



**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 2231A**

**ANNO: 2017**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Bongiorno Lorenzo**

**MATERIA: Costruzione di Macchine - (Teoria+Esercizi) - Prof. Belingardi**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# CM

- ① TEORIA DI HERTZ
- ② RUOTE DENTATE
- ③ MECCANICA FRATTURA LINEARE ELASTICA
- ④ PIASTRE e GUSCI
- ⑤ FATICA OLIGOCICLICA

- ①
  - IPOTESI TEORIA, AREA DI CONTATTO,  $\cos\theta$ , PRESSIONI, a e b
  - CONTATTO SFERA-SFERA
  - CONTATTO CILINDRO-CILINDRO

- ②
  - EQUAZ. EVOLVENTE
  - SPESSORE DENTE  $s_p$
  - STRISCINAMENTO SPECIFICO:  $ks_1$  e  $ks_2$
  - LEWIS: IPOTESI e FORMULA
  - HERTZ: FORMULA
  - PROFILI SPOSTATI: RELAZ.  $\alpha, l, il$

- ③
  - TEORIA GRIFFITH
  - $K_I$
  - RAGGIO PLASTICO
  - ZONE PLASTICIZZATE DP VS TP
  - LEGGE DI PARIS
  - CALCOLO DURATA
  - CARICHI AD ANPIEZZA VARIABILE

- ④
  - IPOTESI PIASTRE
  - RAGGI DI CURVATURA e DEFORMAZ.
  - TENSIONI  $\sigma_r, \sigma_c$  e  $M_r, M_c$
  - EQUAZ. EQUILIBRIO
  - RELAZ. COMPRESIVE + ESERPIO

- IPOTESI GUSCI
- EQUAZ. DI EQUIL. CON SCHEMI
- ESERPIO

- ⑤
  - TENSIONI / DEFORMAZ. INGEGNERISTICHE e REALI
  - DEFORMAZ. ET
  - HARDENING e SOFTENING
  - MODELO DI BASQUIN e MODELO DI COFFIN/MANSON
  - MODELO DI MORROW
  - MODELO "CORRETTO" A 5 PARAMETRI
  - IPOTESI DI MINER

LE IPOTESI DI QUESTA TEORIA VOGLIAMO CHE:

- SUPERFICIE A CONTATTO CONTINUE (ASSENZA DI SPIGOLI VIVI)  
RAPPRESENTABILI DA POLINOMI
- MATERIALE OMOGENEO ED ISOTROPO
- PERFETTA ELASTICITA' DEL MATERIALE (LA TEORIA NON VALE IN REGIME DI DEFORMAZ. PLASTICA).
- ASSENZA DI FORZE DI ATRITO (I CORPI A CONTATTO SONO FERTI  $\Rightarrow$  NON ESSENDO IN MOTO RELATIVO NON C'E' ATRITO. I CORPI SONO SOLAMENTE PRESENTI L'UNO CONTRO L'ALTRO)
- SUPERFICIE DI CONTATTO PICCOLA RISPETTO AUE DIMENSIONI DEI CORPI A CONTATTO (SE LE AREE FOSSERO CONFRONTABILI & ADDIRITTURA UGUALI SI AVEREBBERO ANCHE PROBLEMI DI TOLLERANZE!)

SE UNA O PIU' DI QUESTE IPOTESI CADONO CI SI DISCOSTA PIU' O MENO DALL' AVERE RISULTATI ATTENDIBILI!

NEI CUSCINETTI, PER ESEMPIO, AVENDO CONTATTI LUBRIFICATI E MOTO RELATIVO TRA I CORPI A CONTATTO PERDO ALCUNE DELLE IPOTESI DELLA TEORIA DI HERTZ  $\Rightarrow$  CI SARA' UNA CERTA APPROSSIMAZ. IN GIOCO.

PER QUANTO RIGUARDA LA DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DELLA ZONA DI CONTATTO, CONSIDERANDO UN PIANO A E UN CORPO AVENTE SUPERF. S1:

PER UN GENERICO PIANO B (IDENTIFICATO DA UN CERTO ANGOLO  $\psi$ ) SI PUÒ SCRIVERE CHE:

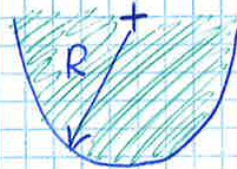
$$\rho = \frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \psi}{R_{11}} + \frac{\sin^2 \psi}{R_{12}}$$

CON QUESTA FORMULA POSSO CALCOLARE LA CURVATURA DI QUALSiasi SEZIONE DEFINITA DA UNA CERTA GIACITURA DEL PIANO B.

A LIVELLO DI SEGNI LA CURVATURA:

$$\rho = \oplus \frac{1}{R} > 0$$

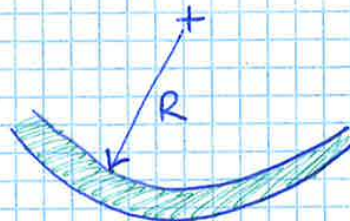
SE:



IL CENTRO DI CURVATURA È POSTO DALLA PARTE DEL MATERIALE

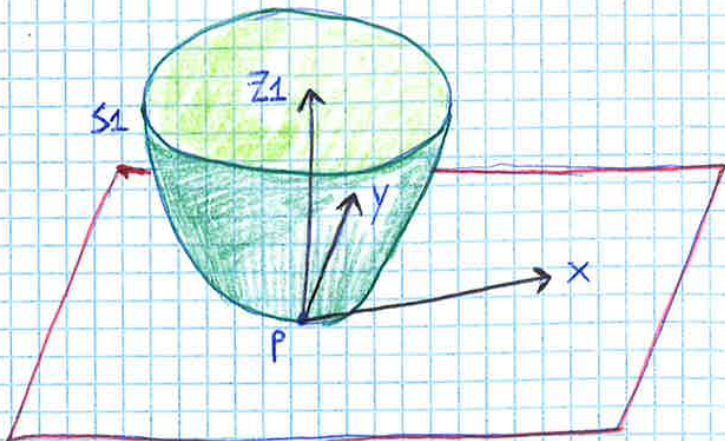
$$\rho = \ominus \frac{1}{R} < 0$$

SE:



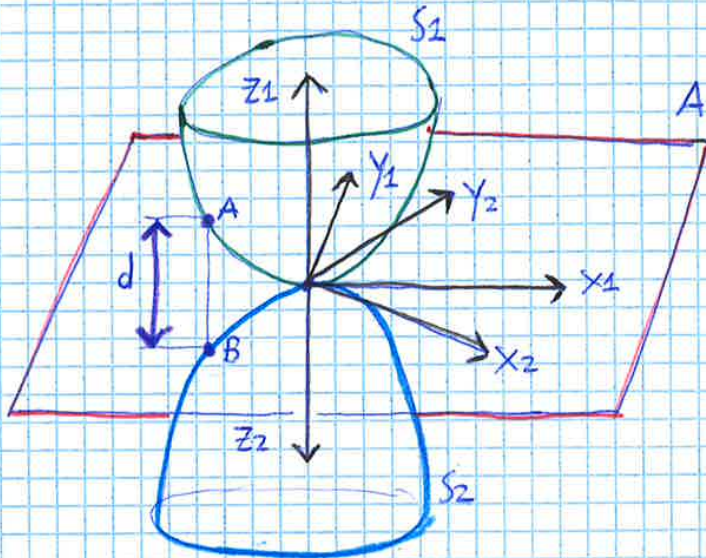
IL CENTRO DI CURVATURA NON STA DOVE C'È IL MATERIALE

LA GEOMETRIA DELLA SUPERF. DI CONTATTO NELL'INTORNO DEL PUNTO P DEVE ESSERE ESPRESSA CON UN POLINOMIO:



$$z_1 = \rho(x, y)$$

AGGIUNGERE UN SECONDO CORPO A CONTATTO CON IL CORPO 1 IN P E ANCH'ESSO TANGENTE AL PIANO A:



COME LA SUPERF. \$S\_1\$ ANCHE LA SUPERF. \$S\_2\$ POSSI DE LE PROPRIE CURVATURE!

LA DISTANZA VERTICALE TRA LE 2 SUPERFICI \$d\$ LA POSSO CALCOLARE COME:

$$Z_{AB} = Z(z_1 - z_2) = \rho_{11} x_1^2 + \rho_{12} y_1^2 + \rho_{21} x_2^2 + \rho_{22} y_2^2$$

(GLI ASSI \$x\_1\$ e \$x\_2\$ / \$y\_1\$ e \$y\_2\$ NON SONO GLI STESSI!)

FACENDO RIFERIMENTO AD UN GENERICO SISTEMA DI RIFERIMENTO \$XYZ\$:

$$Z_{AB} = (a_{11} - a_{21}) x^2 + 2(a_{12} - a_{22}) xy + (a_{13} - a_{23}) y^2$$

SCEGLIENDO UN OPPORTUNO SISTEMA DI RIFERIMENTO \$X^\* Y^\* Z\$ TALE CHE IL TERMINO MISTO SI ANNULLI:

$$Z_{AB} = X^{*2} (f_{11} \cos^2 w' + f_{12} \sin^2 w' + f_{21} \cos^2 \delta + f_{22} \sin^2 \delta) +$$

$$Y^{*2} (f_{11} \sin^2 w' + f_{12} \cos^2 w' + f_{21} \sin^2 \delta + f_{22} \cos^2 \delta) +$$

$$2X^*Y^* (-f_{11} \cos w' \sin w' + f_{12} \cos w' \sin w' + f_{21} \cos \delta \sin \delta - f_{22} \cos \delta \sin \delta)$$

$$Z_{AB} = X^{*2} [f_{11} \cos^2 w' + f_{12} \sin^2 w' + f_{21} \cos^2 (w-w') + f_{22} \sin^2 (w-w')] +$$

$$Y^{*2} [f_{11} \sin^2 w' + f_{12} \cos^2 w' + f_{21} \sin^2 (w-w') + f_{22} \cos^2 (w-w')] +$$

$$2X^*Y^* [\cos w' \sin w' (f_{12} - f_{11}) + \cos (w-w') \sin (w-w') (f_{21} - f_{22})]$$

DUNQUE:

$$Z_{AB} = I X^{*2} + 2 II X^* Y^* + III Y^{*2}$$

SE IL SISTEMA DI RIFERIMENTO  $X^* Y^* Z$  DEVE RENDERE  
NULLO IL TERMO MISTO SI RICAVA CHE:

$$II = \cos w' \sin w' (f_{12} - f_{11}) - \cos \delta \sin \delta (f_{22} - f_{21}) = 0$$

DA CUI ATTRAVERSO ALCUNI CALCOLI SI RICAVA CHE:

$$\tan (2w') = \frac{(f_{22} - f_{21}) \sin (2w)}{(f_{12} - f_{11}) + (f_{22} - f_{21}) \cos (2w)}$$

SE  $w = 0 \Rightarrow w' = 0$  DUNQUE:  $x_1, x_2$  e  $x^*$  COINCIDONO

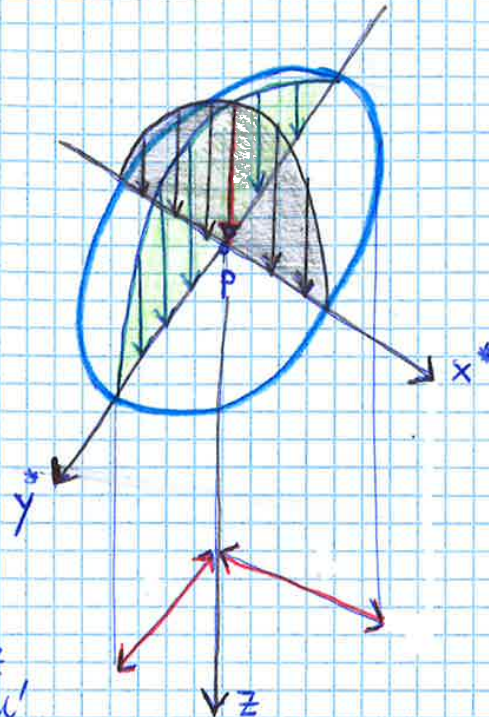
LA FORMA DELLA SUPERFICIE DI CONTATTO SI DIMOSTRA  
ESSERE ELLITTICA DOVE  $x^*$  e  $y^*$  SONO L'ASSE MAGGIORE  
E L'ASSE MINORE DELL'ELLISSE.

$$p = 1,5 \frac{F}{\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \Rightarrow$$

PARABOLOIDE CON  
BASE ELLITTICA

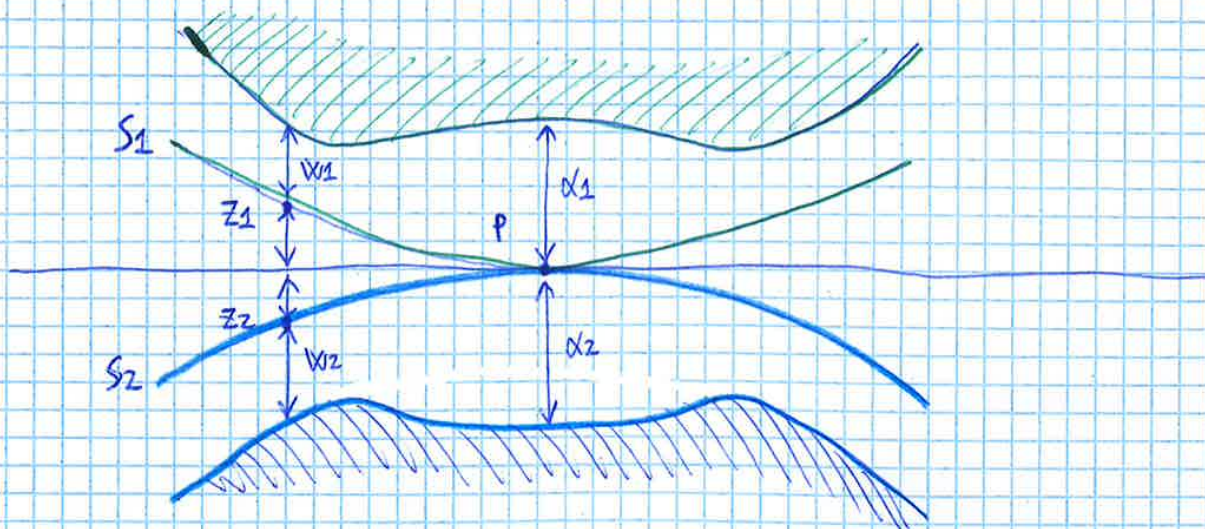
$$p_{max} = 1,5 \frac{F}{\pi ab}$$

$$p_{MEDIA} = \frac{F}{\pi ab}$$



PONENDO  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  GLI SPOSTAM.  
DEL PUNTO P e PONENDO  $w_1$  e  $w_2$   
GLI SPOSTAM. DI UN ALTRO PUNTO NEW'  
AREA DI CONTATTO (DISTANZI INIZIALI  $z_1$  e  $z_2$ ):

CONSIDERANDO LA DEFORMAZIONE DELLE 2 SUPERFICI:

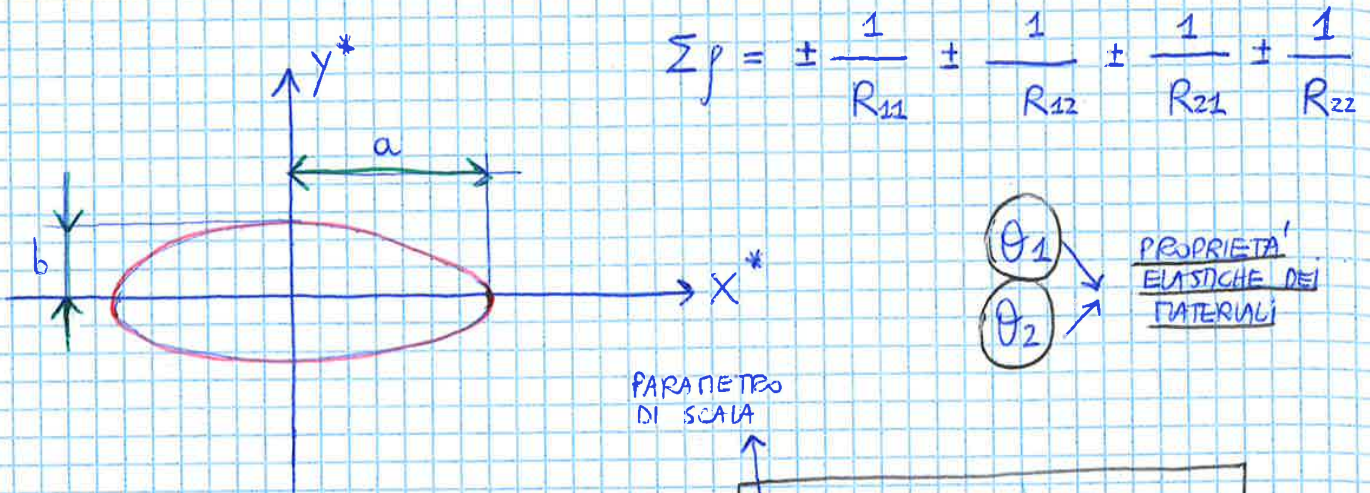


QUANDO I CORPI VENGONO A CONTATTO:

$$w_1 + w_2 + z_1 + z_2 = \alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$$

$$w_1 + w_2 = \alpha - c x^{*2} - d y^{*2}$$





$$a = \mu q \quad b = \nu q$$

CON

$$q = \sqrt[3]{\frac{3}{8} F \frac{\theta_1 + \theta_2}{\Sigma \rho}}$$

PIÙ GRANDE È IL CARICO "PUNTUALE" F PIÙ GRANDE SARÀ L'AREA DELL'IMPRONTA ELLITTICA!

