NUMERO: 2258A

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Sobrero Giovanni

MATERIA: Meccanica dei Fluidi - Prof. Vincenzo Camporeale.

Meccanica dei fluidi

Prof. Carlo Vincenzo Camporeale

Programma

I fluidi e le loro caratteristiche: definizione di fluido; i fluidi come sistemi continui; grandezze della meccanica dei fluidi e unità di misura; proprietà fisiche; regimi di movimento; sforzi nei sistemi continui. (3 ore)
Statica dei fluidi: equazione indefinita della statica dei fluidi; equazione globale dell'equilibrio statico; statica dei fluidi pesanti incomprimibili; misura delle pressioni; spinta su superfici piane; spinta su superfici curve; spinta su corpi immersi. (6 ore)
Cinematica dei fluidi: impostazione euleriana e lagrangiana; velocità e accelerazione; equazione di continuità; equazioni di stato; tipi di movimento. (2 ore)
Equazione indefinita della dinamica; equazione globale di equilibrio dinamico. (3 ore)
Dinamica dei fluidi perfetti: equazioni di Eulero; equazione globale di equilibrio per un fluido perfetto; teorema di Bernoulli; applicazione ad alcuni processi di efflusso; estensione del teorema di Bernoulli ad una corrente; venturimetri e boccagli. (8 ore)
Moto dei fluidi reali: esperienza di Reynolds. Correnti in pressione: moto laminare; cenni sulle caratteristiche generali del moto turbolento; sforzi di Reynolds; moto nei tubi lisci e nei tubi scabri; diagramma di Moody; formule pratiche; perdite di carico localizzate. (10 ore)
Lunghe condotte: schemi pratici; equazioni di minimo costo. Problemi di verifica di reti chiuse. Metodo di Cross per la verifica delle reti chiuse. (4 ore)
Possibili tracciati altimetrici di una lunga condotta. Criteri di economia negli impianti di sollevamento. Regolazione delle portate mediante serbatoi. (3 ore)

Criteri, regole e procedure per l'esame

L'esame consta di una prova scritta per verificare la capacità dello studente di risolvere semplici quesiti e problemi di meccanica dei fluidi, seguita da una prova orale per valutare la comprensione dei principi teorici dell'insegnamento.
Lo scritto è composto da 10 domande a risposte multiple (1.5 punti ciascuna) e da un esercizio da risolvere (5 punti), per un totale massimo di 20 punti su 30. Lo scritto si ritiene superato con 10 punti, e la prova orale consiste in una domanda di teoria per un massimo di ulteriori 10 punti.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 216

MECCANICA DEI FLUIDI

APPUNTI E SCHEMI DI GIOVANNI SOBRERO

PROF.: CARLO VINCENZO CAMPOREALE

FLUIDO = CORPO MATERIALE DOTATO DI ALTISSIMA MOBILITÀ DELLE PARTICELLE CHE LO COMPONGONO. SE IMPONGO UNA SOLLECITAZIONE AL FLUIDO, LA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE DEL FLUIDO TENDE A ZERO.

PARTICELLA FLUIDA = AGGLOMERATO DI MOLECOLE A CUI SI POSSONO ATTRIBUIRE DETERMINATE GRANDEZZE RIFERITE AL CENTRO DI INERZIA DURANTE UN INTERVALLO INTORNO A UN CERTO ISTANTE t

$\xrightarrow[\Delta t]{t}$ TEMPO

LIQUIDI = OPPONGONO ALTA RESISTENZA AI CAMBIAMENTI DI VOLUME ($\Rightarrow \varepsilon$ MOLTO ALTI)

GAS = TENDONO AD ASSUMERE IL VOLUME DEL CONTENITORE: NON HANNO VOLUME PROPRIO

IPOTESI DEL CONTINUO = È L'IPOTESI FONDAMENTALE ALLA BASE DELLA MECCANICA DEI FLUIDI. OGNI CORPO OSSERVATO A SCALE INFINITESIME È DISCONTINUO.

SI PUÒ IMPORRE A SCALE PIÙ GRANDI L'IPOTESI CHE IL CORPO SIA CONTINUO.

SCALA DI OSSERVAZIONE INFERIORE = È LA SCALA (MINIMA) CHE PERMETTE TALE hp.

- DEVE ESSERE SUFFICIENTEMENTE GRANDE IN MODO DA MANTENERE UN NUMERO DI MOLECOLE SUFFICIENTEMENTE ELEVATO
- MA ANCHE SUFFICIENTEMENTE PICCOLA PER ESSERE RAPPRESENTATIVA DI CIÒ CHE STO STUDIANDO.

SCALE INFERIORI: LIQUIDI = $1\ \mu m$; GAS = $10\ \mu m$ (IN GENERALE SE $T\nearrow$: $\rho\searrow$)

- DENSITÀ (ρ) O MASSA VOLUMICA = $\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$, $\boxed{\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}}$ $\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$ $\boxed{\rho = \rho(p,T)}$

(L) $\rho_{ACQUA} \cong 1000\ [Kg/m^3]$

(G) $\rho_{ARIA} \cong 1,225\ [Kg/m^3]$

[LA DENSITÀ DIMINUISCE CON LA $T\nearrow$ (TRANNE PER L'ACQUA TRA 0-4°C)

$T = [0 \div 40°C] \rightarrow \Delta\rho \approx 0.8\%$

- PESO SPECIFICO (γ) = $\boxed{\gamma = \rho \cdot g}$ $\left[\frac{N}{m^3}\right]$, $g = 9.8\left[\frac{N}{Kg}\right]$

(L) $\gamma_{ACQUA} = \rho \cdot g = 1000\left[\frac{Kg}{m^3}\right] \cdot 9.8\left[\frac{N}{Kg}\right] = 9800\left[\frac{N}{m^3}\right] = 9800\left[\frac{Pa}{m}\right]$, $[Pa] = \left[\frac{N}{m^2}\right]$

(G) $\gamma_{ARIA} = \rho \cdot g = 1,225\left[\frac{Kg}{m^3}\right] \cdot 9.8\left[\frac{N}{Kg}\right] = 12\left[\frac{N}{m^3}\right] = 12\left[\frac{Pa}{m}\right]$

RICORDA:
$F_g = m \cdot g \Rightarrow g = \frac{F}{m}\ \left[\frac{N}{Kg}\right]$
$\rho = \frac{m}{V} = \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$
$\Rightarrow \gamma = \rho \cdot g = \left[\frac{N}{m^3}\right] = \left[\frac{Pa}{m}\right]$

COMPRIMIBILITÀ:

VARIAZIONI DI PRESSIONE PORTANO VARIAZIONI DI VOLUME: $p \rightarrow p + dp \Rightarrow V \rightarrow V + dV$

$\boxed{\frac{\Delta V}{V_i} = -\frac{1}{\varepsilon}\Delta P \Leftrightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{1}{\varepsilon}dp}$

DEF: LA VARIAZIONE RELATIVA DI VOLUME È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI PRESSIONE, TRAMITE UN TERMINE $1/\varepsilon$

CON:
ε = MODULO DI ELASTICITÀ A COMPRESSIONE CUBICA (ε) [Pa]

ELASTICITÀ = INDICA CHE STO IMPONENDO UN COMPORTAMENTO ELASTICO AL FLUIDO

CUBICO = PERCHÉ STO CONSIDERANDO IL VOLUME

$\varepsilon_L \approx 10^9\,[Pa]$

ε È QUASI INDIPENDENTE DALLA P; DIPENDE DA T : $T = [0° \div 40°C] \rightarrow \Delta\varepsilon \approx 10\%$

ESEMPIO SIGNIFICATIVO:

$\varepsilon_L \cong 10^9\ Pa$ | $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{\varepsilon}\Delta P = -\frac{10^5}{10^9} = -10^{-4}$ | QUINDI POSSIAMO DIRE CHE

$h_p = \Delta P = 10^5\ Pa$ | | I LIQUIDI SONO FLUIDI INCOMPRIMIBILI

→ MA QUANDO SI PUÒ DEFINIRE INCOMPRIMIBILE UN FLUIDO? DEF. F. INCOMPRIMIBILE

FUNZIONE DEL NUMERO DI MACH (Ma)

DEFINENDO: IL NUMERO DI MACH

$\boxed{Ma = \frac{u}{c}}$ SI PUÒ DIRE CHE UN FLUIDO SI COMPORTA COME FLUIDO INCOMPRIMIBILE

QUANDO: $\boxed{Ma \ll 1 \Rightarrow c \gg u}$

, CON:

$\boxed{c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}}$ VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DEL SUONO (c) (/PERTURBAZIONI)

$\boxed{u = \frac{L}{t}}$ VELOCITÀ CARATTERISTICA DEL PROBLEMA (u), L = DOMINIO DEL FLUIDO

⇒ SE c È SUFFICIENTEMENTE ALTA E IL DOMINIO DEL FLUIDO L È SUFFICIENTEMENTE PICCOLO, ALLORA LE PERTURBAZIONI (PRESSIONI → SUONI) SI PROPAGANO SUBITO E OVUNQUE. (F. INCOMPRIMIBILE)

a) CASO LIQUIDI

CONSIDERANDO I LIQUIDI COME FLUIDI INCOMPRIMIBILI SI HA CHE $dm \cong 0$

$$\begin{cases} m = \rho V \\ dm = \rho dV + V d\rho = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

CONSIDERANDO: $\frac{dV}{V} = -\frac{1}{\varepsilon}dP$ SI AVRÀ:

$\boxed{\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\varepsilon}}$ RELAZIONE TRA ρ E P (PER UN FLUIDO INCOMPRIMIBILE) ← VALIDA ANCHE PER F. COMPRIMIBILI

b) CASO GAS

$848 = \frac{R_0}{9}$, $R_0 = 8.314\left[\frac{J}{mol\,K}\right] = 8314\left[\frac{J}{kmol\,K}\right]$ COSTANTE UNIVERSALE DEI GAS

$\boxed{\frac{P}{\gamma} = RT}$, CON $\boxed{R = \frac{848}{M}}$ COSTANTE DEI GAS SPECIFICA

$= \frac{Pm}{m}$ = PESO MOLECOLARE ⇒ $\frac{P}{\rho} = RT$, $R = \frac{R_0}{M}$

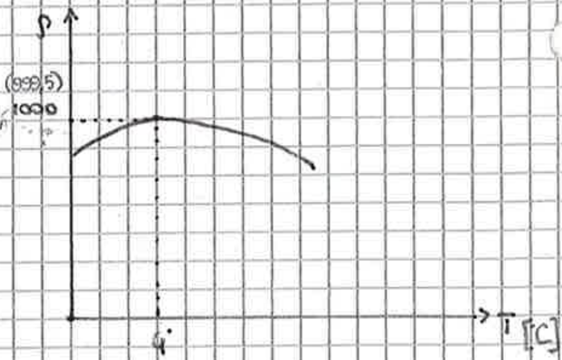
PROPRIETÀ DELL'ACQUA

$\rho = \rho(P, T)$ $T = [0 \div 4°C]$: $T\nearrow\ \rho\nearrow$

$T = [4 \div 40°C]$: $T\nearrow\ \rho\searrow$ $\Delta\rho_{H_2O} \cong 0.8\%$

TRASCURABILE ⇒ CONSIDERO LA DENSITÀ DELL'ACQUA COSTANTE.

$\Delta\varepsilon_{H_2O} \cong 10\%$



LIQUIDI

SE ε = COST, INTEGRANDO L'EQUAZIONE $\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\varepsilon}$, OTTENIAMO: $\ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \frac{1}{\varepsilon}(P - P_0)$ CIOÈ

(AL PRIMO ORDINE)

$\rho = \rho_0 \exp\left[\frac{1}{\varepsilon}(P - P_0)\right] \cong \rho_0\left(1 + \frac{P - P_0}{\varepsilon}\right)$ (RICORDA: $\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + c$ $m \neq -1$!!! ; $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + c$)

GAS

$\frac{P}{\rho} = RT = $ COST SE T = COST

$\frac{P}{\rho^m} = $ COST ⇒ $d(P\rho^{-m}) = 0$ ⇒ $P\,d\rho^{-m} + \rho^{-m}dP = 0$ ⟺ $-m\rho^{-m-1} \cdot P\,d\rho + \rho^{-m}dP = 0$

⇒ $dP = \frac{mP}{\rho}d\rho$ ⟺ $\frac{dP}{mP} = \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\varepsilon}$ ⇒ $\varepsilon = mP$ ⇒ $c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} = \sqrt{\frac{mP}{\rho}} = \sqrt{mRT}$

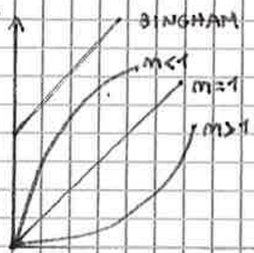
NON È VALIDA SOLO PER FLUIDI INCOMPRIMIBILI? NO!

2

- FLUIDI NON NEWTONIANI (SOLIDI ELASTICI: PROPORZIONALITÀ CON VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE ANGOLARE)

$\boxed{\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \mu \dot{\gamma}}$, $\dot{\gamma}$ VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE ANGOLARE (VEDI DIMOSTRAZIONE: DISPENSE VARGIU)

DIVERSE CLASSI DI FLUIDI:



PIANO REOLOGICO

1) $\tau = \mu \dot{\gamma}^m$ $m<1$ PSEUDOPLASTI

($\tau = \mu \dot{\gamma}^m$ $m=1$ NEWTONIANI)

2) $\tau = \mu \dot{\gamma}^m$ $m>1$ DILATANTI

3) $\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma}$ (ALLA) BINGHAM

$$\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \mu \dot{\gamma}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

LEGGE DI NEWTON $\boxed{\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\dot{\gamma}}$

(SOVENTE AL POSTO DI γ SI TROVA φ)

- SONO FLUIDI CHE DIPENDONO DAL TEMPO:

(TIXOTROPICI: τ DIMINUISCE NEL TEMPO

REOPETICI: τ AUMENTA NEL TEMPO)

- SONO FLUIDI CHE POSSIEDONO ALCUNE CARATTERISTICHE DEI SOLIDI E CHE IN GENERALE MOSTRANO UNA PARZIALE REVERSIBILITÀ DELLE DEFORMAZIONI
- QUESTE TRE CLASSI DI FLUIDI NON NEWTONIANI SONO DETTI: FLUIDI ELASTOVISCOSI/VISCOELASTICI
- HANNO EQUAZIONE:

$\boxed{\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu} + \frac{\dot{\tau}}{G}}$ EQ. DI MAXWELL

TENSIONE SUPERFICIALE

QUANDO C'È UN'INTERFACCIA DI SEPARAZIONE TRA DUE FLUIDI NON MISCIBILI TRA LORO, ALL'INTERFACCIA SI CREANO DELLE TENSIONI, CIOÈ DEI LEGAMI LUNGO LA DIREZIONE DELLA SUPERFICIE.

ALL'INTERNO DEL LIQUIDO LE FORZE CHE AGISCONO SULLE MOLECOLE SONO ISOTROPE, MENTRE ALL'INTERFACCIA È DIVERSO PERCHÉ VERSO L'ARIA NON HO LEGAMI.

I LEGAMI SI RIDISTRIBUISCONO E LUNGO LA SUPERFICIE SI CREANO DEI LEGAMI PIÙ FORTI IN MODO CHE LA SUPERFICIE RISULTI "TESA" (NB!)

→ GENERANDO UN TAGLIO SULLA SUPERFICIE LIBERA LA TENSIONE SUPERFICIALE SARÀ PARI ALLA FORZA CHE TENDE A RIUNIRE I DUE LEMBI DI LIQUIDO DIVISA PER LA LUNGHEZZA DEL TAGLIO.

$S = \frac{F}{\ell}$ $\left[\frac{N}{m}\right]$ TENSIONE SUPERFICIALE

$S_{H_2O} = 0.073 \left[\frac{N}{m}\right]$

$S_{ARIA} = 0.55 \left[\frac{N}{m}\right]$

PER QUESTO MOTIVO IN ASSENZA DI GRAVITÀ UNA GOCCIA D'ACQUA HA FORMA SFERICA: PERCHÉ LA SFERA MINIMIZZA LA SUPERFICIE A PARITÀ DI VOLUME.

6

INDICANDO CON DOPPIO INDICE LE PROIEZIONI DEGLI SFORZI SECONDO GENERICHE DIREZIONI:

IL PRIMO INDICE INDICA LA DIREZIONE DELLA GIACITURA LUNGO CUI E' ORIENTATO LO SFORZO E

IL SECONDO INDICE INDICA LA COMPONENTE DELLA GIACITURA.

$$\vec{\Phi}_x = \begin{pmatrix} \Phi_{xx} \\ \Phi_{xy} \\ \Phi_{xz} \end{pmatrix} \qquad \vec{\Phi}_y = \begin{pmatrix} \Phi_{yx} \\ \Phi_{yy} \\ \Phi_{yz} \end{pmatrix} \qquad \vec{\Phi}_z = \begin{pmatrix} \Phi_{zx} \\ \Phi_{zy} \\ \Phi_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{\Phi}_m = \begin{pmatrix} \Phi_{mx} \\ \Phi_{my} \\ \Phi_{mz} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{yx} & \Phi_{zx} \\ \Phi_{xy} & \Phi_{yy} & \Phi_{zy} \\ \Phi_{xz} & \Phi_{yz} & \Phi_{zz} \end{pmatrix}}_{\overline{\Phi}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\hat{mx}) \\ \cos(\hat{my}) \\ \cos(\hat{mz}) \end{pmatrix}}_{\vec{m}}$$

$$\rightarrow \Phi_{mx} = \Phi_{xx}\cos(\hat{mx}) + \Phi_{yx}\cos(\hat{my}) + \Phi_{zx}\cos(\hat{mz})$$

$\Phi_{my} = \ldots$

$\Phi_{mz} = \ldots$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\Phi}_m = \overline{\Phi} \cdot \vec{m}}$ DOVE LA MATRICE $\overline{\Phi}$ E' CHIAMATA TENSORE DEGLI SFORZI

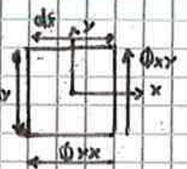
PROPRIETA' DELLA MATRICE $\overline{\Phi}$: TENSORE DEGLI SFORZI

1) SIMMETRIA: $\Phi_{ij} = \Phi_{ji}$ DERIVA DAL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE FACENDO L'EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE:

$\Phi_{xy} = \Phi_{yx}$

$\Phi_{xz} = \Phi_{zx}$

$\Phi_{yz} = \Phi_{zy}$



$\Phi_{xy} \cdot dy = \Phi_{yx} \cdot dx$

$dx = dy$

$\Rightarrow \Phi_{xy} = \Phi_{yx}$

$\rightarrow$ 3 COMPONENTI NORMALI: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$

3 COMPONENTI TANGENZIALI: $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_z$; $\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_y$; $\tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau_x$

$$\overline{\Phi} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \sigma_y & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \sigma_z \end{pmatrix}$$

CR
ij

2) λ REALI E DISTINTI E AUTOVETTORI ORTOGONALI

ESSENDO UNA MATRICE REALE SIMMETRICA AVRA' AUTOVALORI REALI E AUTOVETTORI ORTOGONALI TRA LORO

$A\vec{v} = \lambda \vec{v}$ $\quad \vec{v}$ AUTOVETTORE $\quad |A - \lambda I| = 0$

λ AUTOVALORE $\quad$ A: MAT. GENERICA $\quad$ I: MAT. UNITARIA

3) ESISTE UN SISTEMA DI RIFERIMENTO (QUELLO DEGLI AUTOVETTORI) TALE CHE $\overline{\Phi}$ E' DIAGONALE

4) $Tr(\overline{\Phi})$ E' INVARIANTE

$\downarrow$ TRACCIA $\quad Tr(\overline{\Phi}) = S$ (TENSIONE SUPERFICIALE)

$\boxed{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 3p = Tr(\overline{\Phi})}$ TRACCIA

$\Rightarrow p = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \dfrac{Tr(\overline{\Phi})}{3} \Rightarrow \boxed{p = \dfrac{S}{3}}$ PRESSIONE

$\begin{pmatrix} \text{COMPRESSIONE} & + \\ \text{DILATAZIONE} & - \end{pmatrix}$

STATICA DEI FLUIDI ($\vec{u} = 0$: VELOCITÀ NULLA)

- LE PARTICELLE NON SUBISCONO SPOSTAMENTO RELATIVO NEL TEMPO (SIA IN UN SIST. FISSO CHE MOBILE)
- GLI SFORZI INTERNI HANNO SOLO COMPONENTI NORMALI IN CONSEGUENZA DELL'ASSENZA DI DEFORMAZIONE
- LO SFORZO IN UN GENERICO PUNTO DI UN FLUIDO IN QUIETE È:
  - DIRETTO NORMALMENTE ALL'ELEMENTO DI SUPERFICIE SUL QUALE SI ESERCITA.
  - HA MODULO INDIPENDENTE DALL'ORIENTAMENTO PASSANTE PER IL PUNTO STESSO = È INDIPENDENTE DALLA GIACITURA CONSIDERATA
- LO STATO DI SFORZO DI UN FLUIDO IN QUIETE È INDIVIDUATO QUANDO SI CONOSCE LA DISTRIBUZIONE DELLE PRESSIONI NELLA MASSA
- p = MODULO DELLO SFORZO NORMALE

1) EQUAZIONE GLOBALE DELLA STATICA DEI FLUIDI

CONSIDERO UN VOLUME W RACCHIUSO DA UNA SUPERFICIE DI CONTORNO Ω. $\{W\}\Omega$

SU DI ESSO AGISCONO: $\vec{F} = -g\,\mathrm{grad}\,z$, $\mathrm{grad}\,z = (0,0,1)$

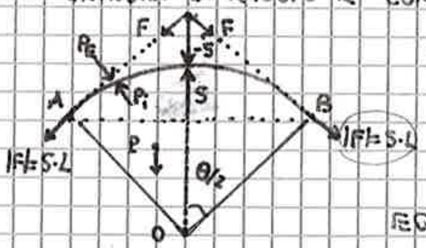
- FORZE DI MASSA: $\vec{F}_{MASSA} = \int_W \rho \vec{F}\, dW = \vec{P} = \gamma \cdot W$ $\left[\frac{N}{kg}\right] = \left[\frac{m}{s^2}\right]$ (FORZA PESO)
- FORZE DI SUPERFICIE (FORZE AL CONTORNO): $\vec{F}_c = \int_\Omega \vec{\Phi}_m \cdot d\Omega = \int_\Omega p \cdot \vec{m}\, d\Omega$ (IN STATICA: $\vec{\Phi}_m = p \cdot \vec{m}$)

OTTENIAMO COSÌ:

$\boxed{\vec{P} + \vec{F}_c = 0}$ EQUAZIONE GLOBALE DELLA STATICA (FORZA PESO TRASCURABILE)

CILINDRO

CILINDRO DI RAGGIO R CON GENERATRICI DI LUNGHEZZA L

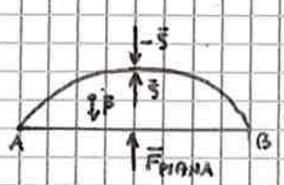


CI INTERESSA $-\vec{S}$ PERCHÉ MI SERVONO QUELLE CHE AGISCONO SUL LIQUIDO

$\vec{P}$ = FORZA PESO = TRASCURABILE

EQUAZIONE GLOBALE DELLA STATICA: $\vec{P} + \vec{F}_c = 0$, $\vec{F}_c$ = FORZE DI SUPERF.

$\vec{F}_c = -\vec{S} + \vec{F}_{PIANA}$



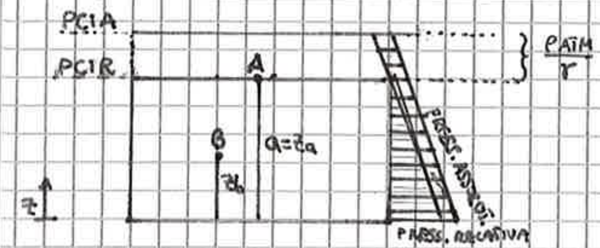
$\rightarrow \; +\vec{F}_{PIANA} - \vec{S} + \underbrace{\vec{P}}_{=0} = 0 \quad \Rightarrow \vec{F}_{PIANA} = \vec{S}$

- LA RISULTANTE DI TUTTE LE SPINTE ELEMENTARI DOVUTE AL SALTO DI PRESSIONE $\Delta P = P_E - P_i$, OVVERO LA $\vec{F}_{PIANA}$, VALE:

$$\begin{cases} \vec{F}_{PIANA} = \overline{AB}\,\Delta P \cdot L = 2R \cdot L \cdot \Delta P \sin\frac{\theta}{2} \\ \vec{S} = 2SL \sin\frac{\theta}{2} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{PIANA} = \vec{S} \Leftrightarrow \cancel{2}R\cancel{L}\Delta P \cancel{\sin\frac{\theta}{2}} = \cancel{2}S\cancel{L}\cancel{\sin\frac{\theta}{2}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{\Delta P = \frac{S}{R}}$ GENERALIZZANDO PER UNA FORMA QUALUNQUE: $\boxed{\Delta P = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$ RELAZIONE DI LAPLACE

CONSIDERIAMO UN RECIPIENTE CHIUSO CONTENENTE UN LIQUIDO INCOMPRIMIBILE IN QUIETE:



APPLICO LA LEGGE FONDAMENTALE DELLA STATICA $\left(z + \frac{P}{\gamma} = K \right)$ AI PUNTI A E B CHE DEVONO AVERE LO STESSO CARICO PIEZOMETRICO h.

$h_A = h_B \iff z_A + \frac{P_A}{\gamma} = z_B + \frac{P_B}{\gamma}$, $P_A = P_{ATM}$

$\Rightarrow \boxed{P_B = P_{ATM} + \gamma(z_A - z_B)}$ IL TERMINE $(z_A - z_B)$ E' DEFINITO AFFONDAMENTO

QUINDI LA PRESSIONE AUMENTA LINEARMENTE CON L'AFFONDAMENTO (CIOE' LA PROFONDITA')

NB → QUANDO LA PRESSIONE AUMENTA LINEARMENTE SI PARLA DI "ANDAMENTO IDROSTATICO DELLE PRESSIONI"

- SE CONTINUASSIMO LA LINEA DELLE PRESSIONI OLTRE IL PELO LIBERO DELL'ACQUA:
- PUNTO P = HA IDEALMENTE PRESSIONE NULLA
- IL PIANO PARALLELO AL "SUOLO" E PASSANTE PER P E' DEFINITO: PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI ASSOLUTI (PCIA) VS (PCIR)
  PIANO SUL QUALE LA PRESSIONE E' NULLA
- POSSIAMO GENERALIZZARE LA LEGGE PER UNA QUOTA GENERICA z:

$P(z) = P_{ATM} + \gamma(a - z)$, $P_{ATM} = P_A$

→ PER CAPIRE A QUALE QUOTA SI TROVA IL PCIA PONGO $P_z = 0$. $P_{ASS} = 0$

$P_z = P_{ATM} + \gamma(a - z) = 0$

$\Rightarrow \boxed{z = \frac{P_{ATM}}{\gamma} + a}$ QUOTA PCIA $P_{ATM} = 101325\ Pa$ (= 1 atm)

DEFINISCO ORA:

$\boxed{P' = P(z) - P_{ATM}}$ PRESSIONE RELATIVA

IN QUESTO MODO SI PUO' DEFINIRE UN PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVI, OVVERO DOVE LA P RELATIVA E' PARI A ZERO → PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI RELATIVI (PCIR)

→ PER CAPIRE A QUALE QUOTA SI TROVA IL PCIR PONGO $P' = 0$ $P_{REL} = 0$

$P' = P(z) - P_{ATM} = \gamma(a - z) = 0$

$\boxed{z = a}$ QUOTA PCIR

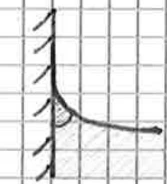
⇒ CIO' SIGNIFICA CHE IL PCIR STA SUL PELO LIBERO, MA NON E' SEMPRE COSI' PERCHE' DIPENDE DALLA PRESSIONE DEL GAS ALL'INTERFACCIA. IN QUESTO CASO ERA $P_{GAS} = P_{ATM}$

CON LE CONVENZIONI UTILIZZATE CONSIDERIAMO:

- AFFONDAMENTO POSITIVO SE $z < a$
- AFFONDAMENTO NEGATIVO SE $z > a$

CONSIDERIAMO:

- VETRO - ACQUA - ARIA
  SI OTTIENE CHE $\cos\beta \cong 1 \Rightarrow \beta \cong 0°$
  LA Tg È // ALL'INTERFACCIA SOLIDO-LIQUIDO



- IL LIQUIDO BAGNA IL SOLIDO
- $\beta < 90°$ PREVALE L'ADESIONE TRA LIQUIDO E SOLIDO

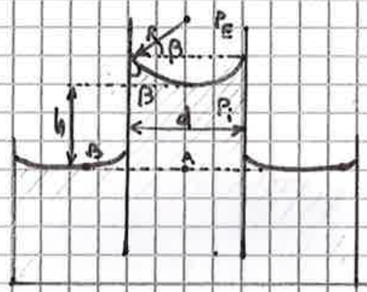
- VETRO - MERCURIO - ARIA
  SI OTTIENE CHE $\beta \cong 135°$
  LA Tg È DESCRITTA DALL'ANGOLO $\beta = 135°$

- IL LIQUIDO NON BAGNA IL SOLIDO
- $\beta > 90°$ PREVALE LA COESIONE ALL'INTERNO DEL LIQUIDO

VEDIAMO ORA LA CAPILLARITÀ

SISTEMA VETRO - ACQUA - ARIA

INSERIAMO UN TUBICINO IN UN SERBATOIO CONTENENTE ACQUA. ATTRAVERSO LA SUPERFICIE DEL MENISCO SI DETERMINA UN BRUSCO SALTO DI PRESSIONE ΔP. PER L'EQUILIBRIO DEL SISTEMA IL LIQUIDO NEL TUBO DEVE INNALZARSI O ABBASSARSI A SECONDA CHE LA PRESSIONE NEL LIQUIDO, IN CORRISPONDENZA DEL MENISCO, SIA INFERIORE O SUPERIORE ALLA PRESSIONE NEL GAS.



$d = 2R\cos\beta$

ALL'INTERFACCIA (PER LA VARIAZIONE DI PRESSIONE):

$-\Delta P = P_i - P_E = P_i - P_{ATM}$

CONSIDERANDO IL PCIR: $P_A = P_B = P_{ATM} = 0$ PRESSIONE RELATIVA NULLA $\Rightarrow$

$-\Delta P = P_i - 0$

$P_A = 0 = P_i + \gamma h \Rightarrow P_i = -\gamma \cdot h$

UTILIZZANDO LAPLACE: $\Delta P = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

$-\Delta P = -\gamma \cdot h \Rightarrow \gamma h = \Delta P$

$\gamma h = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ ESSENDO $R_1 = R_2 \Rightarrow \gamma h = S \cdot \frac{2}{R}$, RICORDANDO $d = 2R\cos\beta \Rightarrow R = \frac{d}{2\cos\beta}$

$\Rightarrow \gamma h = S \cdot \left(\frac{4\cos\beta}{d}\right)$

$$\boxed{hd = \frac{4S\cos\beta}{\gamma}}$$

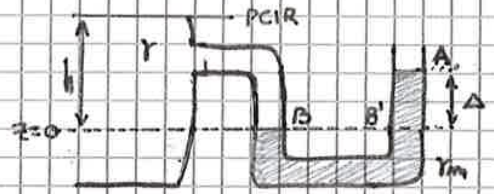
LEGGE DI BORELLI: IL LEGAME TRA L'ALTEZZA DEL FLUIDO RAGGIUNTA E IL DIAMETRO DEL TUBO È FUNZIONE SOLO DI CARATTERISTICHE DEL FLUIDO

NB: NEL TRATTO h SI HA SEMPRE DEPRESSIONE, MOTIVO PER CUI IL LIQUIDO PUÒ SALIRE ALL'INTERNO DEL TUBO AFFINCHÉ IN A SI GENERI LA P_{ATM} PER AVERE CONDIZIONE DI EQUILIBRIO.

NB: IL SOPRAELEVAMENTO O DEPRESSIONE h DOVUTO/A ALLA CAPILLARITÀ È INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL DIAMETRO DEL TUBO

$\Rightarrow$ PIÙ IL TUBO È PICCOLO PIÙ IL LIQUIDO SALIRÀ.

2) MANOMETRO SEMPLICE = È COSTITUITO DA UN TUBO A U DI CUI UN'ESTREMITÀ È COLLEGATA CON IL RECIPIENTE CONTENENTE IL FLUIDO E L'ALTRA È IN COMUNICAZIONE CON L'ATMOSFERA. NELLA PARTE INFERIORE DEL TUBO A U SI DISPONE UN LIQUIDO CON PESO SPECIFICO $\gamma_m > \gamma$ DEL FLUIDO NEL RECIPIENTE (SI USA SPESSO IL MERCURIO)
PER LA PRESSIONE DEL FLUIDO NEL RECIPIENTE, IL LIQUIDO MANOMETRICO SI PORTA A QUOTE DIVERSE NEI DUE RAMI E SI PUÒ MISURARE IL DISLIVELLO Δ TRA I DUE FLUIDI.



$$\begin{cases} P_A = 0 \\ P_B' = P_A + \gamma_m \Delta \\ P_B = \gamma \cdot h \end{cases}$$

MA P_B DEVE ESSERE UGUALE A P_B' PERCHÉ SONO SULLA STESSA PCIR

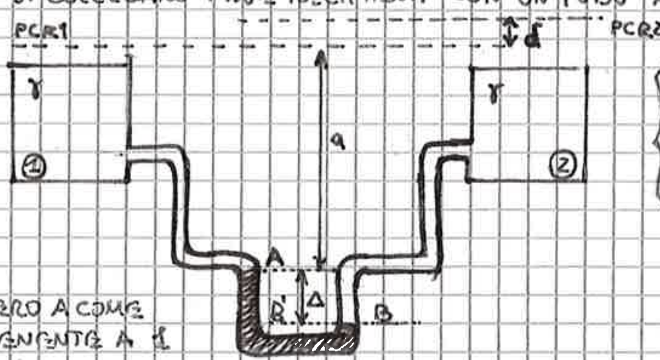
$P_B = P_B'$

$\Rightarrow \gamma_m \cdot \Delta = \gamma \cdot h \Rightarrow \boxed{h = \frac{\gamma_m}{\gamma} \cdot \Delta}$

3) MANOMETRI METALLICI - MODELLO DI BOURDON
È COSTITUITO DA UN TUBO A SEZIONE OVOIDALE E CURVATO A SPIRALE, CHIUSO DA UNA ESTREMITÀ E COLLEGATO ALL'ALTRO ESTREMO CON L'AMBIENTE DI CUI SI VUOLE MISURARE LA PRESSIONE; PER EFFETTO DI ESSA LA SPIRALE TENDE A SVOLGERSI E A MUOVERE UN INDICE.

4) MANOMETRO DIFFERENZIALE (NON È UNA VERA MISURA DI PRESSIONE)
SI UTILIZZA QUANDO SI VUOLE CALCOLARE LA DIFFERENZA DI ALTEZZA DEL PCIR DI DUE LIQUIDI CONTENUTI IN DUE SERBATOI DIVERSI, OPPURE DELLO STESSO LIQUIDO MA CON PRESSIONI DIVERSE

SI COLLEGANO I DUE RECIPIENTI CON UN TUBO A U CON UN LIQUIDO MANOMETRICO CON $\gamma_m > \gamma$



$$\begin{cases} \boxed{PCR2 - PCR1 = \delta} \\ \Delta = z_A - z_B' \\ z_B = z_B' \end{cases}$$

CONSIDERO A COME APPARTENENTE A ①

$P_A = \gamma \cdot a$

$P_B' = P_A + \gamma_m \Delta = \gamma a + \gamma_m \Delta$

$P_B = \gamma(\Delta + a + \delta)$

$P_B = P_B'$ (STESSO PCIR)

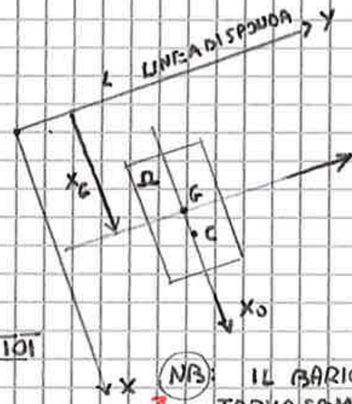
$\gamma \cdot a + \gamma_m \Delta = \gamma(\Delta + a + \delta)$

PER $\gamma_m > \gamma \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \cdot \Delta}$ FORMULA DEL MANOMETRO DIFFERENZIALE

PER $\gamma_m < \gamma \Rightarrow \delta = \frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma} \cdot \Delta$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 216

QUANDO UNA SUPERFICIE E' SIMMETRICA $I_{xy} = 0$



$y_0 // y$

SFRUTTANDO LA PROPRIETA' DI TRASLAZIONE DEL MOMENTO D'INERZIA - TEOREMA DI HUYGENS-STEINER:

$$\boxed{I_y = I_{y_0} + x_G^2 \Omega}$$

$\rightarrow = \overline{CG}$

$$\Rightarrow \boxed{x_C = \frac{I_y}{M_y} = \frac{I_y}{x_G \Omega} = \frac{I_{y_0}}{x_G \Omega} + x_G}$$

$$\boxed{\overline{CG} = x_C - x_G = \frac{I_{y_0}}{x_G \Omega} = \frac{I_{y_0}}{M_0}}$$

I_y MOMENTO D'INERZIA TOT

I_{y_0} MOMENTO D'INERZIA CENTRALE

(PER UN RETTANGOLO: $I_{y_0} = \frac{a \cdot b^3}{12}$)

L-G-C

NB: IL BARICENTRO G SI TROVA SEMPRE TRA LA LINEA DI SPONDA L E IL CENTRO DI SPINTA C

(CONSIDERAZIONE:
LA POSIZIONE DI C E' INDIPENDENTE DALL' INCLINAZIONE α)

PARADOSSO IDROSTATICO

CONSEGUENZA DI STEVINO

$\bar{S} = \bar{n} p \Omega = \bar{n} \gamma h \Omega$ Ω, h UGUALI PER TUTTI I RECIPIENTI

LA SPINTA SUL FONDO SARA' LA STESSA PER TUTTI I RECIPIENTI.

→ IL PARADOSSO STA NEL FATTO CHE LA PRESSIONE ESERCITATA DAL FLUIDO SUL FONDO DI UN RECIPIENTE E' INDIPENDENTE DALLA QUANTITA' DI FLUIDO CHE LO SOVRASTA, E QUINDI DAL PESO DELLA STESSA; DIPENDE ESCLUSIVAMENTE DALL' AFFONDAMENTO DELLA SUPERFICIE DEL FONDO DAL PELO LIBERO E DALLA SUP. DEL FONDO.

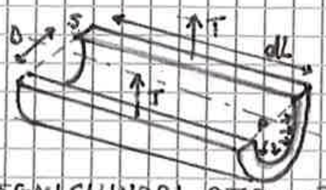
APPLICAZIONI NOTEVOLI DELL'EQUAZIONE GLOBALE DELLA STATICA

$\vec{P} + \vec{F}_c = 0$ LEGGE GLOBALE DELLA STATICA

APPLICAZIONI:

1) LEGGE (/RELAZIONE) DI LAPLACE: $\Delta P = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ (GIÀ VISTA)
2) FORMULA DI MARIOTTE
3) SPINTA DI ARCHIMEDE

2) FORMULA DI MARIOTTE

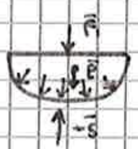


CONSIDERO UN TUBO DI DIAMETRO D, SPESSORE S E LUNGHEZZA dL (MATERIALE CON UN CERTO σ = CARICO DI SICUREZZA A TRAZIONE)

IMMAGINIAMO DI SEZIONARLO CON UN QUALSIASI PIANO DIAMETRALE: I DUE SEMICILINDRI OTTENUTI SI TRASMETTONO DUE FORZE T ATTRAVERSO LE SUPERFICI LONGITUDINALI DI AREA S·dL, COMPLESSIVAMENTE UGUALI ALLA SPINTA CHE IL LIQUIDO CON PRESSIONE P ESERCITA SUL SEMICILINDRO.

NB: SI PUÒ AMMETTERE CHE IN TUTTO IL FLUIDO LA PRESSIONE p SIA COSTANTE E INDIPENDENTE DALLA QUOTA: CIÒ CORRISPONDE A RITENERE IL FLUIDO SOTTRATTO AL CAMPO GRAVITAZIONALE E QUINDI A TRASCURARE IL PESO DELLA MASSA FLUIDA. (2 CONSEGUENZE: $\vec{G} = 0$ $|\vec{F}_1| = P \cdot \Omega$, $\Omega = D\,dL$!)

$\Rightarrow$ QUESTO È POSSIBILE PERCHÈ STO CONSIDERANDO CHE L'ALTEZZA PIEZOMETRICA $h \gg D$ $\Rightarrow$ ALLORA ΔP È TRASCURABILE.



$\vec{P} + \vec{F}_c = 0$, $\vec{P} = 0$

$\vec{F}_c = 0 \iff \vec{F}_1 - \vec{S} = 0$

$\vec{S} = \vec{F}_1$

LA SPINTA $\vec{F}_1$ CHE IL LIQUIDO CON PRESSIONE P ESERCITA SUL SEMICILINDRO ($\Delta P = 0$) È:

$|\vec{F}_1| = P \cdot \Omega = P \cdot D \cdot dL$

$|\vec{S}| = |\vec{F}_1| = P \cdot D \cdot dL$

$\vec{F}_1$, E QUINDI ANCHE $\vec{S}$, RISULTA DIRETTA NORMALMENTE AL PIANO DIAMETRALE.

POSSO QUINDI EGUAGLIARE ALLORA 2T TRAMITE L'EQUILIBRIO STATICO.

$2T = P D\, dL$

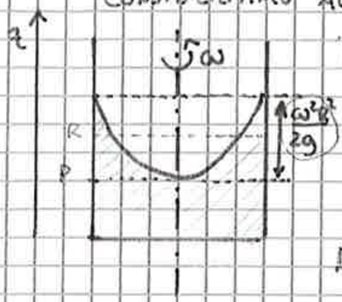
SE LO SPESSORE S È ABBASTANZA PICCOLO RISPETTO AL DIAMETRO ($\sim S < D/50$) SI PUÒ AMMETTERE CHE LA SOLLECITAZIONE T SIA UNIFORMEMENTE RIPARTITA SULL'INTERA SUPERFICIE; PER CUI:

$\sigma = \frac{T}{S\,dL} \Rightarrow T = \sigma S\, dL$

$\Rightarrow 2\sigma S \cancel{dL} = P D \cancel{dL} \Rightarrow \boxed{S = \frac{P \cdot D}{2\sigma}}$ FORMULA DI MARIOTTE

18

CONSIDERIAMO ALLORA IL RECIPIENTE IN ROTAZIONE CON IL LIQUIDO ALL'INTERNO:



$$z + \frac{P}{\rho g} - \frac{1}{2}\frac{\omega^2 R^2}{g} = K$$

SIAMO SULLA SUP. LIBERA: $P=0$

PRENDIAMO COME $z=0$ IL PUNTO P

IL SOVRAELEVAMENTO È UGUALE A $\frac{1}{2}\frac{\omega^2 R^2}{2g}$ ("POICHÉ R = PUNTO A RIPOSO")

CINEMATICA DEI FLUIDI

DUE APPROCCI:

1) LAGRANGIANO: SI PONE L'OBIETTIVO DI STUDIARE IL COMPORTAMENTO CINEMATICO DEI FLUIDI PONENDO L'ATTENZIONE SULLE PARTICELLE: RICOSTRUISCE LE TRAIETTORIE DI OGNI SINGOLA PARTICELLA.

LO SCOPO È QUELLO DI SCRIVERE UNA SOLUZIONE DEL TIPO:

$$x = x(x_0, y_0, z_0, t)$$
$$y = y(x_0, y_0, z_0, t)$$
$$z = z(x_0, y_0, z_0, t)$$

SI ASSUMONO INCOGNITE PRINCIPALI LE COORDINATE DEI PUNTI RAGGIUNTI DALLE PARTICELLE STESSE NEI SUCCESSIVI ISTANTI t.

2) EULERIANO: HA COME OBIETTIVO DESCRIVERE LA SOLUZIONE DEL CAMPO DI MOTO

IL CAMPO DI MOTO DI UN FLUIDO È COMPLETAMENTE DEFINITO QUANDO È NOTA LA FUNZIONE: $\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$

OPPURE IL COMPLESSO DELLE TRE EQUAZIONI SCALARI EQUIVALENTI

COMPONENTI DEL VETTORE VELOCITÀ
$$\begin{cases} u = u(x,y,z,t) \\ v = v(x,y,z,t) \\ w = w(x,y,z,t) \end{cases}$$

PER OGNI PARTICOLARE ISTANTE t ESSE DEFINISCONO IL MOTO IN TUTTI I PUNTI DELLO SPAZIO OCCUPATO DAL FLUIDO

FISSATA UNA TERNA DI RIFERIMENTO DI ASSI x, y, z, LE COMPONENTI DEL VETTORE VELOCITÀ $\vec{V}$ NEL PUNTO GENERICO (x,y,z) ALL'ISTANTE t, SONO:

$$u = \frac{dx}{dt}\ ; \quad v = \frac{dy}{dt}\ ; \quad w = \frac{dz}{dt}$$

POSSIAMO ALLORA CONSIDERARE LA TRAIETTORIA (DEF: LINEE, LUOGO DEI PUNTI SUCCESSIVAMENTE OCCUPATI DALLE SINGOLE PARTICELLE FLUIDE IN MOTO):

$$\begin{cases} dx = u(x,y,z,t)\,dt \\ dy = v(x,y,z,t)\,dt \\ dz = w(x,y,z,t)\,dt \\ \text{C.I. (CONDIZIONI INIZIALI):} \\ \begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 \quad (t=0) \\ z = z_0 \end{cases} \end{cases}$$

QUESTO SISTEMA DI TRE EQUAZIONI DIFFERENZIALI, PIÙ LE TRE CONDIZIONI INIZIALI $(t=0)$, DEFINISCONO IL COMPLESSO DELLE TRAIETTORIE.

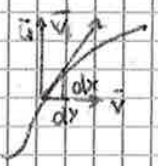
LINEE PARTICOLARI

TRAIETTORIE = SI DEFINISCONO COME IL LUOGO DEI PUNTI OCCUPATI NEL TEMPO DALLE PARTICELLE.

$\left(\vec{V} = \{ \vec{u}; \vec{v}, \vec{w} \} \quad \underset{(\text{lungo } x)}{u = \frac{dx}{dt}}, \; \underset{(\text{lungo } y)}{v = \frac{dy}{dt}}, \; \underset{(\text{lungo } z)}{w = \frac{dz}{dt}} \right)$ HANNO EQUAZIONE:

$$\begin{cases} dx = u(x,y,z,t)\,dt \\ dy = v(x,y,z,t)\,dt \\ dz = w(x,y,z,t)\,dt \end{cases}$$

LINEA DI CORRENTE: VIENE DEFINITA A UN TEMPO PRECISO t E LA SUA PROPRIETÀ È QUELLA DI ESSERE TANGENTE AL VETTORE VELOCITÀ $\vec{V}$ IN OGNI SUO PUNTO (A ISTANTI DIVERSI)



PER LA RELAZIONE DI SIMILITUDINE DEI TRIANGOLI: $\frac{dx}{dy} = \frac{u}{v} \Rightarrow \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$

EQ. DIFFERENZIALE DELLA LINEA DI CORRENTE

$$\frac{dx}{u(x,y,z,t_0)} = \frac{dy}{v(x,y,z,t_0)} = \frac{dz}{w(x,y,z,t_0)}$$

; t_0 ISTANTE BEN FISSATO. LA LINEA DI CORRENTE PUÒ CAMBIARE ISTANTE PER ISTANTE.

IN GENERALE: TRAIETTORIA E LINEA DI CORRENTE NON COINCIDONO!

DEFINITA IN UN INTERVALLO DI TEMPO — DEFINITA IN UN CERTO ISTANTE t_0.

CASO PARTICOLARE: SE IL VETTORE VELOCITÀ IN OGNI PUNTO DEL CAMPO DI MOTO È INDIPENDENTE DAL TEMPO (MOTO PERMANENTE) LE LINEE DI CORRENTE COINCIDONO CON LA TRAIETTORIA.

