



Appunti universitari
Tesi di laurea
Cartoleria e cancelleria
Stampa file e fotocopie
Print on demand
Rilegature

NUMERO: 2220A

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Nicola Enrico

MATERIA: Motori per Aeromobili - Esercitazioni - Prof. Pastrone

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

POLITECNICO DI TORINO



Esercitazioni di motori per aeromobili

Enrico Nicola

a.a. 2016/2017

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$T_t = \frac{T_m^o}{\left(\frac{T^o}{T}\right)^*} = 857.14 \text{ k}$$

$$p_t = \frac{p_m^o}{\left(\frac{p^o}{p}\right)^*} = 0.16193 \text{ MPa}$$

Si noti che, nel flusso *adiabatico* (assenza di calore fornito, $q_e = 0 \frac{J}{kg}$) si ha che $T_t^o = T_m^o$; mentre nel flusso *isoentropico* (assenza di forze dissipative, $L_d = 0 J$) si ha che $p_t^o = p_m^o$. Diremo quindi che nel caso adiabatico la T^o si conserva, mentre nel caso isoentropico la p^o si conserva.

- Portata

$$\dot{m} = \rho_m * w_m * A_m = \frac{p_m^o * A_m * f(M_m)}{\sqrt{R * T_m^o}}$$

devo trovare un'espressione per il Mach a monte M_m . Parto dall'isoentropica della pressione

$$\frac{p_m^o}{p_m} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} * M_m^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \text{ in cui compare } M_m. \text{ Da qui ricavo che:}$$

$$M_m^2 = \left[\left(\frac{p_m^o}{p_m}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] * \frac{2}{\gamma-1} = 0.21854 \xrightarrow{\text{yields}} M_m = 0.46748$$

Inserendo il valore di M_m nella funzione del Mach Γ si ha:

$$f(M_m) = \frac{\sqrt{\gamma} * M_m}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} * M_m^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = 0.46783$$

da cui si può ricavare la portata:

$$m_m = p_m^o * A_m * \frac{f(M_m)}{\sqrt{R T_m^o}} = 39.279 \frac{kg}{s}$$

$$T_m = \frac{T_m^o}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} * M_m^2\right)} = 964.86 \text{ k}$$

$$c_m = \sqrt{\gamma * R * T_m} = 607.63 \frac{m}{s}$$

$$\rho_m = \frac{p_m}{R * T_m} = 0.9389 \frac{kg}{m^3}$$

Per trovare l'area di gola A_t faccio il seguente ragionamento: eguaglio la portata in gola con la portata a monte per la conservazione della portata; esprimo la portata in funzione di $f(M)$ e da questa uguaglianza ricavo il rapporto $\frac{A_t}{A_m}$; moltiplicando infine questo rapporto per A_m trovo il valore di A_t .

$$\dot{m}_m = \dot{m}_t \xrightarrow{\text{yields}} \frac{p_m^o * A_m}{\sqrt{R * T_m^o}} * f(M_m) = \frac{p_t^o * A_t}{\sqrt{R T_t^o}} * f(1) \xrightarrow{\text{yields}} \frac{A_t}{A_m} = \frac{f(M_m)}{f(1)} = 0.70745$$

quindi:

$$A_t = \frac{A_t}{A_m} * A_m = 0.10612 \text{ m}^2$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$25.02 \text{ kN} < 29.48 \text{ kN}$$

Però F è maggiore in questo secondo caso.

$$\bar{F} = (\bar{p}_m - p_0) * (A_m - A_t) = 10.35 \text{ kN}$$

- Analisi dei vantaggi con l'ugello convergente-divergente

Si ha adattamento della spinta ($p_e = p_0 = 1 \text{ bar}$).

$$\frac{p_t}{p_0} \cong 1.62$$

In condizioni di adattamento si ha che:

$$w_e = \sqrt{2 * c_p * T_m^0 * \left(1 - \left(\frac{p_0}{p_m}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} = \sqrt{2 * c_p * T_e^0 * \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_e}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)}$$

$$\frac{w_e}{w_t} = 1.297$$

Quindi si ha un guadagno di velocità dei gas in uscita di circa il 30 %, ma perdo in pressione, infatti ora $p_e = p_0 = 1 \text{ bar}$.

$$S'_j = \dot{m} * w_e + A_e * (p_e - p_0) \quad \text{spinta lorda adattata}$$

Valgono le seguenti relazioni:

$$w_t < w_e$$

$$p_t > p_e$$

$$A_t < A_e$$

$$S_j = \dot{m} * w_t + A_t * (p_t - p_0) \quad \text{spinta lorda non adattata}$$

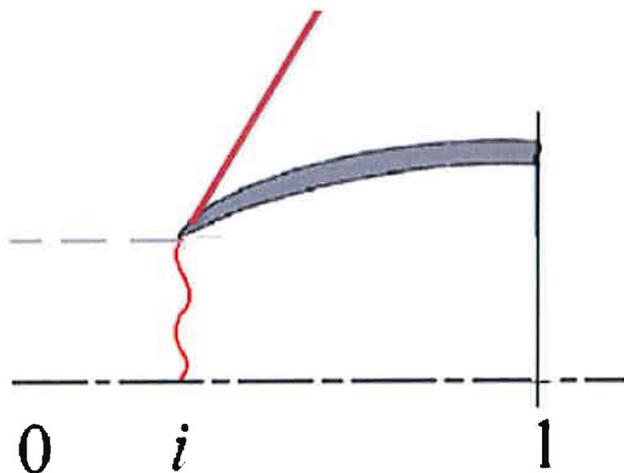
Posso valutare la convenienza o meno dell'adattamento con i seguenti due parametri:

$$X_s = \frac{A_t * (p_t - p_0)}{\dot{m} * w_t} = 0.29 \quad \text{termine statico vs quantità di moto}$$

$$\frac{S'_j}{S_j} = \frac{\frac{w_e}{w_t}}{1 + X_s} \quad \text{guadagno in spinta vs peso}$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

- caso critico – presa di tipo Pitot



$$A_0 = A_i$$

$$\frac{\dot{m} * \sqrt{T_1^0}}{p_1^0} > \left(\frac{\dot{m} * \sqrt{T_1^0}}{p_1^0} \right)_{cr}$$

Si ha spostamento dell'urto all'interno della presa d'aria. Perché la portata corretta salga si deve avere uno dei seguenti tre casi:

1. sale la portata \dot{m} ;
2. sale la temperatura totale T_1^0 ;
3. scende la pressione totale p_1^0 .

Nel caso di volo supersonico è impossibile richiamare portata e dunque il caso 1) non può verificarsi. Inoltre il flusso è adiabatico, quindi la temperatura totale si mantiene costante, e perciò anche il caso 2) è da escludere. Non resta che l'opzione 3), ovvero che la pressione totale scenda. Perché questa condizione si verifichi, l'urto deve spostarsi all'interno della presa, quindi l'urto avviene ad un M_{monte} più alto ed è quindi più intenso. L'urto più forte fa sì che le dissipazioni che avvengono all'interno dell'urto siano più ingenti e quindi la pressione totale, che già non si conservava per l'urto supersonico, scende ancora di più.

$$f(M) \propto \frac{1}{p_1^0} \rightarrow p_1^0 \downarrow \rightarrow f(M) \uparrow$$

- caso subcritico

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$D_a = SF|_i - SF|_o = SF|_i - SF|_v = \dot{m} * w_i + A_i * (p_i - p_0) - [\dot{m} * u + A_0 * (p_0 - p_0)] \\ = \dot{m} * w_i + A_i * (p_i - p_0) - [\dot{m} * w_v + A_0 * (p_v - p_0)]$$

Si adimensionalizza la resistenza addizionale:

$$\bar{D}_a = \frac{D_a}{p_0 * A_i}$$

$$C_{D_a} = \frac{D_a}{\frac{1}{2} * \rho_0 * u^2 * A_i} * \frac{\gamma p_0}{\gamma p_0} = \bar{D}_a * \frac{2}{\gamma M_0^2}$$

$$\dot{m} w + A_p = A_p * (1 + \gamma M^2)$$

$$\bar{D}_a = \frac{A_i [p_i (1 + \gamma M_i^2) - p_0]}{A_i p_0} - \frac{A_0 [p_0 (1 + \gamma M_0^2) - p_0]}{A_i p_0} = \frac{p_i}{p_0} (1 + \gamma M_i^2) - 1 - \frac{A_0}{A_i} \gamma M_0^2$$

Analizzando le variabili che compaiono nell'espressione della resistenza addizionale adimensionata si vede che la resistenza addizionale adimensionata dipende da quattro variabili: M_0 , M_i , $\frac{A_0}{A_i}$, $\frac{p_i}{p_0}$. Di queste si ha che M_i dipende dal pilota, M_0 è una condizione di volo e quindi si vede che le variabili indipendenti che influiscono sulla resistenza addizionale adimensionata sono in realtà solo $\frac{A_0}{A_i}$ e $\frac{p_i}{p_0}$.

Si ricava quindi che:

$$\frac{p_i}{p_0} = \frac{p_i}{p_i^0} * \frac{p_i^0}{p_0} * \frac{p_0}{p_0^0} = \frac{1}{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_i^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} * \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} * \epsilon_{d_{NS}},$$

dove $\epsilon_{d_{NS}} = f(M_0)$ è la perdita di pressione dovuta all'urto.

$$\epsilon_{d_{NS}} = \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} * \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}}{\gamma M_0^2 \frac{\gamma-1}{2}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{relazione di Rankine-Hugoniot}$$

$$\frac{A_0}{A_i} = \varphi_d = \frac{\dot{m}_{effettiva}}{\dot{m}_{rif}} = \frac{\rho_0 u A_0}{\rho_0 u A_i}, \quad \text{dove } \dot{m}_{rif} \text{ è la portata che avrei se il flusso arrivasse indisturbato fino ad } A_i.$$

$\varphi_d \rightarrow$ coefficiente di portata

In base al principio di conservazione della portata possiamo dire che $\dot{m}_0 = \dot{m}_i$, quindi:

$$\frac{p_0^0 A_0}{\sqrt{RT_0^0}} * f(M_0) = \frac{p_i^0 A_i}{\sqrt{RT_i^0}} * f(M_i) \Rightarrow \frac{A_0}{A_i} = \epsilon_{d_{NS}} * \frac{f(M_i)}{f(M_0)}$$

notazione: il pedice "v" indica le grandezze a valle dell'urto.

$M_i < 1 \Rightarrow$ il flusso a valle dell'urto è subsonico

Inoltre, poiché $M_v \geq M_i$ si ha, per le proprietà dei flussi supersonici, che il tubo di flusso si allarga $A_i > A_0$. Infatti nei flussi supersonici, al contrario di quanto avviene in campo subsonico, a una strizione del tubo di flusso corrisponde una diminuzione di velocità, mentre se il tubo di flusso si allarga il flusso accelera.