COME DIPENDENZA SI OSSERVA CHE:

$$q \propto F^{1/3}$$

PIÙ NELLO SPECIFICO IL TERMINE θ È DATO DA:

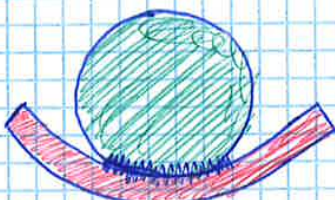
$$\theta_i = 4 \frac{1 - \nu_i^2}{E_i}$$

ν: COEFF. DI POISSON  
E: MODULO ELASTICO

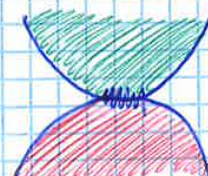
SI OSSERVA CHE I MATERIALI CON ELEVATO MODULO ELASTICO HANNO PICCOLE ORME DI CONTATTO.

SI OSSERVA INOLTRE CHE IN FUNZ. DELLE CURVATURE:

- SE Σρ È PICCOLO (OVVERO SE HO UN CONTATTO TRA UN CORPO CONVESSO ED UN CORPO CONCAVO) L'IMPRONTA È PIÙ GRANDE!

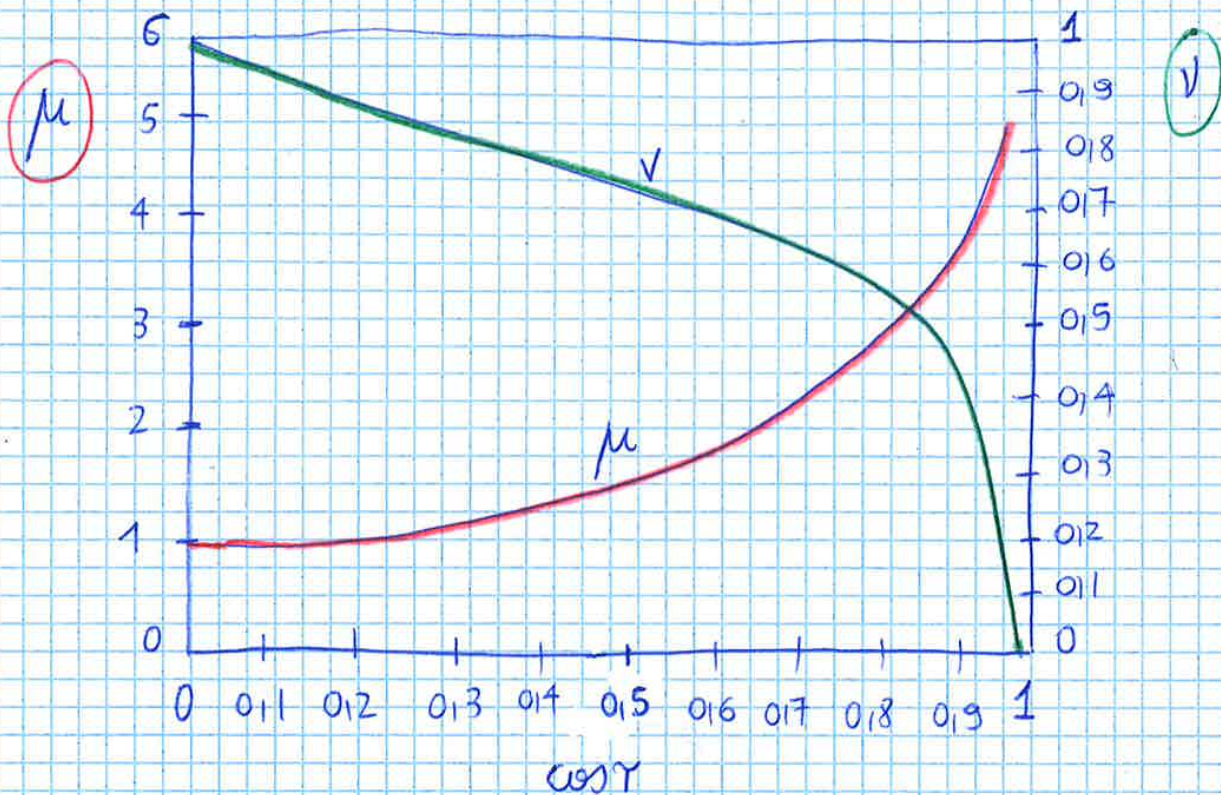


CONTATTO PIÙ GRANDE



CONTATTO PIÙ PICCOLO

I COEFF. DI FORMA DELL' ELLISSE  $\mu$  e  $\nu$  HANNO LA SEGUENTE DIPENDENZA DAL  $\cos \gamma$ :



EIO 16 PAR

MAN MANO CHE  $\cos \gamma$  AUMENTA SI OSSERVA CHE L' IMPRONTA ELLITTICA DIVENTA VIA VIA PIU' SCHIACCIATA.

PER  $\cos \gamma = 0$  INVECE HO UN' IMPRONTA CIRCOLARE (SI RICORDA CHE  $\cos \gamma = 0$  E' IL CASO DI CONTATTO SFERA-SFERA).

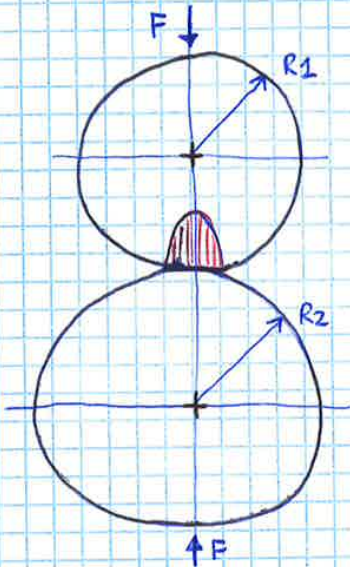
IN QUESTO CASO IL PARAMETRO DI SCALA  $q$  RAPPRESENTA IL RAGGIO DELL' IMPRONTA CIRCOLARE!

PER  $\cos \gamma = 1$  (CILINDRI CON ASSI PARALLELI) L' IMPRONTA ELLITTICA DEGENEREA IN UN RETTANGOLO.

IN GENERALE (ECCEPTE PER  $\cos \gamma = 1$ ):

L'AREA DI CONTATTO È RETTANGOLARE AVENTE LUNGH. PARI ALLA MINORE DEI 2 CILINDRI e LARGHEZZA 2b.

LA DISTRIBUZ. DI PRESSIONE INVECE È PARABOLICA



LE FORMULE CHE VEDREMO ADESSO SONO VALIDE SOLO SE IL MONTAGGIO È TALE DA PORTARE ASSI PARALLELI e CONTATTI UNIFORMI:

SI RICAVA CHE LA SEMIARGHEZZA è:

$$b = \sqrt{\frac{F(\theta_1 + \theta_2)}{\pi l \sum p}}$$

$$b \propto \sqrt{F}$$

PONENDO  $\frac{z}{E^*} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}$  e  $\nu = 0,3$ :

$$b = 1,522 \sqrt{\frac{F}{l p^* E^*}}$$

ASSUNZIONE VALIDA PER LA MAGGIOR PARTE DEI MATERIALI

(IN ALTERNATIVA SI PUÒ ANCHE TROVARE

$$F_M = \frac{F}{l}$$

LA DISTRIBUZ. DELLE PRESSIONI è:

$$p = 2 \frac{F}{\pi l b} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}$$

CON:

FORZA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA

$$p_0 = 0,6 \sqrt[3]{\frac{FE^2}{d^2}} \sqrt[3]{\left(1 \pm \frac{1}{c}\right)^2}$$

SI PONE:

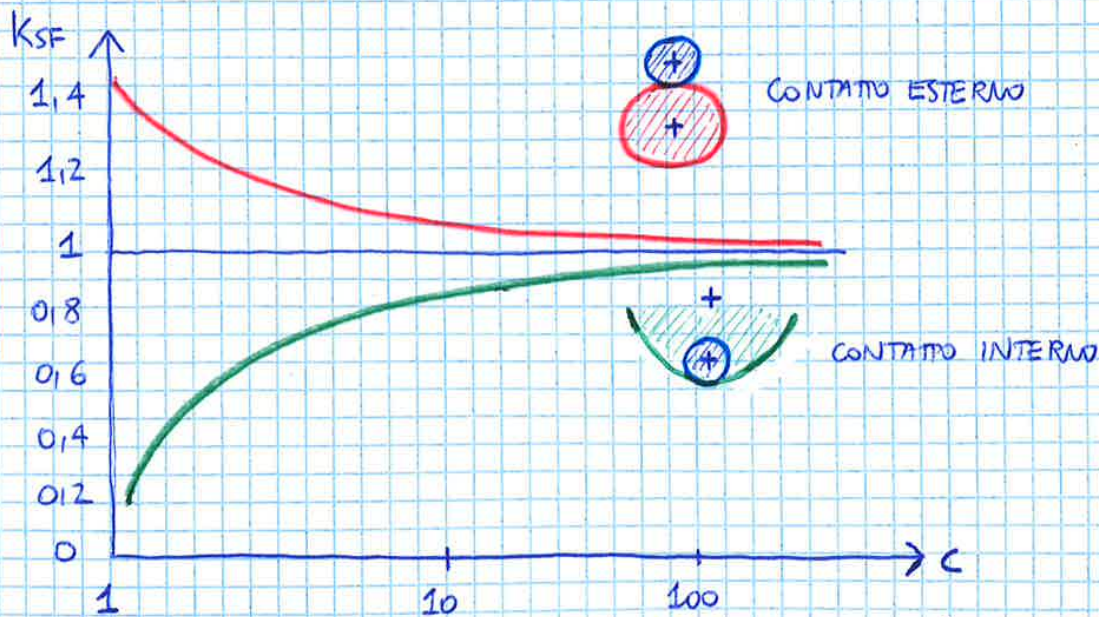
$$K_{SF} = \sqrt[3]{\left(1 \pm \frac{1}{c}\right)^2}$$

DA CUI:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4} F d \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot \frac{1}{K_{SF}}}$$

$$p_0 = 0,6 \sqrt[3]{\frac{FE^2}{d^2}} \cdot K_{SF}^2$$

GRAFICAMENTE  $K_{SF}$  VS  $c$  E':



$K_{SF} = 1$  E' UN CASO LIMITE  $\Rightarrow$  CONTATTO SFERA - PIANO ( $c = \infty$ )

L'ANDATA DELLA CURVA VERDE (OPPOSTO A QUELLA DELLA CURVA ROSSA) E' CRESCENTE AL CRESCERE DI  $c$ .

A PARITA' DI  $c$  UN  $K_{SF}$  CI DICE CHE LA  $p_0$  SARÀ MINORE!

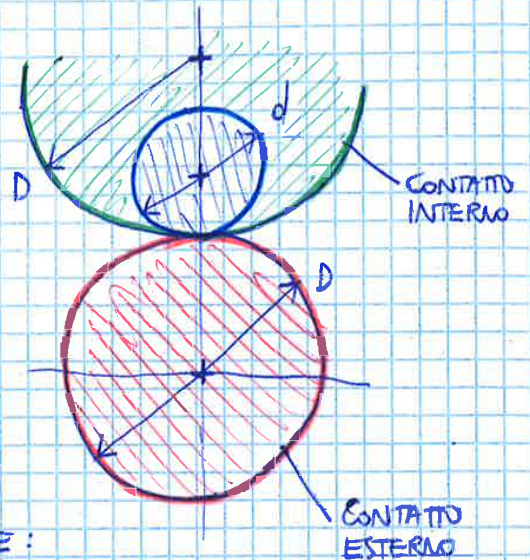
CONTATTO INTERNO

A PARITÀ DI GEOM. IL C E LA  $P_0$  VARIANO IN  
 FASE A CONTATTO ESTERNO O INTERNO.

PER QUANTO RIGUARDA IL CONTATTO CILINDRO - CILINDRO DAL  
 PUNTO DI VISTA GEOMETRICO:

DEFINIZIONE:

- F : CARICO APPLICATO SUI CILINDRI
- E : MODULO ELASTICO DEI 2 CILINDRI
- d : DIAMETRO MINORE
- D : DIAMETRO MAGGIORE
- C : RAPPORTO TRA I DIAMETRI ( $C = D/d$ )
- $\nu$  : COEFF. DI POISSON ( $\nu = 0,3$ )



LA LARGHEZZA b PÙ ESSERE SCRITTA COME:

$$b = \sqrt{4 \frac{F d}{\pi l} \frac{1 - \nu^2}{E}} \sqrt{\frac{1}{\left(1 \pm \frac{1}{C}\right)}}$$

$$P_0 = 0,6 \sqrt{\frac{F E}{d l}} \sqrt{\left(1 \pm \frac{1}{C}\right)}$$

SI PONE:

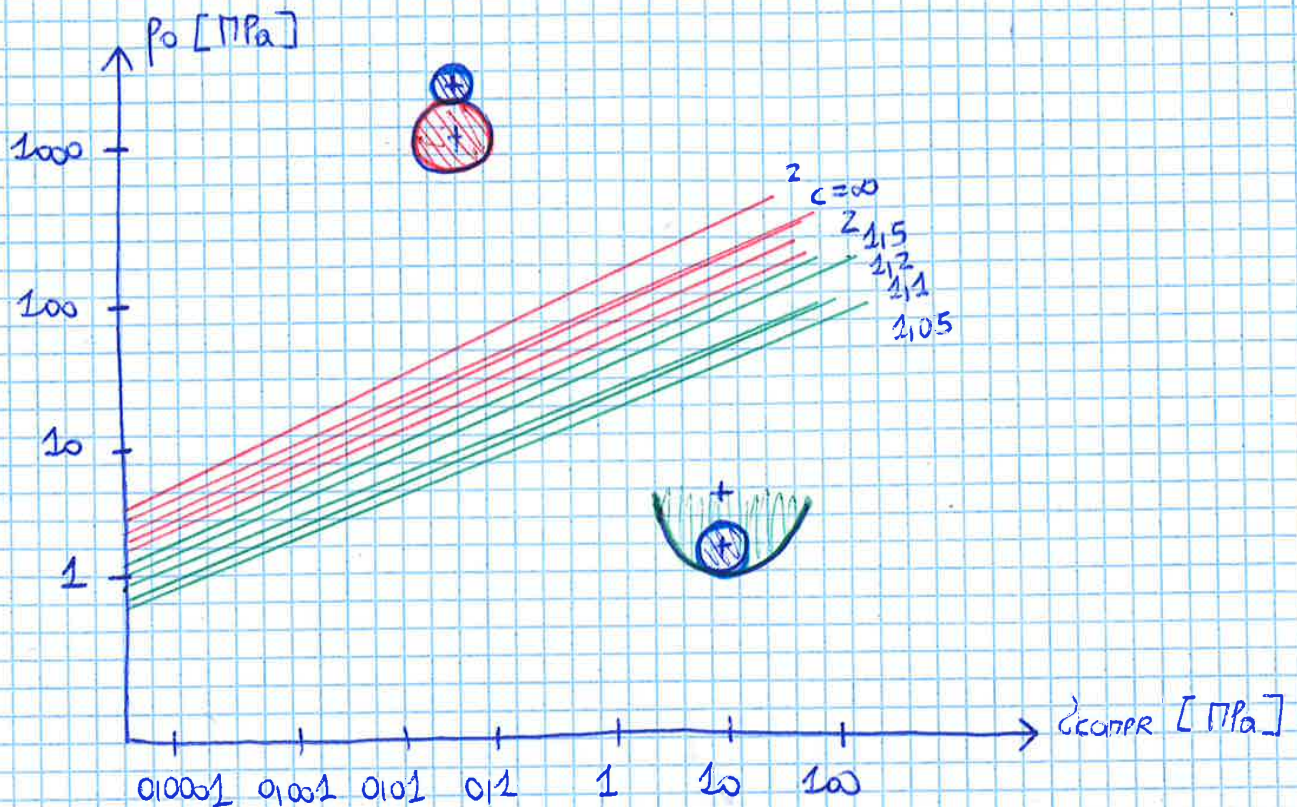
$$K_{CIL} = \sqrt{1 \pm \frac{1}{C}}$$

DA CUI:

$$b = \sqrt{4 \frac{F d}{\pi l} \frac{1 - \nu^2}{E}} \cdot \frac{1}{K_{CIL}}$$

$$P_0 = 0,6 \sqrt{\frac{F E}{d l}} \cdot K_{CIL}$$

GRAFICAMENTE  $K_{CIL}$  VS C e' :

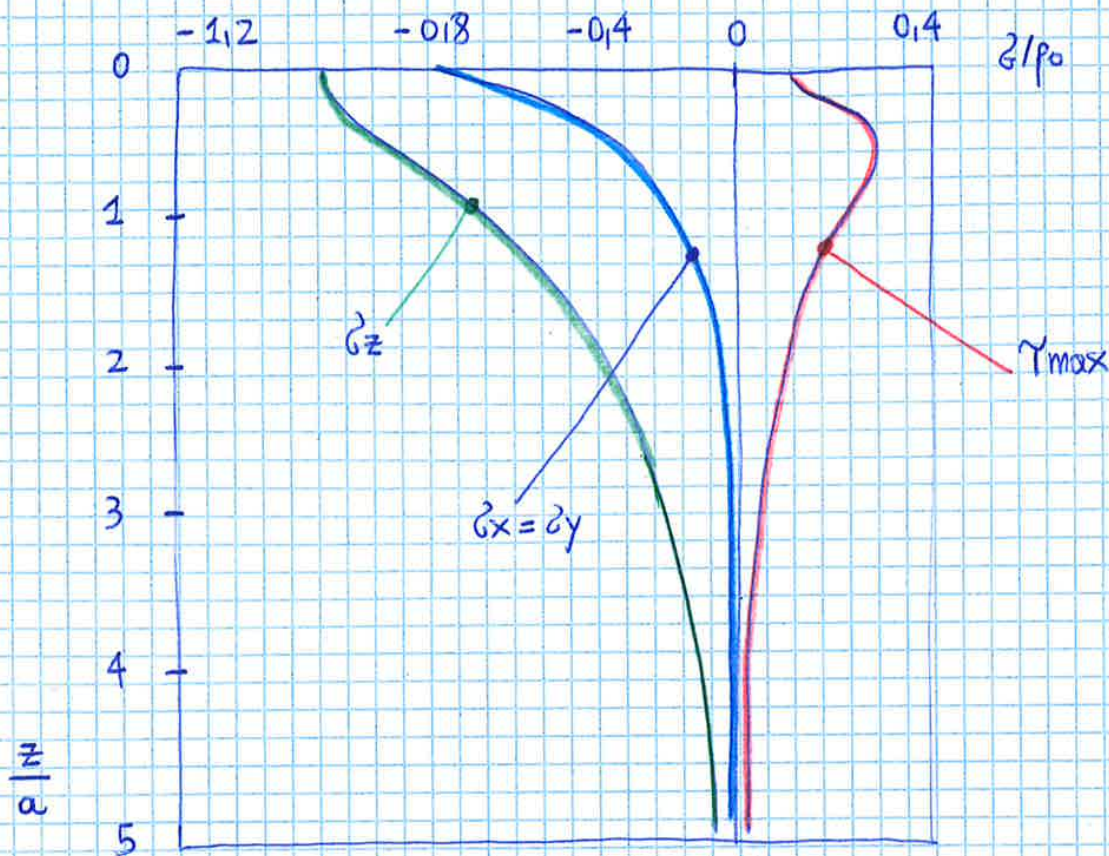


IN UNA TABELLA  $p_0 / \sigma_{c,COMPRESS}$  VS USO a, b, c VS CONTATTO SFERA-SFERA & CILINDRO-CILINDRO SI OSSERVA CHE I VALORI NEL CONTATTO SFERA-SFERA SONO MOLTO PIÙ ALTI (DIPENDE TUTTAVIA DA COME È DEFINITO IL  $\sigma_{c,COMPRESS}$ ).

DA QUESTO SI DEDUCE COME I CUSCINETTI A RULLI, PUR PRESENTANDO PROBLEMI DI ALLINEAMENTO, RESISTANO MOLTO MEGLIO RISPETTO AI CUSCINETTI A SFERE!

DA RISULTATI SPERIMENTALI INOLTRE SI OSSERVA CHE LE TENSIONI DI TAGLIO MASSIME SONO LEGGERMENTE SOTTO LA SUPERF. DI CONTATTO! QUESTO È IMPORTANTE SE SI CONSIDERA L'IPOTESI DI ROTTURA DI TRESCA ( $\tau_{max}$ )!

LO STATO TENSIONALE NEL CASO DEL CONTATTO TRA 2 SFERE PUÒ ESSERE DESCRITTO COME:



DAL DIAGRAMMA SI OSSERVA CHE LA  $\tau_{max}$  SI TROVA SOTTO LA SUPERFICIE DI CONTATTO AD UNA DISTANZA PARI A 0,48a.

LA TENSIONE TANGENZ. MASSIMA VALE :

$$\tau_{max} = 0,31 p_0 \quad (A \quad z = 0,48a)$$

NEL CASO IN CUI IL MATERIALE DOVESSE CEDERE CEDEREBBE POCO AL DI SOTTO DELLA SUPERFICIE (IL CASO DEL PITTING).

IL PITTING È UN PICCOLO CRATERE  $\Rightarrow$  LE CRICCHE SUB-SUPERF. ENERGOLO IN SUPERF. E FANNO STACCARE UN PICCOLO PEZZETTO DI MATERIALE.

SI OSSERVA CHE NEL CONTATTO CILINDRO - CILINDRO LA TENSIONE EQUIVAL. MASSIMA E':

$$\tau_{max} = 0,13 p_0 \quad (\text{SITUATA A } z = 0,786 b)$$

IN ALTERNATIVA GLI STESSI RISULTATI SI POSSONO RAPPRESENTARE TRAMITE LINEE DI LIVELLO ISO TENSIONE EQUIVALENTE.

SPERIMENTALIT., CONSIDERANDO L'IPOTESI DI CEDIT. DI TRESCA:

$$\sigma_{max} = 0,62 p_0 \quad \text{PER IL CONTATTO SFERA - SFERA}$$

$$\sigma_{max} = 0,15 p_0 \quad \text{PER IL CONTATTO CILINDRO - CILINDRO}$$

ADOTTANDO L'IPOTESI DI CEDIT. DI von-MISES SI OTTENGONO VALORI PRESSOCHE' ANALOGHI.

## • RUOTE DENTATE (A DENTI DRITTI)

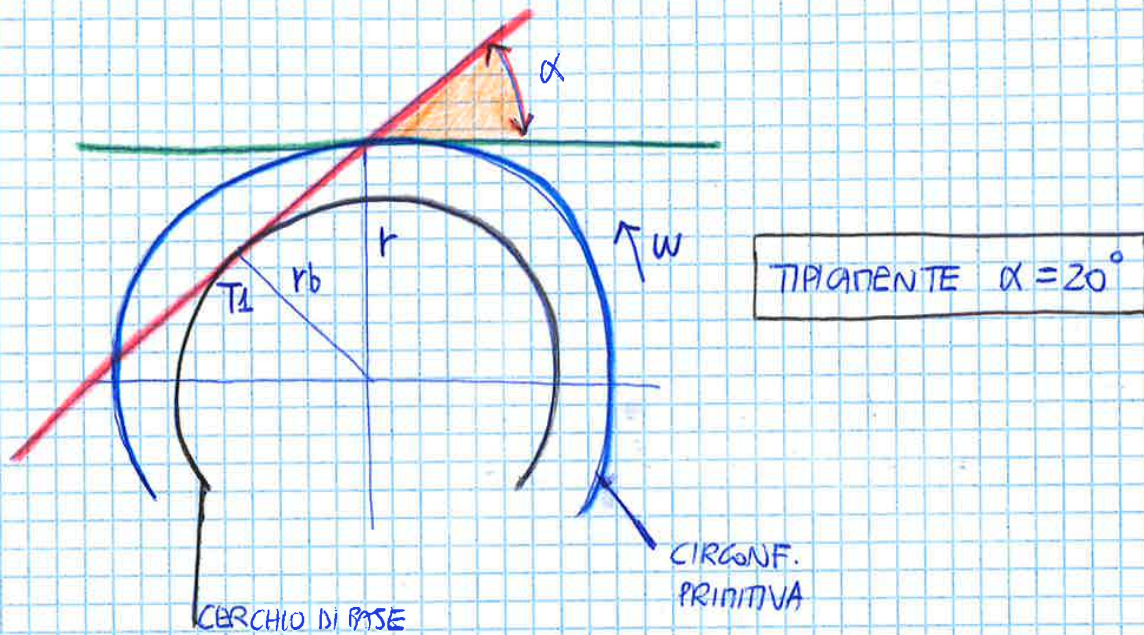
LE RUOTE DENTATE CONICHE SI RICONDUONO A RUOTE DENTATE CILINDRICHE EQUIVALENTI PER IL CALCOLO.

NELA TRASMISSIONE DELLA COPPIA e DEL MOVIMENTO DUE RUOTE DENTATE SONO EQUIVALENTI ALL'AVVOLGIM. e ALLO SVOLGIMENTO DI UN FLESSIBILE SU DUE TAMBURI:



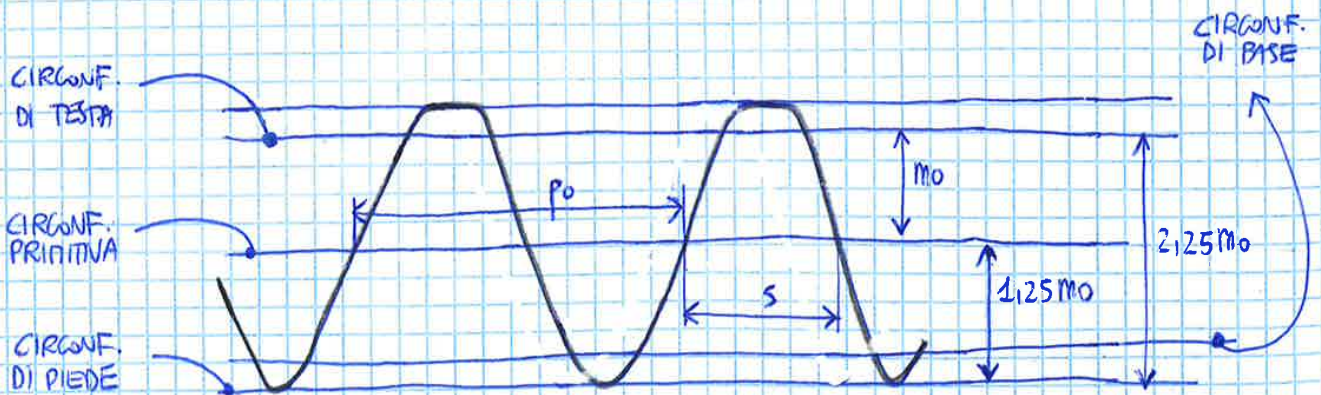
LE EVOLVENTI RAPPRESENTANO I PROFILI CONIUGATI CHE CONSENTONO L'INGRANAMENTO E, DUNQUE, LA TRASMISSIONE DEL MOTTO.

$\alpha$  È DEFINITO COME "ANGOLO DI PRESSIONE":



LA DENTIERA UTENSILE FA DEGENERARE L'EVOLVENTE SU UN TRATTO RETTILINEO AVANTE INCLINAZ.  $\alpha$ .

IL DENTE DELLA DENTIERA POSSIEDE LA SEGUENTE GEOMETRIA:

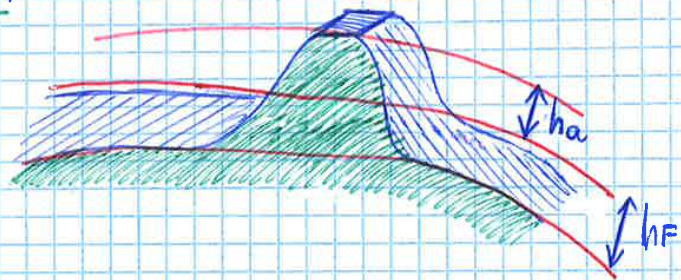


IL TRATTO DOVE TERMINA IL TRATTO RETTILINEO ED INIZIA QUELLO CURVO È A DISTANZA  $m_0$

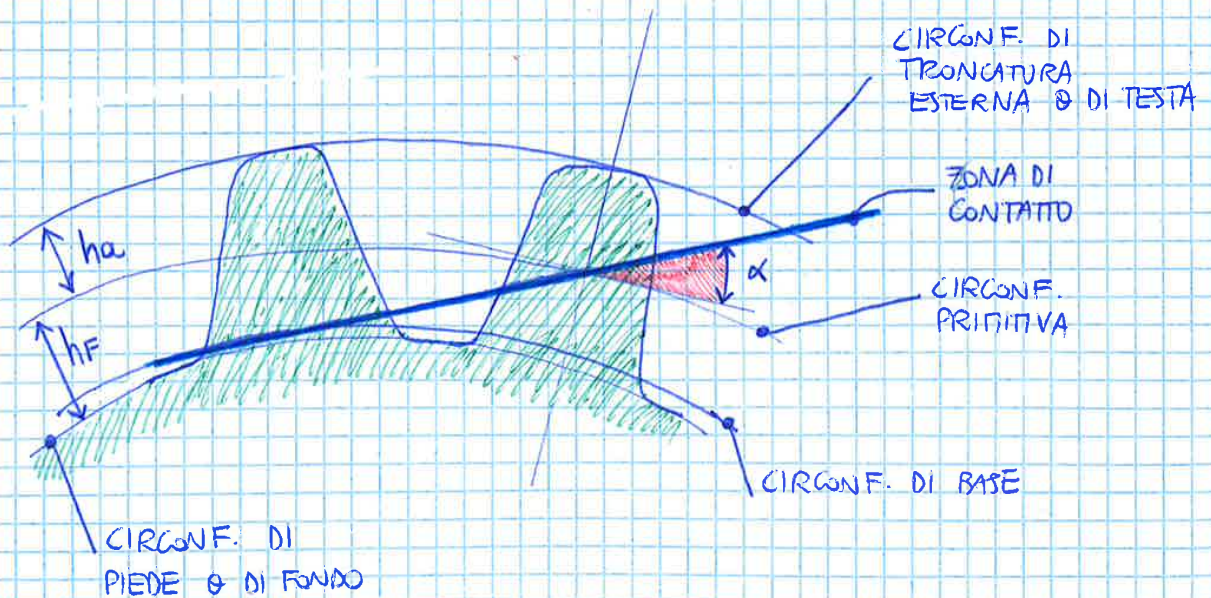
IL MODULO DELLA RUOTA SI SELEZIONA IN BASE AL  
DIMENSIONAMENTO DELL'INGRANAGGIO CHE VEDREMO TRA POCO.