TUBO DI FLUSSO

SUPERFICIE TUBOLARE FORMATA DA UNA SERIE DI LINEE DI CORRENTE PASSANTI PER OGNI SINGOLO PUNTO DI UNA LINEA CHIUSA;

→ PROPRIETÀ: NON È ATTRAVERSATA DA FLUIDO NELL'ISTANTE CONSIDERATO. (PER DEFINIZIONE)

PORTATA ELEMENTARE: VOLUME DI FLUIDO PASSANTE ATTRAVERSO UNA SEZIONE DEL TUBO DI FLUSSO ($d\Omega$) NELL'UNITÀ DI TEMPO.

$$dQ = V_n\, d\Omega = \vec{V} \cdot \vec{n}\, d\Omega$$

PORTATA: $\boxed{Q = \int_\Omega \vec{V} \cdot \vec{n}\, d\Omega}$ CASO SEZIONE GENERICA

$\boxed{Q = \int_\Omega V\, d\Omega = V\Omega}$ CASO SEZIONE TRASVERSALE (NORMALE IN OGNI SUO PUNTO ALLA LINEA DI FLUSSO PASSANTE PER IL PUNTO)

VELOCITÀ MEDIA: $V = \frac{Q}{\Omega}$ $\left(U_{MEDIA} = \frac{Q}{\Omega} \right)$

CORRENTE: CAMPO DI MOTO IN CUI LE LINEE DI CORRENTE SONO PARALLELE TRA LORO

CORRENTE GRADUALMENTE VARIATA = CORRENTE IN CUI LE LINEE SONO, OLTRE CHE PARALLELE, ANCHE QUASI RETTILINEE.

NB: SE IL MOTO È PERMANENTE, LE CORRENTI COINCIDONO CON IL TUBO DI FLUSSO.

22

CASI SPECIFICI

a) SE ρ E' OMOGENEO (NON CI SONO VARIAZIONI SPAZIALI DI DENSITA')

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \, \mathrm{div} \, \vec{v} = 0$$

b) SE MOTO PERMANENTE: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$\mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

(INCOMPRIMIBILE)

c) MOTO PERMANENTE + $\rho = \text{cost}$ (SIA NEL TEMPO CHE NELLO SPAZIO)

2) $\rho \, \mathrm{div}(\vec{v}) = 0$

$$\boxed{\mathrm{div}(\vec{v}) = 0}$$

$(\rho = K)$ (PRIMA DI ANDARE AVANTI RAGIONE / TORNA INDIETRO DI 1 PG)

d) SE IL FLUIDO E' INCOMPRIMIBILE, CIOE' LA DENSITA' DELLA SINGOLA PARTICELLA E' COSTANTE LUNGO LA TRAIETTORIA, A PRESCINDERE DAL MOTO (NON VUOL DIRE CHE NULLA VARIA NEL TEMPO; PERCHE' SE CAMBIO TRAIETTORIA CAMBIERA' ANCHE ρ)

→ PER UN FLUIDO INCOMPRIMIBILE: $\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = 0$ VALIDO PER LA SINGOLA PARTICELLA (ANCHE SE LE DERIVATE SPAZIALI E TEMPORALI NON SI ANNULLANO SINGOLARMENTE)

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{\Delta \rho}{\Delta t}}_{=0} + \rho \, \mathrm{div} \, \vec{v} = 0 \qquad 2^a \text{ FORMA E.C.}$$

$\rho = K$

* $\Rightarrow \boxed{\mathrm{div} \, \vec{v} = 0}$, CON $\mathrm{div} \, \vec{v} = \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] = 0$

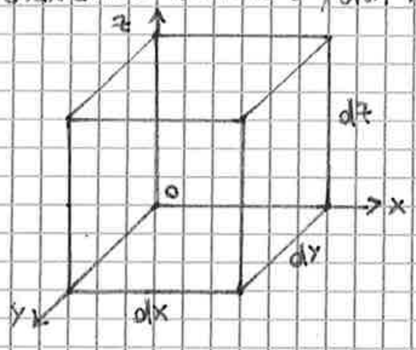
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 216

DINAMICA DEI FLUIDI

EQUAZIONE INDEFINITA DELLA DINAMICA: PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO.

CONSIDERO UN PARALLELEPIPEDO ELEMENTARE DI LATI dx, dy, dz

SIA $O(x,y,z)$ UN GENERICO PUNTO DEL FLUIDO IN MOVIMENTO, AL QUALE COMPETE NEL GENERICO ISTANTE t, UNA VELOCITÀ $\vec{V}$, UN'ACCELERAZIONE $\bar{A} = \frac{d\bar{V}}{dt}$ E UNA DENSITÀ ρ



$\left(dm = \rho\, dx dy dz \quad ; \quad A = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} \right)$

PRIMA EQUAZIONE DELLA DINAMICA: $\boxed{d\vec{R} = dm\,\vec{A}}$ DEVE ESSERE SODDISFATTA

ABBIAMO DUE COMPONENTI $(d\bar{R})$

$d\vec{R}$ — FORZA DI MASSA: $\boxed{F \cdot \rho\, dx dy dz}$ $(= dm F)$

$d\vec{R}$ — FORZE DI SUPERFICIE: $\vec{\Phi}$

$$\Rightarrow d\bar{R} = \rho \vec{F} dx dy dz + \left[\cancel{\vec{\Phi}_x} - \left(\cancel{\vec{\Phi}_x} + \frac{\partial \vec{\Phi}_x}{\partial x} dx \right) \right] dy dz + \left[\cancel{\vec{\Phi}_y} - \left(\cancel{\vec{\Phi}_y} + \frac{\partial \vec{\Phi}_y}{\partial y} dy \right) \right] dx dz + \left[\cancel{\vec{\Phi}_z} - \left(\cancel{\vec{\Phi}_z} + \frac{\partial \vec{\Phi}_z}{\partial z} dz \right) \right] dx dy$$

$$\Rightarrow d\bar{R} = \left[\rho F - \left(\frac{\partial \bar{\Phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\Phi}_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz$$

$$d\vec{R} = dm \vec{A} \iff \left[\rho F - \left(\frac{\partial \vec{\Phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\Phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{\Phi}_z}{\partial z} \right) \right] \cancel{dx dy dz} = \rho\, \cancel{dx dy dz} \cdot \bar{A}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho(\bar{F} - \bar{A}) = \frac{\partial \bar{\Phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\Phi}_z}{\partial z}}$$ EQUAZIONE INDEFINITA DELLA DINAMICA

L'EQUAZIONE OTTENUTA È IN FORMA VETTORIALE; IN FORMA SCALARE SI PUÒ SCRIVERE

$$\begin{cases} \rho\left(F_x - \frac{\Delta u}{\Delta t}\right) = \frac{\partial \bar{\Phi}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Phi}_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\Phi}_{zx}}{\partial z} \\ \rho\left(F_y - \frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \frac{\partial \bar{\Phi}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Phi}_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\Phi}_{zy}}{\partial z} \\ \rho\left(F_z - \frac{\Delta w}{\Delta t}\right) = \frac{\partial \bar{\Phi}_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Phi}_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\Phi}_{zz}}{\partial z} \end{cases}$$

TENSORE DEGLI SFORZI

$$\bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \bar{\Phi}_{xx} & \bar{\Phi}_{yx} & \bar{\Phi}_{zx} \\ \bar{\Phi}_{xy} & \bar{\Phi}_{yy} & \bar{\Phi}_{zy} \\ \bar{\Phi}_{xz} & \bar{\Phi}_{yz} & \bar{\Phi}_{zz} \end{pmatrix} = \left\{ \bar{\bar{\Phi}}_x , \bar{\bar{\Phi}}_y , \bar{\bar{\Phi}}_z \right\}$$

$\left(\text{RICORDANDO: } \operatorname{div} \bar{\Phi} = \frac{\partial \bar{\Phi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\Phi}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\Phi}_z}{\partial z} \right)$

$$\Rightarrow \boxed{\rho(\bar{F} - \bar{A}) = \operatorname{div} \bar{\Phi}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 216

FLUIDI REALI ($\mu \neq 0$) ARRIVIAMO ALL'EQUAZIONE DI NAVIER - STOKES

CONSIDERO LE hp:
1) NON C'È MEMORIA DEGLI STATI TENSIONALI PASSATI
2) ISOTROPIA $\rightarrow p = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$
3) OMOGENEITÀ SPAZIALE
4) VALE LA LEGGE DI NEWTON $\rightarrow$ LEGAME LINEARE TRA τ E μ

FLUIDI ALLA STOKES

PARTO DA: $\Phi_{ij} = p\delta_{ij} - \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) + \frac{2}{3}\mu(\mathrm{div}\,\vec{v})\delta_{ij}$ (1) $\qquad v = u =$ VELOCITÀ

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \qquad \delta = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

SAPPIAMO CHE: $\mathrm{div}\,\vec{\Phi} = \frac{\partial}{\partial x_j}\Phi_{ij}$

CONSIDERANDO L'EQ. INDEFINITA DEI MOTO:

$$\rho\left(\vec{F} - \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right) = \nabla\cdot\vec{\Phi} = \mathrm{div}\,\vec{\Phi} = \frac{d}{dx_j}\Phi_{ij}$$

INTRODUCENDO LA (1):

$$\rho\left(F_i - \frac{\Delta v_i}{Dt}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[p\delta_{ij} - \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) + \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right)\delta_{ij}\right]$$

1) $\frac{\partial}{\partial x_i}p\delta_{ij} = \frac{d}{dx_j}p = \mathrm{grad}\,p$

2) $-\mu\frac{d}{dx_j}\left(\frac{dv_i}{dx_j} + \frac{dv_j}{dx_j}\right) = \underbrace{-\mu\frac{d^2 v_i}{dx_j^2}}_{\nabla^2 v_i} \underbrace{- \mu\frac{d}{dx_i}\underbrace{\left(\frac{dv_j}{dx_j}\right)}_{\mathrm{div}(\vec{v})}}_{\mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\vec{v})}$

3) $\underbrace{\frac{2}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x_i}(\mathrm{div}\,\vec{v})\delta_{ij}}_{\mathrm{grad}(\mathrm{div}(\vec{v}))}$

x PAG. 28,29,30,31,32
FARE RIFERIMENTO AGLI SCHEMI
TATTICI FINALI !

QUINDI:

$$\boxed{\rho\left(\vec{F} - \frac{D\vec{v}}{Dt}\right) = \mathrm{grad}\,p - \mu\nabla^2\vec{v} - \frac{1}{3}\mu\,\mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\vec{v})}$$

$$= \nabla p - \mu\nabla^2\vec{u} - \frac{1}{3}\mu\nabla(\nabla\vec{u})$$

$(\mathrm{grad} = \nabla)$

EQ. DI NAVIER - STOKES
EQ. INDEFINITA DEL MOTO DI UN FLUIDO VISCOSO (GENERALE)

$$\nabla\varphi_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j}\varphi_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j}(p\delta_{ij}) - \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j\partial x_j} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j\partial x_i}\right) + \frac{2}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)\delta_{ij} =$$

$$= \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu\nabla^2 u_i - \mu\frac{\partial}{\partial x_i}\overbrace{\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right)}^{\nabla\vec{u}} + \frac{2}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x_i}\overbrace{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)}^{\nabla\vec{u}}$$

28

EQUAZIONE GLOBALE DELLA DINAMICA DEI FLUIDI

ISOLATO UN VOLUME FINITO W DELIMITATO DALLA SUP. DI CONTORNO Ω, FISSA NELLO SPAZIO, PER OGNI ELEMENTO INFINITESIMO dW DI ESSO VALE L'EQ. INDEFINITA:

$$\rho\left(\vec{F} - \frac{D\vec{u}}{Dt}\right) - \operatorname{div}\vec{\Phi} = 0$$

INTEGRANDO SU TUTTO IL VOLUME DI CONTROLLO W:

$$\int_W \left[\rho\left(\vec{F} - \frac{D\vec{u}}{Dt}\right) - \operatorname{div}\vec{\Phi}\right] dW = 0$$

$$\underset{A}{\int_W \rho\vec{F}\, dW} - \underset{B}{\int_W \rho\frac{D\vec{u}}{Dt}\, dW} - \underset{C}{\int_W \operatorname{div}\vec{\Phi}\, dW} = 0$$

A $\boxed{\vec{P} = \int_W \rho\vec{F}\, dW}$ RISULTANTE DELLE FORZE DI MASSA (FORNISCE IL PESO DEL FLUIDO)

IL VETTORE $\vec{P}$ E' VERTICALE, DIRETTO VERSO IL BASSO, APPLICATO AL BARICENTRO DI W, IL CUI MODULO VALE: $|\vec{P}| = \gamma W$

C $\boxed{\int_W \operatorname{div}\vec{\Phi}\, dW}$ PER IL TH. DI GREEN (DELLA DIVERGENZA):

$$\int_W \operatorname{div}\vec{\Phi}\, dW = (-)\int_\Omega \vec{\Phi}\vec{m}\, d\Omega \quad \text{PER IL TH. DEL TETRAEDRO DI CAUCHY } (\vec{\Phi}\vec{m} = \vec{\Phi}_m)$$

$$\boxed{= -\int_\Omega \vec{\Phi}_m\, d\Omega}$$ = EFFETTO DI TUTTI GLI SFORZI UNITARI CHE AGISCONO SULLA SUPERFICIE DI CONTROLLO Ω

B UTILIZZANDO LA DEFINIZIONE DI DERIVATA TOTALE SI HA CHE:

$$\boxed{\rho\frac{D\vec{u}}{Dt}} = \rho\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \rho u\frac{\partial\vec{u}}{\partial x} + \rho v\frac{\partial\vec{u}}{\partial y} + \rho w\frac{\partial\vec{u}}{\partial z} =$$

$$= \rho\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\vec{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\vec{u})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w\vec{u})}{\partial z} - \vec{u}\underbrace{\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right]} =$$

(EQ. DI CONTINUITA' = $\operatorname{div}(\rho\vec{u}) = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$)

$$= \rho\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\vec{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\vec{u})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w\vec{u})}{\partial z} + \frac{\partial\rho}{\partial t}\vec{u} =$$

$$= \operatorname{div}(\rho\vec{u}\times\vec{u}) + \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t}$$

$$\rho\vec{u}\times\vec{u} = \rho\begin{pmatrix} u^2 & uv & uw \\ vu & v^2 & vw \\ wu & wv & w^2 \end{pmatrix}$$ PRODOTTO TENSION.

$$\boxed{\int_W \rho\frac{D\vec{u}}{Dt}\, dW} = \int_W \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t}\, dW + \int_W \operatorname{div}(\rho\vec{u}\times\vec{u})\, dW$$ PER IL TH. DELLA DIVERGENZA:

$$= \int_W \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t}\, dW - \int_\Omega \rho\vec{u}\times\underbrace{\vec{u}\cdot\vec{m}}_{V_m}\, d\Omega$$

$$= \int_W \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t}\, dW - \int_\Omega \rho\vec{u}\cdot V_m\, d\Omega$$

OTTENIAMO:

$$\vec{P} - \int_W \frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t}\, dW + \int_\Omega \rho\vec{u}\cdot V_m\, d\Omega + \int_\Omega \vec{\Phi}_m\, d\Omega = 0$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 216

TEOREMA DI BERNOULLI

FORNISCE LA RELAZIONE CHE DEVE SUSSISTERE TRA LE DIVERSE FORME DI ENERGIA IN GIOCO

IPOTESI:

1) FLUIDO PERFETTO: $(\mu = 0 ; \nu = 0)$ → EULERO
2) FLUIDO PESANTE (SOGGETTO ALLA GRAVITÀ): $\vec{F} = -\,\mathrm{grad}(gz) = -g\,\mathrm{grad}(z)$
3) FLUIDO INCOMPRIMIBILE: $(D\rho/Dt) = 0 \Rightarrow \rho$ NON VARIA LUNGO LE TRAIETTORIE
4) MOTO PERMANENTE: $du/dt = 0$
5) (SISTEMA CHIUSO)

→ CONSIDERO L'EQUAZIONE DI EULERO:

$$\rho\left(\vec{F} - \frac{D\vec{u}}{Dt}\right) = \mathrm{grad}\,P$$

DIVENTA:

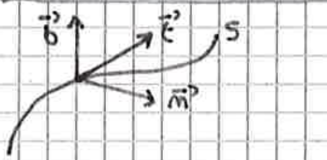
$$-\rho g\,\mathrm{grad}\,z - \rho A = \mathrm{grad}\,P \quad , \quad \rho g = \gamma$$

$$-\gamma\,\mathrm{grad}\,z - \rho A = \mathrm{grad}\,P \quad \text{DIVIDO PER } \gamma$$

$$-\mathrm{grad}\,z - \frac{A}{g} = \frac{1}{\gamma}\mathrm{grad}\,P$$

$$-\frac{A}{g} = \mathrm{grad}\,z + \frac{1}{\gamma}\mathrm{grad}\,P$$

DEFINISCO UN SISTEMA DI RIFERIMENTO SU UNA GENERICA TRAIETTORIA S



PROIETTO L'EQUAZIONE DELL'ACCELERAZIONE LUNGO LE 3 DIREZIONI: $\vec{t}$ (TANGENZIALE), $\vec{m}$ (NORMALE), $\vec{b}$ (QUOTA)

LUNGO S: $-\dfrac{A_s}{g} = \dfrac{\partial}{\partial s} z + \dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\partial}{\partial s} P$

LUNGO m: $-\dfrac{A_m}{g} = \dfrac{\partial}{\partial m} z + \dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\partial}{\partial m} P$

LUNGO b: $-\dfrac{A_b}{g} = \dfrac{\partial}{\partial b} z + \dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\partial}{\partial b} P$

CONSIDERO LA DIREZIONE $\vec{s}$:

$$A = \frac{\partial}{\partial s}(-gz) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial s} \quad , \quad A = \boxed{\frac{Du}{Dt}} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial s} \quad , \quad u\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{u^2}{2}\right) = \frac{\partial}{\partial s}(-gz) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial s}$$

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s}\left(gz + \frac{P}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right) \quad \text{DIVIDO PER } g$$

(*)
$$\frac{\partial}{\partial s}\left(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = -\frac{\partial u}{\partial t}\frac{1}{g} \quad \text{CONSIDERANDO hp: 4} \quad \frac{du}{dt} = 0 \text{ (MOTO PERMANENTE)}$$

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(z + \frac{P}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{z + \frac{P}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{COST} = H} \quad ; \quad H = \text{CARICO TOTALE}$$

"IL CARICO TOTALE SI MANTIENE COSTANTE LUNGO OGNI TRAIETTORIA IN UN MOTO PERMANENTE DI UN FLUIDO PERFETTO, PESANTE, INCOMPRIMIBILE"

(B)

MA A UNA CERTA QUOTA ($\sim 0.5d$) CI SARÀ UNA SEZIONE TRASVERSALE DEL GETTO CHE SUBISCE TRAIETTORIE SENSIBILMENTE RETTILINEE E PARALLELE

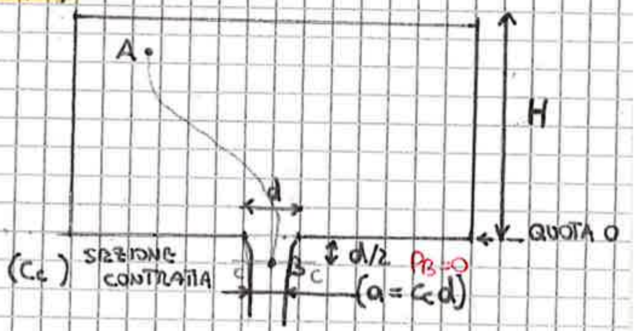
QUESTA SEZIONE È DETTA "SEZIONE CONTRATTA". IN ESSA LA CORRENTE SI PUÒ CONSIDERARE GRADUALMENTE VARIATA PER CUI LA DISTRIBUZIONE DELLA PRESSIONE LUNGO LA SEZIONE SARÀ IDROSTATICA E COSTANTE.

ANCHE LA QUOTA z_B È COSTANTE $\Rightarrow$ $z + p/\gamma = \text{cost}$ $\Rightarrow h = \text{cost}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial h}{\partial n} = 0 \\ \dfrac{\partial h}{\partial b} = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial n} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial b} = 0 \end{cases} \Rightarrow \nabla p = 0$$

IN QUESTO CASO LA SEZIONE (CONTRATTA) È IN UN PIANO ORIZZONTALE, QUINDI LA PRESSIONE SARÀ NULLA IN OGNI PUNTO DELLA SEZIONE ESSENDO NULLA AL CONTORNO CHE È A CONTATTO CON L'ATMOSFERA.

APPLICO BERNOULLI



$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \underbrace{\frac{u_A^2}{2g}}_{\sim 0} = z_B + \underbrace{\frac{p_B}{\gamma}}_{=0} + \frac{u_B^2}{2g}$$

$$\frac{u_B^2}{2g} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} - \underbrace{z_B}_{\text{noto}} \quad \left(z_B = -\frac{d}{2}\right)$$

$$\frac{u_B^2}{2g} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{d}{2}$$

NB SE LA LUCE NON È MOLTO PROSSIMA AL PELO LIBERO SI ASSIMILA $\boxed{z_A + \frac{p_A}{\gamma} \approx h}$ (!)

$$\frac{u_B^2}{2g} = H + \frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_B = \sqrt{2g\left(H + \frac{d}{2}\right)}}$$

SE $H \gg \frac{d}{2}$ POSSO TRASCURARE $\frac{d}{2}$ $\Rightarrow$ $u_B = \sqrt{2gH}$ = VELOCITÀ TORRICELLIANA (U_{TORR})

IN REALTÀ, L'INFLUENZA DEI FATTORI DISSIPATIVI, CHE ABBIAMO AMMESSO DI VOLER TRASCURARE CON hp DI FLUIDO PERFETTO PER APPLICARE BERNOULLI, SI SENTE UN PO'.

→ IL RISULTATO OTTENUTO INFATTI SBAGLIA DELL' 1÷2% SUL RISULTATO REALE

$\Rightarrow$ VOLENDO RAGGIUNGERE UNA MIGLIORE APPROSSIMAZIONE, SI TIENE CONTO DI QUESTO FATTO TRAMITE UN COEFFICIENTE CORRETTIVO C_V CHE VIENE DET. SPERIMENTALMENTE.

$\boxed{U_{EFF} = C_V U_{TORR}}$ VELOCITÀ EFFETTIVA, C_V = COEFF. DI VELOCITÀ (0.97 ÷ 0.99)

LA PORTATA SI CALCOLA:

$$Q = V\Omega = \Omega_c U_{EFF} = \Omega_c C_V \sqrt{2gH}$$

$\boxed{\Omega_c = C_c \Omega}$ CON Ω = SEZIONE FORO, $\boxed{C_c = \frac{\pi}{\pi + 2} \cong 0.61}$ COEFF. DI CONTRAZIONE

(DET. DA KIRCHHOFF PER IL CASO DI MOTO PIANO VERSO UNA FESSURA RETTANGOLARE DI LUNGHEZZA INFINITA)

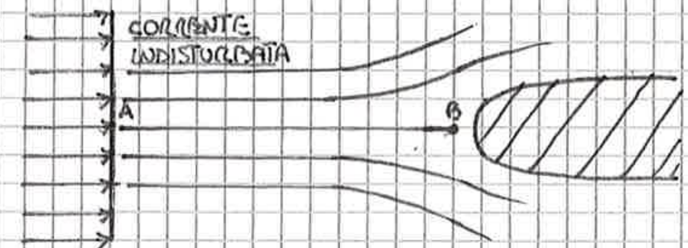
$\boxed{Q = m\Omega\sqrt{2gH}}$ ($H \gg d$)

$\boxed{m = C_c C_v}$ COEFF. DI RAGGUAGLIO

TUBO DI PITOT

E' UN DISPOSITIVO CHE SERVE A MISURARE LA VELOCITA' LOCALE NELLA CORRENTE FLUIDA

CONSIDERO UNA CORRENTE CHE INVESTE UN OSTACOLO



IN B: BRUSCA DEVIAZIONE AD ANGOLO RETTO

IL MODULO DELLA V. IN B VA A ZERO.

APPLICO BERNOULLI:

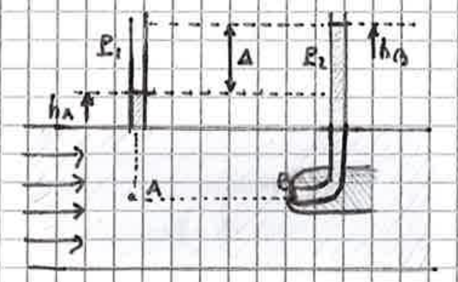
$$\underbrace{z_A + \frac{p_A}{\gamma}}_{h_A} + \frac{u_A^2}{2g} = \underbrace{z_B + \frac{p_B}{\gamma}}_{h_B} + \underbrace{\cancel{\frac{u_B^2}{2g}}}_{=0}$$ POICHE' IN B = PUNTO DI RISTAGNO

$$\boxed{u_A = \sqrt{2g(h_B - h_A)}}$$

LA QUOTA PIEZOMETRICA NELLA SEZIONE DOVE SI TROVA IL PUNTO A PUO' ESSERE INDIVIDUATA A MEZZO DI UN COMUNE PIEZOMETRO, POICHE' LA PRESSIONE E' ANCORA DISTRIBUITA IDROSTATICAM. QUELLA DEL PUNTO B VA MISURATA APRENDO UN FORELLINO SUL CORPO COLLEGANDOLO CON UN PIEZOMETRO.

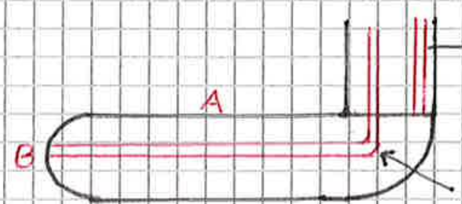
SE Δ E' LA DIFFERENZA TRA I MENISCHI NEI PIEZOMETRI SI HA:

$$u_A = \sqrt{2g\Delta} \quad , \Delta = h_B - h_A$$



$$\Delta h = h_B - h_A = \frac{u_A^2}{2g}$$ = CARICO PIEZOMETRICO

NELLA PRATICA I DUE PIEZOMETRI (P_1, P_2) SI INGLOBANO IN UN UNICO APPARECCHIO E IL TUTTO COSTITUISCE IL TUBO DI PITOT



TUBICINI CHE FANNO CAPO ALLE CANNE PIEZOMETRICHE (O DI UN MANOMETRO DIFFERENZIALE)

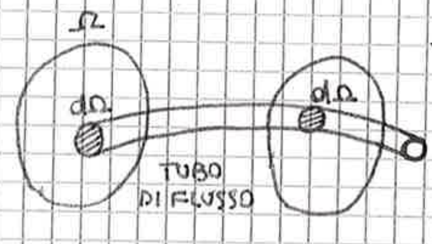
IL CAMBIO DI DIREZIONE GENERA PERDITE CHE SECONDO IL MODELLO DI PRANDLT ASSUMIAMO TRASCURABILI.

37

ESTENSIONE DEL TEOREMA DI BERNOULLI A UNA CORRENTE
(POTENZA DI UNA CORRENTE IN UNA SEZIONE)

SI DEFINISCE POTENZA DI UNA CORRENTE IN UNA GENERICA SEZIONE TRASVERSALE L'ENERGIA CHE LA CORRENTE FA PASSARE ATTRAVERSO QUELLA SEZIONE NELL'UNITÀ DI TEMPO.

→ CONSIDERO UNA SEZIONE TRASVERSALE DELLA CORRENTE (TUBO DI FLUSSO) E NE CONSIDERO UN ELEMENTO INFINITESIMO $d\Omega$ CHE GENERA A SUA VOLTA



UN TUBO DI FLUSSO $d\Omega$, OVVERO UNA TRAIETTORIA CARATTERIZZATA DA UNA VELOCITÀ u

$\boxed{dQ = u\, d\Omega}$

ESSENDO UNA TRAIETTORIA SARÀ CARATTERIZZATA DA UN CARICO TOTALE H, QUINDI L'ENERGIA MECCANICA POSSEDUTA NELL'UNITÀ DI PESO DEL LIQUIDO CHE ATTRAVERSA LA SEZIONE CONSIDERATA.

$$[H] = \left[\frac{\text{ENERGIA}}{\text{PESO}}\right]$$

LA PORTATA IN PESO CHE ATTRAVERSA LA SEZIONE $d\Omega$ NELL'UNITÀ DI TEMPO È:

$$\boxed{\gamma\, dQ = \gamma\, u\, d\Omega} \qquad (\gamma = \rho g)$$

SE dP È LA POTENZA DEL FLUSSO DI CORRENTE NELLA SEZIONE:

$$H\gamma\, dQ = \left[\frac{\text{ENERGIA}}{\text{PESO}}\right]\cdot\left[\frac{\text{PORTATA IN PESO}}{\text{TEMPO}}\right] = \left[\frac{\text{ENERGIA}}{\text{TEMPO}}\right] = \text{POTENZA } dP$$

$\Rightarrow$ $dP = H\gamma\, dQ$ (= CARICO TOTALE · PORTATA IN PESO (γ · PORTATA Q))

INTEGRANDO ALL'INTERA SEZIONE TRASVERSALE O ALLA PORTATA:

$$\boxed{P = \int dP = \int_Q H\gamma\, dQ = \int_\Omega H\gamma\, u\, d\Omega}$$ POTENZA CHE ATTRAVERSA TUTTO IL FLUIDO

- NELL'IPOTESI DI VALIDITÀ DEL TEOREMA DI BERNOULLI SIA H CHE dQ SONO COSTANTI

SE $\begin{cases} dQ = \text{cost} \\ H = \text{cost} \end{cases} \Rightarrow (P = \text{cost})$

LA POTENZA SI MANTIENE COSTANTE; ASSUME LO STESSO VALORE IN TUTTE LE SUCCESSIVE SEZIONI TRASVERSALI DI UNA CORRENTE DI UN FLUIDO PERFETTO E INCOMPRIMIBILE IN UN MOTO PERMANENTE.

- NELL'IPOTESI DI UNA CORRENTE GRADUALMENTE VARIATA (→ DISTRIBUZIONE IDROSTATICA DELLE PRESSIONI NELLE SINGOLE SEZIONI È TRASCURABILE → $h = \text{cost}$ → $(z + p/\gamma) = h$ LUNGO Ω)

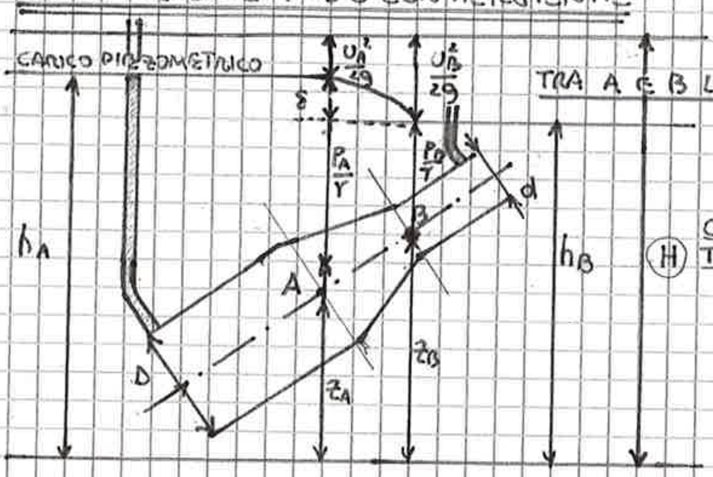
$$P = \int_\Omega \gamma H u\, d\Omega = \int_\Omega \gamma\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) u\, d\Omega = \int_\Omega \gamma\left(z + p/\gamma\right) u\, d\Omega + \int \gamma \frac{u^2}{2g} u\, d\Omega \Rightarrow$$

$$\boxed{P = \gamma\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) Q + P_c}, \quad \boxed{P_c = \gamma \int_\Omega \frac{u^3}{2g} d\Omega}$$ POTENZA CINEMATICA

INTRODUCIAMO ORA α (→ PER GIUNGERE A UN'ESPRESSIONE DI P_c IN TERMINI FINITI)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 216

APPLICAZIONE TUBO CONVERGENTE



TRA A E B LA U AUMENTA

CARICO TOTALE

$\begin{cases} \text{MOTO PERMANENTE} \\ Q = \text{COST} \end{cases}$

$+ h_p$: MOTO TURBOLENTO $\Rightarrow \alpha = 1$

APPLICO BERNOULLI

CARICO COSTANTE TRA A E B $H_A = H_B$

- $$\underbrace{z_A + \frac{P_A}{\gamma}}_{h_A} + \alpha \frac{U_A^2}{2g} = \underbrace{z_B + \frac{P_B}{\gamma}}_{h_B} + \alpha \frac{U_B^2}{2g}$$

- $$Q = U_A \Omega_A = U_B \Omega_B$$

$$U_A = \frac{Q}{\Omega_A} \quad ; \quad U_B = \frac{Q}{\Omega_B}$$

- $$\delta = h_A - h_B = \frac{\alpha Q^2}{2g\Omega_B^2} - \frac{\alpha Q^2}{2g\Omega_A^2} = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_B^2} - \frac{1}{\Omega_A^2}\right)$$

$$\boxed{Q = \frac{\Omega_A \Omega_B}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\Omega_A^2 - \Omega_B^2}} \cdot \sqrt{2g\delta}}$$

LO STESSO δ PUÒ ESSERE DEDOTTO DALL'INDICAZIONE DI UN MANOMETRO DIFFERENZIALE INSERITO TRA LE DUE SEZIONI. SE Δ È IL DISLIVELLO TRA I MENISCHI DEL MANOMETRO, SAPPIAMO:

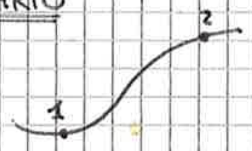
$$\boxed{\delta = \Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\Omega_A \Omega_B}{\sqrt{\Omega_A^2 - \Omega_B^2}} \cdot \sqrt{\left(\Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}\right) \cdot 2g}$$

(IL DISPOSITIVO CONSENTE DUNQUE DI DETERMINARE LA PORTATA DI UNA CORRENTE IN PRESSIONE A MEZZO DI UNA SEMPLICE LETTURA MANOMETRICA.)

ESTENSIONE DEL TEOREMA DI BERNOULLI AL MOTO VARIO

- TOLGO L'IPOTESI DI MOTO PERMANENTE: $\frac{du}{dt} \neq 0$ $(\Rightarrow H \neq cost)$



$$\frac{\partial}{\partial s}\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = -\frac{\partial u}{\partial t}\frac{1}{g} \quad \Rightarrow H \neq K$$

FISSATO UN TEMPO E INTEGRANDO LUNGO LA TRAIETTORIA S TRA 1 E 2 SI HA:

$$\frac{\partial H}{\partial s} = -\frac{\partial u}{\partial t}\frac{1}{g} \longrightarrow \int dH = -\frac{1}{g}\int_1^2 \frac{\partial u}{\partial t} ds$$

$$\boxed{H_2 - H_1 = -\frac{1}{g}\int_1^2 \frac{\partial u}{\partial t} ds}$$

($\Rightarrow$ SE ABBIAMO UN'ACCELERAZIONE LOCALE POSITIVA IL CARICO DIMINUISCE)

CONSIDERIAMO UN TUBO CILINDRICO: QUINDI LA SEZIONE TRASVERSALE NON CAMBIA LUNGO S E NEANCHE NEL TEMPO: SI PUÒ SCRIVERE, PER L'EQ. DI CONTINUITÀ $\left(\frac{dQ}{ds} - \frac{d\Omega}{dt} = 0\right)$,

$Q(s) = cost \Rightarrow U(s) = cost$ VELOCITÀ MEDIA

CIÒ VUOL DIRE CHE U, VELOCITÀ MEDIA, NON DIPENDE DA S, QUINDI:

$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{dU}{dt}$, COSÌ OTTENIAMO:

$$\boxed{H(s) = H_0 - \frac{1}{g} s \frac{dU}{dt}}$$

SEGUIAMO ORA UNA PARTICELLA FLUIDA LUNGO LA SUA TRAIETTORIA, INDAGANDO LE VARIAZIONI DELL'ENERGIA SPECIFICA H. ESSE SONO FORNITE DALLA DERIVATA TOTALE DI H:

$$\begin{cases} \frac{DH}{Dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + u\frac{\partial H}{\partial s} \\ H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \end{cases}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \underbrace{\cancel{\frac{\partial z}{\partial t}}}_{=0} + \frac{\partial p}{\gamma \partial t} + \frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial t}$$

$=0$ PERCHÉ LA CONDOTTA È FISSA NELLO SPAZIO.

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial H}{\partial s}$$

MA PER IL TH. DI BERNOULLI IL MOTO VARIO: $\frac{\partial H}{\partial s} = -\frac{\partial u}{\partial t}\frac{1}{g}$

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial t} + \cancel{\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial t}} \cancel{- \frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial t}}$$

COSÌ OTTENIAMO:

$$\boxed{\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial t}}$$

"LA VARIAZIONE NEL TEMPO DELL'ENERGIA SPECIFICA (CARICO TOTALE) SUBITA DALLA PARTICELLA DIPENDE ESPLICITAMENTE DALLA VARIAZIONE LOCALE DELLA PRESSIONE"

L'INTERA ENERGIA POTENZIALE DISPONIBILE SI TRASFORMA SOLO IN PARTE IN ENERGIA CINETICA, MENTRE LA RESTANTE VIENE DISSIPATA PER LE RESISTENZE INCONTRATE DALLA CORRENTE.

LA VELOCITA' ASSUME UN VALORE INFERIORE QUANTO MAGGIORI SONO LE DISSIPAZIONI, CHIAMATE "PERDITE DI CARICO".

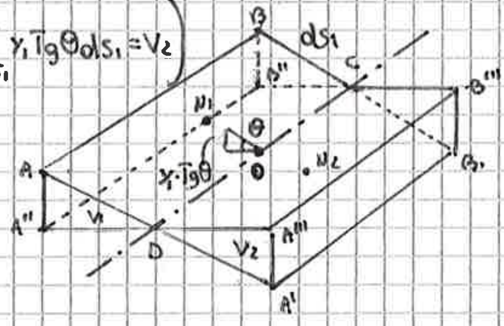
$$u = \sqrt{2g(Y - \Delta J)}$$

OLTRE ALLE PERDITE DI CARICO "CONTINUE" CI POSSONO ESSERE LUNGO TUTTO IL CONDOTTO ALTRE PERDITE DOVUTE A PARTICOLARITA' DEL CONDOTTO, DETTE "PERDITE LOCALIZZATE".

$$\boxed{H(s) = H_0 - \int_0^s J\,ds - \Sigma_i \lambda_i}$$

λ_i = GENERICO ABBASSAMENTO NELLA LINEA DEI CARICHI TOTALI DOVUTO A UNA PERDITA LOCALIZZATA

NB: $\left(V = V_1 = \int_{S_1} y_1 \, Tg\theta \, dS_1 = V_2 \right)$



$$V = V_1 = \int_{S_1} y_1 \, Tg\theta \, dS_1 = V_2$$

$$\begin{cases} V_1 \overline{N_{10}} = \int_{S_1} y_1^2 \, Tg\theta \, dS_1 = Tg\theta \, I_1 \\ V_2 \overline{N_{20}} = Tg\theta \, I_2 \end{cases}$$

POSTO $V_1 = V_2 = V$ E SOMMANDO:

$$V(\overline{N_{10}} + \overline{N_{20}}) = Tg\theta (I_1 + I_2) = Tg\theta \, I_{0,0} \qquad ; I_{0,0} \; (ABB'A' \; \square)$$

$$V(\overline{N_1 N_2}) = Tg\theta \, I_{0,0}$$

$$\overline{N_1 N_2} = \frac{Tg\theta \, I_{0,0}}{V}$$

$\left(\text{RICORDANDO: } \frac{\overline{CC'}}{V} = \frac{\overline{N_1 N_2}}{V_C} \; ; \; \overline{CC'} = \overline{MC} \sin\theta \right)$

$$\frac{\overline{MC} \cancel{\sin\theta}}{\cancel{V}} = \frac{\cancel{Tg}\theta \, I_{0,0}}{\cancel{V} \, V_C} \Rightarrow \boxed{\overline{MC} = \frac{I_{0,0}}{V_C}}$$

SE:

$\boxed{MC > GC \Rightarrow \text{STABILE}}$

COME SO SE SONO IN MOTO LAMINARE O TURBOLENTO?

TRAMITE IL:

NUMERO DI REYNOLDS (RE) = NUMERO ADIMENSIONALE CHE ESPRIME IL RAPPORTO TRA LE FORZE D'INERZIA E LE FORZE VISCOSE.

$$\boxed{Re = \frac{\text{FORZE D'INERZIA}}{\text{FORZE VISCOSE}}}$$

CASO: CONDOTTE CIRCOLARI

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

μ = VISCOSITÀ DINAMICA $(\mu = \rho \cdot \nu \; ; \; \rho = \mu / \nu)$

ν = VISCOSITÀ CINEMATICA

- SE $Re < 2000 \div 2500 \Rightarrow$ MOTO LAMINARE

CONSIDERIAMO L'EQUAZIONE GLOBALE:

$$\vec{G} + \vec{\Pi}(p) + \vec{I} + \vec{M}_e - \vec{M}_u \left(- \int_A \mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial m} dA \right) = 0$$

- SE MOTO LAMINARE: I VALORI DI $\vec{V}$ SARANNO QUELLI INSTANTANEI
- SE MOTO TURBOLENTO: I VALORI DI $\vec{V}$ CAMBIERANNO NEL TEMPO E NELLO SPAZIO

LA $\vec{V}$ AVRÀ QUINDI TRE COMPONENTI (u, v, w)

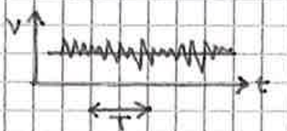
SE MISURO LE VELOCITÀ INSTANTANEE, POSSO DIRE CHE MI BASTERÀ UN PERIODO DI OSSERVAZIONE T PER INDIVIDUARE LA VELOCITÀ MEDIA.

→ IN OGNI ISTANTE LA VELOCITÀ INSTANTANEA SARÀ DATA DALLA VELOCITÀ MEDIA $(\bar{u})$ + UN TERMINE DI FLUTTUAZIONE (u')

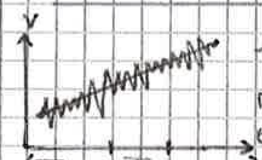
$$\boxed{u = \bar{u} + u'} \quad , \quad \boxed{\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u \, dt}$$

VELOCITÀ MEDIA , u' = VELOCITÀ DI FLUTTUAZIONE

MOTO PERMANENTE $\left(\frac{dU}{dt} = 0 , U = \text{V. MEDIA} \right)$



MOTO NON PERMANENTE $\left(\frac{dU}{dt} \neq 0 , U = \text{V. MEDIA} \right)$



(T DEVE ESSERE PICCOLO ~1 SEC)

→ È POSSIBILE INDIVIDUARE UN TREND DELLA V. MEDIA U. SEMPRE SU QUESTO ANDAMENTO SI SOMMANO LE FLUTTUAZIONI.

LO STESSO SARÀ PER TUTTE E TRE LE COMPONENTI DELLA VELOCITÀ:

$$\begin{cases} u = \bar{u} + u' \\ v = \bar{v} + v' \\ w = \bar{w} + w' \end{cases}$$

QUANTO VALE LA MEDIA TEMPORALE DELLE FLUTTUAZIONI $(\bar{u'})$?

$$\boxed{\bar{u'} = 0}$$

DIM: $u' = u - \bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u' dt = \frac{1}{T} \int_0^T (u - \bar{u}) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T \bar{u} \, dt =$

$$= \bar{u} - \frac{1}{T} \bar{u} \int_0^T dt = \bar{u} - \frac{1}{T} \bar{u} \, T = \bar{u} - \bar{u} = 0$$

MA (!) NON RISULTA NULLA LA MEDIA TEMPORALE DEL QUADRATO DELLE FLUTTUAZIONI $(\overline{u'^2})$!

$$\boxed{\overline{u'^2} = \frac{1}{T} \int_0^T u'^2 dt > 0}$$

(DIM: u'^2 SONO SOLO GRANDEZZE POSITIVE: NON PUÒ ESSERE = 0)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 216

RICAPITOLANDO:

NEL MOTO TURBOLENTO, OLTRE AL MOTO DI TRASPORTO C'E' UN MOTO DI AGITAZIONE.
LA VELOCITA' AVRA' TRE COMPONENTI E OGNI COMPONENTE E' DATA DALLA MEDIA TEMPORALE + UNA FLUTTUAZIONE:

$x \rightarrow \quad u = \bar{u} + u'$

$y \rightarrow \quad v = \bar{v} + v'$

$z \rightarrow \quad w = \bar{w} + w'$

A CAUSA DI QUESTE FLUTTUAZIONI, ANCHE LA PRESSIONE PUO' ESSERE DESCRITTA:

$p = \bar{p} + p'$

I VALORI MEDI SI CALCOLANO OSSERVANDO LE GRANDEZZE IN UN TEMPO DI OSSERVAZIONE T PICCOLO, IN MODO DA NON PERDERE L'ANDAMENTO TEMPORALE DELLA GRANDEZZA, MA SUFF. A CARATTERIZZARE LA GRANDEZZA.

L'EQUAZIONE GLOBALE DI EQUILIBRIO (VALIDA INSTANTANEAMENTE) RISULTA:

$$\vec{G} + \vec{\Pi}(p) + \vec{I} + \vec{M}_e - \vec{M}_u - \int_A \mu \frac{\partial \vec{v}}{\partial n} dA = 0 \qquad (1)$$

- SE LA DEVO APPLICARE AL MOTO LAMINARE NON HO PROBLEMI PERCHE' I VALORI INSTANTANEI DI VELOCITA' SONO QUELLI CHE MISURO DIRETTAMENTE IN MOTO LAMINARE: PERCHE' NON HO FLUTTUAZIONI.
- SE INVECE VOGLIO APPLICARE LA (1) AL MOTO TURBOLENTO SONO COSTRETTO A LAVORARE SU UNA MEDIA TEMPORALE, CIOE' STUDIERO' NEL TEMPO CARATTERISTICO T L'EQ. (1) $\Rightarrow$.

$$\frac{1}{T}\int_0^T (1)\, dt = 0$$

- $\vec{G}$: TERMINE DOVUTO ALLA FORZA PESO. NON CAMBIA NEL TEMPO.
- $\vec{\Pi}(p) \rightarrow$ DEVO FARE LA MEDIA TEMPORALE:

$$\frac{1}{T}\int_0^T \vec{\Pi}(p)\, dt = \frac{1}{T}\int_0^T \int_A \overset{\text{LINEARE}}{p}\, \vec{m}\, dA\, dt = \frac{1}{T}\int_0^T \int_A (\bar{p} + p')\, \vec{m}\, dA\, dt \quad , \quad A = \text{COST}$$

$$= \int_A \frac{1}{T}\int_0^T (\bar{p} + p')\, dt \cdot \vec{m}\, dA = \int_A \left[\frac{1}{T}\int_0^T \bar{p}\, dt + \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T p'\, dt}_{=0} \right] \vec{m}\, dA = \int_A \left[\frac{1}{T} \bar{p} \cdot T \right] \vec{m}\, dA = \boxed{\int_A \overset{p_{MEDIA}}{\bar{p}} \cdot \vec{m}\, dA} = \vec{\Pi}(\bar{p})$$

- $\vec{I} \rightarrow$ STESSO DISCORSO DI $\vec{\Pi}(p)$ VALE PER $\vec{I}$

QUESTA UTILIZZA SOLO IL VALORE $p = \bar{p}$ E $v = \bar{v}$

[NB: UTILIZZARE IL VALORE MEDIO TEMPORALE VA BENE SOLO SE LE GRANDEZZE CHE FLUTTUANO SONO LINEARI (ALLA 1ª POTENZA). Π_p E I HANNO SOLO TERMINI ALLA 1ª POTENZA, MA M_e E M_u NO.]