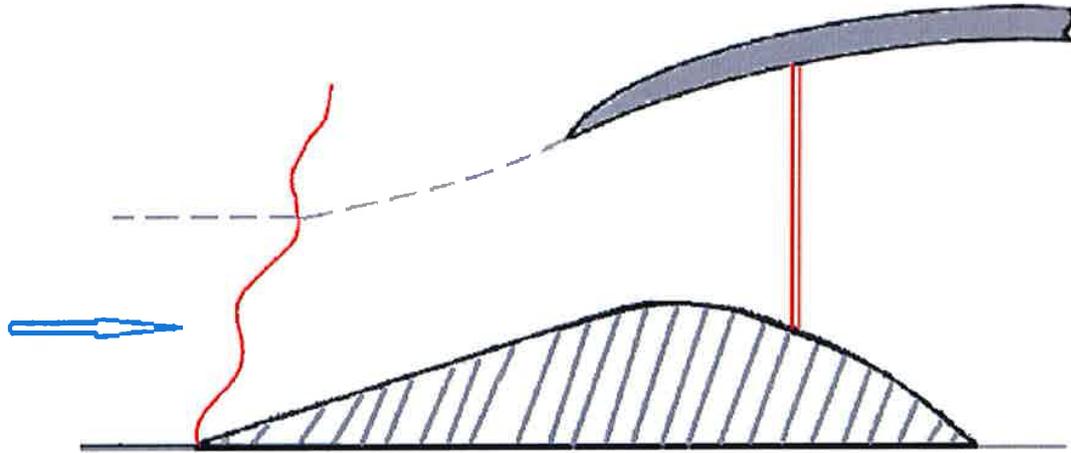
Dalle relazioni per l'urto obliquo si ha:

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$\bar{D}_a =$$

$$D_a = \bar{D}_a * (p_0 A_i) =$$

PRESA CON RAMPA PIANA



$$M_{0D} = 2$$

$$M_0 = 1.75$$

$$\delta = 15^\circ$$

$$\sigma_D = 46^\circ$$

$$\sigma = 54^\circ$$

$$\bar{D}_a = \left(\frac{p_v}{p_0} - 1 \right) (1 - \varphi_D)$$

$$\frac{p_v}{p_0} = \frac{2\gamma M_{0w}^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}$$

$$h_i = h_0 + L^* \tan \delta$$

$$L = h_i \cdot \cot \sigma_D$$

$$L^* = L - h_0 \cot \sigma$$

$$A = h \cdot d$$

$$\varphi_D = \frac{h_0}{h_i}$$

$$M_{0w} = M_0 \sin \sigma$$

$$M_{0w} = 1,416$$

$$\frac{p_v}{p_0} = 2,176$$

$$\varphi_D = \frac{h_0}{h_i} = \frac{\cot \delta - \cot \sigma_D}{\cot \delta - \cot \sigma} = 0,933$$

$$\hat{D}_a = 0,0786$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

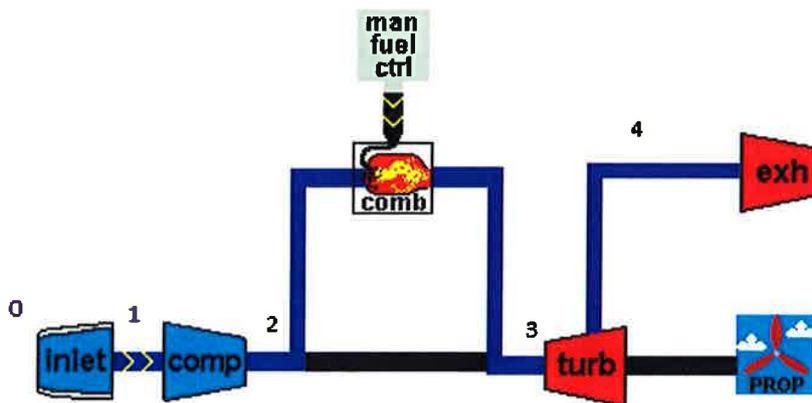
ESERCITAZIONE 3

TURBINA A GAS CHE REALIZZA UN CICLO SEMPLICE

In questa esercitazione si valutano le prestazioni di una turbina a gas in condizioni:

- ON DESIGN: si scelgono i parametri del ciclo termodinamico
- OFF DESIGN: studio il funzionamento di un motore con geometria e parametri definiti, però si cambia il suo funzionamento rispetto alle condizioni di progetto.

Si considera una turbina a gas libera:



1) Comportamento ON DESIGN

RICHIAMI DI FONDAMENTI DI MACCHINE

Compressore

$$L_c = c_p(T_2^o - T_1^o)$$

$$L_{c,is} = c_p(T_{2,is}^o - T_1^o)$$

$$\eta_c = \frac{L_{c,is}}{L_c}$$

$$L_{c,is} = c_p T_1^o \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1^o \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

Turbina

Enrico Nicola a.a 2016/2017

A questo punto uso un procedimento iterativo:

- 1- Prendo una temperatura arbitraria come valore per T_2^o (esempio: T_1^o);
- 2- Con questo valore di T_2^o calcolo la T_m ;
- 3- Calcolo $c_p(T_m)$;
- 4- Con questo $c_{p,medio}$ calcolo il lavoro L_c ;
- 5- Noto L_c mi calcolo il nuovo valore di T_2^o ;
- 6- A questo punto riparto dal punto 1) e ripeto fino ad arrivare a convergenza.

T2 di tentativo	Tm	Cp medio	Lc	T2 tot	errore
288	288	1000,2592	316740	604,653	
604,653	446,326	1030,0879	312950	591,805	12,848
591,805	439,902	1028,8776	313090	592,307	0,502
592,307	440,153	1028,9249	313090	592,287	0,02

Possiamo quindi assumere $c_p = 1028.4249 \frac{J}{kg \cdot K}$.

2-3) Combustore

La temperatura d'uscita è data in quanto fa riferimento alla resistenza termica del materiale. Scriviamo il bilancio termico come:

$$\eta_b \dot{m}_b H_i = (\dot{m} + \dot{m}_b) c_p' (T_3^o - T_2^o)$$

Dove c_p' è funzione della dosatura $\alpha = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_b}$

$$\eta_b H_i = (1 + \alpha) c_{p,m}' (T_3^o - T_2^o)$$

$$c_p' = c_{p,aria} + \frac{1 + \alpha_{st}}{1 + \alpha} * (54.418 + 0.07535 * T)$$

Risolvendo il bilancio con l'espressione del c_p' trovata, ponendo $T = T_m$, si ha:

$$\alpha = 50.332$$

$$p_3^o = \varepsilon_b * p_2^o = 8.64 \text{ bar}$$

$$c_p' = 1.1627 \frac{kJ}{(kg * K)}$$

$$R' = 292.43 \frac{J}{kg * K}$$

3-4) Turbina

La pressione di uscita è uguale alla pressione statica dell'ambiente: $p_4 = p_0$. Infatti è una turbina a scarico libero e pertanto si usa la trattazione Total to Static.

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$P_{corretta} = \frac{P}{p_1^o \sqrt{T_1^o}} = f(M_0, \frac{N_0}{\sqrt{T_1^o}}, \frac{T_3^o}{T_1^o})$$

Una volta fissato il funzionamento a progetto possiamo scrivere il funzionamento in qualsiasi altra condizione, facendo riferimento a parametri adimensionali:

$$P' = P \frac{p_{0i}}{p_{0d}} \sqrt{\frac{T_{0,i}}{T_{0,d}}}$$

Faccio riferimento a:

$$\delta = \frac{p}{p_0}; \quad \theta = \frac{T}{T_0}$$

Sostituendo ottengo:

$$P' = P \frac{\delta'}{\delta^*} \sqrt{\frac{\theta'}{\theta^*}}$$

Per il numero di giri e per la temperatura T_3^o si ha:

$$N = N_d \sqrt{\frac{T_{0,i}}{T_{0,d}}}$$

$$T_3^o = (T_3^o)_d \frac{T_{0,i}}{T_{0,d}}$$

Si ottiene la seguente tabella per i 4 casi e per le condizioni a progetto:

caso	T[k]	p [bar]	P[kW]	N%	T3[k]
ON DESIGN	288	1	900	100	1300
A	288	0.95	855	100	1300
B	273	1	876.2491	97.36	1232.29
C	300	1	918.5586	102.0620	1354.166
D	313	0.98	919.4847	104.2499	1412.8477

3) Regolazione

Scopo della regolazione è di far variare la potenza della turbina. Si determinano le manette disponibili e si determinano le prestazioni e i consumi.

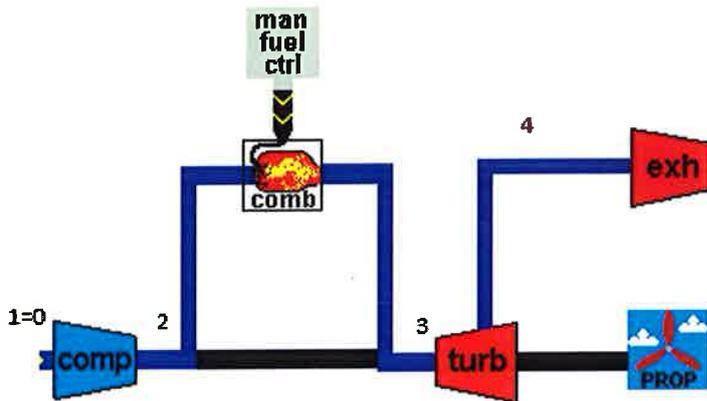
Si valutano i seguenti casi:

- Turbina monoalbero
- Turbina bialbero con turbina libera di potenza
- Turbina monoalbero con laminazione all'aspirazione

Si costruiscono le curve di regolazione, che legano il rapporto rendimento/rendimento on design a quello potenza/potenza on design.

Si fanno alcune ipotesi iniziali:

Enrico Nicola a.a 2016/2017



Si mantiene il numero di giri costante e si effettua una regolazione sulla T_3^o attraverso \dot{m}_b . La manetta quindi sarà

$$x = \frac{T_3^o}{T_3^{o*}}$$

Se il numero di giri è tenuto costante, allora anche il lavoro di compressione, che è proporzionale a N^2 , rimarrà costante. Quindi:

$$\frac{L_c}{L_c^*} = 1$$

Ma, essendo che $L_c = c_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{\eta_{yc}}} - 1 \right) = cost$, ed essendo $T_1 = T_0 = cost$, allora si ha per forza che:

$$\beta_c = \beta^*$$

Quindi è come se sulla mappa del compressore le curve iso-N fossero delle rette orizzontali e quindi costanti al variare della portata corretta. Quindi il nostro modello sarà accurato nella zona vicino alla line di pompaggio, dove le rette orizzontali rappresentano con buona approssimazione le tangenti alle vere curve iso-N.

Alla turbina si ha:

$$\beta_t = \varepsilon_b \beta_c = cost$$

quindi:

$$\beta_t = \beta_t^*$$

$$\beta_t = \beta_t^* - \varepsilon_b \beta_c^* \Rightarrow p_3 = p_3^*$$

Quindi la manetta si può scrivere come:

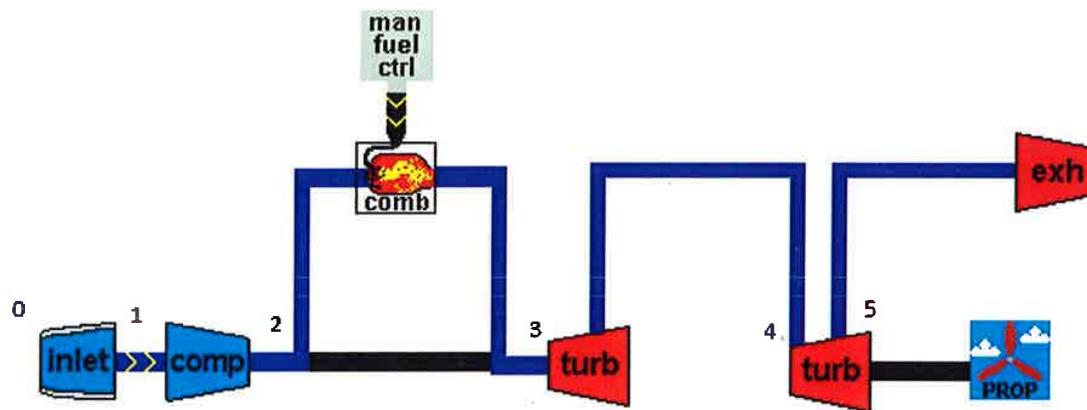
$$x = \frac{L_t}{L_t^*} = \frac{T_3^o}{T_3^{o*}}$$

Tornando al compressore vale anche:

$$L_c = c_p (T_2^o - T_1^o)$$

Ma essendo che $c_p = cost$, $T_1^o = cost$ si ha che:

Enrico Nicola a.a 2016/2017



La turbina del gas generator è bloccata quindi:

$$\beta_{tGG} = \frac{p_3}{p_4} = \text{cost}$$

$$\frac{\dot{m} \sqrt{T_3^o}}{p_3^o} = \text{cost}$$

$$L_{tGG} = c_p' T_3^o \left(1 - \frac{1}{\beta_{tGG}^{\gamma'}} \right) \propto T_3^o$$

Dall'equilibrio all'albero del gas generator si ha:

$$P_c = P_{tGG} \Rightarrow L_{tGG} = L_c \Rightarrow \frac{L_{tGG}}{L_{tGG}^*} = \frac{L_c}{L_c^*} = \frac{T_3^o}{T_3^{o*}} = x$$

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} = \frac{\beta_c}{\beta_c^*} \sqrt{\frac{1}{x}}$$

Con questo funzionamento sulla mappa del compressore variando β_c ci si muove lungo una *working line*. Per il compressore vale:

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1^o \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\eta_{yc}}} - 1 \right)$$

T1 non cambia, quindi riferendomi a questa espressione mi serve ancora la T2: $L_c = c_p(T_2 - T_1)$.

$$\frac{T_2^o}{T_1^o} = 1 + \frac{L_c}{L_c^*} \left(\frac{T_2^*}{T_1^*} - 1 \right)$$

$$L_c^* = c_p(T_2^* - T_1^*)$$

$$\beta_c = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma \eta_{yt}}{\gamma-1}}$$

Una volta noto il β_c trovo il β_t come:

$$\beta_t = \beta_c \varepsilon_b$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

Regolazione turbina a gas ($M_0=0$, $T_0=288$ K, $\beta_c^*=9$, $T_3^*=1300$ K)

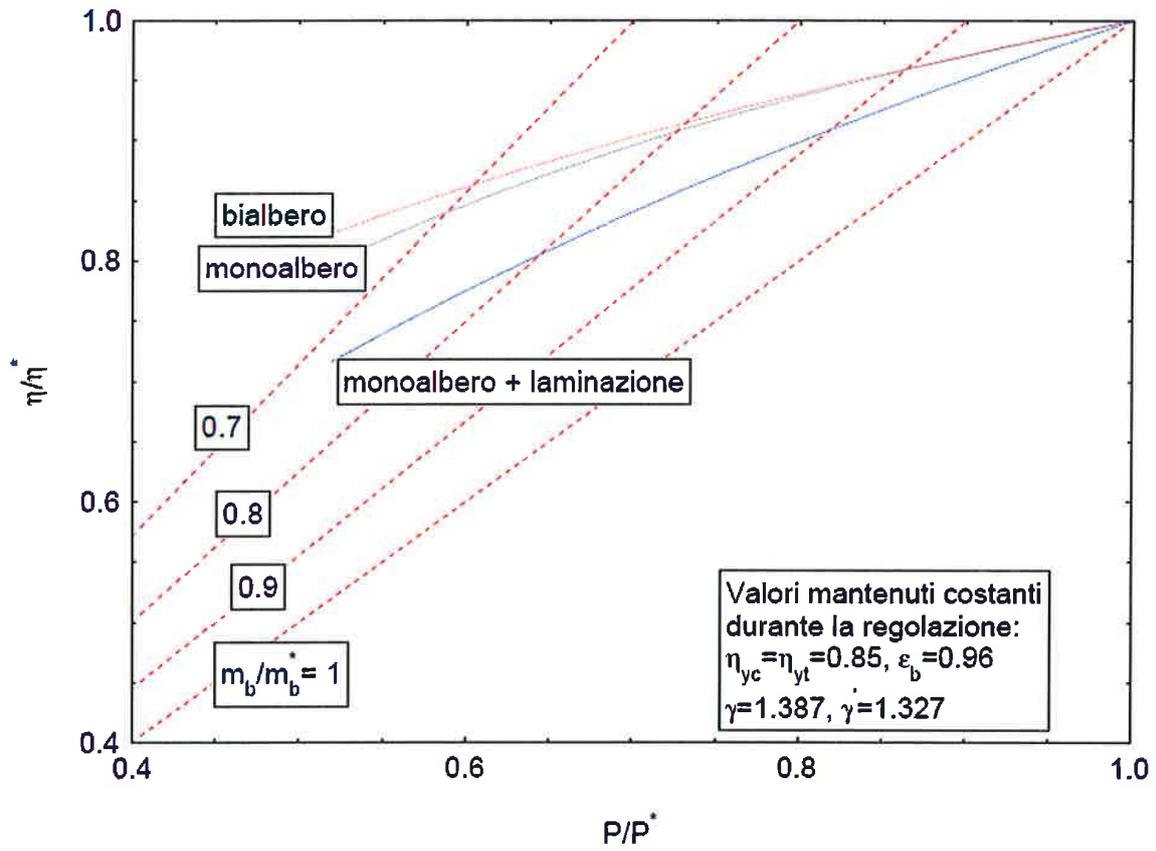


Grafico fornito nei dati dell'esercitazione

Enrico Nicola a.a 2016/2017

lavoro, per aumentare la potenza posso tenere quest'ultimo costante e far variare la portata. Come? Con una valvola di laminazione all'aspirazione, che cambia la densità dell'aria in ingresso e quindi la portata in massa.

Si mantengono perciò costanti T_3^o e Nu e si ha come manetta la laminazione della valvola $\varepsilon_v = \frac{p_1'}{p_1}$. Così facendo però si abbassa la pressione in ingresso in modo isoentalpico, però si hanno perdite di pressione totale e quindi si ottiene meno lavoro.

$$\text{La manetta è } x = \varepsilon_v = \frac{p_1'}{p_1} = \frac{m}{\dot{m}^*} = \frac{p_3^o}{p_3^{o*}} \sqrt{\frac{T_3^{o*}}{T_3^o}} = \frac{p_3^o}{p_3^{o*}}$$

Però la turbina è ancora critica e il suo funzionamento è bloccato. Si può quindi scrivere il lavoro di turbina e poi applicare le formule di L e P.

$$\frac{L_t}{L_t^*} = \frac{\left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma'-1}{\gamma'} \eta_{yt}}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{\beta_t^{*\frac{\gamma'-1}{\gamma'} \eta_{yt}}}\right)}$$

$$\frac{P}{P^*} = \frac{m}{m^*} \frac{L}{L^*}$$

Si ha che $T_2^o = T_2^{o*}$, $T_3^o = T_3^{o*}$, quindi:

$$\frac{\alpha}{\alpha^*} = 1$$

$$\frac{m}{m^*} = \frac{m_b}{m_b^*} = x$$

$$\frac{\eta}{\eta^*} = \frac{L}{L^*}$$

$$\frac{P}{P^*} = x \frac{L}{L^*}$$

$$\beta_t = \beta_t^* x$$

Ottingo la seguente tabella per la turbina monoalbero con laminazione:

$x=p_3^o/p_3^{o*}$	m/m^*	m_b/m_b^*	β_t	L_t/L_t^*	L/L^*	P/P^*	η/η^*	L_c/L_c^*
1	1	1	8,64	1	1	1	1	1

Enrico Nicola a.a 2016/2017

ESERCITAZIONE 4

TURBOGETTO MONOFLUSSO MONOALBERO

1) ON-DESIGN

Si considera un turbogetto monoflusso calcolato nelle seguenti condizioni

- **Punto di progetto**
 - $M_0 = 0.85$ $z=30000$ ft $\rightarrow T_0 = 228.7$ K $p_0 = 0.3$ bar
- **Parametri di progetto**
 - $T_3^* = 1250$ K $\beta_c = 11$ (NB: attualmente TIT e OPR sono più elevati.)
- **Dati componenti**
 - $\epsilon_d = \epsilon_n = 1.00$ $\eta_{yc} = \eta_{yt} = 0.88$ $\epsilon_b = 0.95$ $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.99$ $\eta_b = 0.99$

Dati relativi ai fluidi

a) combustibile $H_i = 10350$ kcal/kg $\alpha_{st} = 14.8$

b) aria $c_p = 946 + 0.1884 T$ (K) J/(kg K) $R = 287$ J/(kg K)

c) gas combusti $c_p' = c_p + A (54.418 + 0.07535 T(K))$ J/(kg K) $R' = R (1 + 0.06 A)$; $A = \frac{1 + \alpha_{st}}{1 + \alpha}$

RISULTATI ON-DESIGN

Ciclo e prestazioni

u (m/s)= 258.5724 $\gamma_{a0} = 1.409$ T^*_1 (K)= 262.39 $ptot_1/p_0=1.605$

T_{tot_2} (K)	T_{tot_4} (K)	T_t (K)	T_e (K)	
563.5	992.3	848.1	632.7	
$ptot_2/p_0$	$ptot_4/p_0$	p_t/p_0	EPR	
17.659	5.721	3.075	3.564	
α	β_r	w_t (m/s)	w_e (m/s)	M_e
53.20	2.932	577.2	902.5	1.797
L_c (kcal/kg)	L_t (kcal/kg)	I_a (m/s)	I_{ae} (m/s)	
73.63681	73.74582	624.6	660.9	
$ptot_3/p_0$	β_a	q_s (kg/h/daN)	q_se (kg/h/daN)	
16.776	5.721	1.083	1.060	
η_{at}	η_{ap}	η_{atg} (ugello adattato)		
0.468	0.447	0.210		

2) FUNZIONAMENTO E PRESTAZIONI OFF-DESIGN

Supponendo che

- l'ugello sia critico e semplicemente convergente
- il lavoro di compressione sia proporzionale al quadrato dei numero di giri
- i valori di η , ϵ , calori specifici, costanti dei gas e rapporto di portata turbina/portata compressore siano quelli di progetto

a) Si tracci la linea di funzionamento

b1) si valuti la spinta lorda corretta al variare della manetta

b2) alla quota e velocità di progetto si valutino le prestazioni lorde e nette al variare dei numeri di giri

b3) alla quota e numero di giri di progetto si valutino le prestazioni lorde e nette al variare del Mach di volo

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$\dot{m} \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) \frac{\sqrt{T_4^o}}{p_4^o} = cost$$

$$\frac{\dot{m} \sqrt{RT_4^o}}{p_4^o A_t} \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) = \Gamma' = f(M = 1) = \frac{\sqrt{\gamma'}}{\left(\frac{\gamma' + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma' + 1}{\gamma' - 1}}}$$

$$\gamma' = \frac{c_p'}{c_p' + R'}$$

Poiché si ha che $\frac{1 + \alpha}{\alpha} \sqrt{\frac{R}{R'} \frac{A_t}{A_1} \frac{T_3^o}{T_4^o}} = cost$ si arriva alla scrittura:

$$\frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^o}}{p_1^o A_1} = K_1 \sqrt{\frac{T_1^o p_4^o}{T_3^o p_1^o}}$$

Con $K_1 = \Gamma \frac{\alpha}{\alpha + 1} \sqrt{\frac{R}{R'} \frac{A_t}{A_1} \frac{T_3^o}{T_4^o}}$ e $EPR = \frac{p_4^o}{p_1^o}$.

Supponiamo $M_1^* = 0,45 \Rightarrow f(M_1^*) = \left(\frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^o}}{p_1^o A_1} \right)^* = 0,47266$. Quindi scrivendo che $f(M_1^*) = K_1 \sqrt{\frac{T_1^o}{T_3^o} EPR^*}$ ricaviamo con una semplice equazione il valore di K_1 :

$$K_1 = 0,2895$$

A questo punto sarà possibile calcolare la $f(M)$ conoscendo la manetta e l'EPR, e quindi tracciare i grafici della portata corretta in condizioni off-design. Devo però prima ricavare l'EPR, quindi lo scrivo come:

$$EPR = \frac{p_4^o}{p_1^o} = \frac{p_4^o}{p_3^o} * \frac{p_3^o}{p_2^o} * \frac{p_2^o}{p_1^o} = \frac{\varepsilon_b}{\beta_t^*} \beta_c$$

$$\frac{\varepsilon_b}{\beta_t^*} = 0,3240$$

Dove ε_b è costante per le ipotesi fatte, mentre β_t lo è perché la turbina è bloccata. Ora si ricava

l'andamento di β_c facendo l'equilibrio della potenza all'albero. Il lavoro è dato come $L_c = c_p T_1^o \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$,

quindi:

$$P_c = P_t$$

$$\dot{m} L_c = \dot{m} L_t$$

$$\frac{L_c}{L_c^*} = \frac{L_t}{L_t^*}$$

Essendo che $L_c \propto n^2$ si ha che $\frac{L_c}{L_c^*} = \left(\frac{n}{n^*} \right)^2$. Ma vale anche che $\frac{L_t}{L_t^*} = \frac{T_3^o}{T_3^{o*}}$ in quanto la turbina è bloccata e dunque:

$$\frac{T_3^o}{T_3^{o*}} = \left(\frac{n}{n^*} \right)^2$$

Riprendo la formula dell'equilibrio delle potenze scritta all'inizio e scrivo, semplificando le portate in quanto la dosatura è molto alta e la portata di carburante è trascurabile rispetto alla portata d'aria:

Enrico Nicola a.a 2016/2017

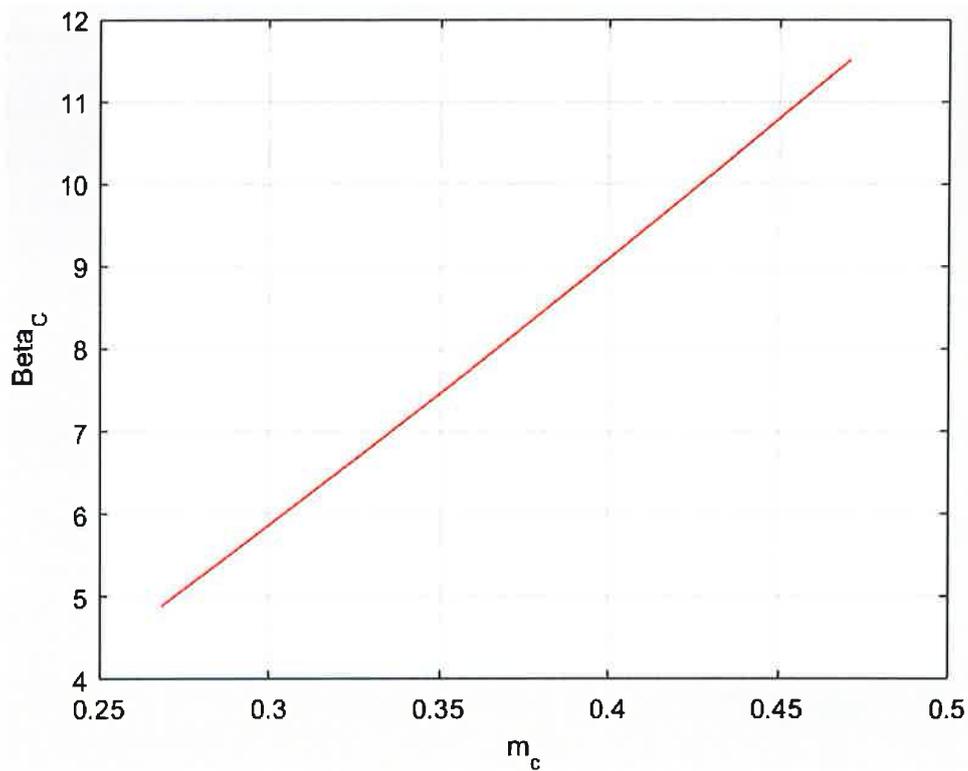


Grafico della linea di funzionamento del motore

T_2^o	$\frac{T_2^o}{T_1^o}$	β_c	EPR	\dot{m}_{corr}	K_c	$\frac{T_3^{o(1)}}{T_3^{o*}}$	$\frac{n}{n^*}$
750	2.8572	4.8916	1.5849	0.2684	0.2409	0.6000	0.7746
850	3.2382	5.7430	1.8607	0.2960	0.2409	0.6800	0.8246
950	3.6192	6.6883	2.1670	0.3261	0.2409	0.7600	0.8718
1050	4.0001	7.7327	2.5054	0.3586	0.2409	0.8400	0.9165
1150	4.3811	8.8811	2.8775	0.3936	0.2409	0.9200	0.9592
1250	4.7621	10.1385	3.2849	0.4309	0.2409	1	1
1350	5.1430	11.5100	3.7292	0.4708	0.2409	1.0800	1.0392

b1) Si valuti la spinta lorda corretta al variare della manetta

Si definisce:

$$S_J = \dot{m}_e w_t + A_t(p_t - p_o)$$

$$\frac{S_J}{p_1^o A_t} = \left(\frac{\dot{m}_e w_e}{p_1^o A_t} + \frac{p_t}{p_1^o} \right) - \frac{p_o}{p_1^o} \quad (1)$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$w_t^* = 577.2 \frac{m}{s};$$

$$R = 287 \frac{J}{kgK};$$

$$T_3^{o*} = 1250 K;$$

$$\frac{A_1}{A_t} = 2.579.$$

Per calcolare il rapporto tra le aree si impone la congruenza tra la portata in ingresso al combustore e la portata in gola: $\dot{m} = \dot{m}_t$.

$$\dot{m}_t = \dot{m} \frac{\alpha + 1}{\alpha} = \frac{p_t^o A_t}{\sqrt{R' T_t^o}} \frac{\sqrt{\gamma'}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\gamma' - 1}{2}\right)^{\frac{\gamma'+1}{\gamma'-1}}}}$$

$$\dot{m} = \frac{p_1^o A_1}{\sqrt{R T_1^o}} \frac{\sqrt{\gamma} M_1^*}{\sqrt{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^{*2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}$$

Queste sono la stessa espressione della portata in massa calcolata per $M=1$ nel caso della portata in gola (infatti l'ugello è critico) e per M_1^* nel secondo caso. La γ è quella dei gas combusti nel primo caso, in quanto l'ugello si trova dopo il combustore, mentre è quella normale nel secondo caso, in quanto il compressore precede il combustore. Eguagliandole si ottiene:

$$\frac{A_1}{A_t} = \frac{p_t^{o*} \sqrt{R T_1^{o*}}}{p_1^{o*} \sqrt{R' T_t^{o*}}} \frac{\sqrt{\gamma'}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\gamma' - 1}{2}\right)^{\frac{\gamma'+1}{\gamma'-1}}}} \frac{\sqrt{\gamma} M_1^*}{\sqrt{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^{*2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}} = 2.579$$

$$3) \frac{p_t}{p_1^o} = \frac{p_t}{p_4^o} \frac{p_4^o}{p_3^o} \frac{p_3^o}{p_2^o} \frac{p_2^o}{p_1^o} = \frac{\beta_c \epsilon_b}{\beta_t \beta_{cr}} = \left(\frac{\epsilon_b}{\beta_t \beta_{cr}}\right)^* \beta_c$$

Si ricava la seguente tabella:

n/n*	(me+wt)/(p1°*At)	pt/p1°	Sj/(p1°*At)	A1/At	kn
1,05	3,090	7,823	10,913	9,913	2,579
1,04	2,990	7,569	10,559	9,559	2,532

Enrico Nicola a.a 2016/2017



Il grafico della spinta a punto fisso ($M_0=0$) è traslato in basso di 1 rispetto al a quello della spinta ideale a $M_0 \rightarrow \infty$ ($\frac{p_0}{p_1^0} \rightarrow 0$).

b2) Alla quota e alla velocità di progetto si valutino le prestazioni lorde e nette al variare del numero di giri

In generale la spinta lorda è funzione di z, n oppure T_3^0, M_0 . In questo paragrafo si chiede di diagrammare $\frac{S}{p_0 A_1} = f\left(M_0, \frac{n}{\sqrt{T_3^0}}\right)$, mantenendo z ed M_0 costanti.

IPOTESI:

- $L_c \propto n^2$
- l'ugello è critico ($M_t = 1$)
- $M_0 = cost$
- $z = cost$
- $\eta, \epsilon, \frac{1+\alpha}{\alpha}$... sono al loro valore di progetto

Come manetta si definisce il parametro X:

$$X = \frac{n}{n^*}$$

- effetti su β_c

Il lavoro di compressione si può scrivere come:

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$\frac{\alpha}{\alpha^*} = \frac{\left(\frac{T_3^o}{T_1^{o*}} - \frac{T_2^{o*}}{T_1^{o*}}\right)}{\left(\frac{T_3^o}{T_1^{o*}} - \frac{T_2^o}{T_1^{o*}}\right)} = \frac{\left(\frac{T_3^o}{T_1^{o*}} - \frac{T_2^{o*}}{T_1^{o*}}\right)}{\left(\frac{T_3^o}{T_1^{o*}} - \frac{T_2^{o*} - T_1^{o*}}{T_1^{o*}} - 1\right)}$$

dove:

$$\frac{T_3^o}{T_1^o} = \frac{T_3^{o*}}{T_1^{o*}} n^2 = \frac{T_3^{o*}}{T_1^{o*}} X^2$$

$$(T_2^o - T_1^o) = X^2 (T_2^{o*} - T_1^{o*})$$

quindi si ha che:

$$\frac{\alpha}{\alpha^*} = \frac{\left(\frac{T_3^o}{T_1^{o*}} - \frac{T_2^{o*}}{T_1^{o*}}\right)}{X^2 \left(\frac{T_3^o}{T_1^{o*}} - \frac{T_2^{o*} - T_1^{o*}}{T_1^{o*}}\right) - 1}$$

Dall'espressione precedente si può capire quanto si consuma rispetto alle condizioni di progetto. Siamo a M_0 , quindi $T_1^o = T_1^{o*}$. Una volta nota la dosatura possiamo risalire alla portata di combustibile.

- effetti su \dot{m}_b

$$\frac{\dot{m}_b}{\dot{m}_b^*} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} \frac{\alpha^*}{\alpha}$$

- **Prestazioni specifiche**

Per definire le prestazioni specifiche, ovvero il rapporto tra ciascuna prestazione in regolazione e il valore a progetto, dobbiamo conoscere w_t e la quota di disadattamento dell'ugello.

La spinta specifica è definita come:

$$I_a = \frac{\alpha + 1}{\alpha} w_t \left[1 - \left(\frac{p_0}{p_t} - 1 \right) \frac{1}{\gamma'} \right] - U^*$$

$$w_t = \sqrt{2c_p' T_4^o \left(1 - \frac{1}{\beta_{cr} \gamma'} \right)}$$

Per le ipotesi fatte in precedenza si ha che:

$$c_p' = \text{cost}$$

$$\beta_{cr} = \text{cost}$$

$$T_4^o \propto T_3^o$$

Quindi la velocità varia come il numero di giri:

$$w_t = w_t^* X$$

Per trovare la z di disadattamento dell'ugello si ha che il rapporto tra la pressione ambiente e la pressione in gola è proporzionale al β_{cr} in quanto β_{cr} , ϵ_b , β_t sono costanti:

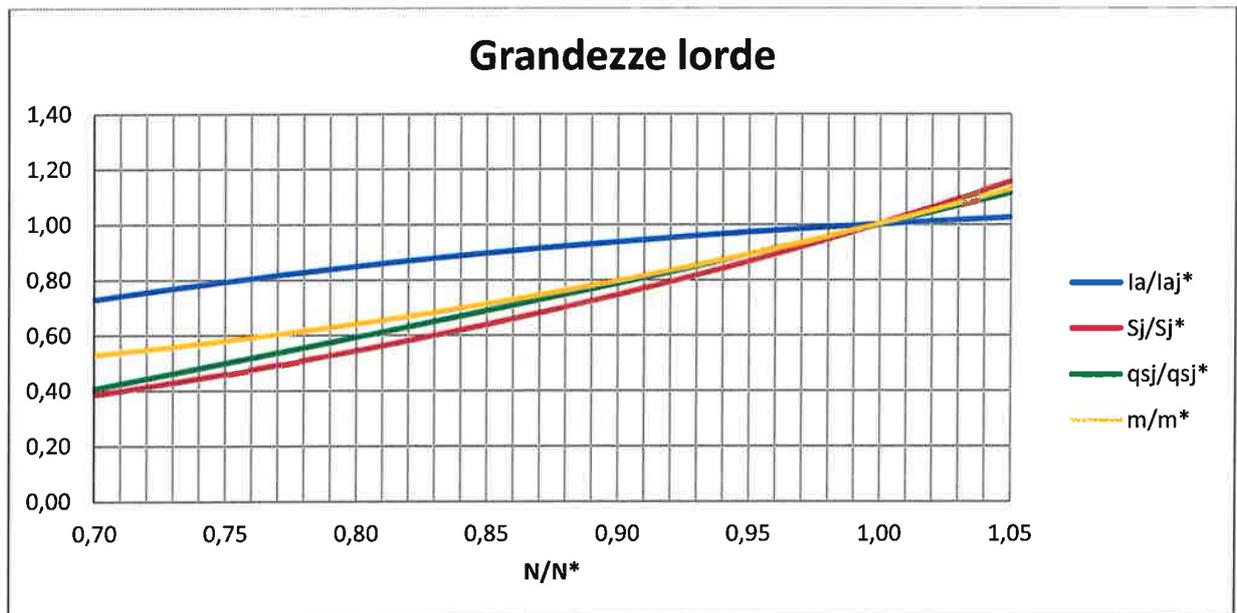
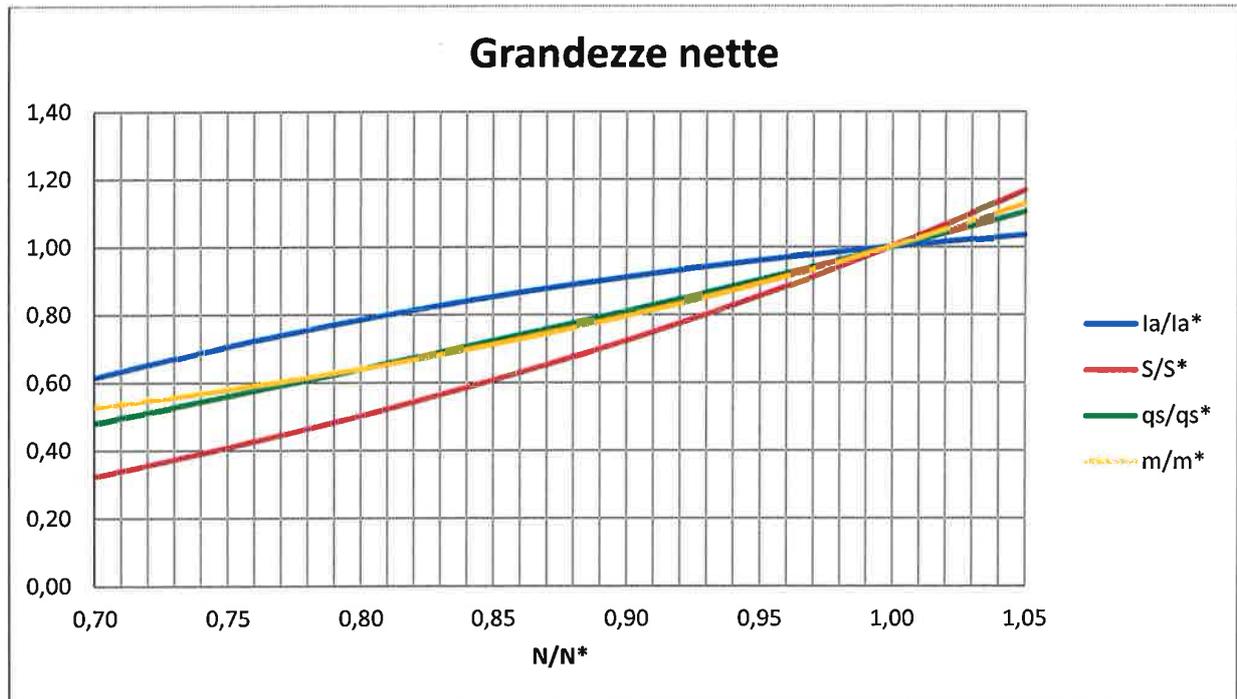
Enrico Nicola a.a 2016/2017