IL VALORE DEL MODULO NON SI ASSUME MAI MA VA SEMPRE  
PROGETTATO! MODULI GRANDI INFATTI PORTANO AD AVERE RUOTE  
DENTATE GRANDI E PESANTI.

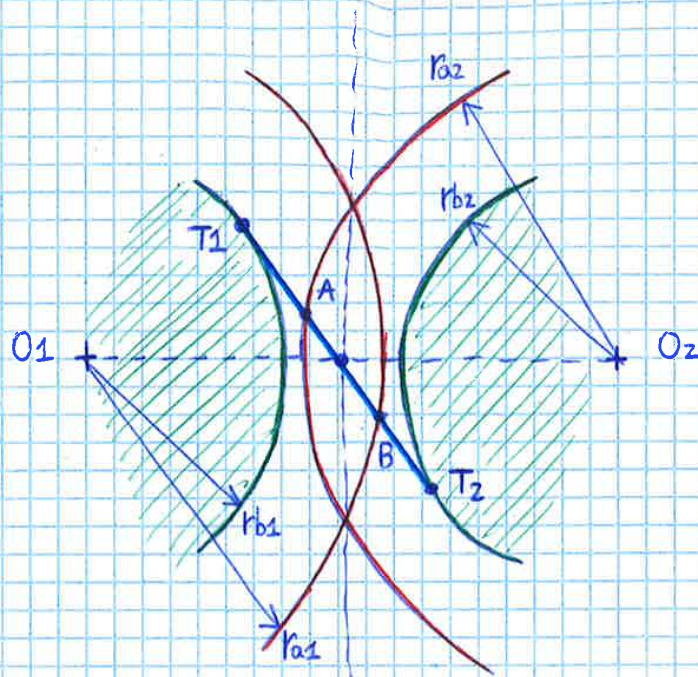
ADDENDUM:  $h_a = m_o$   
DEDENDUM:  $h_f = 1,25 m_o$



UNA DENTATURA È DETTA "NORMALIZZATA" SE PUÒ ESSERE  
REALIZZATA A PARTIRE DA UNA DENTERA GENERATRICE  
NORMALIZZATA. LA RUOTA NORMALIZZATA AVRA' DUNQUE LE  
SEGUENTI CARATTERISTICHE:



- IL PASSO DELLA RUOTA DENTATA È LO STESSO DELLA DENTATURA UTENSILE
- IL PASSO OVVIA. VARIA SE LO MISURO SULLA CIRCONF. DI BASE  
(+ PICCOLO) PIUTTOSTO CHE SULLA CIRCONF. PRIMITIVA (+ GRANDE).



QUANTO MISURA IL SEGMENTO  $\overline{AB}$  ?

$$AB = AT_2 + BT_1 - T_1T_2 \quad \text{DOVE:}$$

$$T_1T_2 = O_1O_2 \sin \alpha = (r_1 + r_2) \sin \alpha$$

$$AT_2 = \sqrt{AO_2^2 - r_{b2}^2}$$

$$BT_1 = \sqrt{BO_1^2 - r_{b1}^2}$$

LA LUNGHEZZA DEL SEGMENTO DI CONTATTO AB HA A CHE FARE CON LA REGOLARITA' DELLA TRASMISSIONE DELLA COPPIA NEL CONTATTO TRA LE 2 RUOTE DENTATE.

QUANDO UN CERTO DENTE ENTRA IN PRESA (LUNGO LA LINEA DEI CONTATTI), IL DENTE SUCCESSIVO (IL QUALE HA PRESO CONTATTO PRECEDENTEMENTE) SI TROVERA' AD UNA DISTANZA PARI AL **PASSO**.

IN QUESTO CASO IL **PASSO** DA CONSIDERARE E' QUELLO RELATIVO ALLA CIRCONF. DI BASE POICHE' IL PROFILO DELL'EVOLVENTE E' REALIZZATO CON UNA RETTA CHE SI "SPROTOLA" PROPRIO A PARTIRE DALLA CIRCONF. DI BASE.

DUNQUE, IN SEQUENZA HO CHE:

- QUANDO IL DENTE INGRANA HO UN URTO PERCHÉ HO META' DELLA COPPIA CHE Istantaneamente SI SCARICA SUL DENTE
- QUANDO HO 1 SOLA COPPIA DI DENTI IN PRESA ALLORA LA COPPIA È COMPLETAMENTE DISTRIBUITA SU DI ESSA.
- PROSEGUENDO LA COPPIA VIENE MOVATA. RIPARTITA TRA LE COPPIE DI DENTI IN PRESA.

LA SUCCESSIONE RIPETUTA DI QUESTE 3 OPERAZIONI CAUSA UNA CERTA RUMOROSITÀ (DOWTA ALLE VIBRAZIONI).

PER MIGLIORARE QUESTA CONDIZ. È POSSIBILE UTILIZZARE RUOTE DENTATE AVENTI UN ADDENDUM MAGGIORATO ⇒ INFATTI CON UN ADDENDUM MAGGIORATO HO UNA LUNGHEZZA AB MAGGIORE!



ε = 2 SIGNIFICA AVERE SEMPRE 2 COPPIE DI DENTI IN PRESA (QUESTO SUCCEDDE NELLA REALTÀ IN ALCUNI CARI).

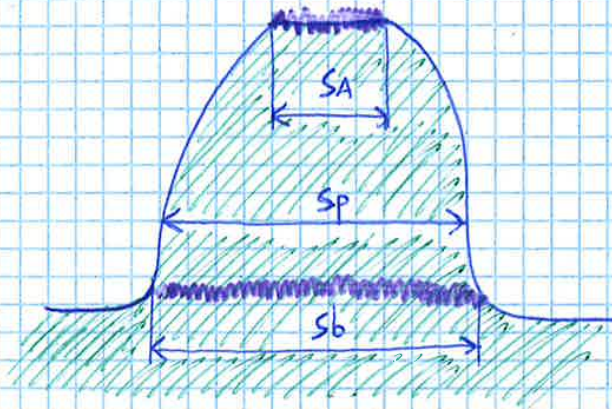
TUTTAVIA LA MIGLIOR SOLUZ. COSTRUTTIVA PER RIDURRE RUMOROSITÀ E VIBRAZIONI CONSISTE NELL'UTILIZZARE RUOTE DENTATE ELICOIDALI. IN QUESTE INFATTI IL CONTATTO VIENE DISTRIBUITO IN MODO GRADUALE SULLA SUPERF. DEL DENTE. L'ACCOPPAMENTO DIVENTA PIÙ LUNGO (ANCHE AB È MAGGIORE).

RICAVATO ORA L'EQUAZ. PARAMETRICA DELL'EVOLVENTE:

QUINDI L'ANGOLO  $\alpha_p$  RAPPRESENTA UN PARAMETRO MOLTO IMPORTANTE CHE CI CONSENTE DI DESCRIVERE L'ANDAMENTO DEL PROFILO AD EVOLVENTE DEL CERCHIO DI BASE.

PER LE VALUTAZIONI CHE ANDREMO A FARE CI SERVE POTER CALCOLARE LA LARGHEZZA DEL DENTE AL VARIARE DELLA COORDINATA RADIALE IN CERTE ZONE TRA CUI:

- IL PIEDE DEL DENTE ( $s_b$ )
- LA TESTA DEL DENTE ( $s_a$ )



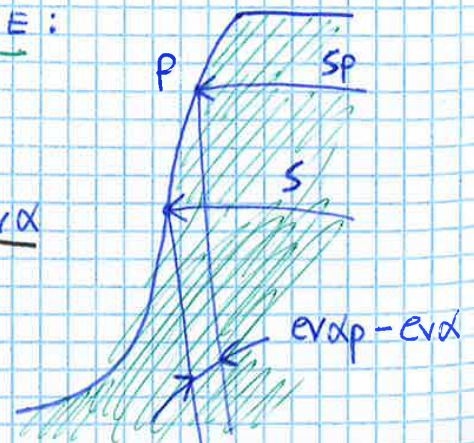
( SI RICORDA INOLTRE CHE È NOTA LA LARGHEZZA DEL DENTE IN CORRISPONDENZA DELLA CIRCONF. PRIMITIVA, DOVE VALE  $\frac{1}{2} \cdot$  PASSO! )

REALIZZANDO UNA DENTATURA CON ADDENDUM RAGGIORATO IL PROGETTISTA DEVE SEMPRE STARE ATTENTO AFFINCHÉ  $s_a > 0$ !

PER CALCOLARE UNA GENERICA LARGHEZZA  $s_p$  SI CONSIDERANO I VARI RAGGI E ANGOLI (SLIDE 29):

SPOSTANDOSI DA  $s$  a  $s_p$  SI OSSERVA CHE:

- IL RAGGIO AUMENTA
- L'ANGOLO VARIA DELLA QUANTITÀ  $e_{\alpha p} - e_{\alpha}$



FINO AD ORA NELLA TRATTAZIONE ABBIAMO DATO PER SCONTATO CHE I PUNTI A e B (POSTI SULLA LINEA DEI CONTATTI) FOSSERO CONTENUTI TRA  $T_1$  e  $T_2$ .

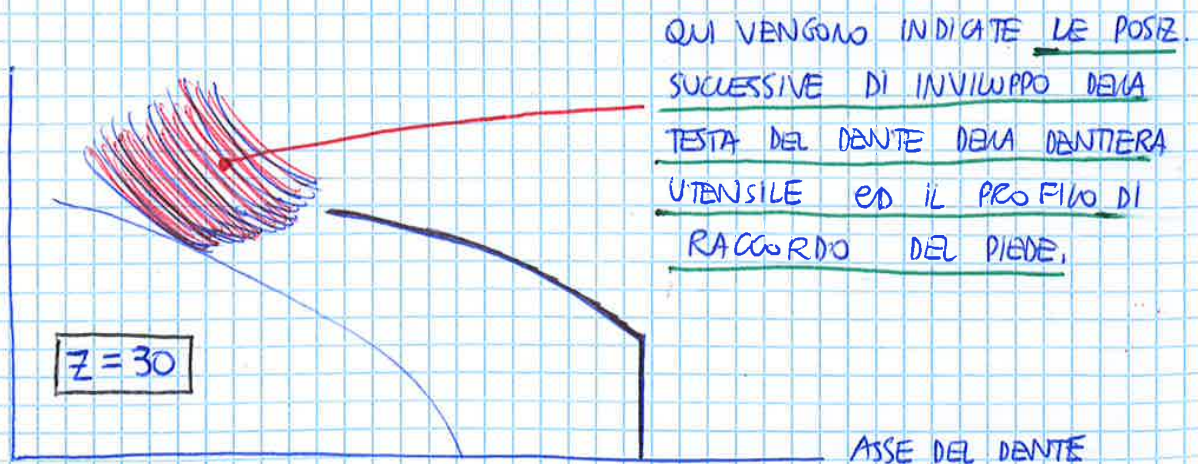
TUTTAVIA, SE VADO AD UTILIZZARE ADDENDUM MAGGIORATI O SCENDO TROPPO COME NUMERO DI DENTI POSSO USCIRE DALL'INTERVALLO  $T_1 T_2$ !

COME CASO LIMITE POSSO DUNQUE AVERE UNA CONDIZ. IN CUI  $T_1 T_2 \equiv AB$ , OVERO IN CUI:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 \equiv A \\ T_2 \equiv B \end{array} \right.$$

SE VADO OLTRE e DIMINUISCO ULTERIORI. IL NUMERO DEI DENTI L'OPERAZ. DI TAGLIO ASPORTERA' MATERIALE NELLA ZONA DI PIEDE DEL DENTE!

AL DI SOTTO DI UN CERTO VALORE LIMITE, DUNQUE, DIMINUENDO ULTERIORI. IL NUMERO DEI DENTI LE CONDIZ. DI TAGLIO DIVENTANO IRREGOLARI!



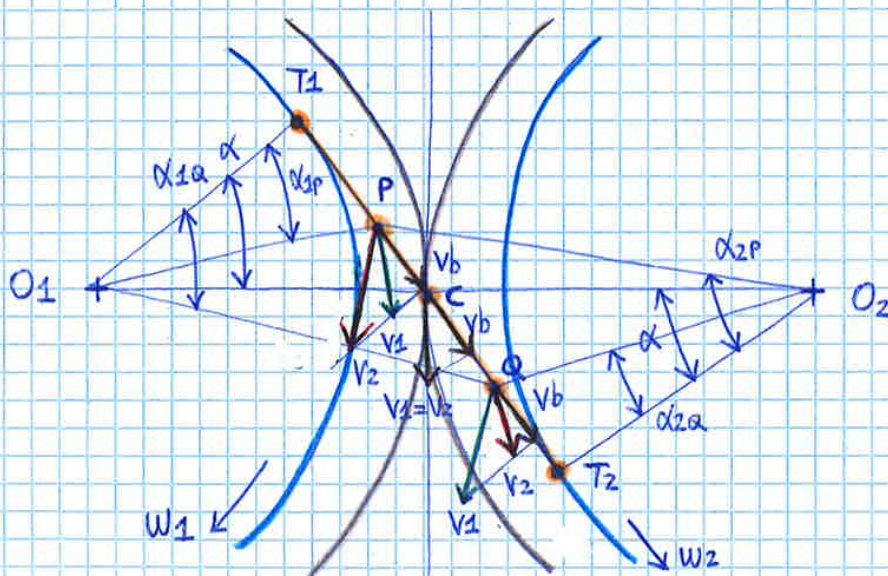
IN UN'ALTRA RUOTA DENTATA CON UN NUMERO DI DENTI INFERIORE:

DAL GRAFICO SI OSSERVA CHE UTILIZZANDO UNA DENTATURA UTENSILE, CON UN ANGOLO DI PRESSIONE STANDARD DI  $20^\circ$  HO UN NUMERO MINIMO DI DENTI PARI A 17!

TUTTAVIA SE HO BISOGNO DI UNA RUOTA CON DENO DI 17 DENTI?

POSSO AUMENTARE L'ANGOLO DI PRESSIONE E UTILIZZARE "SPECIALI" UTENSILI DI TAGLIO!

• STRISCIAMENTO SPECIFICO



NELLO SCHEMA IL PUNTO  $P$  (APPARTENENTE ALLA RETTA DEI CONTATTI) RAPPRESENTA UN PUNTO DI CONTATTO DELLE 2 RUOTE: DUNQUE QUESTO PUNTO APPARTIENE AD ENTRAMBE LE RUOTE:

- QUANDO  $P$  APPARTIENE ALLA RUOTA 1 GIRA ATTORNO AD  $O_1 \Rightarrow V_1$
- QUANDO  $P$  APPARTIENE ALLA RUOTA 2 GIRA ATTORNO AD  $O_2 \Rightarrow V_2$

$$V_1 = \omega_1 r_1 \quad V_2 = \omega_2 r_2$$

SE LA COSTRUZIONE E' CORRETTA:  $V_1 \neq V_2$

$$\begin{cases} V_{t1} = V_1 \sin \alpha_{1P} = \omega_1 r_{1P} \sin \alpha_{1P} = \omega_1 \overline{T_{1P}} \\ V_{t2} = V_2 \sin \alpha_{2P} = \omega_2 r_{2P} \sin \alpha_{2P} = \omega_2 \overline{T_{2P}} \end{cases}$$

NONOSTANTE IO NON CONOSCA  $\alpha_{1P}$  e  $\alpha_{2P}$  RIESCO COMUNQUE A TROVARE UNA RELAZ. CON VALORI NOTI!

