NUMERO: 2236A ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Tosti Michela

MATERIA: Logistica - Teoria - Prof. Zotteri

LOGISTICA

Lezione 1 06/03/2017 1

CASO I

Data una AZIENDA con 3 punti di produzione e 100 punti di consegna (negozi)

PRODOTTI: LUOGO PRODUZ: COSTO: PESO: DOMANDA per OGNI NEGOZIO

COMPUTER ↦ GREEN BAY ↦ 300 \$/pz ↦ 5 lbs/pz ↦ 10 pz/GG

TV + MONITOR ↦ INDIANAPOLIS ↦ 400 \$/pz ↦ 10 lbs/pz ↦ 10 pz/GG

MOBILI ↦ DENVER ↦ 100 \$/pz ↦ 30 lbs/pz ↦ 10 pz/GG

Costo capitale 0,06 % /GG ↦ anno: 250 GG

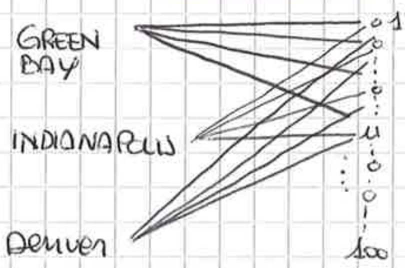
Costo trasporto 1 \$/MILE

capacità camion 1 t = 30 000 lbs

due possibili strategie:

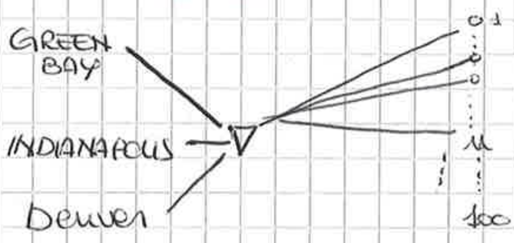
① Full TRUCK LOAD (FTL)
↳ DIRECT DELIVERIES

I camion viaggiano pieni per ridurre i costi, e in questo caso specifico viaggiano direttamente dal centro di produzione al negozio



② Full TRUCK LOAD (FTL)
↳ CENTRAL WAREHOUSE

I camion viaggiano pieni per ridurre i costi, e in questo caso si manda prima da 'GB' e 'IND' e da 'D' e 'IND' e poi ai negozi.



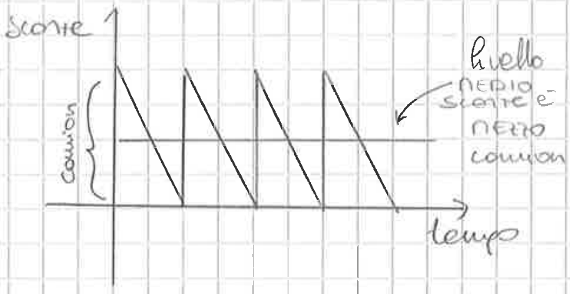
NOTA: in questo caso, poiché i camion sono pieni per vedere qual'è il costo di trasporto guardo solo le distanze

Così, a primo impatto capisco che il costo di trasporto > lo si ha nel caso ② perché devo fare più strada.

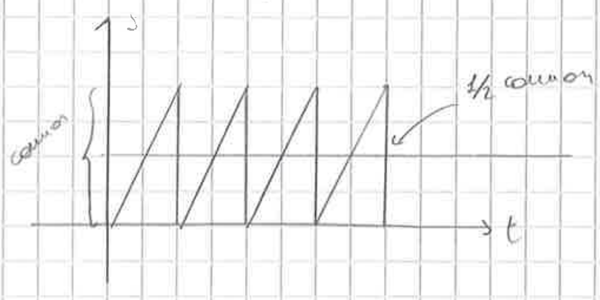
Altri dati: DISTANZA IMPIANTO - NEGOZIO 10^3 MIGLIA
DISTANZA GB → IND 400 miglia
DISTANZE GB ↦ DENV 1100 miglia
DISTANZE DENV ↦ IND 1100 miglia

COSTO MAGAZZINO

SCORTE NEGOZI



SCORTE IMPIANTI



MIA SOLUZIONE A CASA: (CORRETTO ✓)

MG MEDIO

Beni preziosi che occupano poco spazio

GB→(100 n + 1 impianto) · 300 $/pz · $\left(\frac{6000}{2}\right)$ pz · 0,06 %/gg · 250 gg/anno = 13,6 M$/A

2 camion

In→(100 n + 1 impianto) · 400 $/pz · $\frac{3000}{2}$ pz · 0,06 %/gg · 250 gg/anno = 9,01 M$/A

Da(100 n + 1 impianto) 100 $/pz $\frac{1000}{2}$ pz · 0,06 %/gg · 250 gg/anno = 0,757 M$/A

controllo dei computer

Costo MG ↦ 13,6 + 9,01 + 0,757 = 23,367 M$/Anno

Lezione 2 07/03/2017

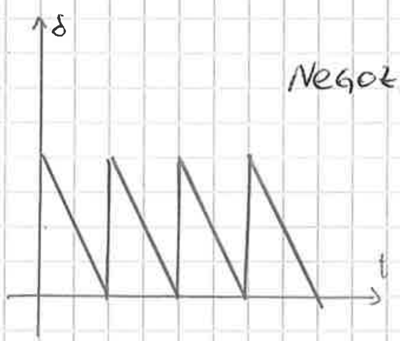
A primo impatto nel caso ② avrò costi minori perché il costo principale da gestire è il costo di mantenimento a MG; il 2° lo gestisco meglio perché sì, ho un MG in più, ma gli altri 100 saranno MOLTO MENO pieni.

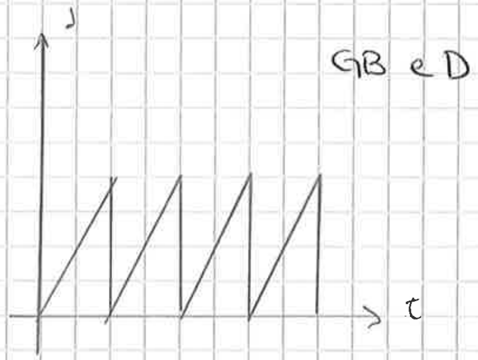
NOTO: AD UN CERTO PUNTO DOVREMO ESSERE IN GRADO DI RISOLVERLO A 1° IMPATTO, SENZA CALCOLI.

Adesso svolgiamo i calcoli per il 2° caso tenendo ben presente che:

COSTO MAGAZZINO

ho le seguenti curve:





COSTI DI TRASPORTO

- MG centrale ↦ NEGOZI

devo prima calcolare il numero di camion/anno

$$545 \text{ BUNDLE} \mapsto \frac{545}{10 \text{ pezzi/gg}} = 54,5 \text{ gg durata di 1 camion}$$

$$\frac{250}{54,5} = 4,58 \text{ N° camion/anno}$$

$$\mapsto 4,58 \text{ camion/anno} \cdot 100 \, n \cdot 1 \, \$/\text{miglio} \cdot 10^3 \text{ miglio/camion} = 458 \, k\$/y$$

NOTA: lo potevo vedere a occhio perché deve essere uguale al caso 1

- GB ↦ I

$$400 \text{ miglio/camion} \cdot 1 \, \$/\text{miglio} \cdot 4 \text{ camion/anno} = 16 \, k\$/y$$

4 dato da: $\frac{1 \text{ truck}}{6 \text{ gg}} \cdot 250 \, g/y$

6 gg: domanda dei negozi

- D ↦ I

$$1100 \text{ miglio/camion} \cdot 1 \, \$/\text{miglio} \cdot 250 \text{ camion/anno} = 275 \, k\$/y$$

↳ 250 dato da: $1 \text{ truck/GG} \cdot 250 \, g/y$

$$C_{TRASPORTO_{TOT}} = 458 + 275 + 16 = 750 \, k\$/y$$

	C_{TRASP}	C_{MG}	C_{TOT}
FTL + DIRECT	458 k\$/y	23,3 M\$/y	23,8 M\$/y
FTL + CW	750 k\$/y	5 M\$/y	5,75 M\$/y

NOTA:

Nel MG centrale ho $\frac{Q_{IN}}{2} + \frac{Q_{OUT}}{2}$

Ossero un costo di mantenimento ulteriormente abbattuto perché, metto insieme pezzi con caratteristiche complementari, i mobili aiutano a riempire i camion e i pc mi aggiungono valore

Denver:

$$C_{TOT}(Q_D^*) = C_{TRASP} + C_{MG}$$

$$C_{TOT}(Q_D^*) = \frac{d_{y\,TOT}}{Q_D} \cdot A + \frac{Q_D}{2} h \text{ locations}$$ (uguale ai precedenti)

$$Q_D^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 2500 \text{ pz/y} \cdot 100\,n \cdot 1000 \text{ \$/truck}}{15\% \cdot \underbrace{100\,\$}_{\text{costo unitario}} \cdot 101\,n}} = 574{,}48 \text{ u/truck}$$

NOTA: per i PC sono di più perché il valore unitario è molto <, quindi ci distribuisco meno che siano pieni i camion.

COSTI TOTALI (TRASPORTO (DIRECT LTL) + MAGAZZINO)

→ Sostituisco le quantità ottenute nelle formule del costo totale

GREEN BAY

$$C_{TOT}(GB) = \underbrace{\frac{(2500 \cdot 100) \text{ pz/y}}{331 \text{ pz/truck}} \cdot 1000 \text{ \$/truck}}_{\text{COSTO TRASPORTO}} + \underbrace{\frac{331 \text{ pz}}{2} \cdot 15\% \cdot 300 \text{ \$/pz} \cdot 101 \text{ location}}_{\text{COSTO MG}}$$

$$C_{TOT}(GB) = 755{,}287 \text{ K\$/y} + 752{,}197 \text{ K\$/y}$$

$$C_{TOT}(GB) = 1{,}51 \text{ M\$/y}$$

INDIANOPOLIS

$$C_{TOT}(I) = \underbrace{\frac{(2500 \cdot 100) \text{ pz/y} \cdot \overset{\text{due pezzi per bundle}}{2}}{406} \cdot 1000 \text{ \$/truck}}_{\text{COSTO TRASPORTO}} + \underbrace{\frac{406 \text{ pz}}{2} \cdot 15\% \cdot 400 \text{ \$/pz} \cdot 101 \text{ locat}}_{\text{COSTO MG}}$$

$$C_{TOT}(I) = 1{,}23 \text{ M\$/y} + 1{,}23 \text{ M\$/y}$$

$$C_{TOT}(I) = 2{,}46 \text{ M\$/y}$$

Denver

$$C_{TOT}(D) = \underbrace{\frac{(2500 \cdot 100) \text{ pz/y}}{574 \text{ u/truck}} \cdot 1000 \text{ \$/truck}}_{\text{COSTO TRASPORTO}} + \underbrace{\frac{574 \text{ pz}}{2} \cdot 15\% \cdot 100 \text{ \$/pz} \cdot 101 \text{ locat}}_{\text{COSTO MG}}$$

$$C_{TOT}(I) = 435{,}5 \text{ K\$/y} + 434{,}8 \text{ K\$/y}$$

$$C_{TOT}(I) = 869{,}9 \text{ K\$/y}$$

Denver: Ripeto lo stesso processo

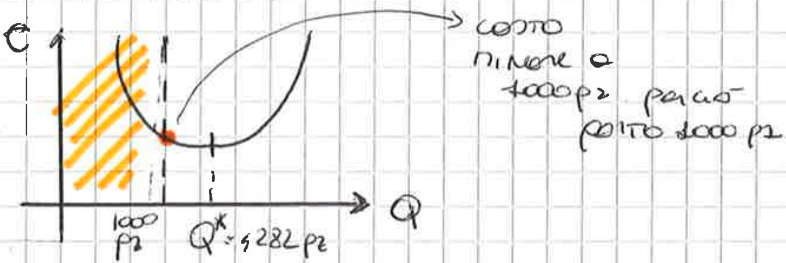
$$Q^*_D = \sqrt{\frac{1100 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 250}{100 \cdot 15\%}} = 4282 \text{ pz/truck}$$

NOTA BENE: qui abbiamo un problema perché il camion può portare al max 30 000 libre → quindi essendo che i pzz pesano 30 lb ho un peso max trasportabile di 1000 pz/truck

↳ Decido in questo caso di portare il max (1000 pz) perché non è conveniente portare meno in quanto andrei ad aumentare il costo

Attenzione!

Ovviamente non posso ovviare facendo partire più camion insieme perché il costo di trasporto lo sto considerando su 1 camion solo.



→ Altra cosa da notare, per fare il Q^* non guardo la domanda di Indianapolis, né quella dei negozi perché il N° dei pzz che escono in 1 anno devono essere quelli a prescindere da come escono da I.

Sostituisco nella formula del Ctot e trovo:

$$C_{TG} = \frac{1000}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot 15\% \cdot 100 = 15 \text{ k\$/y}$$

$$C_{TR} = 1100 \cdot \frac{250000}{1000} = 275 \text{ k\$/y}$$

↑ distanza è di 1100

Indianapolis: Creo un bundle da 1 pezzo per ogni tipo

$$C_{TOT} = \frac{Q_{bundle}}{2} \cdot 101 \cdot h + A \cdot \frac{d_n \cdot 100}{Q_{bundle}}$$

↳ del bundle — domanda di bundle in 1 anno

$$Q^* = \sqrt{\frac{2A \cdot 100 \cdot d_n}{h \cdot 101}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 250000 \cdot 100}{101 \cdot 15\% \cdot 1200 \$/\text{bundle}}} = 166 \text{ bundle/truck}$$

100 \$ + 400 \$ + 400 \$ + 300 \$ prezzo dei pezzi che compongono il bundle

NOTA: 166, ... va bene perché la funzione di costo è piatta intorno all'ottimo
↳ inoltre ragionando porto 1 volta 166 e 1 volta 167

NOTA: vincolo capacità rispettato

logistica ↦ si occupa di far arrivare alle persone le cose che non producono ↦ infatti serve per colmare le DISTANZE TRA luogo DI PRODUZIONE E DI CONSUMO 11

⇝ esistono oggi delle forze che riducono la complessità del problema logistico (anche se come contro, aumentano l'importanza del problema di produzione ↦ Km 0

Possibile soluzione: stampare tutto in 3d

noi ci occuperemo solo di logistica gestionale ovvero di decisioni logistiche non delle tecnologie logistiche

es: come è fatto il carrello che porta i pallet NO
- quanti pallet mettere in MG SI

vediamo le: variabili da considerare in un problema logistico

1^ cosa PRESENZA MAGAZZINO

↦ luogo di accumulo per una filiera logistica

è un sistema

Sono MG: negozi, TRANSIPOINT, MG veri e propri

↓

punto di transito
in cui non entrano i consumatori,
la merce entra e viene subito
caricata su un altro camion
no stock perchè no scaffali

Piante viste dall'alto:

TRANSIPOINT
↳ tanto flusso e poco stock quindi tanto perimetro
↳ transipoint sono tipicamente compressi

TRADIZIONALI ↦ ho bisogno di tanta superficie e poco perimetro

Nota: Flussi ↦ CE
Stock ↦ SP

TIPI DI SISTEMI DI MG ↦ Struttura Reti logistiche

(di solito, in questi, gli SKU sono diversi da MG a MG ed hanno costi di giacenza ≠) (da pg 24 libro ITA)

semplici PT immagazzinamento o interi stabilimenti

LINEARE
ogni magazzino ha al più un cliente e 1 fornitore (no clienti dentro al sistema)

Attenzione: la materia prima, o componente o PF si chiama ITEM o SKU

Dobbiamo capire i livelli di performance e la rilevanza delle + performance

lezione 3

14/03/2017

A) PERFORMANCE (da PG 31)

1° QUALITÀ (contrasto, almeno parziale con i costi d'acquisto)

- TARGA: performance che il prodotto dovrebbe erogare IN CONDIZIONI IDEALI e perfette: es consumo di Km
- CONFORMITÀ: fa sì che nel tempo ciascun pz mantenga la qualità DI TARGA che dovrebbe avere → es. continuare a consumare x nel tempo.
  - c'è conformità anche se, per es: non arrivano colli rotti dal produttore

2° SERVIZIO

- disponibilità prodotti → se domanda non soddisfatta potrebbe rinunciare all'acquisto prolungando perdite → il cliente non compra o addirittura cliente perso o cambia negozio
- GARANZIE
- RICAMBIO
- INFO
- Consegna e installazione

→ servizi aggiuntivi

→ PUNTUALITÀ → il cliente può essere spinto a scegliere aziende con maggiore puntualità (sempre valutando i costi)

3° Delivery Lead Time (velocità) tempo di consegna richiesto dal cliente

→ VA CONTRO AI COSTI

(PG 31)

- Dipende dal tipo di prodotto
- cambiato nel tempo
- dipende anche dall'azienda

avere DLT bassi non è gratis ovvero per abbassare i tempi spendi di più → alcuni oggi cercano di ottenere una strategia per la quale, il cliente aspetta molto ma paghi molto meno.

Più è grande più complica la garanzia di disponibilità di SKU e la necessità di SS → ma spinge il consumatore a preferire tale retailer perché può avere più scelta

4° ASSORTIMENTO → può guidare la scelta dei consumatori (PG 32)

es: libri (settore particolare perché i titoli nuovi non riescono a sostituire i vecchi)

→ assortimento quasi ∞ → ovviamente assortimento importante se ben organizzato

NOTA: fenomeno vendite online LONG TAIL (lunghe code di prodotti bassovendenti) → vendendo online le filiere non devono tenere un PT vendita ma tutto nel MG → se di un libro ne vendo 20 copie ma in 1 negozio ne devo mandare MIN 6000, le tengo in MG e le vendo ONLINE, conviene

ROTAZIONE SCORTE → elevata se ho tanti flussi e poco stock ovvero se il MG si riempie e svuota rapidamente

$$\frac{\text{Flussi}}{\text{Stock}} = \text{IT (INVENTORY TURNS)} \mapsto \frac{\text{Flussi}}{\text{Inventory}}$$

(misurati al costo del venduto)

mondo dei libri ha IT bassi

6° COSTO → le aziende tendono a valutarlo più attentamente delle altre 18

MARGINALE: geometricamente è la tg, è la derivata della funzione e segnala quanto costo in più produco 1 unità in più

$\frac{\partial costo}{\partial quantità}$ = rapporto incrementale → infinitesimale se distrib. continua
· 1/3 se produzione discreta

VARIABILE
costo che dipende dalla quantità prodotta
↓
es: HP

FISSO
costo che non dipende dalla quantità prodotte
↳ COSTO AFFONDATO → es. impianto
(o) affitto MG (nel breve periodo)
dipende quando, perché prima devo fare una pianificazione network MG perciò nel lungo periodo è variabile

Quindi entrambi sono valutati in base all'orizzonte temporale e anche dalla strategia dell'azienda che può decidere di far diventare i fissi variabili e viceversa
↳ esempio: se prendo in affitto il posto pallet pagando in base al n° di pallet, il costo che avevamo detto essere fisso ovvero quello di MG, diventa variabile

ATTENZIONE: 2 cose

1) esempio: ho 1 biglietto pagato 200 € per un concerto e un biglietto che ho vinto per un altro concerto, in entrambe le date sono malato mi da più fastidio per quello pagato 200 anche se non dovrebbe perché è un costo già affondato e non dovrebbe influenzarmi.

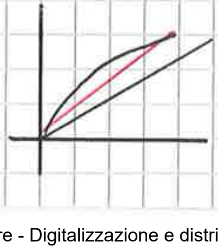
2) Costo variabile / ~~fisso~~ che è un costo che ho ogni volta che succede una determinata attività

$$C \begin{cases} F + cx & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

F = costo fisso setup o trasporto
c = costo variabile setup
x = ordine

↳ è un costo fisso rispetto alle dimensioni del lotto ma non è un costo affondato (SUNCK)

LINEARI / NON LINEARI
↳ i non lineari sono molto complicati e a volte li approssimiamo con dei lineari



→ costo fisso è in definitiva quello in cui incorri per il semplice motivo di aver preso una decisione quindi anche se non sono SUNCK

c) STRATEGIA → decisione delle priorità

esempio: 2 aziende nello stesso settore, con stessi costi, che si muovono con strategie molto diverse e che funzionano entrambe

IKEA — MONDO CONVENIENZA

→ mobili basso prezzo

IKEA: Ti vendo tutto ciò che serve per far funzionare una casa
↳ ho un suo stile
↳ servizio self
↳ fai tutto da te, hai aree bambini, cibo
↓
clientela giovane

MONDO CONVENIENZA: vendo solo mobili
↓
non ha un suo stile, segue ciò che vogliono i clienti
↳ servizio: assistito
↳ non hai aree come
↓
clientela anziana

↳ perciò la strategia è anche del livello o priorità di prodotto e di mercato

NOTA: tra le aziende sopravvivi solo se hai eccellente o strategie o esecuzione, o entrambe

↳ Ci sono tantissime strategie che non funzionano e alcune che funzionano
↳ per funzionare devono essere eseguite bene, adattarsi ad un range di consumatori e devono essere internamente coerenti
es: o tutto self o tutto servito

d) SCORTE

↳ In una filiera logistica abbiamo scorte che hanno un costo e svolgono funzioni ↳ è possibile ridurre il bisogno di scorte ma devo ridurre il bisogno e non il livello

1°) CICLO

↳ modellizzate da EOQ

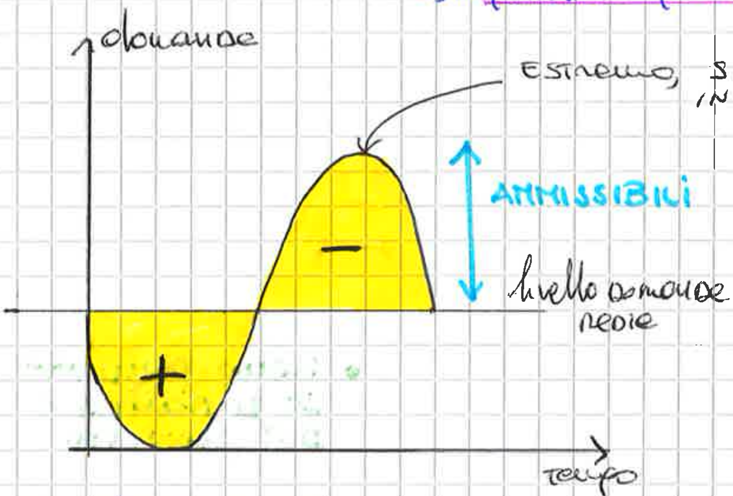
$$\boxed{C_{TOT} = \frac{Ad}{Q} + \frac{h}{2}Q + cd}$$

A = domanda periodo
h = costo mantenimento
cd ↳ costo unitario di acquisto per la domanda
Q = quantità ordinata ogni volta
$\left(\frac{d}{Q} = n° \text{ ordini}\right)$

↳ scendo fino a 0, se sistema noto e domanda costante

4°) SCORTA STAGIONALE (pg 12 libro italiano)

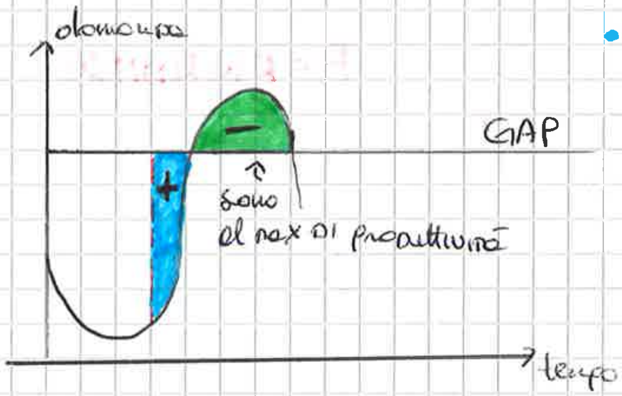
↦ date da limitata capacità produttiva
↳ le costruisco per coprire picchi stagionali di domanda
↳ mi permettono quindi di non dimensionare la produzione sui picchi di domanda



ESTREMO, scorte dimensionate sul picco (investimenti tutti in capacità produttiva.

↦ estremo, scorte dimensionate sulla domanda media
↳ investimenti tutti in scorte stagionali.
(accumulo in un periodo per coprire il periodo di picco)

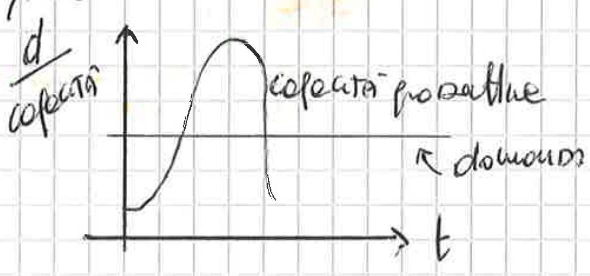
• aree uguali nelle previsioni



•• aree diverse

sto accumulando scorte il più possibile vicino al picco, per non portarmele dietro.
→ punto di incontro dei 2 estremi elencati prima

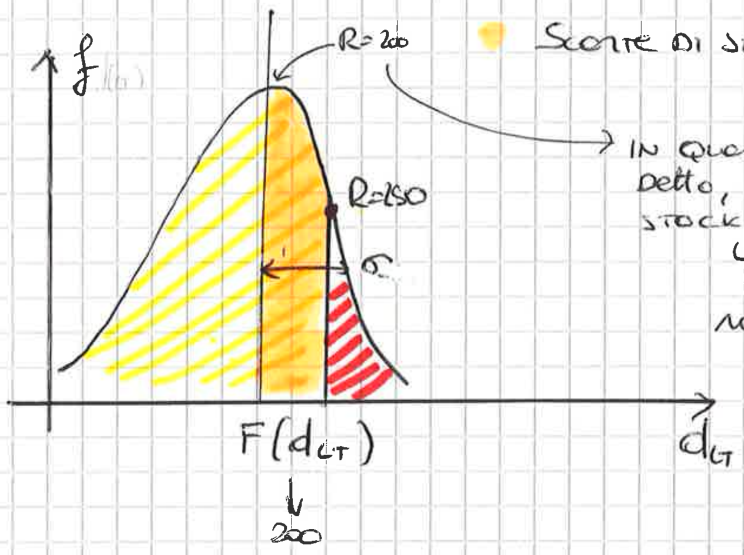
↦ problema di diversa stagionalità tra domanda e produzione



Attenzione: possono essere necessarie perché c'è variazione di domanda (o di produzione) es pelati

Permettono di disaccoppiare la stagionalità della produzione da quella della domanda ↦ per fare ciò devo investire in capacità produttiva

Devo capire la distribuzione della probabilità della domanda nel LT



SCORTE DI SICUREZZA

→ IN QUESTO CASO, COME ABBIAMO DETTO, 1 CASO SU 2 SI GENERA STOCK OUT

LS_I (livello servizio) = 50%

NOTA: LIVELLO SERVIZIO = % DELLE VOLTE IN CUI NON HO STOCK OUT

$LSI_{250} > LSI_{200}$

Sto fissando random R e vado a vedere il livello di servizio

Ora faccio il contrario, accetto rischio del 5% (da cui ho LS_I 95%)

$\alpha = 0{,}05 \qquad 1-\alpha \mapsto 0{,}95$

Dobbiamo calcolare R con a sx 95% e a dx 5%

↳ alto servizio alla domanda

↳ per trovare sulla normale il valore a cui corrisponde dx 5% e sx 95%

$$R = E(d_{LT}) + z_{1-\alpha} \cdot \sigma_{d_{LT}}$$

$$R = E(d_{LT}) + \underbrace{z_{1-\alpha} \cdot \sigma_{d_{LT}}}_{SS}$$

→ Se pongo R = E ho livello servizio 50%

Scorte di sicurezza

Quanto mi avanza a fine settimana

A volte, le variabilità sono create non dai clienti, ma da procedure di gestione delle scorte e a pratiche commerciali che inducono variabilità nella catena di produzione. Esempio tipico: campagne promozionali che creano sconti sui prezzi → per questi picchi di domanda, se non preannunciati servono le SS. → Alcuni applicano EVERY DAY LOW PRICE.

↳ per evitare questo probl.

Perciò, SS dipendono:

② dal livello di servizio

① dal livello d'incertezza

↦ se ho poche (o non le ho) se abbasso livello di servizio o se incertezza ≃ 0 o accorcio LT → 0

Ovviamente è più importante servizio subito in un MTS e invece per un MTO, è più importante la qualità

NOTA: Questo l'elenco delle scorte che vogliamo avere poi c'è:

1) Quelle che non vorremmo avere, frutto di errori del pensato ↦ SCORTE MORTE (roba rotta, ammuffita, scaduta ...)

2) Scorte non logistiche ↦ fatte x generare domanda

es: Pila di libri best seller in ingresso non significa che li venderemo tutti ma sono punti di perdita. Noi ne abbiamo in quantità

PL
CASO (A)

Lezione 4 23
20/03/2017

massimo profitto perché i 3 prodotti hanno prezzi diversi

RICAVI − COSTI

$$\max \overbrace{\sum_{J=1}^{3} P_J\, y_J}^{\text{ricavi}} - \overbrace{\sum_{i}^{5} C_i\, X_i}^{\text{costi}}$$

X_i quantità prodotta del componente i-esimo

C_i costo unitario componente

y_J unità J che conviene produrre

P_J prezzo del j-esimo prodotto

VINCOLI (st)

$$\sum_{i=1}^{S} T_{im}\, X_i \le L_m \qquad \forall m$$

X_i quantità prodotta del componente

L_m capacità produttiva della macchina

T_{im} quanta capacità produttiva viene assorbita da ogni componente i su ogni macchina m

somma dei tempi di utilizzo − tempo che servono in ciascuna macchina del tempo totale disponibile della macchina

⇒ VINCOLO DI CAPACITÀ PRODUTTIVA

$$\sum_{i} G_{i,J}\, y_J \le X_i \qquad \forall i$$

$G_{i,J}$ n° componenti che richiede J

y prodotto

non può essere possibile PF senza avere materiali

$$y_J \le \bar{d}_J \qquad \forall J$$

A questo PF si vincolerebbe tutta la capacità produttiva a quella col margine >, perciò inserisco un vincolo che impedisce di produrre + della d

$\ne$ y venduto → per questo posso scriverlo < della domanda

unità di PF ≤ domanda media (assunzione)

non possiamo vendere più di quanto richiede il mercato

NO $\cancel{\sum_J y_J \le \sum_J d_J}$ perché inserendo questo sarebbe come dire che se mi chiedono 100 pere e 100 pere io gli posso dare 150 pere

$X_i, y_J \ge 0$ VINCOLI DI NON NEGATIVITÀ

OTTENIAMO i risultati (OUTPUT) — risolvendo col simplesso

$X_1 = 116{,}67$ $X_2 = 116{,}67$

$X_3 = 26{,}67$ $X_4 = \varnothing$ $X_5 = 90{,}00$

$y_1 = 26{,}67$ $y_2 = 0$ $y_3 = 90$

Selling price

$P(A) = 80$

$P(B) = 70$

$P(C) = 90$

come creare i margini

es: A_1:

C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
1·20	1·30	1·10	0	0

→ 20 + 30 + 10 = 60 vendo a 80 → 80 − 60 = 20

A_2 ha il margine minore ← prima rotazione per cui decido di non venderlo

$$\cancel{\sum_s} \sum_{i,j} G_{ij} \, y_j^s \le x_i \qquad \forall i, j, s$$

↳ ~~NO~~ perché piazzo il vincolo per ciascun prodotto

NON NEGATIVITÀ: $x_i \ge 0 \quad \forall i$

$y_{j}^{s} \ge 0 \quad \forall j, s$

Risultati

$x_1 = 115{,}71$	$x_2 = 115{,}71$		PROGRAMMA DI PRODUZIONE
$x_3 = 52{,}86$	$x_4 = 2{,}86$	$x_5 = 62{,}86$	
$y_1^1 = 52{,}8$	$y_2^1 = \emptyset$	$y_3^1 = 62{,}86$	PROGRAMMI ASSEMBLAGGIO scenario 1
$y_1^2 = 50$	$y_2^2 = 2{,}86$	$y_3^2 = 62{,}86$	scenario 2
$y_1^3 = 52{,}86$	$y_2^3 = 2{,}86$	$y_3^3 = 60$	scenario 3

sto usando i 52,86 di x_3

↳ ci avanzano 2,86 e li uso

→ potrei produrre 62,86 ma ne ne vengono richiesti 60 (vedi tabella) perciò sfrutto i 2,86 per il 2°

x_1 e x_2 = 115,71

$x_3 + x_4 + x_5 = 118{,}58$ ↔ IN QUESTA SOLUZIONE NON RIESCO A USARE TUTTO CIÒ CHE PRODUCO INFATTI AVANZO 2,62

$\Pi_{profitto} = 288{,}571$

Attenzione!!
Butto via componenti specifici che costano poco, NON i generici

NOTA:
cerco sempre di soddisfare la domanda del 3, anche se in S_1 non riesco perché sono limitato da $x_5 = 62{,}86$ perciò non riesco a fare 100

↳ poi favorisco 1 e poi 2

Abbiamo impostato ad anticipare il modello di scenari futuri

CASO FAMOSO: 'HP' ho MG centrale in germania dove arrivano stampanti senza fili e manuale (dalla cina)
↳ qui è HP personalizza le stampanti per il singolo mercato
↳ VANTAGGIO: stampante con 4 modelli e devi poterla essere fungibile in altre nazioni quindi se sbaglio a scegliere lo scenario non avevano problemi. Anche se costo MG centrale è >, ho >> guadagno.

NOTA: costo di produzione ↦ HARD $ ↑ — conviene aumentare HARD e diminuire SOFT
perdite di domanda ↦ soft $ ↓

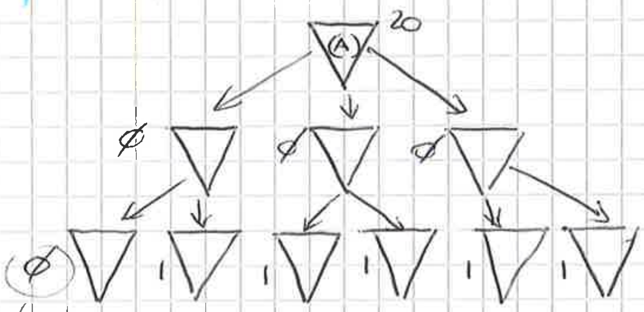
SCELTA MG IN 4 MODI ↦ scorte di tipo diverso

- Al centro tra i vari clienti (baricentro)
- netto MG vicino a ogni cliente
- netto MG vicino al cliente più grande

nella catena logistica ho anche

FLUSSI INFORMATIVI + DIRITTI DECISIONALI

Flussi informativi (PG 27)



(scorte nel MG.

Sistema multilivello
↳ sebbene io abbia 10 MG conviene che le info convergano in un pt
↳ scorte si deve decidere la merce da mandare

(A) è in grado di avere una visione generale e non mandarla tutta in un unico negozio

Decisore unico
↳ nella teoria è migliore!

nei singoli MG (i diversi attori ne hanno unica parziale) vedono solo che a loro stessi manca la merce perciò la tengono tutta per loro.

CREO valore portare l'info all'apice, ma per chi?

PROBLEMI: (1) info difficile da raccogliere
(2) perché devo condividere la mia info?

esempio Barilla (vedi caso Barilla)
se carrefour dice a Barilla che le sue penne sono le più vendute a Torino, c'è il rischio che Barilla vada da coop e le dica anche a lei

APPROCCI DECISIONALI (pg 33)

come pianifico l'ordine:
- PUSH (→ centralizzato; inefficiente, possono convivere) ⇨ Pianificazione del consumo e valle in visto di un futuro fabbisogno → Anticipano la domanda → basano le decisioni sulla domanda
  - ↳ basato su MRP
- PULL (efficiente; ↳ decentralizzato) ⇨ consumo a valle che genera produzione a monte
  - ↳ basano le decisioni sullo stato fisico del sistema
  - ↓ Sistema di controllo della produzione
  - Kanban ↦ prelievo PF genera invio kanban (cartellino) agli stadi precedenti che solo dopo l'arrivo di questo, sono "autorizzati" a produrre.
  - quando possibile, è preferibile scegliere questo

come entra l'ordine:
- MTS ⇨ make to stock
- MTO ⇨ make to order

ATTENZIONE: punto in cui mi arriva l'ordine: ORDER DECOUPLING POINT
PT di disaccoppiam. scorte

ALFIERI

Ci occuperemo: (pg 39) — lezione 5 21/03/2017

PROGETTO DI RETI (DESIGN) ↦ capita raramente di dover progettare da zero, di solito capita all'apertura della fabbrica
↳ poi ho riprogettazioni

Noi stimiamo la domanda nota per il centro di distribuzione
↳ no quando piazzo i negozi, la domanda dipende da dove li metto (es: a Torino o fuori Torino è ben diverso) e dal RAGGIO LOGISTICO quindi da quanto il cliente si presta ad andare.
↳ questo problema non lo si affronta nei centri di distribuzione perché: ↦ o il MG rifornisce tranquillamente negozi in altre regioni
o neanche il cliente non tende ad andare in negozi in altre regioni

Noi vediamo problemi di collegamento dei PT (trasporto) e posizionamento di centri intermedi ↦ quindi NO raggio logistico

UTILITÀ POSIZIONAMENTO NODI INTERMEDI (pg 40)

CONSIDERAZIONE: non servono ad ottimizzare i trasporti e sono accumuli di merce ↦ SONO UN COSTO
↳ perché decido di tenerli?

A) accorciano LT visto dal cliente (non sempre)

B) è più efficiente un singolo MG che un MAG per ogni negozio (DEALER)
↳ 2 TIPI
- B.1) Economie di scala: il MG centrale ha meno scorte dei singoli negozi
- B.2) Riduzione incertezza: spesso riesco a far sì che le incertezze si elidano

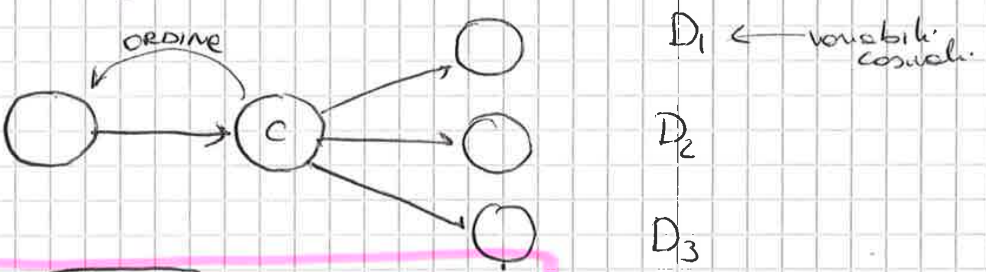
$$\boxed{C_{TOT\ \text{DISTRIBUITO}}} = \sum_{i=1}^{n} \text{costi}_{TOT(i)} = \sqrt{2A\bar{d}_1 h} + \sqrt{2A\bar{d}_2 h} + \dots + h\, z_{(1-\alpha)}\, \sigma_1 + h\, z_{(1-\alpha)}\, \sigma_2 \dots$$

↳ ovvero ovviamente i vari pt vendita

$$= \boxed{\sqrt{2Ah}\left(\sum_{i=1}^{n} \sqrt{d_i}\right) + h\, z_{(1-\alpha)} \sum_{i=1}^{n} \sigma_i}$$

SITUAZIONE (3) (PG 41)

ADESSO: INSERISCO CENTRO DI DISTRIBUZIONE INTERMEDIO



$$\boxed{C_{TOT\ \text{CENTRALIZZATO (sul mag centrale)}} = \sqrt{2A\tilde{d}h} + h\, z_{(1-\alpha)}\, \tilde{\sigma}}$$

ma: $\tilde{d} = E[D_1 + D_2 \dots D_n]$ ↦ a prescindere dal fatto che le domande siano indipendenti o meno la somma corrisponde alla somma dei valori attesi

valore atteso

$$= E[D_1] + E[D_2] + \dots$$
$$\;\; d_1 + d_2 \dots$$

diventa: $\sqrt{2Ah(d_1 + d_2 \dots)}$

INOLTRE: $\tilde{\sigma} = \sqrt{\text{var}(D_1 + D_2 \dots)}$ ↦ IN QUESTO CASO È INDISPENSABILE SPECIFICARE CHE LE d SIANO INDIPENDENTI!

↓

$$\sqrt{\text{var}[D_1] + \text{var}[D_2] \dots} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 \dots}$$

diventa: $h\, z_{(1-\alpha)} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 \dots}$

perciò:

COSTO TOT. CENTRALIZZATO $= \boxed{\sqrt{2Ah}\,\sqrt{\sum_{i=1}^{N} d_i} + h\, z_{(1-\alpha)} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}}$

perciò con il Distribution Centre (DC)

domanda indipendente: tende ad abbassarsi la variabilità

correlata negativamente: si abbassa notevolmente la variabilità

correlata positivamente: non crea danni, è uguale

perciò il DC è vantaggioso con le assunzioni fatte

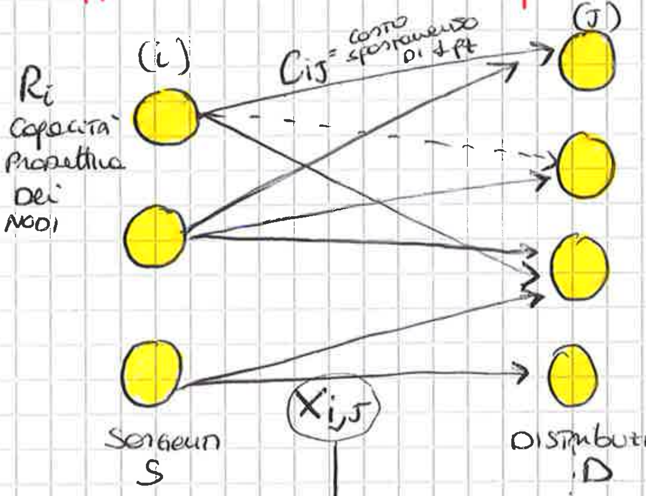
Attenzione: nodi intermedi <
- centri distribuzione (ho mg)
- transit point (no mg)

Progetto di Reti

modello rete logistica — flussi di merce

Definizione rete: insieme di nodi correlati da archi (come i grafi)
(ma i nodi e gli archi hanno attributi: costi, tempi ...)
⇓
Grafo con info aggiuntive

I problema ↦ trasporto (Pg 51)



d_J = domanda negozi

● Nodi
① tipo di prodotto

Parametri ③ <
- C_{iJ} (trasporto)
- d_J
- R_i (capacità impianto)

Variabili ① X_{iJ} (qtà trasportata)

↳ unica variabile (tutti gli altri sono parametri)
↳ qtà che trasferisco dal centro i al negozio J

Assunzioni:
- monoprodotto
- statico (programma solo breve periodo ↦ no mg)
- domanda da soddisfare completamente

il modello consiste nel cercare di soddisfare tutte le domande con il minor costo di trasporto possibile

PL

Funzione obbiettivo: $$\min \sum_{i\in S}\sum_{J\in D} C_{iJ}X_{iJ}$$

vincoli: (st)

$$\boxed{\sum_{i \in S} x_{ijl} = d_{jl}} \quad \boxed{\forall j \in D, \ \forall l \in P}$$

versione 1 ⇨ $\boxed{\sum_{j \in D} \sum_{l \in P} x_{ijl} \leq R_i} \quad \boxed{\forall i \in S}$

↳ se ho uno stabilimento che ha la stessa capacità condivisa su tutti i prodotti (ovvero per esempio una sola macchina che fa tutto)

versione 2 ⇨ $\boxed{\sum_{j \in D} x_{i,j,l} \leq R_{il}} \quad \boxed{\forall i \in S, \ \forall l \in P}$

$$\boxed{x_{i,j,l} \geq 0} \quad \boxed{\forall j \in D, \ \forall i \in S, \ \forall l \in P}$$

Ho una macchina x ogni prodotto la capacità R non cambia solo in base all'impianto ma anche in base al prodotto

ESTENDO IL CASO A MULTIPERIODO (HO NG) ESAME!!!

$$\min \sum_{i,j \in N} \sum_{l} \sum_{t} C_{i,j,l,t} \cdot x_{i,j,l,t}$$

costo varia con il tempo?

Costo(t)

$$\sum_{i \in S} x_{ijlt} = d_{jlt} \quad \forall j \in D, \ \forall l \in P, \ \forall t \in T$$

(Capitolo ...)

Poiché i nodi non hanno MG tutto quello che arriva se ne deve andare:

$$\boxed{\sum_{i \in S} X_{i,K,\ell} = \sum_{J \in D} y_{K,J,\ell}} \quad \forall K \in C \quad \forall \ell \in I$$

ciò che entra = ciò che esce

tutta la roba che manda da i a K è = alla roba che manda da K a J.

$$\boxed{\sum_{i \in S} \sum_{\ell \in I} V_\ell X_{i,K,\ell} \leq H_K} \quad \forall K \in C$$

max volume movimentabile

max capacità volumetrica che può stare nel MG K-esimo

$$\boxed{X_{iK\ell} \geq 0 \quad \forall i \in S, \forall K \in C, \forall \ell \in I}$$

$$\boxed{y_{K,J,\ell} \geq 0 \quad \forall J \in D, \forall K \in C, \forall \ell \in I}$$

- Posso estenderlo al multiperiodo
- se escono X e Y frazionarie si arrotondano

lezione 6 27/03

Ricapitolando

I modello visto — se ho tutti gli archi soluzione inammissibile se: $\sum R_i < \sum d_J$
↳ inammissibilità totale

se non ho tutti gli archi
↳ inammissibilità parziale

↦ se voglio produrre e trasportare in tempi diversi devo avere MG
↳ multiperiodo

↦ abbiamo imposto $X_{iJ} \geq 0$, ma se noi pensassimo a delle industrie manifatturiere e non di processo dovremmo trasportare pezzi interi quindi imporre $X_{iJ} \geq 0 \in Z^+$ ma comunque ho sempre numeri molto elevati e posso approssimare
↳ inoltre se ho parametri interi questi ci danno una soluzione intera anche se risolti con il simplesso ↦ quindi viene intera anche se l'ho imposta semplicemente ≥ 0

II modello visto

la complessità del multiprodotto mi obbliga ad aggregare pezzi diversi ↦ per questo abbiamo introdotto la capacità necessaria per un singolo prodotto

↦ quelli definiti con (=) è perché non ho MG quindi non posso produrre di più di quello che vendo.

NOTA: parametri (1)
- $P_{i\ell}$ = costo produzione
- C_{iK} = costo trasporto
- g_{KJ} = costo trasporto

} unitari

- $V_{i\ell}$ = capacità richiesta
- V_ℓ = volume unitario
- R_i = capacità impianto
- d_J = domanda
- V_{iK} = max capacità (vol)
- $W_{J,K}$ = max capacità (vol)
- H_K = max volume movimentabile

variabili (2)
- $X_{iK\ell} \geq 0$
- $y_{iK\ell} \geq 0$

RISOLVO: divido il costo di apertura per l'ammortamento ovvero il tempo per cui penso sia valida la decisione

↳ funzione di anticipazione

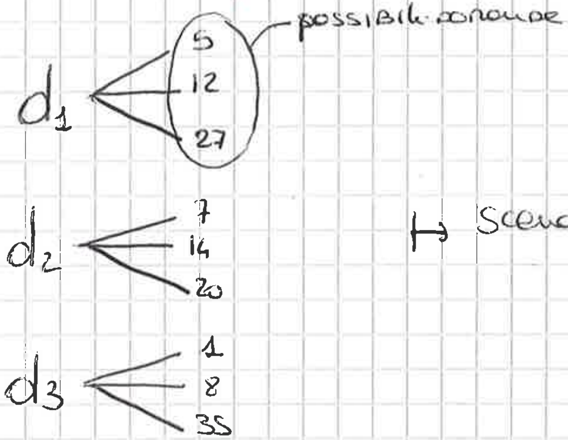
ovvero il costo operativo che la mia decisione sostiene;
↳ sto anticipando costi futuri

↦ È ragionevole pensare di prevedere la domanda con breve anticipo

↳ ma io ho tempi di realizzazione, perciò la previsione delle domande è a lungo periodo

↳ però, data la FUNZIONE DI ANTICIPAZIONE la domanda non posso più considerarla prevedibile

DEFINISCO: scenari di discretizzazione della previsione futura (S) ↦ ognuno ha una probabilità π^s



↦ Scenari

Scenari	Probabilità
S_1 (5,7,1)	0,3
S_2 (12,14,8)	0,5
S_3 (27,20,35)	0,1
S_4 (5,14,1)	0,05
S_5 (5,7,35)	0,01

d_{J}^{S} = domanda nel pt vendita J nello scenario S   ecc...

NON sappiamo quale scenario si verificherà, ma i nodi li dobbiamo posizionare in modo tale che, ciascuno di questi vada sempre bene (o meglio sia accettabile) ↦ soluzione **ROBUSTA** (diventa ottima a volte, per caso)

↳ perciò si fa un modello che vada bene in media.

• scenario

P che accade un certo scenario

$$\min \sum_{i\in S} c_i y_i + \sum_{s} \left[\pi^s \sum_{i\in S} \sum_{J\in D} c_{iJ} x_{iJ}^s \right]$$

voglio soddisfare tutte le domande e non ho ng

$$\text{st} \quad \sum_{i\in S} x_{iJ}^s = d_J^s \quad \forall J \in D, \forall s$$

$$\sum_{J\in D} x_{iJ}^s \leq R_i y_i \quad \forall i \in S, \forall s$$

$$x_{iJ}^s \geq 0 \quad \forall i \in S, \forall J \in D, \forall s \qquad y_i \in \{0,1\} \ \forall i \in S$$

NOTA: le decisioni di apertura infatti devono essere prese in un primo stadio decisionale in condizioni di incertezza, quelle di produzione diventano contingenti alla realizzazione dello scenario s.
↳ perciò variabili x_{iJ}^s si collocano ad un 2° livello decisionale

↳ devo rendere FLESSIBILE il modello e dirgli che può, sostenendo dei costi, non soddisfare tutta la domanda.

(Pg 57)

↳ la funzione obbiettivo deve avere una parte in più

situazione in cui non soddisfo necessariamente tutta la d

$$\min \underbrace{\sum_{i \in S} c_i y_i}_{\text{uguali a prima}} + \underbrace{\sum_{s} \left[\pi^s \sum_{i \in S} \sum_{j \in D} c_{ij} x_{ij}^s\right]}_{} + \sum_{s} \pi^s \left[\sum_{j \in D} \beta_j z_j^s\right]$$

β_j: penalità di non soddisfacimento → costo back order

z_j^s: parte non soddisfatta

NUOVO!!

s.t.

Vincolo capacità: $\sum_{j \in D} x_{ij}^s \le R_i y_i \quad \forall i \in S, \forall s$ (uguale a prima)

$$\sum_{i \in S} \underset{\text{servito}}{x_{ij}^s} + \underset{\text{BO}}{z_j^s} = d_j^s \quad \forall j \in D, \forall s \qquad \text{Nuovo!}$$

(x_{ij}^s: roba fatta; z_j^s: roba non fatta)

$x_{ij}^s \ge 0 \quad \forall i, \forall j, \forall s$ ← (uguale a prima)

$z_j^s \ge 0 \quad \forall j, \forall s$ Nuovo!

$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i$

IDEM NEL PROBLEMA DI TRASPORTO

(non c'è sul libro) Gli si dà la possibilità di non soddisfare parte di domanda, anche se non è detto che succeda

$$\min \sum_{i,j \in N} c_{ij} x_{ij} + \sum_j \beta_j z_j \qquad \text{Nuovo !!}$$

possibilità

β_j: costo BO, ovvero costo del non soddisfacimento

s.t. (tutti uguali) +

$$\sum_{i \in S} x_{ij} + z_j = d_j \quad \forall j \in D \qquad \text{Nuovo!}$$

$$z_j \ge 0 \quad \forall j \quad \forall s$$

Attenzione! Se la politica aziendale è che prima devo cercare di produrre tutto ciò che posso, anche se acquistando mi costerebbe meno, prima risolvo senza l'aggiunta, poi, se non è ammissibile lo risolvo con l'aggiunta

Parametri

costo unitario trasporto: C_{ik}, g_{kj}

R_i, T_k, d_j — capac. stabilim., capacità centri distrib.

r_k $(k=\alpha,\beta)$ — risparmio chiusura

q_γ, u_γ

q_δ^L, μ_δ^L

q_δ^H, μ_δ^H

Variabili — variabili decisionali

x_{ik}, y_{kj}

z_k $(k=\alpha,\beta)$

w_γ, S_δ^H, S_δ^L ↦ variabili logiche — Booleane $\{0,1\}$

Insieme $K = \{\alpha,\beta,\gamma,\delta\}$

OBBIETTIVO: quanti centri intendi avere se vuoi soddisfare la domanda interamente a costo minimo?

↓

IN PIÙ: – non voglio più di 3 mag intermedi

FO

$$\min \underbrace{q_\gamma w_\gamma + q_\delta^L S_\delta^L + q_\delta^H S_\delta^H - \sum_{k=\alpha,\beta} r_k(1-z_k)}_{\text{legato all'espansione}} +$$

2 se tengo aperto vale 1 se $(1-1=0$ non apro$)$ (risparmio)

$$+ \sum_{i\in S}\sum_{k\in C} C_{ik} X_{ik} + \sum_{k\in C}\sum_{j\in D} g_{kj} y_{kj}$$

legato ai flussi

↳ parte strategica operativa ↳ se aggiungessi scenari starebbero qui ↦ costo di trasporto

• eventuale chiusura centri → segno ⊖ perché è un risparmio

s.t.

$$\sum_{k\in C} y_{kj} = d_j \quad \forall j\in D$$ vincolo domanda

$$\sum_{k\in C} X_{ik} \le R_i \quad \forall i\in S$$ vincolo capacità

$$\sum_{i\in S} X_{ik} = \sum_{j\in D} y_{kj} \quad \forall k\in C$$ nel singolo periodo quello che entra esce.

NODI α,β

$$\sum_{i\in S} X_{ik} \le T_k \cdot z_k$$

capacità k-esima; chiudo o no il k-esimo nodo

quello che arriva non può essere > di quello che posso movimentare $k=\alpha,\beta$

NODO γ

$$\sum_{i\in S} X_{ik} \le T_k + U_k W_k \quad k=\gamma$$

non posso chiuderlo perciò capacità sempre $\neq 0$

T_k ↘ c'è sempre perché non posso chiudere

NODO δ

$$\sum_{i\in S} X_{ik} \le M_k^L S_k^L + M_k^H S_k^H \quad k=\delta$$

se apro con una certa capacità deve essere $\geq$ di quanto produco

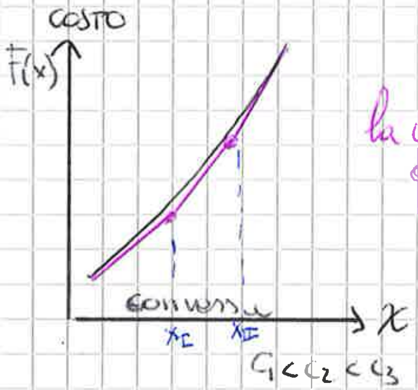
$$S_\delta^L + S_\delta^H \le 1$$ o apro alto o basso o non apro

INTRODURRE ECONOMIE DI SCALA SIGNIFICA OTTIMIZZARE UNA FUNZIONE OBIETTIVO NON LINEARE 4S

COSTI MARGINALI CRESCENTI

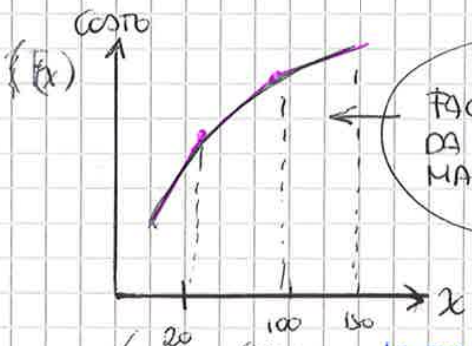
la linearizzo a tratti ← le devo

CERCO DI AVERE UNA FUNZIONE LINEARE A TRATTI

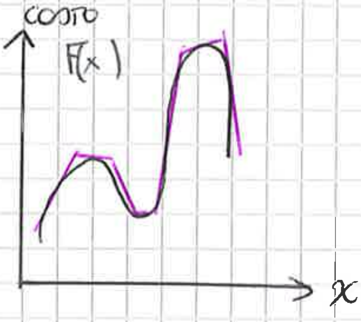


$c_1 < c_2 < c_3$

FACILE DA MINIMIZZARE



FACILE DA MASSIMIZZARE



CONCAVA ↦ per valori di β tipo 0,3 o 0,5

$c_1 > c_2 > c_3$

costi marginali decresc.

NON È FACILE FARE IL CONTRARIO

NOTA: Più gli intervalli sono piccoli, più la spezzata segue la curva vera, più parametri devo stimare

perché fa sì che prendo i costi dopo senza aver saturato quelli prima

↳ esempio: costano meno dopo i 150 e ne voglio 70 mi converrebbe per minimizzare prenderne 50 tra i 100 e 150 e le altre 20 tra 20 e 100, ma non posso perché prima dovrei saturare quelli prima

→ MINIMIZZAZIONE - CONCAVA
→ MASSIMIZZAZIONE - CONVESSA

Lezione 7 (fine)
28/03/2017

Modelli con costi non lineari

La difficoltà sta nel fatto che il modello aveva costi lineari.
↳ se i costi sono lineari, sono conveniente trasportare attraverso un centro di distribuzione o trasportare direttamente

COSTO LINEARE → COSTO INDIPENDENTE DAL VOLUME TRASPORTATO

ECONOMIE DI SCALA → COSTO NON LINEARE ↦ è la dipendenza del costo di trasporto rispetto al volume di trasporto

es: ORDINO quintali di carne
camion più grossi per volumi più grandi, i camion più grossi mi costano di più, anche se di per sé i pacchi di carne in grandi quantità costano meno

IN SOSTANZA, y_3 è attivato solo se y_1 e y_2 sono saturi, cioè ho INVESTITO DI C_3 solo se prima ho pagato C_1 e C_2

[Il problema sorge con l'algoritmo della concava, perché, questo, inizierebbe a usare per prima la variabile più economica cioè la y_3 ma questo non va bene in questo caso (VEDI PIÙ AVANTI (*))]

Siccome devo minimizzare questo:

$$\min c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3$$

Le y sono nuove variabili che ho solo nella f.o. e NON in altri vincoli, questo perché i costi sono crescenti

Es: supponiamo di stimare la quantità (40)

$$x = y_1 + y_2 + y_3$$

$$40 = 40 + 0 + 0$$

$$80 = 50 + 30 + 0$$

saturo y_1 e passo a y_2

pago poco — pago di più

Attenzione: sono costi di trasporto, non di qualità, pago le robe

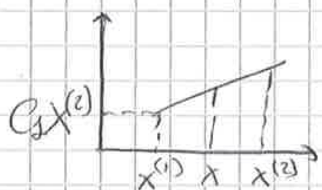
Caso Concavo

Con le concave io non posso dire $\min y_1 c_1 + y_2 c_2 + y_3 c_3$ perché essendo $c_3 > c_2 > c_1$ mi conviene prendere il minore, y_3 quando c_3 buono: cosa faccio?

es: 50 unità $\min \left| \begin{matrix} c_1 y_1 \\ 0 \end{matrix} \right| + \left| \begin{matrix} c_2 y_2 \\ 0 \end{matrix} \right| + \left| \begin{matrix} c_3 y_3 \\ 50 \end{matrix} \right|$

Per avere 50 a C_3 devo prima comprare y_1 a c_1 e y_2 a c_2

(anche prima avevo questo problema ma lo si poteva ragionare nel caso di costi crescenti, qui però le cose cambiano:



Voglio definire i pt di questo segmento come combinazione convessa lineare dei 2 estremi

$$x = \lambda x^{(1)} + (1-\lambda) x^{(2)}$$

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

COSTO: $F(x) = \lambda c_1 x^{(1)} + \underbrace{(1-\lambda) c_2 x^{(2)}}_{\text{parte rimanente del segmento}}$

Se $S_1 = 1$ allora $S_2, S_3 = 0$ si attivano al più λ_1 e λ_2 49

Ho sempre un solo S cioè un solo segmento tra quelli colorati ed ho 2 λ

Se $\lambda_0 \neq 0$ e $\lambda_1 \neq 0$ allora la loro somma mi deve dare 1 perché $\sum_{i=0}^{3} \lambda_i = 1$ e sono nell'intervallo.

Scelti i λ anche i costi di cui devo fare la combo lineare.

per ogni x che definisco

(1) Branch & Bound → perché al contrario dei trasporti, qui ho variabile intera

RIASSUMENDO

Nel caso di una combinazione convessa ho valori continui e non discreti $\lambda_2 = 0{,}2$ o $\lambda_3 = 0{,}8$ va bene, basta avere due valori di λ la cui somma sia 1 (es: $\lambda_3 = 0$ e $\lambda_2' = 1$)

→ Se vuoi massimizzare una convessa o minimizzare una concava NON rimani nel lineare

~ Provare a prendere un modello di trasporto, immaginiamo di avere una funzione convessa (facile) e dei costi NON lineari.

PRODOTTO (PG 69)

Si

(4°) Livello con cui voglio prevedere, cosa voglio prevedere

esempio: venduto SOFT DRINK + aranciate + FANTA + FANTA DA 33;
- venduto soft drink → tutte le marche
- aranciate → tutte le taglie, tutte le marche
- Fanta → bottiglie + lattine
- Fanta da 33 → solo lattine

Posso anche prevedere tutte le bibite, ma se voglio fare le campagne pubblicitarie di un prodotto devo prevedere x quel prodotto

MERCATO (PG 69)

(5°) AREE GEOGRAFICHE a cui si fa riferimento

Regioni — Centro — Italia — Europa

← + INFO UTILE ma + DIFFICILE

+ Facile avere buone previs. ma perdo l'utilità →

II Secondo passo è: RACCOLTA DELLE INFO

NOTA: è importante che l'info usata come input del processo di previsione sia la DOMANDA e non le vendite. Infatti le vendite sono frutto dell'interazione della domanda e della disponibilità del prodotto. Primo, la disponibilità di prodotto a m.g. censura la domanda. Se i dati di vendita vengono usati come modello di previsione, un input basso mi fa ordinare poco e entro in un circolo vizioso.

NOTA: siamo tentati di scegliere TB ampi, orizzonti brevi e ampie aggregazioni di prodotto per avere previsioni ↔ ci garantisce errori contenuti, ma, non tiene in considerazione la relazione tra processi di previsione e processi di decisione.

OSSERVAZIONE DELLA DOMANDA

È facile avere questo dato? È facile avere la domanda passata? È più facile avere un dato di domanda o di vendita?

Domanda ≡ Vendita solo se ho sempre tutto, non rimango mai senza qualcosa nel mio negozio e ho tutte le merce di tutti i prodotti ↔ MOLTO improbabile

Solitamente la DOMANDA ≥ VENDITA. Se uso le vendite per prevedere la domanda futura tendo a SOTTOSTIMARE la domanda.

Per prevedere si deve aver traccia della domanda non delle vendite.

Esempio: caso Barilla: un centro non ha mai comprato il nuovo tipo di pasta Barilla, ordine vecchio ∅, vendite vecchie ∅ che implicano ORDINE nuovo ∅ e così via...

ANDAMENTO DOMANDA — III Analisi della domanda (PG 73)

Se la domanda D, ha stagionalità, oppure tendenze di crescita o decrescita, non posso usare i dati della domanda come previsioni della domanda stessa.

Devo osservare i dati e vedere se questi oscillano intorno ad un valor medio. È necessario capire se la domanda è stazionaria o meno.

L'analisi della domanda ci permette di trovare metodi migliori di previsione → faccio la previsione, la prevedo e la

ERRORE DI PREVISIONE

$e_{(t)}$ time bucket

- Misure dell'errore
  per: - vedere se modello va bene
  - prendere le previsioni
  - usarlo come espressione della variabilità della domanda

$e_t = Y_t - F_t$

Errore = domanda − previsione

e_t: errore di previsione per il periodo t

Y_t: osservazione di domanda teorica

F_t: previsione per il periodo t

Bisogno definire le variabili
→ $F_{t,h}$
→ Y_T
→ $e_t = Y_t - I_t$

$e_t > 0$ sottostimato la domanda

$e_t < 0$ sovrastimato la domanda

Y_T = domanda al tempo T

$F_{t,h}$ ↦ NON è la previsione del periodo t, ma è la previsione fatta nel periodo t per il periodo t + h

F_t ↦ previsione fatta per il periodo t (oggi)

NOTA!

$F_{t+4} = F_{t,4}$ al tempo t prevedo per il periodo t + 4

Se oggi è t, le 2 coincidono

Mai buttare via la previsione F_t

es: t.b = 1 mese (Pg 74)
orizzonte = 12 mesi

A gennaio 2017 prevedo fino a gennaio 2018. Siccome ho un t.b = 1 mese, prevedo sì fino a gennaio 2018 però, ogni mese vado a maggiorare
↓
A dicembre 2017 avrò aggiornato 11 volte

E' logico che, se quando novembre la mia previsione è più attendibile, però a me interessa prevedere bene su un orizzonte di 12 mesi, voglio capire di quanto ho sbagliato se prevedo un anno prima.

F_t ↦ è sovrastimato fino al mese prima della realtà → più buono

Deve essere quello che mi serviva quando è stata fatta la previsione
L'errore e_t lo vai a calcolare usando la previsione di 12 mesi fa, non la previsione aggiornata del mese prima

Se siamo in un caso senza sovrastima o sottostima sono a posto, vuol dire che ho previsto bene

Attenzione: Dipende dal contesto, però, è più facile sistemare problemi di bias piuttosto che problemi di accuratezza

ERRORE QUADRATICO MEDIO (Root mean square error) (pg 76) (vedi es. pg 77)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

↳ misura accuratezza

- Anche l'RMSE come il MAD misura l'accuratezza ↳ meno accurato di MAD (più usato perché derivabile)
- Il MAD considera tutti gli errori grandi, invece l'RMSE enfatizza gli errori grandi (pesa) ↳ (perché non pesa)

Nel MAD, se ho 1 errore da 3 o 3 errori da 1 è lo stesso caso, mentre nell'RMSE vado a penalizzare molto gli errori grandi,
↳ Quindi se ho deciso di far pesare molto gli errori grandi, perché in quel caso se li commetto pago caro

Le misure di errore quindi giudicano il metodo di previsione oppure chi ha fatto la previsione ↳ non dice niente sul BIAS
↳ essenzialmente, qui si danno dei pesi quindi, a differenza dell'MAD non si favorisce una previsione che comporti errori uniformi nel tempo ma una più esatta in generale, con solo dei picchi di errore (sempre che questi non siano troppo elevati)

PROBLEMI DI ME / MAD / RMSE

→ misurano gli errori di previsione con la stessa scala della domanda → debolezza!
→ tutti e 3 presentano 3 misure assolute di errore
→ pesano in modo diverso gli errori → sono influenzati dall'unità di misura

L'RMSE prende senso se rapportato alla domanda ↳ se domanda = 0 non lo posso usare

Attenzione: il valore dell'RMSE deve essere sempre rapportato alla domanda

es: $0 < D < 3$ RMSE = 1 è grande

$10000 < D < 25000$ RMSE = 1 è piccolissimo

allora introduciamo 2 misure di errore relative al dato di domanda

MPE e MAPE (mean percentage error e mean absolute percentage error)

$$ME \rightarrow MPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\frac{e_t}{y_t}$$

Deviatezza percentuale

essendo y_t al denominatore mi concentro nell'errore relativo alla domanda

$$MAD \rightarrow MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{|e_t|}{y_t}\right)$$

Accuratezza percentuale

↳ Problema ① non posso usare se domanda = 0

Problema ② funzionano male se domanda molto variabile
↳ Numeri puri perché non influenzati dalla scala

Attenzione: così facendo, però, sono più accurato con una buona domanda anche nei periodi meno interessanti
Creo incentivo di stock e non si [illegible] su D alta

$MAPE_M (F_t = 2) < MAPE_M (F_t = 1)$

Sono portato a sovrastimare, per questo motivo, se l'azienda paga/giudica il previsore in base al ... il previsore è portato a sovrastimare

Misure di errore % (Pg 80)

ME% $= \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \frac{e_t}{\bar{y}}$ $\quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t$

→ rapportano BIAS, MAD e RMSE alla domanda media ($\bar{y}$)

Buono se la domanda è bassa

MAD% $= \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \frac{|e_t|}{\bar{y}}$

RMSE% $= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \frac{e_t^2}{\bar{y}}}$

Misurano la qualità degli output di un metodo previsionale

↓

in relazione alla domanda media

per capire se il fenomeno è andato bene $\quad F_t = Y_{t-1}$

Se prendo l'errore dal mio metodo, poi prendo l'errore del metodo banale e comparo

$e_t = Y_t - F_t$

ma siccome $F_t = Y_{t-1}$

allora $e_t = Y_t - Y_{t-1}$

In questo modo lo confronto e valuto la qualità delle previsioni rispetto alla variabilità della domanda

Sarebbe opportuno avere a disposizione delle metriche che non valutino solo la bontà delle previsioni, ma anche capaci di misurare se si sarebbe potuto effettuare una previsione migliore, e questa è la migliore

la statistica U di Theil (Pg 83)

Serve per mettere in relazione l'accuratezza della previsione con la variabilità della domanda

la statistica

$$\left(\frac{F_{t+1} - Y_{t+1}}{Y_{t+1}}\right)^2$$

questa misura di errore è utile per valutare il mio metodo è un mé di quanto è migliore in rapporto con il metodo becero

Y_1 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5 Y_6

scelgo i primi tre per settare i parametri $\mapsto$ ATTENZIONE! questi 3 parametri non posso più usarli per testare l'algoritmo

PREVISIONI $\mapsto$ F_1 F_2 F_3 F_4 F_5 F_6

fingo di dire: non so cosa si è realizzato l'anno scorso, allora uso la media mobile e poi la confronto con le realizzazioni.

Voglio prevedere F_4, ma sono in F_{10}, fingo di non conoscere da F_4 a F_{10}

1) STIMARE I PARAMETRI
2) USO ALGORITMO
3) PREVEDO

$\boxed{Y_1 \quad Y_2 \quad Y_3}$ $\boxed{Y_4 \quad Y_5 \quad Y_6}$

per fittare — per testare

Più dati uso per inizializzare l'algoritmo e più l'algoritmo sarà buono, però avrò meno dati per testare che vada bene.

Per essere certo dell'accuratezza dell'algoritmo dovrei avere un TEST SAMPLE grande.

Ad esempio: se ho 10 dati di domanda mi conviene usarne 5 per fittare e 5 per testare

ATTENZIONE! i dati di 10 anni fa non sono attendibili come i dati di 1/2 anni fa. questo perché il fenomeno cambia

Tutti gli algoritmi richiedono inizializzazione e test, più ne uso per inizializzare meno me ne restano per testare

I AGORITMO $\Rightarrow$ MEDIA MOBILE (pg 83)

ASSUNZIONE $\mapsto$ AVERE DOMANDA STAZIONARIA

Prevedo il futuro come media della domanda storica (nota, la dom è assunta con 1 determinato comportamento (es: stabile, trend, stagionalità...)) dove la domanda è assunta:

$$\boxed{Y_t = \mathbb{E}(d_t) + \varepsilon_t} \qquad \boxed{\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0}$$

domanda attesa, parametro sconosciuto $\rightarrow$ $\bar{d}$ $\quad \varepsilon_t$

→ usate x generare la previsione, si devono conoscere

I = n° di osservazioni ↦ n° di y domanda che conosco

n = 1° t di cui conosco y ad esempio (2)

B_t è la media (in questo caso) delle ultime 10 osservazioni

Se io aggiorno la previsione avrò B_{t+1} allora:

B_{t+1} sarà la stessa previsione da $t+1$ in avanti e la previsione in t se ne va

→ è la media delle domande note ed è pari a tutte le previsioni future.

K = dove sono io a prevedere − Intervallo/Finestra di domande note + 1

TEST sample ↦ testiamo l'algoritmo della media mobile

FIT $k=3$ ↦ TEST

$K=3$
$K=8$

Ricorda che: $B_t = F_{t+1}$

con $K=3$ ho fino a $B_3 = F_{3+1} = F_4$

$B_8 = F_{8+1} = F_9$

Inizializzo: scegliere un u che mi dà 1° B e il 1° F essendo $B = F_{t+1}$

Più accurata è la previsione meno dati mi rimangono per testare l'algoritmo

Il K oltre a servire per decidere quali dati usare per fittare e quali per testare serve anche perché:

Più il K è piccolo più il nostro algoritmo riesce a reagire in fretta ai picchi

$K=2$ (FIG 3.6 P 89)
$K=6$ (FIG 3.7 P 89)

NOTA: il K va da tot a tot nel FIT e va da tot a tot nel test (✱ vedi pg dopo)

(Pg 86) K = numero di osservazioni usate per generare la previsione

→ Dove tener presente del trade off tra:
- capacità del metodo di filtrare il rumore
- capacità del metodo di reagire prontamente ad incrementi o decrementi

Riprendendo la previsione

Lezione 8
03/04/2012

↳ abbiamo visto: media mobile (queste osservazioni considerate insieme e previsione in un dì di un valore uguale alla media delle k passate osservazioni)

↳ abbiamo discusso come scegliere 'k'

- k piccolo: più reattivo ma mi da previsione che si allontana dell'ipotetico valor medio ↦ filtra poco il rumore
- k grande: reattivo, filtra tolto il rumore

II ALGORITMO
Smorzamento esponenziale semplice

(Pg 88)

○ Non aggiunge nessuna assunzione e nessun elemento che mi permette di assumere domanda non stazionaria
↳ perciò assumo domanda stazionaria come nella media mobile
↳ decido di usare una media pesata tra l'ultima osservazione della domanda e l'ultima previsione

$B_t = F_{t,h}$ ⇝ identico per ogni h

↑ Baseline

$B_{t-1} = F_{t-1,h}$ previsione che avevo fatto per oggi

$B_t = F_{t,h}$ previsione per domani, dopodomani, ecc...

$B_t = F_{t+1} = F_{t+2} = F_{t+3} \dots$

$B_t = \alpha \left(\frac{1}{t}\right) + (1-\alpha) B_{t-1}$ (y_t) Baseline, mette in somma pesata l'ultima ~~performance~~ osservazione disponibile con la previsione fatta ieri. ↳ ovvero aggiorno le previsioni pregresse con le ultime osservazioni

⇖ libro $F_{t,h} = \alpha y_t + (1-\alpha) F_{t-1,h}$ $\quad 0 \le \alpha \le 1 \quad \forall h$

$0 < \alpha < 1$

↑ determina reattività modello

1 ← Previsione giorni futuri è uguale alla domanda di oggi

↑ previsione di oggi è uguale alla domanda di ieri

se $\alpha = 1$ ↦ lo smorz. esp. diventa = media mobile

↦ α è il parametro (come avevo 'k' per la media mobile)
↳ opposto a k

$\alpha = 0$ previsione precedente non viene alterata dall'osservaz. delle domanda

α grande ⟼ corrisponde a ⟼ k piccolo
↓
più peso do all'ultima osservazione, meno ne do alle precedenti e viceversa

↦ $\boxed{B_0 = \frac{\sum_t y_t}{n}}$

$B_{t-1} = \alpha \left(\frac{1}{t}\right) + (1-\alpha) B_{t-2}$ (y_{t-1} ↦ ultima osservazione di domanda nota; B_{t-2} ultima previsione fatta)

$B_{t-2} = \alpha y_{t-2} + (1-\alpha) B_{t-3}$

(Pg 91)

ora sostituisco:

$B_t = \alpha y_t + (1-\alpha) \cdot [\alpha y_{t-1} + (1-\alpha) B_{t-2}] =$
$= \alpha y_t + (1-\alpha) \alpha \cdot y_{t-1} + (1-\alpha)^2 B_{t-2}$

$B_t = \alpha y_t + (1-\alpha) \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)^2 \cdot [\alpha y_{t-2} + (1-\alpha) B_{t-3}]$
$= \alpha y_t + (1-\alpha) \cdot \alpha \cdot y_{t-1} + (1-\alpha)^2 \alpha y_{t-2} + (1-\alpha)^3 B_{t-3}$

$(1-\alpha)^2 > (1-\alpha)^3$ ↦ con l'esponenziale semplice penalizzo sempre più le osservazioni vecchie. Infatti ce y_{t-2} e y_{t-3} che sono le vecchie sono moltiplicate x minori

Tracking Signal → lo uso per scegliere α (pg 96)

$$\boxed{TS_t = \alpha' \frac{e_t}{y_t} + (1-\alpha') TS_{t-1}}$$

≤ 1

$0 \leq \alpha' \leq 1$

$-1 \leq TS_t \leq 1$

è una: media smorzata degli errori commessi nei periodi precedenti

corregge l'errore ↦ se $|TS_t| \simeq 0$ ↦ posso essere inaccurato ma non ho BIAS (né deviato)
gli errori tendono ad elidersi

↳ balla attorno allo 0 più o meno, quindi, abbasso α (diminuisco α) ↦ no BIAS

se invece lo domando inizio ad aumentare

Mi serve per sapere quando alzare o abbassare α nello smorz. semplice

$|TS_t| \gtrless 0$ sto sbagliando sempre dallo stesso lato, ho BIAS e aumento α, gli errori hanno tutti lo stesso segno e tendono a sommarsi

usato x decidere se aumentare o ridurre α

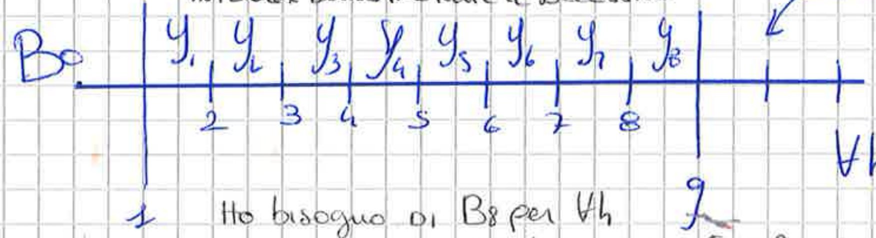
$$\boxed{\alpha = |TS_t| \cdot a}$$

↳ serve per NORMALIZZARE, perché potrei superare 1, e uso "a" per riportarmi nel range 0,1 perché $0 < \alpha < 1$

non scelgo α ma α'

↝ ho scelto α' ora devo inizializzare B_0
↳ suppongo di avere 8 periodi passati

INIZIALIZZAZIONE SMORZ. ESP. SEMPLICE
(pg 96) il metodo ha bisogno di 1 previsione iniziale x determinare tutte le successive



abbiamo previsioni da 9 in poi
(sono in T=8 devo prevedere da T=9)

Ho bisogno di B_8 per $\forall h$
cioè voglio trovare $F_9 = B_8$ cioè la baseline calcolata in 8 $B_8 = F_{8,9} = F_{8,10} = F_{8,11}$ cioè per $\forall h$

Y_T = $B_8 = F_9 = F_{10}$

$B_8 = \alpha y_8 + (1-\alpha) B_7$

$B_7 = \alpha y_7 + (1-\alpha) B_6$

$B_6 = \alpha y_6 + (1-\alpha) B_5$

⋮

Y_{T-7} $B_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha) B_0$

B_0 lo metto prima dell'inizio delle osservazioni disponibili

metto per B_0 un valore che suppongo io ma che comunque ha un peso.
⇓
B_0 lo faccio con 3 metodi (vedi pg dopo)

$B_0 = y_1 \mapsto B_{t-I} = y_{t-I+1}$

Considero anche la situazione in cui ho 1000 dati a disposizione ma li ritengo troppo vecchi.

↳ Se considero affidabili per esempio gli ultimi 3 anni, il mio B_0 è l'ultimo dicembre prima dei 3 anni

$$B_{t-I} = \sum_{k=t-I+1}^{t-I+\ell} y_i / \ell$$

(III metodo pag prima)

$k=t-I+1$ → dati per inizializzazione ↳ n° dati di cui conosco la realizzazione della domanda

ℓ: N° TB usati × il TB → durata del fit semplice ↦ dati usati per inizializzare $\leq I$

NB: se $I = \ell$ non ho dati per valutare l'accuratezza

$\boxed{I-\ell}$

TEST SEMPLICE

sono i dati su cui vado a valutare l'accuratezza ovvero l'errore

Se voglio stimare, seguire e valutare l'accuratezza devo conoscere tot dati

(pg 99)

RICAPITOLANDO

1. ↳ inizializzazione = 0 comporta previsione ridotta per i primi periodi, n° di periodi per i quali la previsione è significativamente < della domanda, dipende da α, se è alto l'inizializzazione quasi perde rapidamente di peso
2. ↳ inizializzazione non più inferiore al livello di domanda ma basata sulla singola osservazione del livello di domanda che è probabile si discosti significativamente dal suo livello medio
3. ↳ sostanzialmente inizializzazione di miglior qualità nel caso di valori α bassi perché il campione sul quale viene effettuato è più ampio
   ↳ tuttavia qui si può misurare la bontà della previsione solo dall'11 esimo periodo mentre nel 2° caso dal 2° periodo

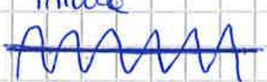
nello smorzamento esponenziale semplice

Problemi? (vedi pg 135) ↦ effetti inizializzazione

↳ abbiamo assunto la domanda stazionaria e in questo caso va bene

↳ se però la domanda è affetta da tendenza, oscilla attorno ad una retta

Prima



valor medio

ora ↦ TREND

→ come lo gestisco?

oppure oscilla attorno ad un valor medio che non esiste:

Trend + Stagionalità

e la sinusoide

oscilla sulla sinusoide

ATTENZIONE: il termine a trend dipende da β ma include B che dipende da α

↳ se α piccolo cresce poco ed io do poco peso all'osservazione più recente, il modello rimane ± immobile $0<\alpha,\beta<1$

$\alpha \to 0$ a prescindere dal β, ho sempre $(B_t - B_{t-1}) = T_t \Rightarrow$ se α piccolo β non conta niente

metto in trade off cose uguali → B diventa inutile ed incluso il processo di inseguimento preciso della domanda

- α piccolo smorza molto
- α grande molto reattivo
- β piccolo prende il cambiamento come un disturbo
- β grande prende molto il salto di gradino

(pg 101) INIZIALIZZAZIONE TREND

INIZIALIZZAZIONE: devo fissare per B_0 e T_0

$B_0 = 0$ → sconsigliato (sbagliato)

$B_0 = Y_1$ → (sbagliato) → problema che qui ho un trend e il trend è una retta che passa x 2 pti quindi ne servono almeno 2 pti di domanda

$T_0 = (Y_2 - Y)$ → violato principio di non alterabilità ↓ in realtà si usano fit semple

↳ mi servono 2 pti perché il trend è ± una retta

fit simple

$y_1 \; y_2 \,|\, y_3$

$$T_0 = \frac{\sum_{i=2}^{l} (Y_i - Y_{i-1})}{l-1} = \frac{Y_l - Y_2}{l-1}$$

una volta 'bruciati' per T_0, non li lo per verificare → mi conviene usarli anche per B_0

$$B_0 = \frac{(Y_1 - T_1) + (Y_2 - 2T_2)}{2}$$

NOTA: il trend è la tendenza per il singolo periodo ↳ quanto aumenta o diminuisce la domanda per singolo periodo, nel 2° periodo è aumentato 2 volte il trend, se fossimo nel 3° sarebbe 3 ecc...

$$B_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(B_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(B_t - B_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

se però, più semplicemente uso $T_0 = Y_2 - Y_1$ posso scrivere:

$$\boxed{B_0 = \frac{(Y_1 - T_0) + (Y_2 - 2T_0)}{2}}$$

senza le condizioni sotto.

NB

$$\boxed{T_0 = \frac{Y_l - Y_1}{l-1}}$$

se

$y_1 \; y_2 \; y_3 \; y_4 \; y_5 \; y_6 \; y_7 \; y_8 \; y_9 \; y_{10} \,|\, y_{11} \; y_{12}$ (13)

$I = 12$ $\quad l$ 10 test

$I - l = 2$ test T_0 B_0

dal 13 in poi prevedo

$$T_0 = \frac{(Y_2 - Y_1) + (Y_3 - Y_2) + (Y_4 - Y_3) \dots + (Y_{10} - Y_9)}{9}$$

$$T_0 = \frac{Y_{10} - Y_1}{9}$$

$l - 1 \to 10 - 1$

→ ma questo coglie meglio il trend rispetto a $\frac{Y_2 - Y_1}{2}$?

$\boxed{NO}$ le osservaz. di picco di domanda pesano meno, e tengo che ho solo 2 valori non sono lontani

Dai dati devo capire quando si ripete il processo
↳ (STAGIONE) e la devo dividere in tanti TBucket (TB)

STAGIONE ↓ vincolare del processo

TB ↓ tanti quanto voglio preciso il processo

STAGIONALITÀ (pg 105)

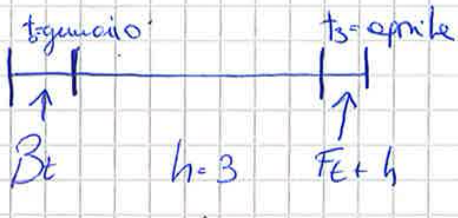
Facciamo il moltiplicativo ↦ (A casa estendere all'ADDITIVO)

B_t livello medio domanda $\quad \delta_t$ fattore di stagionalità (stagionalità)

1° caso: identificare la durata dello stagione! (S)

$$F_{t,h} = \underbrace{B_t}_{\text{ultimo corrente}} \cdot \delta_{t+h-S} \qquad h \le S$$

$t+h-S$: è il T+h del mese considerato nell'anno prima; S: stagione

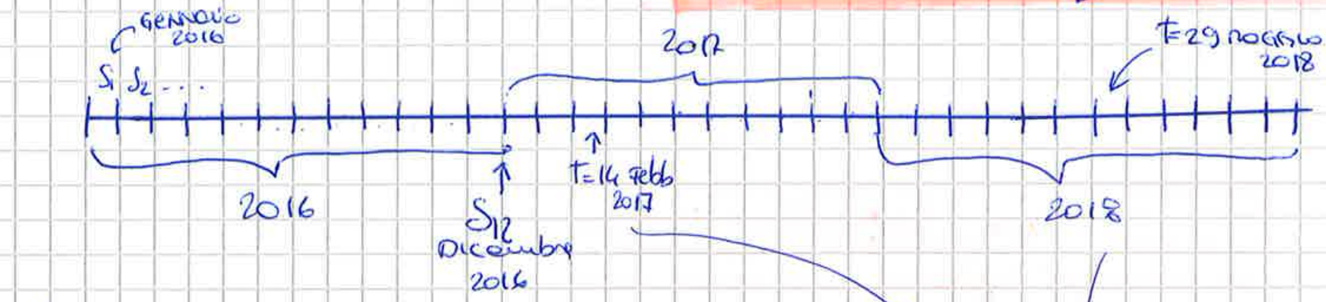


Uso stagionalità annuale con TB mensile, ma ha validità generale

La formula funziona se e solo se $h \le S$ ↦ gennaio 2017 prevedo non oltre gennaio 2018

Se voglio prevedere a gen 2017 per aprile 2018 } ovvero per prevedere un orizzonte che eccede la singola stagione

↳ $h > S$ ↦ $F_{t,h} = B_t \cdot \delta_{t+h-\left[\frac{h-1}{S}+1\right]S}$



$t = 1, \dots 12$ — 1° stagione (2016)

$t = 13 \dots 24$ — 2° stagione (2017)

$t = 25 \dots 36$ — 3° stagione (2018)

Se sono qui e voglio prevedere per maggio 2018

L'ultimo coeff disponibile per aprile è quello di maggio 2016

$t = 29 \qquad h, = \underset{t}{14} + \underset{h}{15} > \underset{S}{12}$

$\delta_{\text{MAG}}^{\text{disponibile}} = \delta_{2016} = \delta_5$

$F_{14,15} = F_{14+15} = F_{29} = B_{14} \cdot \delta_5 \mapsto F_{14,15} = B_t \, [14+15] - \left[\frac{15-1}{12}\right] 12 = 5$ nella formula di prima

Lezione 04/04/2017

INIZIALIZZAZIONE (pg 108)

- esponenziale semplice ↦ almeno 1 dato per inizializ. ($y_t \rightarrow B_0$)
- trend ↦ almeno 2 ↦ T_0 e B_0 (servono 2 dati perché ho 2 parametri)
- stagionalità ↦ almeno S dati

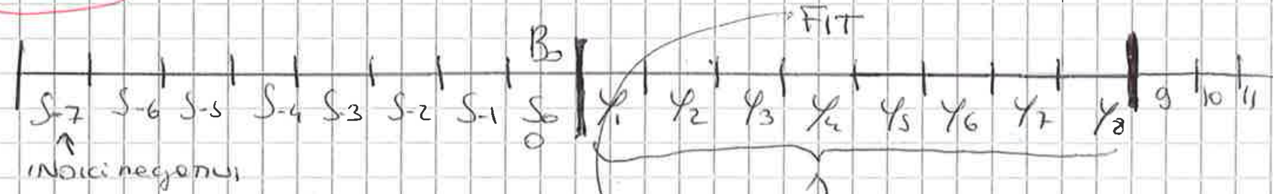
Però se inizializzo devo inizializzare S+B_0 valori, perciò sarebbe S+1, ma ne ne bastano S, perché?

↳ coef di stagionalità medio? $\bar{S} = \frac{\sum S}{S}$ — quanto si allontana in su o in giù la domanda rispetto alla base line; periodo

$\bar{S}$ non tanto $\neq 1$, altro 0,... (sto sotto) e 1,... (sto sopra)

↳ da cui: $\bar{S} \cong 1$ e perdo così un grado di libertà; perciò mi bastano S dati

esempio: suppongo 8 stagioni ↦ 8 tB ↦ 2 cose (8 settimane)



li uso per inizializzazione e non li posso più usare per calibrare
↳ S dati per inizializzazione S_0

S = quanto % mediamente l'osservazione si discosta dalla media

$$B_0 = \sum_{i=1}^{S} y_i / S$$

Domanda oscilla, ho una base line che è la media delle domande

$S_{1-8} = S_{-7} = y_1 / B_0$

$S_{1-7} = S_{-6} = y_2 / B_0$

⋮

$\boxed{S_{1-1} = S_0 = y_8 / B_0}$

↦ $$S_{J-S} = \frac{y_J}{B_0}$$ per $J = 1 \dots S$ (BD)

$$S_{-2} = \left(\frac{y_2 + y_6 + y_{10}}{3}\right) \Big/ B_0$$

$$S_{-1} = \left(\frac{y_3 + y_7}{2}\right) \Big/ B_0$$

$$S_0 = \left(\frac{y_4 + y_8}{2}\right) \Big/ B_0$$

NB Se non ho multipli esatti della stagione devo fare 2° metodo altrimenti ok il 1°

INIZIALIZZAZIONE STAGIONALITÀ (libro) (pg 108)

Per inizializzare sono sufficienti S osservazioni di domanda. Devi avere almeno a disposizione un'intera stagione di domanda.

B_0 sarà la media semplice di osservazioni in 1 anno

SE USO UNA SOLA STAGIONE

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^{S} x_i}{S} \quad \text{stagione}$$

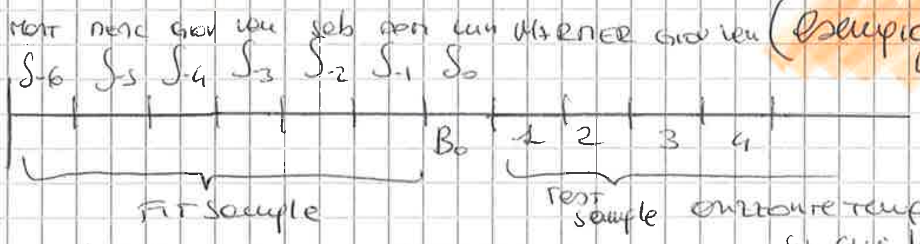
$$S_{j-S} = \frac{x_j}{B_0} \qquad \text{per } j = 1 \ldots S$$

SE USO MULTIPLI DI INTERE STAGIONI

ℓ' è un multiplo di S

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^{\ell} x_i}{\ell}$$

$$S_{j-S} = \frac{\sum_{k=0}^{\ell/S - 1} x_{j+kS}}{B_0 \cdot \ell/S} \qquad \text{per } j = 1 \ldots S$$



(esempio pag 153 libro inglese)

Dire che ho 3 settimane intere di dati per il FIT sample vuol dire che $\ell = 21$ $S = 7$ e quindi ℓ è multiplo intero di S

Se adesso testo settimana 4 e settimana 5

$h=1 \mapsto$ prevedo il 36 primo

$F_{35,1} = F_{35+1} = F_{36} \mapsto$ martedì settimana 6

$= B_{35} \cdot S_{29} = 63,48 \cdot 0,5983 = 37,98$

N° giornali che il giornalaio si aspetta di vendere martedì 36

↳ si può fare con le settimane 4 e 5 dove ho le y e le posso perciò confrontare con gli F

$F_{22} = F_{21,1} = \underbrace{B_{21}}_{63,64} \cdot S_{15}$

martedì prima (0)

$F_{23} = B_{22} \cdot S_{16} = 62,83 \cdot 0,5382$

$F_{24} = B_{23} \cdot S_{17}$

devo calcolare fino a B_{23} e S_{17}

$B_0 = 63,33$

$$B_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha) B_{t-1}$$

$$B_1 = \alpha \cdot \frac{Y_1}{S_{1-7}} + (1-\alpha) B_0 = \alpha \frac{Y_1}{S_{-6}} + (1-\alpha) B_0$$

$$B_2 = \alpha \cdot \frac{Y_2}{S_{2-7}} + (1-\alpha) B_1 = \alpha \frac{Y_2}{S_{-5}} + (1-\alpha) B_1$$

$$B_3 = \alpha \frac{Y_3}{S_{3-7}} + (1-\alpha) B_2 = \alpha \frac{Y_3}{S_{-4}} + (1-\alpha) B_2$$

$$S_t = \gamma \frac{y_t}{B_t} + (1-\gamma) S_{t-1}$$

$$S_1 = \gamma \cdot \frac{Y_1}{B_1} + (1-\gamma) S_{-6}$$

1-7

Posso usare le previsioni anche per calcolare l'errore

⇩

$\boxed{\text{SOLO TEST SAMPLE}}$

IMPORTANTISSIMO

$e_{22} = Y_{22} - F_{22} = 36 - 41,25 = -5,25$

(soluz. pg 153 libro inglese sono tutte invertite poiché considera F-Y)

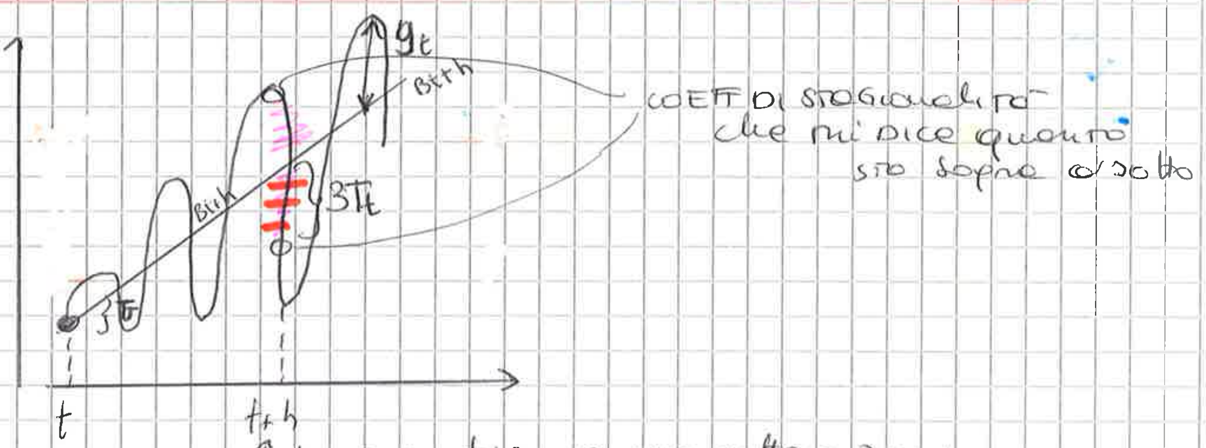
STAGIONALITÀ + TREND

(pag 110)

Algoritmo di previsione più generale
↳ posso avere fenomeni con andamento ma con il tempo possono avere oscillazione (fluttuazioni stagionali)

$$F_{t,h} = F_{t+h} = (B_t + hT_t)\, S_{t+h-s} \qquad h \le s$$

$$F_{t,h} = F_{t+h} = (B_t + hT_t)\, S_{t+h-\left[\frac{h-1}{s}+1\right]\cdot s} \qquad h > s$$



$h \neq 3 \rightarrow$ $t+3$ ne devo mettere 3 di s

formule ricorsive

3 parametri!

vera → $B_t = \alpha \dfrac{Y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)(B_{t-1} + T_{t-1}) \qquad 0 \le \alpha \le 1$

$T_t = \beta(B_t - B_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \qquad 0 \le \beta \le 1$

non vere

$S_t = \gamma\left(\dfrac{Y_t}{B_t}\right) + (1-\alpha)\, S_{t-s} \qquad 0 \le \gamma \le 1$

Devo stimare $s+2$ ↦ ne per il ragionamento di prima ne devo inizializzare $s+1$

$s-1$ per inizializzare S_t
2 per inizializzare T_t

$s-1+2 = s+1$ per inizializzare trend + stagionalità

Faccio la media dei 2 lunedì

$$B_0 = \left[\frac{(Y_1 - T_0) + (Y_8 - 8T_0)}{2} + Y_2 - 2T_0 + Y_3 - 3T_0 + Y_4 - 4T_0 + \right.$$

$$\left. + Y_5 - 5T_0 + Y_6 - 6T_0 + Y_7 - 7T_0 \right] \cdot \frac{1}{7}$$

$7 = s$
$8 = \ell$

divido per 7 perché ho già fatto la media dei 2 lunedì

Caso più semplice è quando ho ℓ = numero s = es 7 in quel caso infatti faccio: semplicemente

$$B_0 = Y_1 - 1T_0 + Y_2 - 2T_0 + Y_3 - 3T_0 + Y_4 - 4T_0$$
$$+ Y_5 - 5T_0 + Y_6 - 6T_0 + Y_7 - 7T_0$$

da qui trovo le 2 formule per inizializzare B_0

Caso 1) ho multipli interi della stagione → facile

$$B_0 = \sum_{i=1}^{\ell} (Y_i - iT_0) \Big/ \ell$$

$\ell = K \cdot s$ multipli interi K di stagione

Caso 2) non ho multipli interi della stagione → devo fare la media dei dati in più

$$B_0 = \frac{\left[\frac{(Y_{s+1} - (s+1)T_0) + (Y_1 - T_0)}{2} + \sum_{i=2}^{s} (Y_i - iT_0)\right]}{s}$$

NOTA:
Quando ho trend + stagionalità B_0 lo inizializzo solo per il trend

Per inizializzare S_0 partiamo dall'esempio di prima $s = 7$ e ho $\ell = 8$ dati quindi ℓ non è un multiplo intero di s, di conseguenza

Caso ℓ no multiplo di s secondo K per inizializzare S_0

Sul libro è sbagliato

$$S_{j-s} = \frac{\sum_{k=0}^{\ell/s - 1} Y_{j+ks} - B_0 + (j+ks)T_0}{\ell/s}$$

errore

generalmente ℓ/s

$j = 1 \dots s$

unico termine + della stagionalità

Attenzione

ℓ = n° dati usati

$$S_{-6} = S_{j-s} = S_{1-7} = S_{-6}$$

Regressione Lineare Semplice

Partiamo da un esempio

Prendiamo smorzamento con trend visto e supponiamo di avere:

$$Y_t = B_0 + T_0 \cdot t \mapsto \text{domanda con trend}$$

abbiamo visto nello smorzamento con trend che $t = +B$ quindi:

$\mapsto$ Y_t variabile dipendente

t variabile indipendente

Tutti gli smorzamenti (metodi di previsione) visti fino ad ora dipendono solo dal tempo t.

la variabile indipendente è sempre e solo il t.

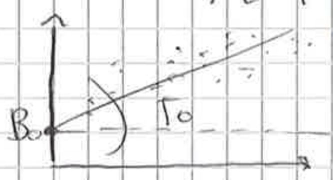
$$Y_t = B_0 + T_0 \cdot t$$

$t = 1 \mapsto Y_1$

$t = 2 \longmapsto Y_2$

$t = 3 \longmapsto Y_3$

Nel FIT SAMPLE se si prendono delle osservazioni note di domanda Y_t posso plottarle e trovare la retta interpolante



Ho preso le Y_t note (FIT sample) le ho plottate, ho trovato la retta interpolante, così trovo B_0 e T_0 e da qui usando B_0 e T_0 prevedo le Y_t future)

Fino a qui tutto ok però ci sono 3 assunzioni molto forti fatte:

1. variabile indipendente è sempre il tempo (Pg 113)
2. la relazione tra var dip e indip è lineare
3. Ho solo 2 variabili

Non sempre si verificano, infatti:

1) le variabili rilevanti possono essere molteplici es: pubblicità, sconti ecc.
2) le relazioni non sono sempre lineari

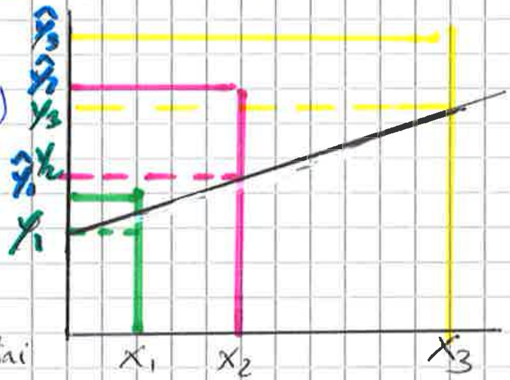
→ e la confronto con quelle reale y_i

CONFRONTO

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

(PG 334 Appendice)

↳ non sarà mai = ∅ perché $\hat{y}_i$ è una stima ed è sulla retta che sto stimando ma, non sono mai quelle vere e perciò y_i saranno altri punti.



y non sulla interp
$\hat{y}$ sulla interp

$\min \sum_i |e_i|$

↳ modello minimo che non uso

$\min \sum_i |e_i|^2$

↳ ci porta al metodo dei minimi quadrati, lo uso

perciò determinerò (a, b) in modo che $\sum_i |e_i|^2$ sia minima

$$e_i = y_i - F(x) = y_i - \hat{y}_i = y_i - (a + b x_i)$$

È necessario considerare un errore nelle diverse osservazioni i

Tra le varie misure di errori possibili è molto utile la somma degli errori quadratici

$$e = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - b x_i)^2$$

(SS) scarto quadratico

Mi voglio trovare a e b in modo da minimizzare l'errore. (Come faccio?)

VOGLIO MINIMIZZARE

$$\min \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \sum_i (y_i - (a + b x_i))^2$$

devo annullare le derivate parziali dell'errore e quindi fare $\frac{\partial SS}{\partial a}$ e $\frac{\partial SS}{\partial b}$ ↦ $= 0$

↳ sapendo che è convessa e perciò sapendo che trovo PT minimo anche senza fare le derivate II

DIMOSTRAZIONE (PG 335 - Appendice)

$$SS = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_i (y_i - (a + b x_i))^2$$

$$\frac{\partial SS}{\partial a} = \sum_i \left((-1) \cdot 2 (y_i - (a + b x_i))\right) = -\sum_i [2y_i - 2a - 2bx_i] = 0$$

$\cdot(-1) \qquad \cdot(-1)$

$$\mapsto \sum_i [2y_i - 2a - 2bx_i] = 0 = -2\left[\sum_i y_i - na - b\sum_i x_i\right] = 0$$

data da n

non dipende da i

$$\cancel{2}\sum_i y_i - \cancel{2}\sum_i a - \cancel{2}b\sum_i x_i = 0 \mapsto \sum_i y_i - a\sum_i - b\sum_i x_i = 0$$

$$\left[n\sum_i x_i y_i - \sum_i^1 y_i \sum_i^1 x_i\right] + b\left[\left(\sum x_i^2 - n\sum_i x_i^2\right)\right] = 0$$

$$b^* = \frac{\left[-n\sum_i x_i y_i + \sum_i^1 y_i \sum_i x_i\right]}{\left(\sum_i^1 x_i\right)^2 - n\sum_i x_i^2} = \boxed{\frac{\sum_i^1 y_i \sum_i^1 x_i - n\sum_i x_i y_i}{\left(\sum_i^1 (x_i)^2 - n\sum_i^1 x_i^2\right)}}$$

USATO MOLTO x ESERCIZI

Voglio far comparire $\bar{x}$ e $\bar{y}$ (divido numer e denom per n)

$$= \frac{\frac{\sum_i^1 y_i}{n}\sum_i^1 x_i - \cancel{n}\frac{\sum x_i y_i}{\cancel{n}}}{\frac{\left(\sum_i^1 x_i\right)^2}{n} - \cancel{n}\frac{\sum_i^1 x_i^2}{\cancel{n}}}$$

adesso moltiplico e divido per $n \mapsto (n/n)$

$$= \frac{\frac{n\,\bar{y}\sum_i^1 x_i}{n} - \frac{n}{n}\sum_i^1 x_i y_i}{\frac{n}{n}\frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n} - \frac{n}{n}\sum^1 x_i^2} = \frac{n\bar{y}\bar{x} - \sum^1 x_i y_i}{+n\bar{x}^2 - \sum_i^1 x_i^2} =$$

$$= \frac{\sum_i^1 x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum^1 x_i^2 - n(\bar{x})^2} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} a &= \bar{y} - b\bar{x} \\ b &= \frac{\sum^1 x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_i^1 x_i^2 - n(\bar{x})^2}\end{aligned}}$$

FORMULE + USATE

↳ ho messo il - davanti ed ho invertito gli addendi

Ora voglio dare una interpretazione geometrica, per farlo devo sapere che:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0 \quad \text{e lo è anche} \quad \sum_{i=0}^{4}\bar{x}(y_i - \bar{y}) = 0$$

idem

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}) = 0 \quad \text{e lo è anche} \quad \sum_{i=1}^{n}\bar{x}(x_i - \bar{x}) = 0$$

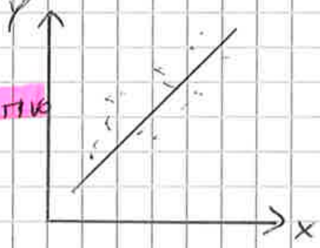
per definizione la somma degli scarti è 0 perché per definizione la media vale ~~0~~

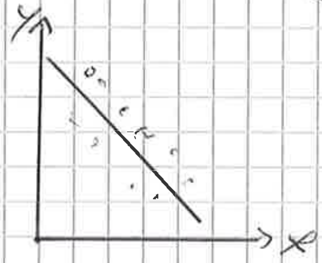
esplicito al numeratore $n\sum\frac{x_i}{n}\bar{y}$ e al denominatore $n\sum\frac{x_i}{n}\bar{x}$

Il coeffic. di correlazione r_{xy} va ad analizzare se al crescere dei valori di x, i valori di y tendono a crescere (correlazione positiva) o a decrescere (correlazione negativa) oppure non subiscono alcuna influenza (correlazione nulla)

1. Correlaz. positiva → pendenza retta ⊕ $r_{xy} > 0$ $\uparrow x, \uparrow y$
2. Correlazione negativa → " " ⊖ $r_{xy} < 0$ $\uparrow x, \downarrow y$
3. Correlazione nulla → retta ↝ $r_{xy} = 0$ ↳ no legame lineare tra x e y, potrebbe però cubico, quadratico ecc...

r_{xy} positivo





r_{xy} neg

Quindi abbiamo visto come stimare a e b che sono stime dei parametri non noti α e β

$$\left.\begin{aligned} a &= \bar{y} - b\bar{x} \\ b &= \frac{\sum_i x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_i x_i^2 - n(\bar{x})^2} \end{aligned}\right\} \leadsto$$

stimati a e b vado a trovare la

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$$

a, b sono coeff. del modello teorico di interpolaz. migliore, ma variano in base al campione che voglio introdurre → sono variabili casuali con un valore atteso ed una varianza

$\mathbb{E}[a]$ $\text{var}[a]$

$\mathbb{E}[b]$ $\text{var}[b]$

↓ voglio $= \alpha$ e $= \beta$

variabile casuale ← $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ errore

Tutte le ε_i hanno questa distribuzione e sono indipendenti dalle x_i (numeri)

↳ ε_i indipe x_i

y_i variabile casuale

x_i variabile casuale

$$y_i = \overset{\text{numeri}}{\alpha + \beta} x_i + \varepsilon_i$$

$$\mathbb{E}[y_i] = \mathbb{E}[\alpha] + \mathbb{E}[\beta x_i] + \mathbb{E}[\varepsilon_i]$$
$$= \alpha + \beta x_i + 0$$

$y_i \sim \text{distribuz}(\alpha + \beta x_i, \sigma_{\varepsilon_i})$

$\mathbb{E}[y_i] = \alpha + \beta x_i$ la media di y giace su una retta che non conosco perché non conosco α e β e se noi conosciamo una stima conoscendo a e b non troveremo mai la vera retta, saremo sempre sopra o sotto

$$a = \bar{Y} + b\bar{x} = \frac{\sum_i y_i}{n} - b\frac{\sum_i x_i}{n} = \frac{\sum_i(\alpha + \beta x_i + \varepsilon_i)}{n} - b\frac{\sum x_i}{n} =$$

Separiamo le sommatorie $\mapsto \frac{n\alpha}{n} + \beta\frac{\sum x_i}{n} + \frac{\sum_i \varepsilon_i}{n} - b\frac{\sum x_i}{n} =$

$$= \alpha + \sum_i \frac{x_i}{n}(\beta - b) + \frac{\sum_i \varepsilon_i}{n}$$

come vedi dopo $\emptyset$

$$E[a] = E[\alpha] + E\left[\frac{\sum x_i}{n}(\beta-b)\right] + E\left[\frac{\sum \varepsilon_i}{n}\right] = E[\alpha] + \sum E\left[\frac{x_i}{n}(\beta-b)\right]$$

$$+ \sum E\left[\frac{\varepsilon_i}{n}\right] = \alpha + \sum \frac{x_i}{n} E[\cancel{\beta - b}]^{0} + \sum_i \frac{1}{n} E[\cancel{\varepsilon_i}]^{0}$$

→ come ho detto prima è $\emptyset$

N°, lo porto fuori

Perché $E[\beta] = \beta$ e $E[b] = \beta$ $\Big\}$ $\beta - \beta = 0$

$= E[a] = \alpha$ **STIMATORE CONSISTENTE**

a e b sono in conclusione stimatori consistenti, senza BIAS di α e β (no deviatezza)

↳ siamo quindi abbastanza fiduciosi nell'utilizzo del modello ovvero, se usiamo $y = a + bx$ per prevedere siamo sicuri che non faremo previsioni sistematicamente sopra o sotto la domanda.

Se ho una retta vera e sbaglio (a) la alzo e la abbasso, mentre, se sbaglio (b) ho diversa pendenza

PG 345-347

↳ il valore di y lo trovo sbagliato perché sto usando una retta sbagliata

↳ A seconda del n° di dati che ho sarò più o meno preciso
↳ Se io avessi tanti dati e trovassi tanti a e b farei la media e otterrei una curva molto vicina alla realtà

La consistenza dimostrata precedentemente non basta a dire che la retta $a+bx$ stima con dovuta accuratezza le y_i, ma semplicemente non commettiamo errori sistematici

↳ Ora abbiamo cercare di capire la distribuzione di a e b

↳ valutiamo la dispersione di a e b attorno a α e β.

Se io sapessi α e β saprei come sono dispersi i punti, ma nella realtà non li conosco allora calcolo una stima della differenza tra α e β che rappresenterà una sorta di area di incertezza in cui con una certa P si può trovare α e β
Ovvero le statistiche che calcoleremo ora ci permetteranno di fare test di hp o intervalli di confidenza

$$= \frac{1}{\left(\sum_i (x_i - \bar{x})^2\right)^2} \operatorname{var}\left(\sum_i \varepsilon_i (x_i - \bar{x})\right) = \frac{1}{\left(\sum_i (x_i - \bar{x})^2\right)} \sum_i \operatorname{var}\left(\varepsilon_i (x_i - \bar{x})\right) =$$

$$= \frac{1}{\left(\sum_i (x_i - \bar{x})^2\right)^2} \sum_i \left[(x_i - \bar{x})^2 \operatorname{var}(\varepsilon_i) \right] \Rightarrow \text{poiché } \operatorname{var}(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2 \ \forall i$$

lo porto fuori perché è un n°

$$= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\left(\sum_i (x_i - \bar{x})^2\right)^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{(Pg 114)}$$

$$\boxed{\operatorname{see}(b) = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{1}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}}$$

- Se le n osservazioni si collocano sulla retta $y = \alpha + \beta x$ (fenomeni causali ε_i limitati) ↳ $\operatorname{see} \approx \sigma_\varepsilon$
- Se $n \to \infty$ affidabilità di b cresce

Dipende da $\frac{1}{n}$ e $\frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})}$

Il 2° termine è molto simile alla $\operatorname{see}(b)$, infatti l'errore che commettiamo della stima di a dipende dell'errore commesso su b, a è l'intercetta con y

l'errore su b va a compensare l'errore su a.
Più sovrastimo β tanto più sottostimo α

Perché ho $\bar{x}^2$ al numeratore? Perché è il pt in cui la retta stimata e quella vera si incontrano. Tanto più è grande tanto più è l'errore che commetto su a, a fronte di un errore su b.

$$y_0 = \alpha + \beta x_0 + \varepsilon_0 \qquad \hat{y}_0 = a + b x_0$$

$$\operatorname{see}(y_0) = \sqrt{\mathbb{E}\left[(y - \hat{y}_0)^2\right]} = \sqrt{\operatorname{var}(y_0 - \hat{y}_0)}$$

$$\mathbb{E}\left[(y - \hat{y}_0)^2\right] = \operatorname{var}(y_0 - \hat{y}_0) + \mathbb{E}\left[(y_0 - \hat{y}_0)\right]$$

$$\mathbb{E}\left[(y - \hat{y}_0)\right] = \mathbb{E}\left[\alpha + \beta x_0 + \varepsilon_0 - (a + b x_0)\right] =$$

$$= \cancel{\mathbb{E}[\alpha]} + x_0 \cancel{\mathbb{E}[\beta]} + \cancel{\mathbb{E}[\varepsilon]} - \cancel{\mathbb{E}[a]} - x_0 \cancel{\mathbb{E}[b]} = \emptyset$$

$$\operatorname{var}(y_0 + \hat{y}_0) = \operatorname{var}(\alpha + \beta x_0 + \varepsilon_0 + (a + b x_0)) = \operatorname{var}((\alpha - a) + x_0(\beta - b) + \varepsilon_0)$$

$$= \operatorname{var}(\alpha - a) + x_0^2 \operatorname{var}(\beta - b) + \operatorname{var} \varepsilon_0 + 2\operatorname{cov}((\alpha - a), x_0(\beta - b)) +$$

$$+ \cancel{2\operatorname{cov}(\alpha - a, \varepsilon_0)} + \cancel{2\operatorname{cov}(x_0(\beta - b), \varepsilon_0)}$$

$$= -\mathrm{cov}\left(\bar{x}(\beta-b),\ x_0(\beta-b)\right) = -\bar{x}x_0\,\mathrm{cov}(\beta-b,\beta-b)$$

$$= -\bar{x}x_0(-1)^2\,\mathrm{var}(b-\beta) = -\bar{x}x_0\,See^2(b) = \frac{-2\bar{x}x_0\sigma_b^2}{\sum_i (x_i-\bar{x})^2}$$

$$\mapsto See(y_0) = \sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{1}{n}+1+\frac{x_0^2+\bar{x}-2x_0\bar{x}}{\sum_i (x_i-\bar{x})^2}}$$

NOTA

$$See^2(y_0) = \mathrm{var}(y_0-\hat{y}_0) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{n} + \frac{\sigma_\varepsilon \bar{x}^2}{\sum_i (x_i-\bar{x})^2} + \frac{\sigma_\varepsilon^2 x_0^2}{\sum_i (x_i-\bar{x})^2} + \sigma_\varepsilon^2 - \frac{2\bar{x}x_0\sigma_\varepsilon^2}{\sum_i (x_i-\bar{x})^2}$$

$$See_{(y_0)} = \sigma_\varepsilon\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x-\bar{x})^2}{\sum_i (x_i-\bar{x})^2}}$$

Se $n\to\infty$ $See(y_0)$ tende a σ_ε, la dispersione tra errore e stima è dato dalla parte casuale. Più è grande la σ_ε e più è grande la dispersione della y_0 attorno alla y stimata.

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i-\hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

(pg 346)

ho perso 2 gdl

$\hat{y}_i = a + bx_i$

↳ lo metto dentro all'altra formula

→ è l'errore, uso le $\hat{y}_i$ perché è nostro vicino alle y, è una tendenza attorno alla mia retta. Poi divido per $(n-2)$ perché ho a e b.
Se $n=2$, ho solo 2 pt, interpolo la retta facilmente servono almeno 3 pt

$See(a)$ e $See(b)$ cosa possiamo farci?

Se trovo la retta di regressione $\hat{y} = a+bx$, funzione che se a e b sono molto vicini alla retta ovvero se la pendenza b è ⊕, voglio che sia crescente.
Ma, a e b sono stimatori di α e β, io voglio essere sicuro che ci sia pendenza ⊕ o ⊖ con una certa confidenza. $See(a)$ e $See(b)$ servono x passare dalla stima puntuale di α e β alla stima intervallata
→ devo intervallo di confidenza o fare test d'Hp

Come faccio gli intervalli di confidenza?

$$a - t_{n-2,\,1-\frac{P}{2}}\,See(a) \le \alpha \le a + t_{n-2,\,1-\frac{P}{2}}\,See(a)$$

e per β:

standard error dell'osservazione

$$b - t_{n-2,\,1-\frac{P}{2}}\,See(b) \le \beta \le b + t_{n-2,\,1-\frac{P}{2}}\,See(b)$$

T student

P intervallo di confidenza ovvero area FUORI, (in base a come ho impostato la T student)

Ci interessa sapere la stima degli intervalli di confidenza e se essi contengono lo 0, perché abbiamo visto che se lo contiene, soprattutto per il 'b' è un problema