- $\vec{M}_e - \vec{M}_u$ — LA VELOCITA' NON E' LINEARE: QUINDI CONSIDERO $\vec{v} = \bar{\vec{v}} + \vec{v}'$

$$\frac{1}{T}\int_0^T \left(\int_A \rho\, \vec{v}\, v_m\, dA \right) dt = \frac{1}{T}\int_0^T \int_A \rho\, (\bar{\vec{v}} + \vec{v}') \cdot (\bar{v}_m + v_m')\, dA\, dt \quad ; \text{ SUP FISSA NEL TEMPO} \Rightarrow$$

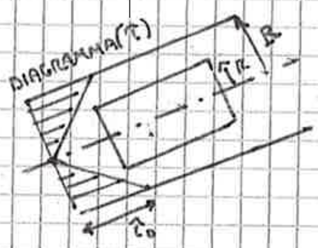
IL PRODOTTO DI DUE FLUTTUAZIONI NON DA' INTEGRALE NULLO (NB)

$$\int_A \frac{1}{T}\int_0^T \rho \left(\underbrace{\bar{\vec{v}} \cdot \bar{v}_m}_{\text{SONO DUE VALORI MEDI}} + \underbrace{\vec{v}'\, \bar{v}_m}_{\frac{1}{T}\int_0^T \rho(\vec{v}'\bar{v}_m)dt = 0} + \underbrace{\bar{\vec{v}}\, v_m'}_{\frac{1}{T}\int_0^T \rho(\bar{\vec{v}} v_m')dt = 0} + \vec{v}'\, v_m' \right) dt\, dA = \int_A \rho \left(\bar{\vec{v}} \cdot \bar{v}_m + \overline{\vec{v}' \cdot v_m'} \right) dA$$

L'INTEGRALE DELLE FLUTTUAZIONI VALE 0 (NB)

VALUTAZIONE DI τ IN FUNZIONE DELLA DISTANZA DALL'ASSE

CONSIDERIAMO UNA SEZIONE CIRCOLARE:



$$\tau = \gamma R J = \gamma \frac{A_{BASE}}{P} J = \gamma \frac{\pi R^2}{2\pi R} J = \gamma \frac{R}{2} J \Rightarrow \tau = \tau(R)$$

- $R = 0 \Rightarrow \tau = 0$
- $R = R \Rightarrow \tau_0 = \tau_{MAX} = \gamma \frac{R}{2} J$

L'ANDAMENTO E' QUINDI LINEARE: GLI SFORZI IN UNA CONDOTTA PERCORSA IN MOTO UNIFORME SONO NULLI SULL'ASSE E SONO MASSIMI ALLA PARETE LATERALE $\rightarrow$ L'EFFETTO ABRASIVO CRESCE ALLONTANANDOSI DALL'ASSE DELLA CONDOTTA.

$\rightarrow$ MA A COSA SONO DOVUTE QUESTE τ?

$$\tau = \frac{T}{A_{LAT}} = \left(\int_{A_{LAT}} \mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial m} dA - \int_{A_{LAT}} \rho \overline{\vec{V}' v_m'} dA\right) \frac{1}{A_{LAT}}$$

MOTO UNIFORME: $\frac{\partial \vec{V}}{\partial m} = 0$ SULLA SUP. DI BASE ; $\frac{\partial \vec{V}}{\partial m} = cost$ SULLA SUP. LATERALE

$$\tau = \left(\mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial m} \cancel{A_{LAT}} - \rho \overline{\vec{V}' v_m'} \cancel{A_{LAT}}\right) \frac{1}{\cancel{A_{LAT}}}$$

NOTA $m = -R$

CONSIDERANDO INOLTRE CHE u E' IN DIREZIONE DI T, QUINDI ANCHE DI τ (POSSO TOGLIERE IL SEGNO DI VETTORE) E CHE u NON CAMBIA NE' LUNGO x NE' NEL TEMPO:

$\frac{\partial u}{\partial m} = \frac{du}{dm}$ OTTENIAMO CHE:

$$\boxed{\tau = -\mu \frac{d\bar{u}}{dR} + \rho \overline{u'v'}}$$

ANDAMENTO LINEARE: (DUE CONTRIBUTI)

$\mu \frac{d\bar{u}}{dR}$ = CONTRIBUTO VISCOSO; $\rho \overline{u'v'}$ = CONTRIBUTO TURBOLENTO = 0 SE IL MOTO E' LAMINARE

NB: SULLA PARETE LATERALE NON SI HA MOTO TURBOLENTO PERCHE' v' (COMPONENTE DELLA VELOCITA' PERPENDICOLARE AL MOTO) E' NULLA SULLA PARETE.

$\Rightarrow$ CONTRO LA PARETE HO LA PRESENZA DI UNO STRATO VISCOSO CHIAMATO:

STRATO (O SOBSTRATO) LIMITE LAMINARE : NON INFLUENZATO DAL MOTO TURBOLENTO.

$\rightarrow$ VOGLIAMO ORA TROVARE L'ANDAMENTO DEL PROFILO DI VELOCITA' PER IL MOTO UNIFORME IN CONDOTTE CIRCOLARI:

$$\tau = \gamma \frac{R}{2} J = -\mu \frac{d\bar{u}}{dR} + \rho \overline{u'v'}$$

$$\frac{d\bar{u}}{dR} = -\frac{\gamma}{\mu} \frac{R}{2} J + \frac{\rho}{\mu} \cdot \overline{u'v'}$$ INTEGRO PER OTTENERE L'ANDAMENTO DELLA V. MEDIA ($\bar{u}$)

$$\bar{u} = -\frac{\gamma}{\mu} \frac{R^2}{4} J + \int_0^R \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'} dR + C_1$$

$\rightarrow C_1$ LO POSSO RICAVARE IMPONENDO CHE LA VELOCITA' CONTRO LA PARETE SIA NULLA:

$$\bar{u}(R = R) = 0 = -\frac{\gamma}{\mu} J \frac{R^2}{4} + \int_0^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'} dR + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\gamma}{\mu} J \frac{R^2}{4} - \int_0^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'} dR$$

$$\bar{u}(R) = -\frac{\gamma}{\mu} J \frac{R^2}{4} + \int_0^R \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'} dR + \frac{\gamma}{\mu} J \frac{R^2}{4} - \int_0^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'} dR = \boxed{\frac{\gamma}{\mu} J \left(\frac{R^2}{4} - \frac{r^2}{4}\right) - \int_R^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'} dR}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 216

VALUTAZIONE DELLA DISSIPAZIONE DI ENERGIA

ESSENZIALMENTE LE DISSIPAZIONI DI ENERGIA SONO DOVUTE ALLA PRESENZA DI ATTRITI DATI DAGLI SFORZI TANGENZIALI τ DOVUTI ALL'EFFETTO DELLA VISCOSITA' (LE $\tau \rightarrow$ RESPONSABILI)

- FLUIDI PERFETTI: SONO CARATTERIZZATI DALL'ASSENZA DI SFORZI TANGENZIALI ($\tau = 0$) $\rightarrow$ NO ATTRITO $\rightarrow$ NO DISSIPAZIONE D'ENERGIA.
- FLUIDI REALI: PRESENZA DI SFORZI TANGENZIALI CHE DISSIPANO ENERGIA ($\tau \neq 0$)

IL CARICO TOTALE H (MISURA DELL'ENERGIA CHE POSSIEDE UN FLUIDO) CI PERMETTE DI VALUTARE LA QUANTITA' DI ENERGIA CHE UN FLUIDO POSSIEDE E QUANTO NE VIENE DISSIPATA:

- FLUIDI PERFETTI $H = cost$
- FLUIDI REALI: $H \neq cost$ $\rightarrow$ PERDITE DI CARICO ΔH

IN ALCUNI CASI LE τ POSSONO ESSERE MOLTO PICCOLE, PER CUI POSSO CONSIDERARE IL FLUIDO COME PERFETTO $\rightarrow$ DEVO CAPIRE QUANDO TRASCURARLE O MENO.

SCABREZZA

E' UN PARAMETRO CHE INFLUENZA LA DISSIPAZIONE ED ENTRA IN GIOCO QUANDO C'E' CONTATTO TRA PARETE E FLUIDO.

DIPENDE DALLA GEOMETRIA DELLA PARETE (E DALLA PRESSIONE DEL FLUIDO) (NON SOLO)

SI INTRODUCE IL CONCETTO DI SCABREZZA EQUIVALENTE (LEGATO ALLA Q.TA' DI E. DISSIPATA)

QUESTO CONCETTO DERIVA DA UNA SERIE DI ESPERIMENTI STUDIATI DA NIKURADSE, IN CUI SI OCCUPA DI VALUTARE LE PERDITE DI ENERGIA LEGATE ALLA SCABREZZA.

NIKURADSE PRESE UNA PARETE ARTIFICIALE, OVVERO DISPOSE SU UNA PARETE DEI GRANI DI DIMENSIONE UNIFORME $\rightarrow$ SCABREZZA FITTIZIA ARTIFICIALE.

$\rightarrow$ IN QUESTO MODO SI PUO' INDIVIDUARE UNA SCABREZZA EQUIVALENTE DEI GRANI DI SABBIA CHE COSTITUISCONO LA PARETE IN QUANTO SONO (CIRCA) UGUALI E ALTI ε

RIFECE L'ESPERIMENTO TANTE VOLTE $\rightarrow$ OTTENNE UN LEGAME TRA DISSIPAZIONE DI ENERGIA E SCABREZZA.

$\Rightarrow$ SCABREZZA EQUIVALENTE

SE HO UNA PARETE REALE CON SCABREZZA $\varepsilon = 0.5$ mm, VUOL DIRE CHE LA PARETE REALE DISSIPA LA STESSA QUANTITA' DI ENERGIA DI UNA PARETE ARTIFICIALE CON UNA SCABREZZA REGOLARE DI 0.5 mm (STESSO ΔH)

NB: LA SCABREZZA E' UN PARAMETRO TABULATO DAL FORNITORE E SI TROVA A SEGUITO DI PROVE.

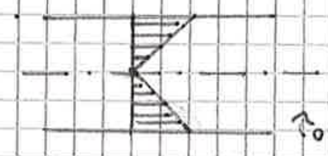
NB: QUALUNQUE PARETE HA UN VALORE DI SCABREZZA NON NULLO; C'E', PERO', UN VALORE DI SCABREZZA SOTTO IL QUALE LA SCABREZZA NON COMPORTA "NESSUNA DISSIPAZIONE" DI E.

IN ULTIMA BATTUTA:

DISSIPAZIONI DI ENERGIA → DISTRIBUITE / CONCENTRATE

⊙ DISSIPAZIONI DISTRIBUITE

IN QUESTO CASO LE PERDITE DI ENERGIA NON AVVENGONO IN UN PUNTO BEN PRECISO DELLA CONDOTTA MA SONO DISTRIBUITE LUNGO TUTTA LA LUNGHEZZA DELLA CONDOTTA PERCORSA DAL FLUIDO.

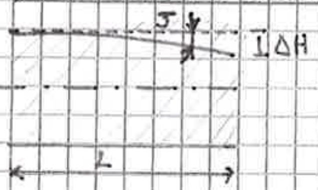


ALL'INTERNO DELLA CONDOTTA LE τ VALGONO:

ALLE PARETI: $\tau_{MAX} = \tau_0 = \gamma R \cdot J = \gamma \frac{D}{4} J$

RICHIAMO SU J:

(J) MISURA LA QUANTITÀ DI CARICO CHE VIENE DISSIPATA E VIENE DETTA PENDENZA DEI CARICHI TOTALI (OPPURE "CADENTE")



LA LINEA DEI CARICHI TOTALI DIMINUISCE PERCHÈ IL FLUIDO PERDE ENERGIA PER ATTRITO NELLA DIREZIONE DEL MOTO.

$\boxed{\Delta H = J L}$
$\begin{cases} \text{FLUIDO PERFETTO: } J = 0 \Rightarrow \Delta H = 0 \\ \text{FLUIDO REALE: } J \neq 0 \end{cases}$

→ MA COME CALCOLO J?

J È ADIMENSIONALE → CONVIENE ALLORA LAVORARE SU τ_0 POICHÈ $\tau_0 = \gamma \frac{D}{4} J$

⇒ DEVO QUINDI TROVARE IL LEGAME TRA τ_0 E LE ALTRE GRANDEZZE CHE INFLUENZANO.

L'ANALISI DIMENSIONALE: $\tau_0 = f(\underbrace{\rho, \mu}_{\text{PROPRIETÀ DEL FLUIDO}}, \underbrace{u}_{\text{VELOCITÀ MEDIA}}, \underbrace{D, \varepsilon}_{\text{CARATT. CONDOTTA}})$ 6

PROPRIETÀ DEL FLUIDO; VELOCITÀ MEDIA: DEFINISCE IL MOTO DEL FLUIDO; CARATT. CONDOTTA (DIAMETRO E SCABREZZA)

IN TOTALE: (TH DI BUCKINGHAM)
$N = 6$ GRANDEZZE IN GIOCO
$M = 3$ GRANDEZZE DIMENSIONALMENTE INDIPENDENTI TRA LORO
$N - M = 3 \Rightarrow \Pi = 3$ → GRUPPI ADIMENSIONALI DA DETERMINARE.

CON M SCELGO: ρ, u, D (OTTERREI LO STESSO RIS. SCEGLIENDONE ALTRE)

$[\tau_0] = [N/m^2] = [kg\,m/s^2 m^2] = [kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}] = M \cdot L^{-1} T^{-2}$ | $[D] = [m] = M$

$[\rho] = [kg/m^3] = M \cdot L^{-3}$ | $[\varepsilon] = [m] = M$

$[\mu] = [Pa \cdot s] = [(N/m^2) s] = [(kg/m \cdot s^2) s] = M \cdot L^{-1} T^{-1}$ | $[u] = [m/s] = L T^{-1}$

SE HO TRE GRUPPI ADIMENSIONALI, PER IL TEOREMA Π (BUCKINGHAM): $\Pi_1 = \varphi(\Pi_2, \Pi_3)$

$\Pi_1 = \frac{\tau_0}{\rho^a \cdot u^b \cdot D^c}$ DEVO SCEGLIERE a, b, c IN MODO CHE Π_1 SIA ADIMENSIONALE.

IN TERMINI DI
$$\begin{cases} [M] \to a = 1 \\ [L] \to -3a + b + c = -1 \\ [T] \to -b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Pi_1 = \frac{\tau_0}{\rho u^2}}$$

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho^a u^b D^c} \qquad \begin{cases} a = 1 \\ -3a + b + c = 1 \\ -b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho u D}} = \frac{1}{Re}$$

57

2) MOTO TURBOLENTO

• T_1 → TUBO LISCIO:

$\lambda = \lambda(Re, \cancel{\varepsilon/D})$ ANCHE IN UN TUBO LISCIO LA SCABREZZA RELATIVA NON ENTRA IN GIOCO.

$\boxed{\lambda = 0.316 \cdot Re^{-0.25}}$ FORMULA DI BLASIUS (TUBO LISCIO)

• (T_2) → TUBO SCABRO: MOTO TURBOLENTO DI TRANSIZIONE

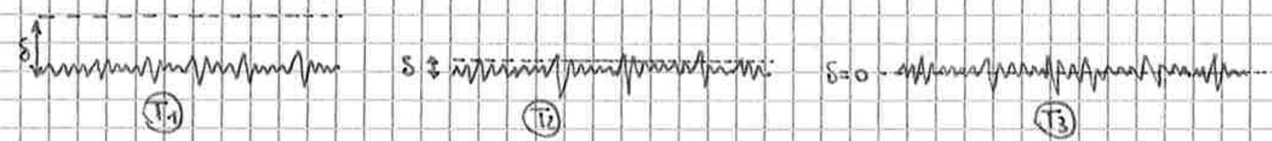
$\lambda = \lambda\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$

• (T_3) → TUBO SCABRO: MOTO ASSOLUTAMENTE TURBOLENTO ($Re \to \infty$)

$\lambda = \lambda\left(\cancel{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$ IL N° DI Re NON ENTRA PIÙ IN GIOCO PERCHÉ $\boxed{\lambda = \text{COST}}$

⇒ INFATTI NON CI SONO PIÙ LE τ VISCOSE; O MEGLIO, NON HANNO PIÙ EFFETTO PERCHÉ LE τ TURBOLENTI SONO TROPPO PIÙ FORTI.

Re AUMENTA →



NB: SE AUMENTA LA VELOCITA' LE PERDITE DI CARICO AUMENTANO.

TUBO SCABRO

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2.5}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon/D}{3.71}\right)}$$

EQ. DI COLEBROOK-WHITE

E' UN'EQUAZIONE NON ESPLICITA MA SI VEDE CHE ENTRANO IN GIOCO Re E ε/D

E' VALIDA PER IL MOTO TURBOLENTO DI TRANSIZIONE (T_2) E ANCHE PER (T_3).

IN (T_3): ($Re \to \infty$) ⇒ SCOMPARE IL TERMINE A.

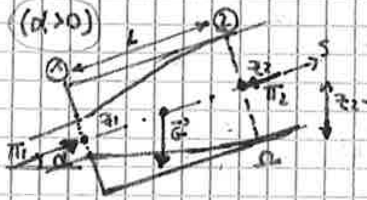
PROCEDIMENTO TRAMITE IL DIAGRAMMA DI MOODY:

- NOTI Re E ε/D TROVO λ SUL DIAGRAMMA
- TROVO $J = \frac{\lambda u^2}{2gD}$

1) BRUSCO ALLARGAMENTO

CONSIDERO UNA CONDOTTA INCLINATA (NOTA: IL ΔH NON CAMBIA SE INCLINATA O MENO)

E CONSIDERO UN VOLUME DI CONTROLLO TRA LE SEZIONI ① E ②



$D_2 > D_1 \Rightarrow U_2 < U_1$

- CONSIDERIAMO IL MOTO PERMANENTE
- Ω SEZIONE MAGGIORE

hp: 1) L E' PICCOLO $\Rightarrow$ POSSIAMO TRASCURARE LE PERDITE DISTRIBUITE TRA ① E ②

$\Delta H_{dist.} = J \cdot L \cong 0$

2) LA DISTRIBUZIONE DI PRESSIONE E' DI TIPO IDROSTATICO

$\Rightarrow$ VUOL DIRE CHE LA P AUMENTA SOLO CON LA QUOTA.

o APPLICO L'EQ. GLOBALE AL VOLUME:

$\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{M}_1 - \vec{M}_2 + \vec{I} - \vec{T} = 0$ (*)

$\vec{T} \approx 0$ E' DOVUTA ALLE T VISCOSE PER hp NON HO DISSIPAZIONE DISTRIBUITA

$\vec{I} = 0$ SIAMO IN MOTO PERMANENTE $\Rightarrow I = 0$

PROIETTIAMO LUNGO S:

$-G \sin\alpha + \Pi_1 - \Pi_2 + M_1 - M_2 = 0$

- $-G\sin\alpha = -\gamma W \sin\alpha = -\gamma\,\Omega L \sin\alpha = -\gamma\Omega(z_2 - z_1) = \gamma\Omega(z_1 - z_2)$
- $\Pi_1 - \Pi_2 = (P_1 - P_2)\Omega$
- $M_1 - M_2 = \rho Q(U_1 - U_2)$

SOSTITUISCO IN (*) E OTTENGO:

$\gamma\Omega(z_1 - z_2) + (P_1 - P_2)\Omega + \rho Q(U_1 - U_2) = 0$; DIVIDO PER γ $\quad \gamma = \rho \cdot g \Rightarrow \frac{\rho}{\gamma} = \frac{1}{g}$

$\Omega(z_1 - z_2) + \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)\Omega + \frac{Q}{g}(U_1 - U_2) = 0$; DIVIDO PER Ω

$(z_1 - z_2) + \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right) + \frac{Q}{g\Omega}(U_1 - U_2) = 0$ $\quad Q = U_2\Omega$, PERCHE' Ω E' LA SEZ. MAGG. $\rightarrow U_2$

$\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma}\right) + \frac{U_2}{g}(U_1 - U_2) = 0$

$(h_1 - h_2) = \frac{U_2}{g}(U_2 - U_1)$

ESSENDO $U_2 < U_1 \Rightarrow (h_1 - h_2) < 0 \Rightarrow h_2 > h_1$

IN QUESTO CASO, A UNA PERDITA DI CARICO TOTALE

UN AUMENTO DEL CARICO PIEZOMETRICO

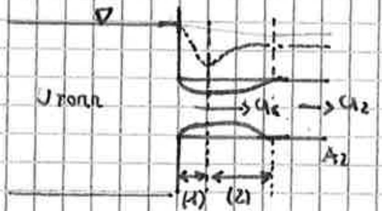
NB: TUTTE LE VOLTE CHE C'E' UN ALLARGAMENTO SI HA IL RECUPERO DEL CARICO PIEZOM.

ANALIZZIAMO ORA LA PERDITA DI CARICO TOTALE ΔH

$\Delta H = H_1 - H_2$

3) PERDITA D'IMBOCCO

- PERDITA D'IMBOCCO A SPIGOLO VIVO



NELLA SEZIONE CONTRATTA: $U_c > U$

- TRATTO (1): IL FLUIDO ACCELERA PERCHE' LA SEZ. STA DIMINUENDO.
- TRATTO (2): IL FLUIDO DECELERA

→ CONVIENE DIVIDERE ΔH IN DUE PARTI: $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$;

NEL SERBATOIO $H = h$ PERCHE' $U \cong 0$

- TRATTO (1)

ANALOGO AL PROCESSO DI EFFLUSSO (CASO: LUCE SU PARETE)

C_c = COEFFICIENTE DI CONTRAZIONE $\quad \boxed{C_c = \frac{A_c}{A_2} = 0.61}$

SE IL PROCESSO FOSSE PRIVO DI PERDITE DI CARICO: NO ATTRITI E DISSIPAZIONI

⇒ FLUIDO PERFETTO, SI HA: $U_{torr} = \sqrt{2g\Delta h}$

NEL CASO DI:

FLUIDO REALE: $U_c = C_v U_{torr}$, C_v = COEFFICIENTE DI VELOCITA' $[0.97 \div 0.98]$

(DOVUTO AL FATTO CHE SI DISSIPA ENERGIA)

QUINDI NEL TRATTO (1):

$\Delta H_1 = \frac{U_{torr}^2}{2g} - \frac{U_c^2}{2g}$, ESSENDO $U_{torr} = \frac{U_c}{C_v}$,

$\Delta H_1 = \frac{U_c^2}{2g}\left(\frac{1}{C_v^2} - 1\right)$ IN QUESTO MODO PERO' IL ΔH E' CALCOLATO CON LA U_c DELLA SEZIONE CONTRATTA, CHE NON E' QUELLA CHE CI INTERESSA PERCHE' A NOI SERVE U_2 NELLA CONDOTTA.

⇒ PER LA CONSERVAZIONE DELLA PORTATA SI HA: (EQ. DI CONTINUITA')

$U_c A_c = U_2 A_2 \Rightarrow U_c = U_2 \frac{A_2}{A_c} = U_2 \frac{1}{C_c}$ (NB!)

QUINDI:

$$\boxed{\Delta H_1 = \frac{U_2^2}{2g} \cdot \underbrace{\frac{1}{C_c}\left(\frac{1}{C_v^2} - 1\right)}_{= 0.1} = \frac{U_2^2}{2g} \cdot 0{,}1}$$

NEL TRATTO (1) SI PERDE IL 10% DEL TERMINE CINETICO CHE HO ALL'INTERNO DELLA CONDOTTA.

- TRATTO (2)

ANALOGO A UN BRUSCO ALLARGAMENTO: $U_c \to U_2$ CON $U_2 < U_c$

$$\boxed{\Delta H_2 = \frac{(U_c - U_2)^2}{2g} = \frac{\left(\frac{U_2}{C_c} - U_2\right)^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g}\underbrace{\left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2}_{= 0.4} = \frac{U_2^2}{2g} \, 0{,}4}$$

IN DEFINITIVA, LA PERDITA DI CARICO D'IMBOCCO RISULTA:

$$\boxed{\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = 0.1\frac{U_2^2}{2g} + 0.4\frac{U_2^2}{2g} = 0.5\frac{U_2^2}{2g}}$$

PERDITA DI CARICO TOT. DELL'IMBOCCO SPIGOLO VIVO

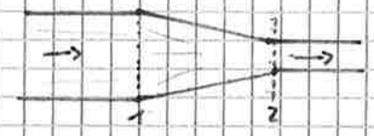
NB: LA PERDITA DI CARICO D'IMBOCCO E' MINORE RISPETTO ALLA PERDITA DI SBOCCO

5) CONVERGENTI / DIVERGENTI

PER RIDURRE LE PERDITE DI CARICO SI UTILIZZANO DEI TRATTI CONVERGENTI O DIVERGENTI CHE PERMETTONO LA VARIAZIONE PROGRESSIVA DEL DIAMETRO.

- CONVERGENTE = TRATTO CONICO CHE PERMETTE DI PASSARE DA UN $D_{MAGGIORE}$ A UN D_{MINORE}

⇒ SE IL CONVERGENTE NON HA UN TRATTO TROPPO BREVE ALLORA LA PERDITA DI CARICO RISULTA TRASCURABILE. $\boxed{\Delta H \approx 0}$ PERDITA DI CARICO PER TRATTO CONVERG.

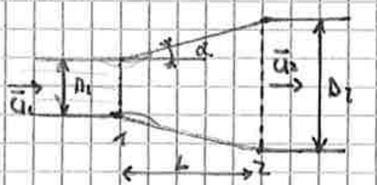


LA ZONA CONTRATTA SI PUÒ FORMARE NELLA SEZIONE 2 MA RISULTA TRASCURABILE.

- DIVERGENTE

IL FLUIDO ENTRA NEL DIVERGENTE NELLA SEZIONE 1: TENDE A ESSERCI UNA SEPARAZIONE DELLA VENA FLUIDA DALLA PARETE E QUINDI SI CREA UNA SEZIONE CONTRATTA, CHE IN QUESTO CASO NON RISULTA TRASCURABILE

(IL TRATTO DIVERGENTE DEVE ESSERE CARATTERIZZATO O DA α O DA L)



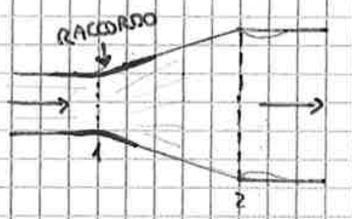
DA PROVE SPERIMENTALI È OTTENUTO:

$$\boxed{\Delta H = K\frac{\vec{u}_1^2}{2g}} \quad , K = K\left(\frac{D_2}{D_1}, \alpha\right)$$

PERDITA DI CARICO PER TRATTO DIVERGENTE

NB: PIÙ α È PICCOLO E PIÙ L È LUNGO, MINOR SARÀ LA PERDITA DI CARICO.

→ PER MINIMIZZARE AL MASSIMO LA PERDITA DI CARICO (RACCORDO) IL TRATTO DIVERGENTE IN (1)



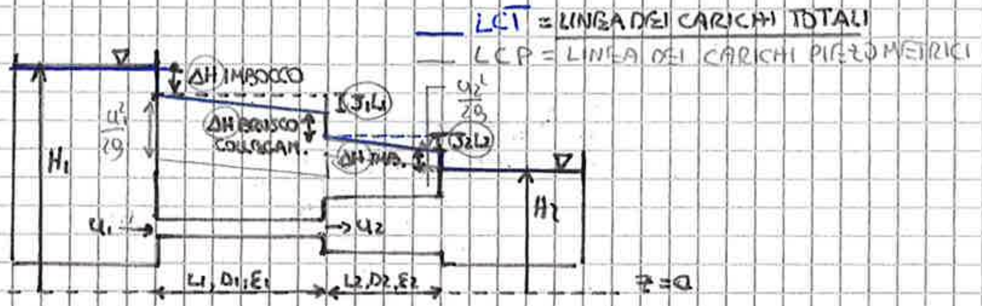
IN QUESTO CASO IL DISTACCO TENDERÀ AD AVVENIRE NELLA ZONA DI VALLE DOVE IL FLUIDO È GIÀ PIÙ LENTO E QUINDI AVRÀ MENO ΔH. ⇒ IN QUESTO CASO ALLORA IL ΔH RISULTA TRASCURABILE.

$\boxed{\Delta H \approx 0}$ PERDITA DI CARICO PER TRATTO DIVERGENTE (RACCORDATO)

TRACCIAMENTO LCT/LCP (LINEA CARICHI TOTALI / LINEA CARICHI PIEZOMETRICI)

AIUTA A INTERPRETARE COSA SUCCEDE E PERMETTE DI SCRIVERE UN BILANCIO DI ENERGIA CORRETTO.

ESEMPIO SIGNIFICATIVO CON CASI PARTICOLARI



NOTI:
L_1, D_1, ε_1
L_2, D_2, ε_2
H_1, H_2, Q, A_1, A_2

PER IL BILANCIO D'ENERGIA SI HA:

$$\boxed{(H_{INIZIALE} - H_{FINALE}) = \Sigma\,(\Delta H_{DISTR} + \Delta H_{CONC})}$$

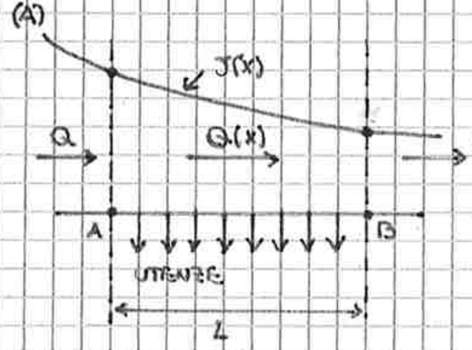
NEL NOSTRO CASO:

- $(H_1 - H_2) = 0.5\,\frac{u_1^2}{2g} + J_1 L_1 + \frac{(u_1-u_2)^2}{2g} + J_2 L_2 + \frac{u_2^2}{2g}$
- $J_1 = \lambda_1 \frac{u_1^2}{2gD_1}$
- $J_2 = \lambda_2 \frac{u_2^2}{2gD_2}$
- $u_1 = \frac{Q}{A_1}$
- $u_2 = \frac{Q}{A_2}$

5 EQUAZIONI PER 5 INCOGNITE

→ TROVERÒ: $H_1 - H_2 = (\ldots)\,Q^2$

CONSIDERIAMO UNA LUNGA CONDOTTA, DUE PUNTI A E B, TRA I QUALI SONO PRESENTI PIÙ UTENZE (EROGAZIONE DISTRIBUITA):



P = RAPPRESENTA IL PRELIEVO DI PORTATA NEL TRATTO AB

$\boxed{q = \frac{P}{L}}$ PORTATA EROGATA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA

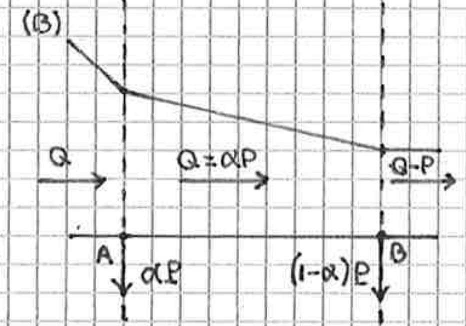
$\boxed{Q(x) = Q - qx} \Rightarrow \boxed{J(x) = \beta \frac{Q^2(x)}{D^m}}$

$\boxed{H_A - H_B = \int_0^L J(x)\,dx}$ INTEGRALE DIFFICILE DA RISOLV.

$(\Delta H = JL)$

LA LINEA PIEZOMETRICA RISULTA UNA CURVA

→ PER TROVARE $H_A - H_B$ POSSIAMO EVITARE DI RISOLVERE QUESTO INTEGRALE PASSANDO A UNA SITUAZIONE EQUIVALENTE IN CUI IMMAGINO DI CONCENTRARE TUTTA LA PORTATA CEDUTA ALL'UTENZA (LUNGO L) NEI DUE NODI A E B.



LA LINEA PIEZOMETRICA RISULTA UNA RETTA.

→ IN DEF. SI TRATTA DI SCEGLIERE UN α CHE MI DIA LO STESSO ΔH DEL CASO (A).

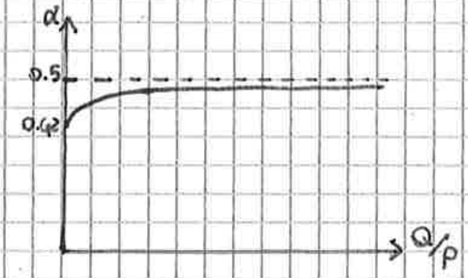
NB: LA SIMILITUDINE È LEGATA ALL'ENERGIA, IN QUANTO HO BISOGNO DI AVERE LO STESSO ΔH TRA A E B.

PER QUESTO CASO (B) → $\Delta H = JL$

AFFINCHÉ I DUE SISTEMI SIANO EQUIVALENTI DEVE VERIFICARSI:

$\underset{(REALE)}{\Delta H(A)} = \underset{(FITTIZIO)}{\Delta H(B)} \Rightarrow \boxed{H_A - H_B = JL = \beta \frac{(Q - \alpha P)^2}{D^m}}$

DEVO SCEGLIERE α OPPORTUNO PER AVERE L'EQUIVALENZA DEI DUE CASI:



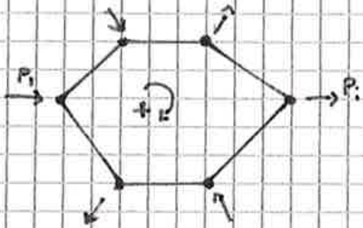
POICHÉ $\alpha \to 0.5$ MOLTO "PRESTO", DI SOLITO SI PRENDE:

$\boxed{\alpha = 0.5}$

ALTRIMENTI, PER ESSERE PIÙ PRECISI, SI USA IL GRAFICO.

METODO DI HARDY-CROSS

E' UN METODO SEMPLICE E ITERATIVO PER LA VERIFICA DI RETI A MAGLIE (PERCORSO CHIUSO)



- PRIMA COSA DA FARE = SCELGO DIREZIONE E VERSO DI Q_i
- DEVO SEGUIRE UN VERSO DI PERCORRENZA CHE RAPPRESENTA VALORI DI PORTATA POSITIVI ($Q>0$)

PER ESEMPIO: SCELGO VERSO ORARIO : $Q>0$ SE CONCORDE

TRAMITE UNO STRATAGEMMA POSSO ATTRIBUIRE SEGNO NEGATIVO O MENO AL ΔH — $Q<0$ SE DISCORDE

$$\boxed{\Delta H = JL = \frac{\beta Q^2}{D^m} L = KQ^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{H_i - H_{i+1} = K_i Q_i |Q_i|}$$

IN GENERALE:

$$\begin{cases} H_1 - H_2 = K_1 Q_1 |Q_1| \\ H_2 - H_3 = K_2 Q_2 |Q_2| \\ \vdots \\ H_n - H_1 = K_n Q_n |Q_n| \end{cases}$$

SOMMANDO SI OTTERRA':

$$\boxed{\Sigma_i K_i Q_i |Q_i| = 0}$$

QUESTA EQ. LA CHIAMIAMO $f(Q_i) = 0$

A QUESTO PUNTO DEVO IPOTIZZARE I VALORI DELLE PORTATE $(\overline{Q_i})$ NELLE CONDOTTE, COERENTI CON L'EQ. DI CONTINUITA':

CIOE', PER ESEMPIO, DAL NODO H ENTRERA' $Q=100$ → DEVO ALLORA DISTRIBUIRE A DX E A SX

→ IPOTIZZO 30 ← 100 → 70

⇒ IN QUESTO MODO POSSO SCRIVERE LA Q_i COME:

$$\boxed{Q_i = \overline{Q_i} + \Delta Q}$$

VERA — APPROSSIMAZ. — CORREZIONE

ΔQ RESTERA' L'UNICA INCOGNITA PERCHE' PER OGNI MAGLIA SI HA UNA SOLA CORREZIONE ΔQ.

RISOLTA:

$$\boxed{\Sigma_i K_i (\overline{Q_i} + \Delta Q) |\overline{Q_i} + \Delta Q| = 0}$$

L'UNICA INCOGNITA E' ΔQ $\qquad f(\overline{Q_i} + \Delta Q) = 0$

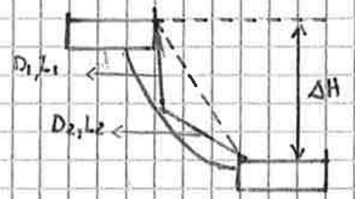
POSSO SEMPLIFICARE ANDANDO A LINEARIZZARE. INFATTI SCRIVO:

$$f(\overline{Q_i} + \Delta Q) = 0 \xrightarrow[\text{IN SERIE}]{\text{SVILUPPO}} f(\overline{Q_i}) + \underbrace{f'(\overline{Q_i})}_{\text{DERIVATA}} \Delta Q = 0$$

$$\Rightarrow \Delta Q = -\frac{f(\overline{Q_i})}{f'(\overline{Q_i})} \text{, CIOE':}$$

NB
$$\boxed{\Delta Q = \frac{\Sigma K_i \overline{Q_i} |\overline{Q_i}|}{2 \cdot \Sigma K_i |\overline{Q_i}|}}$$

→ E DA QUI TROVO: $Q_i = \overline{Q_i} + \Delta Q$, CON ΔQ ORA NOTO



→ A QUESTO PUNTO LE INCOGNITE SONO L_1 E L_2

(E' INDIFFERENTE SE METTO PRIMA LA CONDOTTA CON D MAGGIORE O QUELLA CON D MINORE)

SE METTO PRIMA LA CONDOTTA D MINORE, AVRÒ UNA $J_1 = \frac{\beta Q^2}{D^m}$ MAGGIORE; CIOE':

$J_1 < J_{teor.} < J_2$ AVRÒ DUE LINEE PIEZOMETRICHE CON DUE PENDENZE DIVERSE;

QUINDI:

$$\begin{cases} \Delta H = J_1 L_1 + J_2 L_2 \\ L_1 + L_2 = L \end{cases}$$

COSÌ RIESCO A TROVARE L_1 E L_2

DAL PUNTO DI VISTA FLUIDODINAMICO E' LO STESSO, MA ORA C'E' UNA DIFFERENZA PER QUANTO RIGUARDA LE PRESSIONI IN GIOCO

L'EFFETTO IN BASE AI DUE DIAMETRI RISULTA: $(D_1 < D_2)$

D_1, D_2 → CASO PRESSIONI BASSE

D_2, D_1 → CASO PRESSIONI ALTE

QUINDI DEVO VALUTARE, IN BASE ALLE MIE PREFERENZE, QUALE CONFIGURAZIONE SCEGLIERE:

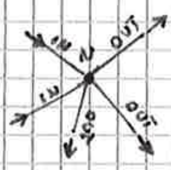
- D_1 PICCOLO (J_1 GRANDE) E POI D_2 GRANDE (J_2 PICCOLO) → PRESSIONI BASSE
- D_2 GRANDE (J_2 PICCOLO) E POI D_1 PICCOLO (J_1 GRANDE) → PRESSIONI ALTE

GENERALMENTE SI PREFERISCE MANTENERE BASSE LE PRESSIONI PERCHE' LE CONDOTTE RISULTANO MENO SOLLECITATE, E QUINDI MENO SOGGETTE A ROTTURA. DIMENSIONATE PER PRESSIONI MINORI → MINOR COSTO.

L'UNICA ECCEZIONE E' IL CASO IN CUI VOGLIO EVITARE DI AVERE PRESSIONI TROPPO PROSSIME ALLO ZERO PERCHE' E' PREFERIBILE EVITARE TRATTI IN DEPRESSIONE (PER IL FATTO DELLE PERDITE). SE LA CONDOTTA E' IN DEPRESSIONE (MAGARI PERCHE' IL SERBATOIO 2 E' PIU' IN ALTO) E NON HO UNA PERFETTA TENUTA C'E' IL RISCHIO CHE ENTRI ARIA DALL'ESTERNO.

→ ALLORA CONSIDERO ~~UN.~~ UN GENERICO NODO DI UNA RETE:

QUESTO NODO AVRÀ CONDOTTE ENTRANTI E USCENTI



L'EQ. DI MINIMO COSTO È UN'EQUAZIONE CHE SI SCRIVE AI NODI (NB!)

SCRIVO UN'EQUAZIONE IN CUI AL POSTO DEI DIAMETRI DELLE CONDOTTE COMPARE

IL CARICO AL NODO ⇒ PER MINIMIZZARE ⟶ FACCIO LA DERIVATA E LA PONGO = 0

$$\frac{dP}{dH_N} = 0$$

SI OTTIENE:

$$\boxed{\sum_{IN} \frac{D_i^{m+E}}{Q_i^2} = \sum_{OUT} \frac{D_i^{m+E}}{Q_{i\,OUT}^2}}$$

EQ. DI MINIMO COSTO (AL NODO N)

(m DERIVA DA: $J = \beta \frac{Q^2}{D^m}$ E E DALL'EQ. DEL C_{IMP})

⇒ SCRIVO m EQUAZIONI PER m NODI ⇒ IL SISTEMA DIVENTA DETERMINATO.

EQUAZIONI: (CASO 2°)

$$\begin{cases} 1)\ H_A - H_N = \beta_1 \frac{Q_1^2}{D_1^m} \cdot L_1 \\ 2)\ H_N - H_B = \beta_2 \frac{Q_2^2}{D_2^m} L_2 \\ 3)\ H_N - H_C = \beta_3 \frac{Q_3^2}{D^m} L_3 \\ 4)\ \frac{D_1^{m+E}}{Q_1^2} = \frac{D_2^{m+E}}{Q_2^2} + \frac{D_3^{m+E}}{Q_3^2} \end{cases}$$

⇒ IL SISTEMA È DETERMINATO

(SISTEMA VALIDO PER RETI AD ALBERO E NON PER RETI A MAGLIE CHIUSE) NB!

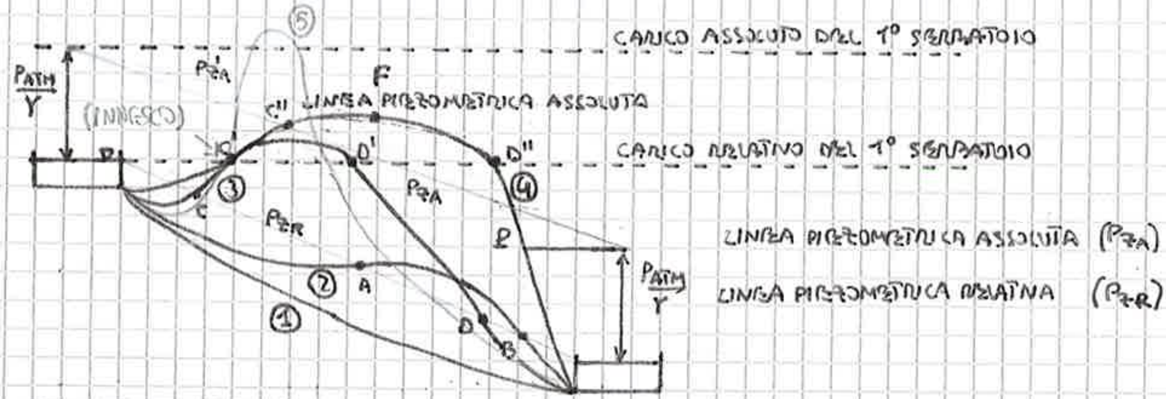
(PROBLEMI DI PROGETTO - MAGLIE CHIUSE → NON LI VEDIAMO)

IN CHE MODO LA QUOTA DI UNA CONDOTTA VA A INFLUENZARE LA PORTATA DELLA CONDOTTA STESSA?

⇒ QUANDO LA QUOTA RAGGIUNGE CERTI LIVELLI CRITICI ALLORA SI VA A INTERFERIRE CON IL FUNZIONAMENTO E IL MOVIMENTO DEL FLUIDO ALL'INTERNO.

PROBLEMI ALTIMETRICI

→ STUDIA IN CHE MODO LA QUOTA INFLUISCE SUL MOVIMENTO DEL FLUIDO NELLA CONDOTTA



$$\boxed{P^{REL} = P^{ASS} - P_{ATM}}$$

IN QUESTI PROBLEMI ENTRANO IN GIOCO LE PRESSIONI ASSOLUTE

→ SE CONSIDERIAMO LE PRESSIONI ASSOLUTE TUTTE LE LINEE PIEZOMETRICHE SI DEVONO ALZARE DI UN TERMINE PARI A $\frac{P_{ATM}}{\gamma}$

CASO 1) : IL FUNZIONAMENTO E' QUELLO NORMALE VISTO FINORA.

NELLA CONDOTTA CI SARA' UNA CERTA PORTATA CHE NON DIPENDE ASSOLUTAMENTE DALLA QUOTA DELLA CONDOTTA, MA SARA' INFLUENZATA SOLTANTO DAL ΔH DEI SUOI SERBATOI, DALLA SCABREZZA, DAL D... QUINDI: FUNZ. NORMALE ⇒ $Q \leftrightarrow \Delta H = \frac{\beta Q^2 L}{D^m}$

CASO 2) : ANDAMENTO DI UNA CONDOTTA CHE VA A INTERSECARE LA PIEZOMETRICA RELATIVA MA STA COMUNQUE AL DI SOTTO DELLA LINEA DEL CARICO DEL 1° SERBATOIO.

IL TRATTO AB SI TROVA SOPRA LA PIEZOMETRICA RELATIVA. SUCCEDE CHE QUEL TRATTO SI TROVERA' IN DEPRESSIONE ($P_{REL} < 0$).

IL FUNZIONAMENTO COMUNQUE E' NORMALE IN TERMINI DI PORTATA, IN QUANTO HO LA STESSA PORTATA DELLA CONDOTTA 1 PERCHE' IL BILANCIO DI ENERGIA NON CAMBIA; MA QUELLO CHE CAMBIA E' CHE HO IL TRATTO AB IN DEPRESSIONE.

PUO' ESSERE PIU' O MENO UN PROBLEMA IN QUANTO NON E' OTTIMO DAL PUNTO DI VISTA DELLA CONDOTTA MA IN TERMINI DI PORTATA NON CAMBIA NIENTE.

QUINDI: FUNZ. NORMALE ⇒ $Q \leftrightarrow \Delta H = \frac{\beta Q^2 L}{D^m}$ + TRATTO AB IN DEPRESSIONE

77

⇒ SARÀ ALLORA $J' < J$ PERCHÉ È MENO PENDENTE.

⇒ $\boxed{J' < J \Rightarrow Q' < Q}$

AVRÒ UNA PORTATA MINORE DI QUELLA TEORICA ⇒ PORTATA RIDOTTA REALE Q'

- $\Delta H' = J'L' \iff \boxed{H_1 - H_F = J'L'}$, CON $\boxed{H_F^{REL} = z_F + \frac{p_F^{REL}}{\gamma} = z_F - \frac{p_{ATM}}{\gamma}}$

- NEL TRATTO COMPRESO TRA F E P SI SVILUPPA UN MOTO PARTICOLARE IN QUANTO IL LIQUIDO NON RIEMPIE PIÙ TUTTA LA SEZIONE DELLA CONDOTTA MA NE RIEMPIE SOLO UNA PARTE.

= MOTO A CANALETTA.

⇒ SI HA ALLORA CHE LA PIEZOMETRICA VA A COINCIDERE CON LA CONDOTTA STESSA.

CONCETTO FONDAMENTALE È CHE LA PORTATA SI RIDUCE QUANTO PIÙ IL CARICO H_F È GRANDE.

CASO 5) CASO LIMITE IN CUI LA CONDOTTA SUPERA LA QUOTA DEL CARICO ASSOLUTO DEL SERBATOIO

IN QUESTO CASO IL DEFLUSSO NON PUÒ AVVENIRE, CIOÈ LA PORTATA ALL'INTERNO DELLA CONDOTTA NON PUÒ CHE ESSERE NULLA.

QUESTO PERCHÉ LA LINEA TEORICA DEI CARICHI PIEZOMETRICI ASSOLUTI AVREBBE PENDENZA POSITIVA → IMPOSSIBILE.

VALE LO STESSO NEL CASO IN CUI IL MAX CONDOTTA È SULLA LINEA DEI CARICHI ASSOLUTI PERCHÉ SAREBBE $J = 0 \Rightarrow Q = 0$

QUINDI, SOSTANZIALMENTE, NON C'È PIEZOMETRICA CHE POSSA DARMI PRESSIONE ASSOLUTA NELLA CONDOTTA > 0 ⇒ IL FLUIDO NON SI PUÒ MUOVERE.

IN QUESTO CASO SERVIREBBE UNA POMPA CHE AUMENTI IL CARICO:

SE ALZO IL CARICO → ALZO ANCHE LE PIEZOMETRICHE E IL DEFLUSSO PUÒ AVVENIRE.

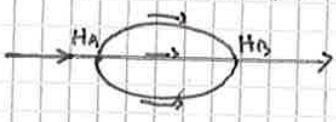
QUINDI: NO DEFLUSSO - $Q = 0$

NB: SOLAMENTE QUANDO ABBIAMO QUOTE PARTICOLARMENTE ELEVATE NELLA CONDOTTA CI POSSONO ESSERE QUESTI PROBLEMI CHE RIDUCONO LA PORTATA MA DI NORMA IL FUNZIONAMENTO È REGOLARE.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 216

3) CONDOTTE IN PARALLELO $(H_i = H_A \; ; H_F = H_B)$ $\left[Q = \Sigma Q_i = \sqrt{H_A - H_B} \cdot \left(\Sigma_i \frac{1}{\sqrt{K_i}} \right) \right]$

ANALOGIA CON ELETTROTECNICA:



TUTTE LE CONDOTTE HANNO STESSO $H_i = H_A$ E STESSO $H_F = H_B$

$$H_A - H_B = J_i L_i = \beta \frac{Q_i^2}{D_i^m} L_i = K_i Q_i^2 \quad , \quad K_i = \frac{\beta L_i}{D_i^m}$$

NB: IN PARTICOLARE LE PORTATE NON SONO UGUALI MA SI VANNO A RIPARTIRE SECONDO LE CARATTERISTICHE DELLE CONDOTTE.

$$Q_i = \sqrt{\frac{H_A - H_B}{K_i}} \propto \frac{1}{\sqrt{K_i}}$$

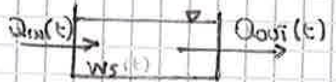
$$\rightarrow Q = \Sigma Q_i = \Sigma \sqrt{\frac{H_A - H_B}{K_i}} = \sqrt{H_A - H_B} \cdot \left(\Sigma \frac{1}{\sqrt{K_i}} \right)$$

$\frac{1}{\sqrt{K_i}}$: POSSIAMO VEDERLA COME UNA SPECIE DI RESISTENZA DELLA CONDOTTA.

SERBATOI: REGOLAZIONE PORTATE

QUALE VOLUME DEVO ASSEGNARE AL SERBATOIO IN MODO DA REGOLARE LA PORTATA?

DIMENSIONAMENTO SERBATOI: ACCUMULO FLUIDO (IN ECCESSO) QUANDO NON SERVE E LO RILASCIO QUANDO LA RICHIESTA E' IN ECCESSO.



Q_{IN} E Q_{OUT} FUNZIONI DEL TEMPO. (SE Q_{IN} E $Q_{OUT} = K$: NON HO PROBL.)

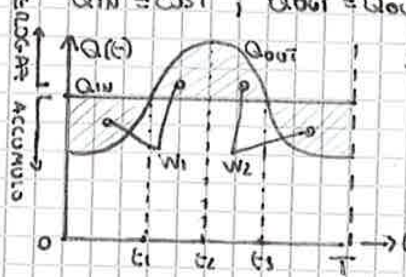
$\Rightarrow$ IL W_S CAMBIERA' NEL TEMPO.

DEFINISCO:

CAPACITA' DI COMPENSO = VOLUME MINIMO (W_S) CHE IL SERBATOIO DEVE AVERE IN MODO DA POTER EFFETTUARE LA REGOLAZIONE DELLE PORTATE.

ALIMENTAZIONE COSTANTE ($Q_{IN} = COST$)

$Q_{IN} = COST$, $Q_{OUT} = Q_{OUT}(t)$ (VOLUME NEL TEMPO)



LA REGOLAZIONE CONSISTE NEL "METTERE D'ACCORDO" QUESTE DUE LEGGI DI PORTATA, CHE HANNO UNA FINESTRA TEMPORALE SPECIFICA DI VARIAZIONE. NEL SENSO CHE T SARA' UN TEMPO CARATTERISTICO DI REGOLAZIONE TALE PER CUI, MEDIAMENTE, ALL'INTERNO DEL TEMPO DI REGOLAZIONE, IL VOLUME DI FLUIDO IN INGRESSO AL SERBATOIO E' PARI A QUELLO IN USCITA. (T PUO' ESSERE GIORNALIERO O PIU' BREVE/LUNGO)

NB: IN MEDIA CI DEVE ESSERE UN EQUILIBRIO → ALTRIMENTI IL SERBATOIO NON FUNZIONA PIU' CON LO SCOPO DI REGOLARE.

$\Rightarrow$ FACCIO LA MEDIA DI Q_{OUT} IN T : DEVE ESSERE UGUALE A Q_{IN}

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 216

MOTI DI FILTRAZIONE

E' UNA CATEGORIA DI MOTO DIVERSA DA QUELLE CHE ABBIAMO VISTO FIN'ORA.
SONO I MOTI CHE CONVERGONO ATTRAVERSO UN MATERIALE POROSO, IN CUI UNA PARTE DEL VOLUME TOTALE E' OCCUPATO DA UNA MATRICE SOLIDA E QUINDI SOLO UNA QUOTA DEL VOLUME COMPLESSIVO E' A DISPOSIZIONE PER IL MOTO DEL FLUIDO.

IN OGNI CASO IL MEZZO POROSO E' COSTITUITO DA UNA SERIE DI VUOTI CONNESSI TRA DI LORO IN MODO DA PERMETTERE IL MOVIMENTO DEL FLUIDO

CARATTERISTICHE DEL MEZZO POROSO:

1) POROSITA' = CONSIDERIAMO UN W_{TOT}. ALL'INTERNO DI QUESTO VOLUME POSSO DISTINGUERE UNA PARTE OCCUPATA DAI "GRANI" (W_S), CIOE' SOLIDA, E UNA PARTE OCCUPATA DAI PORI (W_{PORI}), CIOE' VUOTA E A DISPOSIZIONE DEL FLUIDO.
→ LA POROSITA' E' DATA DAL RAPPORTO: $\boxed{n = \frac{W_{PORI}}{W_{TOT}} < 1}$ DI SOLITO: $n \approx 30 \div 40\%$

2) PERMEABILITA': k [m^2] E' ESCLUSIVAMENTE UNA PROPRIETA' DEL MEZZO POROSO, CIOE' NON DIPENDE DAL TIPO DI FLUIDO CHE SI MUOVE ALL'INTERNO DEL MATERIALE FILTRANTE.
NB: MAGGIORE E' LA DIMENSIONE MEDIA DEI SINGOLI PORI MAGGIORE E' LA PERMEABILITA'

3) CONDUCIBILITA' K' [m/s] = CARATTERISTICA PER INDICARE IL PASSAGGIO DELLA PORTATA NEL MEZZO. DIPENDE DAL MEZZO POROSO (k) E DAL TIPO DI FLUIDO CHE SI MUOVE ALL'INTERNO DEI PORI (γ)

$$\boxed{K' = \frac{\gamma k}{\mu} = \frac{g k}{\nu}}$$

L'ESPRESSIONE PIU' IMPORTANTE QUANDO PARLIAMO DI MOTO DI FILTRAZIONE E':

LA LEGGE DI DARCY

E' UN'EQUAZIONE CHE CI PERMETTE DI COLLEGARE LE CARATTERISTICHE DEL MEZZO POROSO CON LA VELOCITA DI MOVIMENTO DEL FLUIDO:

(3D) $\boxed{\vec{v}' = -K' \cdot \text{grad}(h)}$ ESPRESSIONE GENERALE DELLA L. DI DARCY - MEZZI POROSI
IL VERSO E' QUELLO CHE VA DAI CARICHI PIU ALTI A QUELLI PIU BASSI

(1D) $\boxed{v' = -K' \cdot \frac{dh}{dx}}$

NB: QUESTA LEGGE E' VALIDA PER IL MOTO LAMINARE. (PERCHE' NEL MOTO TURBOLENTO SI HA DIPENDENZA DA v^2)

FORMULARIO

$1[atm] = 101325\,[Pa]$

1) $\boxed{\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{m}{V}}$ $\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$ — DENSITÀ / MASSA VOLUMICA $\rho = \rho(P,T)$ $[T\nearrow \rho\searrow]$

$(T: [0 \div 40°C] \to \Delta\rho \cong 0.8\%)$

$\rho_{ACQUA} \approx 1000\,[Kg/m^3]$; $\rho_{ARIA} = 1.225\,[Kg/m^3]$

2) $\boxed{\gamma = \rho \cdot g}$ $\left[\frac{Kg}{m^3}\right]\left[\frac{N}{Kg}\right] = \left[\frac{N}{m^3}\right] = \frac{[Pa]}{[m]}$ — PESO SPECIFICO

3) $\boxed{\frac{\Delta V}{V_i} = -\frac{1}{\varepsilon}\Delta P} \Leftrightarrow \boxed{\frac{dV}{V} = -\frac{1}{\varepsilon}dP}$ — COMPRIMIBILITÀ

$(T: [0 \div 40°C] \to \Delta\varepsilon \cong 10\%)$; ε = MODULO DI ELASTICITÀ A COMPRESSIONE CUBICA $[Pa]$; $\varepsilon = \varepsilon(T)$

$(\varepsilon_{H_2O} = 2.03 \cdot 10^9\,[Pa])$

4) $\boxed{Ma = \frac{u}{c}}$ — NUMERO DI MACH — SE $Ma \ll 1$ $(\Rightarrow c \gg u) \Rightarrow$ F. INCOMPRIMIBILE

$\boxed{u = \frac{L}{t}}$ VELOCITÀ CARATT. DEL PROBLEMA — $(\varepsilon_{GAS} = 10^5\,[Pa])$

$\boxed{c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}}$ VELOCITÀ DI PROP. DEL SUONO — $[\varepsilon = m\,P_{ASS}]$

5) $\boxed{\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\varepsilon}}$ — RELAZIONE TRA ρ E P — $[T_{ISOTERMA}: PV = K \Leftrightarrow P/\rho = K]$

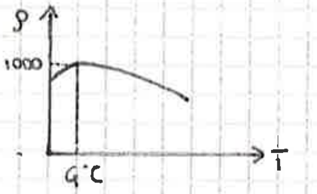
(POICHÉ $m = \rho V \Rightarrow dm = \rho dV + V d\rho = 0$ (PERCHÉ hp: F. INCOMPR.)

$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{\varepsilon}dP$)

6) $\boxed{\frac{P}{\gamma} = RT}$ — LEGGE DEI GAS — $\boxed{R = \frac{848}{\bar{M}}}$ = COSTANTE UNIVERSALE DEI GAS $\left(\bar{M} = \frac{m}{m}\right)$

7) $T: [0 \div 4°C]$: $T\nearrow \rho\nearrow$ — PROPRIETÀ DELL'ACQUA

$T: [4 \div 40°C]$: $T\nearrow \rho\searrow$ — (IN GENERALE $T\nearrow \rho\searrow$)



8) $\boxed{T = \Omega_i\, \mu \frac{\Delta u}{\Delta R}}$ — COPPIA DA IMPORRE PER MANTENERE (VISCOSIMETRO) IL CILINDRO INTERNO FISSO

$(\Omega_i = 2\pi R_i h_i$; $\Delta u = \omega_e R_e - \omega_i R_i$; $\Delta R = R_e - R_i)$

μ = VISCOSITÀ DINAMICA $\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$ $\mu = \mu(\text{FLUIDO}, T)$ $[T\nearrow \mu\searrow]_L$ $[T\nearrow \mu\nearrow]_G$ NB!

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ VISCOSITÀ CINEMATICA $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ $\mu_{ACQUA} \cong 10^{-3}\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$; $\mu_{ARIA} \cong 10^{-5}\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$

9) $\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dR}}$ — LEGGE DI NEWTON (PER FLUIDI NEWTONIANI)

10) $\boxed{\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \mu \cdot \dot{\gamma}^m}$ — SFORZO (PER FLUIDI NON NEWTONIANI) — $\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial y}$

$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$ VELOCITÀ DI DEF. ANGOLARE

DIPENDONO DAL t:
- τ DIMINUISCE NEL TEMPO $\to$ TIXOTROPICI
- τ AUMENTA NEL TEMPO $\to$ REOPETTICI

- $m = 1 \to$ FLUIDI NEWTONIANI
- $m > 1 \to$ F. DILATANTI
- $m < 1 \to$ F. PSEUDOPLASTI
- $\tau = \tau_0 + \mu\dot{\gamma} \to$ BINGHAM

FLUIDI ELASTOVISCOSI/VISCOE.

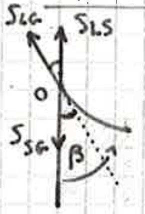
PIANO REOLOGICO

11) $\boxed{\dot{\varphi} = \frac{\tau}{\mu} + \frac{\dot{\tau}}{G}}$ — EQ. DI MAXWELL PER F. VISCOELASTICI

$(\varphi = \gamma)$

18) CAPILLARITÀ

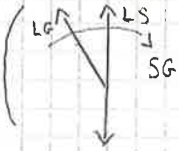
LA TENSIONE SUPERFICIALE È PRESENTE OGNI QUALVOLTA VI È UN "SALTO DI MATERIALE"



IN O AGISCONO TRE FORZE = FORZE PER UNITÀ DI LUNGHEZZA => TENSIONE SUP. (S)

↑) $S_{LS} + S_{LG}\cos\beta - S_{SG} = 0$

$$\boxed{\cos\beta = \frac{S_{SG} - S_{LS}}{S_{LG}}}$$

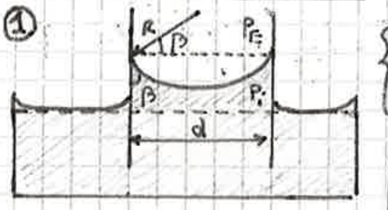


[PAV] LUCIA-GIOVANNI ; LUCIA SOBRERO ; SOBRERO GIOVANNI

1) VETRO-ACQUA-ARIA : $\cos\beta \cong 1$ => $\boxed{\beta \cong 0}$: IL LIQUIDO BAGNA ($\beta < 90°$) IL SOLIDO

2) VETRO-MERCURIO-ARIA: $\boxed{\beta \cong 135°}$: IL LIQUIDO NON BAGNA ($\beta > 90°$) IL SOLIDO

①



$$\begin{cases} d = 2R\cos\beta \\ \gamma h = \Delta P = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{S \cdot 2}{R} \end{cases} = \frac{2 S 2\cos\beta}{d}$$

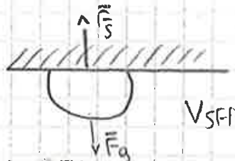
$\boxed{hd = 4\frac{S\cos\beta}{\gamma}}$ LEGGE DI BORELLI : IL LEGAME TRA L'ALTEZZA DEL FLUIDO RAGGIUNTA E IL DIAMETRO DEL TUBO È FUNZIONE SOLO DI CARATTERISTICHE DEL FLUIDO.

IL SOPRAELEVAMENTO O DEPRESSIONE h DOVUTO/A ALLA CAPILLARITÀ È INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL DIAMETRO DEL TUBO. (PIÙ IL TUBO È PICCOLO PIÙ IL LIQUIDO SALIRÀ)

LUNGHEZZA CAPILLARE

CONSIDERO UNA GOCCIA D'ACQUA APPESA AL SOFFITTO.

QUAL'È R_{MAX} AFFINCHÈ LA GOCCIA NON CADA?



$V_{SFERA} = \frac{4}{3}\pi R^3$

- $F_{GRAVITÀ} = F_g = \frac{2}{3}\pi R^3 \cdot \gamma$
- $F_{SUPERFICIE} = F_s = S \cdot \frac{2}{R} 2\pi R^2$ $\quad F = S \cdot P$ (P ~~N.2P~~, $P = 2\pi R$ PERIMETRO)

ALL'EQUILIBRIO $F_G = F_S$: $\frac{\cancel{2}}{3}\cancel{\pi} R^{\cancel{3}\,2}\gamma = S\frac{\cancel{2}}{\cancel{R}}2\cancel{\pi} R^{\cancel{2}}$

$\boxed{R = \sqrt{6(S/\gamma)} \cong 2.4\sqrt{S/\gamma}}$ = R_{MAX} AFFINCHÈ LA GOCCIA NON CADA

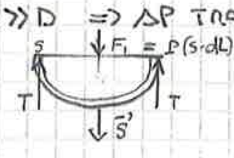
$\boxed{L_c = \sqrt{\frac{S}{\gamma}}}$ [m] LUNGHEZZA CAPILLARE $\left(L_{c_{H_2O}} = 2.6 \text{ [mm]} \rightarrow R_{MAX} \cong 6 \text{ mm}\right)$

19) FORMULA DI MARIOTTE

CONSIDERIAMO UN TUBO DI DIAMETRO d, SPESSORE S, LUNGHEZZA dL, COSTITUITO DI UN MATERIALE CON UN CERTO σ = CARICO DI SICUREZZA A TRAZIONE

→ AMMETTENDO CHE:

- LA PRESSIONE P = COST IN TUTTO IL FLUIDO (CIÒ È POSSIBILE PERCHÈ STO CONSIDERANDO $h \gg D$ => ΔP TRASCURABILE ($\vec{P} = 0$) NB!)
- S (SPESSORE) $< (D/50)$



$\vec{S}' = \vec{F_1}$, $F_1 = 2T = 2\sigma(S dL)$

$\sigma = \frac{T}{(S \cdot dL)}$ => $T = \sigma S dL$; $F_1 = P(d\, dL)$

=> $\boxed{2T = F_1}$ <=> $\boxed{2(\sigma S dL) = P d\, dL}$ => $\boxed{S = \frac{Pd}{2\sigma}}$ SPESSORE (F. MARIOTTE)

(RICORDA $S < \frac{D}{50}$)

2.2) TIPI DI MOVIMENTO (≠ REGIMI DI MOTO (LAMINARE - TURBOLENTO))

1) MOTO PERMANENTE = MOTO CARATTERIZZATO DA GRANDEZZE CINEMATICHE CHE NON DIPENDONO DAL TEMPO.

$\vec{u} = \vec{u}(x,y,z)$; $\boxed{\frac{\partial}{\partial t} = 0}$ $\left(\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (u = cost) \ ; \ A = \vec{u}\ \mathrm{grad}\,\vec{u} \right)$

2) MOTO VARIO = SI HA DIPENDENZA SIA SPAZIALE CHE TEMPORALE DEL CAMPO DI MOTO.

$\vec{u} = \vec{u}(x,y,z,t)$; $\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \neq 0}$ $\left(\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} \neq 0 \quad (u \neq cost) \ ; \ A = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}\ \mathrm{grad}\,\vec{u} \right)$

3) MOTO UNIFORME = NON C'È DIPENDENZA NÈ SPAZIALE NÈ TEMPORALE

(HO DIPENDENZA DALLO SPAZIO PER LE DIVERSE TRAIETTORIE, MA SULLA STESSA NO!)

$\vec{u} = \vec{u}$; $\boxed{\frac{\partial}{\partial t} = 0}$; $\boxed{\frac{\partial}{\partial s} = 0}$ $(J = cost)$

4) MOTO PIANO = MOTO IN CUI IL VETTORE $\vec{u}$ È OVUNQUE // A UN PIANO P, E I VETTORI VELOCITÀ DEI PUNTI SITUATI SU UNA STESSA PERPENDICOLARE AL PIANO P SONO TRA LORO UGUALI.

ASSUNTO L'ASSE z NORMALE AL PIANO P:

$$\begin{cases} u = u(x,y,t) \\ v = v(x,y,t) \\ w = 0 \end{cases}$$

HO SOLO DUE COMPONENTI ATTIVE

2.3) DEFINIZIONI VARIE

- COMPRIMIBILITÀ: VARIAZIONE DEL VOLUME DEL FLUIDO (QUINDI ANCHE DELLA DENSITÀ) AL VARIARE DELLA PRESSIONE ALLA QUALE È SOTTOPOSTO $\left(\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{\varepsilon} \Delta p \right)$

$\left(\text{FLUIDI INCOMPRIMIBILI}: \ dm = \rho dV + V d\rho = 0 \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\varepsilon} dp \right)$

- VISCOSITÀ = CAPACITÀ DI UN FLUIDO DI TRASPORTARE QUANTITÀ DI MOTO (TRASFERIRE SFORZI TANGENZIALI); INDICA LA RESISTENZA DI UN FLUIDO ALLO SCORRIMENTO)

$\left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$ μ = VISCOSITÀ DINAMICA $\left(\mu_{H_2O} \cong 10^{-3} \left[\frac{Ns}{m^2}\right] ; \ \mu_{ARIA} \cong 10^{-5} \left[\frac{Ns}{m^2}\right] \right)$ $[\tau \uparrow \mu \searrow]_L$; $[\tau \uparrow \mu \uparrow]_G$

$\left[\frac{m^2}{s}\right]$ ν = VISCOSITÀ CINEMATICA $(\rho = \mu/\nu)$ $\left[\text{LEGGE DI NEWTON}: \tau = \mu \frac{du}{dR} \right]$ vs $\left[\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \right]$

- TEOREMA DEL TETRAEDRO DI CAUCHY: OBIETTIVO: VALUTARE COME VARIANO GLI SFORZI UNITARI AL VARIARE DELLA GIACITURA

(// AL VETTORE VELOCITÀ $\vec{u}$)

- TRAIETTORIA = LUOGO DEI PUNTI OCCUPATI DA UNA PARTICELLA LUNGO IL MOTO. È IL RISULTATO DELL'EVOLUZIONE NEL TEMPO DEL MOTO DI UNA PARTICELLA: $\boxed{d\vec{x} = \vec{u}(x,y,z,t)\,dt}$

- LINEA DI CORRENTE = È UNA CURVA TANGENTE IN OGNI SUO PUNTO AL VETTORE VELOCITÀ È DEFINITA IN UN CERTO ISTANTE t_0: $\boxed{\frac{dx}{u(x,y,z,t_0)} = \frac{dy}{v(x,y,z,t_0)} = \frac{dz}{w(x,y,z,t_0)}}$

- CORRENTE = CAMPO DI MOTO IN CUI LE LINEE DI CORRENTE SONO PARALLELE TRA LORO

CORRENTE GRADUALMENTE VARIATA = CORRENTE IN CUI LE LINEE SONO QUASI RETTILINEE

26) EQUAZIONE DI CONTINUITÀ APPLICATA ALLE CORRENTI

- FLUSSO USCENTE − FLUSSO ENTRANTE $= \Big[\underbrace{\rho Q + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} ds}_{F_u} \underbrace{-\rho Q}_{F_E}\Big] dt$
- VARIAZIONE DI MASSA NEL VOLUME DI C $= \left[-\frac{\partial(\rho A)}{\partial t}\right] ds\, dt$ $\quad [A = \Omega]$

UGUAGLIANDO, OTTENIAMO:

$$\boxed{\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} = 0}$$ EQ. DI CONTINUITÀ PER LE CORRENTI

CASI SPECIFICI:

a) MOTO PERMANENTE $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right) \Rightarrow \frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} = 0 \Rightarrow Q = \text{cost}$

b) FLUIDO INCOMPRIMIBILE $(dm = 0;\ \rho = \text{cost}) \Rightarrow \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0$

CONDIZIONE IDEALE

- FLUIDO INCOMPRIMIBILE $(\rho = \text{cost}) \Rightarrow \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0$
- CONDOTTA INFINITAMENTE RIGIDA $= \frac{\delta A}{\partial t} = 0 \Rightarrow Q = \text{cost}$

27) TENSIONI TANGENZIALI NULLE $\tau = 0$

- IN IDROSTATICA $(u = 0)$
- FLUIDI PERFETTI $(\mu = 0)$

$$\Phi = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} = p \cdot I \qquad \Phi_m = \Phi \vec{m} = pI\vec{m} = p\vec{m}$$

28) DINAMICA DEI FLUIDI

$$\boxed{\rho(\vec{F} - \vec{A}) = \rho\left(\vec{F} - \frac{D\vec{u}}{Dt}\right) = \operatorname{div} \bar{\bar{\Phi}} = \nabla \bar{\bar{\Phi}}}$$ EQ. INDEFINITA DEL MOVIMENTO

- CASO FLUIDO PERFETTO $(\mu = 0)$

$$\boxed{\rho\left(\vec{F} - \frac{D\vec{u}}{Dt}\right) = \nabla p}$$ EQ. DI EULERO

- CASO FLUIDO VISCOSO $(\mu \neq 0)$

$$\boxed{\rho\left(\vec{F} - \frac{\Delta\vec{u}}{\Delta t}\right) = \operatorname{grad} p - \mu \nabla^2 \vec{u} - \frac{1}{3}\mu \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{u})}$$

EQ. DI NAVIER-STOKES
EQ. INDEFINITA DEL MOTO DI UN FLUIDO VISCOSO

B $$\boxed{\frac{d\vec{u}^*}{dt} + \vec{u}^* \nabla \vec{u}^* = -\nabla \vec{p}^* + Re^{-1} \nabla^2 \vec{u}^* - Fr^{-2} \nabla \vec{z}^*}$$

EQ DI NAVIER-STOKES IN FORMA ADIMENSIONALE

CON: $\boxed{Re = \frac{UL}{\nu}}$ $\quad \boxed{Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}}}$ (FROUDE) $\quad$ ($Re \ll 1$ → FLUIDI A LENTO SCORRIMENTO → TEORIA DELLA LUBRIFICAZIONE)

$(U \sim \vec{u};\ L/u \sim t;\ \rho U^2 \sim p)$

30) TEOREMA DI BERNOULLI

$$\boxed{z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = cost = H}$$ CARICO TOTALE (H)

"IL CARICO TOTALE (H) SI MANTIENE COSTANTE LUNGO OGNI TRAIETTORIA IN UN MOTO PERMANENTE DI UN FLUIDO PERFETTO, PESANTE, INCOMPRIMIBILE"

hp DEL T. DI BERNOULLI
1) SISTEMA CHIUSO
2) FLUIDO PERFETTO ($\mu = 0$) $\Rightarrow h = cost$
3) FLUIDO PESANTE ($\vec{F} = -g\,grad(z)$)
4) FLUIDO INCOMPRIMIBILE ($dm = 0$; $\rho = cost$)
5) MOTO PERMANENTE ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$; $u = cost$)

ESTENSIONE DEL T. DI BERNOULLI A UNA CORRENTE

$dP = \gamma H dQ$ $\quad P = \gamma H Q$

$$P = \int_Q \gamma H dQ = \int_\Omega \gamma H u d\Omega = \int_\Omega \gamma\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) u d\Omega = \gamma\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)Q + \gamma\int_\Omega \frac{u^3}{2g} d\Omega$$

→ POTENZA CINETICA (= CINEMATICA)

DEFINIAMO α = COEFFICIENTE DI RAGGUAGLIO PER LA POTENZA CINETICA (/COEFF. DI CORIOLIS α)

$$\boxed{\alpha = \frac{\gamma\int_\Omega \frac{u^3}{2g} d\Omega}{\gamma \frac{U^3}{2g}\cdot\Omega}}$$

U = u MEDIA

E' DEFINITO COME IL RAPPORTO TRA LA POTENZA CINETICA EFFETTIVA DELLA CORRENTE E LA POTENZA CINETICA DI UNA CORRENTE FITTIZIA DI PARI PORTATA MA AVENTE DISTRIBUZIONE UNIFORME DELLA VELOCITA' NELLA SEZIONE TRASVERSALE.

QUINDI:

$$P = \gamma\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)Q + \gamma\cdot\frac{\alpha U^2}{2g}Q = \gamma Q\left[z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha U^2}{2g}\right] = \gamma Q H$$

POTENZA MEDIA /ENERGIA SPECIFICA MEDIA

$$\boxed{z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha U^2}{2g} = H}$$

ESTENSIONE DEL T. DI BERNOULLI (A UNA CORRENTE)

U = VELOCITA' MEDIA ; α = COEFF. DI CORIOLIS

31) COEFFICIENTI DI CORIOLIS $\boxed{(\alpha - 1) = 3(\beta - 1)}$

- MOTO LAMINARE: $\alpha \cong 2$; $\beta \cong 4/3$ (ANDAMENTO PARABOLICO)
- MOTO TURBOLENTO: $\alpha \cong 1$; $\beta \cong 1$ (ANDAMENTO PIU' PIATTO) → (PROFILI PIATTI)

32) EXCURSUS SULLA PORTATA

$Q = \int_\Omega u d\Omega$ $\quad (u = k ; \Omega = k) \Rightarrow Q = u\Omega$

$$\begin{cases} Q = \frac{dV}{dt} \\ dV = -\Omega_0 dH \end{cases}$$

$Q = -\frac{dH}{dt}\Omega_0$ $\quad t = -\Omega_0\int \frac{1}{Q} dH$ (C.I.: $t=0$ $H = H_0$) TEMPO DI SVUOTAMENTO

$$\boxed{U_{EFF} = C_V u \quad \Omega_c = C_c\Omega \quad m = C_V C_c \quad (Q = m u \Omega)}$$

COEFF. DI RAGGUAGLIO

33) POMPE

$\boxed{P = \gamma\Delta H Q}$ POTENZA (TEORICA), ΔH PREVALENZA DELLA POMPA $\boxed{P_{VERA} = \frac{\gamma\Delta H Q}{\eta}}$

34) FOROMANIA: E' LO STUDIO DI PROCESSI DI EFFLUSSO DI LIQUIDI ATTRAVERSO FORI NELLE PARETI. UN FORO APERTO IN UNA PARETE O SUL FONDO SI DICE "LUCE". LA CORRENTE CHE HA ORIGINE DA UNA LUCE SI CHIAMA "GETTO" O "VENA LIQUIDA"

- LUCI A BATTENTE: TUTTO IL CONTORNO DELLA LUCE E' A CONTATTO CON IL LIQUIDO
- LUCI A STRAMAZZO: SOLO LA PARTE INFERIORE DELLA LUCE E' SOGGIACENTE AL PELO LIBERO E QUINDI BAGNATA DAL LIQUIDO EFFLUENTE.

39) ESTENSIONE DEL TEOREMA DI BERNOULLI AL MOTO VARIO $\left(\frac{\partial}{\partial t} \neq 0\right)$

$$\boxed{\frac{\partial H}{\partial s} = -\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}}$$

FISSO UN ISTANTE E CONSIDERO UNA LINEA DI CORRENTE (CONSIDERO COME TRAIETTORIA) INTEGRO LUNGO LA TRAIETTORIA S TRA 1,2:

$$H_2 - H_1 = -\frac{1}{g}\int_1^2 \frac{\partial u}{\partial t}\,\partial s$$

→ SE IL MOTO AVVIENE LUNGO UNA CONDOTTA CILINDRICA INDEFORMABILE:

$Q(s) = \text{cost}$ → $U(s) = \text{cost}$: QUINDI U NON DIPENDE DA S : ⇒ $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{dU}{dt}$

$$H_2 - H_1 = -\frac{s}{g}\frac{dU}{dt} = -\frac{L}{g}\frac{dU}{dt}$$

L = LUNGHEZZA DEL TRATTO 1-2

$$\boxed{H(s) = H_0 - \frac{s}{g}\frac{dU}{dt}}$$

H_0 = CARICO TOTALE NEL PUNTO CHE POSSIAMO ASSUMERE COME ORIGINE DELLE COORDINATE DELLA LINEA S

IL CARICO TOTALE, ISTANTE PER ISTANTE, VARIA LINEARMENTE CON S.

VARIAZIONE SULLA STESSA PARTICELLA

$$\begin{cases} \frac{DH}{Dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + u\frac{\partial H}{\partial s} \\ H = z + P/\gamma + u^2/2g \end{cases}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \underbrace{\cancel{\frac{\partial z}{\partial t}}}_{=0} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{u^2}{2g}\right)$$

LA CONDOTTA E' FISSA

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial P}{\partial t} + \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}\frac{u}{g}} + \cancel{u\frac{\partial H}{\partial s}}$$

$$\boxed{\frac{DH}{Dt} = \frac{1}{\gamma}\frac{\partial P}{\partial t}}$$

LA VARIAZIONE NEL TEMPO DELL'ENERGIA SPECIFICA (CARICO TOTALE) SUBITA DALLA PARTICELLA DIPENDE ESCLUSIVAMENTE DALLA VARIAZIONE LOCALE DELLA PRESSIONE.

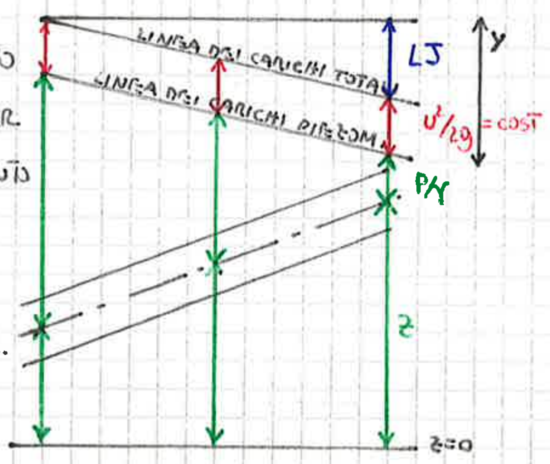
40) ESTENSIONE DEL TEOREMA DI BERNOULLI AI FLUIDI REALI $(\mu \neq 0)$

VISCOSITA' NEL FLUIDO DURANTE IL MOTO → SFORZI TANGENZIALI → DISSIPAZIONE DI EN. MECC (CALORE) → NO CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECC → CARICO TOTALE (H) NON COSTANTE

$$\boxed{J = -\frac{\partial H}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(z + \frac{P}{\gamma}\right)}$$

(/PENDENZA) CADENTE = ABBASSAMENTO DELLA LINEA DEI C. TOTALI PER UNITA' DI PERCORSO, COINCIDE ANCHE CON L'ABBASSAMENTO PER UNITA' DI PERCORSO NELLA LINEA PIEZOMETRICA.

IN GENERALE J RAPPRESENTA LA PERDITA DI ENERGIA SUBITA NELL'UNITA' DI PESO DEL LIQUIDO NELL'UNITA' DI PERC.



$$\boxed{H(s) = H_0 - \int_0^s J(s)\,ds}$$

BERNOULLI

$$\boxed{\underset{(\Delta y)}{y} = LJ + \frac{U^2}{2g}}$$

DISLIVELLO, LJ = QUANTO SI ABBASSA LA LINEA DEI CARICHI TOTALI $= \Delta H$

OLTRE ALLE PERDITE DI CARICO "CONTINUE" CI POSSONO ESSERE LUNGO TUTTA LA CONDOTTA ALTRE PERDITE DOVUTE A PARTICOLARITA' DELLA CONDOTTA = PERDITE LOCALIZZATE

$$\boxed{H(s) = H_0 - \int_0^s J\,ds - \varepsilon_i \lambda_i}$$

IN GENERALE:

(2) $\boxed{\tau = -\mu \frac{d\bar{u}}{dR} + \rho \overline{u'v'}}$

$-\mu \frac{d\bar{u}}{dR}$ CONTRIBUTO VISCOSO

$\rho \overline{u'v'}$ CONTRIBUTO TURBOLENTO

SULLA PARETE LATERALE NON SI HA MOTO TURBOLENTO PERCHE' v' E' NULLA SULLA PARETE ← STRATO LIMITE LAMIN.

SE MOTO LAMINARE: $\rho \overline{u'v'} = 0$
SULLE PARETI LAT.: $\rho \overline{u'v'} = 0$

[⇒ $u(R)$: METTENDO INSIEME (1) E (2)]

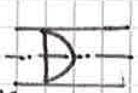
A) MOTO LAMINARE

$\boxed{u' = v' = 0}$ FLUTTUAZIONI NULLE ($\bar{u} = u$)

$$\boxed{u(R) = \frac{\gamma J}{4\mu}(R^2 - r^2)}$$

$$\boxed{u_{MAX}(R=0) = \frac{\gamma J}{4\mu} R^2}$$

IL PROFILO DI VELOCITA' RISULTA PARABOLICO



$\alpha = 2$ COEFF. DI RAGGUAGLIO DELLE P. CINETICHE

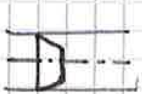
$\beta = \frac{4}{3}$ COEFF. PER FLUSSI DI QUANTITA' DI MOTO

$\boxed{u_{MEDIA} = \frac{u_{MAX}}{2}}$ SOLITAMENTE INTERESSA $u = u_{MEDIA}$!

B) MOTO TURBOLENTO

$$\boxed{u(R) = \frac{\gamma J}{4\mu}(R^2 - R) - \int_r^{D/2} \frac{\rho}{\mu} \overline{u'v'} \, dR}$$

IL PROFILO DI VELOCITA' RISULTA PIU' PIATTO ($\alpha = 1$; $\beta = 1$)



ALLA PARETE SI HA UN ANDAMENTO PRATICAMENTE LINEARE. USCITI DALLO STRATO LIMITE LAMINARE FINO A DOVE PREDOMINA LA TURBOLENZA C'E' UN PROFILO DI VELOCITA' LOGARITMICO E ALL'INTERNO UN PROFILO PRATICAMENTE PIATTO ⇒ L'ESTENSIONE DI QUESTE REGIONI DIPENDE DA QUANTO E' SVILUPPATA LA TURBOLENZA.

4.6) PERDITE DI CARICO

- PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE ($\Delta H_{(D)}$)

$$\boxed{\Delta H_{(D)} = JL}$$

- PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE ($\Delta H_{(L)}$)

$$\boxed{\Delta H_{(L)} = m \frac{U_V^2}{2g}}$$

U_V = VELOCITA' A VALLE DELL'OSTRUZIONE

DETERMINAZIONE DI m

- RACCORDO

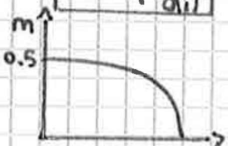
$\boxed{m=0} \Rightarrow \Delta H_{(L)} = 0 \cdot \frac{U_V^2}{2g} = 0$

- CASO

$\boxed{m=1} \Rightarrow \Delta H_{(L)} = 1 \cdot \frac{U_V^2}{2g}$

- BRUSCO RESTRINGIMENTO

$\boxed{m = f\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} \Rightarrow \Delta H_{(L)} = m \frac{U_V^2}{2g}$



$\frac{d_2}{d_1} \left(= \frac{d_V}{d_M}\right)$ V ~ A VALLE, M ~ A MONTE

SE $d_1 \gg d_2$: $\frac{d_2}{d_1} \to 0 \Rightarrow m = 0.5$

- BRUSCO ALLARGAMENTO

$m = \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1\right)^2 \Rightarrow \Delta H_{(L)} = m \cdot \frac{U_V^2}{2g}$

$\Delta H_{(L)} = \frac{(U_M - U_V)^2}{2g}$

GLI ALLARGAMENTI CREANO DELLE PERDITE MAGGIORI RISPETTO AI RESTRINGIMENTI (DISSIPANO PIU' ENERGIA)

FORMULE EMPIRICHE PER LE $\Delta H_{(D)}$

- LEGGE DI DARCY

$$\boxed{J = \frac{\beta Q^2}{d^m}}$$

β = COEFF. CHE TIENE CONTO DELLA SCABREZZA

$m = 5 \to \beta = f$ (SCABREZZA, DIAMETRO)

$m = 5.33 \to \beta = f$ (SCABREZZA)

- LEGGE DI CHEZY

$$\boxed{J = \frac{U^2}{C^2 R}}$$

R = RAGGIO IDRAULICO $\quad R = \frac{\Omega_{BASE}}{PERIMETRO}$

C = FATTORE CHE TIENE CONTO DELLA SCABREZZA

(PIU' C E' ALTO PIU' LA PARETE E' LISCIA)

PER DETERMINARE C: DUE LEGGI

- LEGGE DI STRIKLER

$$\boxed{C = K_S \cdot R^{1/6}}$$

R = RAGGIO IDRAULICO

K_S = FATTORE STRIKLER (LEGATO ALLA SCABREZZA)

- LEGGE DI MANNING

$$\boxed{C = \frac{1}{m} R^{1/6}}$$

$\left(\frac{1}{m} = K_S\right)$

(RICORDANDO LA LEGGE DI DARCY-WEISBACH

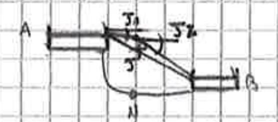
$$\boxed{J = \frac{\lambda U^2}{2gd}}$$
)

48) CASI PARTICOLARI

⊙ ALIMENTAZIONE DI SOCCORSO

IN CONDIZIONI DI EMERGENZA HO BISOGNO DI UNA PORTATA MAGGIORE A VALLE QUINDI AVRÒ UNA $J_2' > J$, CIOÈ DOVRÒ AVERE UNA PIEZOMETRICA PIÙ INCLINATA
DOBBIAMO MODIFICARE LA PIEZOMETRICA NON SOLO NEL TRATTO 2 MA ANCHE (E DI CONSEGUENZA) LA PIEZOMETRICA DEL TRATTO 1. NEL TRATTO 1 AVRÒ $J_1' < J$

TRATTO 1: $J_1' < J$
TRATTO 2: $\boxed{J_2' > J}$



(1 CONDOTTA → 2 CONDOTTE)

LA PORTATA CHE DEVO IMMETTERE PER FARE ARRIVARE TOT [l/s] A VALLE È:

$$\boxed{q = Q_2' - Q_1'}$$

⊙ SCARICO DI EMERGENZA

SITUAZIONE PER CUI, PER QUALCHE MOTIVO, È NECESSARIO SVUOTARE TUTTA LA PORTATA CHE PASSA NELLA CONDOTTA

SUL TRATTO 2 DEVO AVERE $\boxed{Q_2' = 0 \Rightarrow J_2' = 0}$

$\boxed{H_N \equiv H_B \quad E \quad J_1' > J_1}$

$\boxed{q = Q_1' > Q_1}$

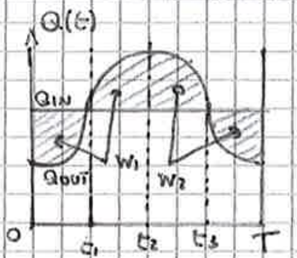
(2 CONDOTTE → 1 CONDOTTA)

49) SERBATOI: REGOLAZIONE PORTATE

DEFINIAMO:

CAPACITÀ DI COMPENSO = VOLUME MINIMO (W_S) CHE IL SERBATOIO DEVE AVERE IN MODO DA POTER EFFETTUARE LA REGOLAZIONE DELLE PORTATE

T SARÀ UN TEMPO CARATTERISTICO DI REGOLAZIONE TALE PER CUI, MEDIAMENTE, ALL'INTERNO DEL TEMPO DI REGOLAZIONE, IL VOLUME DI FLUIDO IN INGRESSO AL SERBATOIO È PARI A QUELLO IN USCITA.



Q_{IN} = COST
$Q_{OUT} = Q_{OUT}(t)$

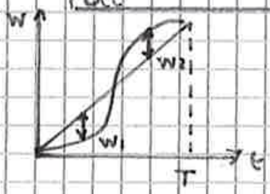
ACCUMULO W1
EROGO W1
EROGO W2
ACCUMULO W2

IN MEDIA CI DEVE ESSERE UN EQUILIBRIO → FACCIO LA MEDIA DI Q_{OUT} IN T E QUESTA DEVE ESSERE UGUALE A Q_{IN}.

$\boxed{W_S = W_1 + W_2}$ CAPACITÀ DI COMPENSO

W1 E W2 LI DETERMINO UTILIZZANDO L'EQ. DI CONTINUITÀ PER IL SERBATOIO:

$$\boxed{\frac{dW}{dt} = Q_{IN}(t) - Q_{OUT}(t)} \Rightarrow W(t) = \int_0^t Q_{IN}(t)\,dt - \int_0^t Q_{OUT}(t)\,dt$$



NOTA: L'ACCUMULO SARÀ LINEARE SE L'AUMENTO DI PORTATA (VOLUME) È COST.

IN OGNI CASO È FONDAMENTALE CHE:

$\boxed{t=0 \quad W_{IN} \geq W_2}$ IL VOLUME INIZIALE DEVE ESSERE ALMENO PARI A W_2 ALTRIMENTI IL SISTEMA NON FUNZIONA

23. PARADOSSO IDROSTATICO

24. CINEMATICA DEI FLUIDI (A. LAGRANGIANO, A. EULERIANO: TRAIETTORIA)

25. DERIVATA EULERIANA (APPLICATA ALLA VELOCITÀ)

26. TIPI DI MOVIMENTO

27. DEFINIZIONI VARIE (COMPRIMIBILITÀ, VISCOSITÀ, T. DEL T. DI CACHY, TRAIETTORIA, LINEA DI CORRENTE, CORRENTE, CORRENTE GRAD. VARIATA, TUBO DI FLUSSO, PORTATA, MOTO LAMINARE, MOTO TURBOLENTO)

28. EQUAZIONE DI CONTINUITÀ (+ CASI SPECIFICI) [C_1]

29. EQUAZIONE DI CONTINUITÀ APPLICATA ALLE CORRENTI (+ CASI SPECIFICI) [C_2]

30. DINAMICA DEI FLUIDI

EQ. INDEFINITA DELLA DINAMICA (FORMA VETT.; FORMA SCALARE) (1ª LEGGE DI NEWTON PER I FLUIDI)

- CASO FLUIDO PERFETTO
- CASO FLUIDO REALE

(EQ. DI NAVIER-STOKES)

(EQ. DI NAVIER-STOKES IN FORMA ADIMENSIONALE)

31. EQUAZIONE GLOBALE DELLA DINAMICA (2ª LEGGE DI NEWTON PER I FLUIDI)

32. TEOREMA DI BERNOULLI [B_1] (EQ. EULERO ... LUNGO S...)

33. PROCESSI DI EFFLUSSO - PORTATA

34. TUBO DI PITOT

35. INSTABILITÀ DI KELVIN-HELMOTZ

36. ESTENSIONE DEL T. DI BERNOULLI A UNA CORRENTE [B_2] ($dP = \gamma H dQ$: $P = \int \gamma H u d\Omega$ ...)

37. COEFFICIENTI DI CORIOLIS $(\alpha - 1) = 3(\beta - 1)$

38. TUBO CONVERGENTE ($Q = \ldots$)

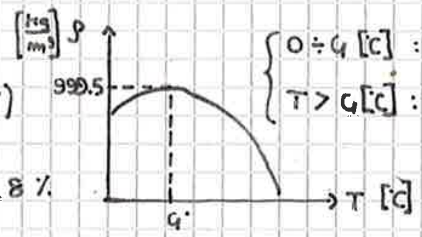
39. VENTURIMETRO

40. ESTENSIONE DEL T. DI BERNOULLI AL MOTO VARIO [B_3] (LUNGO S. .... $-\frac{1}{g}\frac{\partial q}{\partial t} \neq 0$)

41. ESTENSIONE DEL T. DI BERNOULLI AI FLUIDI REALI [B_4]

TEORIA

1. VARIE



$$\begin{cases} 0 \div 4\,[°C] : T\uparrow\ \rho\uparrow \\ T > 4\,[°C] : T\uparrow\ \rho\searrow \end{cases}$$

$\rho = \frac{m}{V} \quad \left(\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}\right) \left[\frac{Kg}{m^3}\right] \qquad \rho = f(P, T)$

$\rho_{H_2O} = 1000 \left[\frac{Kg}{m^3}\right] \qquad H_2O : (0 \div 40\,[°C]) : \Delta\rho_{H_2O} \approx 0.8\,\%$

$\rho_{ARIA} = 1.225 \left[\frac{Kg}{m^3}\right] \ ; \ \rho_{HG} = 13579 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$

$\gamma = \rho g = \left[\frac{Kg}{m^3}\right]\left[\frac{N}{Kg}\right] = \left[\frac{N}{m^3}\right] \qquad \gamma_{H_2O} = 9800 \left[\frac{N}{m^3}\right] ; \ \gamma_{ARIA} = 12 \left[\frac{N}{m^3}\right] ; \ \gamma_{HG} \cong 133300 \left[\frac{N}{m^3}\right]$

ε = MODULO DI ELASTICITÀ A COMPRESSIONE CUBICA [Pa] $\quad \varepsilon = f(\cancel{P}, T)$

$\varepsilon_{H_2O} = 2.03 \cdot 10^9$ [Pa] ; $\varepsilon_{GAS} = 10^5$ [Pa] $\qquad (0 \div 40\,[°C]) : \Delta\varepsilon \cong 10\,\%$

S = TENSIONE SUPERFICIALE [N/m]

$S = \frac{F}{L} \left[\frac{N}{m}\right] \qquad S_{H_2O} = 0.073 \left[\frac{N}{m}\right] ; \ S_{GAS} = 0.55 \left[\frac{N}{m}\right]$

1 [atm] = 101325 [Pa]

1 [bar] = 10^5 [Pa]

μ = VISCOSITÀ DINAMICA $[N \cdot s/m^2]$

$\mu_{H_2O} \cong 10^{-3} \left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right] ; \ \mu_{GAS} \cong 10^{-5} \left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right] \quad \begin{cases} \text{LIQUIDI} : T\uparrow\ \mu\searrow \\ \text{GAS} : T\uparrow\ \mu\uparrow \end{cases}$

ν = VISCOSITÀ CINEMATICA $[m^2/s]$

$\rho = \frac{\mu}{\nu} \implies \nu = \frac{\mu}{\rho} = \left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right] \cdot \left[\frac{m^3}{Kg}\right] = \left[\frac{\cancel{Kg} \cdot m \cdot s}{s^{\cancel{2}}\, m^2}\right]\left[\frac{m^3}{\cancel{Kg}}\right] = \left[\frac{m^2}{s}\right]$

SCALA INFERIORE $\nearrow$ LIQUIDO = 1 [μm]
$\searrow$ GAS = 10 [μm]

R_0 = COSTANTE UNIVERSALE DEI GAS $\left[\frac{J}{mol\,K}\right]$

$R_0 = 8{,}314 \left[\frac{J}{mol\,K}\right] = 8314 \left[\frac{J}{Kmol\,K}\right]$

$c_{p\,H_2O} = 4186.8 \left[\frac{J}{Kg\,K}\right]$ CAPACITÀ TERMICA DELL'ACQUA

2. GEOMETRIA

$P_C = 2\pi R$

$A_C = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$

$A_S = 4\pi R^2$

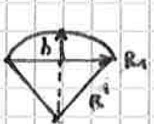
$V_S = \frac{4}{3}\pi R^3$

$A_{LAT\,CIL} = 2\pi R \cdot h$

$V_{CIL} = \pi R^2 \cdot h$

$V_{CONO} = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h$

$V_C = \frac{\pi h}{6}(3R_1^2 + h^2)$



$V_C = \pi h^2 \left(R' - \frac{h}{3}\right)$

$A_{FETTA} = \frac{1}{2}\alpha R^2 \quad \alpha$ [rad]

$2\pi R : 360 = L_{ARCO} : \alpha° \implies L_{ARCO} = \frac{2\pi R \alpha°}{360}$

$I_y = I_{y0} + x_G^2 \Omega$ (T. DI HUYGENS-STEINER)

$x_C = \frac{I_y}{M_S} = \frac{I_y}{x_G \Omega} = \frac{I_{y0}}{x_G \Omega} + x_G$ COORD. CENTRO DI SPINTA

I_y = MOMENTO D'INERZIA TOTALE RISPETTO A Y (LINEA DI SPONDA)

I_{y0} = MOMENTO D'INERZIA CENTRALE $[m^4]$

$I_{y0\,RETT.} = \frac{a \cdot b^3}{12}$

$I_{y0\,QUAD.} = \frac{\ell^4}{12}$

$I_{y0\,CERCHIO} = \frac{\pi R^4}{4}$

$I_{y0\,ELLISSE} = \frac{\pi a b^3}{4}$

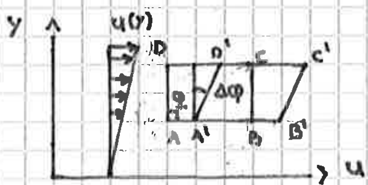
9. LEGGE DI NEWTON

$$\tau = \frac{T}{\Omega_i} = \mu \frac{\Delta u}{\Delta R} \quad \Delta R \to 0 \quad \tau = \mu \frac{du}{dR} = \mu \dot{\varphi}$$

NB: VALIDA PER F. NEWTONIANI

F. NEWTONIANI = QUELLI LA CUI VISCOSITA', ALMENO PER UNA DETERMINATA T, E' UNA COSTANTE CARATTERISTICA DEL FLUIDO INDIPENDENTE DAL MOVIMENTO E DALLA V. DI DEFORMAZIONE

LEGGE DEI GAS GENERALIZZATA



(DOPO Δt : $A \to A'$)

$$\tau = \mu \dot{\varphi}^m \qquad \dot{\varphi} = \frac{du}{dR} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

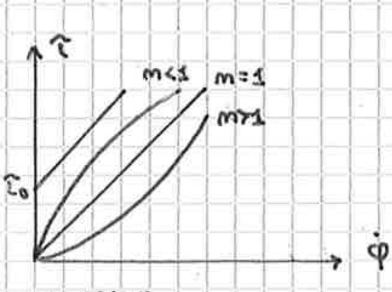
$$\begin{cases} \Delta\varphi = \varphi_0 - \left[\varphi_0 + \frac{\partial \varphi}{\partial t}\Delta t\right] = -\frac{\partial \varphi}{\partial t}\Delta t \\ \Delta\varphi = \frac{DD' - AA'}{AD} = \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\cancel{\Delta y}}{\cancel{\Delta y}}\Delta t = \frac{\partial u}{\partial y}\Delta t \end{cases}$$

$$\begin{cases} AA' = u_A \Delta t \\ DD' = \left[u_A + \frac{\partial u}{\partial y}\Delta y\right]\Delta t \\ AD = \Delta y \end{cases}$$

DIVERSE CLASSI DI FLUIDI:

$$\left.\begin{cases} \tau = \mu \dot{\varphi}^m & m > 1 & \text{DILATANTI} \\ \tau = \mu \dot{\varphi}^m & m < 1 & \text{PSEUDOPLASTI} \\ \tau = \varphi_0 + \mu \dot{\varphi}^m & & \text{BINGHAM} \end{cases}\right\}$$

F. VISCOELASTICI / ELASTOVISCOSI



I FLUIDI NON NEWTONIANI POSSIEDONO ALCUNE CARATTERISTICHE DEI SOLIDI E MOSTRANO UNA PARZIALE REVERSIBILITA' DELLE DEFORMAZIONI

SONO FLUIDI CHE DIPENDONO DAL TEMPO:

TIXOTROPICI : τ DIMINUISCE NEL TEMPO

REOPELTICI : τ AUMENTA NEL TEMPO

L'EQUAZIONE DI NEWTON DIVENTA:

$$\dot{\varphi} = \frac{\tau}{\mu} + \frac{\dot{\tau}}{u}$$

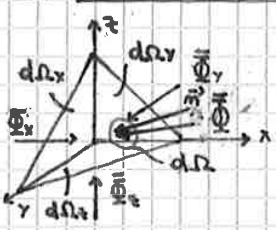
10. SFORZI NEI SISTEMI CONTINUI

$$d\vec{\pi} = \bar{\bar{\Phi}}\, d\Omega \;\to\; \vec{\pi} = \int \bar{\bar{\Phi}}\, d\Omega$$ SPINTA CHE AGISCE SU Ω ; $\vec{\bar{\Phi}} = \bar{\bar{\Phi}} \cdot \vec{m} = \vec{\bar{\Phi}}_m$

$$\bar{\bar{\Phi}} = \lim_{d\Omega \to 0} \frac{d\vec{\pi}}{d\Omega}$$ SFORZO UNITARIO $\quad \vec{\bar{\Phi}}_m$ COMPONENTI NORMALE E TANGENZIALE

COMPONENTE Tg NULLA IN STATICA E/O F. PERFETTO

11. TEOREMA DEL TETRAEDRO DI CAUCHY (OBB: VALUTARE COME VARIANO GLI SFORZI UNITARI AL VARIARE DELLA GIACITURA)



$$\vec{\bar{\Phi}}_m = \vec{\bar{\Phi}}_x \cos(\hat{mx}) + \vec{\bar{\Phi}}_y \cos(\hat{my}) + \vec{\bar{\Phi}}_z \cos(\hat{mz})$$

$$\begin{cases} m_x = \cos(\hat{mx}) & d\Omega_x = -d\Omega\, m_x = -d\Omega \cos(\hat{mx}) \\ m_y = \cos(\hat{my}) & d\Omega_y = -d\Omega\, m_y = -d\Omega \cos(\hat{my}) \\ m_z = \cos(\hat{mz}) & d\Omega_z = -d\Omega\, m_z = -d\Omega \cos(\hat{mz}) \end{cases}$$

$$\sum_j \vec{F}_j = m\vec{a} \;\Rightarrow\; +\vec{\bar{\Phi}}_m d\Omega + \vec{\bar{\Phi}}_x d\Omega_x + \vec{\bar{\Phi}}_y d\Omega_y + \vec{\bar{\Phi}}_z d\Omega_z + \gamma \cancel{dW} = \rho \cancel{dW} a$$

$$\vec{\bar{\Phi}}_m d\Omega - \vec{\bar{\Phi}}_x d\Omega \cos(\hat{mx}) - \vec{\bar{\Phi}}_y d\Omega \cos(\hat{my}) - \vec{\bar{\Phi}}_z d\Omega \cos(\hat{mz}) = 0 \quad \text{(CVD)}$$

13. STATICA DEI FLUIDI

⊙ EQ. GLOBALE

SUL SISTEMA AGISCONO:

FORZE DI MASSA: $\vec{P} = \int_W \rho \vec{F}\, dW \quad \vec{F} = -g\,\mathrm{grad}\,z\ ,\ \mathrm{grad}\,z = (0,0,1),\ |P| = \gamma W$

FORZE DI SUPERFICIE: $\vec{F_c} = \int_\Omega \bar{\bar{\Phi}}_m d\Omega \quad \bar{\bar{\Phi}}_m = \bar{\Phi}\vec{m} = p\bar{I}\vec{m}\ ,\ |F_c| = p\Omega$

$\vec{P} + \vec{F_c} = 0$

⊙ EQ. INDEFINITA

$$\int_W \rho\vec{F}\,dW + \int_\Omega \bar{\bar{\Phi}}_m d\Omega = 0$$

PER IL T. DI GAUSS: $\int_\Omega \bar{\bar{\Phi}}_m d\Omega = -\int_W \mathrm{grad}\,p\, dW\ ,\ \mathrm{grad}\,p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z}\right) = \nabla p$

$\rho\vec{F} = \mathrm{grad}\,p$

⊙ EQ. FONDAMENTALE (LEGGE DI STEVINO)

$\vec{F} = -g\,\mathrm{grad}\,z \quad ,\ \mathrm{grad}\,z = (0,0,1)$

$-\rho\,\mathrm{grad}(gz) - \mathrm{grad}\,p = 0 \qquad$ F. INCOMPRIMIBILE $\rho = \mathrm{cost}$

$\mathrm{grad}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = 0$

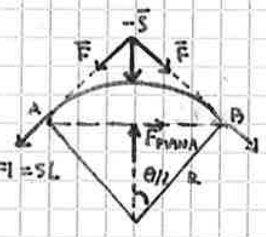
$z + \frac{p}{\gamma} = \mathrm{cost} = h \qquad$ LEGGE DI STEVINO

$\begin{cases} z = \text{QUOTA GEODETICA} \\ \frac{p}{\gamma} = \text{ALTEZZA PIEZOMETRICA} \end{cases} \qquad h = $ QUOTA/CARICO PIEZOMETRICA/O

APPLICAZIONI NOTEVOLI DELL'EQ. GLOBALE DELLA STATICA:

14. LEGGE DI LAPLACE

CILINDRO DI RAGGIO R CON GENERATRICI DI LUNGHEZZA L



$\vec{F}_{PIANA} - \vec{S} = 0$

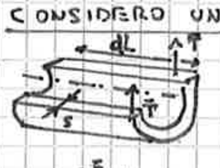
↑) $F_{PIANA} = S$

$\begin{cases} F_{PIANA} = \Delta P \cdot AB\,L = \Delta P \cdot 2R\sin\theta\, L \\ S = 2|F|\sin\theta = 2SL\sin\theta \end{cases} \qquad \Delta P\, \cancel{2}R\cancel{\sin\theta}\cancel{L} = \cancel{2}S\cancel{L}\cancel{\sin\theta}$

$\Rightarrow \Delta P = \frac{S}{R} \qquad$ GENERALIZZATA: PER UNA FORMA QUALUNQ. $\Delta P = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ LEGGE DI LAPLACE

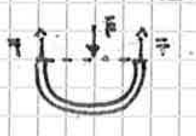
15. FORMULA DI MARIOTTE

CONSIDERO UN TUBO DI DIAMETRO d LUNGHEZZA dL E SPESSORE s



CARATTERIZZATO DA UN MATERIALE CON UN CERTO σ = CARICO DI SICUREZZA A TRAZ.

AMMETTENDO CHE:



- $p = \mathrm{cost}$ IN TUTTO IL FLUIDO $(h \gg d)$
- $s < (d/50)$

↑) $+2T - F = 0 \Rightarrow F = 2T$

$\begin{cases} T = \sigma\, s\, dL \\ F = p \cdot d\, dL \end{cases} \qquad F = 2T \Leftrightarrow p\,d\,\cancel{dL} = 2\sigma s\,\cancel{dL} \Rightarrow s = \frac{p\,d}{2\sigma}$ SPESSORE (F. MARIOTTE)

19. TENSIONE SUPERFICIALE

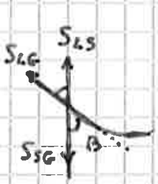
$S = \frac{F}{L} \left[\frac{N}{m}\right]$ ALL'INTERNO IL FLUIDO E' ISOTROPO

SULLA SUPERFICIE SI RIDISTRIBUISCONO GLI SFORZI E LA SUP. RISULTA TESA

$S_{H_2O} = 0.073 \left[\frac{N}{m}\right]$

$S_{GAS} = 0.55 \left[\frac{N}{m}\right]$

CONSIDERIAMO UN SISTEMA: SOLIDO - LIQUIDO - GAS



$\uparrow) + S_{LS} + S_{LG}\cos\beta - S_{SG} = 0$

$\cos\beta = \frac{S_{SG} - S_{LS}}{S_{LG}}$

QUESTE TRE TENSIONI SONO PROPRIETA' DELLA MATERIA QUINDI SONO NUMERI PREFISSATI

SISTEMA : VETRO - ACQUA - ARIA

$\cos\beta \cong 1 \Rightarrow \beta \cong 0$

SISTEMA : VETRO - MERCURIO - ARIA

$\beta \cong 135°$

SE $\beta < 90°$ IL FLUIDO BAGNA LA PARETE

(PREVALE L'ADESIONE)

SE $\beta > 90°$ IL FLUIDO NON BAGNA LA PARETE

(PREVALE LA COESIONE)

20. CAPILLARITA'

(S. VETRO - ACQUA - ARIA)

$$\begin{cases} d = 2R\cos\beta \\ \gamma h = \Delta P = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{S \cdot 2}{R} \end{cases}$$

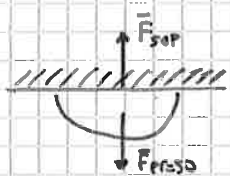
$hd = \frac{4S\cos\beta}{\gamma}$ LEGGE DI BORELLI (IL RAPPORTO hd E' FUNZIONE SOLO DI CARATTERISTICHE DEL FLUIDO)

IL SOPRAELEVAMENTO O DEPRESSIONE h E' INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL d :

d MINORE $\Rightarrow$ h MAGGIORE

(S. VETRO - MERCURIO - ARIA)

21. LUNGHEZZA CAPILLARE



$\uparrow) + F_{SUP} - F_{PESO} = 0$

$F_{SUP} = F_{PESO}$

CONSIDERIAMO UNA GOCCIA D'ACQUA APPESA AL SOFFITTO

QUAL E' IL R_{MAX} AFFINCHE' LA GOCCIA NON CADA ?

SU DI ESSA AGISCONO:

$$\begin{cases} F \text{ DI SUPERFICIE} = \Delta P \Omega = S\frac{2}{R} \cdot 2\pi R^2 \\ F \text{ PESO} = \gamma W = \gamma \frac{2}{3}\pi R^3 \end{cases}$$

$S 4\pi R = \gamma \frac{2}{3}\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{6\frac{S}{\gamma}} \cong 2.45\sqrt{\frac{S}{\gamma}} = R_{MAX}$

$\sqrt{\frac{S}{\gamma}} = L_c$ = LUNGHEZZA CAPILLARE

$\begin{pmatrix} S_{H_2O} = 0.073 \left[\frac{N}{m}\right] \\ \gamma_{H_2O} = 9800 \left[\frac{N}{m^3}\right] \end{pmatrix}$ $L_{c\,H_2O} = \sqrt{\frac{S_{H_2O}}{\gamma_{H_2O}}} = \sqrt{\frac{0.073}{9800}} \cong 2.73\,[mm] \Rightarrow R_{MAX} \cong 2.45 \cdot 2.73 \cong 6.7\,[mm]$

24. CINEMATICA DEI FLUIDI

APPROCCIO LAGRANGIANO

SI PONE L'OBIETTIVO DI STUDIARE IL COMPORTAMENTO CINEMATICO DEI FLUIDI PONENDO L'ATTENZIONE SULLE PARTICELLE: RICOSTRUISCE LE TRAIETTORIE DI OGNI SINGOLA PARTICELLA. LO SCOPO E' QUELLO DI SCRIVERE UNA SOLUZIONE DEL TIPO:

$$\begin{cases} x = x(x_0, y_0, z_0, t) \\ y = y(x_0, y_0, z_0, t) \\ z = z(x_0, y_0, z_0, t) \end{cases}$$

APPROCCIO EULERIANO

HA COME OBIETTIVO DESCRIVERE LA SOLUZIONE DEL CAMPO DI MOTO.

IL CAMPO DI MOTO DI UN FLUIDO E' COMPLETAMENTE DEFINITO QUANDO E' NOTA LA FUNZIONE: $\vec{v} = \vec{v}(x,y,z,t)$

OPPURE IL COMPLESSO DELLE TRE EQUAZIONI SCALARI EQUIVALENTI:

$$\begin{cases} u = u(x,y,z,t) \\ v = v(x,y,z,t) \\ w = w(x,y,z,t) \end{cases}$$

FISSATA UNA TERNA DI RIFERIMENTO DI ASSI x, y, z, NEL PUNTO GENERICO (x,y,z) ALL'ISTANTE t LE COMPONENTI DEL VETTORE VELOCITA' $\vec{u}$ SONO:

$$u = \frac{dx}{dt} \quad ; \quad v = \frac{dy}{dt} \quad ; \quad w = \frac{dz}{dt}$$

DEFINIAMO:

TRAIETTORIA = LINEA, LUOGO DEI PUNTI SUCCESSIVAMENTE OCCUPATI DALLE SINGOLE PARTICELLE FLUIDE IN MOTO

$$\begin{cases} dx = u(x,y,z,t)\,dt \\ dy = v(x,y,z,t)\,dt \\ dz = w(x,y,z,t)\,dt \\ \text{CONDIZIONI INIZIALI } (t=0) \\ x = x_0 \\ y = y_0 \\ z = z_0 \end{cases}$$

31. EQUAZIONE GLOBALE DELLA DINAMICA (F. PERFETTO ; F. REALE ; M. TURBOLENTO)

PARTIAMO DALL'EQ. INDEFINITA DELLA DINAMICA:

$$\rho(\vec{F}-\vec{A}) = \operatorname{div}\bar{\Phi}$$

INTEGRIAMO SUL VOLUME DI CONTROLLO W :

(W FISSO NELLO SPAZIO E DELIMITATO DALLA SUPERFICIE DI CONTORNO Ω)

$$\int_W \left[\rho(\vec{F}-\vec{A}) - \operatorname{div}\bar{\Phi}\right] dW$$

$$\underbrace{\int_W \rho\vec{F}\,dW}_{A} - \underbrace{\int_W \rho\frac{D\bar{u}}{Dt}\,dW}_{B} - \underbrace{\int_W \operatorname{div}\bar{\Phi}\,dW}_{C} = 0$$

(A) $\vec{P} = \int_W \rho\vec{F}\,dW$ RISULTANTE FORZE DI MASSA $|P| = \gamma W$

(C) $\int_W \operatorname{div}\bar{\Phi}\,dW \overset{\text{(T. DI GREEN)}}{=} -\int_\Omega \bar{\Phi}\,\bar{m}\,d\Omega \overset{\text{(T. DEL T. DI CAUCHY)}}{=} -\int_\Omega \bar{\Phi}_m\,d\Omega = \vec{\Pi}$ EFFETTO DI TUTTE LE SPINTE / SFORZI UNITARI AGENTI SULLA SUP. DI CONTROLLO Ω

(B) $\int_W \rho\frac{D\bar{u}}{Dt}\,dW$

$$\rho\frac{D\bar{u}}{Dt} = \rho\frac{\partial\bar{u}}{\partial t} + \rho u\frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \rho v\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \rho w\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} =$$

$$= \rho\frac{\partial\bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\bar{u})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w\bar{u})}{\partial z} - \bar{u}\overbrace{\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right]}^{\operatorname{div}(\rho\bar{u})} =$$

$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\bar{u}) = 0$ 1° FORMA DELL'EQ. DI CONTINUITA' $\operatorname{div}(\rho\bar{u}) = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$

$$= \rho\frac{\partial\bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\bar{u})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w\bar{u})}{\partial z} + \bar{u}\frac{\partial\rho}{\partial t} =$$

$$= \frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\bar{u}\times\bar{u})$$

QUINDI:

$$\int_W \rho\frac{D\bar{u}}{Dt}\,dW = \int_W \frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t}\,dW + \int_W \operatorname{div}(\rho\bar{u}\times\bar{u})\,dW$$

$$= \int_W \frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t}\,dW - \int_\Omega \rho\bar{u}\times\bar{u}\cdot\bar{m}\,d\Omega = \underbrace{\int_W \frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t}\,dW}_{\bar{I}} - \underbrace{\int_\Omega \rho\bar{u}\cdot v_m\,d\Omega}_{\bar{M}}$$

OTTENIAMO:

$$\int_W \rho\vec{F}\,dW + \int_\Omega \bar{\Phi}_m\,d\Omega + \int_\Omega \rho\bar{u}\cdot v_m\,d\Omega - \int_W \frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t}\,dW = 0$$

$\boxed{\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{M} = \bar{I}}$ EQ. GLOBALE (F. PERFETTO) :

EXCURSUS SU $\vec{M}$

$$\vec{M} = \vec{M}_E - \vec{M}_u = \int_\Omega \rho\bar{u}\,u_m\,d\Omega = \vec{m}\int_\Omega \rho u^2\,d\Omega = \vec{m}\frac{\int_\Omega \rho u^2\,d\Omega}{\rho_m U^2\Omega}\rho_m U^2\Omega = \vec{m}\,\beta\rho_m U Q$$

β = COEFF. DI CORIOLIS

U = V. MEDIA

$\boxed{\vec{P} + \bar{\Pi} + \bar{M} - \bar{T} = \bar{I}}$ EQ. GLOBALE (F. REALE)

AGGIUNGIAMO $\vec{T}$

$\vec{T} = \mu\int_\Omega \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{m}}\,d\Omega$ AZIONE DI TRASCINAMENTO

$\mu\int_\Omega \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{m}}\,d\Omega$ ⌊ INTEGRALE DELLE TENSIONI TANGENZIALI (NB)

$$\bar{T} = \underbrace{\mu\int_\Omega \frac{d\bar{u}}{d\bar{m}}\,d\Omega}_{\text{TERMINE LEGATO ALLA VISCOSITA' }(\mu)} - \underbrace{\int_\Omega \rho\overline{u'u'_m}\,d\Omega}_{\text{TERMINE LEGATO ALLA TURBOLENZA}}$$

34. TUBO DI PITOT

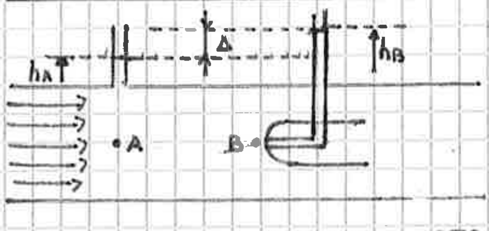
È UN DISPOSITIVO CHE SERVE A MISURARE <u>LA VELOCITÀ LOCALE NELLA CORRENTE FLUIDA</u>

CONSIDERO UNA CORRENTE CHE INVESTE UN OSTACOLO

$$\underbrace{z_A + \frac{p_A}{\gamma}}_{h_A} + \frac{u_A^2}{2g} = \underbrace{z_B + \frac{p_B}{\gamma}}_{h_B} + \underbrace{\cancel{\frac{u_B^2}{2g}}}_{=0} \quad (B = \text{PUNTO DI RISTAGNO})$$

$$u_A = \sqrt{2g(h_B - h_A)}$$

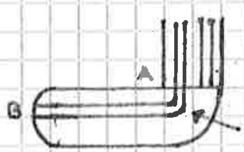
TRAMITE DUE PIEZOMETRI $\rightarrow h_A, h_B$



$\Delta = h_B - h_A$ DIFFERENZA TRA I DUE MENISCHI

$$u_A = \sqrt{2g(h_B - h_A)} = \sqrt{2g\Delta}$$

NELLA PRATICA I DUE PIEZOMETRI SI INGLOBANO IN UN UNICO APPARECCHIO: T. DI PITOT

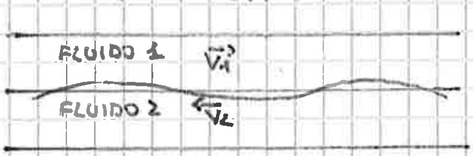


IL CAMBIO DI DIREZIONE GENERA PERDITE CHE SECONDO IL MODELLO DI PRANDLT ASSUMIAMO TRASCURABILI

35. INSTABILITÀ DI KELVIN-HELMOTZ

CONDIZIONI NECESSARIE AFFINCHÉ SI VERIFICHI INSTABILITÀ

- DUE FLUIDI IMMISCIBILI
- DIFFERENZA DI VELOCITÀ UNIFORME
- VELOCITÀ OPPOSTE



DUE FLUIDI IMMISCIBILI SONO IN MOTO RELATIVO CON $\vec{V}$ OPPOSTE

SE L'INTERFACCIA SUBISCE UNA PICCOLA PERTURBAZIONE $\rightarrow$ INSTABILITÀ:

PARTICELLE DI FLUIDO CHE ERANO A RIPOSO SI VENGONO A TROVARE NELLA REGIONE IN CUI REGNA UNA VELOCITÀ FINITA (E VICEVERSA)

QUESTO SCOMPENSO CREA UN'INSTABILITÀ;

LA PERTURBAZIONE CRESCE, LE PARTICELLE SI MESCOLANO TRA LORO FORMANDO DEI VORTICI FACENDO PERDERE DEFINITIVAMENTE LA CONFIGURAZIONE INIZIALE

SI CREANO DELLE ONDE.

SE $Q = \text{COST} \Rightarrow \Omega\nearrow\ u\searrow\ P\nearrow\ ;\ \Omega\searrow\ u\nearrow\ P\searrow$

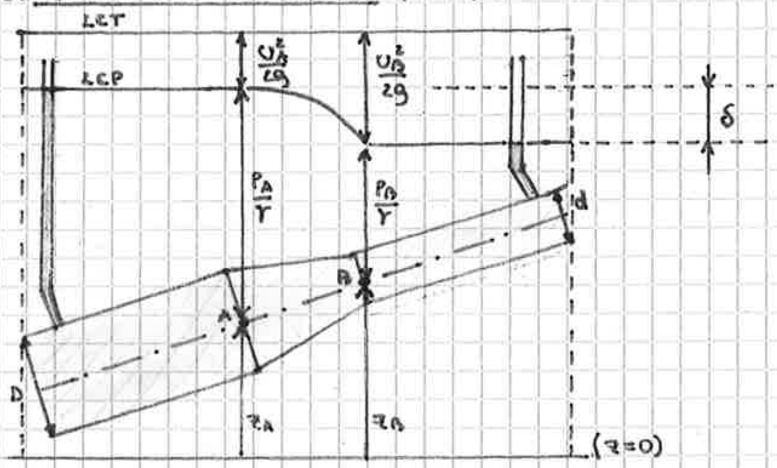
<u>STENOSI</u> = RESTRINGIMENTO ANOMALO DI UN VASO SANGUIGNO

$\Omega\searrow\ u\nearrow\ P\searrow$ (LA DIM. DI P TENDE A RIDURRE ULTERIORMENTE LA SEZIONE)

<u>ANEURISMO</u>: ALLARGAMENTO ANOMALO DI UN VASO SANGUIGNO

$\Omega\nearrow\ u\searrow\ P\nearrow$ (AUMENTO DI P FINO "ALL'ESPLOSIONE")

38. TUBO CONVERGENTE (→Q)



- APPLICO IL T. DI BERNOULLI

IL CARICO TOTALE SI MANTIENE COSTANTE: H = COST

$$\underbrace{z_A + \frac{p_A}{\gamma}}_{h_A} + \alpha\frac{U_A^2}{2g} = \underbrace{z_B + \frac{p_B}{\gamma}}_{h_B} + \alpha\frac{U_B^2}{2g}$$

- Q = COST ⇒ $Q_A = U_A\Omega_A = U_B\Omega_B = Q_B$

$$U_A = \frac{Q}{\Omega_A} \quad ; \quad U_B = \frac{Q}{\Omega_B}$$

- $\delta = h_A - h_B$ (DIFFERENZA DI QUOTA DEI MENISCHI DEI DUE PIEZOMETRI)

$$\Rightarrow h_A - h_B = \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_B^2} - \frac{1}{\Omega_A^2}\right) = \delta$$

$$Q = \sqrt{\frac{2g}{\alpha}\frac{\Omega_B^2\Omega_A^2}{\Omega_A^2 - \Omega_B^2}\delta} = \Omega_A\Omega_B \cdot \sqrt{\frac{2g\delta}{\alpha(\Omega_A^2 - \Omega_B^2)}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{\Omega_A\Omega_B}{\sqrt{\Omega_A^2 - \Omega_B^2}}\sqrt{2g\delta}$$

LO STESSO δ PUO' ESSERE RICAVATO DALL'INDICAZIONE DI UN MANOMETRO DIFFERENZIALE

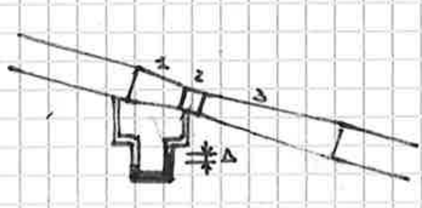
SE Δ E' IL DISLIVELLO TRA I MENISCHI DEL MANOMETRO DIFF.

$$\delta = \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}\cdot\Delta \qquad (\gamma_m > \gamma)$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{\Omega_A\Omega_B}{\sqrt{\Omega_A^2 - \Omega_B^2}}\sqrt{2g\left(\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}\right)\Delta}$$ FORMULA DEL TUBO CONVERGENTE

(QUESTO DISPOSITIVO CONSENTE DUNQUE DI DETERMINARE LA PORTATA DI UNA CORRENTE IN PRESSIONE A MEZZO DI UNA SEMPLICE LETTURA MANOMETRICA)

39. VENTURIMETRO



E' UNO STRUMENTO BASATO SUL PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO DEI TUBI CONVERGENTI : $Q = k\sqrt{\Delta}$

- TRATTO CONVERGENTE: BREVE → PERDITE PER ATTRITO MINORI
- TRONCO CILINDRICO: BREVE
- TRATTO DIVERGENTE: LUNGO → MINOR POSSIBILITA' DI DISTACCO DELLA VENA FLUIDA

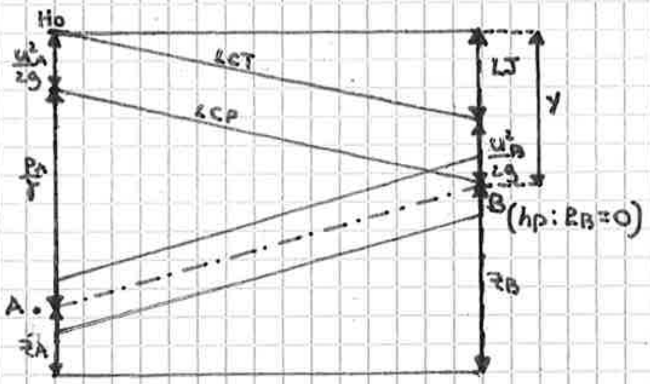
41. ESTENSIONE DEL T. DI BERNOULLI AI FLUIDI REALI [B4]

FLUIDO REALE : VISCOSITA' DEL FLUIDO DURANTE IL MOTO ($\mu \neq 0$)

→ SFORZI TANGENZIALI ($\tau \neq 0$) → DISSIPAZIONE DI ENERGIA MECCANICA (CALORE)

→ NO CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA MECCANICA → CARICO TOTALE (H) NON COSTANTE.

$J = -\frac{\partial H}{\partial S} = -\frac{\partial}{\partial S}\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)$ CADENTE (J) / PENDENZA MOTRICE



$LJ = \Delta H = \Delta h$ = ABBASSAMENTO DELLA LINEA DEI CARICHI TOTALI (J = ABBASSAMENTO DELLA LINEA DEI CARICHI TOTALI PER UNITA' DI PERCORSO) COINCIDE ANCHE CON L'ABBASSAMENTO DELLA LINEA DEI CARICHI PIEZOMETRICI (POICHE' NON STIAMO CONSIDERANDO IL MOTO COME MOTO VARIO)

$H(s) = H_0 - \int_0^s J(s)\,ds$ T. BERNOULLI APPLICATO AI FLUIDI REALI

E IN CASO DI PERDITE CONCENTRATE:

$H(s) = H_0 - \int_0^s J(s)\,ds - \Sigma_i \lambda_i$, λ_i = GENERICO ABBASSAMENTO DI LCT DOVUTA A UNA PERDITA LOCALIZZATA

DEFINIAMO:

$y = LJ + \frac{u^2}{2g}$ DISLIVELLO (TRA I DUE PELI LIBERI)

NB: L'INTERA ENERGIA POTENZIALE DISPONIBILE (H_0) SI TRASFORMA SOLO IN PARTE IN ENERGIA CINETICA, MENTRE LA RESTANTE VIENE DISSIPATA PER LE RESISTENZE INCONTRATE DALLA CORRENTE

9.3. MOTO TURBOLENTO

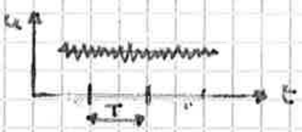
IN OGNI ISTANTE LA VELOCITA' INSTANTANEA E' DATA DALLA SOMMA DI UNA VELOCITA' MEDIA ($\bar{u}$) + UN TERMINE DI FLUTTUAZIONE (u')

$$u = \bar{u} + u'$$

BASTA UN PERIODO DI OSSERVAZIONE T PER INDIVIDUARE $\bar{u}$ [T ~ 1 sec]

$$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u\,dt \quad \text{VELOCITA' MEDIA}$$

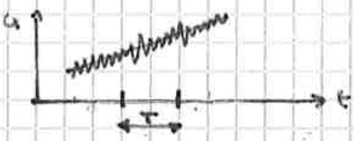
MOTO PERMANENTE



$$\frac{d\bar{u}}{dt} = 0$$

$$u = \text{cost} = \bar{u}$$

MOTO NON PERMANENTE



$$\frac{d\bar{u}}{dt} \neq 0$$

$$u \neq \text{cost} \Rightarrow \bar{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u\,dt$$

I VALORI DI VELOCITA' OLTRE CHE A CAMBIARE NEL TEMPO CAMBIANO ANCHE NELLO SPAZIO:

$$\begin{cases} u = \bar{u} + u' \\ v = \bar{v} + v' \\ w = \bar{w} + w' \end{cases}$$

A CAUSA DI QUESTE FLUTTUAZIONI ANCHE LA PRESSIONE PUO' ESSERE DESCRITTA:

$$p = \bar{p} + p'$$

LA MEDIA TEMPORALE DELLE FLUTTUAZIONI VALE ZERO: $\overline{u'} = 0$

(DIMOSTRAZIONE)

$$u' = u - \bar{u}$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T u'\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T (u - \bar{u})\,dt = \bar{u} - \frac{1}{T}\int_0^T \bar{u}\,dt = \bar{u} - \bar{u} = 0$$

PERO', LA MEDIA TEMPORALE DEL QUADRATO DELLE FLUTTUAZIONI E' DIVERSO DA ZERO: $\overline{u'^2} \neq 0$

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{T}\int u'^2\,dt > 0$$

DEFINIAMO ALLORA:

INTENSITA' DELLA TURBOLENZA:

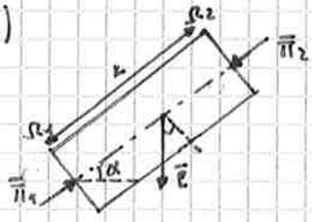
$$\begin{cases} I_u = \sqrt{\dfrac{\overline{u'^2}}{\bar{u}}} \\ I_v = \sqrt{\dfrac{\overline{v'^2}}{\bar{v}}} \\ I_w = \sqrt{\dfrac{\overline{w'^2}}{\bar{w}}} \end{cases}$$

44. CORRENTE IN MOTO UNIFORME – CONDOTTA CIRCOLARE

MOTO UNIFORME: $\partial/\partial t = 0$ $\partial/\partial s = 0$

CONSEGUENZE: $\bar{I} = 0$; $\bar{M} = 0$ (POICHE' $\bar{M}_E = \bar{M}_U$)

QUINDI:



$\bar{P} + \bar{\Pi} - \bar{T} = 0$ $\quad\quad \bar{T} = \bar{P} + \bar{\Pi}$

$$\begin{cases} \bar{P} = \int_W \rho \bar{F} \, dW = \gamma W \\ \bar{\Pi} = \int_\Omega \bar{\bar{\Phi}}_m \, d\Omega = p \bar{m} \Omega \end{cases}$$

$$T = \Pi_1 - \Pi_2 - P \sin\alpha = p_1\Omega_1 - p_2\Omega_2 - \gamma W \sin\alpha = p_1\Omega - p_2\Omega - \gamma L \Omega \sin\alpha =$$

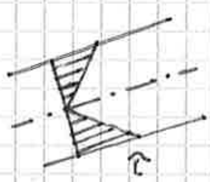
$$= \gamma\Omega \left[(z_1 - z_2) + \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \right] = \gamma\Omega\,(h_1 - h_2) = \gamma\Omega J L = \gamma J W$$

$\bar{T}$ IN UNA CORRENTE IN MOTO UNIFORME SI ESPLICA SOLO SULLA SUP. LATERALE Ω_{LAT}

$\bar{T}$ ESSENDO UNA FORZA SARA' DATA DAGLI SFORZI $\tau = T/\Omega_{LAT}$

$$\tau = \frac{T}{\Omega_{LAT}} = \frac{\gamma J W}{\Omega_{LAT}} = \frac{\gamma J L \Omega}{P L} = \frac{\gamma J \Omega}{P} = \frac{\gamma J A_{BASE}}{P} = \gamma J R \quad\quad R = \frac{A_{BASE}}{P} \quad \text{RAGGIO IDRAULICO}$$

VALUTAZIONE DI τ IN FUNZIONE DELLA DISTANZA DALL'ASSE



$$\tau = \gamma R J = \gamma \frac{A_{BASE}}{P} J = \gamma \frac{\pi R^2}{2\pi R} J = \frac{\gamma R J}{2} \Rightarrow \tau = \tau(R)$$

$$\begin{cases} R = 0 & \tau_{MIN} = 0 \\ R = R & \tau_{MAX} = \gamma \frac{R}{2} \cdot J \end{cases}$$

$$\tau = \frac{T}{\Omega_{LAT}} = \left(\mu \int_{\Omega_{LAT}} \frac{\partial \bar{\bar{u}}}{\partial m} d\Omega - \int_{\Omega_{LAT}} \rho \overline{\bar{u}' u'_m} \, d\Omega \right) \frac{1}{\Omega_{LAT}}$$

$$\tau = \left(\mu \frac{\partial \bar{\bar{u}}}{\partial m} \cancel{\Omega_{LAT}} - \rho \overline{\bar{u}' u'_m} \cancel{\Omega_{LAT}} \right) \frac{1}{\cancel{\Omega_{LAT}}}$$

τ E' IN DIREZIONE DELLE u QUINDI POSSO TOGLIERE IL SIMBOLO DI VETTORE A $\overline{\bar{u}' u'_m}$

INOLTRE u NON VARIA NE' NEL TEMPO NE' NELLO SPAZIO

$$\tau = \mu \frac{d\bar{u}}{dm} - \rho \overline{u' u'_m} = -\mu \frac{d\bar{u}}{dR} + \rho \overline{u' v'}$$

SULLA PARETE LATERALE NON SI HA MOTO TURBOLENTO PERCHE' V' (COMP. DELLA VELOCITA' $\perp$ AL MOTO E' NULLA SULLA PARETE.

$\Rightarrow$ CONTRO LA PARETE HO LA PRESENZA DI UNO STRATO (O SUBSTRATO) LIMITE LAMINARE QUINDI NON INFLUENZATO DAL MOTO TURBOLENTO

95. SCABREZZA (ε)

E' UN PARAMETRO CHE INFLUENZA LA DISSIPAZIONE DI ENERGIA ED ENTRA IN GIOCO QUANDO C'E' CONTATTO TRA PARETE E FLUIDO

DIPENDE DALLA GEOMETRIA DELLA PARETE E DALLA DIREZIONE DEL FLUIDO

SCABREZZA EQUIVALENTE (LEGATA ALLA QTÀ DI E. DISSIPATA)

ESPERIMENTI DI NIKURADSE.

NIKURADSE PRESE UNA PARETE ARTIFICIALE: OVVERO DISPOSE SU UNA PARETE DEI GRANI DI DIMENSIONE UNIFORME → SCABREZZA FITTIZIA ARTIFICIALE

FA L'ESPERIMENTO PIÙ VOLTE E TROVA:

UN LEGAME TRA SCABREZZA E DISSIPAZIONE DI ENERGIA

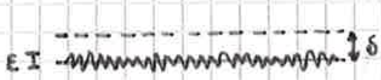
⇒ SCABREZZA EQUIVALENTE

SE HO UNA PARETE REALE CON SCABREZZA $\varepsilon = 0.5$ [mm], VUOL DIRE CHE LA PARETE REALE DISSIPA LA STESSA QUANTITÀ DI ENERGIA DI UNA PARETE ARTIFICIALE CON UNA SCABREZZA REGOLARE DI 0.5 [mm] (STESSO ΔH)

- LA SCABREZZA E' UN PARAMETRO TABULATO DAL FORNITORE TROVATA A SEGUITO DI PIÙ PROVE.
- TUTTE LE PARETI HANNO UN VALORE DI SCABREZZA NON NULLO; C'E', PERÒ, UN VALORE DI SCABREZZA SOTTO IL QUALE LA SCABREZZA NON COMPORTA "NESSUNA DISSIPAZIONE DI ENERGIA".

UNA PARETE PUÒ ESSERE:

LISCIA: $\varepsilon \ll \delta$



SCABRA: $\varepsilon > \delta$

δ INDIVIDUA IL SUBSTRATO LIMITE LAMINARE, CIOE' LA ZONA IN CUI NON HO EFFETTI TURBOLENTI

$\varepsilon \ll \delta$ = LE PARTICELLE DI FLUIDO RIESCONO A SEGUIRE LA PARETE SENZA DISTACCARSI DA ESSA.

$\varepsilon > \delta$ = DIETRO OGNUNA DELLE ASPERITÀ, CHE FUORIESCONO DAL SUBSTRATO LIMITE LAMINARE, SI CREANO DEI VORTICI (TURBOLENZE) ⇒ CIÒ FA SÌ CHE LE DISSIPAZIONI DI ENERGIA CRESCANO

IN GENERALE: QUALUNQUE PARETE PUÒ COMPORTARSI COME LISCIA O SCABRA A SECONDA DELLO SPESSORE DEL SUBSTRATO LIMITE LAMINARE δ

δ E' LEGATO ESSENZIALMENTE AL NUMERO DI REYNOLDS: ($Re \uparrow \delta \downarrow$)

27. DEFINIZIONI VARIE

- COMPRIMIBILITÀ: VARIAZIONE DEL VOLUME DEL FLUIDO (QUINDI ANCHE DI ρ) AL VARIARE DI P
- VISCOSITÀ: CAPACITÀ DI UN FLUIDO DI TRASPORTARE QTÀ DI MOTO = TRASFERIRE SFORZI TANGENZIALI; INDICA LA RESISTENZA DI UN FLUIDO ALLO SCORRIMENTO.
- T. DEL TETRAEDRO DI CAUCHY: OBB: VALUTARE COME VARIANO GLI SFORZI UNITARI AL VARIARE DELLA GIACITURA.
- TRAIETTORIA: LUOGO DEI PUNTI, // AL VETTORE $\vec{u}$, OCCUPATI DA UNA PARTICELLA LUNGO IL MOTO. È IL RISULTATO DELL'EVOLUZIONE NEL TEMPO DEL MOTO DI UNA PART.
- LINEA DI CORRENTE: È UNA CURVA TANGENTE IN OGNI SUO PUNTO AL VETTORE $\vec{u}$. È DEFINITA IN UN CERTO ISTANTE t_0.
- CORRENTE = CAMPO DI MOTO IN CUI LE LINEE DI CORRENTE SONO // TRA LORO
- CORRENTE GRADUALMENTE VARIATA = CORRENTE IN CUI LE LINEE DI CORRENTE SONO QUASI RETTILINEE.
- TUBO DI FLUSSO: SUPERFICIE TUBOLARE FORMATA DA UNA SERIE DI LINEE DI CORRENTE PASSANTI PER OGNI SINGOLO PUNTO DI UNA LINEA CHIUSA
- PORTATA: VOLUME DI FLUIDO PASSANTE ATTRAVERSO UNA SEZIONE DEL TUBO DI FLUSSO ($d\Omega$) NELL'UNITÀ DI TEMPO. $dQ = u_m d\Omega = \vec{u}\cdot\vec{m}\, d\Omega$

  $Q = \int_\Omega \vec{u}\,\vec{m}\, d\Omega$ SE LA SEZIONE È TRASVERSALE $Q = \int_\Omega u\, d\Omega = u\Omega$

  $Q = m u \Omega \quad m = C_v C_c \;,\; C_c = \frac{\pi}{\pi+2} \cong 0.61 \;;\; C_v = 0.99 \;,\; m = C_c \cdot C_v \cong 0.6$

TIPI DI REGIME:

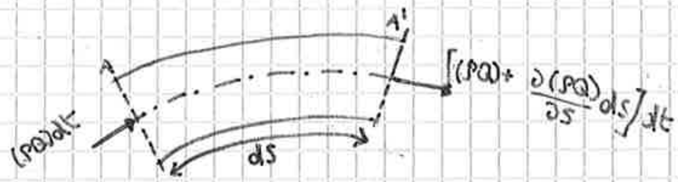
- MOTO LAMINARE:
  1. TUTTE LE PARTICELLE CHE PASSANO PER UN DETERMINATO PUNTO PERCORRONO POI LA MEDESIMA TRAIETTORIA SENZA MESCOLARSI AL FLUIDO CIRCOSTANTE.
  2. NON ESISTE COMPONENTE DI VELOCITÀ NORMALE ALLA TRAIETTORIA
  3. PERMETTE DI STABILIZZARE LE PERTURBAZIONI IN MODO GRADUALE LUNGO LA TRAIETTORI
  4. PERMETTE DI OTTENERE TERMINI FINITI DELLE INTEGRAZIONI DELLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL MOTO
- MOTO TURBOLENTO
  1. DIFFUSIONE DELLE PARTICELLE NELLA MASSA FLUIDA CIRCOSTANTE
  2. CONTINUO SCAMBIO DI MASSA DA ZONA A ZONA DEL CAMPO DI MOTO

  ABBIAMO DUE MOVIMENTI SOVRAPPOSTI:
  - TRASPORTO: SPOSTAMENTO D'INSIEME DELLA MASSA FLUIDA
  - AGITAZIONE: OSCILLAZIONE IRREGOLARE DEI CARATTERI DEL MOTO INTERNO AI VALORI MEDI DEL TRASPORTO.