(DI FATTO È COME SE AVESSI SCOMPONTO IL RAGGIO IN RAGGIO DI BASE e RAGGIO CONGIUNGENTE CON P PER POI CALCOLARE  $\overline{TP}$ )

SI PUÒ NOTARE CHE NEL PUNTO P I PROFILI DEI 2 DENTI POSSONO ESSERE SOSTITUITI DA 2 CERCHI OSCULATORI DI RAGGI  $\overline{T_{1P}}$  e  $\overline{T_{2P}}$  CON CENTRI IN  $T_1$  e  $T_2$  e ROTANTI CON VELOCITÀ  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

LO STRISCIAIMENTO (DATO DALLA DIFFERENZA DELLE 2 COMPONENTI  $V_t$ ) SARÀ NEI 2 CASI:

$$V_{t1} - V_{t2} \Rightarrow \text{VELOCITÀ DEL PROFILO 1 RISPETTO AL PROFILO 2}$$

$$V_{t2} - V_{t1} \Rightarrow \text{VELOCITÀ DEL PROFILO 2 RISPETTO AL PROFILO 1}$$

LA FORZA COMPLESSIVA CHE SI SCAMBIA LUNGO LA LINEA DEI CONTATTI È TUTTAVIA COSTANTE!

LO STRISCIAIMENTO TRA I 2 PROFILI 1 e 2 A CONTATTO È IL RESPONSABILE DELL'USURA DEI 2 PROFILI STESSI:

$$\uparrow \text{VELOCITÀ STRISCIAIMENTO} \Rightarrow \uparrow \text{USURA}$$

NELLA SLIDE 39 SI OSSERVA CHE LE VELOCITÀ DI STRISCIAIMENTO MASSIME DEI 2 DENTI SONO NEI 2 ESTREMI.



$$K_{S1} = \frac{V_{t1} - V_{t2}}{V_{t1}} = \frac{W_1 \overline{T_{1P}} - W_2 \overline{T_{2P}}}{W_1 \overline{T_{1P}}} = \frac{\overline{T_{2P}} - \gamma \overline{T_{1P}}}{\overline{T_{1P}}}$$

(DOVE OVVIAVANTE:  $\gamma = \frac{W_2}{W_1}$ )

$$K_{S2} = \frac{V_{t2} - V_{t1}}{V_{t2}} = \frac{W_2 \overline{T_{2P}} - W_1 \overline{T_{1P}}}{W_2 \overline{T_{2P}}} = \frac{\overline{T_{2P}} - \frac{1}{\gamma} \overline{T_{1P}}}{\overline{T_{2P}}}$$

I COEFF. K<sub>S</sub> NON DIPENDONO DUNQUE DA W POICHÉ, ATTRAVERSO  $\gamma$ , ABBIAMO ADIMENSIONALIZZATO!

VEDIAMO ORA COME È POSSIBILE DESCRIVERE LA POSIZ. DI P RISPETTO A T<sub>1</sub> e T<sub>2</sub>, UTILIZZANDO UNA COORD. AGGIUNTIVA  $\delta$  PARI ALLA DISTANZA PC:

$$\overline{T_{1P}} = r_1 \sin \alpha + \delta$$

$$\overline{T_{2P}} = r_2 \sin \alpha - \delta$$

TUTTAVIA  $\delta$  È UNA VARIABILE CON SEGNO:

-  $\delta > 0$  SE C L P L T<sub>2</sub>  $\Rightarrow$  ARCO DI RECESSO

-  $\delta < 0$  SE T<sub>1</sub> L P L C  $\Rightarrow$  ARCO DI ACCESSO

SOSTITUENDO  $\overline{T_{1P}}$  e  $\overline{T_{2P}}$  NELLE ESPRESSIONI DI K<sub>S1</sub> e K<sub>S2</sub>:

$$K_{S1} = \frac{(r_2 \sin \alpha + \delta) - \gamma (r_2 \sin \alpha - \delta)}{r_1 \sin \alpha + \delta} \Rightarrow$$

**ESTREMO T2**

QUI HO CHE:  $\delta = r_2 \sin \alpha$  ;  $v_{t2} = 0$

LA VELOCITA' E' TANGENTE ALLA CIRCONFERENZA DI BASE

DUNQUE SI RICHIEDE CHE:

$$K_{s1} = (1 + \gamma) \frac{r_2 \sin \alpha}{r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \alpha} = (1 + \gamma) \frac{1}{\gamma + 1} = 1$$

$$K_{s2} = - \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) \frac{r_2 \sin \alpha}{r_2 \sin \alpha - r_2 \sin \alpha} = -\infty$$

**PUNTO C**

QUI HO CHE:  $\delta = 0$  ;  $v_1 = v_2 \wedge v_{t1} = v_{t2}$

DUNQUE SI RICHIEDE CHE:

$$K_{s1} = (1 + \gamma) \frac{\delta}{r_1 \sin \alpha + \delta} = 0$$

$$K_{s2} = - \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\delta}{r_2 \sin \alpha - \delta} = 0$$

IN GENERALE, L'ANDAMENTO DI  $K_{s1}$  e  $K_{s2}$  LUNGO LA RETTA DEI CONTATTI E' UN QUALCOSA DEL TIPO:

ECCEPITO PER USI INDUSTRIALI DI PRODUZIONE, È QUINDI ABBASTANZA SCONSIGLIATO LAVORARE CON RUOTE AVANTI  $Z=17$ .

DAL DIAGRAMMA SI PUÒ VEDERE COME LO USI SOLO UNA PARTE DEL SEGMENTO DI CONTATTO ⇒ LE 2 CURVE TRA A e B INFATTI HANNO VALORI SIMILI TRA DI LORO.

SI PUÒ CERCARE DI MINIMIZZARE L'EFFETTO DEL  $K_S$  (LO VEDREMO IN FUTURO) AUMENTANDO A "CORREGGERE" LE RUOTE ⇒ TAGLIO E PROFILI SPOSTATI.

## • PROPORZIONAMENTO DELLE RUOTE DENTATE

UN DENTE DI UNA RUOTA DENTATA PUÒ CEDERE PER:

- ROTTURA A FLESSIONE
- PITTING, OVERO EROSIONI SUPERFICIALI LEGATE ALL'USURA E AL CONTATTO HERTZIANO

È DUNQUE NECESSARIO FARE:

- VERIFICA A FLESSIONE DEL DENTE
- VERIFICA RELATIVA AL CONTATTO HERTZIANO

SI RIGORDA INOLTRE IL RUOLO FONDAMENTALE DELLA LUBRIFICAZ. NEL CONTATTO DEI DENTI, LA QUALE CONSENTE DI SOPPORTARE CERTI CARICHI DURANTE L'INGRANAMANTO!

NELLA SLIDE NUMERO 3 DI "ESEMPLI DI CEDIMENTI" SI PUÒ VEDERE UN'IMMAGINE OTTENUTA CON LA TECNICA FOTOEUSTICA.

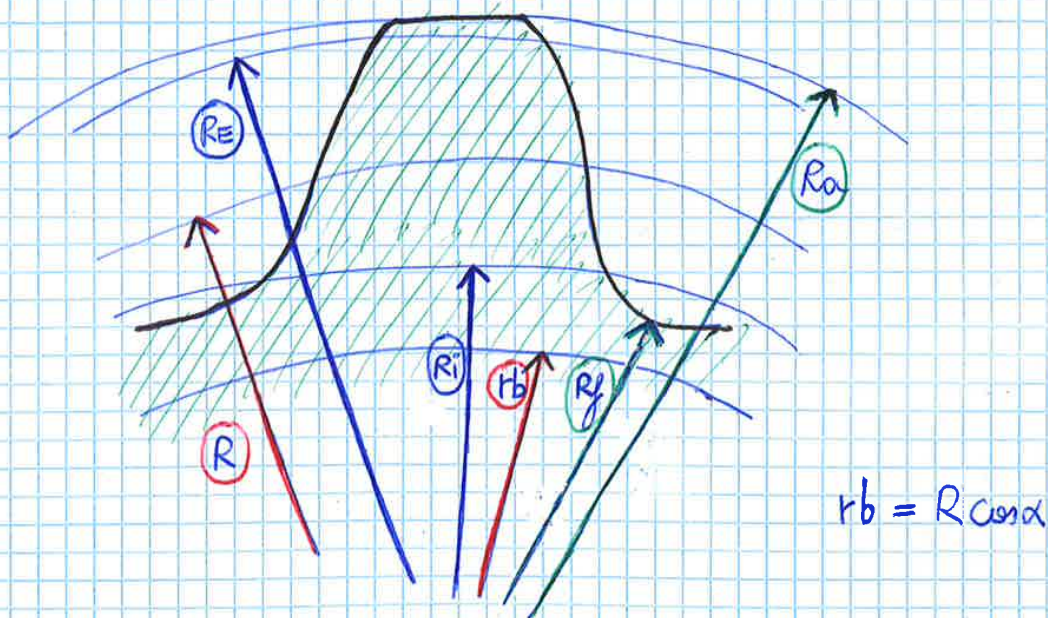
IL MICROPLITING NON NASCE MAI TENSIONE  $\tau$  PASSATA DA  
DA ALTRI FENOMENI. ESISTONO IN PERITO SOLO DEI  
"TECHNICAL REPORT", NON UNA NORMATIVA!

IL FENOMENO DEL GRIPPAGGIO NON POSSIEDE NEANCHE' ESSO  
UNA NORMATIVA MA SOLO DEI "TECHNICAL REPORT". QUESTO  
FENOMENO E' DETTO ANCHE "SCAFFING" E SI BASA SULLA-  
CONOSCENZA DI PARAMETRI MOLTO TECNICI COME PROFILI DI  
VELOCITA' E DI TEMPERATURA. DIPENDE IN GENERALE DA  
MOLTI FATTORI.

INIZIATO A VEDERE LA PARTE DI STATICA:

## • TEORIA DI LEVIS

VEDIAMO COME RIPASSO LE CIRCONF. CARATTERISTICHE DEGLI  
INGRANAGGI:



$R_b$ : RAGGIO DI BASE

$R$ : RAGGIO PRIMITIVO

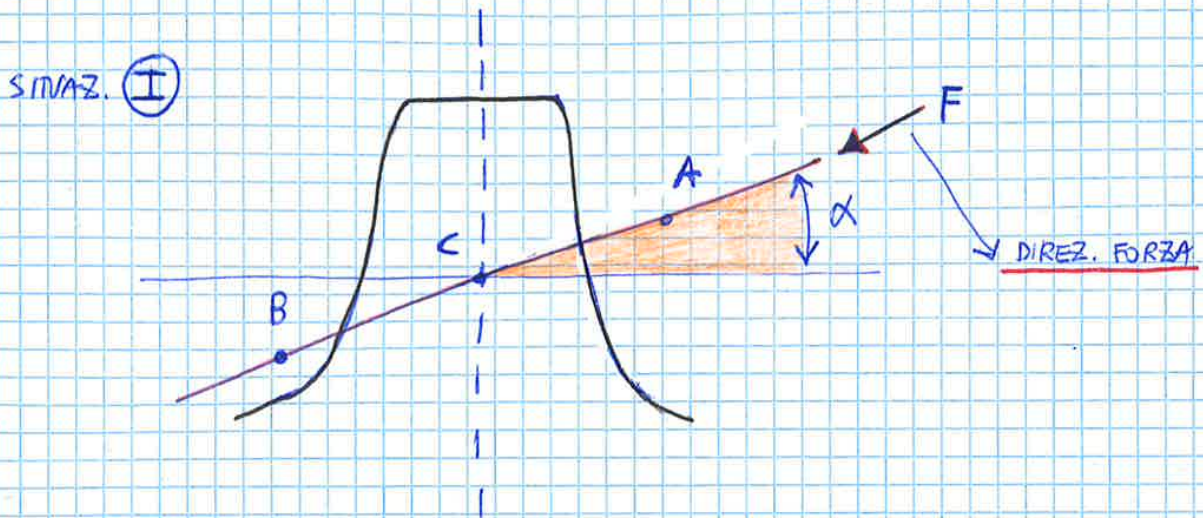
$R_f$ : RAGGIO DI FONDO

$R_i$ : RAGGIO DI TRONCATURA INTERNA

$R_e$ : RAGGIO DI TRONCATURA ESTERNA

$R_a$ : RAGGIO DI TESTA

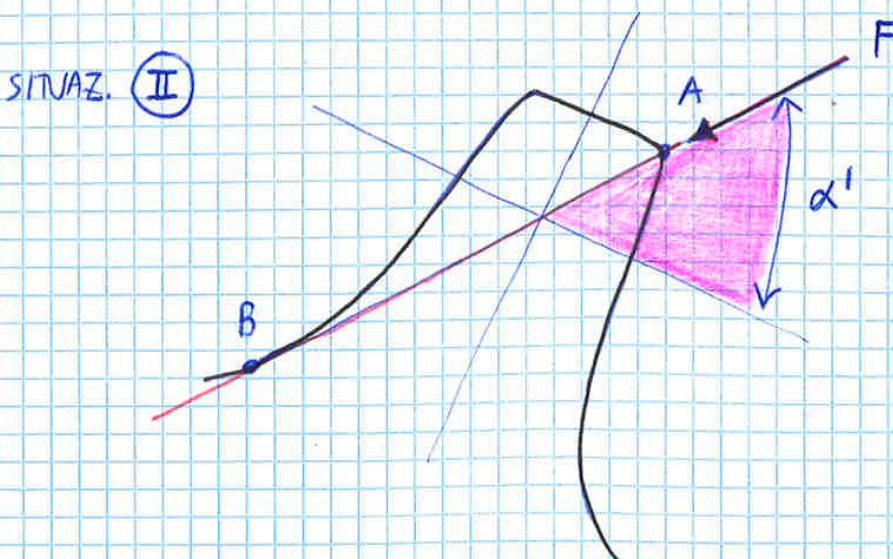
ZOOMANDO SUL DENTE (POSIZIONATO IN MODO TALE CHE IL SUO ASSE DI SIMMETRIA PASSI PER C):



LE FORZE SARANNO DUNQUE:

$$\begin{cases} F_t = F \cos \alpha \\ F_r = F \sin \alpha \end{cases}$$

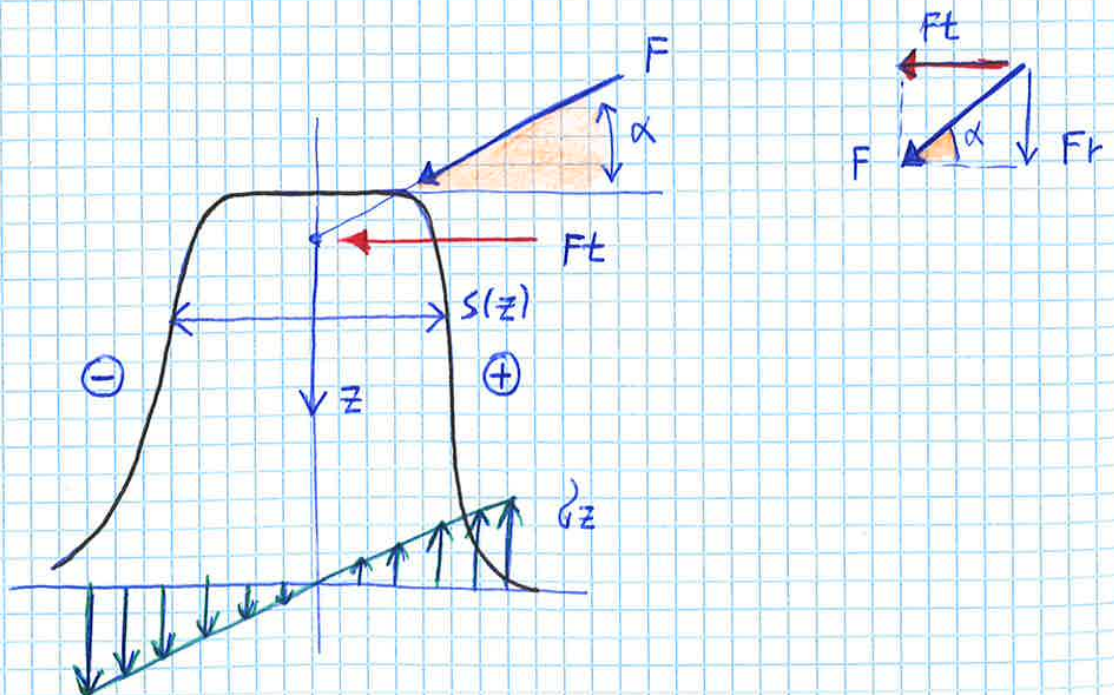
INDICANDO ORA IL DENTE DELLA RUOTA 1 A CONTATTO CON IL PUNTO A:



LE IPOTESI DELLA TEORIA DI LEWIS PREVEDONO CHE:

- ① IL DENTE SIA VISTO COME UNA TRAVE A MENSOLO
- ② SI CONSIDERI UNA SOLA COPPIA DI DENTI IN PRESA  $\Rightarrow$  SITUAZ. CINEMATICALMENTE PEGGIORE
- ③ LA FORZA SIA APPLICATA IN PUNTA (SITUAZ. II)
- ④ SI APPROSSIMI  $\cos \alpha \hat{=} \cos \alpha'$   $\Rightarrow$  IN PRATICA CONSIDERO TUTE LE SITUAZ. PEGGIORI:
  - $F_t$  max (CONDIZ. II)
  - BRACCIO max (CONDIZ. I)
- ⑤ SI TRASCURI LO SFORZO NORMALE :  $\sigma_N = 0$

LA FORZA GLOBALE SUIBATA SARA' DUNQUE



TUTTAVIA POICHE' LO SPESSORE DEL DENTE  $s(z)$  VARIA CON LA COORDINATA  $z$ :

$$g_z = \frac{F_t z}{b s^2(z)} \cdot G$$

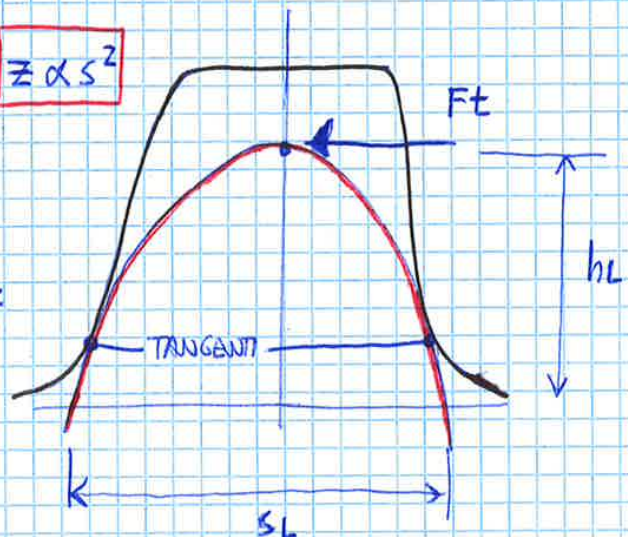
PER ORA NON HO ANCORA SPECIFICATO ALCUNA SEZIONE!

LEWIS A QUESTO PUNTO CONSIDERA L'ANDAMENTO DELLO SPESSORE PIU' CRITICO (OVERO QUELLO CHE FORNISCE LE  $g_{max}$  COST) COME PARABOLICO. INFATTI LA RELAZ. E':

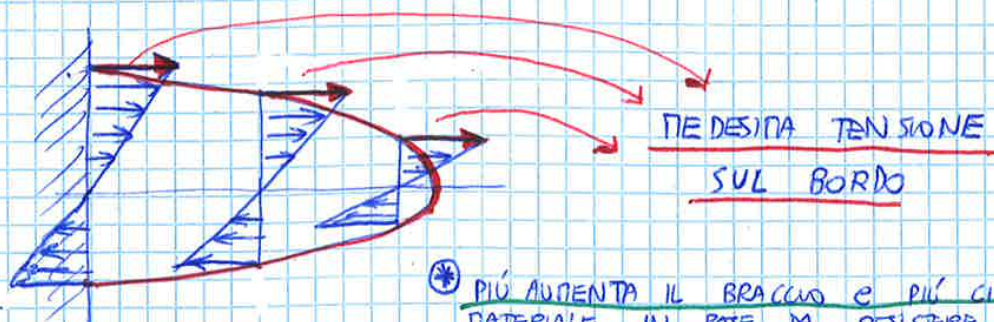
$$s(z) = \frac{F_t}{b g_z k} \cdot z \Rightarrow z \propto s^2$$

DA CUI LA MASSIMA SOLLECITAZ. E':

$$g_{LW} = \frac{F_t \cdot h_L G}{b \cdot s_L^2}$$

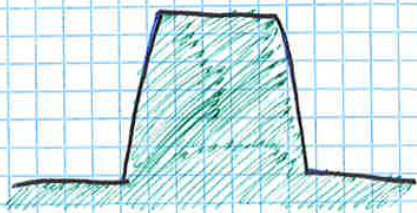


IN PRATICA L' AVERE ASSUNTO IL PROFILO PARABOLICO FA SI' CHE IL VALORE DELLE  $g$  SIA LO STESSO AL VARARE DELLA  $z \Rightarrow$  PARABOLA DI UNIFORME RESISTENZA! \*

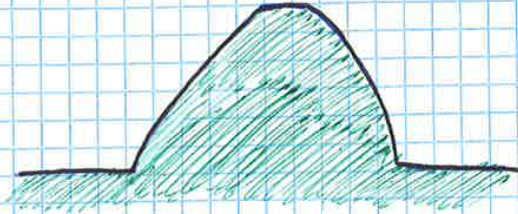


\* PIU' AUMENTA IL BRACCIO e PIU' CI PONGO MATERIALE IN BASE DA RESISTERE SEMPRE NELLO STESSO MODO!

L' ANGOLO DI PRESSIONE  $\alpha$  INFLUISCE SULL' INCLINAZ. LATERALE DEL DENTE:



$\alpha = 15^\circ$



$\alpha = 35^\circ$

$\uparrow \alpha \Rightarrow \uparrow$  BASE DEL DENTE  $\Rightarrow \uparrow W_f \Rightarrow \uparrow$  RESIST. A FLESSIONE

DAL GRAFICO PRECEDENTE INFATTI SI OSSERVA CHE A PARITA' DI DENTI AVERE UN  $\alpha$  MAGGIORE  $\Rightarrow \downarrow Y_{LW}$ !

### • VERIFICA STATICA HERTZIANA

- BENDING  $\Rightarrow$  FENOMENO CHE SI OSSERVA GLOBALMENTE NEL DENTE (MAGGIORE NELLA BASE)

- PITTING  $\Rightarrow$  FENOMENO LOCALE DI "ASPORTAZ." DI MATERIALE

POSSO CONSIDERARE I DENTI COME 2 CILINDRI A CONTATTO TRA DI LORO, AL POSTO DEI DENTI IN PRESA CONSIDERO SQUADRI DEI CILINDRI OSCULATORI:



SE  $E_1 = E_2 = E$      $\wedge$      $v_1 = v_3 = 0,3$

$$G_{Hz} = 0,418 \sqrt{\frac{EF \Sigma \rho}{b}}$$

PONENDO INOLTRE:     $F_m = \frac{F}{b}$     SI PUÒ SCRIVERE CHE:

$$G_{Hz} = 0,418 \sqrt{E F_m \Sigma \rho}$$

TUTTAVIA DOVE VADO A CALCOLARE IL CONTATTO HERTZIANO DEI DENTI?

$F, E, b$  SONO PARAMETRI FISSI  $\Rightarrow$  DEVO SOLO DECIDERE  $\Sigma \rho$

QUANTO VALE  $\Sigma \rho$  NEL PUNTO C?

PUNTO C     $\Sigma \rho = \frac{1}{\frac{1}{r_{1c}}} + \frac{1}{\frac{1}{r_{2c}}} = \frac{1}{\text{MMX}} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$

CALCOLO LA SOTTORIA IN C POICHÉ È MOLTO FACILE!  
TUTTAVIA QUESTA NON È LA PORZIONE DI DENTE "PEGGIORE".

È ANCHE VERO PERÒ CHE IN QUESTO PUNTO, NON ESSENDOCI STRISCIAMENTO, POSSO NON AVERE IL VELO DI LUBRIFICANTE  $\Rightarrow$   
È COMunque UNA ZONA DA TENERE SOTTO CONTROLLO.

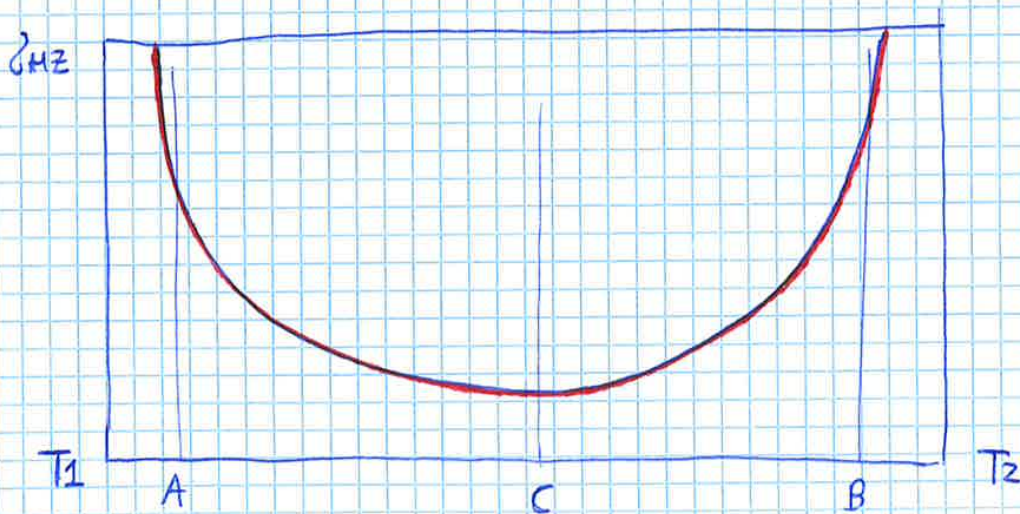
PUNTO C  $\left\{ \begin{array}{l} \text{1 SOLA COPPIA DI DENTI IN PRESA} \\ \text{CURVATURE FACILI DA CALCOLARE} \end{array} \right.$

LE FORMULE DI HERTZ SI POSSONO ANCHE ESPRIMERE  
COME :

$$\zeta_{HZ} = 0,418 \sqrt{\frac{FE \cdot E}{\cos \alpha \cdot b} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\sin \alpha}}$$

PONENDO COME RAPPORTO DI INGRANAMENTO  $M = \frac{Z_2}{Z_1} (> 1)$   
SI PUÒ RISCRIVERE LA FORMULA.

COME ANDAMENTO  $\zeta_{HZ}$  VS RETTA DEI CONTATTI  $e'$  :



L'ANDAM. DELLE  $\zeta_{HZ}$  È IL DEDESIRO DI  $\Sigma_f$ .

IN C È VERO CHE HO DEI VALORI PICCOLI DI  $\zeta_{HZ}$  MA  
HO ANCHE 1 SOLA COPPA DI DENTI IN PRESA  $\Rightarrow$  HO UNA  
SORTA DI COMPRESSO!

IN PRATICA :

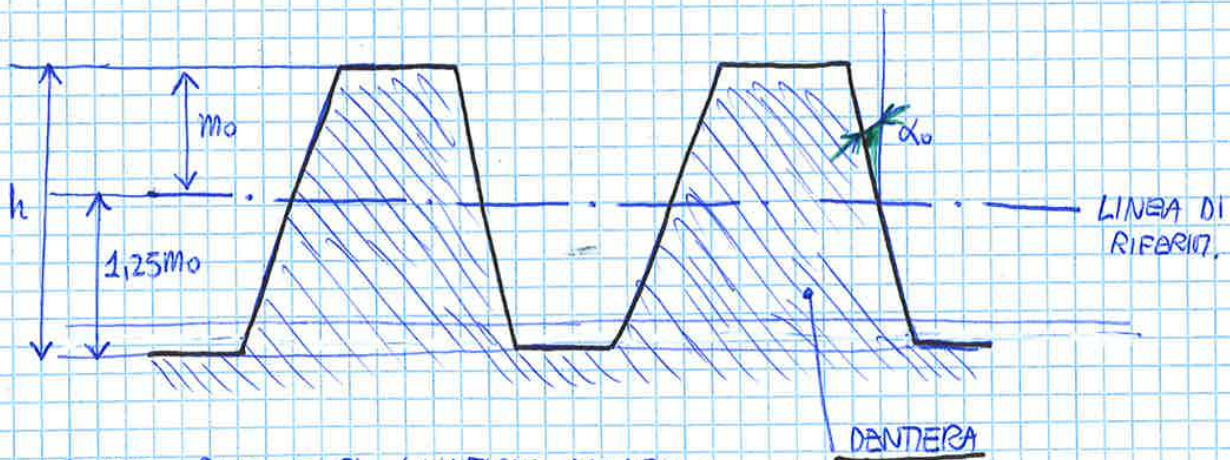
NATURALMENTE, ANCHE DOVE E' ATTESSA, LA BUTTERATURA INDOTTA  
ML PITTING NON DEVE PORTARE A ROTTURE!

## • TAGLIO DEGLI INGRANAGGI

NELLA MAGGIOR PARTE DEI CASI AVVIENE PER INVILUPPO.  
TUTTO PARTE DA 2 CONCETTI:

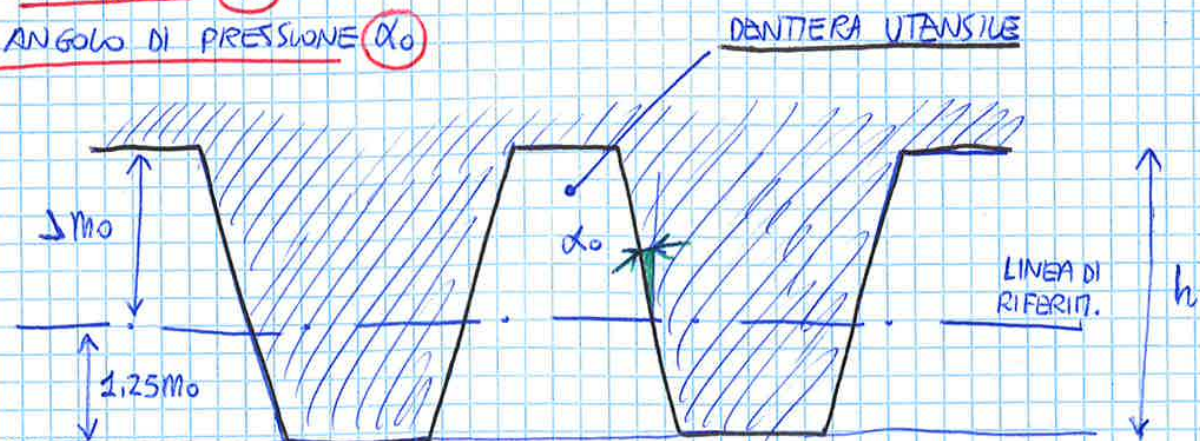
- ① IL PROPORZIONAMENTO DELLE RUOTE UNIFICATE (DENTIERA UTENSILE)
- ② LE EQUAZ. DI SPESORE DEL DENTE

① PER QUANTO RIGUARDA LA RUOTA UNIFICATA (LA DENTIERA):



COME PARAMETRI UNIFICATI ABBIAMO:

- MODULO  $m_o$
- ANGOLO DI PRESSIONE  $\alpha_o$



IN QUESTO FRANGENTE INOLTRE HUO BISOGNO DI UNA FRESA PER OGNI INTERVALLO DI DENTI:

ES. FRESA #1 PER  $Z = 19 \text{ o } 20 \text{ o } 21$

FRESA #2 PER  $Z = 22 \text{ o } 23 \text{ o } 24$

FRESA #3 PER  $Z = 25 \text{ o } 26 \text{ o } 27$

IL MOTO DI TAGLIO È UNICAMENTE UN MOTO PARALLELO ALL'ASSE.