U*	la*	(T2°/T1°)*	(T3°/T1°)*
258,4928	619,3645	2,148	4,764

n/n*	T2°/T1°	Lc	βc	m/m*	α/α*	mb/mb*
1,05	2,265	323,5	13,02	1,1276	0,8759	1,28735
1,04	2,241	320,4	12,60	1,1010	0,8986	1,22521
1,03	2,217	317,3	12,18	1,0751	0,9224	1,16565
1,02	2,194	314,3	11,78	1,0499	0,9471	1,10857
1,01	2,171	311,2	11,39	1,0254	0,9730	1,05388
1,00	2,148	308,1	11,02	1,0015	1,0000	1,00149
0,99	2,125	305,0	10,65	0,9782	1,0283	0,95131
0,98	2,102	301,9	10,30	0,9556	1,0579	0,90326
0,97	2,080	298,9	9,96	0,9335	1,0890	0,85726
0,96	2,058	295,8	9,63	0,9121	1,1215	0,81323
0,95	2,036	292,7	9,31	0,8912	1,1558	0,77110
0,94	2,014	289,6	9,01	0,8709	1,1917	0,73078
0,93	1,993	286,5	8,71	0,8512	1,2296	0,69221
0,92	1,971	283,4	8,42	0,8320	1,2695	0,65532
0,91	1,950	280,4	8,14	0,8133	1,3117	0,62005
0,90	1,930	277,3	7,87	0,7951	1,3562	0,58632
0,89	1,909	274,2	7,61	0,7775	1,4032	0,55408
0,88	1,889	271,1	7,36	0,7604	1,4531	0,52327
0,87	1,869	268,0	7,12	0,7437	1,5061	0,49383
0,86	1,849	265,0	6,88	0,7276	1,5623	0,46570
0,85	1,829	261,9	6,66	0,7119	1,6222	0,43883
0,84	1,810	258,8	6,44	0,6967	1,6861	0,41317
0,83	1,791	255,7	6,23	0,6819	1,7544	0,38866
0,82	1,772	252,6	6,02	0,6675	1,8275	0,36527
0,81	1,753	249,6	5,82	0,6536	1,9060	0,34293
0,80	1,734	246,5	5,63	0,6402	1,9904	0,32161
0,79	1,716	243,4	5,45	0,6271	2,0815	0,30127
0,78	1,698	240,3	5,27	0,6144	2,1800	0,28185
0,77	1,680	237,2	5,10	0,6022	2,2868	0,26333
0,76	1,663	234,2	4,93	0,5903	2,4030	0,24566
0,75	1,646	231,1	4,78	0,5788	2,5298	0,22880
0,74	1,628	228,0	4,62	0,5677	2,6689	0,21272
0,73	1,612	224,9	4,47	0,5570	2,8219	0,19738
0,72	1,595	221,8	4,33	0,5466	2,9911	0,18275
0,71	1,578	218,7	4,19	0,5366	3,1790	0,16880
0,70	1,562	215,7	4,06	0,5270	3,3890	0,15549

	NETTE			LORDE			
n/n*	la/la*	S/S*	qs/qs*	laj/laj*	Sj/Sj*	qsj/qsj*	po/pt
1,05	1,0350	1,1671	1,1030	1,0247	1,1555	1,1141	0,2747

Enrico Nicola a.a 2016/2017



b3) Alla quota e al numero di giri di progetto si valutino le prestazioni nette e lorde al variare del Mach di volo

IPOSTESI:

- *ugello critico* \Rightarrow *turbina bloccata* $\Rightarrow \beta_t = cost, \frac{\dot{m}\sqrt{T_3^0}}{p_3^0} = cost$
- $L_c \propto N^2$
- $\epsilon, \eta, c_p, R, \gamma$ sono costanti
- $\epsilon_d = 1$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

L'unico parametro che varia in questa formula è T_1^o . Infatti questo aumenta all'aumentare del M_0 e fornisce al combustore aria più calda. Questo effetto è positivo per il motore in quanto devo scaldare di meno il flusso in ingresso e quindi utilizzare meno combustibile.

La portata di combustibile si può scrivere come:

$$\frac{\dot{m}_b}{\dot{m}_b^*} = \frac{\alpha^* \dot{m}}{\alpha \dot{m}^*}$$

La spinta specifica:

$$I_a = \frac{\alpha + 1}{\alpha} w_t \left[1 + \left(\frac{p_0}{p_t} - 1 \right) \frac{1}{\gamma'} \right] - U$$

La velocità di scarico sarà:

$$w_t = \sqrt{\gamma' R' T_t'} * M_t \quad , \quad \text{con } M_t = 1 \text{ in quanto l'ugello è critico}$$

$$T_t' = \frac{T_4^o}{\tau_{cr}} \propto T_4^o, \quad \text{con } \tau_{cr} = (\beta_{cr})^{\frac{\gamma'-1}{\gamma'}} \text{ rapporto di espansione critico}$$

Infatti a valle dell'ugello abbiamo un'espansione critica, quindi la T d'uscita è sempre uguale e di conseguenza anche la velocità d'uscita dei gas di scarico w_t rimane costante.

$$w_t = w_t^*$$

Siccome $\beta_t = \text{cost}$ si ha che anche $T_3^o = \text{cost} = T_3^{o*}$.

Si ottengono le seguenti relazioni, che poi verranno calcolate per $M_0 = 0 \div 1.20$ e graficate in funzione del M_0 .

- SPINTA SPECIFICA

$$\frac{I_a}{I_a^*} = \frac{1 + \alpha^*}{\alpha^*} w_t^* \left\{ \left[1 - \left(\frac{p_0}{p_t} \right)^* \frac{\beta_c}{\beta_c^*} \left(\frac{p_0^o/p_0}{p_0^o/p_0} \right)^* - 1 \right] \frac{1}{\gamma'} \right\} - \frac{M_0}{M_0^*}$$

- SPINTA

$$\frac{S}{S^*} = \frac{I_a}{I_a^*} \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*}$$

- CONSUMO SPECIFICO

$$\frac{q_s}{q_s^*} = \frac{\alpha^* I_a^*}{\alpha I_a}$$

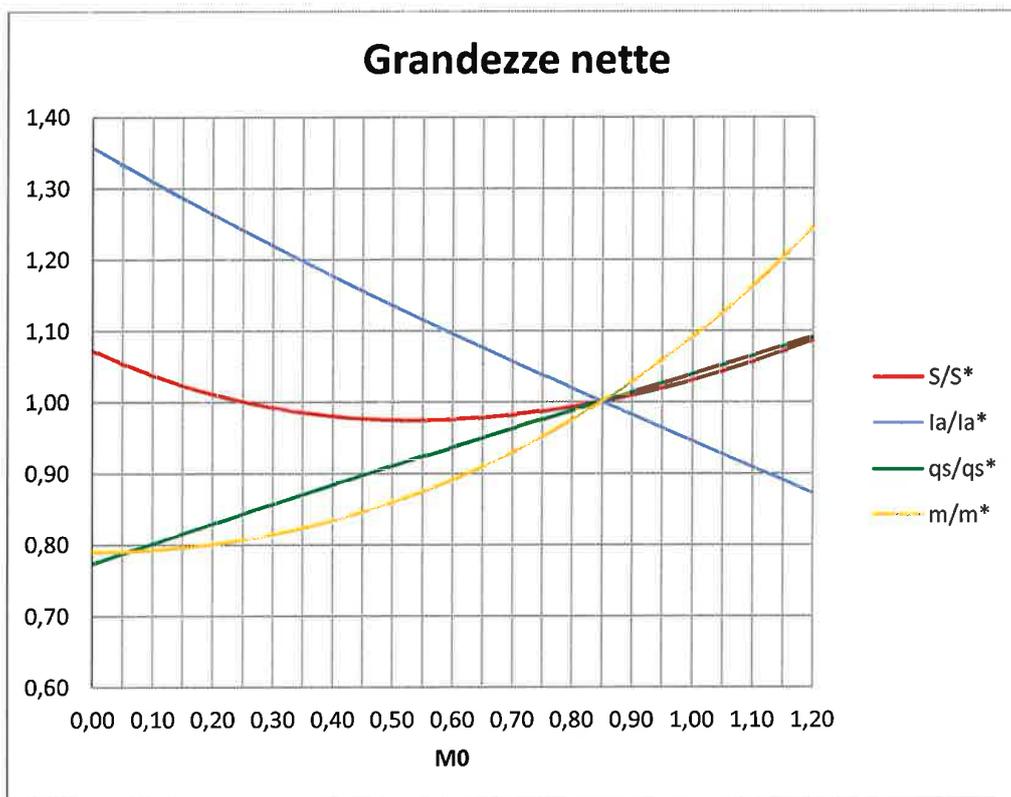
- SPINTA SPECIFICA LORDA

$$\frac{I_{aj}}{I_{aj}^*} = \frac{I_a + u}{(I_a + U)^*}$$

- SPINTA LORDA

Enrico Nicola a.a 2016/2017

1,263	1,011	0,8287	0,9603	0,7686	1,0899	0,8003	0,4063
1,240	1,000	0,8425	0,9618	0,7756	1,0866	0,8064	0,4033
1,219	0,992	0,8561	0,9636	0,7843	1,0826	0,8139	0,3995
1,197	0,985	0,8697	0,9658	0,7947	1,0779	0,8229	0,3952
1,176	0,980	0,8831	0,9682	0,8067	1,0726	0,8333	0,3903
1,155	0,976	0,8965	0,9708	0,8205	1,0666	0,8452	0,3848
1,135	0,974	0,9098	0,9738	0,8361	1,0601	0,8586	0,3788
1,115	0,974	0,9229	0,9770	0,8534	1,0530	0,8736	0,3723
1,095	0,975	0,9360	0,9804	0,8727	1,0453	0,8902	0,3653
1,075	0,977	0,9489	0,9840	0,8939	1,0372	0,9085	0,3580
1,056	0,981	0,9618	0,9878	0,9172	1,0285	0,9286	0,3502
1,037	0,986	0,9746	0,9917	0,9426	1,0195	0,9505	0,3422
1,019	0,992	0,9874	0,9958	0,9701	1,0100	0,9742	0,3338
1,000	1,000	1,0001	1,0000	1,0000	1,0001	1,0000	0,3252
0,982	1,009	1,0128	1,0043	1,0323	0,9899	1,0278	0,3164
0,963	1,019	1,0256	1,0087	1,0670	0,9793	1,0578	0,3074
0,945	1,030	1,0383	1,0131	1,1044	0,9685	1,0901	0,2983
0,927	1,042	1,0512	1,0176	1,1445	0,9573	1,1247	0,2891
0,909	1,056	1,0641	1,0222	1,1876	0,9459	1,1618	0,2799
0,891	1,070	1,0771	1,0267	1,2336	0,9343	1,2016	0,2706
0,872	1,085	1,0904	1,0312	1,2829	0,9224	1,2441	0,2614



Enrico Nicola a.a 2016/2017

ESERCITAZIONE 5

CALCOLO DELLE PRESTAZIONI DI ENDOREATTORI A PROPELLENTI LIQUIDI PER LANCIATORE A TRE STADI

Il lanciatore è costituito da tre stadi, quindi da tre diversi endoreattori che si staccheranno in tre momenti diversi del lancio una volta terminato il proprio compito di portare il satellite in orbita geostazionaria. Si tratta quindi di un lanciatore non riutilizzabile (ELV= "Expendable Launch Vehicle"). Il primo stadio ha un buon I_{sp} , il secondo un buon I_s , mentre il terzo è di tipo *Stored*, e potrà quindi essere usato in un secondo momento. Nel primo stadio sono privilegiati i volumi, nel secondo i consumi e quindi i costi, mentre nel terzo ho un propellente che posso utilizzare in un secondo momento. Vi sarà anche una differenza di utilizzi: i motori del primo stadio vengono usati in atmosfera, si sceglieranno quindi ε opportuni che porteranno ad una determinata quota di adattamento. Viene fissato dunque $p_e = p_0(z)$. Il secondo e il terzo stadio funzioneranno invece nel vuoto o comunque con pressioni molto basse, quindi si fissa un ε che ottimizzi peso ed ingombro, dando meno importanza all'adattamento. La p_c del primo stadio sarà più elevata di quella degli ultimi due stadi, in quanto il primo deve funzionare in atmosfera e quindi vincere la resistenza d'attrito dell'aria. Per quanto concerne il sistema di alimentazione, viene usata una turbopompa mossa da una turbina, con un circuito open, in quanto il fluido che muove la turbina, prelevato dal propellente, viene poi fatto espandere in un ugello per produrre spinta. Ciò avviene nei primi due stadi. Nel terzo stadio invece non c'è questo problema e si utilizza un serbatoio pressurizzato con sistema *blow down*, quindi non c'è necessità della turbopompa.

Vengono fornite tre tabelle, nella prima ci sono i dati generali dei tre motori, nella seconda ci sono le specifiche dei propellenti liquidi utilizzati, nella terza tabella ho per ogni motore i dati sul livello di spinta, sul tempo di funzionamento e sull'impulso specifico.

A partire dai dati forniti si chiede di calcolare, per ciascuno dei tre stadi:

- c^*
- C_f
- I_s
- I_{sp}
- \dot{m}_0
- \dot{m}_F
- $\varepsilon(1)$
- $p_e(2), p_e(3)$
- A_t

Questi dati vanno poi inseriti a completare la tabella data nella consegna.

1° STADIO (LOX/RP-1)

Enrico Nicola a.a 2016/2017

Si eguagliano le portate in gola e in uscita dall'ugello: $\dot{m}_t = \dot{m}_e$ e si ottiene:

$$\frac{p_c A_t}{\sqrt{RT_c}} \Gamma = \frac{p_c A_e}{\sqrt{RT_c}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

Da questa equazione si può ricavare agilmente che:

$$\varepsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}}$$

Per il primo stadio conoscendo la p_c e ricavando la p_e dalla quota di adattamento posso ricavare $\varepsilon(1)$. Per il secondo ed il terzo stadio invece devo usare un procedimento iterativo per arrivare a convergenza e trovare p_c/p_e .

Si definisce l'incognita $x = \frac{p_e}{p_c}$

$$x^{\frac{2}{\gamma}} - x^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} = \left(\frac{\gamma-1}{2}\right) \left(\frac{\Gamma}{\varepsilon}\right)^2$$

E, introducendo $k = \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(\frac{\Gamma}{\varepsilon}\right)^2 = cost$, si ha:

$$x = \left(\frac{K}{1 - x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)^{\frac{\gamma}{2}}$$

si parte da un valore arbitrario di x ($x=0$), si guarda il grafico e si itera fino ad arrivare a convergenza della soluzione.

Si ricava dunque che $x(2) = \frac{p_e}{p_c} = 0.002$, $x(3) = \frac{p_e}{p_c} = 0.0021$.

Quindi:

$$\begin{cases} p_e(2) = 0.1093 \\ p_e(3) = 0.0199 \end{cases}$$

Ora calcoliamo il coefficiente di spinta:

$$c_{Fid} = \frac{F_{id}}{p_c A_t} = \frac{\dot{m}_{id} w_{eid} + A_e (p_{eid} - p_0)}{p_c A_t}$$

$$w_{eid} = \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}$$

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R$$

$$c_{Fid} = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_0}{p_c} \right) \quad \text{con } \begin{cases} p_0(1) = 1 \text{ atm} \\ p_0(2,3) = 0 \text{ atm} \end{cases}$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

1976 US Standard Atmosphere

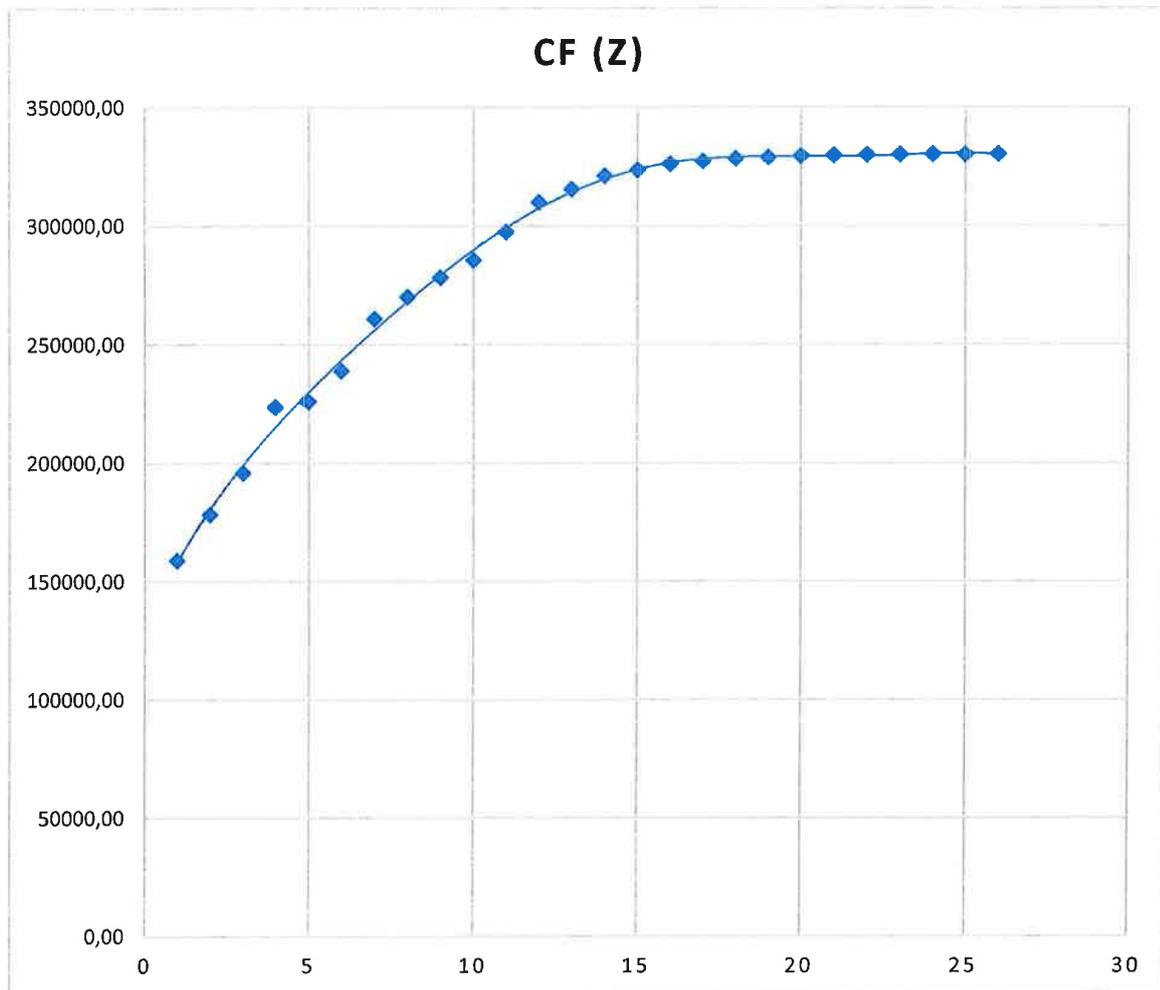
Alt. (km)	T/To	P/Po	D/Do	Temp. (K)	Pressure	Density
0	1.00000	1	1	288.15	101.33	1.225
1	0.97745	0.88701	0.907477	281.65	89.88069	1.11166
2	0.95490	0.784618	0.821677	275.15	79.50535	1.006554
3	0.93236	0.692042	0.742248	268.66	70.1246	0.909254
4	0.90983	0.608541	0.668854	262.17	61.66346	0.819347
5	0.88730	0.533415	0.601166	255.68	54.0509	0.736428
6	0.86478	0.466001	0.538866	249.19	47.21991	0.660111
7	0.84227	0.405677	0.481647	242.70	41.10722	0.590018
8	0.81976	0.351853	0.429212	236.22	35.65328	0.525785
9	0.79727	0.303978	0.381275	229.73	30.8021	0.467062
10	0.77478	0.261532	0.337558	223.25	26.50108	0.413509
11	0.75229	0.22403	0.297796	216.77	22.70095	0.3648
12	0.75187	0.191456	0.254642	216.65	19.40027	0.311936
13	0.75187	0.163627	0.217628	216.65	16.58031	0.266594
14	0.75187	0.139849	0.186003	216.65	14.17095	0.227854
15	0.75187	0.119533	0.158982	216.65	12.11229	0.194753
16	0.75187	0.102173	0.135893	216.65	10.35322	0.166469
17	0.75187	0.087339	0.116183	216.65	8.850047	0.1423
18	0.75187	0.074662	0.099302	216.65	7.565491	0.121645
19	0.75187	0.063828	0.084893	216.65	6.467703	0.103994
20	0.75187	0.054569	0.072578	216.65	5.529479	0.088908
21	0.75510	0.04667	0.061807	217.58	4.729078	0.075713
22	0.75854	0.039945	0.05266	218.57	4.047606	0.064508
23	0.76199	0.034214	0.044902	219.57	3.466954	0.055004
24	0.76543	0.029328	0.038316	220.56	2.971816	0.046937
25	0.76888	0.025158	0.032721	221.55	2.549275	0.040083
26	0.77232	0.021597	0.027964	222.54	2.188419	0.034256
27	0.77576	0.018553	0.023916	223.54	1.880007	0.029297
28	0.77920	0.01595	0.02047	224.53	1.61622	0.025075
29	0.78264	0.013722	0.017533	225.52	1.390436	0.021478
30	0.78608	0.011813	0.015028	226.51	1.197043	0.018409
31	0.78952	0.010177	0.012891	227.50	1.031268	0.015791
32	0.79296	0.008774	0.011065	228.49	0.889067	0.013555
33	0.80157	0.007572	0.009447	230.97	0.767311	0.011572
34	0.81119	0.006547	0.008071	233.74	0.663412	0.009887
35	0.82080	0.005671	0.006908	236.51	0.574593	0.008463
36	0.83041	0.00492	0.005924	239.28	0.49852	0.007257
37	0.84002	0.004276	0.00509	242.05	0.433245	0.006235
38	0.84962	0.003722	0.004381	244.82	0.377135	0.005366
39	0.85922	0.003245	0.003777	247.59	0.328817	0.004626
40	0.86882	0.002834	0.003262	250.35	0.287139	0.003995
41	0.87842	0.002478	0.002821	253.12	0.251128	0.003456
42	0.88801	0.002171	0.002445	255.88	0.219963	0.002995
43	0.89760	0.001904	0.002121	258.64	0.192947	0.002599
44	0.90718	0.001673	0.001844	261.40	0.169492	0.002259
45	0.91677	0.001471	0.001605	264.17	0.149097	0.001966
46	0.92635	0.001296	0.001399	266.93	0.131337	0.001714
47	0.93592	0.001143	0.001222	269.69	0.115847	0.001496
48	0.93927	0.001009	0.001075	270.65	0.102292	0.001317
49	0.93927	0.000891	0.000949	270.65	0.090333	0.001163
50	0.93927	0.000787	0.000838	270.65	0.079776	0.001027