TIPI DI MOTO:

MOTO VARIO, MOTO PERMANENTE, MOTO UNIFORME, MOTO PIANO

29. EQUAZIONE DI CONTINUITÀ APPLICATA ALLE CORRENTI



1. FLUSSO USCENTE - FLUSSO ENTRANTE: $\left[\frac{\partial(\rho Q)}{\partial s}\right]ds\,dt$

2. VARIAZIONE DI MASSA NEL VC: $\left[-\frac{\partial(\rho A)}{\partial t}\right]ds\,dt$

UGUAGLIANDO 1 E 2:

$$\left[\frac{\partial(\rho Q)}{\partial s}\right]\cancel{ds\,dt}=\left[-\frac{\partial(\rho A)}{\partial t}\right]\cancel{ds\,dt}$$

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial s}+\frac{\partial(\rho A)}{\partial t}=0$$ EQ. DI CONTINUITÀ PER LE CORRENTI

CASI SPECIFICI:

a) F. INCOMPRIMIBILE ($\rho=\text{cost} \iff$ NO DIPENDENZA SPAZIALE NÉ TEMPORALE $\frac{D\rho}{Dt}=0$)

$$\frac{\partial Q}{\partial s}+\frac{\partial A}{\partial t}=0$$

b) MOTO PERMANENTE ($\partial/\partial t=0$)

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial s}=0$$

CONDIZIONE IDEALE: $\Rightarrow Q=\text{cost}$

- F. INCOMPRIMIBILE ($\rho=\text{cost}$)
- CONDOTTA INFINITAMENTE RIGIDA ($\partial A/\partial t=0$)

PER UN GENERICO PROCESSO DI MOTO ABBIAMO:

x3: EQ. INDEF. DELLA D.: $\rho(\vec F-\vec A)=\text{div}\,\bar{\bar\Phi}$

x1: EQ. DI CONTINUITÀ: $\frac{\Delta\rho}{\Delta t}+\rho\,\text{div}\,\vec u=0$

x1: EQ. DI STATO: $f(\rho,p,T)=0$

NEL COMPLESSO ABBIAMO 10 VARIABILI:

$(u,v,w,\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z,\tau_{xy},\tau_{xz},\tau_{yz},\rho)$

30. DINAMICA DEI FLUIDI

EQUAZIONE INDEFINITA DELLA DINAMICA (ESPRIME IL PRINCIPIO DI CONS. DELLA Q.TÀ DI MOTO)

CONSIDERANDO UN CUBETTO DI LATI dx, dy, dz (CON UNA CERTA $\vec u, \vec A, \rho$)

1ª EQ. DELLA DINAMICA: $d\vec R=dm\,\vec A$

$d\vec R$: FORZE DI MASSA: $\rho\vec F\,dx\,dy\,dz$; FORZE DI SUP: $\bar{\bar\Phi}\,d\Omega$

$$d\vec R=\rho\vec F\,dx\,dy\,dz+\left[\bar\Phi_x-\left(\bar\Phi_x+\frac{\partial\bar\Phi_x}{\partial x}dx\right)\right]dy\,dz+\left[\bar\Phi_y-\left(\bar\Phi_y+\frac{\partial\bar\Phi_y}{\partial y}dy\right)\right]dx\,dz+\left[\bar\Phi_z-\left(\bar\Phi_z+\frac{\partial\bar\Phi_z}{\partial z}dz\right)\right]dx\,dy$$

$$=\left[\rho\vec F-\left(\frac{\partial\bar\Phi_x}{\partial x}+\frac{\partial\bar\Phi_y}{\partial y}+\frac{\partial\bar\Phi_z}{\partial z}\right)\right]dx\,dy\,dz=\rho\,dx\,dy\,dz\,\vec A$$

$$\rho(\vec F-\vec A)=\text{div}\,\bar{\bar\Phi}$$ EQ. INDEFINITA DELLA DINAMICA (IN FORMA VETTORIALE)

$\text{div}\,\bar{\bar\Phi}=\left(\frac{\partial\bar\Phi_x}{\partial x}+\frac{\partial\bar\Phi_y}{\partial y}+\frac{\partial\bar\Phi_z}{\partial z}\right)=\left\{\text{div}\bar\Phi_x,\text{div}\bar\Phi_y,\text{div}\bar\Phi_z\right\}$

$\bar{\bar\Phi}=\left\{\bar\Phi_x,\bar\Phi_y,\bar\Phi_z\right\};\ \bar\Phi_x=\left\{\bar\Phi_{xx},\bar\Phi_{yx},\bar\Phi_{zx}\right\}$

IN FORMA SCALARE DIVENTA:

$$\begin{cases}\left(\rho F_x-\frac{\Delta u}{\Delta t}\right)=\frac{\partial\bar\Phi_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\bar\Phi_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\bar\Phi_{zx}}{\partial z}\\ \left(\rho F_y-\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)=\frac{\partial\bar\Phi_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\bar\Phi_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial\bar\Phi_{zx}}{\partial z}\\ \left(\rho F_z-\frac{\Delta w}{\Delta t}\right)=\frac{\partial\bar\Phi_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\bar\Phi_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\bar\Phi_{zz}}{\partial z}\end{cases}$$

CASO FLUIDO PERFETTO: $\mu=0\Rightarrow\tau=0$

$\bar{\bar\Phi}$ RISULTA DIAGONALE $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=p$

$$\text{div}\,\bar{\bar\Phi}=\text{div}\begin{pmatrix}p&0&0\\0&p&0\\0&0&p\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\partial p/\partial x\\ \partial p/\partial y\\ \partial p/\partial z\end{pmatrix}=\text{grad}\,p$$

$$\rho(\vec F-\vec A)=\text{grad}\,p$$ EQ. DI EULERO

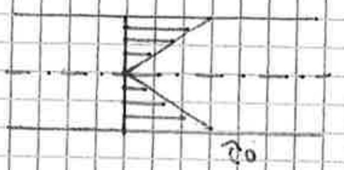
47. DISSIPAZIONI DISTRIBUITE (ΔH_d)

LE PERDITE NON AVVENGONO IN UN PUNTO PRECISO NELLA CONDOTTA MA SONO DISTRIBUITE LUNGO TUTTA LA LUNGHEZZA DELLA CONDOTTA PERCORSA DAL FLUIDO

$$\Delta H_d = J L$$

J MISURA LA QUANTITA' DI CARICO CHE VIENE DISSIPATA E VIENE DETTA "CADENTE" O "PENDENZA DEI CARICHI TOTALI"

LA LINEA DEI CARICHI TOTALI DIMINUISCE PERCHE' IL FLUIDO PERDE ENERGIA NELLA DIREZIONE DEL MOTO A SEGUITO DELL'ATTRITO DOVUTO AGLI SFORZI TANGENZIALI (τ)



ALLE PARETI: $\tau_0 = \tau_{max} = \gamma R J = \gamma \frac{D}{4} J$

MA COME CALCOLO J?

J E' ADIMENSIONALE $\rightarrow$ CONVIENE LAVORARE SU $\tau_0 = \gamma \frac{D}{4} J$

$\Rightarrow$ DEVO QUINDI TROVARE IL LEGAME TRA τ_0 (Q1) E LE ALTRE GRANDEZZE

$$\tau_0 = f(\underbrace{\rho, \mu}_{\text{PROPRIETA' DEL FLUIDO}}, \underbrace{u}_{\text{VELOCITA' MEDIA} \rightarrow \text{DEFINISCE IL MOTO DEL FLUIDO}}, \underbrace{D, \varepsilon}_{\text{CARATTERISTICHE DELLA CONDOTTA}})$$

- N = 6 GRANDEZZE IN GIOCO
- M = 3 GRANDEZZE DIMENS. INDIPENDENTI
- $\Pi = N - M = 3$ GRUPPI ADIMENSIONALI DA DETERMINARE

CON M SCELGO ρ, u, D

SE HO TRE GRUPPI ADIMENSIONALI, PER IL TEOREMA Π (BACKINGHAM)

$\Pi_1 = \varphi(\Pi_2, \Pi_3)$

- $\Pi_1 = \dfrac{\tau_0}{\rho^a u^b D^c}$ DEVO SCEGLIERE a, b, c IN MODO CHE Π_1 SIA ADIMENSIONALE

$$\frac{\left[\frac{N}{m^2}\right]}{\left[\frac{kg}{m^3}\right]\left[\frac{m}{s}\right][m]} = \frac{\left[\frac{kg\, m}{s^2\, m^2}\right]}{\left[\frac{kg}{m^3}\right]\left[\frac{m}{s}\right][m]} = \left[\frac{kg}{m s^2}\right]\left[\frac{m^3}{kg}\right]_a \left[\frac{s}{m}\right]_b^2 \left[\frac{1}{m}\right]_c^0 \Rightarrow a = 1;\ b = 2;\ c = 0$$

$$\Pi_1 = \frac{\tau_0}{\rho u^2}$$

- $$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho^a u^b D^c} = \frac{\left[\frac{N s}{m^2}\right]}{\left[\frac{kg}{m^3}\right]\left[\frac{m}{s}\right][m]} = \frac{\left[\frac{kg\, m\, s}{s^2\, m^2}\right]}{\left[\frac{kg}{m^3}\right]\left[\frac{m}{s}\right][m]} = \left[\frac{kg}{m s}\right]\left[\frac{m^3}{kg}\right]_a \left[\frac{s}{m}\right]_b \left[\frac{1}{m}\right]_c \Rightarrow a = 1;\ b = 1;\ c = 1$$

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho u D} = \frac{1}{Re}$$

48. DISSIPAZIONI CONCENTRATE (ΔH_c)

IN GENERALE:

$$\Delta H_c = m \frac{u_v^2}{2g}$$

$$\begin{cases} m = \text{COSTANTE CHE VARIA DA CASO A CASO} \\ u_v = \text{VELOCITA' A VALLE DELL'OSTRUZIONE} \end{cases}$$

- RACCORDO

$m = 0 \Rightarrow \Delta H_c = 0$

- CASO

$m = 1 \Rightarrow \Delta H_c = \frac{u_v^2}{2g}$

- BRUSCO ALLARGAMENTO

$m = \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1\right)^2 \Rightarrow \Delta H_c = \frac{(u_1 - u_v)^2}{2g}$

- BRUSCO RESTRINGIMENTO

$m = f\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$

$\frac{d_2}{d_1} \left(= \frac{d_v}{d_M} = \frac{d_2}{D_1}\right)$

SE $\frac{d_2}{d_1} \to 0 \Leftrightarrow d_1 \gg d_2$: $m = 0.5 \Rightarrow \Delta H_c = 0.5 \frac{u_v^2}{2g}$

- TRATTO CONVERGENTE

SE IL TRATTO CONICO E' LUNGO (ABBIAMO IL PROBLEMA DELL'ATTRITO) SI VERIFICA DIFFICILMENTE IL FENOMENO DI DISTACCO DELLA VENA FLUIDA $\Delta H_{c(P)} \approx 0$

- TRATTO DIVERGENTE
  - RACCORDATO

    $\Delta H_{c(P)} \approx 0$
  - NON RACCORDATO

    $\Delta H_{c(P)} = m \frac{u^2}{2g}$, $m = f\left(\frac{d_2}{d_1}, \alpha\right)$

CONSIDERAZIONI:

VARIAZIONI DI $d \longrightarrow$ VARIAZIONI DI u

LA VARIAZIONE DI u NON PUO' AVVENIRE INSTANTANEAMENTE IN QUANTO IL FLUIDO E' DOTATO D'INERZIA. LE AREE SUBITO A VALLE DEL CAMBIO DI d NON SONO VUOTE MA SONO COMUNQUE OCCUPATE DAL FLUIDO: QUESTO FLUIDO, ESSENDO A CONTATTO CON LA VENA FLUIDA PRINCIPALE CHE SI MUOVE, ANCH'ESSO ALLORA SI MUOVERA' GENERANDO VORTICI STAZIONARI STABILI IN QUELLA REGIONE.

QUESTI VORTICI DISSIPANO ENERGIA $\Rightarrow$ PERDITE CONCENTRATE.

BRUSCO ALLARGAMENTO = PERDITA DI SBOCCO

$u_2 < u_1 \Rightarrow h_2 > h_1$

TUTTE LE VOLTE CHE C'E' UN ALLARGAMENTO SI HA RECUPERO DEL CARICO PIEZOMETRICO.

NB: GLI ALLARGAMENTI CREANO DELLE PERDITE MAGGIORI RISPETTO AI RESTRINGIMENTI

BRUSCO RESTRINGIMENTO = PERDITA D'IMBOCCO

$u_2 > u_1 \Rightarrow h_2 < h_1$ TUTTE LE VOLTE CHE C'E' UN RESTRINGIMENTO E QUINDI UN AUMENTO DI u NE SEGUE UNA DIMINUZIONE DEL CARICO PIEZOMETRICO.

50. LUNGHE CONDOTTE

SE $\boxed{\frac{u^2}{2g} \leq 0.04\, JL}$ $\iff$ $\frac{\cancel{u^2}}{\cancel{2g}} \leq 0.04 \frac{\lambda \cancel{u^2}}{\cancel{2g}\, d} L$ $\Rightarrow$ $\boxed{L \geq \frac{d}{0.04\lambda}}$

ALLORA LA CONDOTTA E' DEFINITA LUNGA

$\Rightarrow$ SI TRASCURANO LE PERDITE DI CARICO CONCENTRATE (ΔH_c)

SEMPLIFICAZIONI

1) $\Delta H = H_{IN} - H_{FIN} = JL$

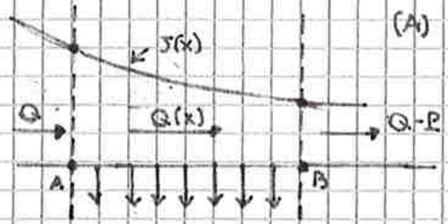
2) $H = h + \cancel{\frac{u^2}{2g}}$ $\Rightarrow$ $LCT \equiv LCP$

3) $J = \frac{\beta Q^2}{d^m}$ (UTILIZZIAMO F. EMPIRICHE PER CALCOLARE LA CADENTE J)

4) L'EROGAZIONE DEL FLUIDO NON ARRIVA SOLO DA UNA CONDOTTA
INFATTI, NELLA REALTA', L'EROGAZIONE AVVIENE IN MANIERA DISTRIBUITA, CIOE' Q NON E' COSTANTE ($Q \neq cost$ NELLA REALTA')
$\rightarrow$ TRAMITE UNO STRATAGEMMA TRASFORMIAMO L'EROGAZIONE DISTRIBUITA IN EROGAZIONE PUNTUALE IN MODO DA POTER SEMPLIFICARE A $Q = cost$
(PIU' UTENZE = EROGAZIONE DISTRIBUITA)

STRATAGEMMA

CONSIDERIAMO UNA LUNGA CONDOTTA, DUE PUNTI A E B, TRA I QUALI SONO PRESENTI PIU' UTENZE (EROGAZIONE DISTRIBUITA)



P = PRELIEVO DI PORTATA NEL TRATTO AB

$q = \frac{P}{L}$ PORTATA EROGATA PER UNITA' DI LUNGHEZZA

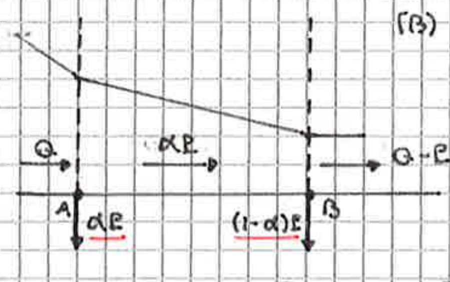
$Q(x) = Q - qx$

$J(x) = \frac{\beta Q^2(x)}{d^m}$

LA LINEA PIEZOMETRICA RISULTA UNA CURVA

$H_A - H_B = \int_0^L J(x)\,dx$ INTEGRALE DIFFICILE DA RISOLVERE

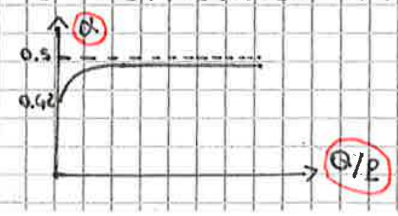
$\Rightarrow$ PASSIAMO A UNA SITUAZIONE EQUIVALENTE : IMMAGINO DI CONCENTRARE TUTTA LA PORTATA CEDUTA ALL'UTENZA (LUNGO L) NEI DUE NODI A E B



IN DEFINITIVA SI TRATTA DI SCEGLIERE UN α CHE MI DIA LO STESSO ΔH DEL CASO PRECEDENTE (A)

$\underset{(FITTIZIO)}{\Delta H(B)} = \underset{(REALE)}{\Delta H(A)}$ $\Rightarrow$ $H_A - H_B = JL = \frac{\beta (Q - \alpha P)^2}{d^m}$

LA LINEA PIEZOMETRICA RISULTA UNA RETTA



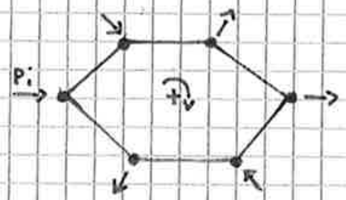
DEVO SCEGLIERE α OPPORTUNO

POICHE' $\alpha \rightarrow 0.5$ MOLTO "PRESTO", DI SOLITO SI PRENDE $\alpha = 0.5$

(ALTRIMENTI PER ESSERE PIU' PRECISI SI USA IL GRAFICO)

METODO DI HARDY-CROSS (PER VERIFICA DI UNA RETE A MAGLIA)

E' UN METODO SEMPLICE E ITERATIVO PER LA VERIFICA DI RETI A MAGLIA (PERCORSO CHIUSO)



- PRIMA COSA DA FARE: SCELGO DIREZIONE E VERSO DI Q_i
- DEVO SCEGLIERE UN VERSO DI PERCORRENZA CHE RAPPRESENTA VALORI DI PORTATA POSITIVI ($Q>0$)

PER ESEMPIO: SCELGO VERSO ORARIO: $Q>0$ SE CONCORDE, $Q<0$ SE DISCORDE

$$\Delta H = JL = \frac{\beta Q^2}{d^m} L = K Q^2$$

$$\boxed{H_i - H_{i+1} = K_i Q_i |Q_i|}$$

$$\boxed{\Sigma_i K_i Q_i |Q_i| = 0}$$

$$\begin{cases} H_1 - H_2 = K_1 Q_1 |Q_1| \\ H_2 - H_3 = K_2 Q_2 |Q_2| \\ \vdots \\ H_N - H_1 = K_N Q_N |Q_N| \\ \Sigma_i K_i Q_i |Q_i| = 0 \end{cases}$$

A QUESTO PUNTO DEVO IPOTIZZARE I VALORI DELLE PORTATE ($\overline{Q}_i$) NELLE CONDOTTE COERENTI CON L'EQ. DI CONTINUITA'

CIOE', PER ESEMPIO, DAL NODO 1 ENTRA $Q_1 = 100$ → DEVO ALLORA DISTRIBUIRE A DX E A SX

⇒ IN QUESTO MODO POSSO SCRIVERE LA Q_i COME:

$$\underset{\text{VERA}}{Q_i} = \underset{\text{APPROSSIMAZIONE}}{\overline{Q}_i} + \Delta Q \leftarrow \text{CORREZIONE}$$

<u>ΔQ RESTERA' L'UNICA INCOGNITA PERCHE' PER OGNI MAGLIA SI HA UNA SOLA CORREZ. ΔQ.</u>

RISULTA:

$\boxed{\Sigma_i K_i (\overline{Q}_i + \Delta Q)|\overline{Q}_i + \Delta Q| = 0}$ UNICA INCOGNITA E' ΔQ. $f(\overline{Q}_i + \Delta Q) = 0$

POSSO SEMPLIFICARE ANDANDO A LINEARIZZARE: SCRIVO:

$$f(\overline{Q}_i + \Delta Q) = 0 \xrightarrow{\text{SVILUPPO IN SERIE}} f(\overline{Q}_i) + \underbrace{f'(\overline{Q}_i)}_{\text{(DERIVATA)}} \Delta Q = 0$$

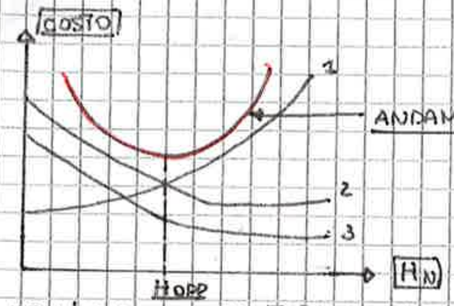
$$f(\overline{Q}_i) + f'(\overline{Q}_i)\Delta Q = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta Q = -\frac{f(\overline{Q}_i)}{f'(\overline{Q}_i)} = \frac{\Sigma K_i \overline{Q}_i |\overline{Q}_i|}{2 \cdot \Sigma K_i |\overline{Q}_i|}}$$

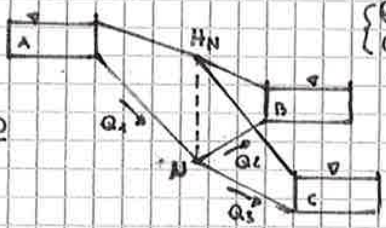
<u>E DA QUI TROVO:</u>

$$Q_i = \overline{Q}_i + \Delta Q$$

COSTO DI UNA CONDOTTA

IL CONCETTO FONDAMENTALE È CHE IL COSTO DI UNA CONDOTTA È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE AL DIAMETRO





$\begin{cases} R = 3 \\ m = 1 \end{cases}$ 4 INCOGNITE

Q_1, Q_2, Q_3, H_N

$H_N < H_B$ MAI!

NELL'ANDAMENTO TOTALE DEL COSTO È POSSIBILE INDIVIDUARE UN PUNTO DI MINIMO AL QUALE CORRISPONDE UN CERTO H_m E CERTI VALORI DI d_1, d_2, d_3 CHE MINIMIZZANO IL COSTO

IL COSTO CHE VOGLIAMO MINIMIZZARE PERÒ È:

LA PASSIVITÀ DELL'IMPIANTO (P_{IMP})

RAPPRESENTA LA SPESA CHE SI DEVE SOSTENERE IN UN CERTO PERIODO DI TEMPO (DI SOLITO ANNUALE) PER MANTENERE L'IMPIANTO FUNZIONANTE

$\left[\frac{€}{ANNO}\right]$ $\boxed{P_{TOT} = P_{IMP} + \underbrace{\cancel{P_{ENERGIA}}}_{=0}}$ hp: NO POMPAGGI

$\boxed{P_{IMP} = R \cdot C_{IMP}}$ PASSIVITÀ DELL'IMPIANTO

$R = 3\%$ ANNUO (SOLITAMENTE) TASSO ANNUO

$C_{IMP} = (\underbrace{k_0 + k_1 D^{\varepsilon}}_{\text{COSTO UNITARIO}}) L$ COSTO DELL'IMPIANTO

k_0 = COSTO FISSO

k_1 = COSTO VARIABILE IN FUNZIONE DEL D ($1 < \varepsilon < 2$)

EQUAZIONE DI MINIMO COSTO

- SI SCRIVE AI NODI (m)
- ⇒ m EQ. DI MINIMO COSTO

FACCIO: $\boxed{\frac{dP}{dH_N} = 0}$ SI OTTIENE: $\boxed{\sum_{IN} \frac{d_i^{m+\varepsilon}}{Q_i^2} = \sum_{OUT} \frac{d_i^{m+\varepsilon}}{Q_i^2}}$

SCRIVO m EQ. PER m NODI → IL SISTEMA RISULTERÀ DETERMINATO

NB: SISTEMA VALIDO PER RETI AD ALBERO E NON PER RETI A MAGLIE CHIUSE!

ESEMPIO:

$$\begin{cases} H_A - H_N = k_1 Q_1^2 \\ H_N - H_B = k_2 Q_2^2 \\ H_N - H_C = k_3 Q_3^2 \\ \frac{D_1^{m+\varepsilon}}{Q_1^2} = \frac{D_2^{m+\varepsilon}}{Q_2^2} + \frac{D_3^{m+\varepsilon}}{Q_3^2} \end{cases}$$

CASI PARTICOLARI

1) ALIMENTAZIONE DI SOCCORSO

IN CONDIZIONI NORMALI: $Q_2 = 20\ [l/s]$

IN CONDIZIONI DI EMERGENZA VOGLIAMO $\underline{Q_2' > Q_2}$ ESEMPIO $Q_2' = 30\ [l/s]$

$\boxed{Q_2' > Q_2} \Rightarrow \boxed{J_2' \uparrow}$

→ DEVO MODIFICARE LE PIEZOMETRICHE DEI TRATTI 1 E 2:

$$\begin{cases} \text{TRATTO 1: } J_1' < J_1 \rightarrow Q_1' < 20\ [l/s] \\ \text{TRATTO 2: } J_2' > J_2 \rightarrow Q_2' = 30\ [l/s] \end{cases}$$

- QUAL E' LA PORTATA (P) CHE DEVO AMMETTERE PER FAR ARRIVARE $30\ [l/s]$ IN B?

$\boxed{P = |Q_2' - Q_1'|}$

2) SCARICO DI EMERGENZA

VOGLIAMO/DOBBIAMO SVOTARE TUTTA LA PORTATA CHE PASSA NELLA CONDOTTA

$\boxed{Q_2' = 0} \Rightarrow \boxed{J_2' = 0} \Rightarrow \boxed{H_N = H_B}$

- QUAL E' LA PORTATA (P) CHE DEVO AMMETTERE AFFINCHE' $Q_2' = 0$ IN B?

$\boxed{P = |Q_2' - Q_1'| = Q_1'}$

3) CONDOTTE IN PARALLELO

NB: TUTTE LE CONDOTTE HANNO LO STESSO $\Delta H = H_i - H_f$ CON $H_i = H_A$ E $H_f = H_B$

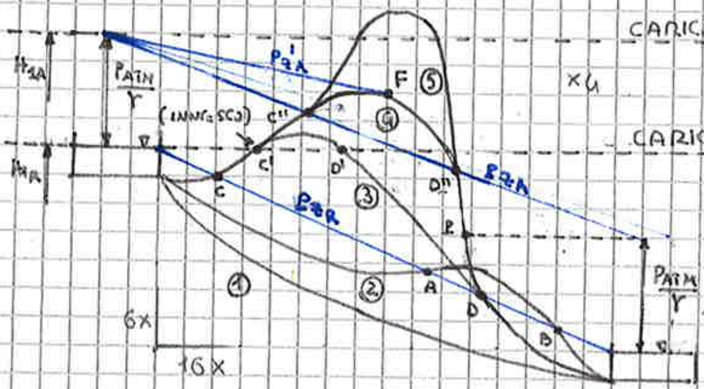
$\boxed{\Delta H_i = H_A - H_B = J_i L_i}$ $\quad \Delta H_i = J_i L_i = \dfrac{\beta Q_i^2}{D^m} L_i = k_i Q_i^2 \Rightarrow Q_i = \dfrac{1}{\sqrt{k_i}} \sqrt{\Delta H_i}$

$$\boxed{Q = \Sigma Q_i = \Sigma \sqrt{\frac{\Delta H_i}{k_i}} = \Sigma_i \left(\frac{1}{\sqrt{k_i}}\right) \sqrt{H_A - H_B}}$$

($\dfrac{1}{\sqrt{k_i}}$ POSSIAMO VEDERLA COME UNA SPECIE DI RESISTENZA DELLA CONDOTTA)

51. PROBLEMI ALTIMETRICI

IN CHE MODO LA QUOTA DI UNA CONDOTTA INFLUENZA LA PORTATA DELLA CONDOTTA STESSA?
QUANDO LA QUOTA RAGGIUNGE CERTI LIVELLI CRITICI ALLORA SI VA A INTERFERIRE CON IL FUNZIONAMENTO E IL MOVIMENTO DEL FLUIDO ALL'INTERNO.



IN QUESTI PROBLEMI ENTRANO IN GIOCO LE PASSOLUTE: QUINDI DEVO INDIVIDUARE LE PIEZOMETRICHE ASSOLUTE: $P_{zA} = P_{zR} + \frac{P_{ATM}}{\gamma}$

1) • FUNZIONAMENTO NORMALE: $\boxed{Q \longleftrightarrow \Delta H = \beta \frac{Q^2}{d^m} L}$

Q È INFLUENZATA SOLO DA ΔH (NON DALLA QUOTA DELLA CONDOTTA)

2) • LA CONDOTTA INTERSECA (P_{zR})

• FUNZIONAMENTO NORMALE IN TERMINI DI PORTATA: $\boxed{Q \longleftrightarrow \Delta H = \beta \frac{Q^2}{d^m} L}$

• TRATTO AB: SI TROVA IN DEPRESSIONE ($P_{REL} < 0$)

3) • LA CONDOTTA INTERSECA LA (P_{zR}) E IL (H_{R1})

• FUNZIONAMENTO NORMALE IN TERMINI DI PORTATA: $\boxed{Q \longleftrightarrow \Delta H = \beta \frac{Q^2}{d^m} L}$

• TRATTO CD: SI TROVA IN DEPRESSIONE ($P_{REL} < 0$)

• TRATTO C'D': LA CONDOTTA DEVE ESSERE INNESCATA, OVVERO DEVE ESSERE RIMOSSA L'ARIA IN MODO CHE IL FLUIDO RIESCA A SUPERARE C'.

- SENZA INNESCO IL CARICO NON È IN GRADO DI FAR SUPERARE C' AL LIQUIDO;
- UNA VOLTA CHE LA CONDOTTA È INNESCATA, QUINDI RIEMPITA DI LIQUIDO, IL MOTO PROSEGUE DA SOLO A POMPA SPENTA $\Rightarrow$ INNESCO = FASE INIZIALE.

4) • LA CONDOTTA INTERSECA LA (P_{zR}) IL (H_{R1}) E LA (P_{zA})

• TRATTO CD: SI TROVA IN DEPRESSIONE ($P_{REL} < 0$)

• NECESSITÀ DI INNESCARE LA CONDOTTA IN C'

• FUNZIONAMENTO NON NORMALE: PORTATA RIDOTTA: $\boxed{P'_{zA}: J' < J \Rightarrow Q' < Q}$

TRATTO C"D": AVREI ($P_{ASS} < 0$) IMPOSSIBILE: SUCCEDE CHE LA PIEZOMETRICA NON RISULTERÀ PIÙ P_{zA} MA (P'_{zA}); IN PRATICA: $\boxed{P_{ASS} = P_{REL} + P_{ATM} = 0 \quad P_{REL} = -P_{ATM}}$

• TRATTO FP: MOTO A CANALETTA: $P_{zA} \equiv$ CONDOTTA

SCHEDA 1

FORMULE

1) $\boxed{\frac{P_{ASS}}{\gamma} = RT}$; $\boxed{\gamma = \rho \cdot g} = \left[\frac{Kg}{m^3}\right]\left[\frac{N}{Kg}\right] = \left[\frac{N}{m^3}\right] = \frac{[Pa]}{[m]}$ $\quad \boxed{R = \frac{848}{PM}}$

2) $\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$ $\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$

3) $\boxed{\frac{\Delta V}{V_i} = -\frac{1}{\varepsilon}\Delta P}$

4) $\boxed{\varepsilon_{H2O} = 2.03 \cdot 10^9}$ $[Pa]$

5) T. ISOTERMA $\boxed{PV = cost} \iff \boxed{\frac{P}{\rho} = cost}$

6) $\varepsilon = m P_{ASS}$ $\|$ $\varepsilon = m P_{REL}$

7) $\boxed{P_{REL} = P_{ASS} - P_{ATM} = \Delta P}$

$\boxed{\Delta P = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$ LAPLACE $\quad S = \frac{F}{\ell} = \left[\frac{N}{m}\right]$ TENS. SUP.

DA SAPERE A MEMORIA:

$1\,[atm] = 101325\,[Pa]$

$1\,[bar] = 10^5\,[Pa]$

NEGLI ESERCIZI: $(\gamma_{HG} = 133300\ Kg/m^3)$ $(\rho \approx 13600)$

$\rho_{H2O} = 1000 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$; $\rho_{ARIA} = 1.225 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$; $\rho_{HG} = 13580 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$

$\varepsilon_{H2O} = 2.03 \cdot 10^{(+)9}\,[Pa]$; $\varepsilon_{GAS} \cong 10^5\,[Pa]$

$S_{H2O} = 0.073 \left[\frac{N}{m}\right]$; $S_{ARIA} = 0.55 \left[\frac{N}{m}\right]$ (TENSIONE SUPERF.)

$\mu_{H2O} \cong 10^{-3} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$; $\mu_{ARIA} \cong 10^{-5} \left[\frac{Ns}{m^2}\right]$

GEOMETRIA

$P_{CERCHIO} = 2\pi R$

$A_{CERCHIO} = \pi R^2$

$A_{SFERA} = 4\pi R^2$

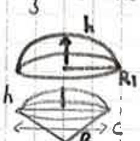
$V_{SFERA} = \frac{4}{3}\pi R^3$

$A_{LAT.CIL.} = 2\pi R \cdot h$

$V_{CILIND.} = \pi R^2 \cdot h$

$V_{CONO} = \pi R^2 \frac{h}{3} = \frac{1}{3} V_{CILINDRO}$

CALOTTA SFERICA



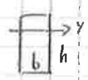
$\boxed{V_c = \frac{1}{6}\pi h \left(3R_i^2 + h^2\right)}$

OPPURE

$\boxed{V_c = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3}\right)} = \pi h \left(\frac{C^2}{8} + \frac{h^2}{6}\right)$

MOMENTI D'INERZIA CENTRALI

RETTANGOLO : $Y_0 = \frac{bh^3}{12}$



QUADRATO : $Y_0 = \frac{\ell^4}{12}$ $\quad [m^4]$

CERCHIO : $Y_0 = \frac{\pi R^4}{4}$

ELLISSE : $Y_0 = \frac{\pi a b^3}{4}$

NOTE

- $10000 \left[\frac{N}{m^2}\right] \begin{matrix} :10000 \\ :10000 \end{matrix} = 1 \left[\frac{N}{10^4 m^2}\right] = 1 \left[\frac{N}{cm^2}\right] \cdot \frac{1}{9.8} \cdot \left[\frac{Kg}{N}\right] = 0.102 \left[\frac{Kg}{cm^2}\right]$
- $1 \left[\frac{Kg}{cm^2}\right] \begin{matrix} \cdot 10^4 \\ \cdot 10^4 \end{matrix} = 10^4 \left[\frac{Kg}{10^4 cm^2}\right] = 10^4 \left[\frac{Kg}{m^2}\right] \cdot 9.8 \left[\frac{N}{Kg}\right] = 9800 \left[\frac{N}{m^2}\right]$
- AREA FETTA DI TORTA $= \frac{1}{2} R^2 \alpha$, CON α IN RAD $(360 : 2\pi = \alpha^\circ : \alpha^{\pi})$
- $\left[\frac{GIRI}{min}\right] \cdot \frac{2\pi}{60} = \left[\frac{Rad}{s}\right]$
- $\ell_{ARCO} = \frac{2\pi R \alpha}{360}$ (PERCHÉ: $360^\circ : 2\pi R = \alpha : x$)
- $\left[\frac{Km}{h}\right] \cdot \frac{1000}{3600} = \left[\frac{m}{s}\right]$

7) DATI

$d = 2\ mm = 0.002\ m$

$P_{REL} = ?$

LAPLACE

$$\boxed{P_{REL} = \Delta P = P_{ASS} - P_{ATM} = S\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} S_{H_2O} = 0.073\ [N/m] \\ S_{ARIA} = 0.55\ [N/m] \end{array}}$$

ESSENDO $S_{H_2O} = 0.073 \left[\frac{N}{m}\right]$

$$P_{REL} = \Delta P = S\left(\frac{2}{R}\right) = \frac{0.073 \cdot 2}{0.001} = 146\ [Pa] \Rightarrow (b)$$

8) DATI

$S' = \boxed{70\%\ (S_{H_2O})}$

$d = 7\ cm = 0.07\ m$

$P_{REL} = ?$

$$\boxed{S' = \frac{70 \cdot 0.073}{100} = 0.0511 \left[\frac{N}{m}\right]}$$

$$P_{REL} = \Delta P = S'\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = S' \cdot \frac{2}{R} = \frac{0.0511 \cdot 2}{0.035} = 2.92\ [Pa] \Rightarrow (c)$$

9) DATI

$R = \gamma = \left[\frac{N}{m^3}\right]$

$D = \ell = [m]$

$b = S = \left[\frac{N}{m}\right]$

QUALE ESPRESSIONE E' ADIMENSIONALE?

$\Rightarrow$ (d)

a) $\frac{bD^2}{R} = \left[\frac{\cancel{N}}{\cancel{m}}\right][m]^2\left[\frac{m^3}{\cancel{N}}\right] = [m]^4$

b) $\frac{RD}{b} = \left[\frac{N}{m^3}\right][m]\left[\frac{m}{N}\right] = [m]^{-1}$

c) $\frac{R^{1/3} \cdot b}{D}$

d) $\frac{RD^2}{b} = \left[\frac{\cancel{N}}{\cancel{m^3}}\right][\cancel{m}]^2\left[\frac{\cancel{m}}{\cancel{N}}\right]$

ADIMENSIONALE = SENZA DIMENSIONI

10) DATI

$V = v = \left[\frac{m}{s}\right]$

$\rho = \ell = [m]$

$\varsigma = S = \left[\frac{N}{m}\right]$

QUALI SONO LE DIMENSIONI DELL'ESPRESSIONE: $\frac{V \cdot \varsigma}{\rho}$?

$$\frac{V \cdot \varsigma}{\rho} = \left[\frac{\cancel{m}}{s}\right]\left[\frac{N}{\cancel{m}}\right]\frac{1}{[m]} = \left[\frac{kg\ \cancel{m}}{s^2}\right]\left[\frac{1}{s}\right]\left[\frac{1}{\cancel{m}}\right] = \frac{[kg]}{[s^3]} = \frac{M}{T^3}$$

$\Rightarrow$ (e)

ESERCIZI

1) DATI

$R_M = 5\ m$

$\rho_M = 60\%\ \rho_{ARIA}$

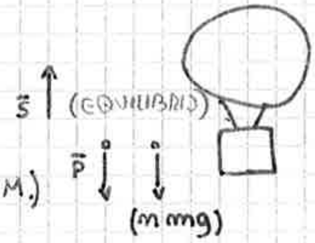
$m_{PASSEGGERI} = ?$

1) $\boxed{\vec{S} - \vec{P} - m(m\vec{g}) = 0}$

$\bullet\ \boxed{S = \gamma_{ARIA} W_M}$ (SPINTA ARCHIM.)

$\bullet\ \boxed{P = \gamma_M W_M}$

$\bullet\ \boxed{m(m \cdot g)}$ (hp: $m = 80\ Kg$)



$W_M = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} 3.14 \cdot 5^3 = 523.3 [m^3]$

$\gamma_{ARIA} = \rho_{ARIA} \cdot g = 1.225 \left[\frac{Kg}{m^3}\right] \cdot 9.8 \left[\frac{N}{Kg}\right] \cong 12 \left[\frac{N}{m^3}\right] = 12 [Pa]$

$\gamma_M = \rho_M \cdot g = 0.6\,\rho_{ARIA} \cdot g = 7.2 [Pa]$

$m = \frac{(S - P)}{m\vec{g}} = \frac{(\gamma_{ARIA} - \gamma_M) W_M}{mg} = \frac{(12-7) \cdot 523.3}{80 \cdot 9.8} = 3.3 \Rightarrow 3$ PASSEGGERI $\Rightarrow$ d

(OPPURE, PIÙ SEMPLICEMENTE,:

$m = \frac{(S - P)}{mg} = \frac{(\gamma_{ARIA} - \gamma_M) W_M}{mg} = \frac{(\rho_{ARIA} - \rho_M)\cancel{g} W_M}{m\cancel{g}} = \frac{(1 - 0.6)\rho_{ARIA} W_M}{m}$)

2) DATI NB: CUPOLA CEMENTATA SUL FONDO!

$R = 5\ m$

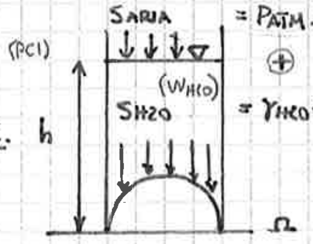
$h = 20\ m$

$S = ?$

$\boxed{S_{TOT} = S_{H_2O} + S_{ARIA}}$ RISULTANTE FORZE IDROSTATIC.

$\bullet\ S_{H_2O} = \gamma_{H_2O} W_{H_2O}$

$\bullet\ S_{ARIA} = P_{ATM} \cdot \Omega$



$S_{ARIA} = P_{ATM}\,\Omega$

$\oplus$

$S_{H_2O} = \gamma_{H_2O} \cdot W_{H_2O}$

$\gamma_{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot g = 1000 \left[\frac{Kg}{m^3}\right] \cdot 9.8 \left[\frac{N}{Kg}\right] = 9800 \left[\frac{N}{m^3}\right] = 9800 [Pa]$

$W_{H_2O} = \pi R^2 \cdot h - \frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi R^3 = \left(h - \frac{2}{3}R\right)\pi R^2 = \left(20 - \frac{2}{3} \cdot 5\right) \cdot 3.14 \cdot 5^2 = 1308.3 [m^3]$

$\rightarrow S_{H_2O} = \gamma_{H_2O} W_{H_2O} = 9800 [Pa] \cdot 1308.3 [m^3] = 12\,821\,666.7 [N]$

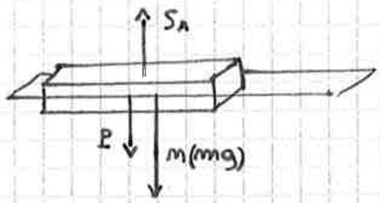
$P_{ATM} = 1 [atm] = 101325 [Pa]$

$\Omega = \pi R^2 = 3.14 \cdot 5^2 = 78.5 [m^2]$

$\rightarrow S_{ARIA} = P_{ATM}\,\Omega = 101325 \cdot 78.5 = 7\,954\,012.5 [N]$

$S_{TOT} = S_{H_2O} + S_{ARIA} = 20\,775\,679.2 [N] \Rightarrow$ c

10) DATI



ZATTERA: 3 m × 5 m × 0.3 m

$\gamma_Z = 7000 \left[\frac{N}{m^3}\right]$

$m_{PASSEGGERI} = ?$

↑) $S - P - m\,mg = 0$ hp: $m \cong 80$ kg

$$\begin{cases} \cdot\ S = \gamma_{H_2O} W_Z = \gamma_{H_2O}(a\cdot b\cdot h) \\ \cdot\ P = \gamma_Z W_Z = \gamma_Z (a \cdot b \cdot h) \\ \cdot\ m\,mg \end{cases}$$

$$m = \frac{S-P}{mg} = \frac{(\gamma_{H_2O} - \gamma_Z)\, W_Z}{m\cdot g} = \frac{(9800-7000)[3\cdot 5\cdot 0.3]}{80\cdot 9.8} = 16.07 \Rightarrow 16 \text{ PASSEGGERI}$$

$\Rightarrow$ d

ESERCIZI

1) (b) L'EQ. DI CONTINUITA' RAPPRESENTA UN BILANCIO DI MASSA

2) (c) LE DIMENSIONI FISICHE DEL CARICO PIEZOMETRICO SONO LE STESSE DI UNA LUNGHEZZA

3) (b) LE TRAIETTORIE SONO, IN GENERALE, LINEE PARALLELE AL VETTORE VELOCITA'

4) $V_x = 6x^2 + 2y + xy$ (e)

IN QUALE INSIEME E' ASSICURATA LA CONSERVAZIONE DELLA MASSA SE IL FLUIDO E' INCOMPRIMIBILE? ($dm = 0$ $\rho = cost$)

→ EQ. DI CONTINUITA'

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{u}) = 0 \quad 1^a \text{ FORMA} \qquad (div(\rho\vec{u}) = \vec{u}\, grad\,\rho + \rho\, div(\vec{u}))$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\, div(\vec{u}) = 0 \quad 2^a \text{ FORMA}$$

$$div(\vec{u}) = 0$$

IN QUESTO CASO, ESSENDO $\vec{u} = u_x = 6x^2 + 2y + xy$:

$$div(\vec{u}) = \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$$

⇒ DERIVO RISPETTO A x U_x E PONGO = 0

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 12x + y = 0 \Rightarrow y = -12x$$

5) NEI CAMPI DI MOTO PERMANENTE CON FLUIDI INCOMPRIMIBILI E' SEMPRE NULLA LA DERIVATA PARZIALE DELLA DENSITA' RISPETTO AL TEMPO (b)

6) DATI

$Q = 0.5\left[\frac{l}{s}\right] = 0.5\left[\frac{dm^3}{s}\right] = 5\cdot 10^{-4}\left[\frac{m^3}{s}\right]$

$D = 1.5[m]$

$h = 1.5[m]$

t (RIEMPIMENTO) = ?

$$V_{CONO} = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi\frac{d^2}{4}h = \frac{3.14\cdot 1.5^2\cdot 1.5}{3\cdot 4} = 0.883\,[m^3]$$

$$Q = \frac{dV}{dt} \Rightarrow t = \int dt = \int \frac{1}{Q}dV = \frac{V}{Q} = \frac{0.883}{5\cdot 10^{-4}} = 1766.25\,[s] = 29.44\,[minuti]$$

⇒ (d)

7) DATI

$D = 0.2[m] \rightarrow R = 0.1[m]$

$$\omega = 600\left[\frac{GIRI}{min}\right]\cdot\frac{2\pi}{60} = 62.8\left[\frac{rad}{s}\right]$$

SOVRAELEVAMENTO = ? $= \frac{1}{2}\cdot\frac{\omega^2 R^2}{2g} = \frac{62.8^2\cdot 0.1^2}{4\cdot 9.8} \cong 1\,[m]$ ⇒ (b)

8) (a)
9) (a)

CHIEDE L'ACC. NEL PUNTO ⇒ ACC. LOCALE $\frac{\partial u}{\partial t}$: QUESTA E' NULLA PERCHE' LE COMPONENTI DELLA VELOCITA' NON HANNO DIPENDENZA DAL TEMPO

ESERCIZI
(R = RIVEDI)

1) ⓐ

2) DATI

$z_g = 2000\ m$

hp: FLUIDO PERFETTO

$u_F = ?$

$$z_g + \cancel{\frac{P_a}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_g^2}{2g}} = z_F + \cancel{\frac{P_F}{\gamma}} + \frac{u_F^2}{2g}$$

$$u_F = \sqrt{2g(z_g - z_F)} = \sqrt{2g z_g} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 2000} = 198 \left[\frac{m}{s}\right]$$

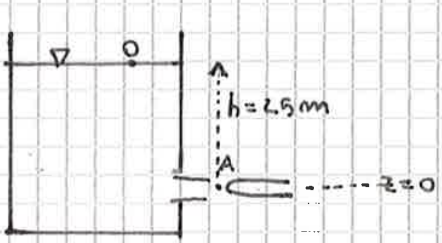
$\Rightarrow$ ⓔ

3) ⓒ

R → 4) DATI B!

$h = 2.5m$

$P_{ASS} = ?$



$$z_0 + \cancel{\frac{P_0}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_0^2}{2g}} = \cancel{z_A} + \frac{P_A}{\gamma} + \cancel{\frac{u_A^2}{2g}}$$

$$P_A = (P_{REL}) = \gamma z_0 = 9.800 \cdot 2.5 = 24500\ [Pa]$$

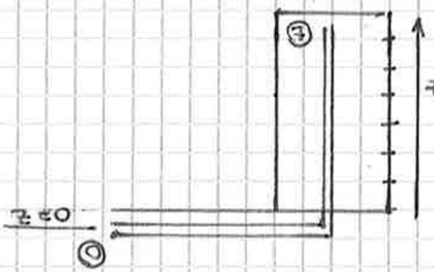
$$P_{ASS} = P_{REL} + P_{ATM} = 24500 + 101325 = 125825\ [Pa]$$

$\Rightarrow$ ⓓ

R → 5) DATI

CONDOTTA APPENA SOTTO LA STRADA

- P(REL) NELLA CONDOTTA ($\Rightarrow$ SIA ASSICURATA LA FORNITURA DI ACQUA AL 7° PIANO) = ?



$$z_7 = 7 \cdot (3m) = 21\ m$$

$$\underbrace{\cancel{z_0}}_{=0} + \frac{P_0}{\gamma} + \cancel{\frac{u_0^2}{2g}}^{*} = z_7 + \underbrace{\cancel{\frac{P_7}{\gamma}}}_{=0} + \cancel{\frac{u_7^2}{2g}}^{*}$$

(IMMAGINA CHE ESCE DAL RUB.)

* POICHÈ CI SONO LE PRESSIONI IN GIOCO, LE ALTEZZE CINETICHE LE POSSIAMO TRASCURARE

$$\Rightarrow P_0 = \gamma z_7 = 9800 \cdot 21 = 205800\ [Pa]$$

$\Rightarrow$ ⓓ

R → 6) DATI B!

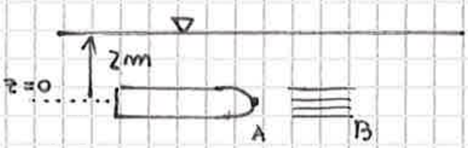
SILURO

$h = +2[m]$ [p d m]

$u_S = 70 \left[\frac{km}{h}\right]$

P (CHE MISURA IL SILURO) = ?