NATURALMENTE QUESTO PROCESSO È MOLTO COSTOSO E CONVIENE SOLO PER PRODURRE ELEVATE.

TUTTAVIA OGGI È MOLTO PIÙ DIFFUSO IL TAGLIO PER INVILUPPO:

## ② TAGLIO PER INVILUPPO

VIENE EFFETTUATO DA UN UTENSILE DETTO "CREATORE". IN STEP:

- PARTO DA UN TONDIRNO AVANTE IL RAGGIO PIÙ ESTERNO DELLA RUOTA
- LO FACCO INGRANARE CON UNA DENTIERA
- QUESTO INGRANAMENTO TAGLIA IL TONDIRNO CON LA FORMA DELL'EVOLVENTE

TUTTAVIA, POICHÉ DAL RAGGIO DI TRONCATURA INTERNA IN POI LA DENTIERA UTENSILE NON POSSIEDE UN EVOLVENTE DA UNA TRASCORRIDE SI POSSONO AVERE PARTICOLARI RAGGORDI DEL DENTE NELLA PUNTA.

GRAZIE A QUESTO POSSO TAFUIARE CON LO STESSO DANTE UTENSILI UN DIVERSO NUMERO DI DENTI!

VEDIAMO UN CONFRONTO TRA DENTIERA UTENSILE ED INGRANAGGIO GENERATO DALLA STESSA:

<u>DENTIERA UTENSILE</u>	<u>INGRANAGGIO GENERATO</u>
$d_o$ $m_o = p_o / \pi$ $h_a = 1,25 m_o$ $h_f \downarrow m_o$ $h = 2,25 m_o$	$d_o$ $m_o = p_o / \pi$ $h_a = m_o$ $h_f = 1,25 m_o$ $h = 2,25 m_o$

DIPENDE DA  
 COME DESCRIVO  
 LE CURVATURE  
 DEL VANTO E  
 DELLA PUNTA  
 DEL DANTE!

OGGI SI UTILIZZANO ANCHE PICCOLE CORREZIONI GEOMETRICHE COME:

- STUSSI  $\Rightarrow$  MIGLIORANO L'INGRANAMENTO (SOPRATTUTTO SE QUESTO E' VELOCE)
- PICCOLE CORREZIONI DI CURVATURA NELL'EVOLVENTE

IL CREATORE DEL TAGLIO PER INVILUPPO E' UNA FORMA DI DENTIERA UTENSILE "ARCOLOGATA" CHE FORNISCE LA STRUTTURA GEOMETRICA VOLUTA (ANCHE ELIGIBILE  $\Rightarrow$  CREATORE INCLINATO) ALLA RUOTA.

• SE  $\nu > 0 \Rightarrow x_{mo} > 0 \Rightarrow$  IL DENTE SARÀ PIÙ "CICCIO" SULLA BASE DEL DENTE (E PIÙ SOTTILE IN PUNTA)

• SE  $\nu < 0 \Rightarrow x_{mo} < 0 \Rightarrow$  TAGLIO "DI PIÙ" IL DENTE E DUNQUE QUESTO SARÀ PIÙ "TAGRO"

NEL PRIMO CASO POSSO PARTIRE DA UN TONDIRIO PIÙ GRANDE, MENTRE NEL SECONDO CASO POSSO PARTIRE DA UN TONDIRIO PIÙ PICCOLO! QUESTO È DOVUTO ALLA QUESTIONE LEGATA ALLA VELOCITÀ DI GENERAZ. DI INVILUPPO  $V = WR!$

(SE TAGLIO DI PIÙ :  $\downarrow V$  DA  $W = \text{cost} \Rightarrow \downarrow R \Rightarrow \downarrow R_{EST}$ )  
 (SE TAGLIO DI MENO :  $\uparrow V$  DA  $W = \text{cost} \Rightarrow \uparrow R \Rightarrow \uparrow R_{EST}$ )

IN PARTICOLARE:

• SE  $\nu > 0$  ALLORA:  $D_{ESTERNO} = D + 2V$

• SE  $\nu < 0$  ALLORA:  $D_{ESTERNO} = D - 2V$

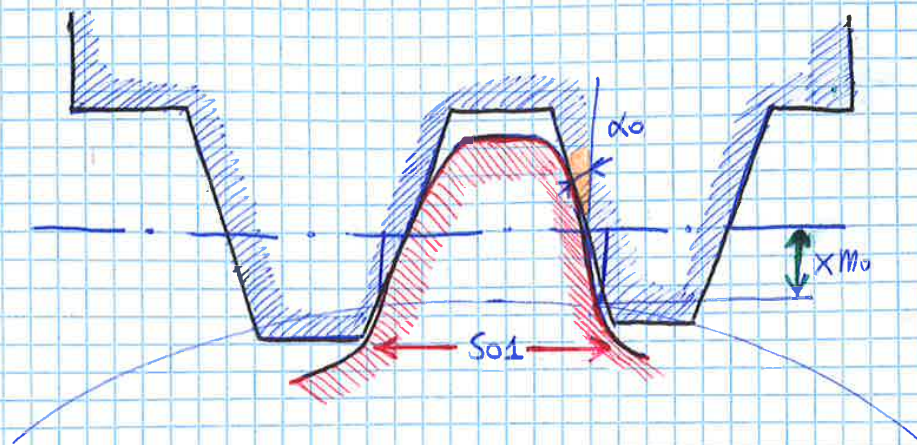
NELLA SLIDE #8 LA TABELLA:

DENTIERA UTENSILE VS RUOTA NORMALE VS RUOTA CORRETTA

SI OSSERVA CHE CAMBIA LO SPESSORE DEL DENTE:

- DENTE PIÙ "CICCIO"  $\Rightarrow$   $S > VANO$

- DENTE PIÙ "TAGRO"  $\Rightarrow$   $S < VANO$



OVVIAMENTE:

$$e_{01} = \frac{p_0}{2} - 2(\tan \alpha_0) x_{M0}$$

QUESTA RELAZ. E'  
VALIDA CON PROFILI  
SPOSTATI SIMMETRICI,  
MA NON IN GENERALE!

ANCHE IN QUESTO CASO DUNQUE:

$$S_{01} + e_{01} = p_0$$

MA, ESSENDO  $e_{01} = S_{02}$  (PER LA SIMETRIA):

$$S_{02} = \frac{p_0}{2} - 2(\tan \alpha_0) x_{1M} = \frac{p_0}{2} + 2(\tan \alpha_0) x_{2M}$$

DUNQUE E' VERO CHE:

$$S_{01} + S_{02} = p_0 = \pi M_0$$

CONDIZ. FOND.  
DA  
RISPETTARE!

PERTANTO NON VARIANO LE RELAZ. PER I RAGGI:

$$\begin{cases} R_{01} = z_1 M_0 / 2 \\ R_{02} = z_2 M_0 / 2 \end{cases} \Rightarrow i = R_1 + R_2 \quad \checkmark$$

DUNQUE SE HO UN DENTE PIU' "GRASSO" ED UNO SIMMETRICO, PIU' "MAGRO" NON MI ACCORGO DI NULLA NELL' INGRANAMENTO!

SE INVECE 1 2 PROFILI SPOSTATI NON SONO SIMMETRICI, OVECO:

$$X_1 + X_2 \neq 0$$

ALLORA IN QUESTO CASO LA CINEMATICA DI INGRANAMENTO È DIVERSA DA QUELLA "STANDARD"!

DI FATTO I RAGGI CHE COSTITUISCONO L'INGRANAM. NON SONO PIÙ I RAGGI PRIMITIVI, DUNQUE L'INGRANAM. È CON:

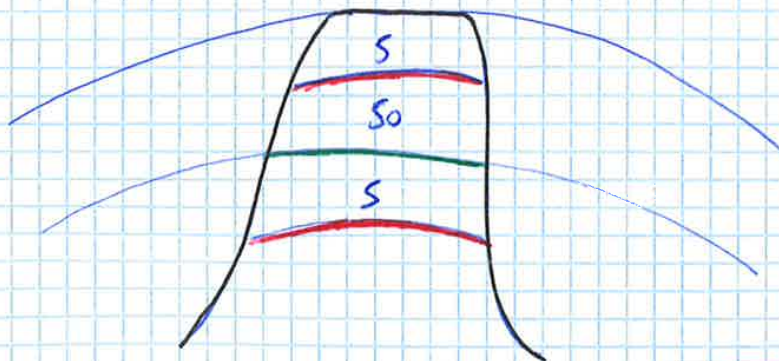
- DIVERSO MODULO (e quindi diverso passo)
  - DIVERSO ANGOLO DI PRESSIONE
- } DI INGRANAMENTO

IN QUESTO CASO INFATTI:

$$S_{o1} + S_{o2} = \frac{\pi m_o}{2} + 2X_1 m_o \tan \alpha_o + \frac{\pi m_o}{2} + 2X_2 m_o \tan \alpha_o$$

$$S_{o1} + S_{o2} = p_o + 2m_o \tan \alpha_o (X_1 + X_2) \neq p_o!$$

IN PRATICA LA CONDIZ. DI LAVORO S PÙ ESSERE SOPRA & SOTTO S<sub>o</sub>, DETERMINANDO IN QUESTO CASO LA NUOVA CONDIZ. DI LAVORO (DI MALFUNZIONAM.):



TENENDO FISSO L'INTERASSE, DUNQUE, LA CONDIZ.  $X_1 + X_2 \neq 0$  CI PORTA AD AVERE UN "MALFUNZIONAM." DI INGRANAMENTO!



$$\begin{cases} r_{1L} = \frac{Z_1 P_1}{2\pi} = \frac{Z_1 P}{2\pi} \\ r_{2L} = \frac{Z_2 P_2}{2\pi} = \frac{Z_2 P}{2\pi} \end{cases} \Rightarrow \underline{\text{SUUE CIRCONE. PRIMITIVE DI LAVORO CON RAGGI } r_{1L} \text{ E } r_{2L}!}$$

SOSTITUENDO ORA NELL' ESPRESSIONE DI CORRETTO FUNZIONAMENTO:

$$r_1 \left[ \frac{S_{o1}}{R_{o1}} + 2 \xi \right] + r_2 \left[ \frac{S_{o2}}{R_{o2}} + 2 \xi \right] = P \Rightarrow$$

$$\frac{Z_1 P}{2\pi} \left[ \frac{\frac{\pi m_o}{2} + 2 X_1 m_o \tan \alpha_o}{\frac{Z_1 m_o}{2}} + 2 \xi \right] + \frac{Z_2 P}{2\pi} \left[ \frac{\frac{\pi m_o}{2} + 2 X_2 m_o \tan \alpha_o}{\frac{Z_2 m_o}{2}} + 2 \xi \right] = P$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2 X_1 \tan \alpha_o}{\pi} + \frac{\xi Z_1}{\pi} + \frac{1}{2} + \frac{2 X_2 \tan \alpha_o}{\pi} + \frac{\xi Z_2}{\pi} = 1 \Rightarrow$$

$$\boxed{ev \alpha_{(L)} = ev \alpha_o + 2 \tan \alpha_o \left( \frac{X_1 + X_2}{Z_1 + Z_2} \right)}$$

QUEST'ULTIMO RAPPRESENTA L' ANGOLO DI PRESSIONE DI LAVORO!

IL NUOVO INTERASSE DI LAVORO INVECE SARÀ:

$$i = R_{1L} + R_{2L} = (r_{b1} + r_{b2}) \frac{1}{\cos \alpha_{(L)}} \Rightarrow \underline{\text{NUOVO INTERASSE DI LAVORO!}}$$

DI FATTO IL NUOVO  $\alpha_L$  (DI LAVORO) MI VARIA IL RAGGIO PRIMITIVO (SI RICORDA CHE IL RAGGIO DI BASE NON VARIA!) E, DI CONSEGUENZA, L' INTERASSE!

IN UN SECONDO LUOGO SI PU' UTILIZZARE UN APPROCCIO PIU' "SOPRISTIGATO" e COMPLETO: NELL'AGITA PER ESEMPIO:

- VENGONO RIMOSSE ALCUNE IPOTESI SEMPLIFICATIVE DI LEWIS COME IL TRASCURARE IL FATTORE DI INTAGLIO
- SI CONSIDERA LA FORZA COME APPLICATA NEL PUNTO IN CUI SI PASSA DA 2 AD 1 SOLA COPPIA DI DENTI IN PRESA



SI IDENTIFICA COSI' IL VERTICE (IN VERDE) DELLA PARABOLA DI UNIFORME RESISTENZA

QUEST'ULTIMO PUNTO TUTTAVIA DIPENDE ANCHE DAL NUMERO DI DENTI DELLA RUOTA ACCOPPIATA POICHE' IN FUNZIONE DI QUESTA CAMBIA IL PUNTO DI PASSAGGIO DA 2 COPPIE DI DENTI IN PRESA AD 1 SOLA COPPIA!

NELLA SLIDE 45 SI PU' VEDERE UN' ANALISI FOTODELASTICA A FLESSIONE DEL DENTE:

- IN PRESENZA DELL'INTAGLIO DATO DAL RACCORDO DI PIEDE SI OSSERVA UNA CONCENTRAZIONE DEGLI SFORZI.
- IN PRESENZA DEL CARICO CONCENTRATO ATTRAVERSO LA TEORIA DI HERTZ SI PU' VALUTARE LA PRESSIONE PRESENTE NELLA ZONA DI CONTATTO (SI CONSIDERA UN CONTATTO CILINDRO - CILINDRO).

PER QUANTO RIGUARDA I PROFILI SPOSTATI INVECE L'IDEA NASCE DA UN PRODUTTORE TEDESCO. TRASLANDO CON V

AVVICINANDO & ALLONTANANDO I CENTRI DELLE 2 RUOTE :

CAMBIANO I CERCCHI DI BASE  $\Rightarrow$  DUNQUE CAMBIA ANCHE LA RETTA DEI CONTATTI  $\Rightarrow$  PERTANTO CAMBIA ANCHE L'ANGOLO DI PRESSIONE!

$X_1 + X_2 < 0 \Rightarrow \downarrow \alpha_l$   
 $X_1 + X_2 > 0 \Rightarrow \uparrow \alpha_l$

$\alpha_l$  : ANGOLO DI LAVORO

ABBANDONATO VISTO CHE :

$$ev \alpha_l = ev \alpha_0 + 2 \tan \alpha_0 \frac{X_1 + X_2}{Z_1 + Z_2}$$

COME DETTO PRIMA SI OSSERVA CHE :

$X_1 + X_2 < 0 \Rightarrow \alpha_l < \alpha_0$   
 $X_1 + X_2 > 0 \Rightarrow \alpha_l > \alpha_0$

TROVATO L'ANGOLO DI PRESSIONE DI LAVORO  $\alpha_l$  SI POSSONO RICAVARE I VALORI DEI RAGGI PRIMITIVI DI LAVORO :

$$r_{1l} = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_l}$$

$$r_{2l} = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha_l}$$

E INOLTRE :

$$i = r_{1l} + r_{2l} = (r_{p10} + r_{p20}) \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_l} \Rightarrow \text{INTERASSE DI LAVORO}$$

CONSIDERANDO CIO' CHE VOGLIO OTTENERE POSSO  
"GIOCARRE" SU  $X_1$  e  $X_2$ !

LE NORMATIVE ISO, AGMA, DIN ecc... OFFRONO DELLE  
GUIDE PER LA SCELTA DEI VALORI DI  $X_1$  e  $X_2$   
DEVE CORREZIONI DA OPERARE!

CON UNA CERTA CORREZIONE SI PU' PER ESEMPIO AVERE  
UNA RUOTA CON  $Z=13$  SENZA AVERE INTERFERENZA  $\Rightarrow$   
VEDERE I PROFILI SULLE SLIDE!

CON 2 RUOTE AVANTI  $Z=Z_0$  CON LA CORREZIONE SECONDO  
BSS SI OSSERVA (VEDERE SLIDE) CHE IL PROFILO CORRETTO  
(A dx) POSSIEME UNO SPESSORE ALLA BASE DEL DANTE (DOVE  
SI HA LA ZONA PIU' PERICOLOSA A FLESSIONE) MAGGIORE  $\Rightarrow$  SARA'  
PERTANTO PIU' ROBUSTO A FLESSIONE RISPETTO AL DANTE NON  
CORRETTO (A sx), IL QUALE RIMANE + SOTTILE!

