NUMERO: 2226A

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Bongiorni Lorenzo

MATERIA: Bongiorni Lorenzo - Macchine - Prof. Dongiovanni

INDICE

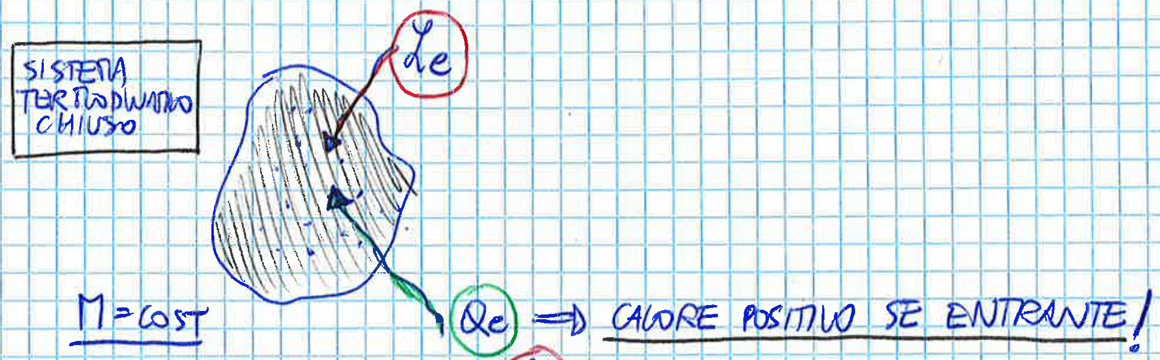
MACCHINE

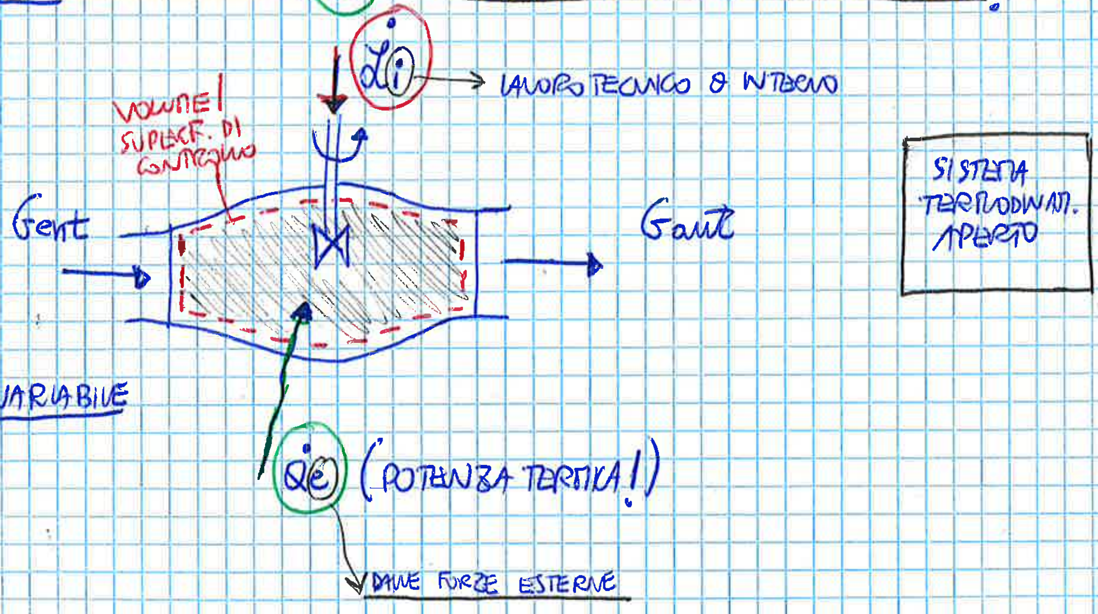
GIO 29 SET

• RIASSUNTO SULLA PARTE DI TERMODINAMICA

VEDIAMO ALCUNI CONCETTI BASE:

⊕ SISTEMA TERMODINAMICO
- CHIUSO ⟹ NON C'È SCAMBIO DI MASSA ⟹ SOLO ENERGIA SOTTO FORMA DI CALORE E LAVORO
- APERTO ⟹ C'È SCAMBIO DI MASSA





I SISTEMI POSSIEDONO DELLE PROPRIETÀ TERMODINAMICHE:

⊕ PROPRIETÀ INTENSIVE ⟹ NON DIPENDONO DALLA QUANTITÀ DI MASSA

⊕ PROPRIETÀ ESTENSIVE ⟹ DIPENDONO DALLA MASSA DEL SISTEMA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 622

LA PARTE ISOTROPA COSTITUISCE LA "PRESSIONE".

IN GENERALE:

$$\vec{\vec{\sigma}} = -p\,\vec{\vec{I}} + \vec{\vec{\tau}}$$

(NELLA PARTE RIMANENTE CI SONO PER ES. LE VISCOSITÀ)

DOVE: $$p = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} \sigma_{ii}$$

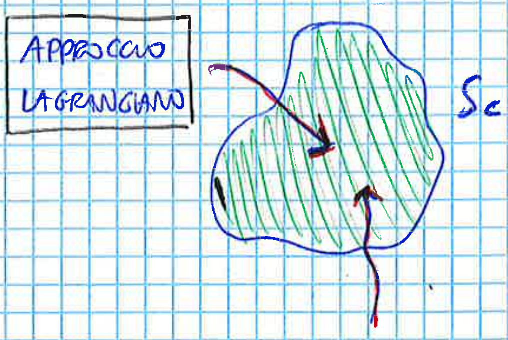
$\vec{\vec{I}}$: TENSORE UNITARIO

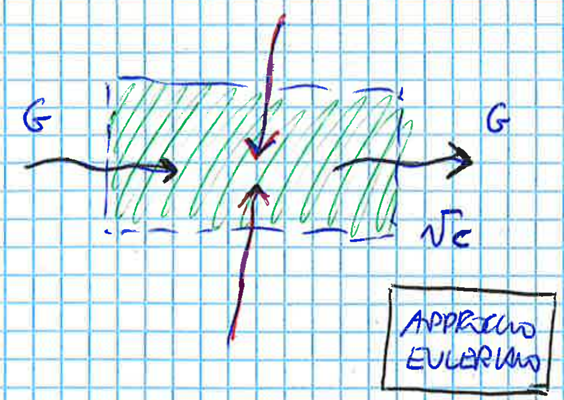
LA PRESSIONE PERCIÒ È UGUALE IN TUTTE LE DIREZIONI.

ESISTONO 2 TIPI DI APPROCCIO: EULERIANO E LAGRANGIANO.

- LAGRANGIANO ⟹ IDENTIFICO UN SISTEMA (CHIUSO) E LO SEGUO NEL TEMPO
- EULERIANO ⟹ IDENTIFICO UN SISTEMA (APERTO) E STUDIO IL FLUSSO ALL'INTERNO DI QUESTO VOLUME

NEL LAGRANGIANO IDENTIFICO UNA SUPERF. DI CONTROLLO, NELL'APPROCCIO EULERIANO IDENTIFICO UN VOLUME DI CONTROLLO.





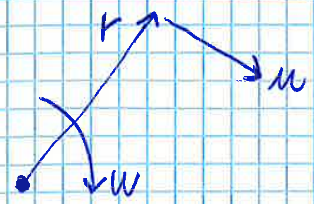
ANDIAMO ORA A VEDERE IL I PRINCIPIO IN QUESTI 2 APPROCCI:

PER QUANTO RIGUARDA GLI ALTRI CONTRIBUTI:

$$E_c = \frac{c^2}{2} \quad [J/kg]$$

$$E_g = gz \quad [J/kg]$$

$$E_w = -\frac{u^2}{2} \quad [J/kg]$$



QUESTA LEGGE VALE SEMPRE?

$\boxed{Q_e + L_e = \Delta E}$ ⟹ QUESTA E' SEMPRE VALIDA!

E ALLORA DOVE SONO NASCOSTI GLI ATTRITI?

L'ATTRITO E' NASCOSTO IN ΔE POICHE' E' ASSOCIATO AD UN AUMENTO DI TEMPERATURA ⟹ L'ATTRITO C'E' MA E' NASCOSTO NEL CONTRIBUTO ΔE

E_w — AVENDO MOLTI ATTRITI SARA' ELEVATO IL CONTRIBUTO DI ENERGIA INTERNA ⟹ GLI ALTRI CONTRIBUTI, DI CONSEGUENZA, SARANNO CONTENUTI.

DOVUTA ALLA PRESENZA DI SISTEMI DI RIFER. NON INERZIALI
⇓
FORZE CENTRIFUGHE O MEGLIO CAMPO DI FORZE CENTRIFUGHE

CONCENTRANDOSI SULL'ENERGIA IN FORMA PRETTAMENTE MECCANICA ($\mathcal{L}_e$):

- CONSERVAZ. ENERGIA IN FORMA MECCANICA

VOGLIO SCRIVERE $\mathcal{L}_e$ = QUALCOSA

SUPPONIAMO DI AVERE UN CERTO VOLUME IN GRADO DI DEFORMARSI:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 622

CONSIDERANDO ANCHE L'ATTRITO MECCANICO:

$$\boxed{L_e = -\int_{\Gamma_c} p\,dv + \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_w + L_w}$$

QUEST'ULTIMA RELAZIONE, ESSENDO PRIVA DI IPOTESI, E' SEMPRE VALIDA!

UNENDO ORA LE 2 RELAZIONI (I PRINCIPIO e CONSERVAZ. DELL'ENERGIA IN FORMA MECCANICA):

$$\begin{cases} Q_e + L_e = \Delta U + \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_w \\ L_e = -\int_{\Gamma_c} p\,dv + \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_w + L_w \end{cases} \Rightarrow$$

$$Q_e - \int_{\Gamma_c} p\,dv + \cancel{\Delta E_{c,g,w}} + L_w = \Delta U + \cancel{\Delta E_{c,g,w}}$$

IN FORMA DIFFERENZIALE:

$$dQ_e + dL_w = dU + p\,dv$$

DEFINENDO COME "ENTALPIA": $h = U + pv$

ESSENDO: $dU = dh - v\,dp - p\,dv$ SI OTTIENE:

$$dQ_e + dL_w = dh - v\,dp$$

RIASSUMENDO:

$$\boxed{\begin{aligned} dQ_e + dL_w &= dU + p\,dv \\ dQ_e + dL_w &= dh - v\,dp \end{aligned}}$$

RELAZ. SEMPRE VALIDE!

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 622

DUNQUE:

$$\boxed{\dot{Q}_e + \dot{\mathcal{L}}_i = \frac{d}{dt}\int_{V_c} (U + E_{c,g,w})\, \rho\, dv + \Delta \mathcal{E}_f}$$

SEMPRE VALIDO

TUTTAVIA L'INTEGRALE CON LA DERIVATA E' UN CASINO DA CALCOLARE!

LE ENERGIE DI FLUSSO SONO:

$$\mathcal{E}_f = \int_A (\underbrace{U + pv}_{h} + E_{c,g,w})\, dG$$

LAVORO DI SPOSTAM. ⟹ SERVE PER MOVIMENTARE IL FLUIDO!

NEL CASO STAZIONARIO (NE ESCONO TANTI QUANTI NE ENTRANO) ALLORA POSSIAMO ELIDERE IL CONTRIBUTO DELL' INTEGRALE:

$$\boxed{Q_e + L_i = \Delta E_f = \Delta h + \Delta E_{c,g,w}}$$

TUTTAVIA QUEST'ULTIMA E' VALIDA SOLO IN CONDIZ. DI FLUSSO STAZIONARIO!

LA DIFFERENZA SOSTANZIALE TRA I 2 APPROCCI STA NEL "Δ":

NELL' EULERIANO ⟹ $\Delta h = h_{USCITA} - h_{INGRESSO}$

NEL LAGRANGIANO ⟹ $\Delta U = U(t_2) - U(t_1)$

CONFRONTO

$$Q_e + L_i = \Delta h + \Delta E_{c,g,w}$$ EULERIANO STAZIONARIO

$$Q_e + L_e = \Delta U + \Delta E_{c,g,w}$$ LAGRANGIANO, SEMPRE VALIDA

APPLICANDO LA CEFM SOTTO QUESTE IPOTESI, INFATTI, SI OTTIENE:

$$0 = \int_{IN}^{OUT} v\,dp + \left[E_{c,g\,OUT} - E_{c,g\,IN} \right] \Rightarrow$$

$$0 = v\left[p_{OUT} - p_{IN} \right] + \left[E_{c,g\,OUT} - E_{c,g\,IN} \right] \Rightarrow$$

$$\Delta \left[\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right] = 0 \Rightarrow \Delta \left[\frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} + z \right] = 0$$

DUNQUE:

$$\boxed{H^0 = \text{CARICO TOTALE} = \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} + z = \text{COST}}$$

DIMENSIONALMENTE:

$$\frac{\text{ENERGIA}}{\text{PESO}} \Rightarrow \frac{J}{N} = \frac{\cancel{N}\cdot m}{\cancel{N}} = [m]$$

II PRINCIPIO

LA FORMULAZIONE DI CLAUSIUS SUL II PRINCIPIO DICE CHE:

$$T \cdot dS \geq dQ_e$$

TRASFORMANDO QUESTA IN UN'EGUAGLIANZA:

$$dQ_e + d\Pi = T\,dS$$

TERMINE LEGATO ALLA PRODUZIONE DI ENTROPIA! (IRREVERSIBILITÀ)

VIENE PRODOTTA ENTROPIA QUANDO CI SONO:

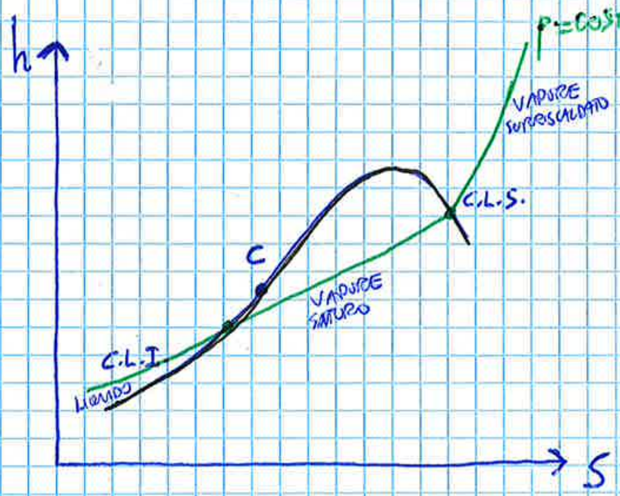
- SCAMBI TERMICI A TEMPERAT. DIFFERENTI
- FORMAZ. E MISCELE DI FASI
- ATTRITI VISCOSI CHE PRODUCONO LAVORO

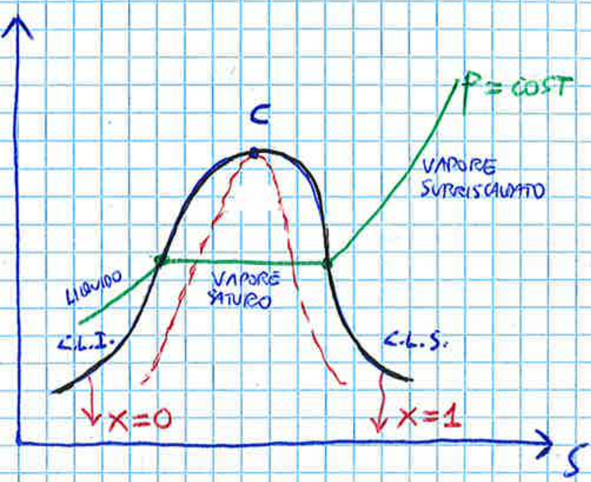
PONENDO: $Z = \dfrac{pv}{RT}$

SE $Z \cong 1 \Rightarrow$ POSSIAMO APPLICARE LE LEGGI DEI GAS PERFETTI

SE $Z \neq 1 \Rightarrow$ NON POSSIAMO FARLO

PER IL VAPOR D'ACQUA, PER ESEMPIO, SI UTILIZZA IL DIAGRAMMA DI MOLLIER AL POSTO CHE $p \cdot v = R \cdot T$:





NOI DIREMO CHE:

$\rho \cong \text{cost} \Leftarrow$ LIQUIDO

$\dfrac{d\rho}{\rho} \cong 0$

$X = \dfrac{m_{VAP}}{m_{TOT}} \rightarrow$ TITOLO DEL VAPORE

• ENTALPIA

SE HO 2 PROPR. TERMODIN. INTENSIVE POSSO DEFINIRE LO STATO DI UN SISTEMA:

$$dh = dh(p,T) = \left.\frac{\partial h}{\partial T}\right|_p dT + \left.\frac{\partial h}{\partial p}\right|_T dp$$

NOI SAPPIAMO CHE: $\left.\dfrac{\partial h}{\partial T}\right|_p = c_p$

PENSANDO AD UNA TRASFORMAZ. DOVE:

$$C = \frac{dQ}{dT} = \text{COST}$$

ALLORA L'EVOLUZIONE SI DICE "$\boxed{\text{POLITROPICA}}$"

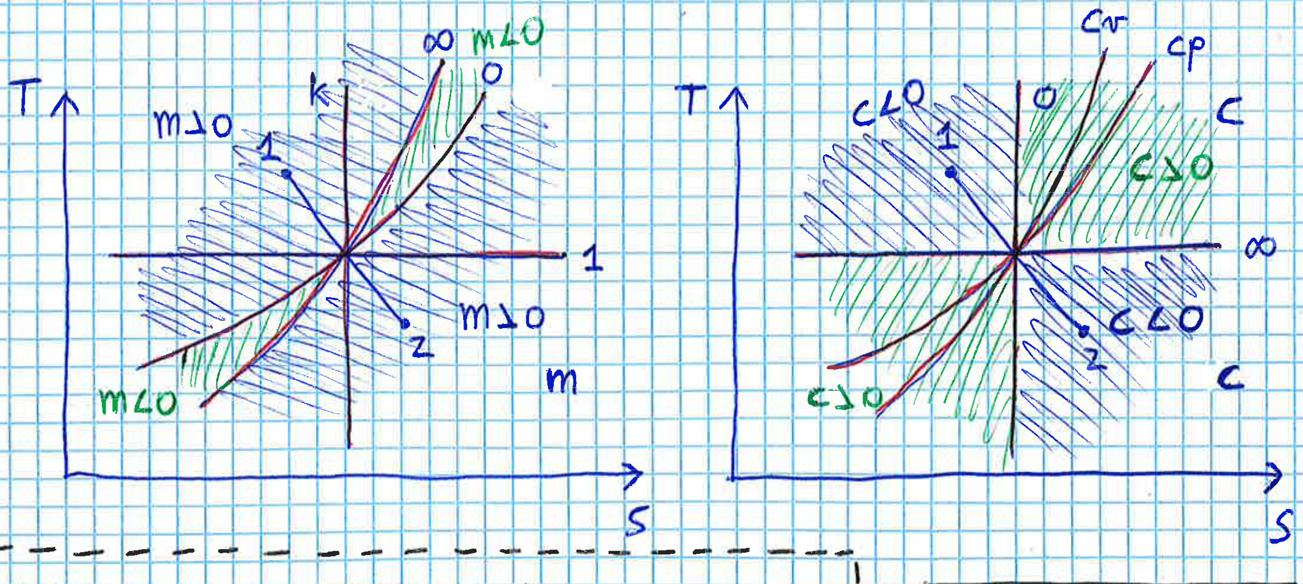
QUEST'EVOLUZIONE POSSIEDE UNA LEGGE DEL TIPO: $p \cdot v^{m} = \text{COST}$

DOVE: $m = \dfrac{c_p - C}{c_v - C}$

QUESTA TRASFORMAZ. PARTE DA 1 E ARRIVA IN 2 MA IN REALTA' NON ESISTE $\Rightarrow$ LA USO SE NON MI INTERESSA QUELLO CHE SUCCEDE TRA LO STATO 1 E 2:

$$m \Longrightarrow p_1 v_1^{m} = p_2 v_2^{m}$$

CONSIDERANDO ORA 2 DIAGRAMMI T-S E ANALIZZANDO ALCUNE TRASFORMAZIONI:



TRASF.		m	c
ISOTERMA	$T = \text{COST}$	1	∞
ISOENTROPICA	$S = \text{COST}$	$k = c_p/c_v$	0
ISOCORA	$v = \text{COST}$	∞	c_v
ISOBARA	$p = \text{COST}$	0	c_p

$$\boxed{T\,dS = dQ = c\,dT}$$

LA GRANDEZZA B SARÀ:

$$B_s = \int_{V_s} \rho\, b\, dV_s \qquad b \Rightarrow B \text{ RIFERITO ALL'UNITÀ DI MASSA} \Rightarrow \left[\frac{B}{Kg \cdot m^3}\right]$$

LA VARIAZ. NEL TEMPO DI QUESTA GRANDEZZA SARÀ CONNESSA AD UNA DERIVATA LAGRANGIANA:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_s} \rho\, b\, dV_s$$

INTRODUCENDO ORA LA PRODUZIONE VOLUMICA E SUPERFICIALE DI B:

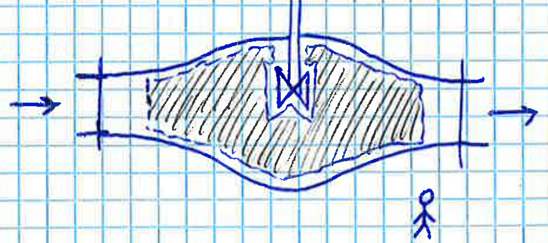
$$\boxed{\frac{D}{Dt} \int_{V_s} \rho\, b\, dV_s = \int_{V_s} \dot{\pi}_v\, dV + \int_{S_s} \dot{\vec{\pi}}_s \cdot \vec{n}\, dS}$$

$S \rightarrow$ SISTEMA

PRENDO SOLO QUELLO CHE ENTRA DENTRO

QUALUNQUE GRAND. CHE SI CONSERVA IN UN SISTEMA CHE ADOTTA UN PUNTO DI VISTA LAGRANGIANO SARÀ UNA SOLUZ. DELL'EQUAZ. PRECEDENTE

ADOTTANDO UN $\boxed{\text{PUNTO DI VISTA EULERIANO}}$:



(*) LA DERIVATA È QUELLA LEGATA ALLA VARIAZ. VISTA DA UN OSSERVATORE ESTERNO AL VOLUME DI CONTROLLO

ALL'ISTANTE INIZIALE t : $B_{Vc}(t) = B_s(t)$ → B DEL SISTEMA

QUI LA VARIAZ. NEL TEMPO DI B È DATA DA:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_{cv}} \rho\, b\, dV = \overset{(*)}{\frac{\partial}{\partial t}} \int_{V_{cv}} \rho\, b\, dV + \int_{S_{cv}} \vec{F} \cdot \vec{n}\, dS$$

$\vec{F}$ → FLUSSO DI B

SE LA GRANDEZZA B E' VETTORIALE "SI ALZA TUTTO DI UN GRADO" (es. I VETTORI DIVENTANO TENSORI ...)

- CONSERVAZIONE MASSA

$$B \Longrightarrow \rho = \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

(SI RICORDA CHE B E' UNA GRANDEZZA RIFERITA ALL'UNITA' DI VOLUME)

$\dot{\vec{\Pi}}_V = 0 \Longrightarrow$ LAVOISIER

$\dot{\vec{\Pi}}_S = 0 \Longrightarrow$ LE MOLECOLE NON NASCONO IN SUPERF.

NELL' APPROCCIO LAGRANGIANO, QUINDI:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V_S} \rho \, dV = 0 \Longrightarrow \boxed{\frac{DM}{Dt} = 0}$$

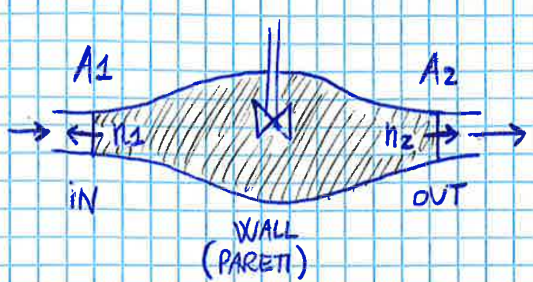
NELL' APPROCCIO EULERIANO, INVECE:

$$\boxed{\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_{CV}} \rho \, dV}_{\text{COME LA MASSA VARIA NEL VOLUME DI CONTROLLO}} + \underbrace{\int_{S_{CV}} \rho \vec{c} \cdot \vec{n} \, dS}_{\text{COME LA MASSA ENTRA O ESCE}} = 0}$$

(EQUAZ. DI CONTINUITA')

PONENDOCI IN CONDIZIONI DI FLUSSO STAZIONARIO, NELL' EULERIANO:

$$\int_{S_{CV}} \rho \vec{c} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$



QUESTO INTEGRALE LO POSSO DIVIDERE IN 3 PARTI: IN, OUT, WALL

• CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO

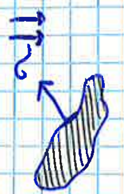
$$\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$$

$$B \Rightarrow \frac{m}{V}\vec{c} = \rho\vec{c}$$

LA QUANTITÀ DI MOTO DI UN SISTEMA PUÒ VARIARE SOLO GRAZIE ALL'AZIONE DI FORZE:

$$\dot{\vec{\Pi}}_V = \rho\vec{g} \quad \text{(GRAVITÀ)}$$

$$\dot{\vec{\vec{\Pi}}}_S = \vec{\vec{\sigma}} \quad \text{(TENSORE DELLE TENSIONI)}$$



DA UN PUNTO DI VISTA LAGRANGIANO, QUINDI:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V_S}\rho\vec{c}\,dV = \underbrace{\int_{V_S}\rho\vec{g}\,dV}_{\text{FORZA PESO}} + \underbrace{\int_{S_S}\vec{\vec{\sigma}}\cdot\vec{n}\,dS}_{\text{RISULTANTE DELLE FORZE DI SUPERFICIE}}$$

DUNQUE:

$$\boxed{\frac{D}{Dt}\int_{V_S}\rho\vec{c}\,dV = \vec{W}_S + \sum\vec{F}_{e_S}}$$

$$\vec{\vec{\sigma}} = -p\vec{\vec{I}} + \vec{\vec{\tau}}$$

SECONDO UN APPROCCIO EULERIANO, INVECE:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_{CV}}\rho\vec{c}\,dV}_{\text{TERMINE NULLO IN CASO STAZIONARIO}} + \underbrace{\int_{S_{CV}}\rho\vec{c}\,\vec{c}\cdot\vec{n}\,dS}_{\text{TERMINE LEGATO AL FLUSSO DELLA QUANTITÀ DI MOTO}} = \underbrace{\int_{V_{CV}}\rho\vec{g}\,dV}_{\vec{W}_{CV}} + \underbrace{\int_{S_{CV}}\vec{\vec{\sigma}}\cdot\vec{n}\,dS}_{\sum\vec{F}_{e\,CV}}$$

DUNQUE:

$$\boxed{G(\vec{c_2}-\vec{c_1}) + p_1 A_1 \vec{n_1} + p_2 A_2 \vec{n_2} = \vec{W}_{cv} + \vec{F_w}}$$

VALIDA IN STAZIONARIO UNIDIREZIONALE

QUESTA EQUAZ. E' UTILE SE VOGLIO CALCOLARE $\vec{F_w}$, OVVERO LA FORZA SCAMBIATA TRA FLUIDO E PARETI.

• CONSERVAZ. DEL MOMENTO DELLA QDM

$$B \Rightarrow \frac{1}{V}(m\vec{r}\wedge\vec{c}) \Rightarrow \vec{r}\wedge\rho\vec{c}$$

CONSIDERANDO I MOMENTI DI FORZE, ANZICHÉ LE FORZE COME PRIMA:

$$\dot{\vec{\Pi}}_v = \vec{r}\wedge\rho\vec{g}$$

$$\dot{\vec{\Pi}}_s = \vec{r}\wedge\vec{\tau}$$

DUNQUE, SECONDO UN APPROCCIO LAGRANGIANO:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V_s}\vec{r}\wedge\rho\vec{c}\,dV = \int_{V_s}\vec{r}\wedge\rho\vec{g}\,dV + \int_{S_s}\vec{r}\wedge\vec{\tau}\,dS$$

(SI RICORDA CHE: $\frac{d\vec{K_0}}{dt} = \vec{M_0}$)

$$\frac{D}{Dt}\int_{V_s}\vec{r}\wedge\rho\vec{c}\,dV = \vec{r_G}\wedge\vec{W_s} + \Sigma\vec{T_{es}}$$

TORQUE

SECONDO UN APPROCCIO EULERIANO, INVECE:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_{cv}}\vec{r}\wedge\rho\vec{c}\,dV + \int_{S_{cv}}\vec{r}\wedge\rho\vec{c}\;\vec{c}\cdot\vec{n}\,dS = \int_{V_{cv}}\vec{r}\wedge\rho\vec{g}\,dV + \int_{S_{cv}}\vec{r}\wedge\vec{\tau}\cdot\vec{n}\,dS$$

TERMINE NULLO IN CASO STAZIONARIO

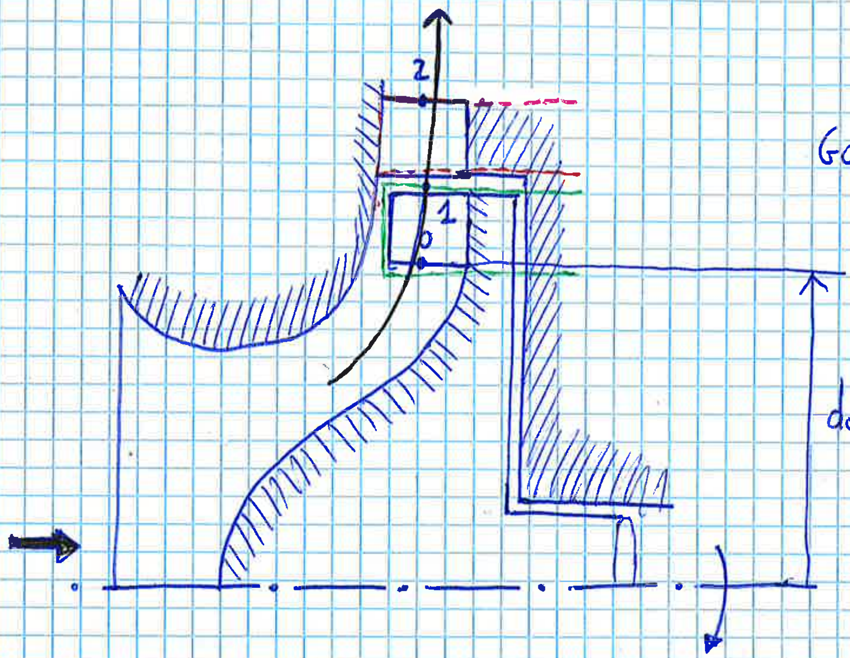
TERMINE LEGATO AL FLUSSO DEL MOMENTO DELLA QDM

DUNQUE:

$$\boxed{G = \rho_i \pi d_i l_i \cdot c_{ia}}$$

QUI LA COMPONENTE MERIDIANA E' QUELLA ASSIALE!

③ MACCHINE RADIALI



$G_0 = G_1 = G_2 = cost$

$$G = \rho_0 A_0 c_{0m} = \rho_1 A_1 c_{1m} = \rho_2 A_2 c_{2m}$$ DOVE:

$$A_0 = \varepsilon_0 \pi d_0 l_0 \qquad A_1 = \varepsilon_1 \pi d_1 l_1 \qquad A_2 = \varepsilon_2 \pi d_2 l_2$$

DUNQUE:

$$\boxed{G = \rho_i \pi \cdot d_i \cdot l_i \cdot c_{ir}}$$

QUI LA COMPONENTE MERIDIANA E' QUELLA RADIALE

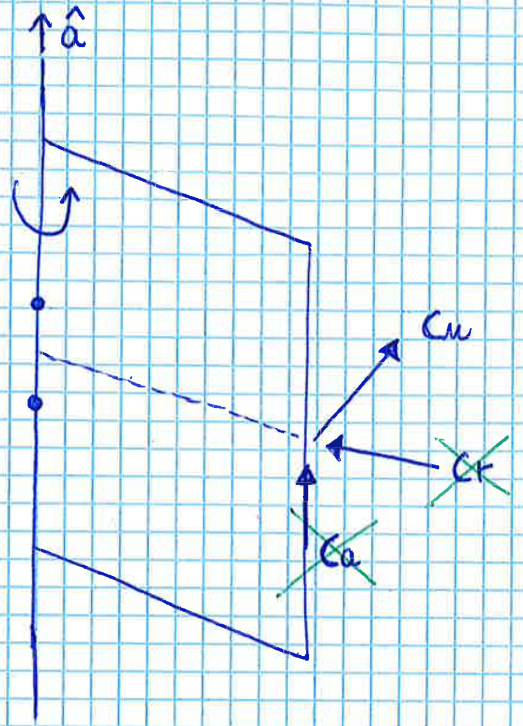
② MACCHINE MISTE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 622

$$\boxed{G\left(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}\right) = M_a}$$

QUESTA RELAZ. CONSENTE DI VALUTARE L'ENTITÀ DELLA COPPIA SCAMBIATA TRA IL FLUIDO E GLI ORGANI DELLA MACCHINA!

POICHÉ :



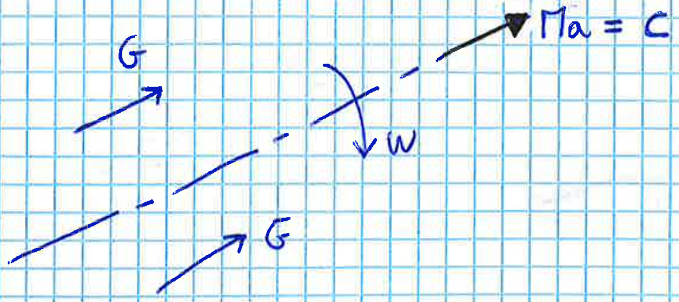
QUANDO VOGLIO APRIRE UNA PORTA, I CONTRIBUTI RADIALI E ASSIALI NON GENERANO ALCUN MOMENTO: RESTA SOLO IL CONTRIBUTO DI Cu!

$$\vec{C} = \cancel{\vec{C_a}} + \cancel{\vec{C_r}} + \vec{C_u}$$

$$\Downarrow$$

PROIETTANDO LA VELOCITÀ SULL'ASSE RIMANE SOLO $\vec{C_u}$!

RAGIONANDO SULLA POTENZA SCAMBIATA DAL FLUIDO:



$$P = C \cdot W = \dot{L}_i = L_i \cdot G \Rightarrow L_i = \frac{C \cdot W}{G} \Rightarrow$$

$$L_i = \cancel{G}\left[r_2 c_{u2} - r_1 \cdot c_{u1}\right] \cdot W \cdot \frac{1}{\cancel{G}} \Rightarrow L_i = u_2 c_{u2} - u_1 \cdot c_{u1}$$

FORMULA DI EULERO

COME CONVENZIONE, PER AVERE UN LAVORO TECNICO POSITIVO:

IN PRATICA, PRENDO UN FLUSSO E LO RALLENTO IN MODO STAZIONARIO, SENZA ALTERARE IL SUO CONTENUTO ENERGETICO.

FARE I CONTI CON LE GRANDEZZE O CON LE GRANDEZZE TOTALI SARA' PERTANTO LA STESSA COSA, CON LA DIFFERENZA CHE LE ESPRESSIONI SI SEMPLIFICANO NOTEVOLMENTE CON LE GRANDEZZE TOTALI A CAUSA DELL'ASSENZA DEL TERMINE CINETICO.

ANALITICAMENTE, LE PROPRIETA' TOTALI SONO CORRELATE ALLE PROPRIETA' DELLA CORRENTE DALLE SEGUENTI RELAZIONI:

$$h^\circ = h + \frac{c^2}{2}$$

$$p^\circ = p\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \qquad \left(M = \frac{c}{c_s}\right)$$

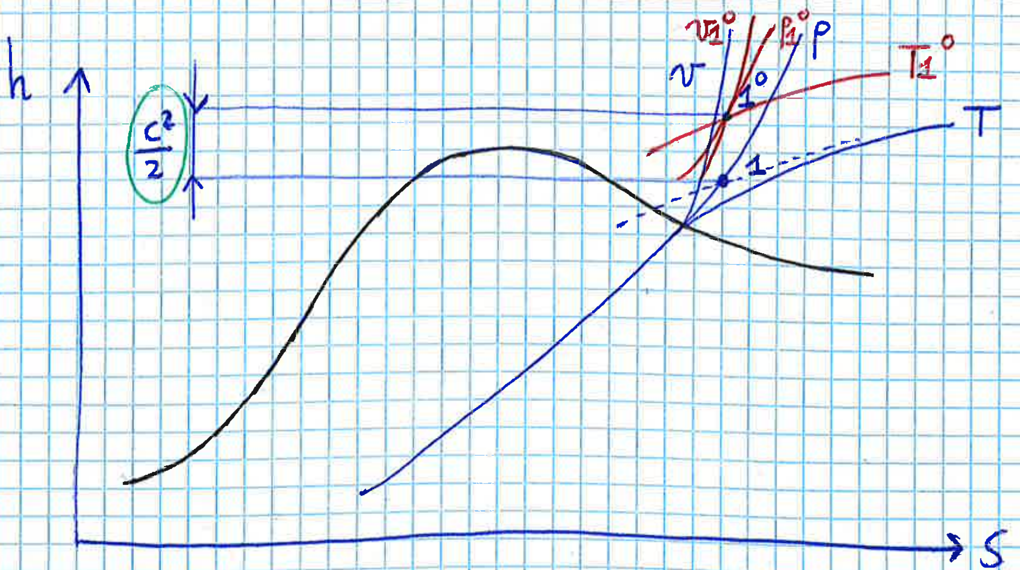
$$v^\circ = v\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{1-k}}$$

$$\rho^\circ = \rho\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$T^\circ = T + \frac{c^2}{2c_p}$$

$\Rightarrow$ VALIDA SOLO PER UN GAS PERFETTO!

SE NON ABBIAMO UN FLUIDO PERFETTO SI UTILIZZA IL DIAGRAMMA DI MOLLIER:



LE GRANDEZZE SI LEGGONO GRAFICAMENTE!

PER LA CONTINUITÀ:

CONDOTTI RETTILINEI

$$G = \rho A c_m = \text{cost} \qquad \text{DOVE: } \boxed{c_m = c}$$

LA COMPONENTE MERIDIANA DELLA VELOCITÀ È LA VELOCITÀ IN SÉ

DIFFERENZIANDO:

$$\frac{dG}{G} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{dA}{A} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{dc}{c}}$$

L'EVOLUZ. DEL FLUIDO SARÀ QUINDI CONNESSA ALLA VARIAZ. DI SEZIONE!

SI RICORDA CHE: $dE_c = d\left(\frac{c^2}{2}\right) = c\,dc$

PER LA CONSERVAZ. DELL'ENERGIA (1° PRINCIPIO):

$$\cancel{dQ_e} + \cancel{dL_i} = dh + dE_{c,g,\cancel{w}}$$

L'ENERGIA POTENZIALE PUÒ ESSERE TRASCURATA COME VARIAZIONE.
INFATTI, RAGIONANDO CON LA CONSERVAZ. DELL'ENERGIA MECCANICA:

$$dL_i = v\,dp + dE_{c,g,w} + dL_w$$

RAGIONANDO SUGLI ORDINI DI GRANDEZZA:

$$v\,dp = \frac{dp}{\rho} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\rho}$$

$$dE_g = g\,dz \Rightarrow g\,\Delta z$$

ENORME PER UNA MACCHINA

SUPPONENDO UN $\Delta z \cong 100\,m$: $\quad g\,\Delta z \cong 1000\ \frac{J}{kg}$

PER AVERE LO STESSO CONTRIBUTO NUMERICO QUANTO DEV'ESSERE Δp?

$$\frac{\Delta p}{\rho} \cong 1\,000\ \frac{J}{kg} \qquad \Delta p \cong 1\,000\ \frac{J}{kg}\cdot \rho_{GAS} \cong 1\,000\ Pa$$

ANALIZZIAMO ORA IL PROBLEMA DI UN FLUIDO CHE ACCELERA, OVVERO PONIAMOCI IN UN $\boxed{\text{UGELLO}}$:

$$\frac{dc}{c} > 0$$

ALL'INIZIO SICURAMENTE: $M < 1$ QUINDI:

$$\boxed{\frac{dc}{c} > 0 \wedge M < 1} \Longrightarrow \boxed{\frac{dA}{A} < 0 \wedge \frac{dp}{p} < 0}$$

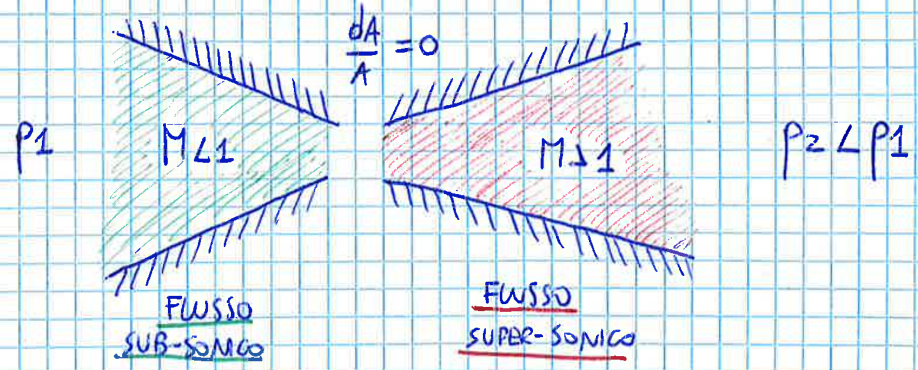
CONDOTTO CONVERGENTE

QUANDO IL $M > 1$, ALLORA:

$$\boxed{\frac{dc}{c} > 0 \wedge M > 1} \Longrightarrow \boxed{\frac{dA}{A} > 0 \wedge \frac{dp}{p} < 0}$$

CONDOTTO DIVERGENTE

COMPLESSIVAMENTE:



VEDIAMO ORA IL CASO DEL $\boxed{\text{DIFFUSORE}}$, DISPOSITIVO AVENTE IL COMPITO DI DECELERARE UN FLUIDO:

$$\frac{dc}{c} < 0$$

SUPPONENDO DI PARTIRE CON UN $M > 1$, ALLORA:

$$\boxed{\frac{dc}{c} < 0 \wedge M > 1} \Longrightarrow \boxed{\frac{dA}{A} < 0 \wedge \frac{dp}{p} > 0}$$

ORA, AL POSTO DI PARTIRE DA 1 POSSO PARTIRE DA 1° (POICHÉ I 2 STATI HANNO LO STESSO CONTENUTO ENERGETICO):

$$\int_{1^\circ}^{1} v\,dp + \frac{c^2 - \cancel{c_{1^\circ}^2}}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{c^2}{2} = \int_{1^\circ}^{1} v\,dp \longrightarrow$$ QUESTO INTEGRALE LO SAPPIAMO CALCOLARE!

INFATTI, ESSENDO: $dQe = 0 \wedge dLw = 0 \Rightarrow dS = 0 \Rightarrow \boxed{\text{evoluz. isoentropica!}}$

LA TRASFORMAZ., DUNQUE, SEGUE LA LEGGE: $p \cdot v^k = \text{cost}$

RISOLVENDO L'INTEGRALE QUELLO CHE SI OTTIENE È:

$$c = \sqrt{2\,\frac{k}{k-1}\,p_{1^\circ} v_{1^\circ}\left[1 - \left(\frac{p}{p^\circ}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$$

ESSENDO L'EVOLUZ. ISOENTROPICA:

$$\rho = \rho_{1^\circ}\left(\frac{p}{p_{1^\circ}}\right)^{1/k}$$

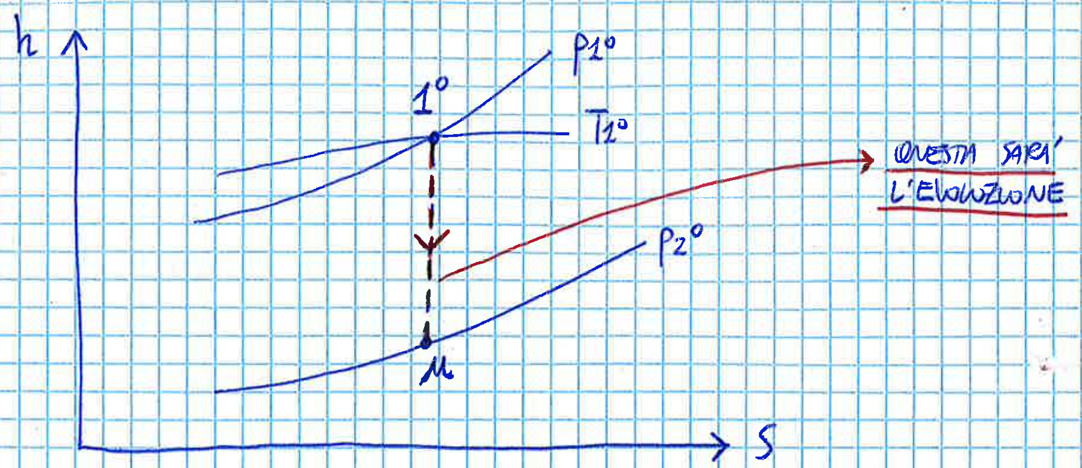
PERTANTO LA PORTATA $G = \rho A c$ SARÀ PARI A:

$$\boxed{G = A\sqrt{2\,\frac{k}{k-1}\,p_{1^\circ}\rho_{1^\circ}\left[\left(\frac{p}{p_{1^\circ}}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_{1^\circ}}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}}$$

VOLENDO ORA SCRIVERE L'EQUAZ. UTILIZZANDO NUMERI ADIMENSIONATI:

$$\frac{G\sqrt{p_{1^\circ}\cdot v_{1^\circ}}}{A\,p_{1^\circ}} = \sqrt{2\,\frac{k}{k-1}\left[\left(\frac{p}{p_{1^\circ}}\right)^{2/k} - \left(\frac{p}{p_{1^\circ}}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

L'EVOLUZ. CHE VOGLIO E' QUELLA CON PERDITE $\boxed{L_W = 0}$:



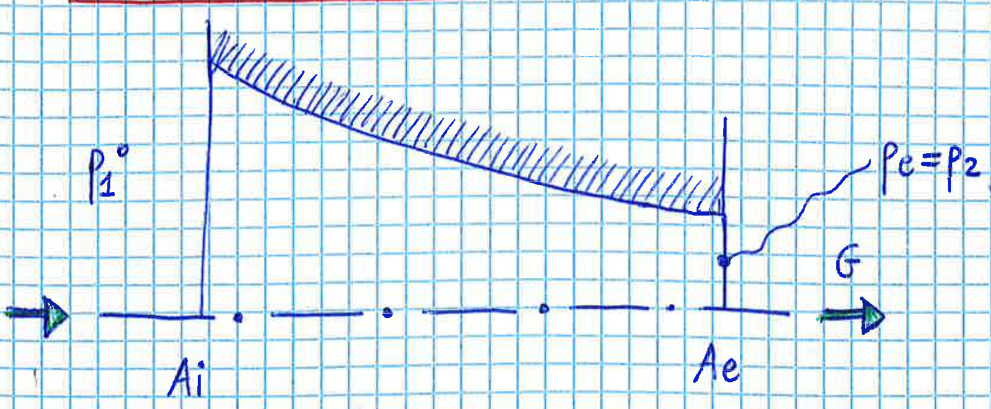
IN BASE AL VALORE DELLA P_2 POTRO' AVERE UGELLI SOLO CONVERGENTI (SUB-SONICI) OPPURE UGELLI CONVERGENTI - DIVERGENTI (SUPER-SONICI).

IN PROGETTO, DUNQUE, LA PRIMA COSA CHE FARO' SARA' CALCOLARE :

$$\left(\frac{P_2}{P_{1°}}\right)$$

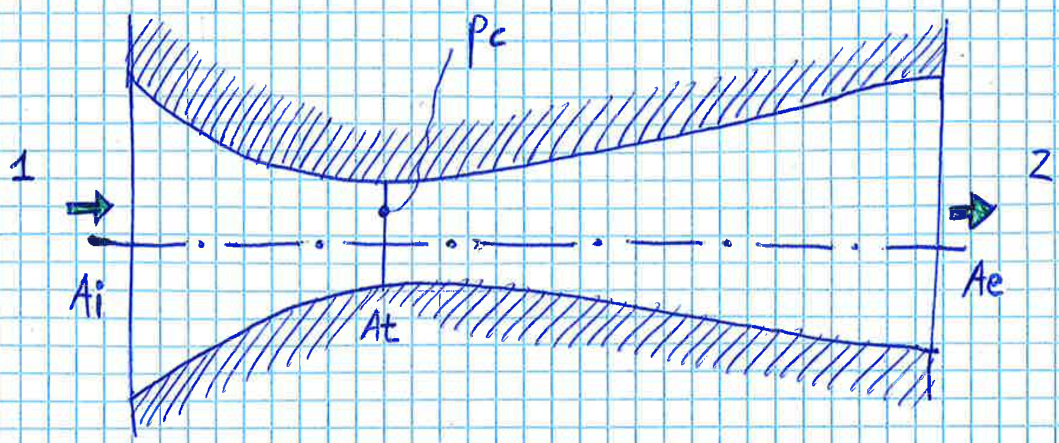
SE QUESTO RAPPORTO E' :

$$\boxed{\left(\frac{P_2}{P_{1°}}\right) \geq \left(\frac{P}{P_{1°}}\right)_{CR}} \Rightarrow \text{UGELLO CONVERGENTE}$$



SE IL FLUIDO ARRIVA A PRESSIONE PIU' ALTA ESEGUE UN'ESPANSIONE ASSOLUTAMENTE INDESIDERATA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 622



LA SEZIONE DI INGRESSO E' SEMPRE PARI A:

$$\boxed{A_i = \frac{G}{\rho_1 c_1}}$$

IL PROFILO DELL'UGELLO E' FRUTTO DELL'ESPERIENZA DEL COSTRUTTORE!

LA SEZIONE DI USCITA, INVECE:

$$\boxed{A_e = \frac{G}{\sqrt{2\frac{k}{k-1} p_1^0 \rho_1^0 \left[\left(\frac{p_2}{p_1^0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1^0}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}}}$$

VOGLIAMO CALCOLARE LA SEZIONE DI GOLA:

$$G = A_t \sqrt{2\frac{k}{k-1} p_1^0 \rho_1^0 \left[\left(\frac{p_c}{p_1^0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_c}{p_1^0}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$

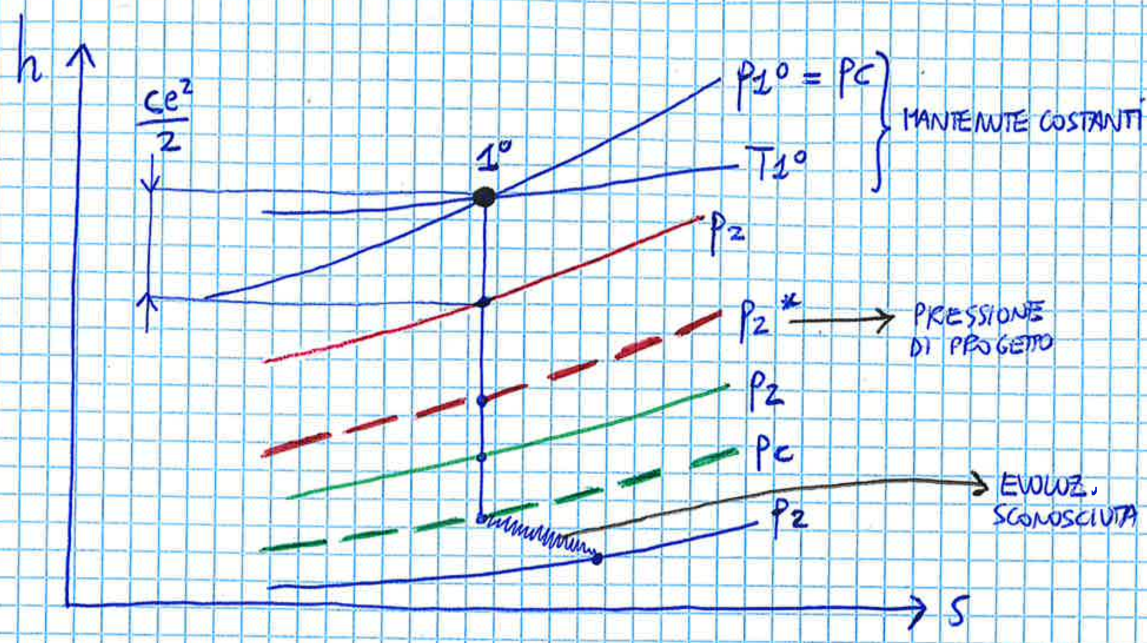
MA: $\left(\frac{p_c}{p_1^0}\right) = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ DUNQUE, SI OTTIENE CHE:

$$G = A_t \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} p_1^0 \cdot \rho_1^0} \Longrightarrow$$

$$\boxed{A_t = \frac{G}{\sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} p_1^0 \cdot \rho_1^0}}}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 622

CONSIDERANDO ANCHE UN DIAGRAMMA $h-s$:



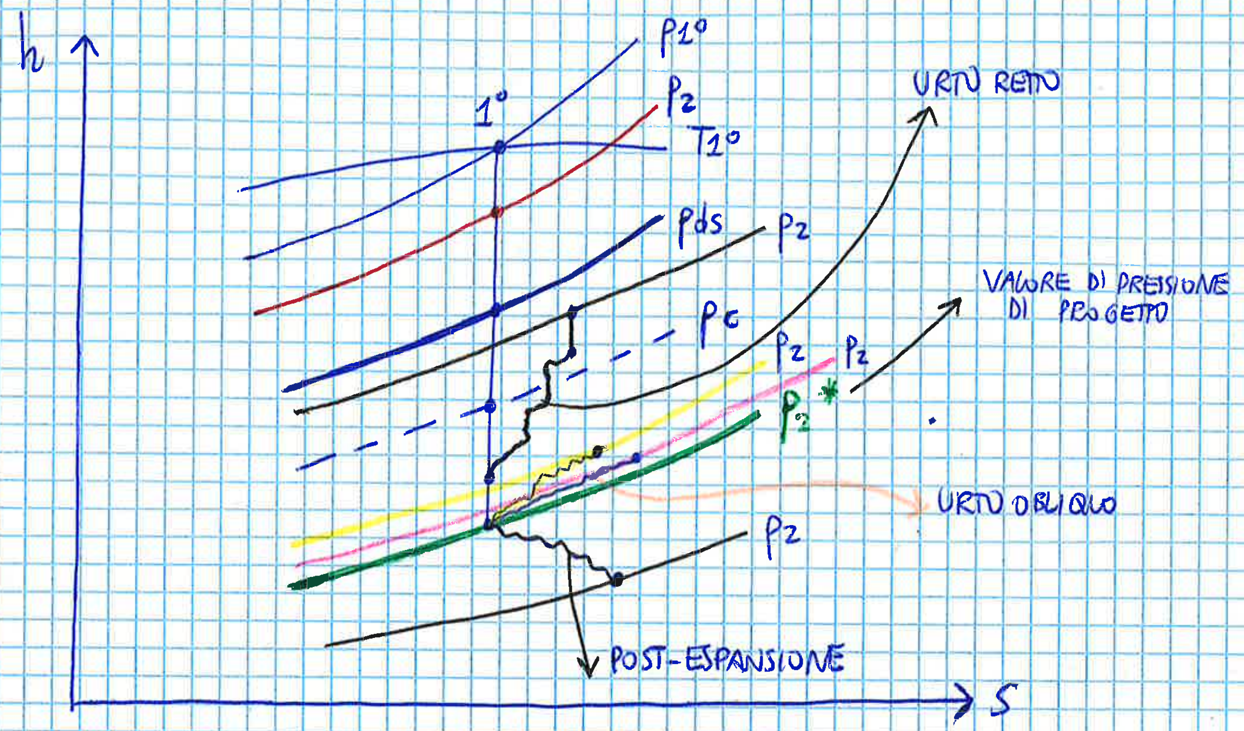
MANTENENDO COSTANTI LE CONDIZ. DI MONTE, ANDRÒ A VEDERE COSA ACCADE VARIANDO LE CONDIZ. DI VALLE.

- VALVOLA CHIUSA $\Rightarrow p_2 = p_{1°} \Rightarrow$ NON PASSA PORTATA $\Rightarrow \Delta p = 0$
- $p_2^* < p_2 < p_{1°} \Rightarrow$ "FUNZIONAMENTO STANDARD"
- $p_c < p_2 < p_2^* \Rightarrow$ "FUNZIONAM. STANDARD"
- $p_2 = p_c \Rightarrow M = 1$
- $p_2 < p_c \Rightarrow$ L'INFORMAZ. NON RIESCE PIÙ A PASSARE $\Rightarrow$ IL FLUIDO ARRIVA SULLA PORTA DI USCITA SENZA CONOSCERE LA SUA PRESSIONE. SE NE ACCORGE SOLO ALL'ULTIMO $\Rightarrow$ BAM!

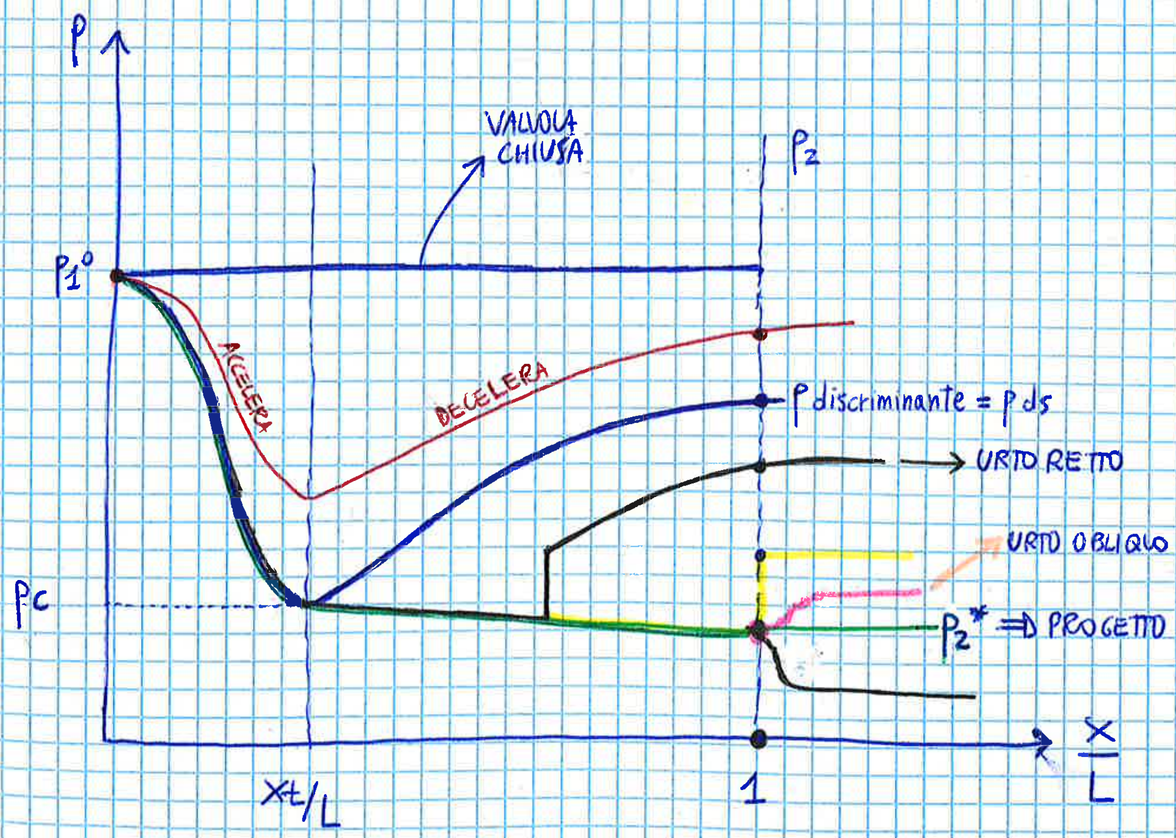
NEL TRATTO DI DESTRA L'UGELLO SI COMPORTA IN MODO ISOENTROPICO, NEL TRATTO DI SINISTRA L'UGELLO CONDUCE AD UN'EVOLUZIONE CHE PORTA CON SÉ DELLE IRREVERSIBILITÀ:

TRATTO SINISTRA	TRATTO DESTRA
ESPANSIONE SONICA NON-ISOENTROPICA (PRODUZ. DI IRREVERSIBILITÀ)	ESPANSIONE SUB-SONICA ISOENTROPICA

CONSIDERANDO UN DIAGRAMMA h-s:

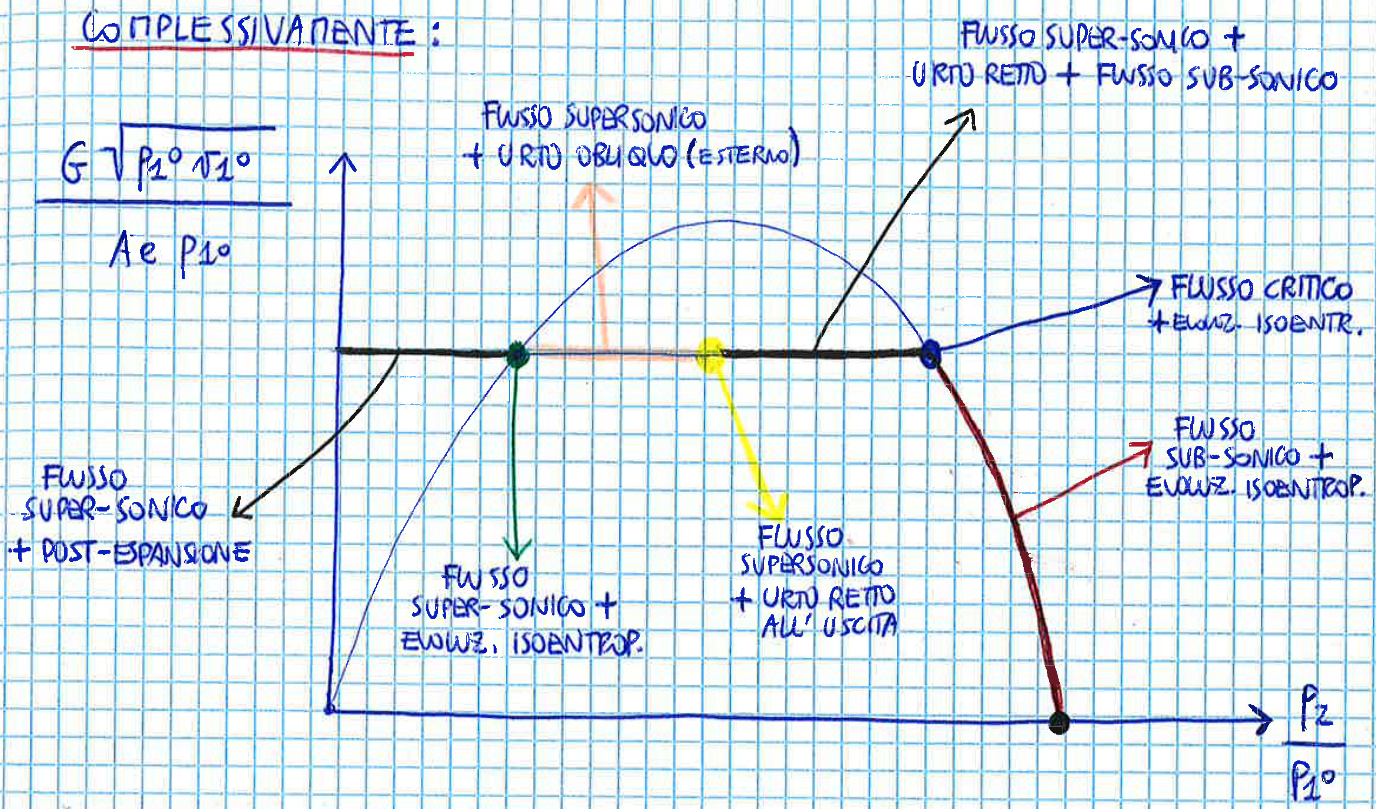


ED UN DIAGRAMMA p VS $\frac{x}{L}$:



- $p_2 < p_2^*$ $\Rightarrow$ IL FLUIDO, ARRIVATO ALLA PORTA D'USCITA SI ACCORGE CHE C'È UNA PRESSIONE PIÙ BASSA DELLA p_2 DUNQUE SI ESPANDE NELL'AMBIENTE DI VALLE.

COMPLESSIVAMENTE:



LUN 10 OTT

ABBIAMO VISTO CHE NEGLI UGELLI LE $\boxed{\text{IPOTESI}}$ ADOTTATE PREVEDEVANO:

- $Q_e = 0$
- $L_w = 0$

L'IPOTESI DI $L_w = 0$ È ASSOLUTAM. IDEALE $\Rightarrow$ PER RICONDURCI AD UN CASO REALE FACCIAMO RIFERIMENTO AD ALCUNI COEFFICIENTI:

$$\boxed{\varphi = \frac{C_{OUT\ REALE}}{C_{OUT\ IDEALE\ (ISOENTR.)}}}$$

"C" $\Rightarrow$ VELOCITÀ ASSOLUTA (UGELLO FERMO)

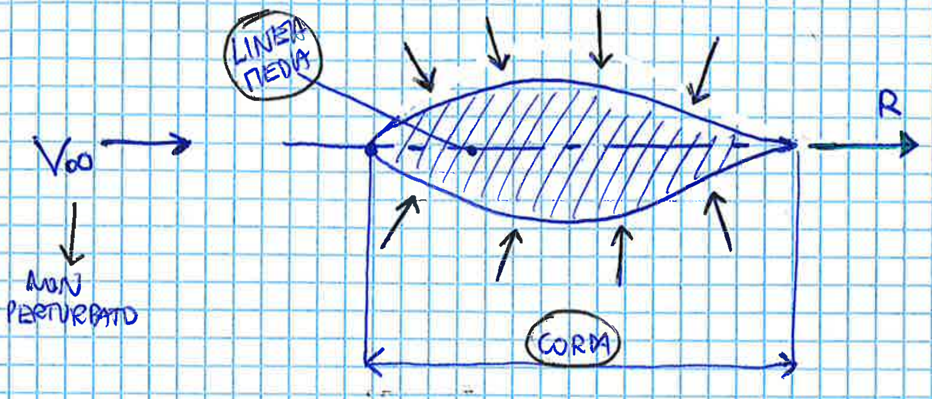
$$\boxed{\psi = \frac{W_{OUT\ REALE}}{W_{OUT\ IDEALE\ (ISOENTR.)}}}$$

"W" $\Rightarrow$ VELOCITÀ RELATIVA (UGELLO NON FISSO)

• TRIANGOLI DI VELOCITA'

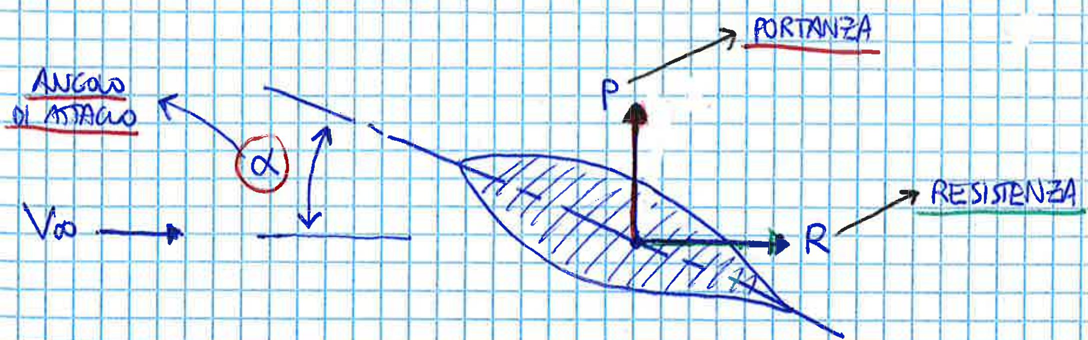
LE MACCHINE CHE NOI VEDREMO POSSIEDONO DELLE PALETTE, AVENTI DEI PROFILI ALARI (SIMILI ALLE APPLICAZ. AERONAUTICHE).

CONSIDERANDO UN "FOGLIO" CON DEL MATERIALE DISTRIBUITO SU DI ESSO IN MODO SIMMETRICO REALIZZIAMO UN PROFILO ALARE:



ESSENDO SIMMETRICA LA DISTRIBUZ. DI PRESSIONI QUI IL PROFILO NON SI MUOVE!

SE INCLINO IL PROFILO CON UN CERTO "ANGOLO DI ATTACCO" NASCE UNA COMPONENTE DI PORTANZA, CHE TENDE A FAR MUOVERE IL PROFILO:



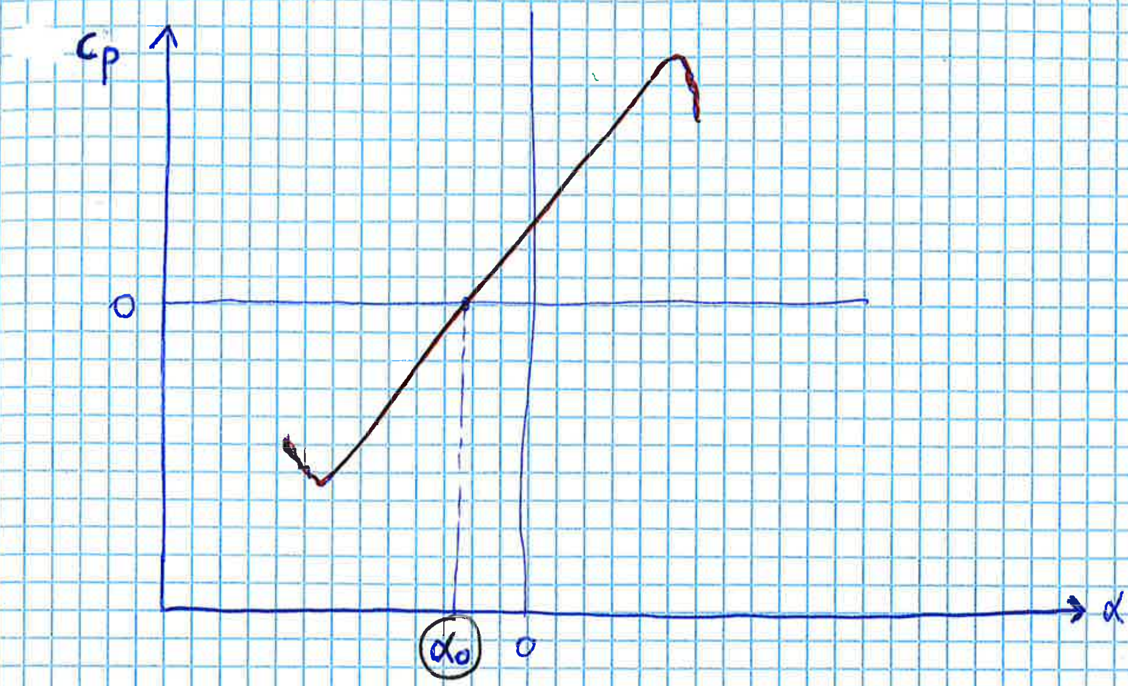
DEFINIAMO COME "PORTANZA" e "RESISTENZA":

$$R = \frac{1}{2} \rho S V_\infty^2 C_R$$ → COEFF. DI RESISTENZA

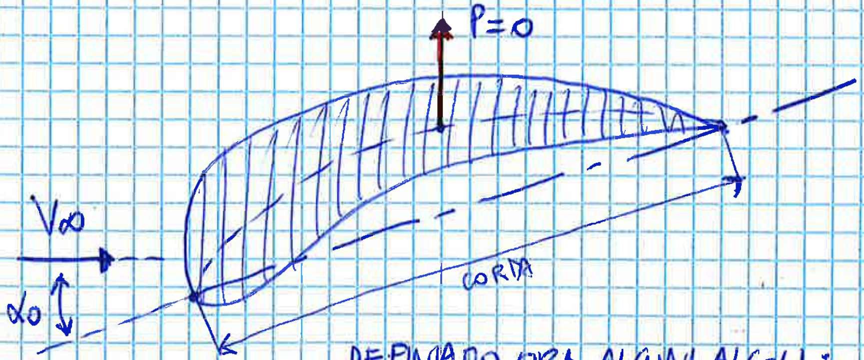
$$P = \frac{1}{2} \rho S V_\infty^2 C_P$$ → COEFF. DI PORTANZA

GLI ANDAMENTI DI C_P e C_R IN FUNZ. DI α SONO:

IN QUESTO CASO :



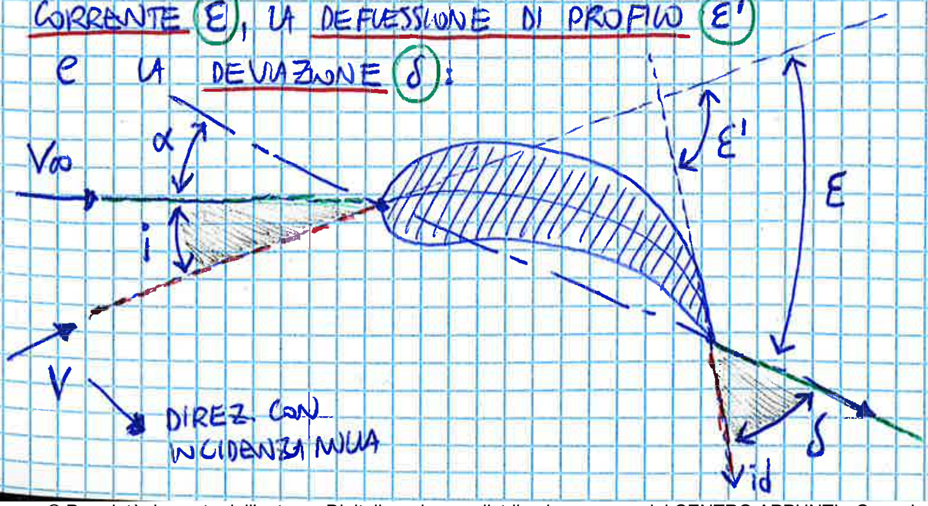
α_0 È QUEL PARTICOLARE ANGOLO CHE MI RESTITUISCE UNA PORTANZA NULLA :



DEFINIAMO ORA ALCUNI ALCOLI :

L' ANGOLO DI INCIDENZA i, LA DEFLESSIONE DELLA CORRENTE ε, LA DEFLESSIONE DI PROFILO ε' e LA DEVIAZIONE δ :

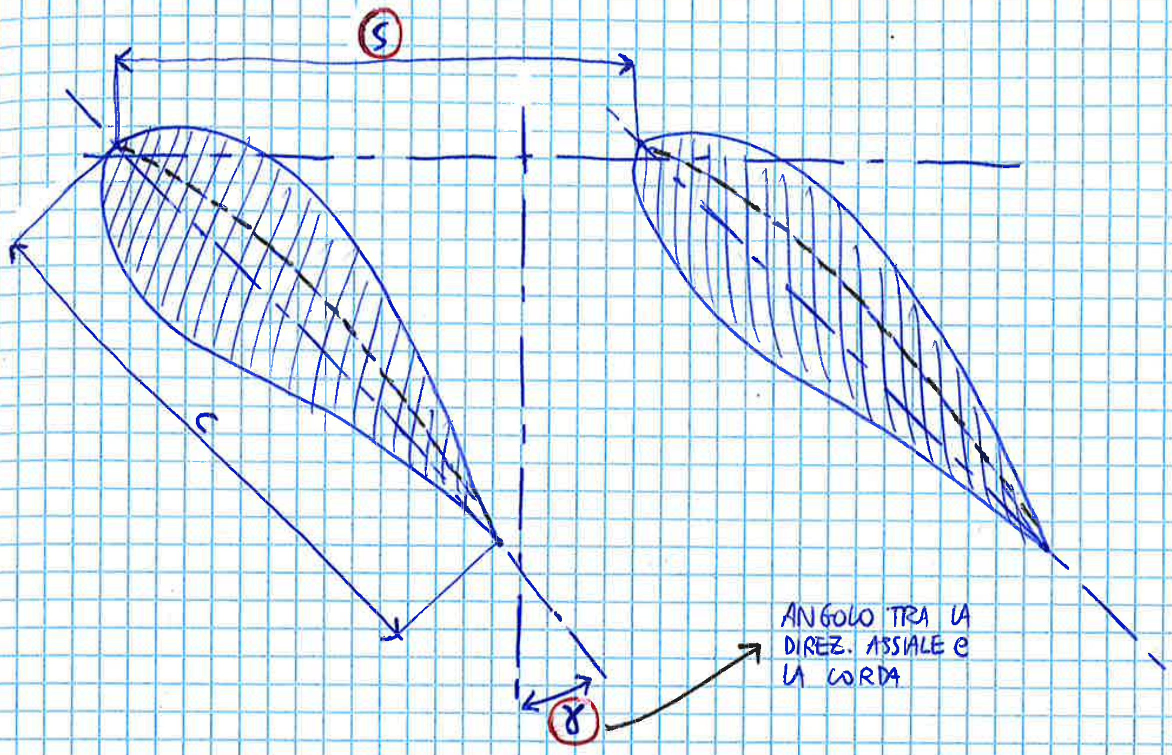
IN REALTA' NON E' PROPRIO COSI' MA PER NOI VA BENE



QUANDO SIAMO IN PROGETTO NOI DIREMO CHE L'INCIDENZA E' NULLA! SARA' NULLA ANCHE LA DEVIAZIONE !

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 622

GLI STUDI TEORICI UTILIZZANO DUNQUE COME MODELLO UNA CERTA "SCHIERA DI PALETTE":

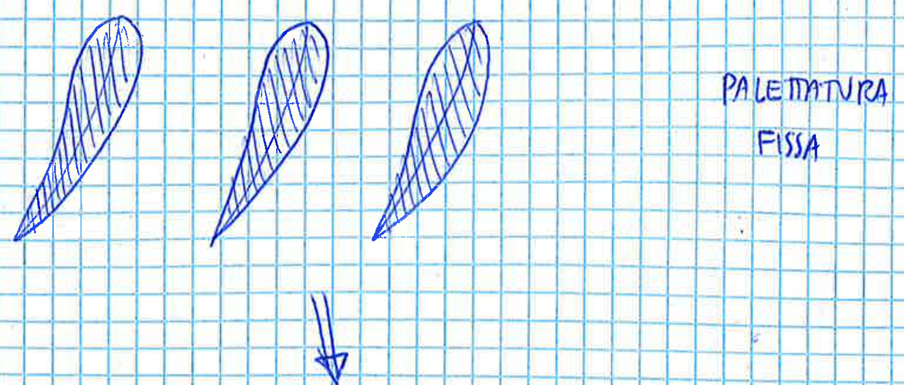


DUE SCHIERE SONO DISTINGUIBILI L'UNA DALL'ALTRA PER IL CALETTAMENTO γ E PER IL PASSO S E PIÙ NELLO SPECIFICO PER LA "SOLIDITÀ":

$$\sigma = \frac{C}{S} \qquad \left(\text{NELLE TURBOMACCHINE } \sigma \cong 1\right)$$

MER 12 OTT

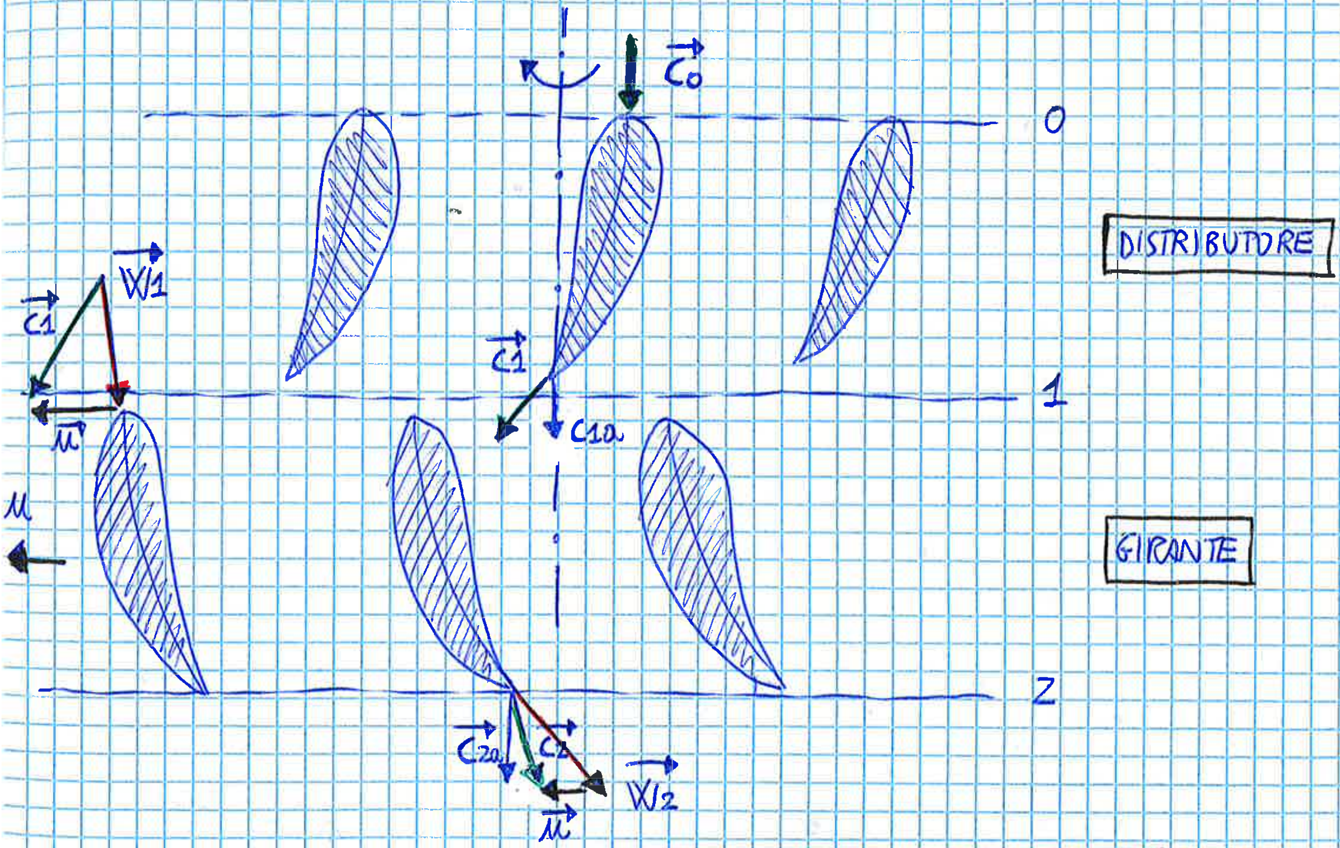
CONSIDERIAMO UNA SUCCESSIONE DI PALETTE FISSE E MOBILI:



IN PROGETTO : $\begin{cases} \text{INCIDENZA TRASCURABILE } (I \cong 0) \\ \text{DEVIAZIONE TRASCURABILE } (\delta \cong 0) \end{cases}$

FUORI PROGETTO : $\begin{cases} \text{INCIDENZA NON TRASCURABILE } (I \neq 0) \\ \text{DEVIAZIONE TRASCURABILE } (\delta \cong 0) \end{cases}$

ANDIAMO ORA A DISEGNARE I TRIANGOLI DI VELOCITÀ IN PROGETTO :



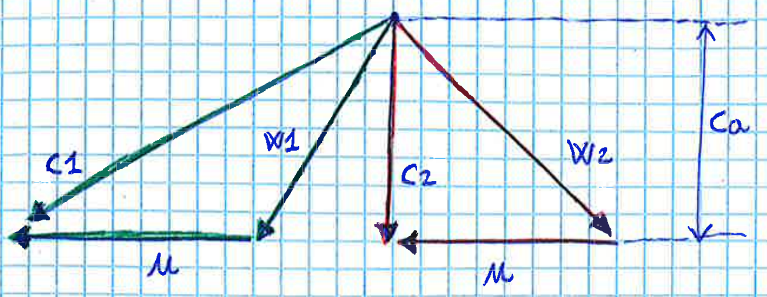
VETTORIALMENTE, NOI ABBIAMO CHE : $\boxed{\vec{C} = \vec{u} + \vec{W}}$

I 2 TRIANGOLI SONO PARZIALMENTE INDIPENDENTI POICHÉ VANNO SEMPRE SODDISFATTE LA CONTINUITÀ, IL PRIMO PRINCIPIO ecc...

PER LA CONTINUITÀ : $\boxed{G = \rho_1 A_1 C_{1a} = \rho_2 A_2 C_{2a}}$ DOVE : $(A = \varepsilon \pi d l)$

RIPORTANDO I 2 TRIANGOLI SULLO STESSO PIANO :

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 622



FORMULA DI EULERO:

$$\boxed{L_i = u\,(c_{u1} - c_{u2})}$$

CONVENZ. MACCHINE MOTRICI

DA QUESTO TRIANGOLO DEDUCIAMO CHE:

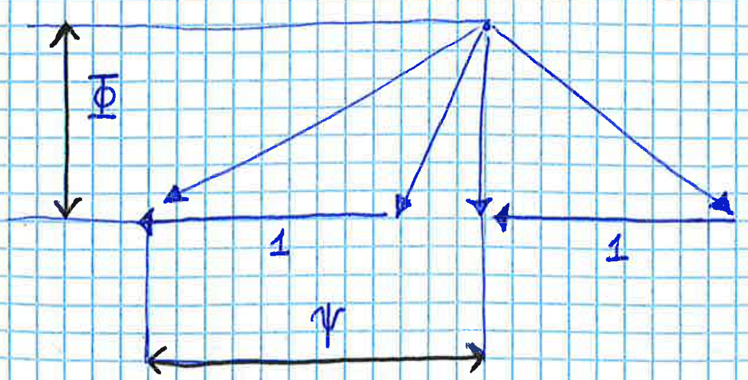
- LA MACCHINA E' ASSIALE ($u = \text{cost}$ POICHÉ $d = \text{cost}$)
- MACCHINA MOTRICE ($L_i > 0$ CONVENZ. MACCH. MOTRICI)
- C_a, INOLTRE, FORNISCE DELLE "INDICAZ." RIGUARDO LA PORTATA

DEFINIAMO ORA DEI COEFF. CHE SI RELAZION. CON LE VELOCITÀ:

$$\boxed{\Phi = \frac{C_a}{u}}$$ COEFF. DI PORTATA

$$\boxed{\Psi = \frac{L_i}{u^2}}$$ COEFF. DI LAVORO (O PRESSIONE)

RIDISEGNANDO IL TRIANGOLO DI VELOCITÀ E DIVIDENDO LE GRANDEZZE PER u:



I TRIANGOLI DI VELOCITÀ CON STESSO Φ e Ψ SONO SIMILI!

APPLICANDO IL PRIMO PRINCIPIO TRA $\boxed{0 \longrightarrow 2}$:

$$-L_i = h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + \cancel{g(z_2 - z_0)} \qquad \text{(CONVENZ. MACCH. MOTRICI)}$$

$$L_i = h_0^0 - h_2^0 = -\Delta h^0$$

TRASCURAB. PER GLI AERIFORMI

CONSIDERANDO ORA IL ROTORE $\left(\boxed{1 \longrightarrow 2}\right)$:

$$-L_i = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \cancel{g(z_2 - z_1)} \qquad \text{(OSSERVAT. ASSOLUTO)}$$

$$0 = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \cancel{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2}} + \cancel{g(z_2 - z_1)} \qquad \text{(OSSERVAT. SOLIDALE ALLA GIRANTE)}$$

STIAMO CONSIDERANDO UN CASO IN CUI u = COST

DUNQUE:

$$L_i = -\Delta h_r - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \Rightarrow \Delta h_r = -L_i - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

PERTANTO IL GRADO DI REAZIONE LO POSSIAMO SCRIVERE COME:

$$R = \frac{-L_i - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}}{-L_i} = 1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2L_i} \Rightarrow$$

$$= 1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2u(c_{u1} - c_{u2})} \Rightarrow \text{INTRODUCENDO LE COMPONENTI } c_a, c_u \text{ e } c_r \text{ DELLA VELOCITA'} \Rightarrow$$

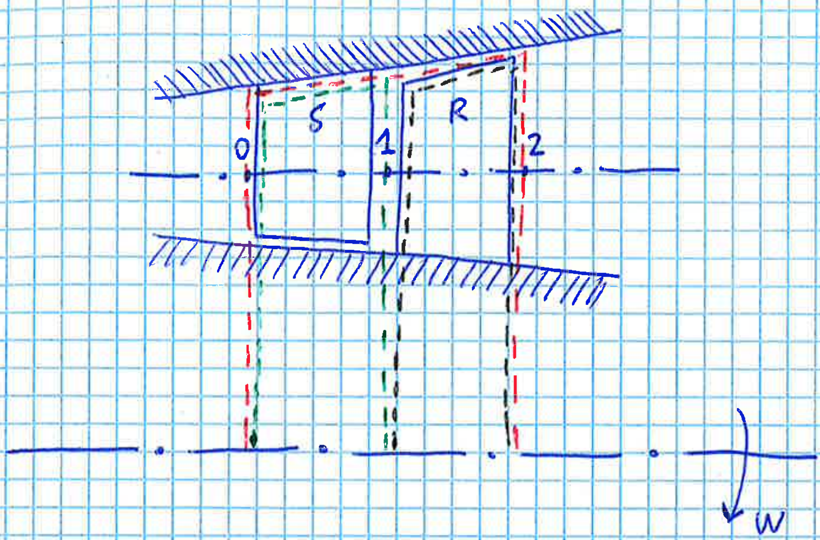
$$= 1 + \cancel{\frac{c_{a2}^2 - c_{a1}^2}{2u(c_{u1} - c_{u2})}} + \frac{c_{u2}^2 - c_{u1}^2}{2u(c_{u1} - c_{u2})} + \cancel{\frac{c_{r2}^2 - c_{r1}^2}{2u(c_{u1} - c_{u2})}}$$

MACCHINA ASSIALE

MACCHINA ASSIALE (VEL. RADIALE TRASCURABILE)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 622

SCRIVENDO IL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA CON UN DIFFERENTE VOLUME DI CONTROLLO, ANDIAMO A TROVARE UN'ALTRA ESPRESSIONE DI L_i:



$0 \to 2$ $$Qe_{0\to2} - L_i = h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + g(z_2 - z_0)$$

$0 \to 1$ $$Qe_{0\to1} = h_1 - h_0 + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2} + g(z_1 - z_0)$$

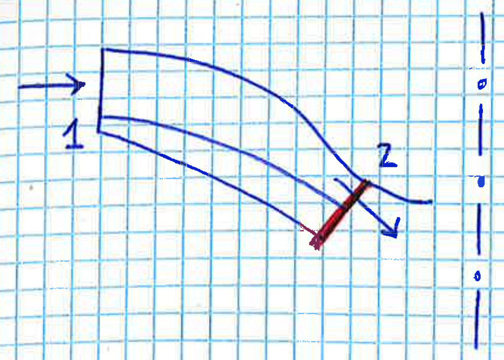
$1 \to 2$
$$\begin{cases} \text{ASS} \quad Qe_{1\to2} - L_i = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \\ \text{REL.} \quad Qe_{1\to2} = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \end{cases}$$

MATEMATICAMENTE:

$$h_2 - h_0 = h_2 - h_1 + h_1 - h_0$$

$$h_1 - h_0 = Qe_{0\to1} - \frac{c_1^2 - c_0^2}{2} - g(z_1 - z_0)$$

$$h_2 - h_1 = Qe_{1\to2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - g(z_2 - z_1)$$



TUTTAVIA, SE LA MACCHINA E' SOLO CENTRIPETA INSORGE UN PROBLEMA: POICHE' LA SEZ. UTILE AL PASSAGGIO DEL FLUIDO DIMINUISCE E POICHE' IN UNA TURBINA ρ DIMINUISCE ANCH'ESSA, PER LA CONTINUITA' DOVREI AVERE UNA SEZIONE TROPPO GRANDE! $\Rightarrow$ NON RIESCO A COSTRUIRLA!

PER QUESTO MOTIVO IN UNA MACCHINA RADIALE A VAPORE AVRO' NECESSARIAMENTE BISOGNO ANCHE DI QUALCHE "PEZZO" CENTRIFUGO SENNO' IL VAPORE NON CI STAREBBE NELLA MACCHINA.

STESSA COSA AVVIENE PER LE MACCHINE OPERATRICI: QUI VOGLIO CHE $u_2 > u_1$ $\Rightarrow$ DUNQUE QUESTE MACCHINE DEVONO ESSERE CENTRIFUGHE!

COMPLESSIVAMENTE:

- MACCHINE MOTRICI $\Rightarrow$ LAYOUT CENTRIPETI
- MACCHINE OPERATRICI $\Rightarrow$ LAYOUT CENTRIFUGHI

} IN QUESTO MODO MINIMIZZO LE PERDITE, MIGLIORANDO I RENDIMENTI

UTILIZZANDO IL GRADO DI REAZIONE CINEMATICO (R) DIMOSTRIAMO LA SUA DIPENDENZA DA QUANTITA' ESCLUSIVAMENTE CINETICHE:

$$R = \frac{\Delta h_R}{\Delta h^0} = \frac{\Delta h_R}{-L_i}$$

$\boxed{1 \rightarrow 2}$ OSSERV. ASSOLUTO $\quad -L_i = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \Delta h_R + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$

$\boxed{1 \rightarrow 2}$ OSSERV. RELATIV. $\quad 0 = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$

IL GRADO DI REAZ. E' QUINDI:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 622

$$F_{c,ri} = \int_{ri}^{re} \omega^2 r \rho_{ACC} A\, dr = \rho_{ACC} \cdot \omega^2 \int_{ri}^{re} r A(r)\, dr$$

ESSENDO: $\int_{ri}^{re} r A(r)\, dr = K A_{ri} \int_{ri}^{re} r\, dr$ $\quad K \Rightarrow$ COEFF. DI RASTREMAZIONE $(0{,}5 \div 1)$

$$K = \frac{\int_{ri}^{re} r A(r)\, dr}{A_{ri} \int_{ri}^{re} r\, dr} = \text{COST}$$

DUNQUE:

$$F_{c,ri} = \rho_{ACC}\, \omega^2 K A_{ri} \frac{re^2 - ri^2}{2} = \rho_{ACC}\, \omega^2 K A_{ri} \underbrace{\frac{(re+ri)}{2}}_{R_m} \cdot \underbrace{\frac{(re-ri)}{2}}_{\ell}$$

$$= \rho_{ACC}\, u^2 \frac{1}{R_M} \cdot K \cdot A_{ri} \cdot \ell$$

$$= \rho_{ACC} \cdot 2 \cdot K \cdot A_{ri} \frac{\ell}{D_m} \cdot u^2$$

QUESTO RAPPORTO PUÒ VARIARE POCO: $0{,}01 \div 0{,}4$

CONSIDERANDO ORA LA SOLLECITAZIONE:

$$\sigma_{c,ri} = \frac{F_{c,ri}}{A_{ri}} = \boxed{2 \rho_{ACC} K \frac{\ell}{D_M}} \cdot u^2 < \sigma_{max}$$

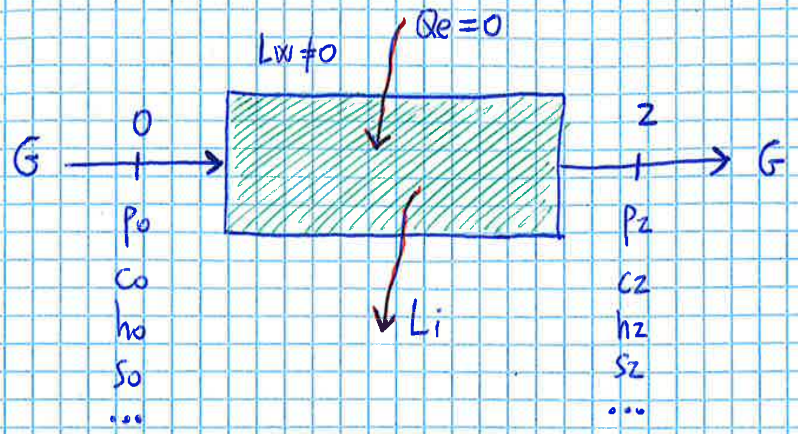
SU QUESTI CI POSSIAMO FARE POCO

PER NON ROMPERE LA MACCHINA:

$u_{max} = 350 \div 400 \frac{m}{s}$

DEVO PERTANTO SEMPRE TENER CONTO CHE LA VELOCITA' PERIFERICA NON PUÒ SUPERARE I $350 - 400 \frac{m}{s}$, PENA LA ROTTURA DELLA MACCHINA STESSA!

- MACCHINE MOTRICI:



SE IL FLUIDO E' COMPRIMIB. $g\Delta z \cong 0$

PPT $0 \rightarrow 2$

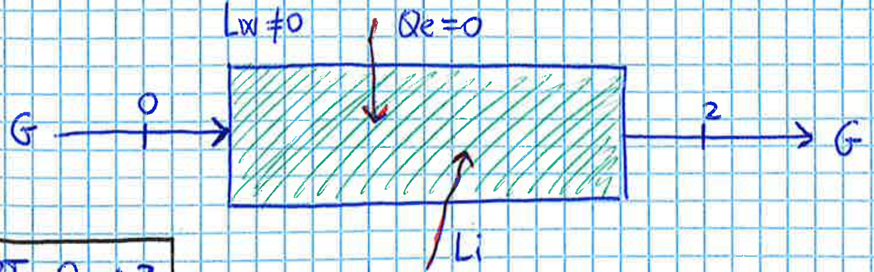
$$\cancel{Q_e} - L_i = h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + \cancel{g(z_2 - z_0)} \Rightarrow L_i = h_0^\circ - h_2^\circ$$

CEFM

$$-L_i = \int_0^2 v\,dp + \Delta E_{c,g} + L_w \Rightarrow \text{SE IL FLUIDO E' INCOMPRIMIBILE} \Rightarrow$$

$$-L_i = \frac{\Delta p}{\rho} + \Delta E_{c,g} + L_w \Rightarrow L_i = -g\,\Delta H^\circ - L_w = g(H_0^\circ - H_2^\circ) - L_w$$

- MACCHINE OPERATRICI:



SE IL FLUIDO E' COMPRIMIBILE $g\Delta z \cong 0$

PPT $0 \rightarrow 2$

$$\cancel{Q_e} + L_i = h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + \cancel{g(z_2 - z_0)} \Rightarrow L_i = h_2^\circ - h_0^\circ$$

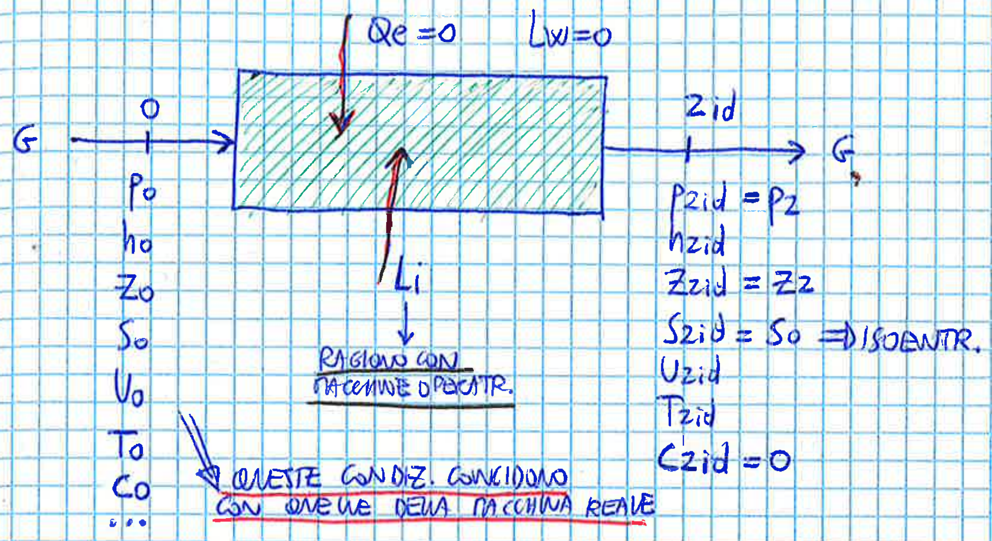
CEFM

$$L_i = \int_0^2 v\,dp + \Delta E_{c,g} + L_w \Rightarrow \text{SE IL FLUIDO E' INCOMPRIMIBILE} \Rightarrow$$

$$L_i = \frac{\Delta p}{\rho} + \Delta E_{c,g} + L_w \Rightarrow L_i = g\,\Delta H^\circ + L_w \Rightarrow L_i = g(H_2^\circ - H_0^\circ) + L_w$$

TORNIAMO ORA A PARLARE DI $\boxed{\text{MACCHINE IDEALI}}$, ANDANDO A CAPIRE LA DIFFERENZA CON LE MACCHINE REALI:

- MACCHINA ADIABATICA CON $E_{c2} = 0$



MACCHINA IDEALE

$\Downarrow$

$L_w = 0$

VOGLIAMO CHIARAMENTE LAVORARE CON LO STESSO Δp E CON LO STESSO Δz PER FARE UN CONFRONTO COERENTE!

NELLA MACCHINA REALE L' E_{c2} VIENE TOTALMENTE DISSIPATA POICHÉ IL FLUIDO ALL'USCITA HA ANCORA UNA CERTA VELOCITÀ.

SECONDO IL PRIMO PRINCIPIO:

$$L_{i_{Id}} + \cancel{Q_e} = \Delta h + \Delta E_{c,g} \Rightarrow$$

$$L_{i_{Id}} = h_{2,id} - h_0 + \frac{\cancel{c_{2,id}^2} - c_0^2}{2} + g\,(\overset{z_2}{z_{2id}} - z_0) \Rightarrow$$

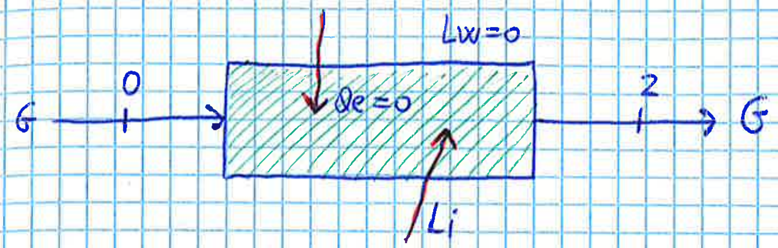
$$L_{i,id} = h_{2,id} - h_0 - \frac{c_0^2}{2} + g\,(z_2 - z_0) = h_{2,id} - h_0^{\,0} + \cancel{g\,(z_2 - z_0)}$$

SUPPONIAMO DI AVERE UN FLUIDO COMPRIMIBILE

GRAFICAMENTE:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 622

• MACCHINA ADIABATICA CON $E_{c2,id} = E_{c2}$



IN QUESTA MACCHINA IDEALE ALLO SCARICO, LA VELOCITA' DEL FLUIDO NON NULLA SI SUPPONE CHE VENGA SFRUTTATA IN QUALCHE MODO ⇒ NON COSTITUIRA' QUINDI UNA PERDITA.

FORMALMENTE, QUI SI DICE CHE E_{c2} E' COMPLETAM. RECUPERATA.

SECONDO IL PRIMO PRINCIPIO:

$$L_{i,id} + Q_e = h_{2,is} - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + \cancel{g(z_2 - z_0)}$$

SUPPONIAMO DI AVERE UN FLUIDO COMPRIMIBILE

PONENDO: $L_{i(H)} = L_{i,id}$:

$$L_{i(H)} = h_{2,is} - h_0^0 + \frac{c_2^2}{2}$$

IL RENDIM. ASSOCIATO SARA' QUINDI:

$$\boxed{\eta_{(H)} = \frac{h_{2,is} - h_0^0 + \frac{c_2^2}{2}}{h_2^0 - h_0^0}} \Rightarrow$$

RENDIM. ISOENTR. MACCH. OPERATR. (O RENDIM. TOTAL TO TATAL)

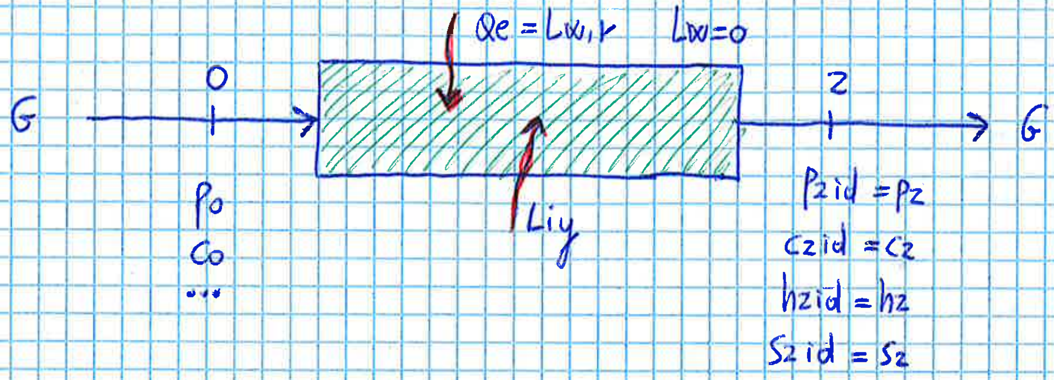
$$\boxed{\eta_{(H)} = \frac{h_0^0 - h_2^0}{h_0^0 - h_{2,is} - \frac{c_2^2}{2}}} \Rightarrow$$

RENDIM. ISOENTR. MACCH. MOTRICI (O RENDIM. TOTAL TO TOTAL)

GRAFICAMENTE:

• MACCHINA POLITROPICA

QUESTA MACCHINA IDEALE ($L_w = 0$) NON E' ADIABATICA, BENSÌ DIABATICA ($Q_e = L_{w\,\text{macchina reale}} \Rightarrow$ RICEVE LO STESSO CALORE CHE SI SVILUPPA PER ATTRITO NELLA MACCHINA REALE; CHIARAMENTE SECONDO 2 MECCANISMI DIFFERENTI):



I PARAMETRI IN USCITA DEL FLUIDO DI QUESTA MACCHINA SONO UGUALI A QUELLI DELLA MACCHINA REALE! L'UNICA DIFFERENZA E' DOVUTA ALLO SCAMBIO TERMICO: UNO E' DOVUTO ALLE IRREVERSIBILITÀ, L'ALTRO ALLA SOMMINISTRAZ. DI CALORE.

APPLICANDO IL PRIMO PRINCIPIO:

$$L_i + Q_e = \Delta h + \Delta E_{c,g} \Rightarrow$$

$$L_{iy} + L_{wr} = h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + g(z_2 - z_0) \quad \text{MA:}$$

$$h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + g(z_2 - z_0) = L_r \quad \text{DUNQUE:}$$

$$L_{iy} = L_{ir} - L_{wr} \qquad \text{POICHÉ: } L_{wr} = L_w$$

$$\boxed{L_{iy} = L_i - L_w} \quad \text{(MACCH. OPERATRICE)}$$

L'ATTRITO C'È SOLO PER LA MACCHINA REALE DUNQUE NON HA SENSO DISTINGUERE TRA L_{wr} E L_w!

PER UNA MACCHINA MOTRICE, INVECE:

$$\boxed{L_{iy} = L_i + L_w}$$

PERTANTO, PASSANDO AI RENDIMENTI:

$$\boxed{\eta_y = \frac{L_i}{g H_u} = \frac{L_i}{L_i + L_w}}$$

(MACCH. MOTRICI + FLUIDI INCOMPRIMIB.)

$$\boxed{\eta_y = \frac{g H_u}{L_i} = \frac{L_i - L_w}{L_i}}$$

(MACCH. OPERATR. + FLUIDI INCOMPRIMIB.)

IN BASE ALLA MACCHINA: $L_{iy} = L_i \pm L_w$

STIAMO QUINDI PARLANDO DI FLUIDI COMPRIMIB.

RICAVIAMO ORA UN'ESPRESSIONE DI η_y, FUNZIONE DI m:

- MACCH. OPERATR.

$$L_i = h_2^0 - h_0^0 = h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} = c_p (T_2 - T_0) + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} \Rightarrow$$

$$= \frac{k}{k-1} R T_0 \left[\left(\frac{T_2}{T_0} \right) - 1 \right] + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2}$$

PER L'EVOLUZ. DELLA POLITROPICA: $p \cdot v^m = cost \Rightarrow p \left(\frac{RT}{p} \right)^m = cost \Rightarrow$

$$p^{1-m} \cdot T^m = cost \Rightarrow \frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \beta^{\frac{m-1}{m}}$$

DUNQUE:

$$L_i = \frac{k}{k-1} R T_0 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2}$$

PASSANDO DALLA CONSERVAZ. DELL'ENERGIA MECCANICA:

$$L_{iy} = \int_0^2 v\,dp + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + \cancel{L_w} = \int_0^2 p_0^{1/m} \cdot v_0 \cdot \frac{dp}{p^{1/m}} + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} \Rightarrow$$

$$= p_0^{1/m} \cdot v_0 \cdot \left[\frac{p^{-1/m+1}}{1 - 1/m} \right]_0^2 + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} = \frac{m}{m-1} p_0^{1/m} \cdot v_0 \left[p_2^{\frac{m-1}{m}} - p_0^{\frac{m-1}{m}} \right] + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2}$$

RIASSUMENDO LE FORMULE VISTE FINORA PER LA MACCHINA POLITROPICA:

MACCHINE OPERATRICI

$$\eta_y = \frac{L_{iy}}{L_i} = \frac{L_i - L_w}{L_i}$$ → SEMPRE VALIDA

$$\eta_y = \frac{L_{iy}}{L_i} = \frac{g H_u}{L_i} \quad \text{CON} \quad H_u = H_2^0 - H_1^0$$ → PER FLUIDI INCOMPRIMIB.

$$\eta_y = \frac{L_{iy}}{L_i} = \frac{\frac{m}{m-1} R T_0 \left[\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2}}{\frac{k}{k-1} R T_0 \left[\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2}}$$ → PER FLUIDI COMPRIMIB.

$$\eta_y = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{k-1}{k}$$ → PER FLUIDI COMPRIMIB. CON $\Delta E_c = 0$

MACCHINE MOTRICI

$$\eta_y = \frac{L_i}{L_{iy}} = \frac{L_i}{L_i + L_w}$$ → SEMPRE VALIDA

$$\eta_y = \frac{L_i}{L_{iy}} = \frac{L_i}{g H_u} \quad \text{CON} \quad H_u = H_0^0 - H_2^0$$ → PER FLUIDI INCOMPRIMIB.

$$\eta_y = \frac{L_i}{L_{iy}} = \frac{\frac{k}{k-1} R T_2 \left[\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}}{\frac{m}{m-1} R T_2 \left[\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}}$$ → PER FLUIDI COMPRIMIB.

$$\eta_y = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{m-1}{m}$$ → PER FLUIDI COMPRIMIB. CON $\Delta E_c = 0$

DI FATTO INTERPRETO IL LAVORO SUL DIAGRAMMA COME SE FOSSE UN CALORE (SCAMBIATO A p COST):

$$\int_0^2 T\,dS = \int_0^2 dQe + \cancel{dLw} = cp\,(T_2 - T_0) = Li \;!$$

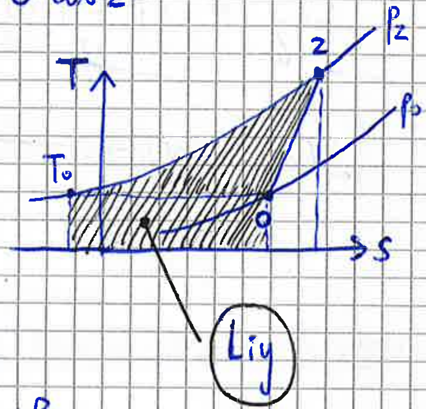
PER QUANTO RIGUARDA Lwi INVECE:

$$\int_0^2 T\,dS = \cancel{\int_0^2 dQe} + \int_0^2 dLw$$

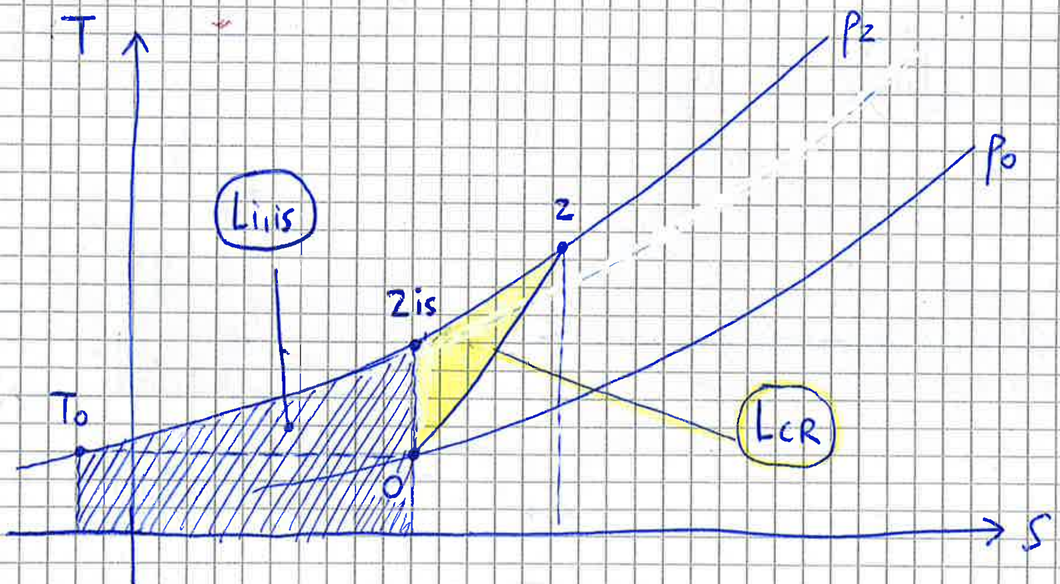
MACCHINA ADIABATICA!

Lw CALCOLATO LUNGO LA POLITROPICA CHE UNISCE O CON 2

DUNQUE: $Liy = Li - Lw$



PER QUANTO RIGUARDA IL LAVORO ISOENTROPICO:



$$L_{i,is} = cp\,(T_{2,is} - T_0) + \cancel{\frac{c_2^2 - c_0^2}{2}} + \cancel{g\,(z_2 - z_0)}$$

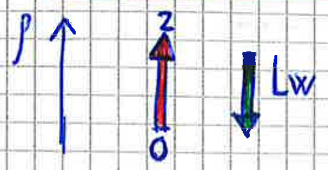
DUNQUE:

$$Liy - L_{i,is} = L_{\text{DI CONTRORECUPERO}}$$

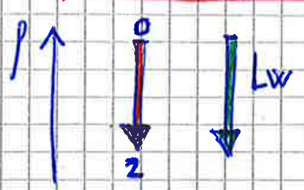
QUANDO NOI PROVIAMO A COMPRIMERE UN FLUIDO COMPRIMIBILE, DOVENDO BILANCIARE GLI EFFETTI DI AUMENTO DI DENSITÀ DEL FLUIDO STESSO, DEVO FORNIRE UN CALORE AGGIUNTIVO.

COMPLESSIVAMENTE :

- NELLE **MACCHINE OPERATRICI** ⇒ IN QUESTE MACCHINE IO VOGLIO COMPRIMERE, QUINDI AUMENTARE LA DENSITA'. L_w MI RISCALDA IL FLUIDO ⇒ DILATAZ. ⇒ ONERE ⇒ L_{CR}.



- NELLE **MACCHINE MOTRICI** ⇒ IN QUESTE MACCHINE VOGLIO ESPANDERE, QUINDI DIMINUIRE LA DENSITA'. L_w MI RISCALDA IL FLUIDO ⇒ DILATAZ. ⇒ VANTAGGIO ⇒ L_R.



SE IL FLUIDO NON VARIA LA DENSITA', INOLTRE, NON ESISTE ALCUNA DIFFERENZA TRA MACCHINA POLITROPICA e MACCHINA ADIABATICA e, QUINDI, TRA RENDIMENTO ISOENTROPICO e RENDIM. POLITROPICO.

QUESTO COMPORTAMENTO SI VERIFICA PER TUTTI I FLUIDI INCOMPRIMIBILI.

TRA IL RENDIM. POLITROPICO e QUELLO ISOENTR. QUAL e' MAGGIORE?

macchine operatrici

$$\eta_y = \frac{L_i - L_w}{L_i}$$

$$\eta_{is} = \eta_\theta = \frac{L_{i,is}}{L_i}$$ ESSENDO: $L_i = L_{i,is} + L_w + L_{CR}$

$$\eta_\theta = \frac{L_i - L_w}{L_i} - \frac{L_{CR}}{L_i} = \eta_y - \frac{L_{CR}}{L_i} \Rightarrow \boxed{\eta_y > \eta_\theta}$$

macchine motrici

$$\eta_y = \frac{L_i}{L_i + L_w}$$

QUANDO IL β E' PROSSIMO A ZERO:

$$\eta_y \cong \eta_0$$

NELLE MACCHINE A FLUIDO INCOMPRIMIBILE, INVECE, I 2 RENDIMENTI SONO PROPRIO LA STESSA COSA:

IN SIMILITUDINE FLUIDODINAMICA

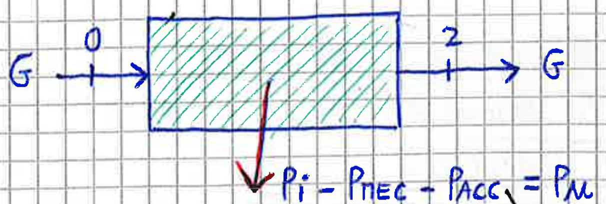
$$\eta_y = \eta_0$$

η_y, ESSENDO INDIPENDENTE DA β, E' MOLTO COMODO. TUTTAVIA ESSENDO PRESENTE AD ESPONENTE NELLE FORMULE DI L_i E' COMPLICATO DA RELAZIONARE CON ALTRE EFFICIENZE PER ESPRIMERE UN RENDIMENTO GLOBALE, COMPLESSIVO. (*)

- RENDIMENTI

MACCHINE MOTRICI

$$P_i = G \cdot L_i$$



$$P_i - P_{MEC} - P_{ACC} = P_M$$

POTENZA SOTTRATTA DAGLI ACCESSORI

$$P_M = P_i - P_{MEC} - P_{ACC}$$

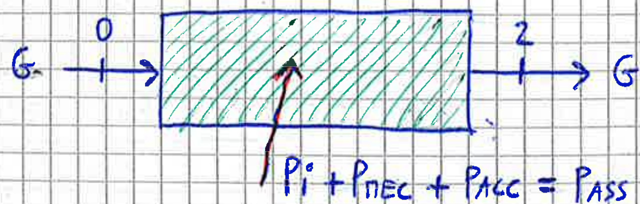
$$\eta_M = \frac{P_M}{P_i}$$

η_M RENDIM. MECCANICO

η_0 RENDIM. ORGANICO

MACCHINE OPERATRICI

$$P_i = G \cdot L_i$$



$$P_i + P_{MEC} + P_{ACC} = P_{ASS}$$

POTENZA ASSORBITA

$$P_{ASS} = P_i + P_{MEC} + P_{ACC}$$

$$\eta_M = \frac{P_i}{P_{ASS}}$$

η_M RENDIM. MECCANICO

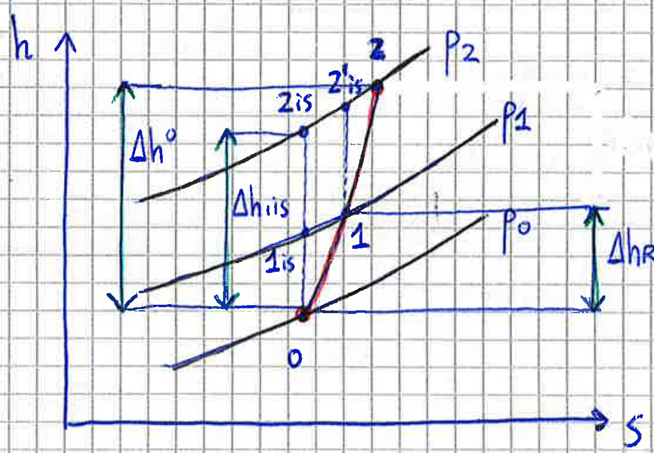
η_0 RENDIM. ORGANICO

SI VEDE CHE IN QUESTO RENDIM. GLOBALE LE EFFICIENZE SONO MOLTIPLICATE E NON A ESPONENTE ⇒ SONO PIÙ COMODI! ⇒ LI POSSO FACILMENTE "COMPATTARE" IN UN RENDIMENTO GLOBALE DELLA MACCHINA.

LUN 17 OTT

CI CHIEDIAMO ORA QUALE SIA (L'EVENTUALE) RELAZIONE TRA L'EFFICIENZA DELLA MACCHINA ED IL GRADO DI REAZIONE:

SI RICORDA CHE:



$$R = \frac{\Delta h_R}{\Delta h^0} = \frac{h_1 - h_0}{h_2 - h_0}$$

(SI TRASCURANO I CARICHI CINETICI PER SEMPLICITÀ!)

ABBIAMO INOLTRE DETTO CHE: $\eta_{is} = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h^0} = \frac{h_{2,is} - h_0}{h_2 - h_0}$

DIVIDENDO IN 2 IL RENDIM. ISOENTROPICO:

$$\eta_{is} = \frac{h_{2,is} - h_{1,is}}{h_2 - h_0} + \frac{h_{1,is} - h_0}{h_2 - h_0}$$

NEL DIAGRAMMA h-s: $h_{2'is} - h_1 \cong h_{2,is} - h_{1,is}$ DUNQUE:

$$\eta_{is} \cong \frac{h_{2'is} - h_1}{h_2 - h_0} + \frac{h_{1is} - h_0}{h_2 - h_0} = \underbrace{\frac{h_{2'is} - h_1}{h_2 - h_1}}_{\text{EFFICIENZA ISOENTROPICA RELATIVA ALLO STATORE}} \cdot \underbrace{\frac{h_2 - h_1}{h_2 - h_0}}_{1-R} + \underbrace{\frac{h_{1is} - h_0}{h_1 - h_0}}_{\text{EFFICIENZA ISOENTROPICA RELATIVA AL ROTORE}} \cdot \underbrace{\frac{h_1 - h_0}{h_2 - h_0}}_{R}$$

- SIMILITUDINE

L' IDEA E' MOLTO SEMPLICE: HO UNA MACCHINA OTTIMIZZATA IN CERTE CONDIZ. DI LAVORO E VOGLIO UTILIZZARLA IN UN ALTRO "CONTESTO": COSA DEVO MODIFICARE?

VOGLIO QUINDI TROVARE UN CRITERIO CON IL QUALE "TRASFORMARE" LE MACCHINE, CONTINUANDO A FARLE LAVORARE IN MODO OTTIMALE.

SI PROCEDE QUI ATTRAVERSO UN' ANALISI DIMENSIONALE: NELLE NOSTRE FORMULE DOBBIAMO AVERE LA SOMMA DI ADDENDI CON LE STESSE DIMENSIONI $\Rightarrow$ IL PUNTO DI PARTENZA E' L'UNIFORMITA' DIMENSIONALE.

IN MECCANICA DEI FLUIDI ABBIAMO VISTO LE EQUAZ. DI NAVIER-STOKES: SE VOGLIO CHE IL FLUIDO IN 2 MACCHINE ABBIA LA STESSA EVOLUZIONE, ALLORA SARA' NECESSARIO CHE LE EQUAZ. DI NAVIER-STOKES ASSOCIATE ABBIANO LE STESSE SOLUZIONI!

E' POSSIBILE TRASFORMARE LE EQUAZ. DI NAVIER-STOKES IN MODO TALE CHE COMPAIANO SOLO COEFF. ADIMENSIONATI (Re, Pr ...)!

POSSIAMO AVERE DIVERSI TIPI DI SIMILITUDINE:

- SIMILITUDINE GEOMETRICA: STESSA IDENTICA GEOMETRIA (PROPORZIONE) CON UN CERTO RAPPORTO DI SCALA $\Rightarrow$ OMOTETIA:

G

$$\frac{l_A}{l_B} = \frac{d_A}{d_B} = \dots = \text{COST}$$

- SIMILITUDINE CINEMATICA: QUI LA PROPORZIONALITA' E' DATA SULLE VELOCITA' DI PUNTI OMOLOGHI (NON PUO' PERTANTO PRESCINDERE DALLA SIMIL. GEOM.):

G C

$$\frac{c_{mA}}{c_{mB}} = \frac{u_A}{u_B} = \dots = \text{COST}$$

- SIMILITUDINE DINAMICA $\Rightarrow$ $Re, \Psi, Fr, Cr, Wb, Pr, Nu \dots$

PER ESPRIMERE I RAPPORTI DI FORZE VIENE COMODO RAPPORTARE LE FORZE ALLA FORZA DI INERZIA:

$$\Pi = \frac{F.\ \text{INERZIA}}{F.\ \text{VISCOSE}} = \frac{\rho L^3 c T^{-1}}{\mu L^2 T^{-1}} = \frac{\rho L^2 c^2}{\mu c L} = \frac{\rho L c}{\mu} \Rightarrow Re$$

$$A \cdot \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} A$$

IL NUMERO DI REYNOLDS ESPRIME NIENT'ALTRO CHE IL RAPPORTO LOCALE TRA LE FORZE DI INERZIA E LE FORZE VISCOSE!

$$\Pi = \frac{F_{\text{PRESSIONE}}}{F_{\text{INERZIA}}} = \frac{\Delta p \cdot L^2}{\rho L^2 c^2} = \frac{\Delta p}{\rho c^2} = E$$

NUMERO DI EULERO

IL NUMERO DI EULERO RAPPORTA LE FORZE DI PRESSIONE ALLE FORZE DI INERZIA! $\Rightarrow$ NELLE MACCHINE NOI NON LO USEREMO.

QUESTO NUMERO E' IMPARENTATO CON Ψ:

$$\Psi = \frac{Li}{u^2} \propto \frac{g H_u}{u^2} \simeq \frac{g \frac{\Delta p}{\rho g}}{u^2} = \frac{\Delta p}{\rho u^2} = E$$

IL COEFF. DI LAVORO O PRESSIONE Ψ RAPPRESENTA DUNQUE IL RAPPORTO TRA LE FORZE DI PRESSIONE E LE FORZE DI INERZIA!

$$\Pi = \frac{F_{\text{INERZIA}}}{F_{\text{GRAVITAZ.}}} = \frac{\rho L^2 c^2}{\rho g L^3} = \frac{c^2}{g L} = Fr$$

NUMERO DI FROUDE

$$Pr = \frac{\text{VELOC. DIFFUSIONE DELLA Q.D.M.}}{\text{VELOC. DIFFUSIONE DELL' ENERGIA}} = \frac{\nu}{\alpha}$$

DOVE $\nu = \mu / \rho$ E α RAPPRESENTA LA DIFFUSIVITA' TERMICA.

NELLE MACCHINE Pr VARIA TRA 0,6 E 1

IL NUMERO DI PRANDTL SI DEFINISCE ANCHE COME:

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k}$$

k → CONDUCIBILITA' TERMICA (IL λ DI TERMODINAMICA)

$$Nu = \frac{\text{COEFF. DI TRASMISS. CALORE CONVETTIVO}}{\text{COEFF. DI TRASMISS. CALORE CONDUZIONE}} = \frac{hL}{k}$$

Nu → NUMERO DI NUSSELT

CON QUESTI NUMERI VOGLIO CARATTERIZZARE LE PRESTAZIONI DELLA MIA MACCHINA IN MODO "SEMPLIFICATO" IN UNA "MEGA FORMULA"!

IN QUESTE CONDIZIONI CONSIDEREREMO ANCHE IL TEOREMA DI BUCKINGHAM:

- TEOREMA DI BUCKINGHAM

$$f(q_1, q_2, \dots, q_m) = 0$$

Kg → ρ

m → D

s → μ

DEFINIAMO ORA QUESTE "q" IN FUNZIONE DI QUESTA TERNA.

A QUESTO PUNTO:

$$q_4 = \pi_4 \, q_1^{a_1} \cdot q_2^{a_2} \cdot q_3^{a_3}$$

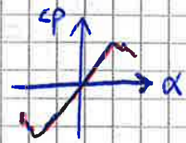
π_4 → DOVE QUESTO COEFF., VISTA LA TERNA CHE ABBIAMO SCELTO, SARA' UNO DEI NUMERI ADIMENSIONALI DI PRIMA!

$$\Pi = \frac{P}{\rho V^2 c^2} = \Psi\left(\alpha, \cancel{\frac{t}{c}}, \cancel{\frac{\ell}{c}}, Re\right) \Rightarrow P = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \cdot S \cdot C_p$$

LI TOLGO PERCHÉ STUDIO 1 PROFILO ALLA VOLTA

É LA COSTANTE Π CHE SALTA FUORI

POSSO PERTANTO RISOLVERE IL PROBLEMA PLOTTANDO C_p VS α:



PROVIAMO ORA A SVILUPPARE IL PROBLEMA PER LE $\boxed{\text{NOSTRE MACCHINE}}$.
QUELLO CHE NOI VOGLIAMO TROVARE SONO DELLE RELAZIONE TRA:

$$L_i = f(G, \Delta P, \rho, \mu, \ell, D, \gamma, E, \varepsilon) \quad \text{(FLUIDI INCOMPRIMIB.)}$$

$$\eta_y = g(G, \Delta P, \rho, \mu, \ell, D, \gamma, E, \varepsilon) \quad \text{(FLUIDI INCOMPRIMIB.)}$$

$$L_i = f(G, \Delta p, \rho, \mu, \ell, D, \gamma, C_s, \alpha, K, h) \quad \text{(FLUIDI COMPRIMIB.)}$$

$$\eta_y = g(G, \Delta p, \rho, \mu, \ell, D, \gamma, C_s, \alpha, K, h) \quad \text{(FLUIDI COMPRIMIB.)}$$

FACENDO IL "GIOCO" DI PRIMA POSSO RIMUOVERE QUALCHE PARAMETRO:

$$\boxed{(\rho, u, D) \Rightarrow \text{TERNA DI RIFERIM. CONSIDERATA}}$$

$$\Psi = \frac{L_i}{u^2} \Rightarrow L_i = \Psi u^2 \quad (L_i = \Psi \rho^0 u^2 D^0)$$

$$G = \rho A c_m \propto \rho \pi D^2 \frac{\ell}{D} \overset{\Phi}{\frac{c_m}{u}} u \propto \rho D^2 u \cdot \frac{\ell}{D} \Phi$$

$$\frac{\Delta p}{\gamma} \propto H_u \Rightarrow \Delta p \propto \rho g H_u \propto \rho L_i \propto \rho \Psi u^2$$

NELLE MACCHINE A FLUIDO COMPRIMIBILE RIMANGONO QUINDI:

$$\psi = \tilde{f}\left(\Phi, \frac{\varepsilon}{D}, M\right)$$

$$\eta_y = \tilde{g}\left(\Phi, \frac{\varepsilon}{D}, M\right)$$

FLUIDI COMPRIMIB.

PER LE MACCHINE A FLUIDO INCOMPRIMIBILE, INOLTRE:

$Wb \Rightarrow$ CAMBIA POCO

$M \Rightarrow$ É SEMPRE MOLTO PICCOLO

$Fr \Rightarrow$ QUI NON C' TRASCURABILE!

COMPLESSIVAMENTE:

$$\psi = \tilde{f}\left(\Phi, \frac{\varepsilon}{D}, Fr\right)$$

$$\eta_y = \tilde{g}\left(\Phi, \frac{\varepsilon}{D}, Fr\right)$$

FLUIDI INCOMPRIMIB.

IL FR TIENE CONTO DELLA VARIAZ. DI QUOTA $\Rightarrow$ POICHÉ LE NOSTRE MACCHINE HANNO Δz DI MAX 3 o 4 m IN SECONDA APPROSSIMAZ. SI PUÓ TRASCURARE FR!

NEI FLUIDI COMPRIMIBILI, INVECE, POSSO CONSIDERARE AL POSTO DEL MACH IL NUMERO DI CROCCO $CR = u / \sqrt{2h^\circ}$.

IN CONCLUSIONE, TENENDO ANCHE CONTO CHE TUTTE LE MACCHINE (O MEGLIO LA "FAMIGLIA DI MACCHINE") SONO IN SCALA, ALLORA RAGIONO A PARITA' DI ε/D! DUNQUE, PER LE MACCH. A FLUIDO INCOMPRIMIB.:

$$\boxed{\psi = \tilde{f}(\Phi) \qquad \eta_y = \tilde{g}(\Phi)}$$

FAMIGLIA DI MACCHINE A FLUIDO INCOMPRIM.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 622