NUMERO: 2255A ANNO: 2017

A P P U N T I

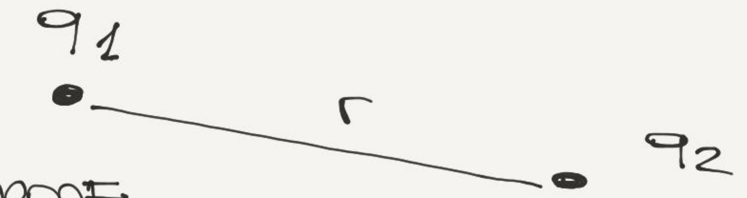
STUDENTE: Zaoli Pattone Martina

MATERIA: Fisica II - Prof. Ummarino

ELETTROSTATICA

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

$\hookrightarrow \varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{m^2 \cdot N}$



CARICA ELETTRONE

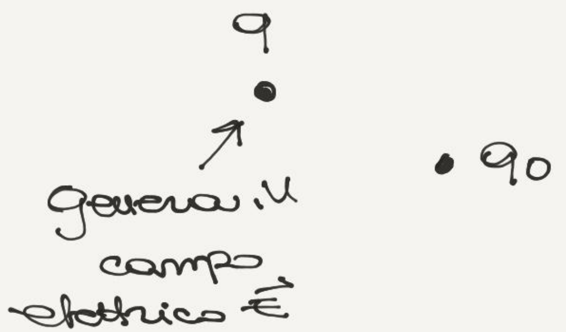
$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

CAMPO ELETTRICO ■ perturbazione dello spazio tempo che opera una carica q

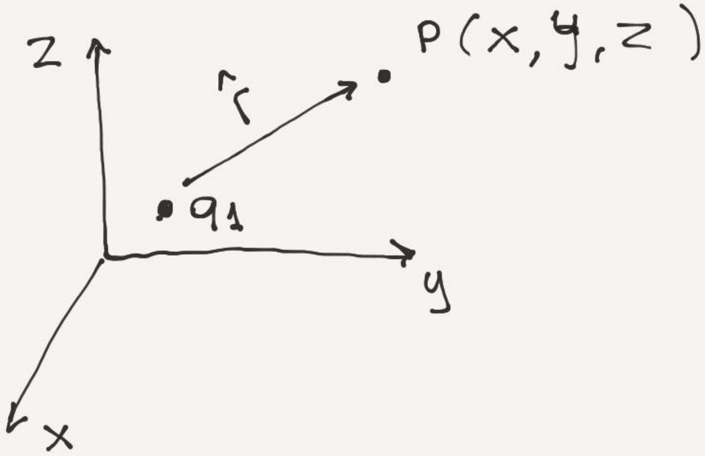
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$q_0 << q$

$\hookrightarrow$ carica di prova: normalizza la forza elettrica



CAMPO ELETTRICO IN 3 DIMENSIONI



q_1 genera un campo $\vec{E}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{u}_r = \frac{\hat{r}}{|r|} = \frac{\text{vettore}}{\text{modulo}} = \text{versore unitario}$$

↑ indica la direzione di $\hat{r}$ e il verso.

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_x \rightsquigarrow \vec{u}_x = \frac{x - x_1}{|r|}$$

Posso riscriverlo come:

$$|r| = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot \frac{x - x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}}$$

$$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} \rightsquigarrow r^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2$$

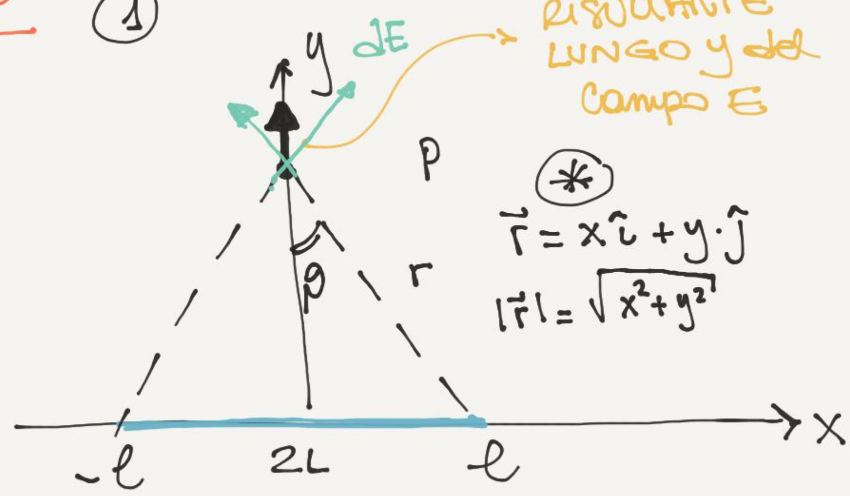
$$\Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q\,(x - x_1)}{\left((x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2\right)^{3/2}}$$

ANALOGO PER LE componenti y e z

$$E_x(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho\, dV\ (x-x')}{\left((x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2\right)^{3/2}}$$ [integrale di volume]

$$E_x(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int dx' \int dy' \int dz'\ \frac{\rho(x',y',z')\,(x-x')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

ESERCIZIO : FILO UNIFORMEMENTE CARICO ①



(*) $\vec{r} = x\hat{i} + y\cdot\hat{j}$

$|\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$q = \lambda \cdot 2L$

$\vec{E}(\vec{r}) = E_y\hat{j}$

$dE_y = dE\cos\vartheta$

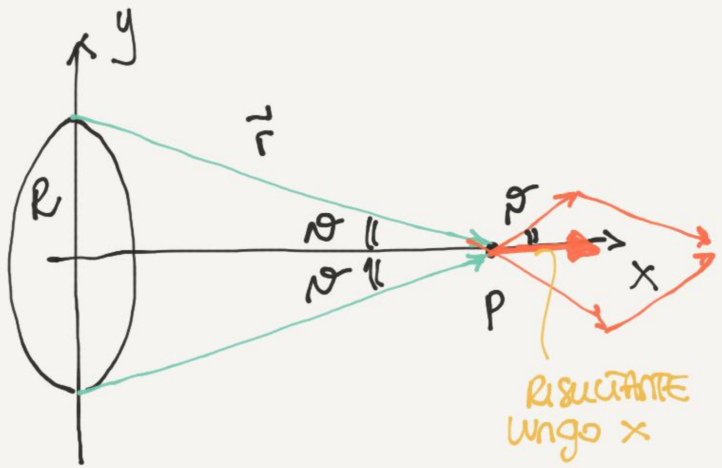
$$|\vec{E}| = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\vartheta = |\vec{E}_y|$$

$$= \int \frac{\lambda\, 2\, dL}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}\cos\vartheta =$$

$$= \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\ell}^{\ell} \frac{dL}{r^2_{(*)}}\cos\vartheta = \frac{2\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\ell}^{\ell}\frac{dx}{x^2+y^2}\cos\vartheta$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 244

ANELLO UNIFORMEMENTE CARICO



$$|\vec{E}| = |\vec{E}_x|$$

$$dE_x = dE \cos\vartheta \rightarrow \boxed{\text{INTEGRO}}$$

$$|\vec{E}| = \int \frac{dq^{\circledast}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cos\vartheta \cdot \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}} =$$

$$= \int_0^{2\pi R} \frac{\lambda dL}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cos\vartheta \cdot \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}} =$$

$$= \frac{\lambda x \cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dL = \frac{\lambda x \cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^{3/2}} 2\pi R$$

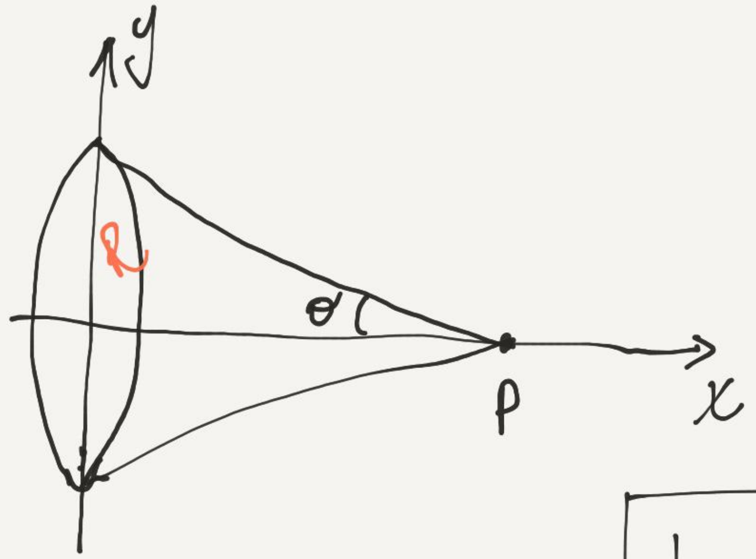
$\circledast$ $Q = \lambda 2\pi R$

$dq = \lambda dL$

SE $x \gg R$ l'anello è assimilabile ad una carica puntiforme

$$E \simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 244



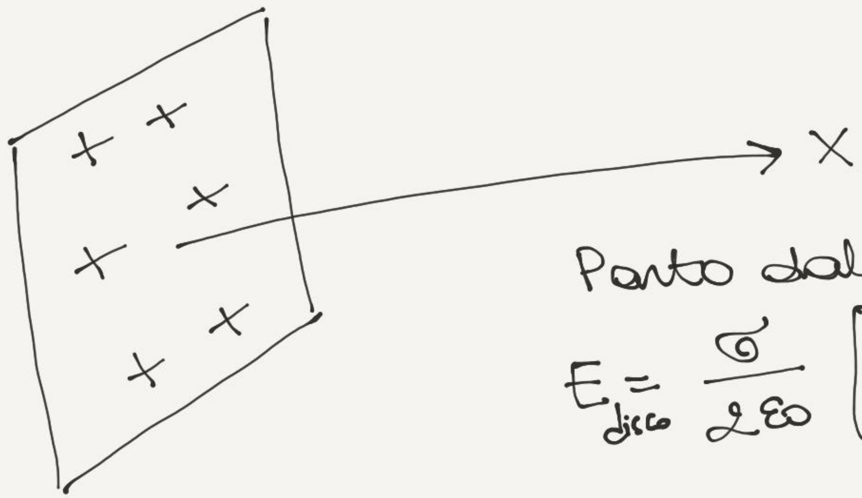
$$E = E_x = dE\cos\theta$$

$$\int dE\cos\theta = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta \cdot \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$\boxed{dq = \lambda\, dl}$$

$$E_x = \int_0^{2\pi R} \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)} \cos\theta \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{\lambda \cos\theta\, x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}} \cdot 2\pi R$$

PIANO INFINITO UNIFORMEMENTE CARICO



$$E = \pm \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \text{costante}$$

Parto dal DISCO unif. carico dove

$$E_{disco} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}\right]$$

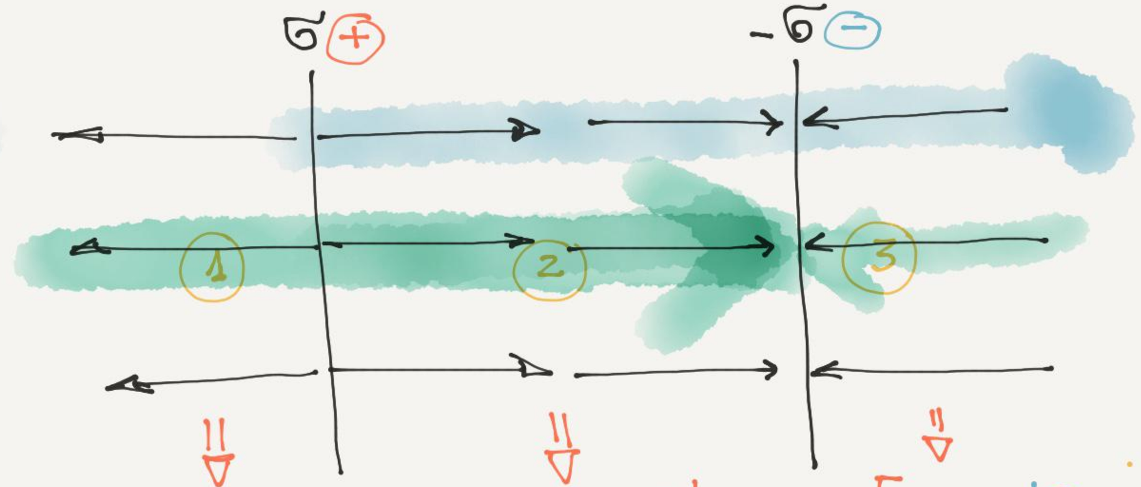
disco da R definito

$$\lim_{R\to\infty} E_{disco} = \lim_{R\to\infty} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \underbrace{\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}}_{\to 0}\right] = \;\to\; \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Se pongo il raggio del disco $\to \infty$, non è più un disco, ma un piano ∞

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 244

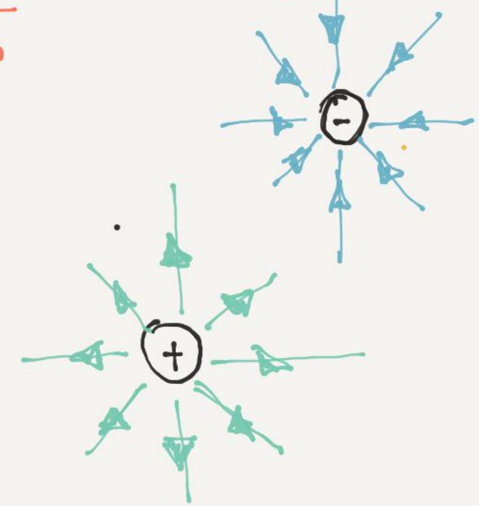
LASTRE UNIFORMEMENTE CARICHE



$\Downarrow$ $E_{TOT_1} = 0$

$\Downarrow$ $E_{TOT} = 2 \cdot \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\Downarrow$ $E_{TOT_3} = 0$



Per le linee
di campo
devo considerare
1 lastra per volta

NB LE LINEE DI FORZA SONO INFINITE!!

$$\Rightarrow W_{AB} = \int_{r_A}^{r_B} dW = \int_{r_A}^{r_B} q_0 E \, dr = \int_{r_A}^{r_B} q_0 \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

→ incognita distanza tra q e q_0 che varia in ogni istante.

$$W_{AB} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} =$$

$$= \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = q_0 \left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} \right] =$$

→ DIFFERENZA TRA POTENZIALE IN r_A E POTENZIALE IN r_B

$$= q_0 \left(V(r_A) - V(r_B) \right)$$

ENERGIA POTENZIALE

$$\Delta W = W(r_B) - W(r_A) = -\Delta U$$

→ U = energia potenziale

$$\Delta U = q_0 \left(V(r_A) - V(r_B) \right)$$

↑ Joule ↑ Coulomb → $V = \left[\frac{J}{C} \right] = [\text{VOLT}]$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 244

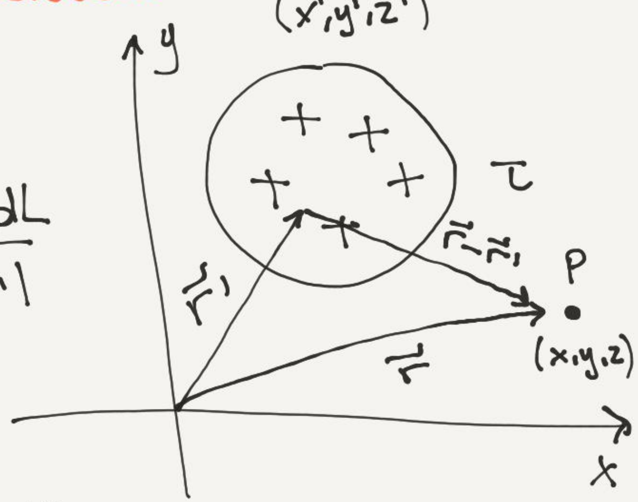
Corpi MACROSCOPICI → distribuzione di carica

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}|}$$

$$\boxed{1D} \quad V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_\tau \frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_L \frac{\lambda(\vec{r}')\, dL}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

(analogo nelle 3 dim.)

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$$



1D $dq = \lambda\, dL$

2D $dq = \sigma\, d\Sigma$

3D $dq = \rho\, d\tau$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 244

TEOREMA DI STOKES

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{L} = \int_\Sigma (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{n} \; d\Sigma$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = 0$$

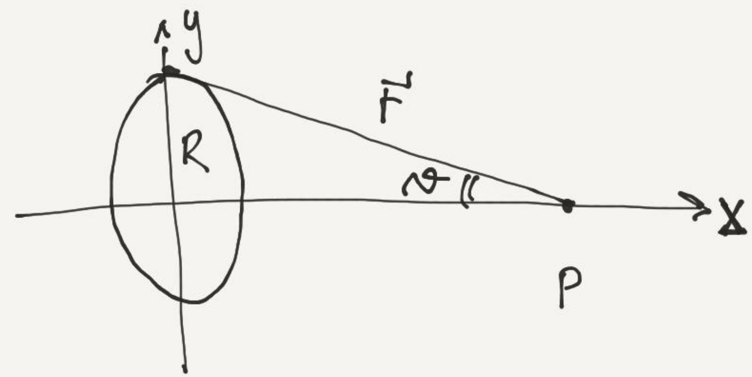
prodotto vettoriale

SE $\vec{E}$ è conservativo

$\mathcal{E} = 0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 244

ESERCIZIO: ANELLO CARICO



$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda\, dL}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}$$

$$dq = \lambda\, dL$$

$$q = \lambda 2\pi R$$

$$r = \sqrt{x^2+R^2}$$

$$V(\vec{r}) = \int_0^{2\pi R} \frac{\lambda\, dL}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}} \int_0^{2\pi R} dL =$$

$$= \frac{\lambda 2\pi R}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2+R^2}}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{\cancel{2}}\left(x^2+R^2\right)^{-3/2}\cdot \cancel{2}x\right)\right] \left(x^2+R^2\right)^{1/2}.$$

$$= \frac{q\, x}{4\pi\varepsilon_0 \left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

Il gradiente di potenziale sarà $\perp$ alla superficie

$$V(x,y,z) = \text{costante} \longrightarrow dV = -\vec{E}\cdot d\vec{s} = -\underbrace{\left(-\vec{\nabla}\cdot V\right)}_{\perp \text{ alla superficie}} d\vec{s} = 0$$

perché $V = \text{cost.}$

ESERCIZIO = applicazione Teorema di STOKES

$$\vec{E} = \frac{y}{x^2+y^2}\hat{\imath} - \frac{x}{x^2+y^2}\hat{\jmath}$$

$$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = \int_{\Sigma} \left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)\vec{n}\, d\Sigma = 0$$

IL campo è CONSERVATIVO $\longrightarrow$ È VALIDO SE NON CI SONO SINGOLARITÀ! (ovvero non devo considerare l'origine)

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \det\begin{pmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{y}{x^2+y^2} & -\frac{x}{x^2+y^2} & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$= \hat{\imath}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\cancel{\left(\frac{-x}{x^2+y^2}\right)}\to 0 + {}$$

$$-\hat{\jmath}\,\frac{\partial}{\partial z}\cancel{\left(\frac{y}{x^2+y^2}\right)}\to 0 + {}$$

$$+\hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{-x}{x^2+y^2}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{x^2+y^2}\right)\right) =$$

$$= \hat{k}\left[\frac{-1\left(x^2+y^2\right)-\left(2x\cdot x\right)}{\left(x^2+y^2\right)^2} - \left(\frac{1\left(x^2+y^2\right)-\left(y\cdot 2y\right)}{\left(x^2+y^2\right)^2}\right)\right]$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 244

DISTINZIONE COORD. SFERICHE

$$\vec{E} = E_r \vec{u}_r + E_\vartheta \vec{u}_\vartheta + E_\varphi \vec{u}_\varphi$$

$$\boxed{V(\vec{r}) = \frac{p\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$E_\vartheta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \vartheta} = \frac{p\sin\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$E_\varphi = -\frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial V}{\partial\varphi} = 0$$

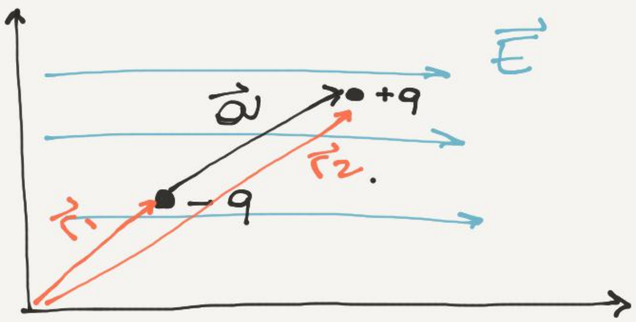
$$\vec{E} = \frac{2p\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u}_r + \frac{p\sin\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u}_\vartheta$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{\left(\frac{2p\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right)^2 + \left(\frac{p\sin\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right)^2} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\vartheta + 1}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 244

MOMENTO DI DIPOLO ($\vec{E}$ COSTANTE)

IN UN CAMPO $\vec{E}$, IL DIPOLO $\boxed{\text{RUOTA}}$, MA NON TRASLA



$$\vec{F}_{TOT} = -q\vec{E} + q\vec{E} = 0$$

$$\vec{M} = \vec{r}_2 \times q\vec{E} - \vec{r}_1 \times q\vec{E} = \underbrace{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}_{\vec{a}} \times q\vec{E} =$$

$$\Rightarrow \vec{M} = q\vec{a} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

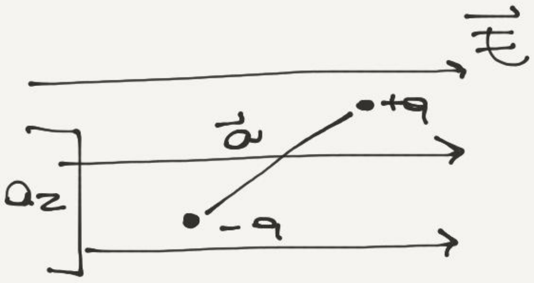
$$|\vec{M}| = |\vec{p} \times \vec{E}| = pE\sin\vartheta$$

$$U = \vec{p} \cdot \vec{E} = |-pE\cos\vartheta| \rightarrow$$ considero il modulo x fare la derivata

$$|M| = \left|\frac{dU}{d\vartheta}\right|$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 244

SE IL CAMPO $\vec{E}$ NON È COSTANTE



$$\vec{F}_{TOT} = -q\vec{E}(x) + q\vec{E}(x+ax) =$$

$$= -q\cancel{\vec{E}(x)} + q\left[\cancel{\vec{E}(x)} + \frac{\partial E}{\partial x}ax + \frac{\partial E}{\partial y}ay + \frac{\partial E}{\partial z}az\right]$$

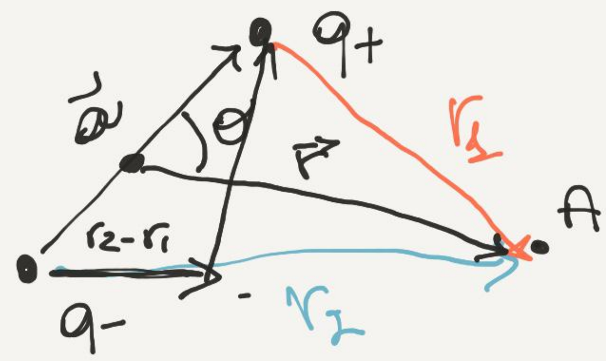
$$= q\vec{a}\,\nabla\cdot\vec{E} = \boxed{\vec{p}\cdot\nabla\vec{E}}$$

$\neq 0 \rightsquigarrow$ IL DIPOLO SI SPOSTA OLTRE CHE A RUOTARE!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 244

$\vec{E}$ costante $\rightarrow \vec{P} = q \cdot \vec{a}$ (DIPOLO)

$\vec{M} = q\vec{a} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$ (MOMENTO)

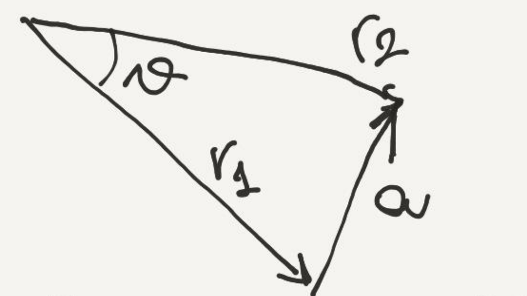


$V(A)$?

$$V(A) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)$$

$$= \frac{q\, a \cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0\, r^2} = \frac{p \cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



$r_2 - r_1 = a\cos\vartheta$

$\sqrt{r_1 \cdot r_2} = r$

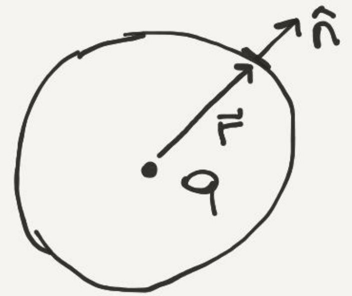
$$= \frac{\vec{P}\,\vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

TEOREMA DI GAUSS

FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE Σ

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \hat{n} \, d\Sigma \qquad \left[\frac{V}{m} \cdot m^2 \right]$$

Flusso di una carica puntiforme



$$d\Phi = \vec{E} \cdot \hat{n} \, d\Sigma \longrightarrow \vec{E} = E \, \vec{u_r}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

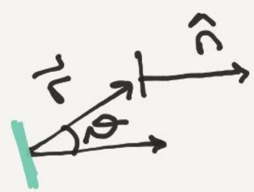
$$d\Phi = E \, \vec{u_r} \cdot \hat{n} \, d\Sigma = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{u_r} \cdot \hat{n} \, d\Sigma =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \boxed{\cos\vartheta \, d\Sigma} \longrightarrow d\Sigma_0$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} d\Sigma_0 =$$

Angolo solido

$$\frac{d\Sigma_0}{r^2} = d\Omega$$



$d\Sigma_0 \rightsquigarrow d\Sigma$ avente normale $\vec{r}$

$$\Rightarrow d\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} d\Omega \quad \text{(integro)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int d\Omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot 4\pi = \boxed{\frac{q}{\varepsilon_0}}$$

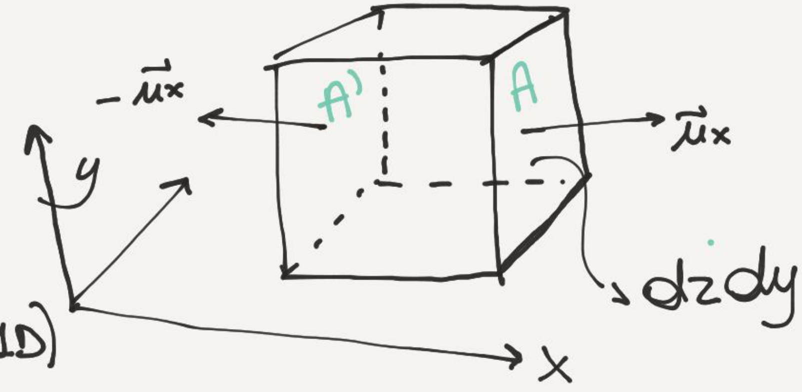
flusso di una carica

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 244

DIMOSTRAZIONE DIVERGENZA

$$\Phi(A) = \vec{E}\,\vec{u}_x\,dy\,dz = E_x\,dy\,dz$$

$$\Phi(A') = \vec{E}'(-\vec{u}_x)\,dy\,dz = -E'_x\,dy\,dz$$



$$(E_x - E'_x)\,dy\,dz = \frac{\partial E_x}{\partial x}\,dx\,dy\,dz \quad (1D)$$

$$\boxed{3D} \quad \underbrace{\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)}_{\vec{\nabla}\vec{E}} \underbrace{dx\,dy\,dz}_{d\tau} = d\Phi$$

$\Downarrow$

DIVERGENZA DEL CAMPO $\vec{E}$

$$d\Phi = \frac{dq}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\,d\cancel{\tau}}{\varepsilon_0} = \vec{\nabla}\vec{E}\,d\cancel{\tau}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \Rightarrow$$

LEGGE DI GAUSS IN FORMA DIFFERENZIALE !!!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 244

II EQUAZIONE DI MAXWELL

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \qquad \Big| \qquad \oint_{\ell} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

CAMPO CONSERVATIVO

SPOSTAMENTO

Precisazione sulla Divergenza: **Equazione di Poisson**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \rightsquigarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot V$$

$$\vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \longrightarrow \boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

LAPLACIANO

LEGGE DI POISSON

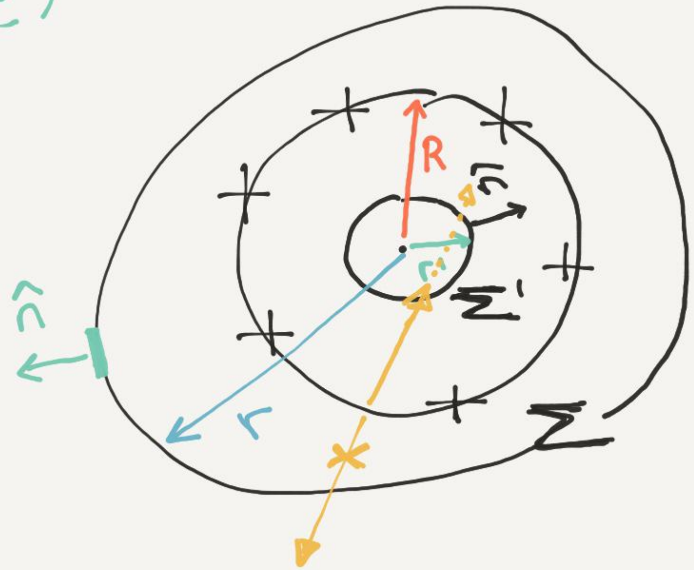
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

SE $\rho = 0 \Rightarrow$ prende il nome di eq. di Laplace

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 244

ESERCIZIO | Sfera carica (cava)

$$\oint_{\Sigma'} \vec{E} \cdot \hat{n} \, d\Sigma' = 0 \rightsquigarrow \text{finché } r' < R$$



$r \geq R$

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \hat{n} \, d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_{\Sigma} E(\vec{r}) \, d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(\vec{r}) \oint_{\Sigma} d\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E(\vec{r}) \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

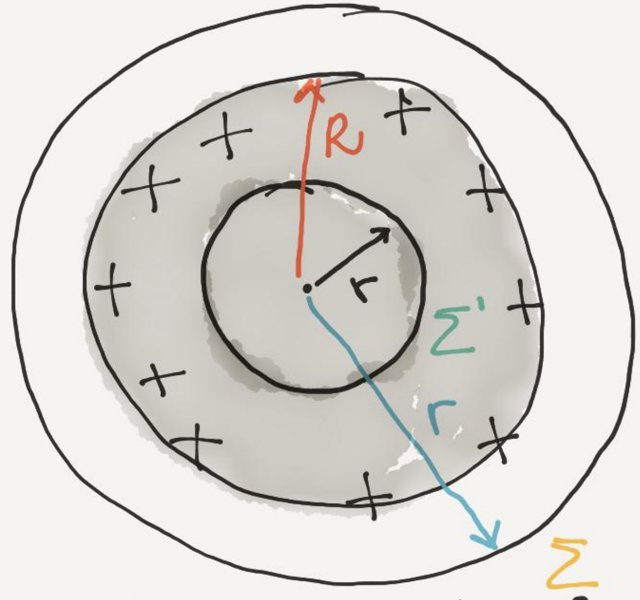
POSSO RICAVARE DAL FLUSSO L'ESPRESSIONE DEL CAMPO ELETTRICO

$E \, \vec{u_r} \cdot \hat{n} = E$

$\vec{u_r} \parallel \hat{n}$ in ogni punto

superficie sferica $= 4\pi r^2$

ESERCIZIO: OGGETTO SFERICO UNIF. CARICO



$\boxed{r \leq R}$ $\quad \oint_{\Sigma'} \vec{E} \cdot \hat{n} \, d\Sigma' = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ ($\neq 0$ perché non è cava)

$$\oint_{\Sigma'} E(\vec{r}) \cdot \hat{n} \, d\Sigma' = E \oint_{\Sigma'} d\Sigma' = E \cdot 4\pi r^2$$

$$Q = \rho \tau = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\Sigma' = 4\pi r^2$$

$$E \cancel{4\pi} r^{\cancel{2}} = \frac{\rho \frac{\cancel{4}}{3} \cancel{\pi} r^{\cancel{3}}}{\varepsilon_0}$$

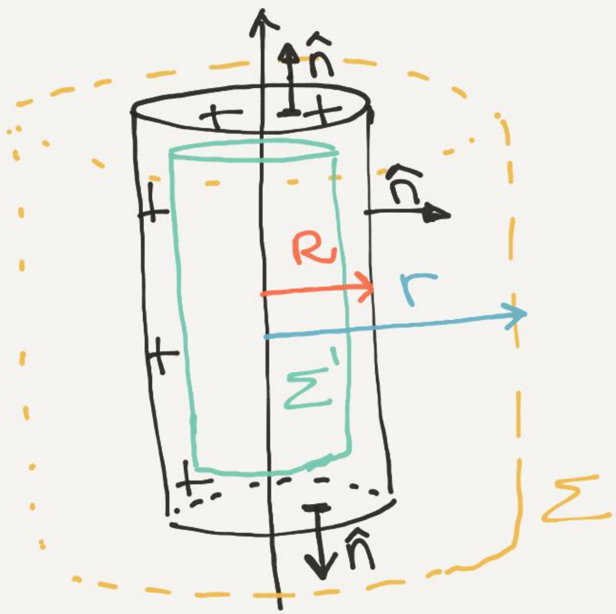
$$\boxed{E = \frac{\rho r}{3 \varepsilon_0}} \Rightarrow \text{campo E interno alla sfera}$$

$$E = \frac{Q_{TOT} \cdot r}{3 \varepsilon_0 \frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{Q_{TOT} \cdot r}{4\pi \varepsilon_0 R^3}$$

devo mettere R perché sto sostituendo ρ che è costante → quindi devo considerare la carica totale

$$Q_{TOT} = \rho \tau$$

ESERCIZIO: CILINDRO UNIF. CARICO



$\Phi(\text{basi}) = 0$

$\boxed{r \geq R}$

$$\int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \hat{n}\, d\Sigma = E\, \Sigma_{\ell} = E\, 2\pi r h$$

$$E\, 2\pi r h = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \pi R^2 h}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho \cancel{\pi} R^2 \cancel{h}}{2 \cancel{\pi} r \cancel{h}\, \varepsilon_0} = \frac{\rho R^2}{2 r \varepsilon_0}$$

$\boxed{r < R}$

$$\int_{\Sigma'} \vec{E} \cdot \hat{n}\, d\Sigma' = E\, \Sigma'_{\ell} = E\, 2\pi r h = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \Sigma_{\ell} = 2\pi R h$$

$$E = \frac{\rho \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \cancel{h}}{2 \cancel{\pi} \cancel{r} \cancel{h}\, \varepsilon_0} = \frac{\rho r}{2 \varepsilon_0}$$

I MAXWELL $\longrightarrow$ GAUSS

II MAXWELL $\longrightarrow$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

$$\oint_l \vec{E}\, dl = 0$$

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = \oint q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \underbrace{\oint \vec{E}\, d\vec{s}}_{dV} = 0$$

↑ se $\vec{F}$ è conservativa

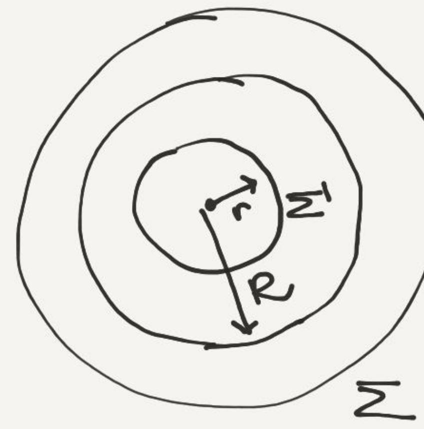
campo solenoidale

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \longrightarrow \Phi(\vec{E}) = 0$ → carica esterna alla Σ considerata

($\neq$ campo conservativo $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 244

CALCOLO DEL POTENZIALE ELETTRICO → sfera piena carica



$\boxed{r \leq R}$ $V(r) - V(R) = -\int_R^r E(r)\,dr =$

$= -\int_R^r \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_0}\,dr = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{r^2}{2}\Big|_R^r =$

$= -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}(r^2 - R^2)$

$V(r) = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}(R^2 - r^2) + V(R) = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}(R^2 - r^2) + \frac{\rho}{3\varepsilon_0}R^2$

$V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \rightarrow$ $Q = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$

NOTO A PRIORI

$\Rightarrow V(R) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}R^2$

non si può calcolare con l'integrale

$\Rightarrow V(r) = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left[3R^2 - r^2\right]$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 244

I CONDUTTORI → solitamente metalli

↓

moto ordinato di cariche

⇓

dentro un campo elettrico
→ le cariche si orientano
secondo $\vec{E}$

isolanti = non c'è moto di cariche

Semiconduttore = cattivo isolante

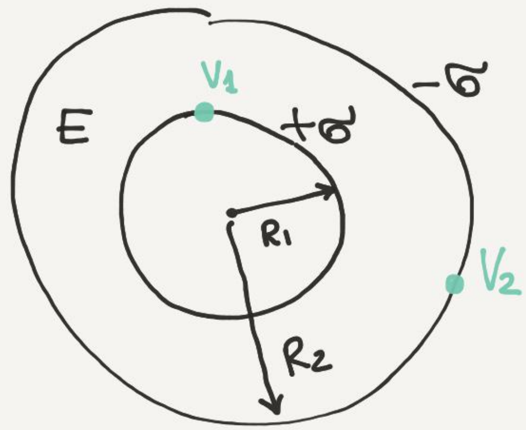
IN PRESENZA DI
UN CAMPO ELETTRICO,
LE CARICHE SI DISPONGONO
SULLA SUPERFICIE

COSÌ IL CAMPO
INTERNO
RIMANE NULLO!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 244

CONDENSATORE SFERICO

2 gusci sferici



$C = \frac{Q}{V}$ —> devo trovare V_{TOT}

$$V_{TOT} = V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{V_{TOT}} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} =$$

$$= 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right)$$

NB $\lim_{R_2 \to \infty} C(R_2) = \lim_{R_2 \to \infty} 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right) =$

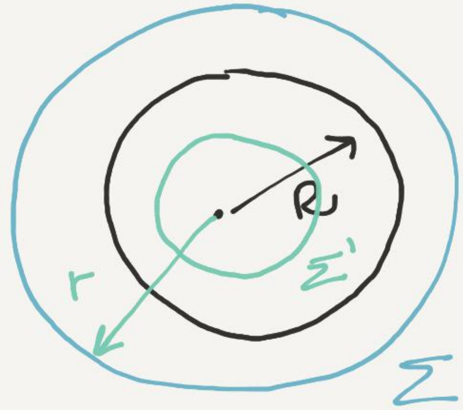
$$\lim_{R_2 \to \infty} 4\pi\varepsilon_0 \frac{\cancel{R_2} \cdot R_1}{\cancel{R_2}\left(1 - \underbrace{\frac{R_1}{R_2}}_{\to 0}\right)} = 4\pi\varepsilon_0 R_1$$

—> valore di capacità di un conduttore di raggio R_1.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 244

ESERCIZIO

sfera R, ρ costante



$r<R$

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_{\Sigma'} \vec{E}\cdot\hat{n}\cdot d\Sigma' = E\oint_{\Sigma'} d\Sigma' =$$

$$= E\,\Sigma' = E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho\cdot \cancel{4\pi} r^{\cancel{3}}}{3\varepsilon_0 \cancel{4\pi r^2}} = \frac{\rho\cdot r}{3\varepsilon_0}$$

$\Sigma' = 4\pi r^2$

$Q_{int} = \rho\,\tau = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$

$r \geq R$

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E}\cdot\hat{n}\,d\Sigma = E\oint_{\Sigma} d\Sigma$$

$$E = \frac{\rho\,\cancel{4\pi} R^3}{3\varepsilon_0\,\cancel{4\pi} r^2} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$\Sigma = 4\pi r^2$

$Q = \rho\tau = \rho\,\frac{4}{3}\pi R^3$

$$V(r) - V(R) = \int_r^R \vec{E}\cdot dr = \int_r^R \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr =$$

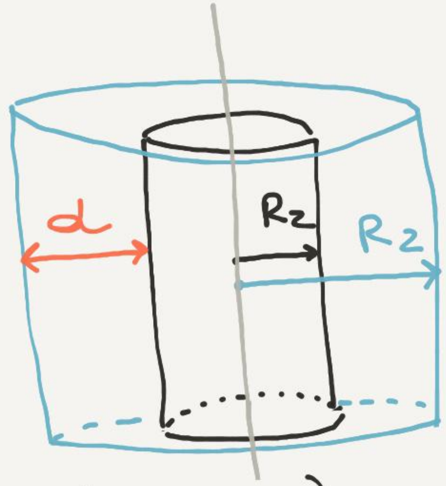
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_r^R = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

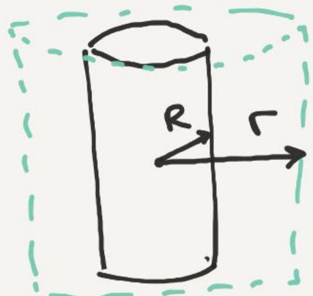
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 244

CONDENSATORE CILINDRICO

$$C = \frac{Q}{V} \quad ; \quad V = -\int \vec{E}\, d\vec{l}$$



$\vec{E}$ (cilindro) esterno



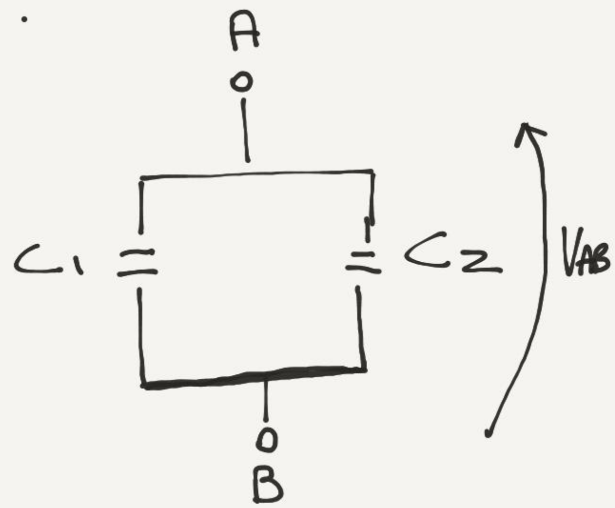
$$\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, d\Sigma =$$

$$= \int_{\Sigma_l} \vec{E} \cdot \hat{n}\, d\Sigma_l = E \cdot 2\pi r h = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{\rho \cancel{\pi} R^2 \cancel{h}}{\cancel{2\pi} r \cancel{h}\, \varepsilon_0} = \frac{\rho R^2}{2 r \varepsilon_0}$$

CONDENSATORI → accumulano energia

POSSONO ESSERE MESSI IN SERIE O IN PARALLELO.

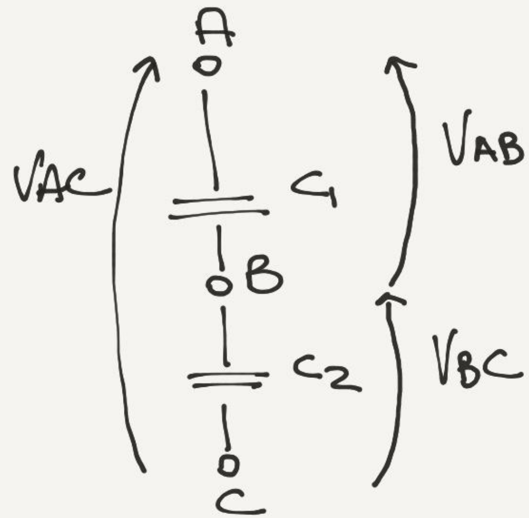


Parallelo

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= C_1 V_{AB} \\ q_2 &= C_2 V_{AB} \end{aligned}\right\} \quad q = q_1 + q_2 = V_{AB}(C_1 + C_2)$$

$$\frac{q_{TOT}}{V_{AB}} = \underline{\underline{(C_1 + C_2)}}$$

$\hookrightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$



SERIE

$q_1 = C_1 V_{AB} \quad \longrightarrow \quad V_{AB} = \dfrac{q_1}{C_1}$

$q_2 = C_2 V_{BC} \quad \longrightarrow \quad V_{BC} = \dfrac{q_2}{C_2}$

$V_{AC} = V_{BC} + V_{AB}$

$$\hookrightarrow V_{AC} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_1 C_2 + q_2 C_1}{C_1 C_2} =$$

$$= \frac{q(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} \Rightarrow \frac{q}{V_{AC}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \hookrightarrow C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$$

$q_1 = q_2 = q$

DENSITÀ DI ENERGIA

$$w = \frac{U}{\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad \left[\frac{\text{Joule}}{m^3}\right]$$

ENERGIA DI UN OGGETTO MACROSCOPICO $\rightarrow$ Σ di ∞ cariche puntiformi

$$U = \frac{1}{2}Vq = \frac{1}{2}CV^2 \qquad C = \frac{q}{V} \rightarrow q = CV$$

$$U = \int \frac{1}{2} V\,dq = \int \frac{1}{2} V \rho\, d\tau = \qquad \rho = \varepsilon_0 \vec{\nabla}\vec{E}$$

$$= \int \frac{1}{2} V \varepsilon_0 \vec{\nabla}\vec{E}\, d\tau = \qquad \vec{\nabla}\vec{E}\,V = (\vec{\nabla}V)\vec{E} + V(\vec{\nabla}\vec{E})$$

derivata del prodotto

$$= \int \frac{\varepsilon_0}{2} \nabla(V\cdot E)\,d\tau - \frac{\varepsilon_0}{2}\int \nabla(V) E\, d\tau = \qquad V\nabla E = \nabla(V\cdot E) - (\nabla V)E$$

$$= \int \frac{\varepsilon_0}{2} \nabla(V E)\,dt + \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2 d\tau$$

$\rightarrow$ divergenza $\int_\tau \vec{\nabla}\vec{E}\, d\tau = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot\hat{n}\,d\Sigma$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2} \oint_\Sigma V\vec{E}\cdot\hat{n}\,d\Sigma + \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2 d\tau$$

$\oint_\Sigma V\vec{E}\cdot\hat{n}\,d\Sigma = 0$

$$\boxed{U = \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2 d\tau}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 244

→ **SISTEMA ISOLATO** ⇒ avvicino le armature di un passo infinitesimo dh

$U = \frac{1}{2} C V^2 \rightarrow C = \frac{Q}{V} \rightarrow CV = Q$

$\rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

in un condensatore a facce piane parallele

$$C = \varepsilon_0 \frac{\Sigma}{h}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2 h}{\varepsilon_0 \Sigma} \rightarrow dU = \frac{1}{2} \frac{Q^2 dh}{\varepsilon_0 \Sigma} = -dW$$

→ se avvicino le armature U DIMINUISCE

$$dU = \frac{\sigma^2 \Sigma^2}{2 \varepsilon_0 \Sigma} dh = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} \frac{\sigma^2 \Sigma^2}{2 \varepsilon_0 \Sigma} dh = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \Sigma \, dh = -dW$$

$$dW = F \, dh$$

$$\rightarrow -F \cancel{dh} = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \Sigma \cancel{dh} \rightarrow$$ Relazione della forza

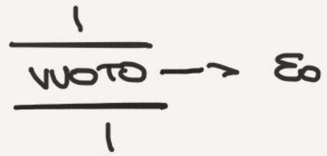
$$F = - \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \Sigma$$

↑ FORZA ATTRATTIVA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 244

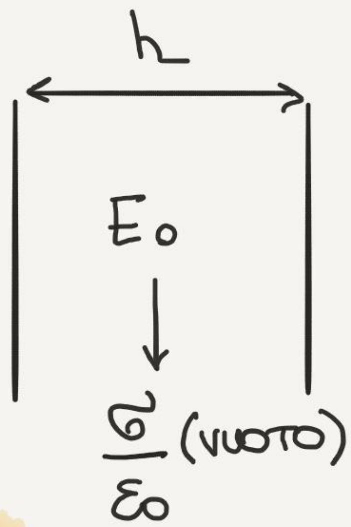
→ CONDENSATORE PIANO CON ISOLANTE

$$C_{vuoto} = \varepsilon_0 \frac{\Sigma}{h}$$



$$C_{isolante} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{\Sigma}{h} = \varepsilon \frac{\Sigma}{h} \qquad [\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r]$$

ε_r: costante dielettrica dell'isolante



V_0 = potenziale nel vuoto = $E_0 h$

V_k = potenziale con isolante

$K = \frac{V_0}{V_k} > 1$ → IL POTENZIALE $V_k < V_0$

$$E_0 = \frac{V_0}{h} \quad ; \quad E_k = \frac{V_k}{h} \quad \rightarrow \quad E_k = \frac{V_0}{k \cdot h} = \frac{E_0}{k}$$

$$E_0 - E_k = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 k} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{k-1}{k}\right) = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma_p = \frac{k-1}{k}\sigma_0$$

$$\Rightarrow E_k = E_0 - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}$$

DENSITÀ DI ENERGIA CON ISOLANTE

$w = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$ → densità di energia in un condensatore

$$w_k = \frac{1}{2} \varepsilon E_k^2 = \frac{1}{2} \cancel{k} \varepsilon_0 \frac{E_0^2}{k^{\cancel{2}}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{E_0^2}{k}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \underset{=k}{\underset{\uparrow}{\varepsilon_r}} = k \varepsilon_0$$

$$E_k = \frac{E_0}{k}$$

$$w_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \rightarrow w_k = \frac{w_0}{k} = \frac{w_0}{\varepsilon_r}$$

$$w_k = \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

↳ $\boxed{w_k \tau = U}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 244

$$d\vec{p} = \sigma_p \, d\Sigma \, dh = \vec{P} \, d\Sigma \, dh$$

$$\rightarrow \boxed{|\vec{P}| = \sigma_p}$$

$$\boxed{\vec{P} \cdot \hat{n} = \sigma_p = P \cos\theta}$$

$\hat{n}$ normale a Σ

• nel DIELETTRICO

$$\rightarrow E_k = \frac{E_0}{k} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \left(\frac{k-1}{k}\right)\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \boxed{\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}}$$

$$\rightarrow E_k = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{P}{\varepsilon_0} = \frac{E_0}{k} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{E_0}{k} = E_0\left(1 - \frac{1}{k}\right) = E_0\left(\frac{k-1}{k}\right) = E_k(k-1)$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \varepsilon_0 E_k (k-1)}$$ dove $k-1 = \boxed{\chi_E}$ = SUSCETTIVITÀ ELETTRICA

$$\boxed{P = \varepsilon_0 \chi_E \vec{E}}$$ IMPO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 244

$$\Rightarrow \quad \vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) = \vec{\nabla} f \cdot \vec{A} + f \cdot \vec{\nabla}\vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \cdot f \cdot \vec{A} = \vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) - f \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$$

APPLICO ALL'INTEGRALE di prima

$$V_P(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \vec{\nabla}\left(\vec{P} \cdot \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right) d\tau' - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \underbrace{\vec{\nabla}\vec{P}\, d\tau'}$$

X TEO DIVERG. $\int_\tau \vec{\nabla}\vec{E}\, d\tau = \oint_\Sigma \vec{E} \cdot \hat{n}\, d\Sigma$

$$\boxed{\vec{P} \cdot \hat{n}\, d\Sigma}$$

$$V_P(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint \frac{\vec{P} \cdot \hat{n}\, d\Sigma}{|\vec{r}-\vec{r}'|} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\vec{\nabla}\vec{P}\, d\tau'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$\boxed{\vec{P} \cdot \hat{n} = P \cos\vartheta = \sigma_P}$$

ALTERNATIVA DI $\vec{D}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_E \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} (1 + \underbrace{\chi_E}_{= k-1}) =$$

$$= \varepsilon_0 \vec{E} (1 + k - 1) = \varepsilon_0 \vec{E} k = \varepsilon_0 \vec{E} \varepsilon_r$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$

IMPORTANTE

$$\vec{\nabla} \times \vec{D} = \vec{\nabla} \times (\varepsilon \vec{E}) = \varepsilon \vec{\nabla} \times \vec{E} + (\vec{\nabla} \varepsilon) \times \vec{E}$$

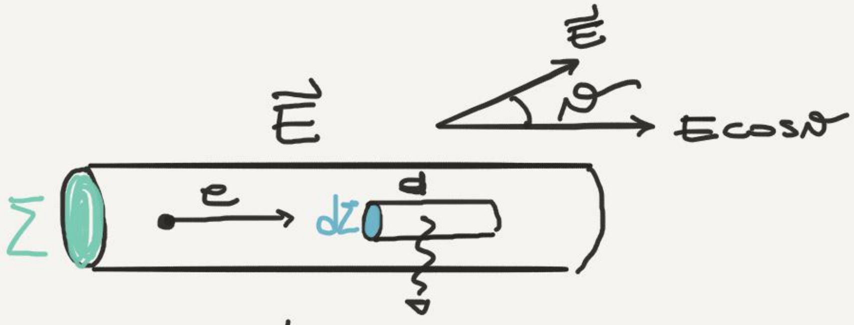
$= 0$ se il campo è conservativo

? ε può non essere una costante $\rightarrow \neq 0$.

$\rightarrow$ È DIVERSA DA ZERO $\rightarrow$ QUINDI $\vec{D}$ NON È CONSERVATIVO e NON LO È NEMMENO IL CAMPO ELETTRICO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 244

CORRENTE ELETTRICA



i = quantità di cariche che attraversano $d\Sigma$ in un'unità di tempo.

$d\tau = d\Sigma\, d$

$\hookrightarrow i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad \left[\frac{C}{s}\right]$

le cariche si muovono a velocità costante V_d

$\Delta q = n e \Delta \tau \Rightarrow dq = n e\, d\Sigma\, d$

n ↑ # cariche x unità di volume

$d = V_d \Delta t$

Δt ↑ tempo x percorrere d

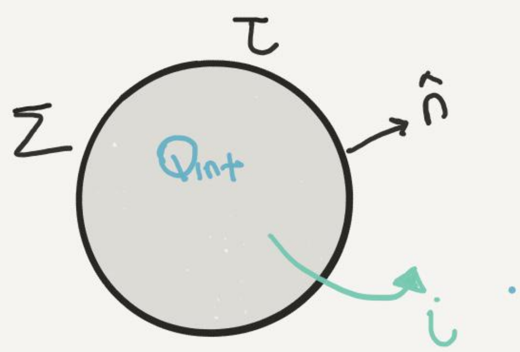
V_d = velocità di deriva

$di = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n e\, d\Sigma\, V_d \cos\vartheta$

$V_d \parallel \vec{E}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 244

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA



$$i = \int_\Sigma \vec{J} \cdot \hat{n} \, d\Sigma = -\frac{\partial Q_{int}}{\partial t}$$

$$\int_\tau \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \, d\tau = \int_\Sigma \vec{J} \cdot \hat{n} \, d\Sigma$$

$$i = \int_\Sigma \vec{J} \cdot \hat{n} \, d\Sigma$$

Flusso di cariche verso l'esterno $\Rightarrow$ Qint diminuisce

$$i = \int_\tau \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \, d\tau = -\frac{\partial Q_{int}}{\partial t}$$

$$dQ_{int} = \rho \, d\tau$$

$$i = \int_\tau \vec{\nabla} \vec{J} \, d\tau = -\frac{\partial}{\partial t} \int_\tau \rho \, d\tau$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t}(\rho) \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

equazione di continuità

Alternativa per $\vec{J}$

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$

σ = CONDUTTANZA

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ $\left[\frac{S}{m}\right]$ simens

ρ → RESISTIVITÀ $[\Omega \cdot m]$ difficoltà della carica di passare in un conduttore

MODELLO DI DRUDE

L = libero cammino medio in un metallo [cammino della carica senza urtare le particelle del metallo]

V_f = velocità di Fermi = v degli elettroni in assenza di un campo $\vec{E}$ (dovuto solo alla Temperatura)

τ = Tempo di cammino medio $= \frac{L}{V_f}$

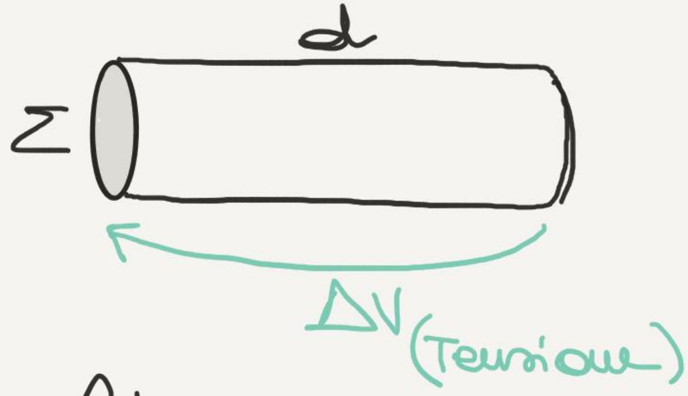
V_i = velocità di un elettrone dopo l'i-esimo urto

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 244

RESISTENZA DI UN CILINDRO (sezione omogenea)

$$J = \frac{E}{\rho} \Rightarrow J \cdot \Sigma = \frac{E\Sigma}{\rho}$$

$$\boxed{i = \frac{E\Sigma}{\rho}}$$



$$E = \frac{\rho i}{\Sigma} = \text{costante}$$

$$\Delta V = E \cdot d = \frac{\rho i d}{\Sigma}$$

I legge di OHM $\Rightarrow \Delta V = Ri$

II legge di OHM $R = \frac{\rho d}{\Sigma}$

- $V = \int E dx$
- R = resistenza

SE LA SEZIONE NON FOSSE OMOGENEA

$$\Delta V = \int E ds = i \int \rho \frac{ds}{\Sigma} \rightarrow R = \int \rho \frac{ds}{\Sigma}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 244

RESISTIVITÀ NEI METALLI

↳ DIPENDE DALLA TEMPERATURA ⇝ agitazione particelle

$$\rho(T) = \rho_0 \left(273.15 + \underbrace{\alpha}_{<1} T\right)$$

quando $T \simeq 273.15$ la $\rho(T)$ non vale zero perché i metalli non sono puri ⇒ α tiene conto dell'IMPURITÀ dei metalli.

LEGGE DI WIEDEMANN-FRANZ

$$\frac{k}{\sigma} = LT$$

→ i conduttori elettrici sono anche conduttori termici

L = costante di Lorentz $= 2.5 \cdot 10^{-8} \frac{J^2}{C^2 K^2}$

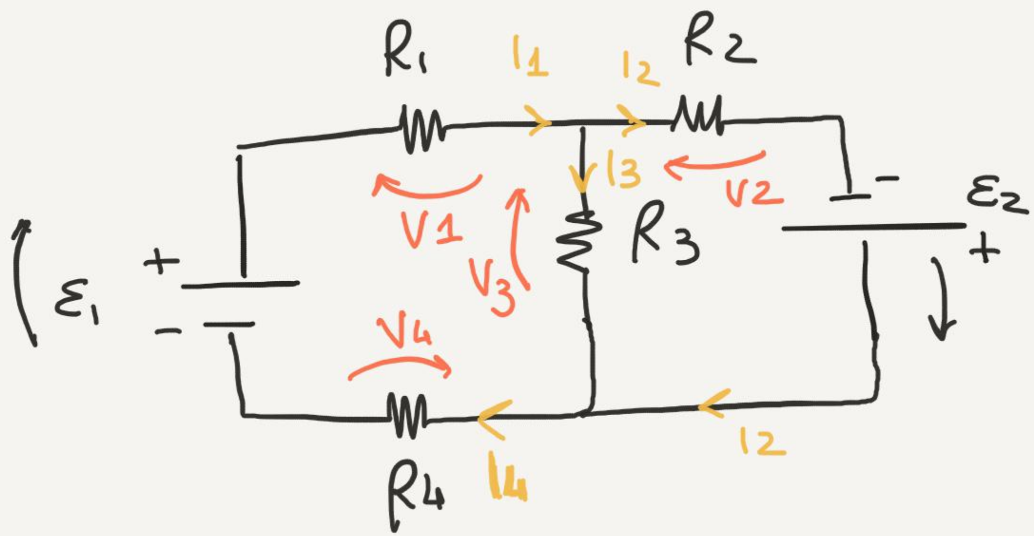
?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 244

KIRCHOFF

$\sum I_{IN} = \sum I_{OUT}$ (NODI)

$\sum R_k I_k = \sum \varepsilon_k$ (MAGLIE)



$$\hookrightarrow \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_4 = I_3 + I_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\varepsilon_1 + V_1 + V_3 + V_4 = 0 \\ -\varepsilon_2 - V_3 + V_2 = 0 \end{cases}$$

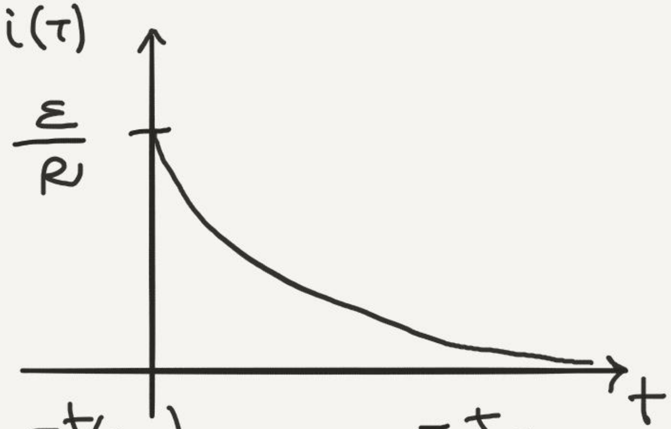
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 244

⇒ QUINDI

$$Q(t) = \varepsilon C \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{\frac{-t}{RC}}$$

CARICA DI UN CONDENSATORE



POTENZE:

$$P_{GENERAT} = i(t)\,\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-t/RC}$$

$$P_{RESIST.} = R\,i(t)^2 = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-2t/RC}$$

$$P_{CONDENS} = V\,i(t) = \frac{Q(t)}{C}\,i(t) = \varepsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right) \cdot \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} =$$

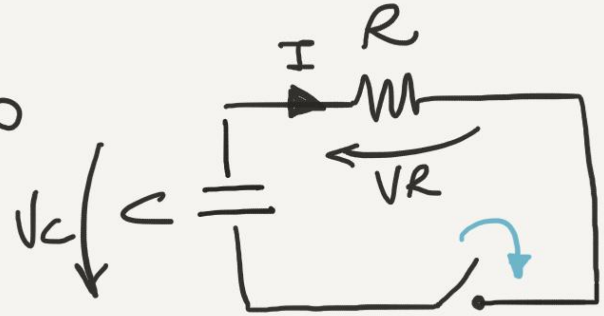
$$= P_{gen} - P_{Res}$$

↳ $P_{gen} = P_{cond} + P_{Res}$ ⇒ LA POTENZA NON VA PERSA!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 244

SCARICA DI UN CONDENSATORE

$q(t=0) = q_0$ il condensatore all'inizio è carico



$V_C + V_R = 0$

$\frac{q(t)}{C} + Ri(t) = 0$

$V_C = V_C(t) = \frac{q(t)}{C}$

$\frac{q(t)}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{q(t)}{RC} \rightarrow \boxed{\frac{dq}{q(t)} = -\frac{dt}{RC}}$

$\int_{q_0}^{q(t)} \frac{dq}{q(t)} = -\int_0^t \frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln\left(\frac{q(t)}{q_0}\right) = -\frac{t}{RC}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 244

FORZA DI LORENTZ

$$\vec{F}_L = q(\vec{V} \times \vec{B})$$

una carica q, immersa in un campo $\vec{B}$, subisce una forza dovuta al suo moto pari a $\vec{F}_L$

↓ la particella ha una velocità $\vec{V}$ e subirà un'accelerazione

$$m\vec{a} = q(\vec{V} \times \vec{B})$$

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \frac{q}{m}\left(\frac{d\vec{x}}{dt} \times \vec{B}\right)_x$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{q}{m}\left(\frac{d\vec{y}}{dt} \times \vec{B}\right)_y \qquad (\text{uguale} \times \vec{z})$$

LAVORO

$$dW = \vec{F}_L \cdot d\vec{x} = q(\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{x}$$

$$W_{AB} = \int_A^B q(\vec{V} \times \vec{B})\, d\vec{x} = \int_A^B q(\vec{V} \times \vec{B})\, \vec{V} dt = 0 \leftarrow \boxed{F_L \text{ NON SVOLGE MAI LAVORO}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 244

caso generico

$|\vec{F}_L| = |q(\vec{v} \times \vec{B})|$

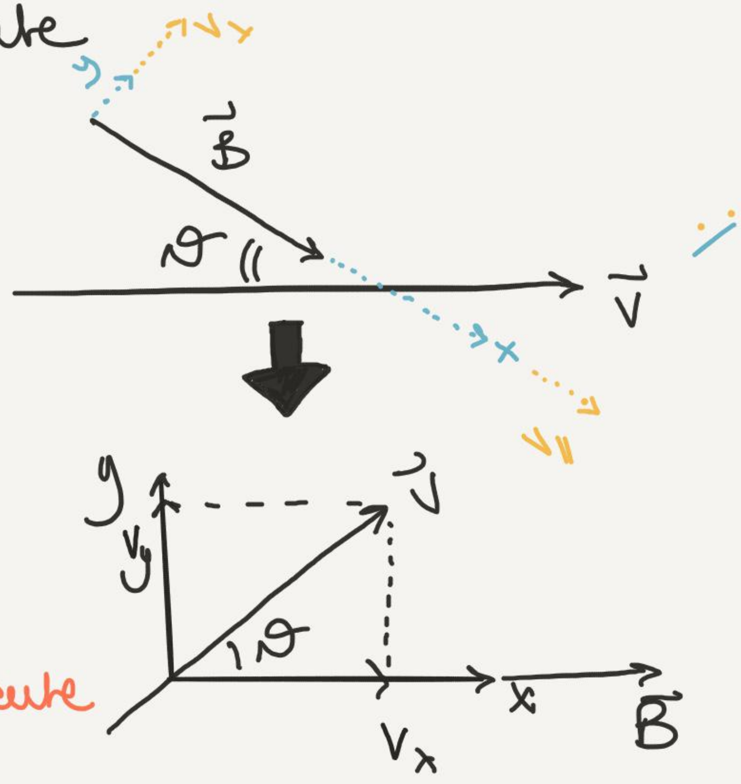
$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$

$\vec{v}_{\parallel} \times \vec{B} = 0$

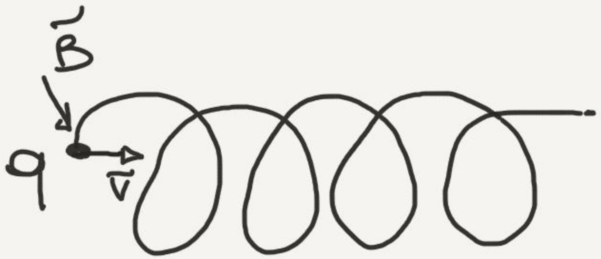
$\rightarrow |\vec{F}_L| = \left| q \left[(\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}) \times \vec{B} \right] \right|$

$|\vec{F}_L| = |q(\vec{v}_{\perp} \times \vec{B})|$ → agisce solo sulla componente $\perp$ a $\vec{B}$

$|\vec{B}|$ = costante

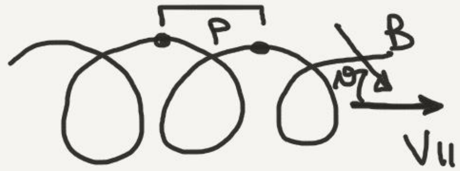


→ moto circolare + moto rettilineo $(v_{\parallel} + v_{\perp})$ = MOTO ELICOIDALE



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 244

PASSO p



$V_{\parallel} = V\cos\vartheta$

$p = V_{\parallel} T \longrightarrow T = \text{PERIODO} = \dfrac{2\pi}{\omega}$

$$p = V\cos\vartheta \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{V\cos\vartheta\, 2\pi \cdot m}{qB} = \vec{\omega}$$

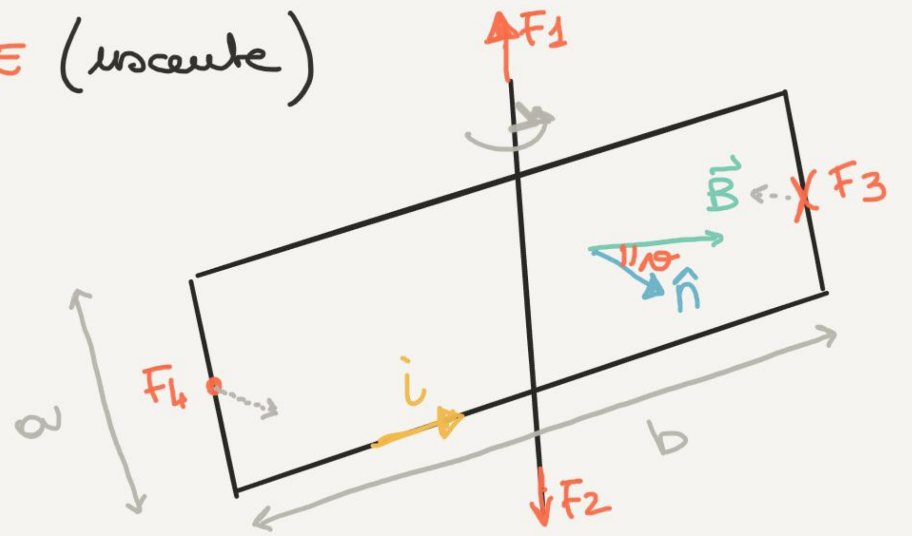
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 244

CAMPO $\vec{B}$ COSTANTE $\perp$ AL CIRCUITO → insieme di cariche

$$\vec{F}_L = i \oint_{\ell} d\vec{s} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{costante}}}{\vec{B}} = i \left[\oint_{\ell} d\vec{s} \right] \times \vec{B} = 0$$

→ perché sono in un circuito chiuso

SPIRA RETTANGOLARE, $\vec{B}$ COSTANTE (uscente)



$$\vec{F}_L = i \oint_{\ell} d\vec{s} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_1 = i \int_{\ell_1} d\vec{s} \times \vec{B} = i \ell_1 B = i b B$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -ibB$$

$$\vec{F}_3 = -iaB = -\vec{F}_4$$

MOMENTO $M = r \times F = b \sin\vartheta F_3 = b \sin\vartheta \, iaB = \Sigma \sin\vartheta \, iB =$

↑ B sin θ sarà dato da un prodotto × (esterno)

$= \Sigma i \hat{n} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B} =$ MOMENTO di dipolo MAGNETICO

$\vec{m}$: dipolo magnetico

perché F3 e F4 fanno ruotare la spira → RUOTA FINCHÈ $\hat{n}$ diventa $// \vec{B}$