SI OSSERVA ANCHE CHE, CON UNA CORREZIONE BSS  $X_{1,2} = \pm 0,24$ ,  
SI OTTENE UN MAGGIOR BILANCIAMENTO DEI 2 COEFF. DI  
STRISCIAMENTO SPECIFICO  $K_{S1}$  e  $K_{S2} \Rightarrow$  L'USURA SI DISTRIBUISCE  
IN MODO PIU' UNIFORME! (VEDERE SLIDE)

LE NUMEROSE RICERCHE CONDOTTE IN QUESTO CAMPO HANNO MOSTRATO CHE IL FENOMENO PU' ESSERE ANALIZZATO MEDIANTE 3 PARAMETRI (A LORO VOLTA DIPENDENTI DA PARAMETRI SECOND.):

- DIMENSIONI DEL DIFETTO & CRICCA ( $a$ )
- STATO DI TENSIONE ( $\sigma$ )
- TENACITA' ALLA FRATTURA ( $K_{Ic}$ )

IN PROSSIMITA' DELLA CRICCA:

- SI PU' USARE LA TEORIA DI ELASTICITA' DEL MATERIALE
- CON LE RELAZ. DI WESTERGAARD SI PU' DESCRIVERE LO STATO DI TENSIONE IN CORRISPONDENZA DELL'APICE DEL DIFETTO.

DALL'ESAME DELLE EQVAZ. SI DEDUCE CHE IL FENOMENO PU' ESSERE SPIEGATO CON IL "FATTORE DI INTENSIFICAZ. DELLE TENSIONI", INDICATO CON  $K_I$ ,  $K_{II}$  &  $K_{III}$  A SECONDA DEL TIPO DI DEFORMAZIONE.

QUELLO CHE NOI VOGLIAMO VALUTARE E' LA PERICOLOSITA' DELLE CRICCHE NEI MATERIALI: DATA UNA CERTA CRICCA (& DIFETTO) IN UN MATERIALE QUANTO E' RISCHIOSA? IN PRATICA DOBBIAMO CERCARE UN CRITERIO PER DISTINGUERE:

- CRICCHE "ACCETTABILI" (✓)
- CRICCHE "NON ACCETTABILI" (✗)

VEDIAMO LA TEORIA DI GRIFFITH:

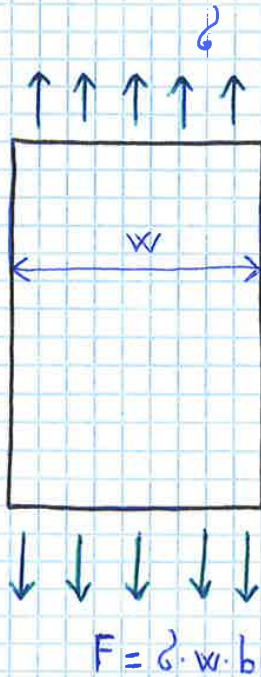
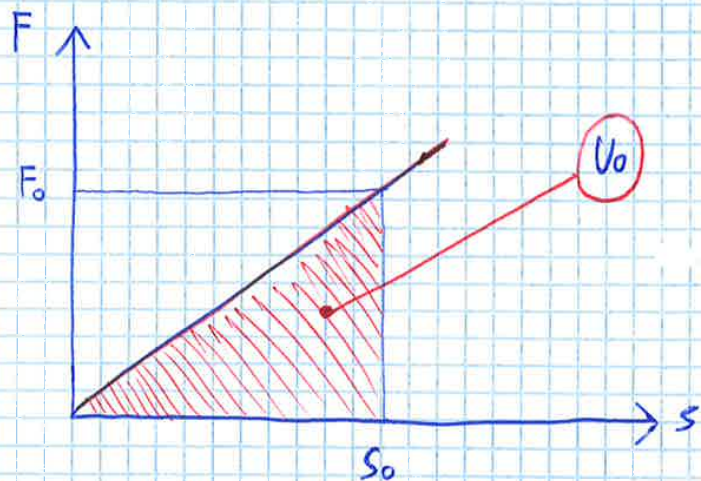
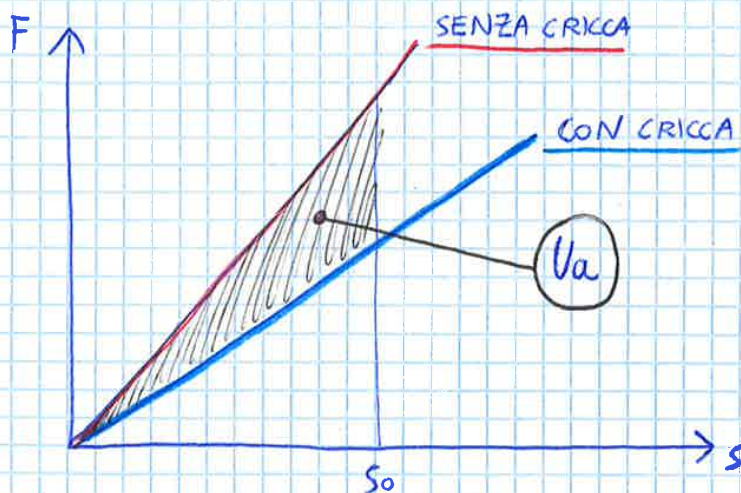


DIAGRAMMA DI FORZA-SPOSTAMENTO  
(FERMANDO OVVIA. PRIMA DELLA  
PLASTICIZZAZIONE):



$$U_0 = \frac{1}{2} F_0 s_0 = \frac{1}{2} \rho_0 \cdot \epsilon_0 \cdot V$$

RIPETENDO ORA LA PROVA DI TRAZIONE PER LA STESSA  
 PASTRINA AVANTE LA CRICCA:



SI OSSERVA SUBITO IL VALORE DI  $U_a$ , OVVIA IL  
CONTRIBUTO DI ENERGIA ELASTICA "PERSA" A CAUSA DELLA  
PRESENZA DELLA CRICCA!

$$\frac{\partial U_{\gamma}}{\partial a}$$

⇒

RAPPRESENTA LA RESISTENZA OFFERTA DAL MATERIALE ALL'AVANZAMENTO DELLA CRICCA.

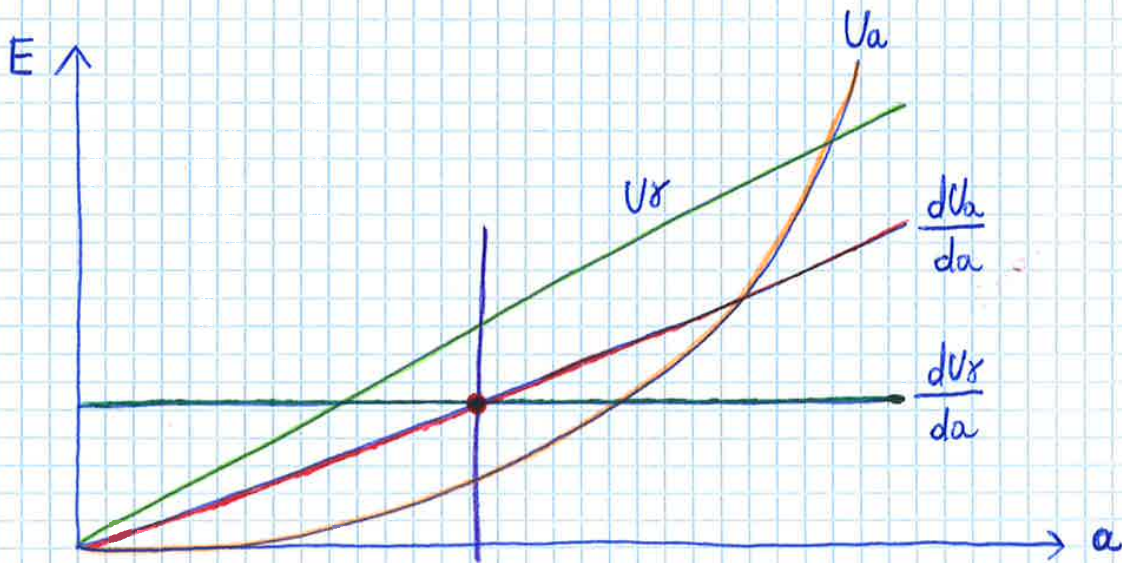
QUESTA DERIVATA VIENE TIPICAM. INDICATA CON "R":

$$\frac{\partial U_{\gamma}}{\partial a} = R$$

QUANTITA' DI ENERGIA NECESSARIA AD OTTENERE MOVE SUPERFICI

ESSENDO:  $U_{\gamma} = 2a\gamma_E \Rightarrow \frac{\partial U_{\gamma}}{\partial a} = 2\gamma_E$

DIAGRAMMANDO L'ENERGIA VS DIMENSIONI DEL DIFETTO:



EDISPONIB. < E di RESIST.

↓  
LA CRICCA NON SI PROPAGA ✓

EDISPONIB. > E di RESIST.

↓  
PROPAGAZ. INSTABILE DELLA CRICCA ✗

LA CRICCA SI PROPAGA ALLA VELOCITA' DEL FRONTE DI PRESSIONE NEL PEZZO, OVERO ALLA VELOCITA' DEL SUONO (PER QUESTO MOTIVO NOI PARLIAMO DI INSTABILITA').

IL VALORE CRITICO CARATTERISTICO DEL MATERIALE (DETERMINABILE SPERIMENTALMENTE) VIENE INDICATO CON  $K_{IC}$  OPPURE, IN CONDIZ. DI STATO DI DEFORMAZ. PLASTICA, CON  $K_{Ic}$ !

NEL '48 IRWIN e OROWAN NOTARONO CHE L'ENERGIA RICHIESTA PER LA PROPAGAZIONE DI UN DIFETTO NEI METALLI ERA PIÙ ELEVATA RISPETTO ALL'ENERGIA SUPERFICIALE NECESSARIA PER CREARE SUPERF. LIBERE (COME VEDREMO IN SEGUITO CUS È DOWTO ALLA PRESENZA DI 1 ZONA PLASTICA ALL'APICE DEL DIFETTO).

PER QUESTO MOTIVO SUGGERIRÒ LA SEGUENTE MODIFICA ALLA RELAZIONE DI GRIFFITH:

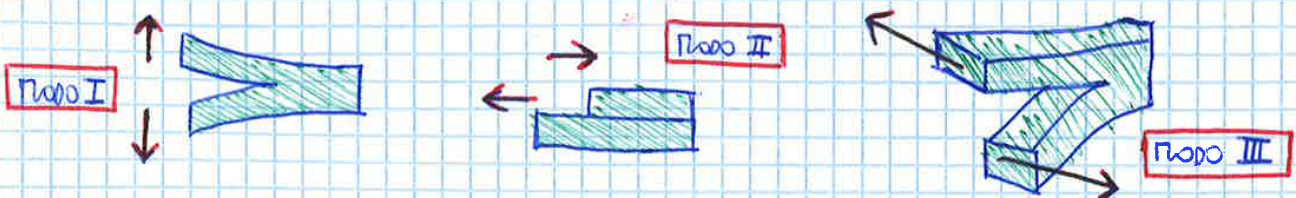
$$\frac{\pi \sigma^2 a}{E} = 2 (\gamma_E + \gamma_P)$$

IL MATERIALE VICINO ALL'APICE DELLA CRACK SI PLASTICIZZA MA È UNA PORZIONE DI MATERIALE MOLTO CONTENUTA  $\Rightarrow$  NON INFLUENZA IL COMPORTAM. ELASTICO DEL MATERIALE ADIACENTE.

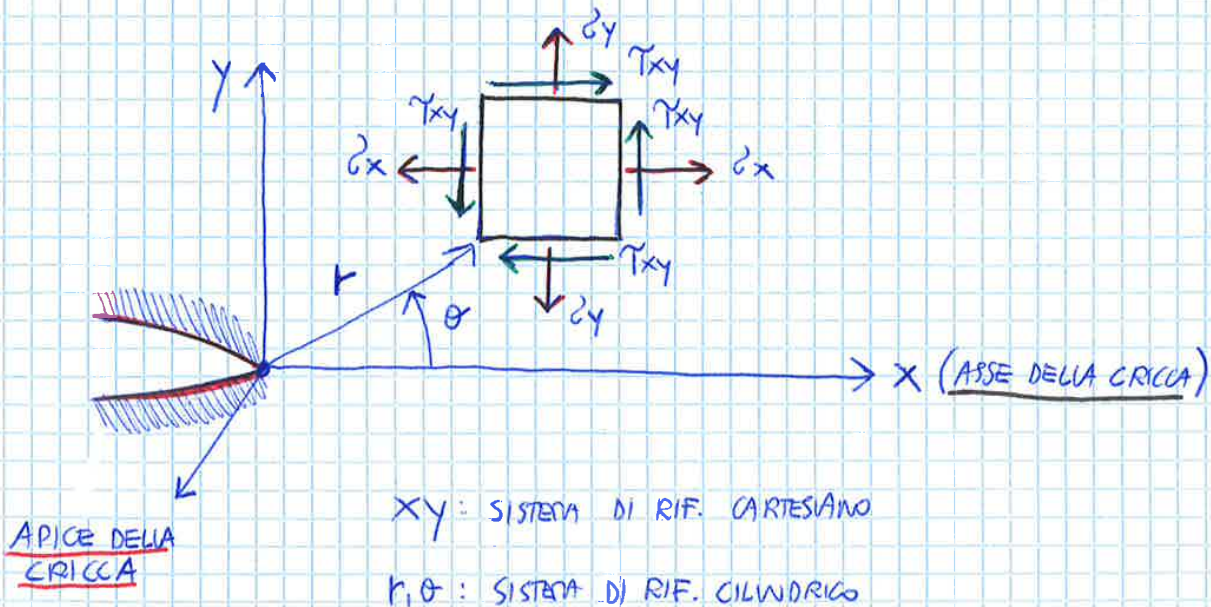
SE QUESTA REGIONE NON FOSSE PICCOLA NON SI POTREBBE PIÙ USARE LA TEORIA DI GRIFFITH BENSÌ LA TEORIA DELLA MECCANICA DELLA FRATURA ELASTO-PLASTICA (CHE NON VEDREMO).

GIO 27 APR

LE ANALISI DI WESTERGAARD HANNO DISTINTO 3 MODI DI SEPARAZIONE DELLE SUPERFICI DEL DIFETTO:







LE FORMULE RIVATE DA WESTERGAARD SONO:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

...

$K_I$  = FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DELLE TENSIONI



LE PRECEDENTI FORMULE Danno UN SENSO A  $K_I$ !

SE IN PARTICOLARE  $\theta = 0$ :

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} & \text{(TENSIONI LUNGO L'ASSE DELLA CRICCA)} \\ \tau_{xy} = 0 \end{cases}$$

ESTENDENDO L'ANALISI DI GRIFFITH POSSIAMO DUNQUE,  
CALCOLARE IL VALORE DELLA  $\sigma_{lim}$  IN RIFERIM. AL  $K_{Ic}$ :

IO SO CHE: 
$$\sigma_{lim} = \frac{K_{Ic}}{Y \sqrt{a}}$$
 → TENACITÀ ALLA FRATTURA



LA POROSITÀ INDOTTA DA LAVORAZIONI, PER ESEMPIO, SE È  
CARATTERIZZATA DA PORI PICCOLI PRESENTERÀ UN  $K_{Ic}$  ELEVATO ⇒  
NON CI SONO PROBLEMI.

QUESTA, IN GENERALE, RAPPRESENTA UNA VERIFICA STATICA  
 "ALTERNATIVA" DEL MATERIALE (SOPRATTUTTO SE CI SONO DEI DIFETTI)!

IN QUESTA VERIFICA DEVO STARE SOTTO  $\sigma_{lim}$ !

CONSIDERANDO UNA LASTRA PIANA CON DIFETTO A TUTTO SPESSORE:

