s) = \mu_0 (i_c + \epsilon_0 \frac{d\vec{\Phi}(\vec{E})}{dt})$

LEGGRE DI AMPERE-MAXWELL

OSSERVAZIONE: SE $i_c = 0$

$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{\Phi}(\vec{E})}{dt}$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\vec{\Phi}(\vec{B})}{dt}$ [LEGGRE DI FARADAY]

NON INVERSI!
FORMA DIFFERENZIALE/LOCALE

9) EQUAZIONI DI MAXWELL (NEL VUOTO IN PRESENZA DI q e i)

1) $\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_m d\Sigma = \frac{q}{\epsilon_0}$ LEGGHE DI GAUSS PER \vec{E}

$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

2) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\vec{\Phi}(\vec{B})}{dt}$ LEGGHE DI FARADAY (PRELIE)

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

3) $\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_m d\Sigma = 0$ LEGGHE DI GAUSS PER \vec{B}

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$

4) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i + \epsilon_0 \frac{d\vec{\Phi}(\vec{E})}{dt})$ LEGGHE DI AMPERE-MAXWELL

$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (j + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

IN PRESENZA DI \vec{E} E \vec{B} UNA CARICA q_0 RISENTE DELLA FORZA DI LORENTZ: $\vec{F} = q_0 (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

10) CONSERVAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA

$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (j_c + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$ OPERAZIONE DIVERGENTA

$\nabla \cdot \nabla \times \vec{B} = \nabla \cdot j_c + \epsilon_0 \frac{\partial \nabla \cdot \vec{E}}{\partial t}$ $\rho E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \nabla \cdot j_c = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ EQUAZIONE DI CONTINUITA'

INTEGRANDO AMBO I MEMBRI A UN VOLUME FINITO τ RACCHIUSO IN Σ

$\int_{\tau} \nabla \cdot j_c d\tau = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} \rho d\tau$

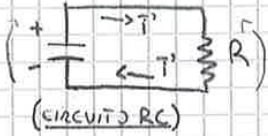
$i = \oint j_c \cdot \vec{u}_m d\Sigma = -\frac{\partial q}{\partial t}$ CONSERVAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA

OSCILLAZIONI ELETTRICHE.

(CAPITOLO 9)

CORRENTI ALTERNATE

OSCILLAZIONI ELETTRICHE



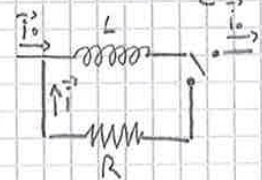
(CIRCUITO RC)

SI HA UNA CORRENTE DALL'ARMATURA POSITIVA A QUELLA NEGATIVA CHE SCARICA IL CONDENSATORE. DICIAMO V_c LA DIFF. DI POTENZIALE AI CAPI DEL CONDENSATORE, AVENTE VALORE MASSIMO V_0 NELL'ISTANTE INIZIALE; IN OGNI ISTANTE SUCCESSIVO LA DIFF. DI POTENZIALE AI CAPI DEL CONDENSATORE È UGUALE A QUELLA AI CAPI DEL RESISTORE E VALGONO LE EQUAZIONI.

$$V_c = \frac{q}{C} = Ri; \quad i = -\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{i}{RC} \Rightarrow i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau}, \quad \tau = RC$$

L'ENERGIA $\frac{1}{2} C V_0^2$ VIENE DISSIPATA PER EFFETTO JOULE NEL RESISTORE.

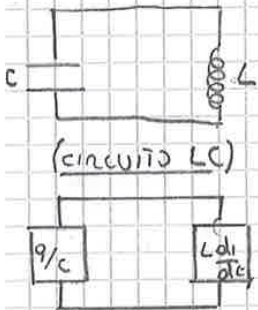


(CIRCUITO RL)

SE UN INDUTTORE PARCORSO DA CORRENTE COSTANTE i_0 VIENE CHIUSO SU UN RESISTORE, L'EQUAZIONE DEL CIRCUITO È

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{di}{dt} = Ri \quad i(t) = i_0 e^{-t/\tau} \quad (\text{DECRESCENTE})$$

L'ENERGIA MAGNETICA $\frac{1}{2} L i_0^2$ È DISSIPATA PER EFFETTO JOULE NEL RESISTORE.



(CIRCUITO LC)

$$\frac{q}{C} - L \frac{di}{dt} = 0$$

DERIVANDO RISPETTO AL TEMPO, E PONENDO $i = -dq/dt$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

LA CORRENTE OBEDISSCE ALL'EQ DELL'OSCILLAZIONE ARMONICA:

$$i(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad \omega = 1/\sqrt{LC}$$

MENTRE LA DIFF. DI POTENZIALE AI CAPI DEL CONDENSATORE, È UGUALE E OPPOSTA A F.E.M.; INDICIA NELL'INDUTTORE

$$V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \omega L A \cos(\omega t + \phi)$$

ALL'ISTANTE $t=0$, $i=0$, $V=V_0$, $\phi=0$ CON $A = V_0/\omega L \Rightarrow$

$$\Rightarrow i = \frac{V_0}{\omega L} \sin \omega t \quad V_c = V_L = V_0 \cos \omega t, \quad q = q_0 \cos \omega t$$

QUANDO V_c È MASSIMA LA CORRENTE È NULLA, QUANDO LA CORRENTE È MASSIMA V_c È NULLA. \rightarrow LE DUE GRANDZZE SONO IN QUADRATURA DI FASE

\Rightarrow IL CIRCUITO LC È UNOVA SEDE DI UN'OSCILLAZIONE ELETTRICA PERMANENTE

E PER QUESTA RAGIONE VIENE ANCHE CHIAMATO CIRCUITO OSCILLANTE CON

PULSAZIONE $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad ; \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

(NB) \rightarrow

LA CONCLUSIONE È CHE PER MANTENERE UN'OSCILLAZIONE ELETTRICA PERMANENTE IN UN CIRCUITO RLC OCCORRE FORNIRE CON CONTINUITÀ LA POTENZA CHE VIENE DISSIPATA NEL RESISTORE E ALLO SCOPO SI CONNETTE AL CIRCUITO UN GENERATORE DI FEM VARIABILE.

CIRCUITI IN CORRENTE ALTERNATA

UNA FEM E UNA CORRENTE CHE VARIANO NEL TEMPO PROPORZIONALMENTE A $\sin \omega t$ O $\cos \omega t$ SONO DETTE ALTERNATE.

CONSIDERIAMO UNA BOBINA, COSTITUITA DA N SPIRE DI AREA S , CHE RUOTA CON VELOCITÀ ANGOLARE ω IN UN CAMPO MAGNETICO B_0 , PERPENDICOLARE AL PIANO DELLA BOBINA. \rightarrow VIENE FORNITA UNA FEM ALTERNATA:

$$\mathcal{E}(t) = \omega N B_0 S \cos \omega t = \mathcal{E}_0 \cos \omega t \quad (\text{ALTERNATA})$$

COLLEGATI A UN CIRCUITO I CAPI DI QUESTA BOBINA, OTTENIAMO NEL CIRCUITO:

$$i(t) = i_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{ALTERNATA})$$

RICORDIAMO INFINE PER UNA GRANDEZZA ALTERNATA SI DEFINISCE IL VALORE EFFICACE DALLA RELAZIONE:

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} ; i_{\text{eff}} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$$

• RESISTORE R

APPLICHIAMO AI CAPI UNA FEM $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$

SI HA UN PASSAGGIO DI CORRENTE: $i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \cos \omega t = i_0 \cos \omega t$, $\mathcal{E} = Ri$



NEL CASO DI UN RESISTORE FACENTE PARTE DI UN CIRCUITO PIÙ COMPLESSO E ATTRAVERSATO DA $i = i_0 \cos \omega t$ POSSIAMO DIRE CHE AI CAPI DEL RESISTORE COMPARE LA TENSIONE:

$$V_R = Ri = Ri_0 \cos \omega t = V_0 \cos \omega t$$

IN FASE CON LA CORRENTE

TRA I VALORI MASSIMI SUSSISTE:

$$V_0 = Ri_0$$

• INDUTTORE L

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = 0 \quad , \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$$

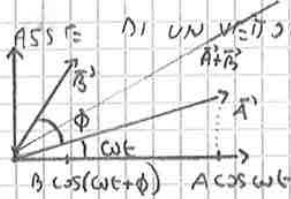
$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{\mathcal{E}_0}{L} \cos \omega t$$

$$i = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega L} \sin \omega t = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\omega L = \text{REATTANZA DELL'INDUTTORE} \quad [\Omega]$$

COLLEGAMENTO IN SERIE

UN'OSCILLAZIONE ARMONICA VIENE RAPPRESENTATA COME PROIEZIONE LUNGO UN ASSE DI UN VETTORE DI MODULO ξ_0 COSTANTE CON VELOCITÀ ANGOLARE ω .



PIÙ ELEMENTI IN SERIE:

→ LA TENSIONE TOTALE AI CAPI DELLA SERIE È LA SOMMA DI VARI TERMINI, IN GENERALE SFASATI TRA LORO.

APPLICHIAMO IL METODO SOPRADESCritto A DUE CASI: SERIE RL E SERIE RC

SERIE RL

$$V_{TOT} = V_R + V_L$$

$$V_R = R i_0 \cos \omega t$$

$$V_L = \omega L i_0 \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$V_0 = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} i_0$$

LA TENSIONE V_0 È SFASATA RISPETTO ALLA CORRENTE DI UN ANGOLO ϕ TALE CHE:

$$\tan \phi = \frac{\omega L}{R}$$

SERIE RC

$$V_{TOT} = V_R + V_C$$

$$V_R = R i_0 \cos \omega t$$

$$V_C = \frac{1}{\omega C} i_0 \cos(\omega t - \pi/2)$$

$$V_0 = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} i_0$$

LA TENSIONE È SFASATA RISPETTO ALLA CORRENTE DI UN ANGOLO ϕ TALE CHE:

$$\tan \phi = -\frac{1}{\omega C R}$$

NB!

⇒ (NB) C'È PROPORZIONALITÀ TRA TENSIONE E CORRENTE SOLO TRA LORO VALORI MASSIMI

SINTURA: $V_0 = Z i_0$, Z IMPEDENZA DELL'ALIMENTAZIONE O DELLA SERIE

LA CONDIZIONE $\phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 1$ SI REALIZZA QUANDO LA REATTANZA DEL CIRCUITO È NULLA, COME AVVIENE PER UN CIRCUITO PURAMENTE RESISTIVO O IN PARTICOLARI SITUAZIONI, COME QUELLE DI RISONANZA.

NEL CASO SPECIFICO DEL CIRCUITO RLC

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \phi}} = \frac{R}{Z} \quad \text{FAZIONE DI POTENZA (RCL)}$$

$$\Rightarrow P_m = \xi_{\text{EFF}} i_{\text{EFF}} \cos \phi = \xi_{\text{EFF}} i_{\text{EFF}} \frac{R}{Z} = Z i_{\text{EFF}}^2 \frac{R}{Z} = R i_{\text{EFF}}^2, \quad \text{POICHÉ } \xi_{\text{EFF}} = Z i_{\text{EFF}}$$

→ CITIAMO CHE LA POTENZA VIENE REALMENTE DISSIPATA SOLO NEI RESISTORI (INDUTTORI E CONDENSATORI IDEALI ASSORBONO E CEDONO POTENZA, CON VALORI MEDIO NULLI)

RIASSUNTO (CAPITOLO 9)

1) CIRCUITO RC

$$V_C = \frac{q}{C} = Ri; \quad i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$$

$$U_E = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} C V_0^2 \quad \text{IN QUANTO } dW = V dq$$



2) CIRCUITO RL

$$\xi_L = Ri \Rightarrow -L \frac{di}{dt} = Ri$$

$$i(t) = i_0 e^{-R/L t} = \frac{E}{R} e^{-R/L t}$$

$$P = \xi i = Ri^2 + L i \frac{di}{dt}, \quad W = \int p dt = \int L i di = \frac{1}{2} L i^2$$

UNA DISSIPATA (EFFETTO JULE)

3) CIRCUITO LC

$$V_C(t) + \xi_L = 0 \Rightarrow \frac{q(t)}{C} - L \frac{di}{dt} = 0; \quad i(t) = A \sin(\omega t + \phi), \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$q(t) - \omega L A \cos(\omega t + \phi) = 0 \Rightarrow V_C(t) = q(t) = \omega L A \cos(\omega t + \phi)$$

$$t = 0; \quad i = 0; \quad V_C = V_0 = V_{\text{max}}; \quad \phi = 0; \quad A = \frac{V_0}{\omega L}$$

$$\left[\begin{matrix} V_0 = V_{\text{max}} & i = 0 \\ V = 0 & i = i_{\text{max}} \end{matrix} \right] \quad \text{QUADRATURA DI FASE}; \quad U(t) = U_C(t) + U_m(t) = \frac{1}{2} C V_0^2 \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} L i_0^2 \sin^2(\omega t)$$

4) CIRCUITO RLC

$$V_C(t) + \xi_L = Ri \Rightarrow \frac{q(t)}{C} - L \frac{di}{dt} = Ri$$

$$i(t) = A e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \phi), \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

5) RESISTORE R

$$\xi = \xi_0 \cos \omega t$$

$$\xi = Ri \Rightarrow i = \xi/R = \frac{\xi_0}{R} \cos \omega t$$

$$V_R = Ri = R i_0 \cos \omega t = V_0 \cos \omega t$$

TRA I VALORI MASSIMI: $V_0 = R i_0$

6) INDUTTORE L

$$\xi = \xi_0 \cos \omega t$$

$$\xi + \xi_L = 0 \Rightarrow \xi - L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\xi}{L} = \frac{\xi_0}{L} \cos \omega t \Rightarrow i = \frac{\xi_0}{\omega L} \sin \omega t$$

$$V_L = L \frac{di}{dt} = \xi_0 \sin \omega t$$

TRA I VALORI MASSIMI: $V_0 = \omega L i_0$

→ V_L È IN ANTIFASE DI $\pi/2$ SU i

7) CONDENSATORE C

$$\xi = \xi_0 \cos \omega t$$

$$\xi = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C \xi = C \xi_0 \cos \omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega C \xi_0 \sin \omega t$$

TRA I VALORI MASSIMI: $i_0 = \omega C \xi_0$

$$V_C = \frac{q}{C} = \xi_0 \sin \omega t$$

TRA I VALORI MASSIMI: $V_0 = \frac{i_0}{\omega C}$

→ i È IN ANTIFASE DI $\pi/2$ SU ξ

8) SERIE RL

$$V_{\text{TOT}} = V_R + V_L$$

$$V_{0, \text{TOT}} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} i_0 = Z i_0, \quad Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

C'È PROPORZIONALITÀ TRA TENSIONE E CORRENTE SOLO TRA I LORO VALORI MASSIMI; STABILITA $V_0 = Z i_0$, $Z = \text{IMPIEDENZA}$

9) SERIE RC

$$V_{\text{TOT}} = V_R + V_C$$

$$V_{0, \text{TOT}} = \sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2}} i_0 = Z i_0, \quad Z = \sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2}}$$

10) SERIE RLC

$$\xi = V_{\text{TOT}} = V_R + V_L + V_C$$

$$\xi_0 = V_{0, \text{TOT}} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{L}{\omega C})^2} i_0$$

$$\xi_0 = Z i_0, \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{L}{\omega C})^2}$$

SE $\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow Z = R$

CONDIZIONE DI RISONANZA

SFASSAMENTO NULLO; IL CIRCUITO È SOLO RESISTIVO

← 11) * $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$ R/L LARGHEZZA DI RISONANZA $Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} = \omega_0 / R$ FATTORE DI QUALITÀ DELLA RISONANZA

ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

(LA PROVA SPERIMENTALE DELL'ESISTENZA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE È ADVUTA A HERTZ (1888))

→ SONO TRASVERSALI RISPETTO ALLA DIREZIONE DI PROPAGAZIONE

FISSATA UNA COSTANTE DIREZIONE DI PROPAGAZIONE X, IL CAMPO \vec{E} E IL CAMPO \vec{B} RISULTANO COSTANTI NEL PIANO YZ, IN CIASCUN ISTANTE

$$E_x(x,t) \vec{u}_x = 0$$

$$B_x(x,t) \vec{u}_x = 0$$

$$\vec{E}(x,t) = E_y(x,t) \vec{u}_y + E_z(x,t) \vec{u}_z$$

$$\vec{B}(x,t) = B_y(x,t) \vec{u}_y + B_z(x,t) \vec{u}_z$$

$$1) \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

$$2) \frac{\partial E_z}{\partial x} = +\frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial t} = +\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial B_y}{\partial x}$$

NB!

$$\text{POICHTÉ: } \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

1) DERIVIAMO LA PRIMA RELAZIONE RISPETTO A X E LA SECONDA RISPETTO A T. (PARTE A)

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t}, \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}}$$

2) DERIVIAMO LA PRIMA RELAZIONE RISPETTO A T E LA SECONDA RISPETTO A X: (PARTE B)

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial t \partial x} = -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}}$$

$$2) \text{ (PARTE A)} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}}$$

$$2) \text{ (PARTE B)} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}}$$

OGNUNA DELLE COMPONENTI DI \vec{E} E DI \vec{B} SI PROPAGA LUNGO L'ASSE X CON VELOCITÀ:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE NEL VUOTO.

I CAMPI MAGNETICO E ELETTRICO CHE SI PROPAGANO NEL VUOTO LUNGO X, NELLE IPOTESI

CHE SI TRATTI DI ONDE ARMONICHE, HANNO UNA FORMA ANALITICA DEL TIPO:

$$\vec{E} = E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z = E_{0y} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + E_{0z} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = B_y \vec{u}_y + B_z \vec{u}_z = B_{0y} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + B_{0z} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

CONSIDERANDO $c = \omega/k$ E $\frac{\partial E_z}{\partial x} = -k E_{0z} \sin(kx - \omega t) = \frac{\partial B_z}{\partial t} = \omega B_{0z} \sin(kx - \omega t)$ DA CUI

$$B_{0y} = -E_{0z}/c \Rightarrow (\vec{E} \text{ E } \vec{B} \text{ NON SONO INDIPENDENTI}) \Rightarrow$$

$$\vec{E} = E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z = E_{0y} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + E_{0z} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = \frac{-E_{0z}}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + \frac{E_{0y}}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

$$B^2 = B_y^2 + B_z^2 = \frac{E_z^2}{c^2} + \frac{E_y^2}{c^2} = \frac{E^2}{c^2} \Rightarrow \boxed{B = \frac{E}{c}}$$

ENERGIA DI UN' ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA.

VECTORE DI POYNTING

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad ; \quad u_m = \frac{1}{2} \mu_0 B^2$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 B^2$$

DENSITA' INSTANTANEA DI ENERGIA ELETTROMAGNETICA

PER UN' ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA :

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{E^2}{2\mu_0 c^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = u_e$$

$$\Rightarrow u = 2u_e = \epsilon_0 E^2$$

DENSITA' INSTANTANEA DI ENERGIA ELETTROMAGNETICA PER UN' ONDA ELETT. PIANA

NB: L'ENERGIA ELETTROMAGNETICA RISULTA PER META' ADVIATA AL CAMPO ELETTRICO E PER META' AL CAMPO MAGNETICO.

CONSIDERIAMO UNA SUP DI AREA S PERPENDICOLARE ALLA DIREZIONE DI PROPAGAZIONE, NEL TEMPO dt ATTRAVERSO S PASSA TUTTA L'ENERGIA CONTENUTA NEL VOLUME DI ANSA \odot

E E ALTEZZA $c dt$, OSSIA:

$$dU = u E c dt = \epsilon_0 E^2 c E dt$$

LA POTENZA CHE ATTRAVERSA E E' QUINDI:

$$P = \frac{dU}{dt} = \epsilon_0 E^2 c E$$

DEFINENDO:

$$\vec{S} = \epsilon_0 E^2 c \vec{e}$$

VECTORE DI POYNTING

AVENDO LA PROPRIETA' CHE IL FLUSSO ATTRAVERSO S PERPENDICOLARE ALLA DIREZIONE DI PROPAGAZIONE DA' LA POTENZA INSTANTANEA ATTRAVERSO S STESSA:

$$P = \oint_S (\vec{S}) = S E$$

$$S = \frac{P}{E} \left[\frac{W}{m^2} \right] = \left[\frac{J}{m^2 s} \right] \odot$$

$$\vec{S} = \epsilon_0 c^2 (\vec{E} \times \vec{B}) = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

VECTORE DI POYNTING

\Rightarrow TALE VETTORE HA DUNQUE DIREZIONE E VERSO COINCIDENTI CON QUELLO NELLA VELOCITA' DI PROPAGAZIONE E IL SUO MODULO RAPPRESENTA L'ENERGIA ELETTROMAGNETICA CHE PER UNITA' DI TEMPO PASSA ATTRAVERSO L'UNITA' DI SUPERFICIE ORTOGONALE ALLA DIREZIONE DI PROPAGAZIONE

APPLICHIAMO OGGI I RISULTATI A UN' ONDA PIANA POLARIZZATA RETTILINEAMENTE.

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$S = \epsilon_0 E^2 c = \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

E' IMPORTANTE CALCOLARE NON TANTO IL FLUSSO INSTANTANEO DI ENERGIA QUANTO IL FLUSSO MEDIO ATTRAVERSO S .

$$S_m = \epsilon_0 c (E^2)_m = \epsilon_0 c \frac{1}{T} \int_0^T E_0^2 \cos^2(kx - \omega t) dt = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2$$

RICORDANDO $E_{eff} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ CONCLUDIAMO:

$$I = S_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = \epsilon_0 c E_{eff}^2$$

INTENSITA' DELL' ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA

POLARIZZAZIONE DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA

UN'ONDA PIANA SI DICE POLARIZZATA RETTILINEAMENTE QUANDO IL CAMPO ELETTICO HA UNA SOLA COMPONENTE, AD ES: Y (E QUINDI IL CAMPO MAGNETICO HA SOLO LA COMPONENTE Z) E RESTA SEMPRE PARALLELO A Y. (DURANTE LA PROPAGAZIONE)

$$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y \quad ; \quad \vec{B} = \frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z \quad ; \quad \vec{I} = \vec{I}_y + \vec{I}_z = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = c \epsilon_0 E_0^2$$

→ POLARIZZAZIONE NON RETTILINEA

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{u} \quad , \quad \text{CON } \vec{u} \neq \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$$

VB: $\vec{u} = \cos\theta \vec{u}_y + \sin\theta \vec{u}_z$

$$\Rightarrow \vec{E}(x,t) = E_0 \cos\theta \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + E_0 \sin\theta \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

↑ ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA POLARIZZATA CIRCOLARMENTE

POLARIZZATA ELLITTICAMENTE: $E_{0y} \neq E_{0z}$
 $E_0 \cos\theta \neq E_0 \sin\theta$

L'ONDA EM PIANA E' RAPPRESENTATA COME SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI DI DUE ONDE EM PIANE POLARIZZATE RETTILINEAMENTE NEI PIANI (XY) E (XZ) DI AMPIEZZA RISPETTIVAMENTE $E_0 \cos\theta$ e $E_0 \sin\theta$

$$I_y = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \cos^2\theta = I_0 \cos^2\theta \quad I_z = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \sin^2\theta = I_0 \sin^2\theta$$

$$I = I_y + I_z = I_0 \cos^2\theta + I_0 \sin^2\theta = I_0 (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = I_0 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

ALTRA SOLUZIONE :

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y \pm E_0 \sin(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

→ SOVRAPPOSIZIONE DI DUE ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE POLARIZZATE RETTILINEAMENTE NEI PIANI (XY) E (XZ), DI EGUALE AMPIEZZA E_0 E SFASATE DI $\pi/2$

UN' ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA NON POLARIZZATA E' UN' ONDA ELETTROMAGNETICA IN CUI \vec{E} E' DESCRIVIBILE IN CIASCUN ISTANTE; L'ANGOLO θ CHE DEFINISCE LA DIREZIONE DI \vec{E} VARIA CASUALMENTE NEL TEMPO.

*) ONDA PIANA POLARIZZATA RETTILINEAMENTE: QUANDO \vec{E} HA UNA SOLA COMPONENTE (AD ES Y) $\Rightarrow \vec{B}$ HA UNA SOLA COMPONENTE (Z)

$$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

• SOVRAPPOSIZIONE DI DUE ONDE PIANE POLARIZZATE RETTILINEAMENTE E SFASATE DI $\pi/2$

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y \pm E_0 \sin(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

• ONDA PIANA POLARIZZATA NON RETTILINEAMENTE

$$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + E_0 \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = -\frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + \frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

• ONDA PIANA POLARIZZATA ELLITTICAMENTE

$$\vec{E} = E_0 \cos\theta \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + E_0 \sin\theta \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

$$, E_{0y} = E_0 \cos\theta, E_{0z} = E_0 \sin\theta$$

$$\vec{B} = -\frac{E_0 \sin\theta}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y + \frac{E_0 \cos\theta}{c} \cos(kx - \omega t) \vec{u}_z$$

RIASSUNTO (CAPITOLI 10)

1) $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$ EQUAZIONE CARATTERISTICA DI UN'ONDA PIANA (ONDA DESCRITTA UNIDIMENSIONALMENTE)
 EQUAZIONE D'ALAMBERT

SOLUZIONI → MEGLIA FORMA: $E(x-vt) \vee E(x+vt)$

ESEMPIO: $x-vt = x_0 - v t_0 \Rightarrow x = x_0 + v \Delta t$

2) ONDE PIANE ARMONICHE

$v = \lambda \cdot \nu$ VELOCITÀ DI FASE

$E(x,t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \vee E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$ • $\omega = k v$ PULSAZIONE

ONDE SFERICHE (!) ARMONICHE ELETTROMAGNETICHE:

$E(R,t) = \left(\frac{E_0}{R}\right) \sin(kR - \omega t) \vee E(R,t) = \left(\frac{E_0}{R}\right) \cos(kR - \omega t)$

• k NUMERO D'ONDA

• $\Phi = kx - \omega t$ FASE D'ONDA

• $T = 2\pi/\omega$ PERIODO

• $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ LUNGHEZZA D'ONDA

3) ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

LA FREQUENZA CARATTERISTICA AREA DI UNA ONDA! (7 BANDS IN V)

→ SONO TRASVERSALI RISPETTO ALLA DIREZIONE DI PROPAGAZIONE

→ SCEGLIA UNA DIREZIONE X DI PROPAGAZIONE \vec{E} E \vec{B} GIACCIANO (SOLO) NEL PIANO (XZ)

$\vec{E}'_x = E_x(x,t) \vec{u}_x = 0 \quad \vec{B}'_x = B_x(x,t) \vec{u}_x = 0$

$\vec{E} = E_y(x,t) \vec{u}_y + E_z(x,t) \vec{u}_z \quad \vec{B} = B_y(x,t) \vec{u}_y + B_z(x,t) \vec{u}_z$

RICORDANDO LA LEGGE DI FARADAY: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -d\Phi(\vec{B}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$

$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial x}$

DERIVANDO LA PRIMA RISPETTO A X

DERIVANDO LA 2^a RISPETTO A T

$\Rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$

$\frac{\partial E_z}{\partial x} = +\frac{\partial B_y}{\partial t}$

$\frac{\partial E_z}{\partial t} = +\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial B_y}{\partial x}$

DERIVANDO LA PRIMA RISPETTO A T

DERIVANDO LA 2^a RISPETTO A X

$\Rightarrow \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$

$\left(\Rightarrow \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right) \quad \frac{1}{v^2} = \epsilon_0 \mu_0 \Rightarrow v_{ONDE ELETTR.} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

TRA I MODULI: $B = \frac{E}{c}$

4) $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}; v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu_0}}, \epsilon = k \epsilon_0 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{k \epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{k}}; m = \frac{c}{v} = \sqrt{k \epsilon}$

5) $u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2; u_m = \frac{1}{2 \mu_0} B^2 \Rightarrow u = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2 \mu_0} B^2$ DENSITÀ INSTANTANEA DI ENERGIA ELETTROMAGNETICA

ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA: $B = \frac{E}{c} \Rightarrow u_m = \frac{1}{2 \mu_0} B^2 = \frac{1}{2 \mu_0 c^2} E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \Rightarrow u = \epsilon_0 E^2$ DENSITÀ INSTANTANEA DI E.M. DI UNA ONDA PIANA

6) $dU = u E c dt = \epsilon_0 E^2 c E dt \quad \rho = \frac{dU}{dt} = \epsilon_0 E^2 c E = S E \quad (\Phi_E(\vec{s}) = S E)$

(ATTENZIONE: \vec{E} LY DI PROP.) DEFINIAMO $\vec{s} = \epsilon_0 E^2 c$ VETTORE DI POYNTING

ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA: $B = \frac{E}{c} \Rightarrow \vec{s} = \epsilon_0 c^2 E B \vec{u} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$ VETTORE DI POYNTING

7) $\vec{I} = S m = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = \epsilon_0 c E_{EFF}^2$, RICORDANDO $\epsilon_{EFF} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{2}}$ INTENSITÀ DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA PIANA ($= \frac{P_m}{S}$) ($= u_{em} \cdot c$)

$\vec{I} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2$ INTENSITÀ DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA SFERICA

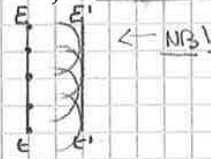
8) $P = \vec{I} / c = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \epsilon_0 E_{EFF}^2$ QUANTITÀ DI MOTO DI UN'ONDA E.M. PIANA (ONDA E.M. SFERICA $\rightarrow P = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 R^2$)

$P_{RAD} = \vec{I} / c = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \epsilon_0 E_{EFF}^2$ PRESSIONE DI RADIAZIONE QUANDO LA SUP. COLPITA È COMPLETAMENTE ASSORBENTE

$P_{RAD} = R \vec{I} / c = \epsilon_0 E_0^2 = 2 \epsilon_0 E_{EFF}^2$ PRESSIONE DI RADIAZIONE QUANDO LA SUP. È PERFETTAMENTE RIFLETTENTE (L'IMPULSO COMUNICATO A È E' DOPIA)

← 9)*

SECONDAIRIE, EMESSE TUTTE NELLO STESSO ISTANTE. PER OGNI PUNTO SI TRACCIA UNA SEMICIRCONFERENZA DI RAGGIO $v\Delta t$ E IL NUOVO FRONTE D'ONDA E' RISULTA ESSERE L'INVILUPPO DI TUTTE QUESTE ONDE. LA PERTURBAZIONE SI PROPAGA LUNGO UNA DIREZIONE PERPENDICOLARE AL FRONTE D'ONDA, OVVVERO, LA LUCE SI PROPAGA PER RAGGI RETTILINEI NORMALI AL FRONTE D'ONDA.



DIFFRAZIONE DELLA LUCE

NEL CASO CHE L'ONDA INCONTRI UNO SCHERMO IMPENETRABILE ALL'ONDA STESSA E NE-L QUALE SIA STATA PRATICATA UN'APERITURA, SI PUO' CALCOLARE IL FRONTE D'ONDA AL DI LA' NELL'APERITURA. SE L'APERITURA HA UNA LARGHEZZA A GRANDE RISPETTO ALLA LUNGHEZZA D'ONDA λ , L'ONDA CHE EMERGE DALL'APERITURA CONSERVA LA FORMA DEL FRONTE D'ONDA INCIDENTE E POSSIAMO DIRE CHE LA PROPAGAZIONE E' RETTILINEA.

SE a E' INFERIORE A λ , L'ONDA USCENTE TENDE A PROPAGARSI IN TUTTE LE DIREZIONI SI DICE CHE L'ONDA E' STATA DIFFRATTA DALL'APERITURA.

DUE ONDE LA CUI DIFFERENZA DI FASE IN UN PUNTO E' RISULTI COSTANTE NEL TEMPO, SI DICONO COERENTI, LE m APERITURE COSTITUISCONO UN SISTEMA DI SORGENTI COERENTI DI LUCE.

LE LEGGI DELLA RIFLESSIONE E DELLA RIFRAZIONE

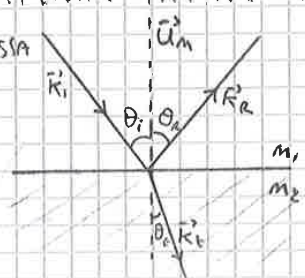
NELL'ATTRAVERSAMENTO DI UNA SUPERFICIE DI SEPARAZIONE TRA DUE MEZZI LA FREQUENZA ν E LA PULSAZIONE ω NON VARIANO, MENTRE LA LUNGHEZZA D'ONDA E IL NUMERO D'ONDA VARIANO.

$v = \frac{c}{m}$; $\lambda = \frac{\lambda_0}{m}$; $k = m k_0$

=> LA LUNGHEZZA D'ONDA IN UN MEZZO E' SEMPRE MINORE DELLA LUNGHEZZA D'ONDA NEL VUOTO. E' QUESTA DISCONTINUITA' CHE DETERMINA LE LEGGI DELLA RIFLESSIONE E DELLA RIFRAZIONE.

DEFINIAMO $v_1 = \frac{c}{m_1}$; $v_2 = \frac{c}{m_2}$ PIANO D'INCIDENZA = PIANO DI SEPARAZIONE TRA DUE MEZZI TRASPARENTI. ; \vec{k}_i = ONDA INCIDENTE ; \vec{k}_r = ONDA RIFLESSA ; \vec{k}_t = ONDA TRASMESSA

- LE DIREZIONI DI PROPAGAZIONE DI $\vec{k}_i, \vec{k}_r, \vec{k}_t$ GIACCONO NEL PIANO D'INCIDENZA;
- L'ANGOLO DI RIFLESSIONE θ_r E' UGUALE ALL'ANGOLO DI INCIDENZA



- IL RAPPORTO TRA IL SENO DELL'ANGOLO DI INCIDENZA E IL SENO DELL'ANGOLO DI RIFLESSIONE RIFRAZIONE θ_t E' COSTANTE E UGUALE AL RAPPORTO TRA LE VELOCITA' DI PROPAGAZIONE.

$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_1}{v_2}$

=> $\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{m_2}{m_1}$

$m_1 \sin \theta_i = m_2 \sin \theta_t$

$m_{2,1} = \frac{m_2}{m_1}$

INDICE DI RIFRAZIONE RELATIVO AL SECONDO MEZZO RISPETTO AL PRIMO

OTICA GEOMETRICA

(CAPITOLO 12)

LE SUPERFICCI CHE LA LUCE INCONTRA SONO DETTE CATOTTRICHE O SPECCHI QUANDO SU DI ESSE AVVIENE SOLO RIFLESSIONE.

I RAGGI DI QUALSIASI LUNGHEZZA D'ONDA PROPAGANTESI NELLA STESSA DIREZIONE SUBISCONO TUTTI LA STESSA DEVIAZIONE.

SI CHIAMANO INVECE SUPERFICCI DIOTTRICHE O DISTRATTI LE SUPERFICCI SU CUI AVVIENE LA TRASMISSIONE DELLA LUCE DA UN MEZZO ALL'ALTRO (RIFFRAZIONE)

I RAGGI PROPAGANTESI NELLA STESSA DIREZIONE E CON DIVERSA LUNGHEZZA D'ONDA SUBISCONO DEVIAZIONI DIVERSE.

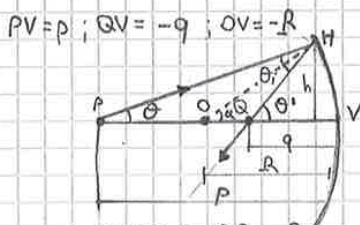
SPECCHI

CONVENZIONI SUI SEGNI:

- LA LUCE INCIDENTE PROVIENE DA SINISTRA;
- LA DISTANZA p DI UN OGGETTO P DAL VERTICE V È POSITIVA SE L'OGGETTO SI TROVA A SINISTRA DEL VERTICE;
- LA DISTANZA q DELL'IMMAGINE Q DAL VERTICE V È NEGATIVA SE L'IMMAGINE È A SINISTRA DEL VERTICE;
- IL RAGGIO DI CURVATURA R È NEGATIVO SE IL CENTRO DI CURVATURA È A SINISTRA DI V (SUP. SFERICA CONCAVA)
- A SINISTRA DI V GLI ANGOLI CHE I RAGGI FORMANO CON L'ASSE SONO POSITIVI SE CONSIDERATI NEL VERSO ANTICLOCKWISE
- LE DISTANZE y DALL'ASSE SONO POSITIVE PER I PUNTI SOPRA L'ASSE, NEGATIVE PER I PUNTI AL DI SOTTO, SE SI TRATTA DI OGGETTI; PER LE IMMAGINI VALE IL CONTRARIO

CONSIDERIAMO UNO SPECCHIO SFERICO CONCAVO:

PONIAMO UN OGGETTO P PUNTIFORME SULL'ASSE A SINISTRA DEL CENTRO DI CURVATURA O E TRACCIAMO UN RAGGIO EMESSO DA P AD ANGOLO θ CON L'ASSE. IL RAGGIO INCIDE SULLO SPECCHIO NEL PUNTO H E IL RAGGIO RIFLESSO INCONTRA L'ASSE NEL PUNTO Q , IMMAGINE DI P .



ABBIAMO CHE:

$\theta + \theta_i = \alpha$

$\theta + \theta' = 2\alpha$

PROVIENE: $h = PV \theta = p\theta \Rightarrow \theta = \frac{h}{p}$; $h = OV \theta_i = q\theta_i = -q\theta' \Rightarrow \theta' = -\frac{h}{q}$; $h = OV \alpha = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{h}{R}$

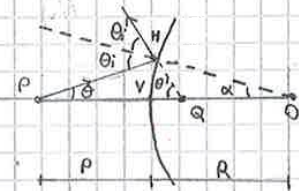
QUINDI: $\theta = \frac{h}{p}$; $\theta' = -\frac{h}{q}$; $\alpha = \frac{h}{R}$, RICORDANDO $\theta + \theta' = 2\alpha \Rightarrow \frac{h}{p} + (-\frac{h}{q}) = 2(\frac{h}{R}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{2}{R}$

EQUAZIONE DELLO SPECCHIO SFERICO CONCAVO

I RAGGI RIFLESSI SI INCONTRANO TUTTI NEL PUNTO Q (SITUAZIONE DI STIGMATISMO)

SPECCHIO SFERICO CONVESSO



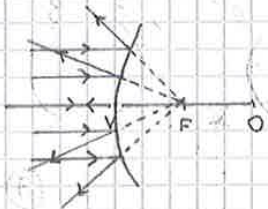
R È A DESTINA DI $V \Rightarrow R$ POSITIVO ; ANCHE f POSITIVO

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{2}{R}$$

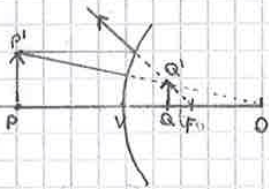
$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

(RISULTATI IDENTICI A QUELLI DELLO SPECCHIO SFERICO CONCAVO)

QUANDO I RAGGI INCIDENTI SONO PARALLELI ALL'ASSE I PUNTEGGIAMENTI DEI RAGGI RIFLESSI PASSANO TUTTI PER F .

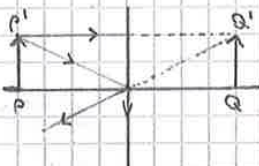


- L'IMMAGINE SI FORMA SEMPRE DIETRO LO SPECCHIO, OVVERO È SEMPRE VIRTUALE
- L'IMMAGINE È SEMPRE DIRITTA E RIMPICCIOLITA.



SPECCHIO PIANO

PER $R \rightarrow \infty \Rightarrow f \rightarrow \infty$



$$p = q$$

EQUAZIONE DELLO SPECCHIO PIANO

- L'IMMAGINE SI FORMA DIETRO LO SPECCHIO IN POSIZIONE SIMMETRICA A QUELLA DELL'OGGETTO, DI CUI CONSERVA LE DIMENSIONI ($I = -1$) \rightarrow IMMAGINE SPECULARE (DX SCAMBIATA CON LA SX)
- LO SPECCHIO PIANO È STIGMATICO, APLANATICO E ACROMATICO.

DIOTRI

SUPERFICIE DIOTTRICA SFERICA CONVESSA

$$m_1 < m_2$$

$$\theta + \alpha = \theta_i$$

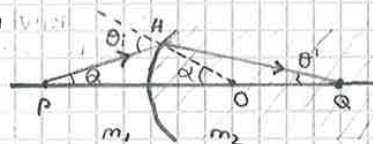
$$\theta' + \theta_e = \alpha$$

$$m_1 \theta_i = m_2 \theta_e$$

$$m_1 \theta + m_2 \theta' = (m_2 - m_1) \alpha$$

$$h = HV = HK$$

$$\theta = \frac{h}{p} ; \theta' = \frac{h}{q} ; \alpha = \frac{h}{R}$$



(IL DIOTRO SFERICO È STIGMATICO)

$$\frac{m_1}{p} + \frac{m_2}{q} = \frac{m_2 - m_1}{R}$$

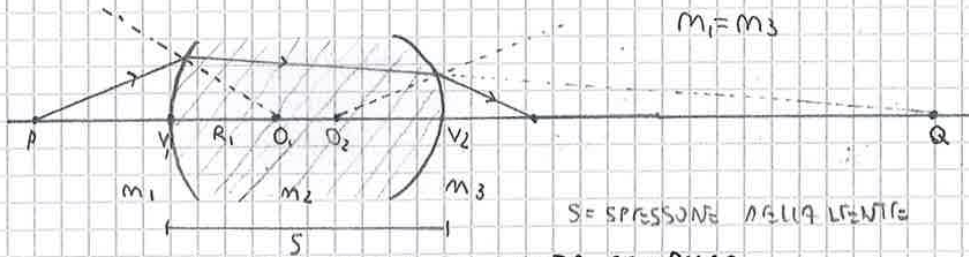
EQUAZIONE DEL DIOTRO SFERICO CONVESSO

$$\frac{m_2 - m_1}{R} = \text{POTERE DIOTTRICO}$$

LENTE SOTTILI

DUE SUPERFICIE DIOTTRICHE AVANTI LO STESSO ASSE

LA LUCE PROVIENE DA SINISTRA



IL BLOCCO COME $m = m_2$ SI CHIAMA LENTE SEMPLICE

SE LE SUP. DIOTTRICHE SONO MOLTO VICINE \rightarrow LENTE SOTTILE

$$\frac{m_1}{p_1} + \frac{m_2}{q_1} = \frac{m_2 - m_1}{R_1}, \quad \frac{m_2}{p_2} + \frac{m_3}{q_2} = \frac{m_3 - m_2}{R_2}, \quad p_2 = s - q_1$$

$p_2 = s - q_1$ ESPRIME IL FATTO CHE L'IMMAGINE DATA DAL PRIMO DIOTTRIO FUNGE DA OGGETTO PER IL SECONDO.

PONENDO $s = 0$ E $m_3 = m_1 \Rightarrow$

V_1, V_2, O SONO PRATICAMENTE COINCIDENTI

$$\frac{m_1}{p_1} + \frac{m_2}{q_2} = (m_2 - m_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

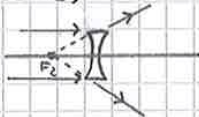
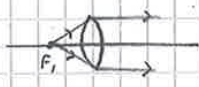
$$\frac{1}{s} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow f = \frac{m_1}{m_2 - m_1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

EQUAZIONE DEI COSTANTI DELLE LENTI (NELLA LENTE SOTTILE)

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

EQUAZIONE DELLA LENTE SOTTILE

$[m^2] \frac{1}{f} =$ POTENZA CONVERGENTE (INDISTINTI)
(POTENZA DELLA LENTE)



$$\frac{1}{f} > 0$$

LENTE CONVERGENTE
FUOCHI REALI

$$\frac{1}{f} < 0$$

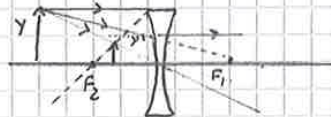
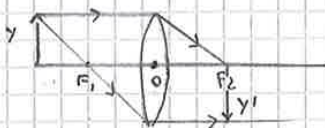
LENTE DIVERGENTE
FUOCHI VIRTUALI

NB: F_1 E F_2 SONO A QUIDISTANZI DA O

QUANDO $R_2 = -R_1$, LA LENTE E' DELLA SIMMETRICA E LA SUA FOCALF VALS. $f = \frac{m_1}{m_2 - m_1} \frac{R}{2}$

INGRANDIMENTO TRASVERSALE:

$$I = \frac{y'}{y} = \frac{q}{p} = \frac{q-s}{s} = \frac{s}{p-s}$$



INGRANDIMENTO LONGITUDINALE:

$$I_L = \frac{\Delta q}{\Delta p} = I^2$$

INTERFERENZA (CAPITOLO 13) (SORGENTI COERENTI)

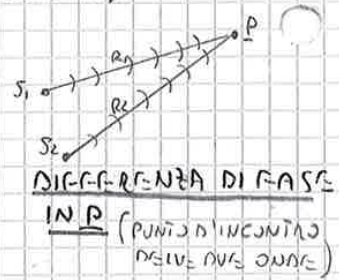
STUDIAMO IL FENOMENO DI SOVRAPPOSIZIONE DI DUE O PIU' ONDE: **INTERFERENZA**

DUE ONDE ARMONICHE CON STESSA λ E STESSA ω . (SFERICHE)

$$E_{R_1} = \frac{E_0}{R_1} \sin(kR_1 - \omega t + \phi_1) \quad E_{R_2} = \frac{E_0}{R_2} \sin(kR_2 - \omega t + \phi_2)$$

DEFINIAMO:

$$\delta = (kR_2 - \omega t + \phi_2) - (kR_1 - \omega t + \phi_1) = k(R_2 - R_1) + (\phi_2 - \phi_1)$$



$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ = DIFFERENZA DI FASE INTRINSECA

QUANDO $\Delta\phi = k \Rightarrow$ **SORGENTI COERENTI**

QUANDO $\Delta\phi = 0 \Rightarrow$ **SORGENTI SINCRONE**

IL TERMINE INTERFERENZA E' RIFERITO AI FENOMENI DI SOVRAPPOSIZIONE DIFFERENTI CON ONDE EMESSE DA SORGENTI COERENTI

- SIA LE ONDE PROVENIENTI DA DUE PUNTI DI UNA SORRENTE ESTESA SIA LE ONDE PROVENIENTI DA DUE SORRENTE DIVERSE INCOERENTI NON DANNO LUOGO A FENOMENI DI INTERFERENZA.

→ UN METODO PER OTTENERE DUE O PIU' SORRENTE COERENTI DI LUCE ORDINARIA SI BASA SUI PRINCIPI DI HUYGENS - FRESNEL:

- GLI N FORI PRACTICATI SU UNO SCHERMO OPACO CHE INTERCETTA UN FRONTE D'ONDA DI UNA SORRENTE DI LUCE ORDINARIA COSTITUISCONO N SORRENTE COERENTI DI LUCE ORDINARIA.

L'ESPERIMENTO DI YOUNG [pg 372]

DISPOSITIVO DI YOUNG

LUCE ORDINARIA MONOCROMATICA INCIDE SU UNO SCHERMO A IN CUI E' PRACTICATA UNA FENDITURA S_0 LUNGA E MOLTO STIPILE. LA LUCE USCENTE → DIFFRATTA IN TUTTE LE DIREZIONI E ARRIVA SU UN SECONDO SCHERMO B IN CUI SONO PRACTICATE DUE FENDITURE S_1 E S_2 MOLTO STIPILE // A S_0 E DA ESSA EQUIDISTANTI.

S_0 = SORRENTE PRIMARIA

S_1 E S_2 = DUE SORRENTE COERENTI SINCRONE

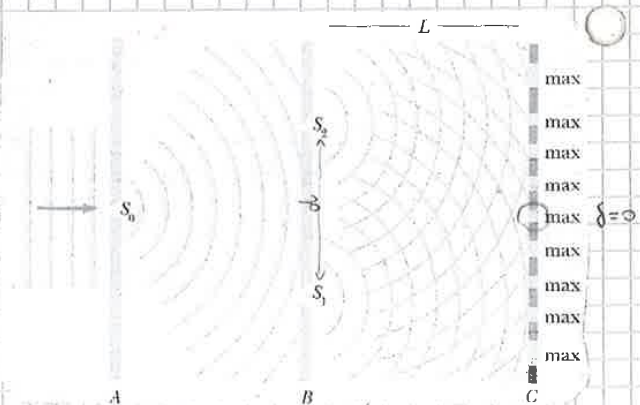
LA LUCE EMESSE DA S_1 E S_2 PRODUCE SU UNO SCHERMO C A DISTANZA L UNA FIGURA DI INTERF.

→ CHE CONSISTE IN UNA SERIE DI STRISCHE CHIARE E SCURE, PARALLELE ALLE FENDITURE, CHIAMATE **FRANGE DI INTERFERENZA**: FRANGE CHIARE → MASSIMI DI INTENSITA'

FRANGE SCURE → MINIMI DI INTENSITA'

L'INTENSITA' NELLA FRANGIA CENTRALE E' MASSIMA, QUELLA DELLE

FRANGE ADIACENTI DECRESCOE ALLONNANDOSI DAL CENTRO



PER CALCOLARE COME VARIA L'INTENSITA' I SULLO SCHEMA IN FUNZIONE DELLA DISTANZA x DAL CENTRO O :

$h.p. \ L \gg d$

$\sin \theta \approx \tan \theta \approx x/L$

$\Rightarrow I(x) = I_0 \cos^2 \frac{\pi d x}{\lambda L}$

① $\theta = m \frac{\lambda}{d}, \ x = m \frac{\lambda L}{d}, \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \dots$

② $\theta = (2m+1) \frac{\lambda}{2d}, \ x = (2m+1) \frac{\lambda L}{2d}, \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \dots$

LA DISTANZA TRA I CENTRI DI DUE FRANGE CONSECUTIVE = PASSO

$P = \frac{\lambda L}{d}$

NOTA: LA COERENZA TRA DUE SORGENTI DI POTENZA P OPERA UNA RIDISTRIBUZIONE DELLA POTENZA COMPLESSIVA $P_{TOT} = 2P$ EMESSA DA LE DUE SORGENTI, CHE VIENE CONCENTRATA IN CERTE DIREZIONI E RAMEFFATA IN ALTRE, NELLE RISPETTIVE PARI DELLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA.

NOTA: L'INTENSITA' COMPLESSIVA IN UN DATO PUNTO PRODOTTO DA N SORGENTI INCOERENTI, CIASCUNA D'INTENSITA' I_k , E' UGUALE ALLA SOMMA DELLE SINGOLE INTENSITA'.

$I_R = \sum_{k=1}^N I_k$

INTERFERENZA DI N SORGENTI DI ONDE ELETTROMAGNETICHE SINCRONE

Consideriamo N antenne, del tipo visto nel paragrafo 10.7, disposte lungo una retta ed equispaziate della distanza d , figura 13.27a. Supponiamo di osservare la loro interferenza a grandi distanze rispetto alla dimensione $(N-1)d$ del sistema, per cui possiamo utilizzare le stesse approssimazioni geometriche introdotte nel paragrafo 13.2. Detto θ l'angolo formato tra la direzione di emissione (di osservazione) e la normale alla linea contenente le sorgenti, tra le due onde emesse da due sorgenti consecutive esiste la differenza di fase (13.6)

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$

In un punto Q le ampiezze E_1 delle singole sorgenti sono uguali, data la lontananza di Q dal sistema di sorgenti; esse tuttavia non sono in fase, a causa della differenza di cammino $d \sin \theta$ tra le onde emesse da due sorgenti consecutive. Per calcolare l'ampiezza risultante E_R utilizziamo il metodo dei fasori. Con riferimento alla figura 13.27b, le ampiezze del campo elettrico delle singole sorgenti E_1 si dispongono lungo una poligonale regolare di N lati, che è inscritta in un arco di circonferenza di raggio ρ ; l'angolo al centro che sottende il singolo vettore E_1 è δ ,