$\Rightarrow P_B = ?$



$$\cancel{z_A} + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{u_A^2}{2g} = \cancel{z_B} + \frac{P_B}{\gamma} + \cancel{\frac{u_B^2}{2g}} \qquad z_A = z_B$$

$$P_B = P_A + \gamma \frac{u_A^2}{2g} \quad ; \quad P_A = \gamma h = 9800 \cdot 2 = 19600\ [Pa]$$

$$P_B = 19600 + \frac{9800}{2 \cdot 9.8} 19.4^2 = 207780\ [Pa]$$

$$70 \left[\frac{km}{h}\right] \cdot \frac{1000}{3600} = 19.4 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$\Rightarrow$ ⓓ

SCHEDA 5

FORMULE E CONSIDERAZIONI

- NOTI J, d, ε, UTILIZZANDO LA FORMULA DI COLEBROOK, SI OTTIENE IMMEDIATAMENTE LA SOLUZIONE (LA DETERMINAZIONE DELLA PORTATA) IN FORMA CHIUSA. ($\rightarrow Q$)
- NOTI J, Q, ε, UTILIZZANDO LA FORMULA DI COLEBROOK, SI OTTIENE LA SOLUZIONE PER APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE (BISOGNA ITERARE) ($\rightarrow d$)
- DUE CONDOTTE IN PARALLELO HANNO STESSO ΔH
- PER PENDENZA MOTRICE SI INTENDE LA CADENTE J

EXCURSUS SULLE VELOCITA' - CADENTE J

$$U_{MAX} = \frac{\gamma J}{4\mu} R^2 \qquad U_m = \frac{U_{MAX}}{2} = U$$

MOTO LAMINARE

$$\Delta H = JL$$

$$J = \frac{\lambda U^2}{2gd} \quad \text{DARCY-WEISBACH}$$

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad Re = \frac{\rho U d}{\mu} = \frac{Ud}{\nu}$$

MOTO TURBOLENTO

$$\Delta H = JL$$

$$J = \frac{\lambda U^2}{2gd} \quad \text{DARCY-WEISBACH}$$

$$\lambda = 0.316\, Re^{-0.25} \quad \text{(TUBO LISCIO)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2.51}{\sqrt{\lambda}\, Re} + \frac{\varepsilon/d}{3.71}\right) \quad \text{(TUBO SCABRO)}$$

5) DATI

DUE CONDOTTE IN // $\Rightarrow \Delta H_1 = \Delta H_2$ $\quad \Delta H = JL \Rightarrow J = \frac{\Delta H}{L}$

$\frac{\varepsilon_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_2}{d_2}$

$L_1 = L_2$ $\quad J_1 = \frac{\Delta H_1}{L_1} = \frac{\Delta H_2}{L_2} = J_2$

$d_2 = 2d_1$

$J_1, J_2 = ?$ $\quad \Rightarrow$ (a)

6) DATI

DUE CONDOTTE IN // $\Rightarrow \Delta h_1 = \Delta h_2$

MOTO UNIFORME $\rightarrow \tau = \gamma J R = \gamma \frac{J d}{4}$ $\quad J = \frac{\Delta h}{L}$ $\quad L_1, L_2$ NON NOTE

$\gamma_1 = \gamma_2$

$\Omega_2 = 2\Omega_1$ $\rightarrow$ SIGNIFICA CHE $\frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{2\pi d_1^2}{4}$ $\quad d_2^2 = 2d_1^2 \Rightarrow d_2 = \sqrt{2}\, d_1$

$\tau_1, \tau_2 = ?$

$$\tau_1 = \frac{\gamma_1 J_1 d_1}{4} \neq \frac{\gamma_2 J_2 \sqrt{2} d_1}{4} = \tau_2 \Rightarrow \text{(d)}$$

7) DATI

0.5 × 1 (SEZIONE)

$J = 0.001$

$\tau = ?$

PER PENDENZA MOTRICE SI INTENDE LA CADENTE J

IL PROBLEMA CI DICE: SEZIONE RETTANGOLARE CILINDRICA DI DIMENSIONI 0.5×1 [m]

$$\tau = \gamma J R \,,\quad R = \frac{\Omega_{BASE}}{P} = \frac{0.5 \cdot 1}{(0.5 \times 2) + (1 \times 1)} = \frac{0.5}{3}$$

$$\tau = \frac{9800 \cdot 0.001 \cdot 0.5}{3} = 1.63 \left[\frac{N}{m^2}\right] \Rightarrow \text{(e)}$$

(NB: SEZIONE RETTANGOLARE CILINDRICA 0.5×1 NON SIGNIFICA $d = 0.5$ $L = 1$!)

8) DATI

$\nu = 0.00000\,28 \; m^2/s$

$L = 10 \; cm = 0.1 \; m$

$d = 3 \; mm = 0.003 \; m$

$\Delta h = 3 \; mm = 0.003 \; m$

$u = ?$

IO HO RAGIONATO COSÌ:

$$^{*}u = \frac{\gamma J}{4\mu} R^2 = \frac{\rho g J R^2}{4\mu} = \frac{\mu}{\nu}\frac{g J R^2}{4\mu} = \frac{g J R^2}{4\nu} = \frac{g \Delta h R^2}{4\nu L} =$$

$$= \frac{9.8 \cdot 0.003 \cdot 0.0015^2}{4 \cdot 0.00000\,28 \cdot 0.1} = 0.06 \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow \text{(d)}$$

ALTRO RAGIONAMENTO: (TUTTO CHIARO: CON * TROVO $u_{MAX} = 2 u_{MEDIA}$)

$$\Delta H = JL = J = \frac{\Delta H}{L} = \frac{\Delta h}{L} = \frac{0.003}{0.1} = 0.03 \Rightarrow u_M = \frac{u_{MAX}}{2} = 0.03 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$J = \frac{\lambda u^2}{2 g d}$ $\quad$ IPOTIZZO MOTO LAMINARE $\quad \lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64\,\nu}{u d}$

$$J = \frac{\overset{32}{\cancel{64}}\, \nu\, u^2}{u d\, \cancel{2} g d} = \frac{32 \cdot \nu u}{g d^2} \quad u = \frac{J g d^2}{32 \cdot \nu} = \frac{0.03 \cdot 9.8 \cdot 0.003^2}{32 \cdot 0.00000\,28} = 0.03 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$\Rightarrow$ (d)

ESERCITAZIONE 1 (IDROSTATICA: SPINTE SU PARETI PIANE)

FORMULE E CONSIDERAZIONI

ESERCIZIO 1

- EQUAZIONE FONDAMENTALE DELLA STATICA / LEGGE DI STEVINO

$\boxed{z + \frac{P}{\gamma} = \text{cost}}$ $\boxed{= h}$ QUOTA/CARICO PIEZOMETRICA/O $\begin{cases} z = \text{QUOTA GEODETICA} \\ (P/\gamma) = \text{ALTEZZA PIEZOM.} \end{cases}$

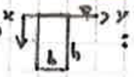
P = PRELATIVA (= PASS − PATM) (CONSIDERIAMO LE PRELATIVE)

- MANOMETRO: NON E' IMPORTANTE LA QUOTA ALLA QUALE VIENE COLLEGATO AL SERBATOIO, MA E' IMPORTANTE LA QUOTA DOVE VADO A FARE LA MISURA. (z_M)
- ESSENDO IL γ_{GAS} MOLTO BASSO, LA PRESSIONE CAMBIA POCO ALL'INTERNO DEL GAS ⇒ POSSIAMO DIRE CHE: NELL'ARIA LA PRESSIONE E' COSTANTE
- SE IL MENISCO DI SX E' PIU' IN ALTO DI QUELLO DI DX SIGNIFICA CHE ALL'INTERNO DEL SERBATOIO (CIOE' A SX) HO UNA PRESSIONE INFERIORE ALLA PRESSIONE ATMOSFERICA.
- CONSIDERO $P = 0$ OGNI QUALVOLTA LA SUP. CONSIDERATA E' A CONTATTO CON L'ATMOSFE
- $m = P(z_M)$

ESERCIZIO 3

- CASO: IN PRESSIONE: LINEA DI SPONDA (∇) − BARICENTRO (G) − CENTRO DI SPINTA (C)

  CASO: IN DEPRESSIONE: CENTRO DI SPINTA (C) − BARICENTRO (G) − LINEA DI SPONDA (∇)
- $\vec{S} = \vec{P} + \vec{F}$ $\vec{P}$ APPLICATA IN G $|P| = \gamma_L W_{SOLIDO}$ (≠ FORZA PESO)

  $\vec{F}$ APPLICATA IN C $|F| = P_G \Omega$, $P_G = h_G \gamma_L$, h_G = AFFONDAM. DI G
- $\overline{GC} = \frac{I_{y_0}}{M} = \frac{I_{y_0}}{x_G \Omega}$ CONSIDERIAMO  : $I_{y_0} = \frac{bh^3}{12}$; $\Omega = bh$
- x_G E' LA DISTANZA DI G DALLA LINEA DI SPONDA (∇)

  ↳ APPARTIENE ALLA SUPERFICIE CONSIDERATA (Ω)

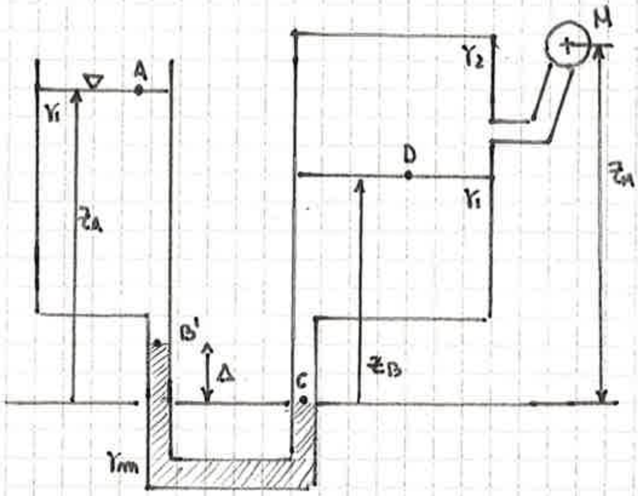
ESERCIZIO 2

DATI

$\gamma_1 = 9800\ N/m^3$; $\gamma_2 = 7840\ N/m^3$; $\gamma_m\ 133300\ N/m^3$

$z_A = 1\ m$; $z_B = 0.9\ m$; $z_M = 1.4\ m$; $\Delta = 0.3\ m$

$m\ (= P(z_M)) = ?$



RISOLUZIONE

$P_A = 0$

(S) $z_A + \underbrace{\cancel{\frac{P_A}{\gamma_1}}}_{=0} = z_{B'} + \frac{P_{B'}}{\gamma_1}$

$\Rightarrow P_{B'} = (z_A - z_{B'})\gamma_1 = (z_A - \Delta)\gamma_1 = (1 - 0.3)\,9800 = 6860\ [Pa]$

(S) $z_{B'} + \frac{P_{B'}}{\gamma_m} = z_C + \frac{P_C}{\gamma_m}$

$\Rightarrow P_C = (z_{B'} - z_C)\gamma_m + P_{B'} = \Delta\gamma_m + P_{B'} = 0.3 \cdot 133300 + 6860 = 46850\ [Pa]$

(S) $z_C + \frac{P_C}{\gamma_1} = z_B + \frac{P_D}{\gamma_1}$

$\Rightarrow P_D = (z_C - z_B)\gamma_1 + P_C = P_C - z_B\gamma_1 = 46850 - 0.9 \cdot 9800 = 38030\ [Pa]$

(S) $z_B + \frac{P_D}{\gamma_2} = z_M + \frac{P_M}{\gamma_2}$

$\Rightarrow P_M = (z_B - z_M)\gamma_2 + P_D = P_D + (z_B - z_M)\gamma_2 = 38030 + (0.9 - 1.4)\,7840 = 34110\ [Pa]$

(m) $= P(z_M) = 34110\ [Pa] = 34110 \left[\frac{N}{m^2}\right]\frac{:1000}{:1000} = 3.411\left[\frac{N}{cm^2}\right] \cdot \frac{1}{9.8}\left[\frac{Kg}{N}\right] = 0.348\left[\frac{Kg}{cm^2}\right]$

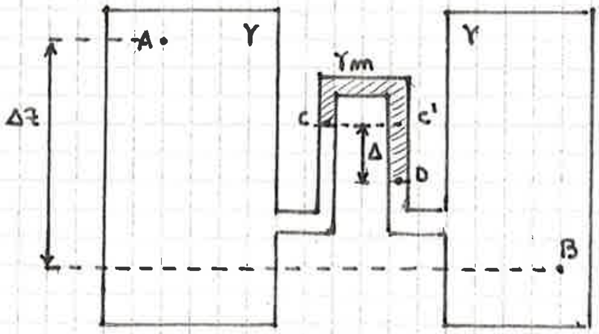
ESERCIZIO 4

DATI

$\gamma = 9500\ N/m^3$; $\gamma_m = 8600\ N/m^3$

$\Delta = 0.15\ m$; $\Delta z = 0.5\ m$

$\Delta P(AB) = ?$



RISOLUZIONE

(S) $z_C + \frac{P_C}{\gamma_m} = z_D + \frac{P_D}{\gamma_m}$

$\Rightarrow P_C = (z_D - z_C)\gamma_m + P_D = P_D - \Delta\gamma_m$

(S) $z_A + \frac{P_A}{\gamma} = z_C + \frac{P_C}{\gamma}$

$\Rightarrow P_C = (z_A - z_C)\gamma + P_A$

(S) $z_D + \frac{P_D}{\gamma} = z_B + \frac{P_B}{\gamma}$

$\Rightarrow P_D = (z_B - z_D)\gamma + P_B$

OTTENIAMO:

$(z_A - z_C)\gamma + P_A = (z_B - z_D)\gamma + P_B - \Delta\gamma_m$

$(P_B - P_A) = (z_A - z_C)\gamma - (z_B - z_D)\gamma + \Delta\gamma_m$

$\Delta P = (z_A - z_C - z_B + z_D)\gamma + \Delta\gamma_m$

$\Delta P = ((z_A - z_B) + (z_D - z_C))\gamma + \Delta\gamma_m$

$\Delta P = (\Delta z - \Delta)\gamma + \Delta\gamma_m$

$\Delta P = (0.5 - 0.15)\,9500 + 0.15 \cdot 8600 = 4615\ [Pa]$

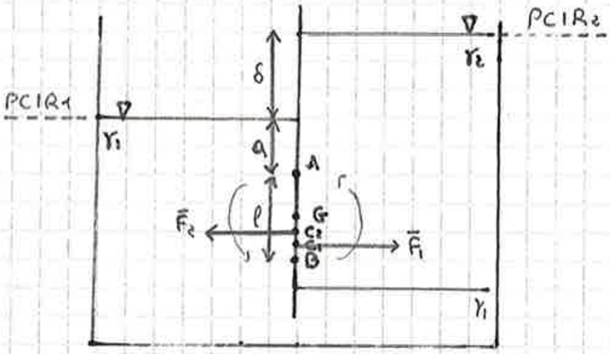
ESERCIZIO 5

DATI

$\gamma_1 = 9800\ N/m^3$; $\gamma_2 = 8830\ N/m^3$

$\delta = 0.3\ m$; $a = 0.2\ m$; $\ell = 1\ m$

R (SPINTA RISULTANTE) = ?



RISOLUZIONE

→ DEVO TROVARE I CENTRI DI SPINTA (C_1, C_2)

$\overline{GC_1} = \frac{I_{y_0}}{x_{G_1}\Omega} = \frac{(1 \cdot \ell^3/12)}{(a+\ell/2)\cdot 1 \cdot \ell} = \frac{\ell^2}{12(a+\ell/2)} = \frac{1}{12(0.2+0.5)} = 0.119\ m$

$\overline{GC_2} = \frac{I_{y_0}}{x_{G_2}\Omega} = \frac{(1\cdot \ell^3/12)}{(\delta + a + \ell/2)\cdot 1 \cdot \ell} = \frac{\ell^2}{12(\delta+a+\ell/2)} = \frac{1}{12(0.3+0.2+0.5)} = 0.083\ m$

$\overline{GC_1} > \overline{GC_2}$

ORA DISEGNAMO C_1, C_2

$|F_1| = P_{G_1}\Omega = h_G\gamma_1\Omega = (a+\ell/2)\gamma_1 \cdot 1 \cdot \ell = (0.2+0.5)9800 \cdot 1 \cdot 1 = 6860\ [N]$

$|F_2| = P_{G_2}\Omega = h_{G_2}\gamma_2\Omega = (\delta + a + \ell/2)\gamma_2 \cdot 1 \cdot \ell = (0.3+0.2+0.5)\,8830 \cdot 1 \cdot 1 = 8830\ [N]$

$R = +F_2 - F_1 = 8830 - 6860 = 1970\ [N]$ DOVE E' APPLICATA R ?

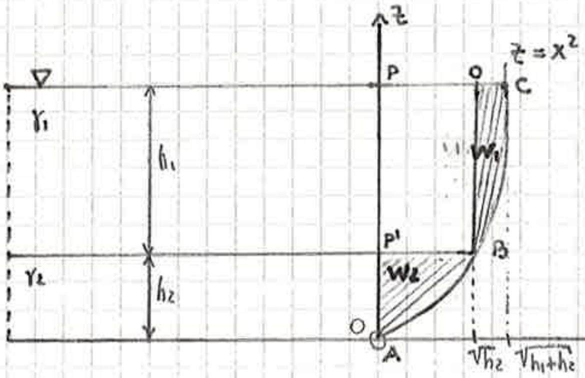
→ LA SOMMA DEI MOMENTI DI F_1 E F_2 INTORNO A G DEVE UGUAGLIARE IL MOMENTO DI R INT. A G.

$\overset{\curvearrowleft}{G)}\ + F_2\,\overline{GC_2} - F_1\,\overline{GC_1} = R\,x$

$\Rightarrow x = \frac{F_2\,\overline{GC_2} - F_1\,\overline{GC_1}}{R} = \frac{8830 \cdot 0.083 - 6860 \cdot 0.119}{1970} = -0.0423\ m$

(IL PUNTO DI APPLICAZIONE DI R SI TROVA SOPRA G A UNA DISTANZA DA G PARI A : 0.0423 m)

ESERCIZIO 1



DATI

$\gamma_1 = 9800\ N/m^3$; $\gamma_2 = 11760\ N/m^3$

$h_1 = 1\ m$; $h_2 = 0.5\ m$

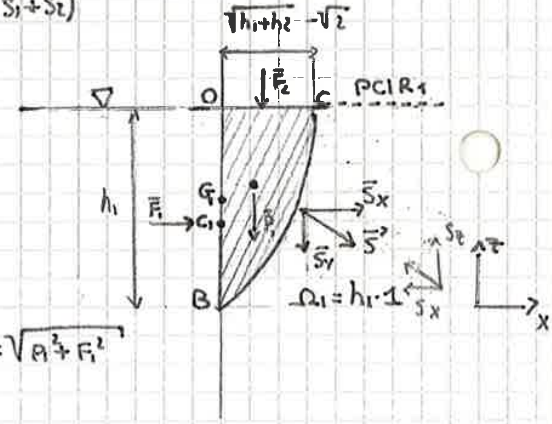
R (SPINTA SULLA SUP. CILINDRICA) = ?

RISOLUZIONE

→ BISOGNA SCEGLIERE UN VOLUME DI CONTROLLO TALE PER CUI TUTTE LE SUPERFICI DEL VOLUME DI CONTROLLO SIANO PIANE A ECCEZIONE DI QUELLA IN CUI VOGLIO CALCOLARE LA SPINTA

CONSIDERIAMO QUINDI DUE VOLUMI W_1, W_2

CALCOLIAMO $\vec{S_1}$ E $\vec{S_2}$ E POI SOMMIAMO VETTORIALMENTE. ($\vec{R} = \vec{S_1} + \vec{S_2}$)



① CALCOLO DELLA SPINTA $\vec{S_1}$

EQ. GLOBALE DELLA STATICA : $\boxed{\vec{P_1} + \vec{F_{c_1}} = 0}$, $\vec{F_c} = \vec{F_1} + \vec{F_2} - \vec{S_1}$

$\vec{P_1} + \vec{F_1} + \cancel{\vec{F_2}} - \vec{S_1} = 0$

$\vec{F_2} = 0$ POICHE' E' DATA DAL CONTRIBUTO DELLE PRESSIONI RELATIVE CHE AGISCONO SUL PELO LIBERO

$$\begin{cases} \rightarrow) \ + F_1 - S_{1x} = 0 \\ \uparrow) \ + P_1 - S_{1z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_{1x} = +F_1 \\ S_{1z} = +P_1 \end{cases} \Rightarrow \vec{S_1} = \vec{P_1} + \vec{F_1} \ , |S_1| = \sqrt{P_1^2 + F_1^2}$$

$\boxed{P_1 = \gamma_1 W_1}$ DETERMINIAMO W_1

UN PO' DI GEOMETRIA (CONSIDERANDO $z = x^2$)

$$\left.\begin{array}{ll} (h_1+h_2) = \overline{PC}^2 & \Rightarrow \overline{PC} = \sqrt{h_1+h_2} \\ h_2 = \overline{P'B}^2 & \Rightarrow \overline{PO} = \overline{P'B} = \sqrt{h_2} \end{array}\right| \Rightarrow \overline{OC} = \overline{PC} - \overline{PO} = \sqrt{h_1+h_2} - \sqrt{h_2} \quad (\overline{NB} = h_1 \neq \overline{OC}^2 !)$$

$$W_1 = \left[(h_1+h_2)(\sqrt{h_1+h_2} - \sqrt{h_2}) - \int_{\sqrt{h_2}}^{\sqrt{h_1+h_2}} x^2\, dx \right] = \left[(1+0.5)(\sqrt{1+0.5} - \sqrt{0.5}) - \left(\frac{\sqrt{1+0.5}^3}{3} - \frac{\sqrt{0.5}^3}{3}\right)\right] =$$

$$= \left[1.5(\sqrt{1.5} - \sqrt{0.5}) - \left(\frac{\sqrt{1.5}^3}{3} - \frac{\sqrt{0.5}^3}{3}\right)\right] = [0.7764 - 0.4945] = 0.282\ [m^3]$$

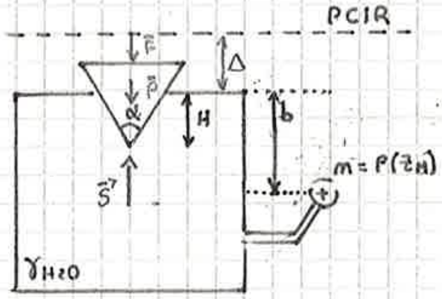
$P_1 = \gamma_1 W_1 = 9800 \cdot 0.282 = 2762\ [N]$

$$\boxed{F_1 = p_G \Omega_1 = \gamma_1 h_{G_1} \Omega_1} = \gamma_1 \frac{h_1}{2} h_1 \cdot 1 = \gamma_1 \frac{h_1^2}{2} = \frac{9800 \cdot 1^2}{2} = 4900\ [N]$$

$$\boxed{\overline{G_1C_1} = \frac{I_{y_0}}{M} = \frac{I_{y_0}}{x_G \Omega} = \frac{(bh^3/12)}{x_G \Omega}} = \frac{(1 \cdot h_1^3/12)}{(h_1/2) \cdot 1 \cdot h_1} = \frac{h_1^3}{6 \cancel{12} \frac{h_1^2}{2}} = \frac{h_1}{6} = \frac{1}{6} = 0.1666\ [m]$$

$$|S_1| = \sqrt{P_1^2 + F_1^2} = \sqrt{2762^2 + 4900^2} = 5624.8\ [N]$$

ESERCIZIO 2



DATI

$m = 0.07\ Kg/cm^2$

$H = 0.10\ m$; $b = 0.30\ m$; $\alpha = 60°$

* S (SPINTA SULLA VALVOLA ⇒ GARANTIRE LA CHIUSURA) = ?

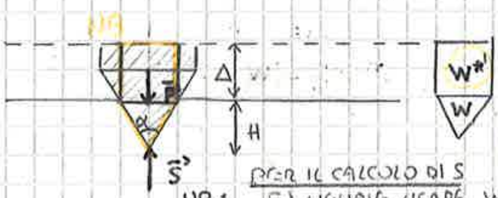
RISOLUZIONE

* INTERPRETAZIONE = QUANTO DEVE VALERE IL PESO DELLA VALVOLA PER FAR SÌ CHE SOLO GRAZIE AL SUO PESO CONTROBILANCIA LA SPINTA ESERCITATA DAL FLUIDO (DAL BASSO VERSO L'ALTO) ?

$m = (\Delta + b)\gamma$ | $m = 0.07\left[\frac{Kg}{cm^2}\right]\cdot\frac{10^4}{10^4} = 7\cdot10^2\left[\frac{Kg}{10^4 cm^2}\right] = 700\left[\frac{Kg}{m^2}\right]\cdot 9.8\left[\frac{N}{Kg}\right] = 6860\left[\frac{N}{m^2}\right]$

$\Delta = \frac{m}{\gamma} - b = \frac{6860}{9800} - 0.30 = 0.4\ m$

CONSIDERIAMO $\boxed{M1}$



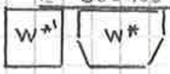
EQUAZIONE GLOBALE DELLA STATICA:

$\vec{P}' - \vec{S} = 0 \Rightarrow \vec{S} = \vec{P}'$

$P' = \gamma_L W'$; W' = VOLUME CONO (W) + VOLUME CILINDRO (W^*)

$W' = W + W^{*'}$

NB: PER IL CALCOLO DI S È UGUALE USARE W^* o $W^{*'}$



PER IL PARADOSSO IDROSTATICO

$$\begin{cases} W_{(CONO)} = \pi R^2 \frac{h}{3} = \pi\left[H\ Tan\left(\frac{60}{2}\right)\right]^2 \frac{H}{3} = \frac{3.14\left[0.1\ Tan(30)\right]^2 0.1}{3} = 3.488\cdot10^{-4}\ [m^3] \\ W^{*'}_{(CILINDRO)} = \pi R^2 h' = \pi\left[H\ Tan\left(\frac{60}{2}\right)\right]^2 \Delta = 3.14\left[0.1\ Tan(30)\right]^2 0.4 = 41.86\cdot10^{-4}\ [m^3] \end{cases}$$

$W' = 45.35\cdot10^{-4}\ [m^3]$

$P' = \gamma_L W' = 9800\cdot 45{,}35\cdot10^{-4} = 44{,}44\ [N] = S$

ESERCIZIO 4 B!

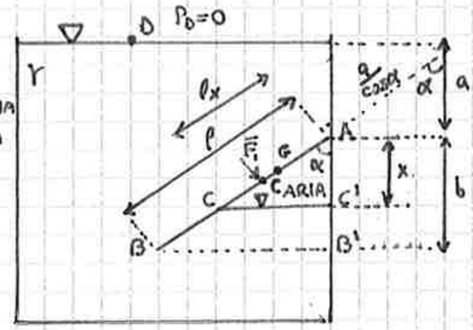
DATI

$\gamma = 9800\ N/m^3$; $P_a = 101300\,Pa$

$\ell = 2\,m$; $a = 1\,m$; $b = 1.5\,m$

M (MOMENTO ALL' INCASTRO) = ?

SIGNIFICATO ES.4
RIEMPIAMO LENTAMENTE FINO AD ARRIVARE A B, POI AUMENTIAMO IL LIVELLO D'ACQUA CHE SALE E INTRAPPOLA ARIA SOTTO IL DEFLETTORE: L'ARIA SI COMPRIME ($V\downarrow P\uparrow$); AGGIUNGIAMO UNA GOCCIA ALLA VOLTA: SIAMO IN CONDIZ. IDROSTATICHE.



RISOLUZIONE

2) $F_1 = P_G \Omega_{AC} = \gamma\left(a+\frac{x}{2}\right)\cdot 1\cdot \ell_x = \gamma\left(a+\frac{\ell_x\cos\alpha}{2}\right)\ell_x$
$= \ldots\ldots\ldots = 29547\ [N]$

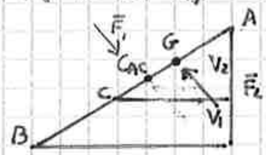
$b = \ell\cos\alpha \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{b}{\ell}\right) = 41.4°$

$x = \ell_x\cos\alpha \Rightarrow \ell_x = \frac{x}{\cos\alpha} = ?$ (x NON NOTO!)*

$\overline{C_{AC}G} = \frac{I_{0y}}{x_G\Omega} = \frac{b h^3/12}{x_G\Omega} = \frac{(1\cdot\ell_x^3/12)}{\left(\frac{\ell_x}{2}+\frac{a}{\cos\alpha}\right)1\cdot\ell_x} = \ldots\ldots\ldots = 0{,}121\ m$

1) VOGLIAMO (ORA) CALCOLARE $\vec{F}_2$ (* IN REALTA' PRIMA CALCOLO F_2 E POI F_1)

COMPRESSIONE ISOTERMA: $T = cost \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2$



$\vec{F}_2$ (= SPINTA DELL'ARIA)

$$\begin{cases} P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2} = \frac{101300\left(\frac{b\cdot\ell\sin\alpha}{2}\cdot 1\right)}{\frac{x^2\tan\alpha}{2}} & (1) \\ P_2 = P_C + P_{ATM} = \gamma(a+x) + P_{ATM} & (2) \end{cases}$$

STO USANDO LE PRESSIONI ASSOLUTE

NOTA: $\vec{F}_2$ E' APPLICATA NEL BARICENTRO G PERCHE' NELL'ARIA NON C'E' VARIAZIONE DI PRESSIONE (γ E' PICCOLISSIMO)

UGUAGLIANO (1) E (2):

$\frac{0.66}{x^2\,0.88} = 9800 + 9800x + 101300$

$0.75 = x^2(111100 + 9800x)$

$9800x^3 + 111100x^2 - 227923.7 = 0 \rightarrow x_1 = -11.14\ m$; $x_2 = 1.35\ m$

SOSTITUENDO x_1 NELLA (1) TROVIAMO: $\left(\Rightarrow \ell_x = \frac{x}{\cos\alpha} = \frac{1.35}{\cos 41.41} = 1.8\ m\right)$

$P_2 = 125061\ [Pa]$

$P_{2\,REL} = P_2 - P_{ATM} = 23761\ [Pa]$

$F_2 = P_2\Omega_{AC} = P_2\left(\frac{x}{\cos\alpha}\cdot 1\right) = 42770\ [N]$

$M = F_1\left(\frac{\ell_x}{2} + \overline{C_{AC}G}\right) - F_2\left(\frac{\ell_x}{2}\right) = 8325\ [Nm]$

ALTRO PROCEDIMENTO PER TROVARE $\vec{F}_2$ (SPINTA DELL'ARIA):

$|\vec{F}_2|_{(ARIA)} = P_C A = \gamma(a+x)\ell_x 1 = 41454\ [N]$

ESERCITAZIONE 3 (TEOREMA DI BERNOULLI)

TEOREMA DI BERNOULLI

$$\boxed{z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{cost} = H}$$ CARICO TOTALE (H)

"IL CARICO TOTALE (H) SI MANTIENE COSTANTE LUNGO OGNI TRAIETTORIA IN UN MOTO PERMANENTE DI UN FLUIDO PERFETTO, PESANTE, INCOMPRIMIBILE."

Hp DEL T. DI BERNOULLI

1) SISTEMA CHIUSO
2) FLUIDO PERFETTO $(\mu = 0; \nu = 0)$ $\Rightarrow h = \text{cost}$
3) FLUIDO PESANTE $(\vec{F} = -g\,\text{grad}(z))$
4) FLUIDO INCOMPRIMIBILE $(\rho = \text{cost}; dm = 0)$
5) MOTO PERMANENTE $\left(\frac{du}{dt} = 0, \; u = \text{cost}\right)$

CONSEGUENZE:

$$\begin{cases} dQ = \text{cost} \\ H = \text{cost} \end{cases} \Rightarrow P = \text{cost}$$

POTENZA DI UNA CORRENTE IN UNA SEZIONE

$$\boxed{dP = H\gamma\, dQ} \qquad P = \gamma H Q$$

$$P = \int_Q H\gamma\, dQ = \int_\Omega H \gamma\, u\, d\Omega = \int_\Omega \gamma\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) u\, d\Omega$$

$$P = \gamma\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)Q + \underbrace{\gamma \int_\Omega \frac{u^3}{2g}\, d\Omega}_{\to \text{P. CINEMATICA}}$$

EXCURSUS SULLA PORTATA (Q)

$$Q = \int_\Omega u\, d\Omega \qquad (u = K, \Omega = K) \Rightarrow \boxed{Q = u\Omega}$$

(SE: SEZIONE CONTRATTA: $Q = u\Omega_c$, $(\Omega_c = C_c\Omega)$) $\left(C_c = \frac{\pi}{\pi+2} \cong 0.61\right)$

SVUOTAMENTO SERBATOIO

$$\boxed{Q = \frac{dV}{dt}} \; + \; \boxed{dV = -\Omega_0\, dH} \Rightarrow \boxed{Q = -\frac{dH}{dt}\Omega_0} \Rightarrow t = \int dt = -\Omega_0 \int \frac{1}{Q}\, dH$$

NB: → SALTA FUORI C (COND. CONTORNO)
→ C.I.: $t = 0$ $H = H_0$

$t(H=0)$ = TEMPO DI SVUOTAMENTO

TUBO CONVERGENTE

$$\boxed{\delta = \Delta\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}} \text{ (FORMULA DEL M. DIFF)} \qquad \boxed{\delta = h_1 - h_2}$$

δ PUÒ ESSERE DEDOTTO DALL'INDICAZIONE DI UN MANOMETRO DIFFERENZIALE INSERITO TRA LE DUE SEZIONI (1) E (2)

POMPE

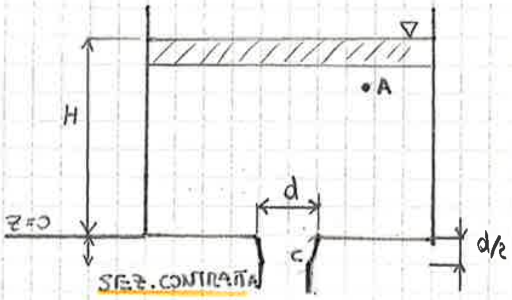
$$\boxed{P = \gamma \Delta H Q}$$ POTENZA $\quad$ ΔH PREVALENZA DELLA POMPA

COME TROVARE IL PCIR (= QUOTA ALLA QUALE LE PRESSIONI RELATIVE SONO NULLE)

CONSIDERO DUE PUNTI A (SUL PELO LIBERO) E B SUFFICIENTEMENTE LONTANI DALLA LUCE COSÌ CHE POSSO CONSIDERARLI IN CONDIZIONI STATICHE (FERMI) → STEVINO

$z_A + p_A/\gamma = z_B + p_B/\gamma$ PONGO $p_B = 0$ $\Rightarrow$ $h(\text{PCIR}) = z_B = z_A + p_A/\gamma$ (SCELTO $z = 0$)

ESERCIZIO 2



DATI

$\Omega_0 = 7\ m^2$; $H_0 = 3\ m$; $d = 0.15\ m$

($H \gg d$ LIQUIDO PERFETTO)

T (TEMPO DI SVUOTAMENTO) = ?

RISOLUZIONE

IL MOTO E' VARIO E NON PERMANENTE : IL PELO LIBERO SI ABBASSA NEL TEMPO → APPROSSIMIAMO A UNA SUCCESSIONE DI STATI PERMANENTI : ASSUMIAMO CHE, POICHE' LE DIMENSIONI DEL FORO (d) SONO MOLTO PICCOLE RISPETTO A QUELLE DEL SERBATOIO, IL LIVELLO SI ABBASSA MOLTO LENTAMENTE : ISTANTE PER ISTANTE HO MOTO PERMANENTE.

CONSIDERO C_c (C'E' CONTRAZION.)

$$\boxed{V_{\text{OLUME}}(t_0+dt) = \Omega_0\left(H_0 - \frac{dH}{dt}dt\right)} \qquad V(t_0) = \Omega_0 H_0$$

$$\begin{cases} dV = -\dfrac{dH}{dt}dt\,\Omega_0 \\ dV = Q\,dt \end{cases} \qquad Q\,\cancel{dt} = -\frac{dH}{dt}\cancel{dt}\,\Omega \quad \Rightarrow \quad Q = -\frac{dH}{dt}\Omega_0$$

APPLICO BERNOULLI TRA A E C :

$$z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \underbrace{\cancel{\frac{u_A^2}{2g}}}_{=0} = z_c + \underbrace{\cancel{\frac{p_c}{\gamma}}}_{=0} + \frac{u_c^2}{2g}$$

$$u_c = \sqrt{\left(z_A - z_c + \frac{p_A}{\gamma}\right)2g} = \sqrt{\left(H + \frac{d}{2}\right)2g} \cong \sqrt{H2g}$$

$$Q = u\Omega_c = u_c\Omega_c \qquad ;\ \Omega_c = C_c\Omega$$

$$= C_c\,\pi\frac{d^2}{4}\sqrt{2gH}$$

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{Q}{\Omega_0} = -\frac{C_c\pi d^2}{4\Omega_0}\sqrt{2gH}$$

INTEGRO (ISOLANDO dH E dt)

$$\int\frac{dH}{\sqrt{H}} = -\frac{C_c\pi d^2}{4\Omega_0}\sqrt{2g}\int dt$$

$$2\sqrt{H} + C = -\frac{C_c\pi d^2}{4\Omega_0}\sqrt{2g}\cdot t$$

TROVO C IMPONENDO CHE PER $t=0 \to H = H_0$

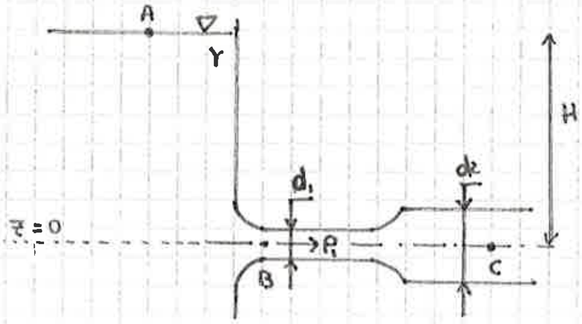
$$C = -2\sqrt{H_0}$$

OTTENIAMO:

$$t = -\frac{(2\sqrt{H} - 2\sqrt{H_0})4\Omega_0}{C_c\pi d^2\sqrt{2g}} \qquad t(H=0) = ?$$

$$t = \frac{2\sqrt{H_0}\,4\Omega_0}{C_c\pi d^2\sqrt{2g}} = \sqrt{\frac{H_0}{2g}}\frac{8\Omega_0}{C_c\pi d^2} = \sqrt{\frac{3}{2\cdot 9.8}}\frac{8\cdot 7}{0.61\cdot 3.14\cdot 0.15^2} = \frac{508\ s}{60\ s} \cong 8.5\ \text{minuti}$$

ESERCIZIO 4



DATI

$\gamma = 9800 \ N/m^3$

$H = 2 m$; $d_1 = 0.05 m$; $d_2 = 0.075 m$

$Q = ?$

$P_1 = ?$ $(= P_B)$

RISOLUZIONE

$$z_A + \underbrace{\frac{P_A}{\gamma}}_{=0} + \underbrace{\frac{u_A^2}{2g}}_{=0} = \underbrace{z_C}_{=0} + \underbrace{\frac{P_C}{\gamma}}_{=0} + \frac{u_C^2}{2g} \quad , \quad z_A = H$$

$$u_C = \sqrt{H 2g} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9.8} = 6.26 \ \frac{m}{s} \qquad = 28 \ [\ell/s] \qquad (1 m^3 = 1000 dm^3 = 1 \ell)$$

$$Q = u_C \Omega_C = u_C \cdot \pi \frac{d_2^2}{4} = 6.26 \cdot 3.14 \cdot \frac{0.075^2}{4} = 0.0275 \ \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

NON STO CONSIDERANDO C_c

$$H = \underbrace{z_B}_{=0} + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{u_B^2}{2g} \quad ; \quad u_B = \frac{Q}{\Omega_B} = \frac{0.028 \cdot 4}{3.14 \cdot 0.05^2} = 14.063 \ \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$P_B = \gamma \left(H - \frac{u_B^2}{2g} \right) = 9800 \left(2 - \frac{14.27^2}{2 \cdot 9.8} \right) = -79'284 \ [Pa]$$

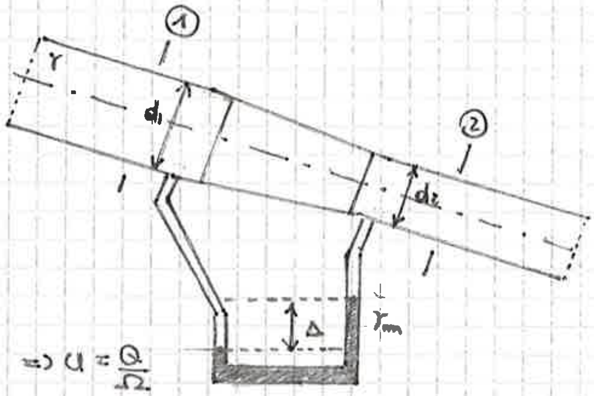
ESERCIZIO 5

DATI

$\gamma = 8140 \ N/m^3$; $\gamma_m = 133300 \ N/m^3$

$Q = 240 [\ell/s]$; $d_1 = 0.4 m$; $d_2 = 0.3 m$

$\Delta = ?$ $\quad L = 0.24 \left[\frac{m^3}{s}\right]$



RISOLUZIONE

NB! $\boxed{\Delta \cdot \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} = h_1 - h_2}$

APPLICO BERNOULLI TRA 1 E 2

$$\underbrace{z_1 + \frac{P_1}{\gamma}}_{h_1} + \frac{u_1^2}{2g} = \underbrace{z_2 + \frac{P_2}{\gamma}}_{h_2} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$Q = u\Omega \Rightarrow u = \frac{Q}{\Omega}$

$$u_1 = \frac{Q}{\Omega_1} = \frac{0.24 \cdot 4}{3.14 \cdot 0.4^2} = 1.91 \ [m/s]$$

$$u_2 = \frac{Q}{\Omega_2} = \frac{0.24 \cdot 4}{3.14 \cdot 0.3^2} = 3.397 \ [m/s]$$

$$h_1 - h_2 = \frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} = \frac{1}{2g}(u_2^2 - u_1^2) = \frac{1}{2 \cdot 9.8}(3.397^2 - 1.91^2) = 0.403 \ [m]$$

$$\Delta = \frac{\gamma}{\gamma_m - \gamma}(h_1 - h_2) = \frac{8140}{(133300 - 8140)}(0.403) = 0.026 \ [m]$$

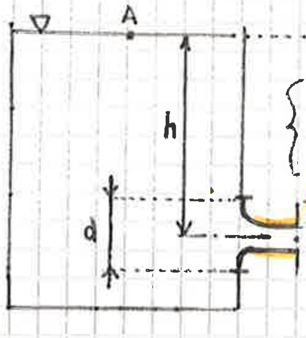
ESERCIZIO 7

DATI

hp: LIVELLO NEL SERBATOIO RIMANE COSTANTE

- CALCOLARE LA PORTATA (Q) NEI SEGUENTI CASI:

a)



DATI .... PCIR

$h = 1.1\ m$

$d = 0.05\ m$

Ω_c AREA CONTRATTA

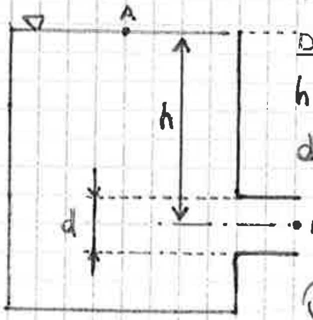
CONSIDERIAMO C_c $\left(C_c = \frac{\pi}{\pi+2} \cong 0.61 \right)$

$\boxed{Q = u_B \Omega_c}$, $\boxed{\Omega_c = C_c \cdot \Omega} = 0.61 \cdot \frac{3.14 \cdot 0.05^2}{4} = 0.001197\ [m^2]$

$z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_A^2}{2g}} = z_B + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} + \frac{u_B^2}{2g} \Rightarrow u_B = \sqrt{2gh} = 4.64 \left[\frac{m}{s}\right]$

$Q_a = u_B \Omega_c = 4.64 \cdot 0.001197 = 0.0055 \left[\frac{m^3}{s}\right] = 5.5 \left[\frac{l}{s}\right]$

b)



DATI .... PCIR

$h = 1.1\ m$

$d = 0.05\ m$

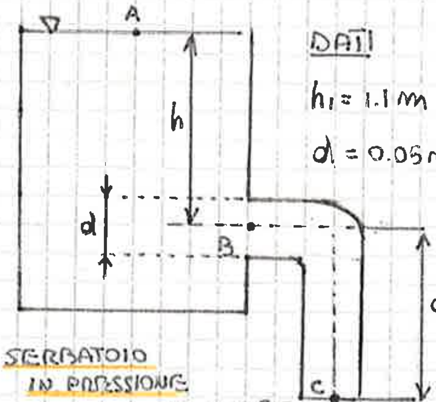
NON CONSIDERO C_c (PERCHE' NON C'E' CONTRAZIONE)

$Q = u_B \Omega$, $\Omega = \frac{3.14 \cdot 0.05^2}{4} = 0.00196\ [m^2]$

$z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_A^2}{2g}} = z_B + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} + \frac{u_B^2}{2g} \Rightarrow u_B = \sqrt{2gh} = 4.64 \left[\frac{m}{s}\right]$

$Q_b = u_B \Omega = 4.64 \cdot 0.00196 = 0.0091 \left[\frac{m^3}{s}\right] = 9.1 \left[\frac{l}{s}\right]$

c)



DATI

$h_1 = 1.1\ m$; $a = 0.8\ m$

$d = 0.05\ m$;

NON CONSIDERO C_c (PERCHE' NON C'E' CONTRAZIONE)

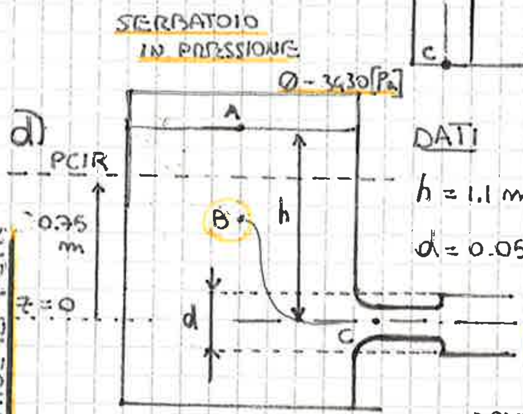
$Q = u_C \Omega$, $\Omega = \frac{3.14 \cdot 0.05^2}{4} = 0.00196\ [m^2]$

$z_A + \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_A^2}{2g}} = z_C + \cancel{\frac{p_C}{\gamma}} + \frac{u_C^2}{2g}$

$\frac{u_C^2}{2g} = (z_A - z_C) = (h + a) \Rightarrow u_C = \sqrt{2g(h+a)} = 6.1 \left[\frac{m}{s}\right]$

$Q_c = u_C \Omega = 6.1 \cdot 0.00196 = 0.01196 \left[\frac{m^3}{s}\right] = 11,96 \left[\frac{l}{s}\right]$

d)



UTILE PER TROVARE IL PCIR

DATI

$h = 1.1\ m$

$d = 0.05\ m$

NB CONSIDERO I PUNTI A E B SUFFICIENTEMENTE LONTANI DALLA LUCE COSI' CHE POSSO CONSIDERARLI IN CONDIZIONI STATICHE (FERMI) → STEVINO

$z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$ [QUOTA ALLA QUALE LE P(RELATIVE) SONO NULLE

NB VOGLIO TROVARE LA POSIZIONE DEL PCIR E DUNQUE DOVE LA $P_B = 0$. IMPONENDO $P_B = 0$, OTTENGO:

$z_B = z_A + \frac{p_A}{\gamma} = h + \frac{p_A}{\gamma} = 1.1 + \frac{(-3430)}{9800} = 0.75\ m$

CONSIDERO C_c (C'E' SEZIONE RISTR.)

APPLICO BERNOULLI ALLA TRAIETTORIA B → C

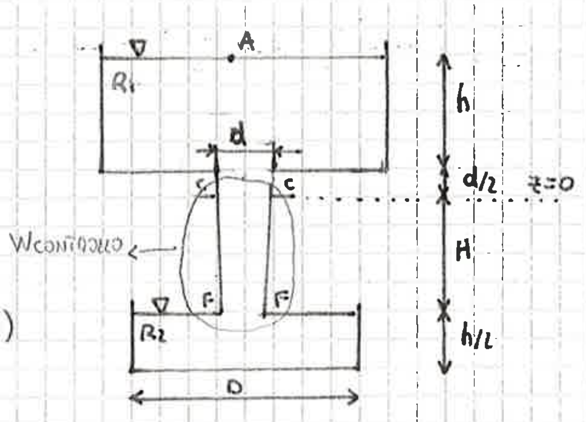
$\underbrace{z_B + \frac{p_B}{\gamma}}_{h_B = 0.75\ m} + \cancel{\frac{u_B^2}{2g}} = \cancel{z_C} + \cancel{\frac{p_C}{\gamma}} + \frac{u_C^2}{2g}$

$u_C = \sqrt{2g h_B} = 3.83 \left[\frac{m}{s}\right]$

$Q = u_C \Omega_c$, $\Omega_c = C_c \Omega = 0.61 \cdot \frac{3.14 \cdot 0.05^2}{4} = 0.001197\ [m^2]$

$Q_d = u_C \Omega_c = 3.83 \cdot 0.001197 = 0.004589 \left[\frac{m^3}{s}\right] = 4.6 \left[\frac{l}{s}\right]$

ESERCIZIO 1



DATI

$h = 1\,m$; $H = 3.3\,m$; $D = 1\,m$; $d = 10\,cm = 0.1\,m$

(hp: h e $h/2$ RIMANGONO COSTANTI)

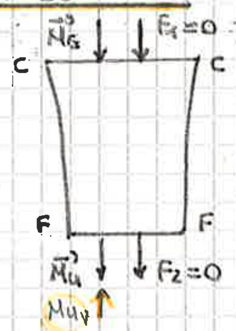
1) P (TRA CC E FF) = ?

2) S (SPINTA) SUL RECIPIENTE R_2 = ? (SUL FONDO)

RISOLUZIONE

EQ. GLOBALE DI EQUILIBRIO DINAMICO → APPLICATA AL VOLUME DI CONTROLLO:

$$\underbrace{\cancel{\vec{X}}}_{=0} = \vec{P} + \vec{M}_E - \vec{M}_u + \underbrace{\cancel{\vec{F}_c}}_{=0} - \underbrace{\cancel{\vec{I}}}_{=0}$$



SIAMO IN MOTO PERMANENTE ; FLUIDO NON VISCOSO ($\mu = 0$)

$\vec{I} = \int_W \frac{\partial(\rho\vec{u})}{dt} dW = 0$ POICHE' $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$\vec{T} = \mu \int_\Omega \frac{d\vec{u}}{d\vec{m}} dA = 0$ POICHE' $\mu = 0$

$\vec{F}_c = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ POICHE' LA $P = 0$

PER DETERMINARE $\vec{M}_E$ E $\vec{M}_u$ ABBIAMO BISOGNO DI u_c E u_F ($\vec{M} = \int_\Omega \rho\vec{u}\, u m d\Omega = \beta\rho Q u$)

$$z_A + \frac{\cancel{p_A}}{\gamma} + \frac{\cancel{u_A^2}}{2g} = z_c + \frac{\cancel{p_c}}{\gamma} + \frac{u_c^2}{2g}$$

$$u_c = \sqrt{(z_A - z_c)\cdot 2g} = \sqrt{2g\left(h + \frac{d}{2}\right)} = \sqrt{2\cdot 9.8(1 + 0.05)} = 4.54 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$z_c + \frac{\cancel{p_c}}{\gamma} + \frac{u_c^2}{2g} = z_F + \frac{\cancel{p_F}}{\gamma} + \frac{u_F^2}{2g}$$

$$\frac{u_F^2}{2g} = (z_c - z_F) + \frac{u_c^2}{2g} \Rightarrow u_F = \sqrt{H\,2g + u_c^2} = \sqrt{3.3\cdot 2\cdot 9.8 + 4.54^2} = 9.23 \left[\frac{m}{s}\right]$$

DOBBIAMO ANCORA TROVARE LA PORTATA (Q)

$Q = u_c \Omega_c$, $\Omega_c = C_c \Omega = 0.61 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 0.61 \cdot \frac{3.14 \cdot 0.1^2}{4} = 0.004788\ [m^2]$

$Q = u_c \Omega_c = 4.54 \cdot 0.004788 = 0.0217 \left[\frac{m^3}{s}\right]$

ORA POSSIAMO DETERMINARE $\vec{M}_E$ E $\vec{M}_u$ ($M = \beta\rho Q u$)

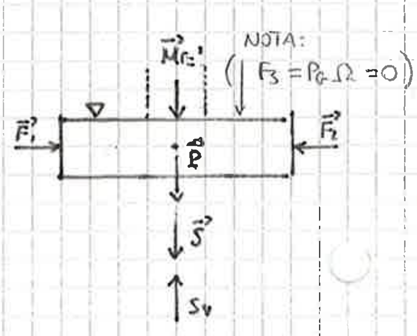
$M_E = \beta\rho Q u_c = 1 \cdot 1000 \cdot 0.0217 \cdot 4.54 = 98.5\ [N]$

$M_u = \beta\rho Q u_F = 1 \cdot 1000 \cdot 0.0217 \cdot 9.23 = 200.3\ [N]$, CON $\beta = 1$

$\vec{P} + \vec{M}_E - \vec{M}_u = 0 \Rightarrow \vec{P} = \vec{M}_u - \vec{M}_E$

1) $P = M_u - M_E = 200.3 - 98.5 = 101.8\ [N]$

CONSIDERIAMO ORA COME VOLUME DI CONTROLLO IL RECIPIENTE R_2



$\vec{P} + \vec{M}_E' + \vec{F}_c = 0$

$\vec{F}_c = -\vec{S} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{S}$, POICHE' $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$

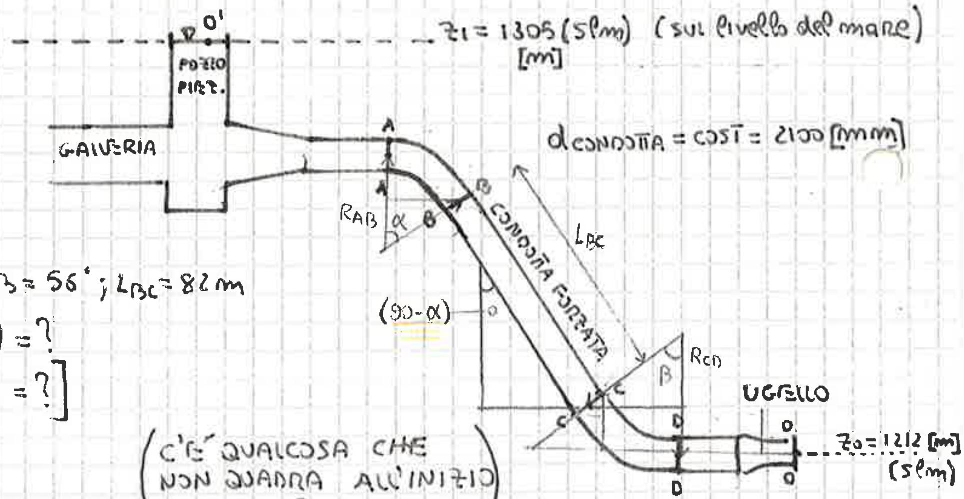
$\vec{P}' + \vec{M}_E' - \vec{S} = 0$

- $\vec{M}_E' = \vec{M}_u = 200.3\ [N]$
- $\vec{P}' = \gamma W = \gamma \pi R^2 \left(\frac{h}{2}\right) = 9800 \cdot 3.14 \cdot 0.5^2 \cdot 0.5 = 3846.5\ [N]$

1) $S_v - P - M_E' = 0$

$S = S_v = P + M_E' = 3846.5 + 200.3 = 4046.8\ [N]$

ESERCIZIO 3



DATI

CONDOTTA FORZATA

hp: PERDITE TRASCURABILI

$R_{AB} = 6.8\ m$; $R_{CD} = 4.6\ m$; $\alpha = \beta = 56°$; $L_{BC} = 82\ m$

- S_{AB} (SPINTA SUL TRONCO AB) = ?
- [S_{CD} (SPINTA SUL TRONCO CD) = ?]

RISOLUZIONE

(C'È QUALCOSA CHE NON QUADRA ALL'INIZIO → Q = ?)

$$z_{0'} + \cancel{\frac{p_{0'}}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_{0'}^2}{2g}} = z_0 + \cancel{\frac{p_0}{\gamma}} + \frac{u_0^2}{2g}$$

FANCULO! TROVATO ERRORE: IL PROBLEMA CI DAVA LA PORTATA: $Q = 14 \left[\frac{m^3}{s}\right]$

$$u_0 = \sqrt{2g(z_{0'} - z_0)} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot (1305 - 1212)} = 42.7 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$Q = u_0 \Omega_c \quad , \Omega_c = C_c \Omega = C_c \frac{\pi d^2}{4} = 0.61 \cdot \frac{3.14 \cdot 2.1^2}{4} = 0.61 \cdot 3{,}46 = 2.11 \ [m^2]$$

$$Q = u_0 C_c \Omega = 42.7 \cdot 0.61 \cdot 3.46 = 0.61 \cdot 147.74 = 90.1 \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

BEN DIVERSO DA $Q = 90.1 \left[\frac{m^3}{s}\right]$!

IL MIO RAGIONAMENTO COMUNQUE QUADRAVA!

VOGLIO TROVARE P_A E P_B

$$z_{0'} + \cancel{\frac{p_{0'}}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_{0'}^2}{2g}} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{u_A^2}{2g} \Rightarrow p_A = (z_{0'} - z_A)\gamma - \gamma \frac{u_A^2}{2g} \quad , u_A = \frac{Q}{\Omega_A} = \frac{90.1}{3.46} = 26.04 \left[\frac{m}{s}\right]$$

42.7

$$z_A = z_0 + (R_{CD} - R_{CD}\cos\beta) + L_{BC}\cos(90-\alpha) + (R_{AB} - R_{AB}\cos\alpha) =$$

$$= 1212 + (4.6 - 4.6\cos 56) + 82\cos(90-56) + (6.8 - 6.8\cos 56) = 1285 \ [m]$$

$$p_A = (1305 - 1285) \cdot 9800 - 9800 \cdot \frac{26.04^2}{2 \cdot 9.8} = -143\,040.8 \ [Pa]$$

$$z_{0'} + \cancel{\frac{p_{0'}}{\gamma}} + \cancel{\frac{u_{0'}^2}{2g}} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{u_B^2}{2g} \Rightarrow p_B = (z_{0'} - z_B)\gamma - \gamma \frac{u_B^2}{2g} \quad , u_B = \frac{Q}{\Omega_B} = \frac{90.1}{3.46} = 26.04 \left[\frac{m}{s}\right]$$

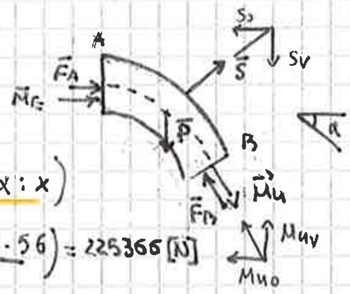
$$z_B = z_0 + (R_{CD} - R_{CD}\cos\beta) + L_{BC}\cos(90-\alpha) \pm$$

$$= 1212 + (4.6 - 4.6\cos 56) + 82\cos(90-56) = 1282 \ [m]$$

$$p_B = (1305 - 1282) \cdot 9800 - 9800 \cdot \frac{26.04^2}{2 \cdot 9.8} = -113\,640.8 \ [Pa]$$

CONSIDERIAMO IL TRONCO AB

EQ. GLOBALE DI EQUILIBRIO DINAMICO



$$\cancel{I} = \bar{P} + \bar{M}_E - \bar{M}_u + F_c + \cancel{T} = 0 \quad , \quad \vec{F}_c = -\vec{S}' + \vec{F}_A + \vec{F}_B$$

$$\bar{P} + \bar{M}_E - \bar{M}_u - \bar{S} + \bar{F}_A + \bar{F}_B = 0$$

(ℓ ARCO DI CIRC. $360° : 2\pi R = \alpha : x$)

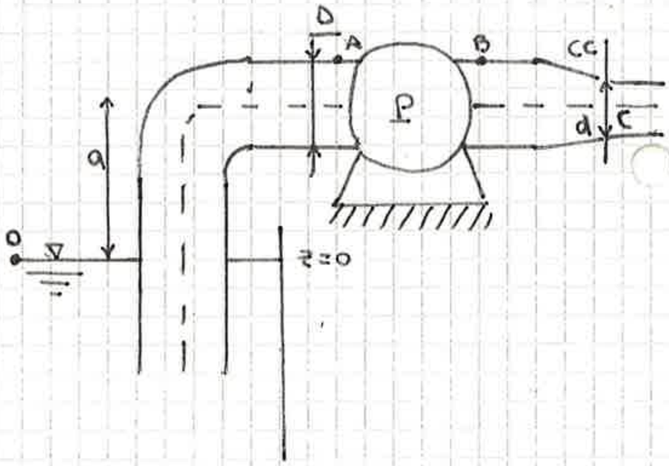
- $P = \gamma W = \gamma \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\left(\frac{2\pi R \alpha}{360}\right) = 9800\left(\frac{3.14 \cdot 2.1^2}{4}\right)\left(\frac{2 \cdot 3.14 \cdot 6.8 \cdot 56}{360}\right) = 225366 \ [N]$
- $M = \beta \rho Q u_{A/B} = 1 \cdot 1000 \cdot 90.1 \cdot 26.04 = 2\,346\,204 \ [N] = |M_E| = |M_u|$
- $F_A = p_A \Omega_A = -494921 \ [N]$
- $F_B = p_B \Omega_B = -393197 \ [N]$

$$\begin{cases} (\uparrow) & -S_v - P + M_u \sin\alpha + F_B \sin\alpha = 0 \\ (\rightarrow) & +F_A + M_E - S_o - M_u\cos\alpha - F_B\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\uparrow) & S_v = (M_u + F_B)\sin\alpha - P = (2\,346\,204 - 393197)\sin 56 - 225366 = 1\,393\,750.2 \ [N] \\ (\rightarrow) & S_o = F_A + M_E - (M_u + F_B)\cos\alpha = \end{cases}$$

$$= (-494921) + 2\,346\,204 - (2346204 + (-393197))\cos 56 = 759175.3 \ [N]$$

ESERCIZIO 5



DATI

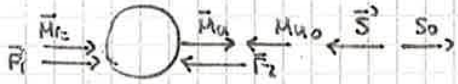
hp: LIQUIDO PERFETTO

$P = 10\,kW$; $a = 1.5\,m$; $D = 0.15\,m$; $d = 0.07\,m$

$C_c = 0.90$

S_0 (SPINTA SUL SUPPORTO DELLA POMPA) = ?

RISOLUZIONE



$\boxed{P = u S_0} \Rightarrow S_0 = \frac{P}{u}$

$\Rightarrow \cancel{M_E} + F_1 - F_2 - \cancel{M_U} + S_0 = 0$

$\Rightarrow S_0 = F_2 - F_1 = P_B\Omega - P_A\Omega = (P_B - P_A)\Omega$

$$\left(\begin{array}{l} \cancel{z_0} + \cancel{\frac{P_0}{\gamma}} + \cancel{\frac{U_0^2}{2g}} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \cancel{\frac{U_A^2}{2g}} \\ P_A = -z_A\gamma = -a\gamma = -1.5 \cdot 9800 = -14700\ [Pa] \end{array} \right)$$

$\boxed{P = \gamma \Delta H Q} \Rightarrow \Delta H = \frac{P}{\gamma Q}$

NB: $\boxed{\Delta H = z_c + \frac{u_c^2}{2g}} = \frac{P}{\gamma Q}$

$H_c - H_A$

$Q = U\Omega = u_c \Omega_c$ with $\Omega = \frac{\pi D^2}{4}$, $\Omega_c = \frac{\pi d^2}{4} \cdot C_c$

$\boxed{u_c \Omega_c = U\Omega}$

$\rightarrow u_c = U\frac{\Omega}{\Omega_c} = \frac{U}{C_c}\left(\frac{D}{d}\right)^2$

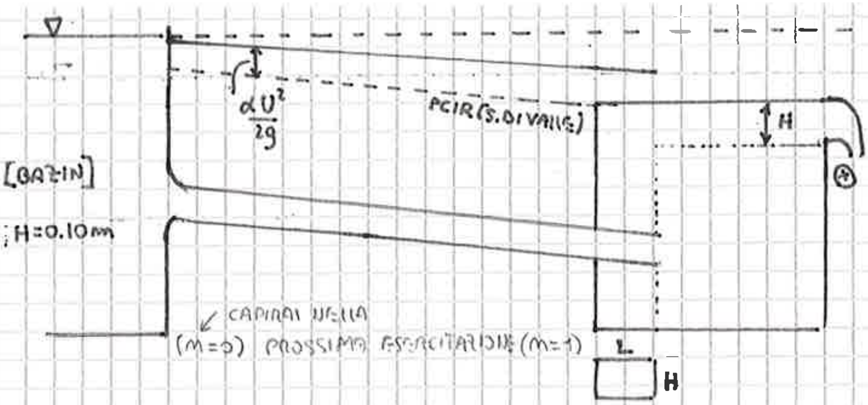
$a + \frac{U^2}{C_c^2}\left(\frac{D}{d}\right)^4 \frac{1}{2g} = \frac{4P}{\gamma U \pi D^2}$

$U = 3.41$

↑?

$S_0 = \frac{P}{u} = \frac{10\,000}{3.41} = 2932.5\ [N]$

ESERCIZIO 1



DATI [TUBO LISCIO]

STRAMAZZO: $Q = 0.41 L H (2gH)^{1/2}$ [BAZIN]

$D = 0.10$ m; $\ell = 10$ m; $L = 0.5$ m; $H = 0.10$ m

$\rho = 1000$ Kg/m^3; $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2

$\Delta Y = ?$ [=Y]

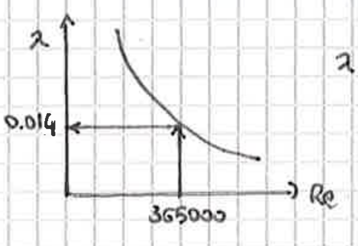
RISOLUZIONE

$$Q = 0.41 L H (2gH)^{1/2} = 0.41 \cdot 0.5 \cdot 0.10\,(2 \cdot 9.8 \cdot 0.10)^{1/2} = 0.0287\ [m^3/s]$$

$$U = \frac{Q}{\Omega} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0.0287}{3.14 \cdot 0.10^2} = 3.65\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\boxed{Re = \frac{\rho U D}{\mu}} = \frac{1000 \cdot 3.65 \cdot 0.10}{10^{-3}} = 365\,000$$ [=> SIAMO IN MOTO TURBOLENTO]

DAL DIAGRAMMA DI MOODY: (→ λ INDICE DI RESISTENZA)



$\lambda = 0.014$

VERIFICHIAMO TRAMITE LA FORMULA DI BLASIUS

$$\boxed{\lambda = 0.3164\, Re^{-0.25}} = 0.0129$$ [X TUBO LISCIO]

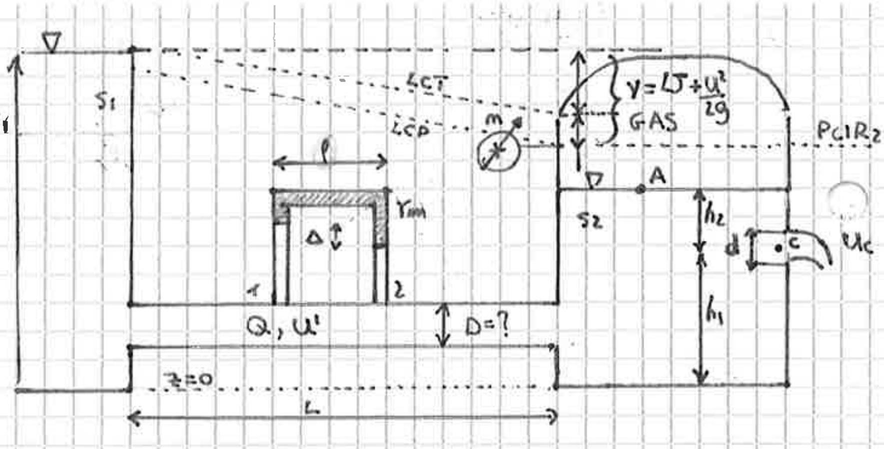
TRAMITE LA LEGGE DI DARCY-WEISBACH (→ J CADENTE)

$$\boxed{J = \frac{\lambda U^2}{2gD}} = \frac{0.0129 \cdot 3.65^2}{2 \cdot 9.8 \cdot 0.10} = 0.0877$$

$$\boxed{\Delta Y = J\ell + \frac{U^2}{2g}} = 0.0877 \cdot 10 + \frac{3.65^2}{2 \cdot 9.8} \doteq 1.55\ [m]$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 191 di 216

ESERCIZIO 3



DATI

$L = 50\ m;\ \ell = 5\ m;\ h_1 = 3\ m;\ h_2 = 1\ m$

$d = 0.10\ m;\ m = 0.4\ Kg/cm^2;$

$\nu = 10^{-6}\ m^2/s;\ \gamma = 9800\ N/m^3;$

$\gamma_m = 7840\ N/m^3;\ \Delta = 0.25\ m$

- $D = ?$
- $h_{MONTE} = ?\ (z_1)$

RISOLUZIONE

PER PRIMA COSA TROVIAMO IL PCIR DEL SERBATOIO S_2

$$m_{GAS} = 0.4\left[\frac{Kg}{cm^2}\right] = 0.4\cdot 10^4\left[\frac{Kg}{10^4\ cm^2}\right] = 4000\left[\frac{Kg}{m^2}\right]\cdot 9.8\left[\frac{N}{Kg}\right] = 39200\left[\frac{N}{m^2}\right] = 39200\ [Pa] = P_A$$

$$h_{S2} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} = (h_1 + h_2) + \frac{P_A}{\gamma} = (3+1) + \frac{39200}{9800} = 8\ m$$

DISEGNAMO IL PCIR2 (OVVIAMENTE DISEGNO NON IN SCALA)

ORA POSSIAMO CALCOLARE LA VELOCITA' DI EFFLUSSO u_c

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \cancel{\frac{u_A^2}{2g}} = h_{S2} = z_c + \cancel{\frac{P_c}{\gamma}} + \frac{u_c^2}{2g}$$

$$u_c = \sqrt{2g(h_{S2} - z_c)} = \sqrt{2\cdot 9.8\cdot(8-3)} = 9.9\left[\frac{m}{s}\right]$$

$\rightarrow$ VOGLIAMO TROVARE J

$\boxed{\Delta H = JL}$ $\quad (\Delta H = H_1 - H_2 = J\ell)$

LCP E LCT SONO // $\Rightarrow$ $\Delta H = \Delta h = \delta$

$$\delta = h_1 - h_2 = \Delta\left(\frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma}\right) = 0.25\left(\frac{9800-7840}{9800}\right) = 0.05\ [m]$$

$$J = \frac{\Delta H}{\ell} = \frac{\delta}{\ell} = \frac{0.05}{5} = 0.01$$

$\rightarrow$ VOGLIAMO TROVARE Q

$$Q = u_c\cdot\Omega_c = u_c C_c \Omega = u_c C_c \frac{\pi d^2}{4} = 9.9\cdot 0.6\cdot\frac{3.14\cdot 0.1^2}{4} = 0.047\left[\frac{m^3}{s}\right]$$

($\rightarrow z_1$) EQ. DI BILANCIO ENER.

$$z_1 - h_{S2} = LJ + \frac{U'^2}{2g}$$

$$U' = \frac{Q}{\Omega'}\ (=cost),\quad \Omega' = \frac{\pi D^2}{4}$$

DUE INCOGNITE z_1, D

z_1, D RIMANGONO INCOGNITE PERCHE' NON HO VOGLIA DI PERDERE TEMPO "ANDANDO A TENTATIVI" / INTERPOLANDO ....

ESERCITAZIONE 6 (PIEZOMETRICHE BREVI CONDOTTE: PERDITE LOCALIZZATE)

FORMULE E CONSIDERAZIONI

- PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE ($\Delta H_{(D)}$)

$$\boxed{\Delta H_{(D)} = JL}$$

- PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE ($\Delta H_{(L)}$)

$$\boxed{\Delta H_{(L)} = m\frac{U_V^2}{2g}}$$

U_V = VELOCITA' A VALLE DELL'OSTRUZIONE

DETERMINAZIONE DI m

- RACCORDO

$\boxed{m=0} \Rightarrow \Delta H_{(L)} = 0\cdot\frac{U_V^2}{2g} = 0$

- CASO

$\boxed{m=1} \Rightarrow \Delta H_{(L)} = 1\cdot\frac{U_V^2}{2g}$

- BRUSCO RESTRINGIMENTO

$\boxed{m = f\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} \Rightarrow \Delta H_{(L)} = m\frac{U_V^2}{2g}$

$\frac{d_2}{d_1}\left(=\frac{d_V}{d_M}\right)$ V ~ A VALLE, M ~ A MONTE

SE $d_1 \gg d_2$: $\frac{d_2}{d_1} \to 0 \Rightarrow m = 0.5$

- BRUSCO ALLARGAMENTO

$m = \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1\right)^2 \Rightarrow \Delta H_{(L)} = \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1\right)^2 \cdot \frac{U_V^2}{2g}$

$\Delta H_{(L)} = \frac{(U_M - U_V)^2}{2g}$

FORMULE EMPIRICHE PER LE $\Delta H_{(D)}$

- LEGGE DI DARCY

$$\boxed{J = \beta\frac{Q^2}{d^m}}$$

β = COEFF CHE TIENE CONTO DELLA SCABREZZA

$m = 5 \to \beta = f$ (SCABREZZA, DIAMETRO)

$m = 5.33 \to \beta = f$ (SCABREZZA)

- LEGGE DI CHEZY

$$\boxed{J = \frac{U^2}{C^2 R}}$$

R = RAGGIO IDRAULICO $\quad R = \frac{\Omega_{BASE}}{PERIMETRO}$

C = FATTORE CHE TIENE CONTO DELLA SCABREZZA

(PIU' C E' ALTO PIU' LA PARETE E' LISCIA)

PER DETERMINARE C : DUE LEGGI

- LEGGE DI STRIKLER

$\boxed{C = k_S \cdot R^{1/6}}$

R = RAGGIO IDRAULICO

k_S = FATTORE STRIKLER (LEGATO ALLA SCABR.)

- LEGGE DI MANNING

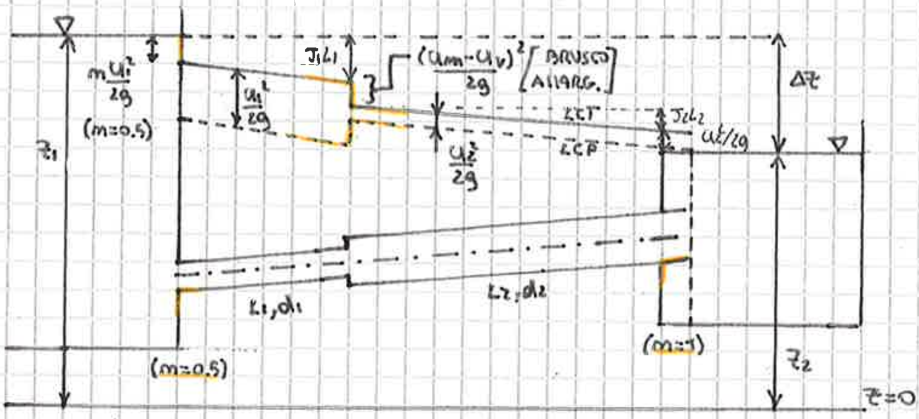
$\boxed{C = \frac{1}{n}R^{1/6}}$

$\left(\frac{1}{n} = k_S\right)$

VS

$\boxed{J = \frac{\lambda U^2}{2gd}}$ LEGGE DI DARCY-WEISBACH

ESERCIZIO 2



DATI

$\left[J = \beta' Q^2 D^{-5.33}\right]$ (DARCY)

$d_1 = 125$ mm ; $d_2 = 200$ mm

$L_1 = 5$ m ; $L_2 = 10$ m ; $\Delta z = 1.2$ m

$\beta' = 0.0019$ $s^2 m^{2/3}$

- $Q = ?$

RISOLUZIONE

TRACCIO LCP E LCT

BILANCIO ENERGETICO

$$\Delta z = z_1 - z_2 = 0.5\frac{u_1^2}{2g} + J_1L_1 + \frac{(u_1-u_2)^2}{2g} + J_2L_2 + \frac{u_2^2}{2g} =$$

$$= \frac{0.5}{2g}\cdot\frac{Q^2 16}{\pi^2 d_1^4} + \frac{\beta' Q^2}{d_1^{5.33}}\cdot L_1 + \frac{Q^2 16}{2g\pi^2}\left(\frac{1}{d_1^4} - \frac{1}{d_2^4}\right) + \frac{\beta' Q^2}{d_2^{5.33}}\cdot L_2 + \frac{Q^2 \cdot 16}{2g\pi^2 d_2^4} = 1.2\ [m]$$

$$Q = \sqrt{\frac{1.2}{1065.8}} = 0.033 \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

ESERCITAZIONE 7 (LUNGHE CONDOTTE)

FORMULE E CONSIDERAZIONI

QUANDO LA LUNGHEZZA E' SUFFICIENTEMENTE GRANDE, ALLORA LE PERDITE DI CARICO CHE PREVALGONO SONO QUELLE DISTRIBUITE: POSSIAMO ALLORA SEMPLIFICARE L'EQ. DI BILANCIO ENERGETICO TRASCURANDO LE PERDITE LOCALIZZATE.

$\boxed{\Delta z = z_1 - z_2 = JL}$ BILANCIO ENERGETICO

PER TROVARE J USIAMO LA FORMULA DI DARCY:

$$\boxed{J = \frac{\beta Q^2}{d^{5.33}}}$$

DIMENSIONAMENTO DELLA CONDOTTA ($\rightarrow d, L$)

SE CI VENGONO FORNITI DAL PROBLEMA β (TUBI USATI) E β' (TUBI NUOVI) INIZIAMO UTILIZZANDO β (TUBI USATI).

$\Rightarrow$ TROVIAMO UN d_N TEORICO

DOPODICHE' DOBBIAMO VALUTARE I DIAMETRI COMMERCIALI:

$d_1 < d_N < d_2$ (d_N SARA' COMPRESO TRA DUE DIAMETRI COMMERCIALI)

QUINDI DECIDIAMO DI FARE UN PEZZO CON d_1 E UN PEZZO CON d_2

QUANTO LUNGHI (L_1, L_2)? RISOLVO:

$$\boxed{\begin{cases} L = L_1 + L_2 \\ z_1 - z_2 = J_1 L_1 + J_2 L_2 \end{cases}}$$

TROVATI L_1 E L_2 DOBBIAMO DECIDERE LA DISPOSIZIONE DEI DUE TRATTI (d_1, d_2)

a) PRIMA d_1 ($< d_N$) E POI d_2 ($> d_N$) o O $\rightarrow$ BASSE PRESSIONI

b) PRIMA d_2 ($> d_N$) E POI d_1 ($< d_N$) O o $\rightarrow$ ALTE PRESSIONI

TENDENZIALMENTE a)

ECCEZIONE FA IL CASO IN CUI VOGLIO EVITARE DI AVERE PRESSIONI TROPPO PROSSIME ALLO ZERO POICHE' E' PREFERIBILE EVITARE TRATTI IN DEPRESSIONE

APPENA COSTRUITO, L'IMPIANTO AVRA' UN'ALTRA SCABREZZA (INFERIORE)

$\Rightarrow$ HO UNA PORTATA MAGGIORE RISPETTO A QUELLA DI PROGETTO

$\Rightarrow$ INSERISCO UNA VALVOLA RIDUTTRICE CON LO SCOPO DI PROVOCARE UNA P. DI CARICO LOCAL.

NUOVO BILANCIO ENERGETICO (VALVOLA RIDUTTRICE)

$\boxed{\Delta z = z_1 - z_2 = J_1' L_1 + J_2' L_2 + \Delta H}$, J_1', J_2' CALCOLATI CON β' (TUBI NUOVI)

CONSIDERAZIONE SULLE POMPE

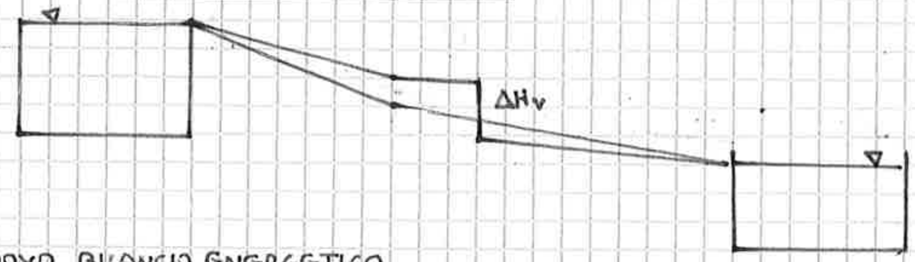
$P = \gamma \Delta H Q$

$\boxed{\eta = \frac{P_{TEORICA}}{P_{VERA}}} \Rightarrow P = \frac{\gamma \Delta H Q}{\eta}$

(NELLA REALTA' HO BISOGNO DI UNA POTENZA (VERA) MAGGIORE DELLA P TEORICA)

APPENA COSTRUITO, L'IMPIANTO HA UN'ALTRA SCABREZZA (SCABREZZA INFERIORE)
$\Rightarrow$ HO UNA PORTATA MAGGIORE RISPETTO A QUELLA DI PROGETTO $\Rightarrow$ INSERISCO UNA VALVOLA RIDUTTRICE CHE HA LO SCOPO DI PROVOCARE UNA PERDITA DI CARICO LOCALIZZATA.

INSERISCO UNA VALVOLA RIDUTTRICE



NUOVO BILANCIO ENERGETICO

$\Delta z = z_1 - z_2 = J_1' L_1 + J_2' L_2 + \Delta H$; J_1', J_2' CALCOLATI CON $\beta' = 0.0013 \ s^2 m^{-2/3}$ (T. NUOVI)

$$J_1' = \frac{\beta' Q^2}{d_1^{5.33}} = \frac{0.0013 \cdot 0.085^2}{0.175^{5.33}} = 0.1017$$

$$J_2' = \frac{\beta' Q^2}{d_2^{5.33}} = \frac{0.0013 \cdot 0.085^2}{0.200^{5.33}} = 0.0499$$

$$\Delta H = \Delta z - J_1' L_1 - J_2' L_2 = 165 - 0.1017 \cdot 576.8 - 0.0499 \cdot 623.2 = 55.3 \ [m]$$

TEORIA

FLUIDO = CORPO MATERIALE DOTATO DI ALTISSIMA MOBILITA' DELLE PARTICELLE CHE LO COMPONGONO. SE IMPONGO UNA SOLLECITAZIONE AL FLUIDO, LA VELOCITA' DI DEFORMAZIONE DEL FLUIDO TENDE A ZERO

PRESSIONE:
1[atm] =
1[bar] =

* H_2O:

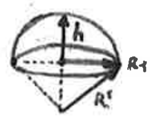
DENSITA': ρ = ...[ ]
ρ_{H_2O} =
ρ_{ARIA} =
ρ_{ME} =

$\rho = f(\ldots\ldots)$
T = [.......]
$\rightarrow \Delta\rho \approx$

H_2O*

PESO SPECIFICO / MASSA VOLUMICA:
γ_{H_2O} =
γ_{ARIA} =
$\gamma_{ME} \cong$

GEOMETRIA:
$P_{CERCHIO}$ =
$A_{CERCHIO}$ =
A_{SFERA} =
V_{SFERA} =
$A_{LAT\,CIL}$ =
V_{CIL} =
V_{CONO} =
CALOTTA SFERICA:



V_c =
V_c =
AREA FETTA DI TORTA =
LUNGHEZZA ARCO =

MODULO DI ELASTICITA' A COMPRESSIONE CUBICA: [ ]
E_{H_2O} =
$E_{GAS} \cong$

$\varepsilon = f(\ldots\ldots)$
T = [......]
$\rightarrow \Delta\varepsilon \approx$ ....
ε =

TENSIONE SUPERFICIALE:
S_{H_2O} =
S_{ARIA} =

VISCOSITA' DINAMICA: $\mu = f(\quad)$
$\mu_{H_2O} \cong$
$\mu_{GAS} \cong$

VISCOSITA' CINEMATICA:

SCALE INFERIORI
- LIQUIDI:
- GAS:

COMPRIMIBILITA':

NUMERO DI MACK:

a) CASO LIQUIDI:

b) CASO GAS:

SE ε = COST ρ = ?

SE T = COST ε = ? c = ?

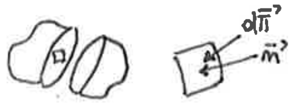
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 203 di 216

SFORZI NEI SISTEMI CONTINUI

ESISTONO DUE TIPI DI FORZE CHE AGISCONO NEL FLUIDO:

- FORZE DI MASSA
- FORZE DI SUPERFICIE [$\sum_j \Pi_j$, Π_j = SPINTE CHE AGISCONO SULLE SUPERFICI]

$\bar{\Phi}$ = [ ] = [ ] SFORZO UNITARIO

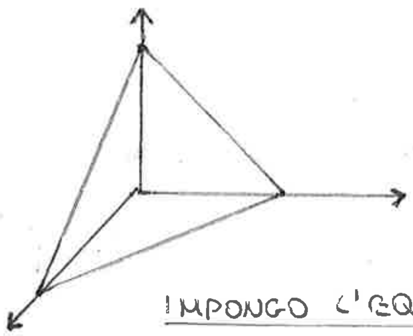


Π = [ ] SPINTA CHE AGISCE SULLA SUPERFICIE

$\bar{\Phi}$ = =

TEOREMA DEL TETRAEDRO DI CAUCHY

DIMOSTRAZIONE:



IMPONGO L'EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE SUL TETRAEDRO: $\sum_j \vec{F}_j = m\vec{a}$

POSSO TRASCURARE I TERMINI RELATIVI AL VOLUME PERCHÈ SONO INFINITESIMI DI ORDINE SUPERIORE.

E OTTENIAMO COSÌ:

(C.V.D.)

$\bar{\Phi}_x$ = $\bar{\Phi}_y$ = $\bar{\Phi}_z$ =

$\Rightarrow \bar{\Phi}_m$ =

$\bar{\Phi}_{mx}$ =
$\bar{\Phi}_{my}$ =
$\bar{\Phi}_{mz}$ =

$\Rightarrow$ $\boxed{\varphi_m = \quad}$, CON:

MATRICE $\bar{\Phi}$ = TENSORE DEGLI SFORZI

PROPRIETÀ:

1)

2) 3 REALI E DISTINTI E AUTOVETTORI ($\vec{v}$) ORTOGON.

3) $\exists$ UN SdR (QUELLO DEGLI $\vec{v}$) TALE CHE $\bar{\Phi}$ E DIAG.

4) .... È INVARIANTE RISP. AL SdR

.... TRACCIA

P = NON DIPENDE DAL SdR

5) SE $\bar{\Phi}$ È DIAGONALE PER $\forall$ I SdR :

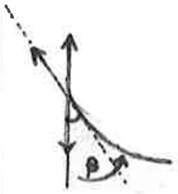
QUESTO AVVIENE: $\bar{\Phi} = (\quad) =$

-
-

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 205 di 216

CAPILLARITÀ

LA TENSIONE SUPERFICIALE È PRESENTE OGNI QUALVOLTA VI È UN "SALTO DI MATERIALE".



PER L'EQUILIBRIO DEL SISTEMA L'ANGOLO DI ATTACCO β DEVE, QUINDI, SODDISFARE:

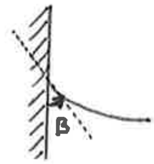
SICCOME LE TRE TENSIONI SONO PROPRIETÀ DELLA MATERIA, SONO NUMERI PREFISSATI.

$0° \leq \beta \leq 180°$

VETRO - ACQUA - ARIA

SI OTTIENE CHE:

$\cos\beta \cong$ .... $\Rightarrow$ $\beta \cong$ ....

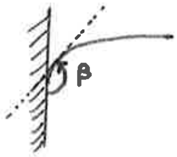


IL LIQUIDO BAGNA IL SOLIDO

VETRO - MERCURIO - ARIA

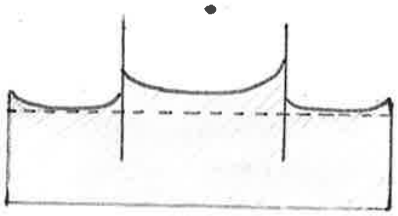
SI OTTIENE CHE:

$\beta \cong$ ....



IL LIQUIDO NON BAGNA IL SOLIDO

VEDIAMO ORA LA CAPILLARITÀ

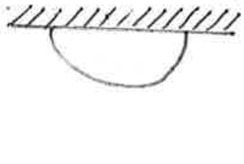


LEGGE DI .... : IL LEGAME TRA L'ALTEZZA DEL FLUIDO RAGGIUNTA E IL DIAMETRO DEL TUBO È FUNZIONE SOLO DI CARATTERISTICHE DEL FLUIDO

IL SOPRAELEVAMENTO O DEPRESSIONE ..... DOVUTO/A ALLA CAPILLARITÀ È INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL DIAMETRO DEL TUBO.

LUNGHEZZA CAPILLARE

CONSIDERO UNA GOCCIA D'ACQUA APPESA AL SOFFITTO
QUAL'È IL RAGGIO MASSIMO R_{MAX} DELLA GOCCIA AFFINCHÉ ESSA NON CADA?

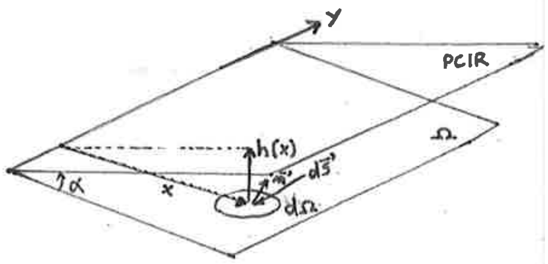


ALL'EQUILIBRIO:

$\Rightarrow$ $R =$, $L_C =$

$L_{C_{H_2O}} =$ ....[ ] $\Rightarrow$ $R_{MAX} \cong$

SPINTE SU SUPERFICI PIANE



..... = AFFONDAMENTO DI $d\Omega$ RISPETTO AL PCIR

..... = DISTANZA DALL' ASSE Y

$\vec{S} =$

DEFINIAMO:

MOMENTO STATICO ; ..... = COORDINATA DEL BARICENTRO

$\vec{S} =$; ..... = PRESSIONE DEL BARICENTRO

OTTENIAMO:

SPINTA SU SUPERFICIE PIANA

BISOGNA INDIVIDUARE IL PUNTO DI APPLICAZIONE = CENTRO DI SPINTA C $\{x_c ; y_c\}$

→ DEVO EFFETTUARE UN EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE CONSIDERANDO CHE IL MOMENTO TOTALE NEL CENTRO C CORRISPONDE ALLA SOMMA DEI MOMENTI INFINITESIMI CHE AGISCONO SU Ω

RICORDANDO:

ALLORA:

⇒ $x_c =$;

$y_c =$;

QUANDO UNA SUPERFICIE E' SIMMETRICA : ....

TEOREMA DI HUYGENS-STEINER

; ....

⇒ $x_c =$

$\overline{CG} =$

RETTANGOLO:

QUADRATO:

CERCHIO:

ELLISSE:

APPLICAZIONI NOTEVOLI DELL' EQUAZIONE GLOBALE DELLA STATICA

1) LEGGE DI LAPLACE

CILINDRO DI RAGGIO R CON GENERATRICI DI LUNGHEZZA L

2) FORMULA DI MARIOTTE

CONSIDERIAMO UN TUBO DI DIAMETRO d, SPESSORE S, LUNGHEZZA dL,
COSTITUITO DI UN CERTO MATERIALE CON UN CERTO σ = CARICO DI SICUREZZA A TRAZIONE

AMMETTENDO CHE:

- LA $P = \text{cost}$ IN TUTTO IL FLUIDO (CIO' E' POSSIBILE PERCHE' STO CONSIDERANDO $h \gg D \Rightarrow \Delta P$ TRASC.)
- $S < (D/50)$

SPESSORE (F. MARIOTTE)

3) SPINTA DI ARCHIMEDE

" UN CORPO IMMERSO IN UN LIQUIDO RICEVE UNA SPINTA VERTICALE DIRETTA VERSO L'ALTO, DI MODULO PARI AL PESO DI VOLUME DI LIQUIDO SPOSTATO, UGUALE A QUELLO DEL C. IMMERSO; ESSA PASSA PER IL BARICENTRO DEL VOLUME STESSO (W) "

NOTA: LA COMPONENTE ORIZZONTALE DELLA SPINTA SU UNA SUP. CHIUSA COMPL. IMMERSA IN UN LIQUIDO IN QUIETE E' SEMPRE NULLA.

EQUILIBRIO RELATIVO - FLUIDO IN ROTAZIONE

CONSIDERANDO UN RECIPIENTE IN ROTAZ.:

SOVRALLEVAM.

LEGGE DI STEVINO PER SISTEMI NON INERZIALI

EQUAZIONE INDEFINITA DELLA STATICA: ....

- IN UN CAMPO GRAVITAZIONALE SI HA: ....
- IN UN SISTEMA NON INERZIALE AGISCE ANCHE LA FORZA DI TRASCINAMENTO: ....

....

....

CONSIDERANDO UN F. INCOMPRIMIBILE: ....

$\Rightarrow$ .... = [ ]

$\Rightarrow$ $\boxed{}$ LEGGE DI STEVINO PER SISTEMI NON INERZIALI

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 211 di 216

DERIVATA EULERIANA

APPLICO ALL'ACCELERAZIONE:

= = CONTRIBUTO DI ACC. DOVUTO ALLA VARIAZIONE DELLA VELOCITA' IN UN SINGOLO PUNTO AL PASSARE DEL TEMPO

= = VARIAZIONE DI VELOCITA' SUBITA DALLA PARTICELLA: TIENE CONTO DELLA VARIAZIONE SPAZIALE DELLA VELOCITA'.

TIPI DI MOVIMENTO

1) = SI HA DIPENDENZA SIA SPAZIALE CHE TEMPORALE DEL CAMPO DI MOTO

2) = MOTO CARATTERIZZATO DA GRANDEZZE CINEMATICHE CHE NON DIPENDONO DAL TEMPO

3) = NON C'E' DIPENDENZA NE' SPAZIALE NE' TEMPORALE

4) = MOTO IN CUI IL VETTORE $\vec{u}$ E' OVUNQUE // A UN PIANO P, E I VETTORI VELOCITA' DEI PUNTI SITUATI SU UNA STESSA PERPENDICOLARE AL PIANO P SONO TRA DI LORO UGUALI.

ASSUNTO L'ASSE Z NORMALE AL PIANO P:

DEFINIZIONI VARIE:

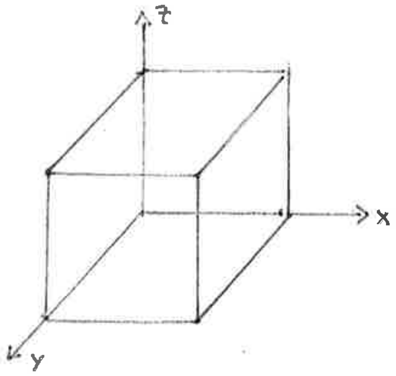
- = VARIAZIONE DEL VOLUME DEL FLUIDO (QUINDI ANCHE DELLA ρ) AL VARIARE DELLA P
- = CAPACITA' DI UN FLUIDO DI TRASPORTARE QUANTITA' DI MOTO = TRASFERIRE SFORZI TANGENZIALI; INDICA LA RESISTENZA DI UN FLUIDO ALLO SCORRIMENTO
- : OBIETTIVO: VALUTARE COME VARIANO GLI SFORZI UNITARI AL VARIARE DELLA GIACITURA.
- = LUOGO DEI PUNTI, // AL VETTORE VELOCITA' $\vec{u}$, OCCUPATI DA UNA PARTICELLA LUNGO IL MOTO. E' IL RISULTATO DELL'EVOLUZIONE NEL TEMPO DEL MOTO DI UNA PARTICELLA.
- = E' UNA CURVA TANGENTE IN OGNI SUO PUNTO AL VETTORE VELOCITA' $\vec{u}$ E' DEFINITA IN UN CERTO ISTANTE t_0:
- = CAMPO DI MOTO IN CUI LE LINEE DI CORRENTE SONO PARALLELE TRA LORO
- = CORRENTE IN CUI LE LINEE SONO QUASI RETTILINEE
- = SUPERFICIE TUBOLARE FORMATA DA UNA SERIE DI LINEE DI CORRENTE PASSANTI PER OGNI SINGOLO PUNTO DI UNA LINEA CHIUSA.

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

ESPRIME IL PRINCIPIO DI:

PRINCIPIO CHE COMPORTA UN LEGAME TRA I CARATTERI CINEMATICI DEL PROCESSO DI MOTO E LA DENSITÀ DEL FLUIDO.

CONSIDERO UN CUBETTO INFINITESIMO DI LATI dx, dy, dz:



- MASSA USCENTE − MASSA ENTRANTE =
- DIMINUZIONE SUBITA (PER EFFETTO DELLA VARIAZIONE DI ρ) =

UGUAGLIANDO OTTENIAMO:

1° FORMA DELL'EQ. DI CONTINUITÀ

ESSENDO PER DEFINIZIONE:

2° FORMA DELL'EQ. DI CONTINUITÀ

CASI SPECIFICI:

a) ρ = OMOGENEO =>

b) MOTO PERMANENTE =>

c) MOTO PERMANENTE + ρ OMOGENEO =>

d) FLUIDO INCOMPRIMIBILE =>

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ APPLICATA ALLE CORRENTI

- FLUSSO USCENTE − FLUSSO ENTRANTE =
- VARIAZIONE DI MASSA NEL VOLUME DI C =

UGUAGLIANDO OTTENIAMO:

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ PER LE CORRENTI

CONDIZIONE IDEALE:

-

-

CASI SPECIFICI:

a) MOTO PERMANENTE =>

b) FLUIDO INCOMPRIMIBILE =>

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 215 di 216