RISULTATI

	LOX/RP-1	LOX/LH2	NTO/MMH
T (K)	3590	3360	3250
M (kg/Mol)	22,5	12	21
γ	1,22	1,21	1,24
R (J/MolK)	8314		

Enrico Nicola a.a 2016/2017

37	0,004276		329633,30
40	0,002834		329880,43
42	0,002171		329994,05
45	0,001471		330114,01
47	0,001143		330170,23
50	0,000787		330231,24



Enrico Nicola a.a 2016/2017

Dati:

Gas pressurizzante He: $R = 2077 \text{ J/kg/K}$; $\gamma = 1.67$

Materiale serbatoio Ti 6Al-4V: $\sigma = 833 \text{ MPa}$; $\rho = 4430 \text{ kg/m}^3$

Propellenti MMH/NTO: $c = 3107 \text{ m/s}$; densità media = 1163 kg/m^3 (NB: il rapporto di miscela è scelto in modo da avere uguali volumi per i due propellenti)

Payload = 1200 kg

Massa strutturale (escluso serbatoio He) = 1100 kg

Propellente residuo = 15 % massa propellente LEO-GEO

Pressione iniziale serbatoi He = 30 MPa

Pressione serbatoi propellente prima di apertura valvole NC = 0.5 MPa

Pressione di regolazione = 2 MPa

Volume ullaggio = 5 % del volume occupato dal propellente (incluso il propellente residuo)

Temperatura condizionamento = 293 K

Sono riportati i dati di pressione, temperatura e massa di He per i due serbatoi, quello del propellente e quello del gas pressurizzante, per ognuna delle 6 fasi d'utilizzo:

	Fase	0	1	2	3	4	5	6
Serbatoio He	p [Mpa]	30	29	8.1	13	9.7		
	T [K]	293	295	175	293	256		
	m (He) [kg]	58.83	57.41	26.61	26.61	21.7		
Serbatoio propellente	p [Mpa]	0.5	2	2	2.4	2	2.16	1.9
	T [K]	293	293	239.7	293	271		
	m (He) [kg]	0.47	1.89	32.68	32.68	37.6	37.6	37.6

Di seguito è riportato lo schema dell'endoreattore:

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$\frac{m_i}{m_f} = e^{\frac{\Delta V}{c}}$$

$$\Delta V = c \ln\left(\frac{m_i}{m_f}\right)$$

dove:

$$m_i = m_{payload} + m_{struttura} + m_g + m_s + m_p * 1.15 = m_u + m_g + m_s + 1.15m_p$$

$$m_f = m_i - m_p = m_u + m_g + m_s + 0.15m_p$$

$$c = 3107 \frac{m}{s} \quad \text{velocità equivalente di uscita dal propulsore}$$

Quindi il rapporto tra massa iniziale e massa finale sarà:

$$\frac{m_f}{m_i} = 3.61642$$

Quindi ho un sistema di 3 equazioni in 4 incognite:

$$\begin{cases} m_f e^{\frac{\Delta V}{c}} = 2300 + m_g + m_s + 1.15m_p \\ m_f = 2300 + m_g + m_s + 0.15m_p \\ \frac{m_f}{m_i} = 3.61642 \end{cases}$$

Posso scrivere un'altra equazione legando la massa del gas a quella del serbatoio che lo contiene, sfruttando il I Principio della Termodinamica:

$$m_g = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = 49.297 V_0$$

Ora, studiando il serbatoio, si ha che, affinché non esploda, le tensioni interne agenti nella parete sottile devono equilibrare le forze agenti sulla superficie a causa della pressione del gas all'interno. Quindi si ha:

$$m_s = 4[4\pi r^2 s \rho_{Ti}] = (287.179 V_0) 4 \quad (\text{visto che ci sono 4 serbatoi})$$

$$V_0 = 4 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$\Rightarrow 2\pi r_s s \sigma_{Ti} = \pi r_s^2 p_0 k$$

con $k = \text{coefficiente di sicurezza} = 1.2$

Si ottiene quindi lo spessore s :

$$s = \frac{k r_s p_0}{2 \sigma_{Ti}}$$

e il raggio r :

$$r^3 = \frac{3}{4\pi} V_0$$

Essendo m_g ed m_s entrambe esprimibili in funzione del volume dei serbatoi le possiamo sommare:

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$\rho_p = \frac{\rho_o \rho_F (1 + MR)}{MR \rho_F + \rho_o}$$

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_F}$$

$$\rho_{NTO} = \rho_o = 1442 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_{MMH} = \rho_F = 863 \frac{kg}{m^3}$$

$$\Rightarrow MR = \frac{\rho_o (\rho_F + \rho_p)}{\rho_F (\rho_p - \rho_o)} = 161.20$$

b) verificare il funzionamento del propulsore considerando le varie fasi

Si hanno 6 fasi di utilizzo dell'endoreattore:



1.b) APERTURA VALVOLE PIROTECNICHE NORMALLY CLOSED

In 0 non si ha più l'ipotesi di ullaggio nullo e quindi si deve calcolare la massa in aggiunta, tenendo conto del volume di ullaggio:

$$V_{ullaggio} = 5\% (V_p + V_R) = 0.575 m^3$$

$$p_R = 20 \text{ bar}$$

$$p_{t0} = 5 \text{ bar} \quad \text{pressione di vapore del propellente}$$

$$m_{t0} = \frac{V_u p_{t0}}{RT_0} = 0.472 \text{ kg} \quad \text{massa di gas nel tank}$$

$$m_{gtot} = m_0 + m_{t0} = 59.3124 \text{ kg}$$

$$T_{t1} = T_1 = T_0 = 293 \text{ k}$$

$$m_{t1} = \frac{p_R}{RT_0} V_u = 1.888 \text{ kg}$$

$$m_1 = m_0 - (m_{t1} - m_{t0}) = 57.41 \text{ kg}$$

$$p_1 = \frac{m_1}{m_0} p_0 = 29 \text{ MPa}$$

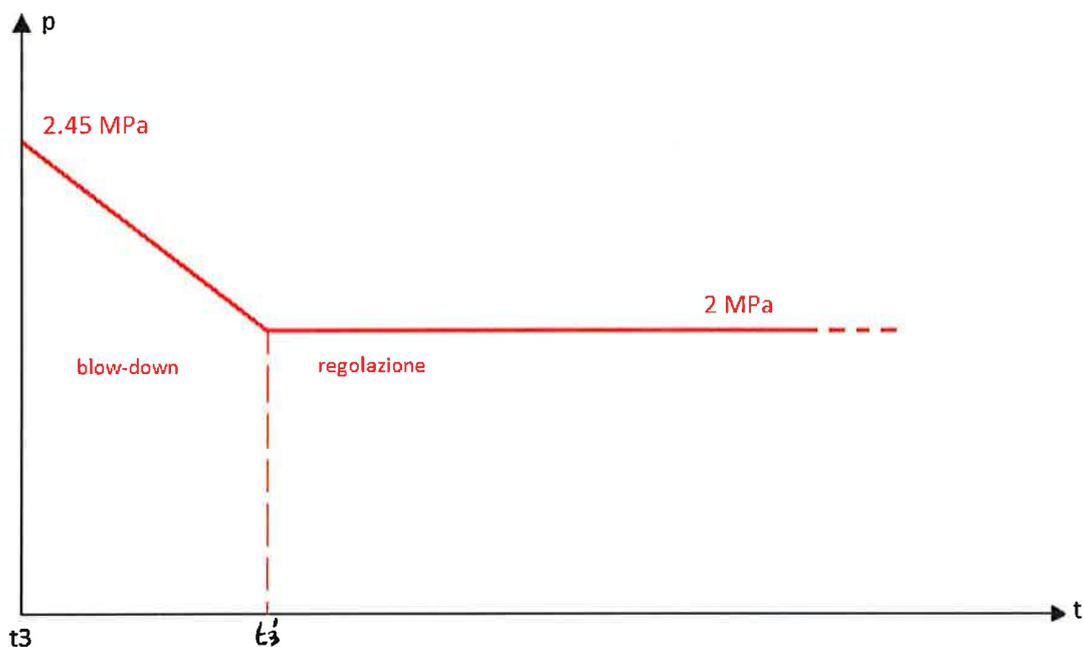
2.b) PRIMA ACCENSIONE (ADIABATICA)

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$p_3 = p_2 \frac{T_0}{T_2} = 13.54 \text{ MPa}$$

4.b) SECONDA ACCENSIONE (ADIABATICA)

A questo punto il sistema che era settato per avere $p=2$ MPa nei serbatoi si trova nel tank una pressione di 2.45 MPa, quindi il sistema assumerà prima un comportamento *blow-down*, ovvero i serbatoi "si sgonfiano" e inviano gas in camera in virtù della maggiore pressione dei serbatoi pressurizzati rispetto al tank. Quindi i gas pressurizzati "spingono" il propellente in camera semplicemente per la loro maggiore pressione. Quando viene ristabilita la pressione di progetto di 2 MPa il sistema di alimentazione riprende il suo normale funzionamento.



Bisogna quindi individuare il punto t_3' .

Il volume di gas alla fine del blow-down nel tank è dato da:

$$V'_{t_3} = V_{t_3} \left(\frac{p_{t_3}}{p_R} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 9.3 \text{ m}^3$$

L'espulsione del propellente può essere divisa in due fasi, una dovuta al blow-down, l'altra dovuta alla regolazione:

$$V_{P2} = V'_{P2} + V''_{P2}$$

La temperatura raggiunta nel tank alla fine del blow-down è:

$$T'_{t_3} = \left(\frac{p_R}{p_{t_3}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_{t_3} = 270.26 \text{ K}$$

$$V_{P2,BD} = V'_{t_3} - V_{t_3} = 1.05 \text{ m}^3 \quad \text{volume di gas espulso durante il blow - down}$$

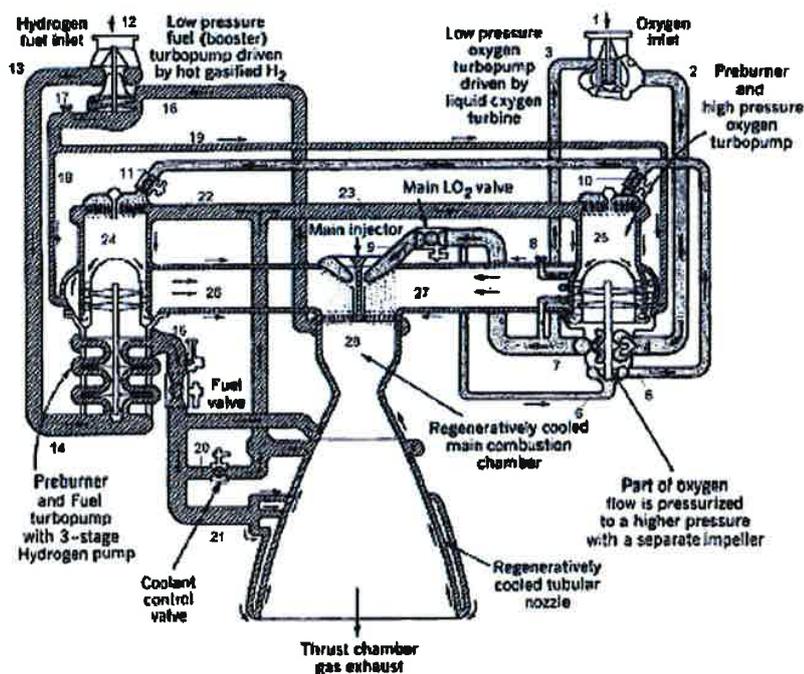
$$m_{p2,BD} = \Delta V \rho_p = 1221.2 \text{ kg}$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

ESERCITAZIONE 7

SISTEMA DI ALIMENTAZIONE CON TURBOPOMPE DELLO SSME

Si vogliono analizzare i gruppi turbopompa di *alta pressione* e di *bassa pressione* per i circuiti LOX e LH₂ dello SSME (Space Shuttle Main Engine), qui sotto rappresentato.

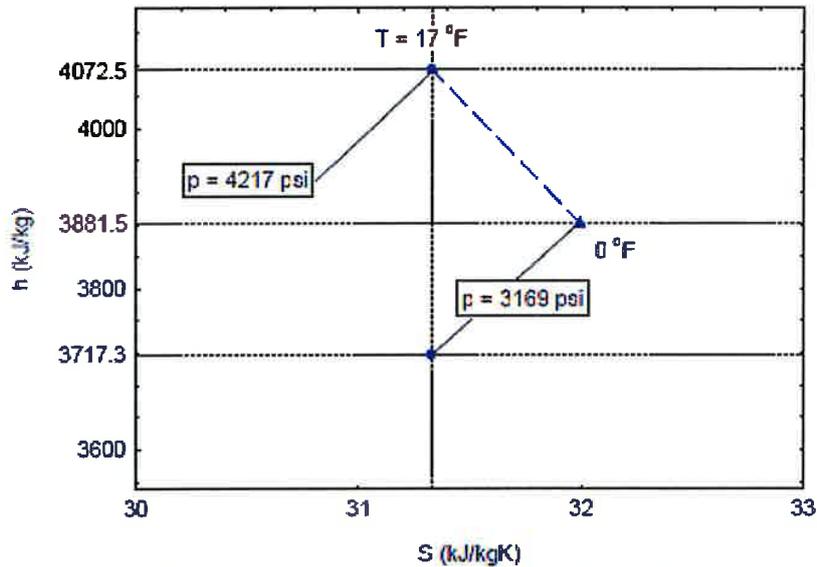


Il funzionamento del circuito verrà valutato al valore di 104.5% del *RPL* (*Rated Power Level*), per il quale sono forniti i seguenti dati:

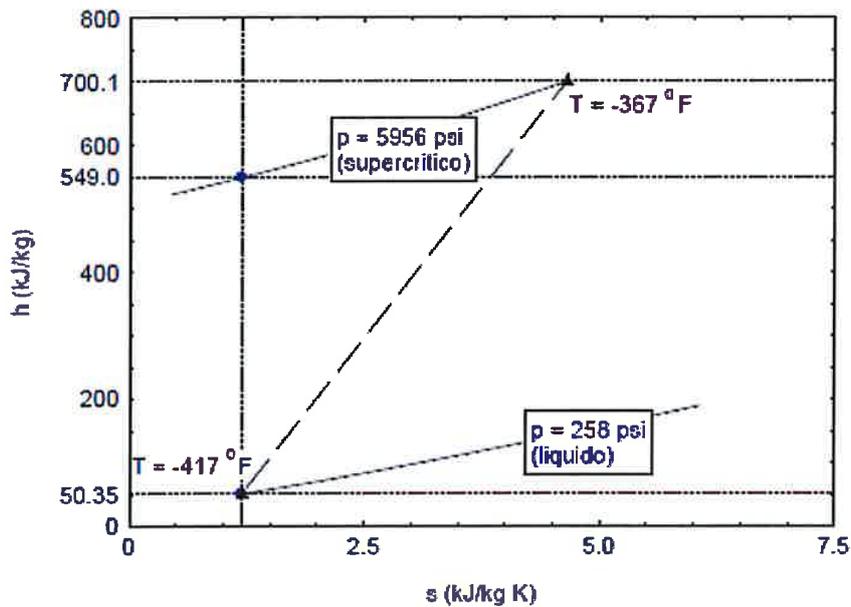
Enrico Nicola a.a 2016/2017

3) Compressione 14-15 ed espansione 16-17 vedi grafici allegati relativi a paraidrogeno

Turbina LPFTP - Fluido = GH2 (supercritico)



Turbopompa HPFTP - Paraidrogeno



I dati numerici riportati nella tabella 1) si riferiscono ai valori di pressione e di portata nei condotti alle stazioni riportate con la nomenclatura dello schema. I dati della tabella 2) invece sono i dati costruttivi delle turbopompe alle varie stazioni, dove il rendimento η è il *rendimento globale* delle pompe, valore riferito ad una media sui diversi stadi. Nei due grafici di cui sopra sono invece riportati i diagrammi entalpia-entropia dei cicli di compressione per le turbopompe di alta e di bassa pressione. Da questi sarà poi possibile ricavare il *lavoro di compressione*.

Enrico Nicola a.a 2016/2017

2. ii. Non posso unire GH2 uscita turbina (17) e LH2 uscita pompa (13)

2. HPFTP (High Pressure Fuel Turbo Pump)

a. Pompa: la portata in ingresso (14, 155 lb/s) è maggiore di quella in uscita (sommare le portate nei 3 rami a valle della valvola principale: $29+73+47 \text{ lb/s} = 149 \text{ lb}$)

b. Turbina: i 5 lb/s di H2 in fuga dalla pompa vanno a finire nei gas in uscita dalla turbina, ovvero $m_{26} = m_{11} + m_{22} + (m_{14} - m_{15})$ questo è possibile visto che i gas pre-combusti sono ricchi di H2.

Controllo motore

Vengono utilizzate 5 valvole, di cui 2 sono di fatto quelle usate per controllo di livello di spinta e rapporto di miscela (MR) nella Main Combustion Chamber (MCC)

1 MFV = Main Fuel Valve (15): open/close

2 MOV = Main Oxidizer Valve (9): open/close

3 FPOV = Fuel Preburner Oxidized Valve (11): controlla il MR in MCC

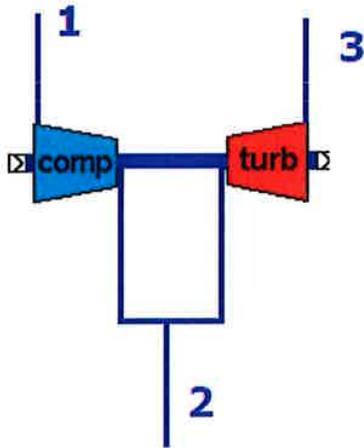
4 OPOV = Oxidizer Preburner Oxidized Valve (10): insieme a FPOV controlla il livello spinta

5 CCV = Chamber Coolant Valve (20): controllo refrigerazione, aperta o parzialmente chiusa a seconda del livello di spinta

Enrico Nicola a.a 2016/2017

SVOLGIMENTO

1. Low Pressure Oxydizer TurboPump



$$p_t = p_p$$

$P_{id} = \dot{m} \frac{\Delta p}{\rho}$ definizione generale di potenza ideale (valida sia per la pompa che per la turbina)

$$P_{id_{pompa}} = \dot{m}_1 \frac{p_2 - p_1}{\rho_{ox}} = 810681.28 \text{ W} = 0.810681 \text{ MW}$$

$$P_{id_{turbina}} = \dot{m}_3 \frac{p_3 - p_2}{\rho_{ox}} = 1699000 \text{ W} = 1.699 \text{ MW}$$

$$L_t = \frac{\Delta p}{\rho_{ox}} - L_w \quad \text{lavoro di turbina}$$

$$L_p = \frac{\Delta p}{\rho_{ox}} - L_w \quad \text{lavoro di pompa}$$

$$\eta = 1 - \frac{L_w}{L_{id}} \quad \text{rendimento globale}$$

$$L_w = L_{id} - \eta L_{id} = L_{id}(1 - \eta) \quad \text{lavoro delle forze dissipative}$$

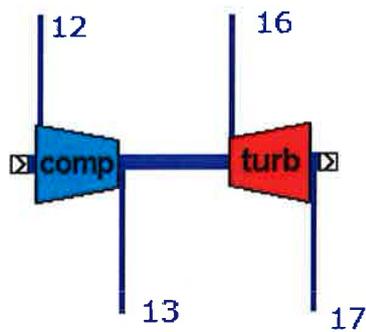
$$L_{w_p} = L_{id_p}(1 - \eta_p) = 617.22 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$L_{w_t} = L_{id_t}(1 - \eta_t) = 20309 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$P_t = \eta_t P_{t_{id}} = \eta_t \dot{m}_1 \frac{p_3 - p_2}{\rho_{ox}} = 14254.61 \text{ W}$$

$$P_p = \frac{P_{p_{id}}}{\eta_p} = \dot{m}_3 \frac{p_2 - p_1}{\rho_{ox}} \frac{1}{\eta_p} = 2836.49 \text{ W}$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017



Per ricavare il lavoro di compressione e il lavoro di espansione mi servo dei diagrammi h-S riportati al punto 3). Per ricavare il lavoro reale ed isoentropico è sufficiente fare la differenza tra l'entalpia del flusso in entrata e quella del flusso in uscita, utilizzando rispettivamente i punti sulla isoentropica (linea verticale) e sull'isobara.

$$L_{tAD} = h_{16} - h_{17} = 191 \frac{kJ}{kg}$$

$$L_{tis} = h_{16} - h_{17is} = 355 \frac{kJ}{kg}$$

$$P_{tAD} = \dot{m}_{16} L_{tAD} = 2512450 \text{ W} = 2.512 \text{ MW}$$

$$P_t = \dot{m}_{16} \frac{L_{tis}}{\eta_t} = 2.71 \text{ MW}$$

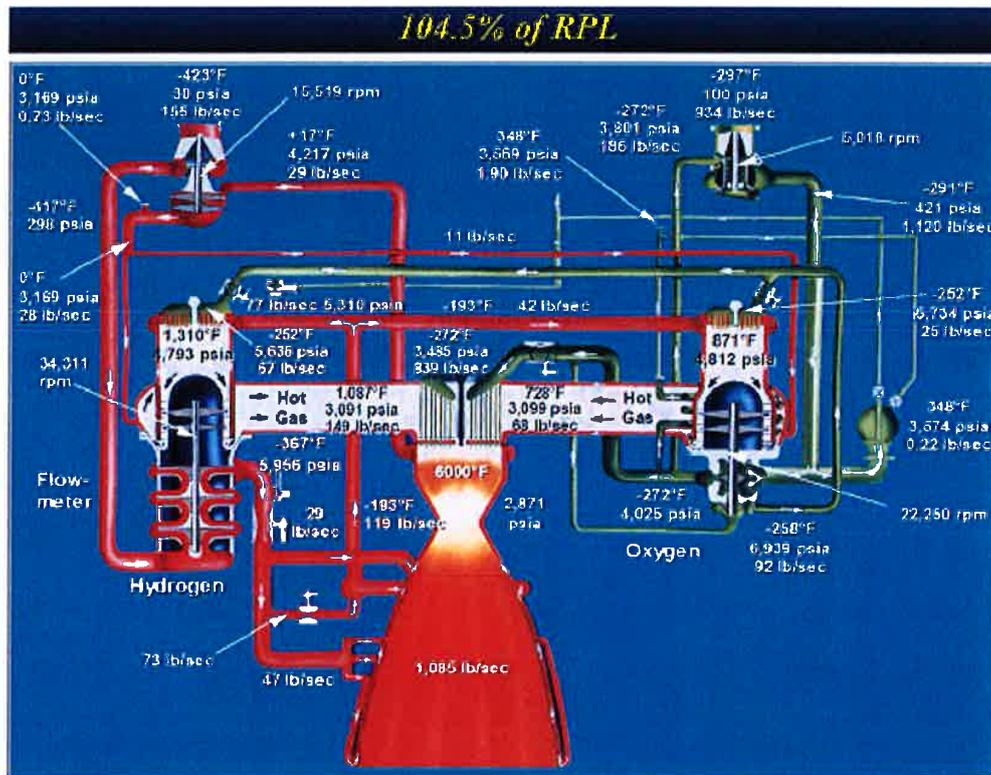
$$P_{p_{id}} = \dot{m}_{12} \frac{p_{13} - p_{12}}{\rho_{H_2}} = 1.79 \text{ MW}$$

$$P_p = \frac{P_{p_{id}}}{\eta_p} = 2.46 \text{ MW}$$

Si noti che in questa fase il LOX è considerato *incompressibile* ($\rho = \text{cost}$) in quanto i salti di pressione sono bassi.

4. High Pressure Fuel TurboPump

Enrico Nicola a.a 2016/2017



HPFTP	HPOTP
<p>1. $L - L_w = gH_u = h_{15is} - h_{14} = 498.65 \frac{kJ}{kg}$</p>	<p>1. $L - L_w = gH_u = \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{p_7 - p_4}{\rho_{ox}} + \frac{p_5 - p_6}{\rho_{ox}} = 21.8 \frac{kJ}{kg}$</p>
<p>2. $\Psi = \frac{gH_u}{u^2} = 1.38$</p>	<p>2. $\Psi = \frac{gH_u}{u^2} = 0.54$</p>
<p>3. $u_{max} = 600 \frac{m}{s}$</p>	<p>3. $u_{max} = 200 \frac{m}{s}$</p>
<p>Sul grafico si vede che il valore $\psi = 1.38$ non è tabulato in quanto è troppo elevato per un singolo stadio. Infatti per valori così elevati del <i>coefficiente di pressione</i> le curve sarebbero troppo a sinistra nel grafico e quindi le curve <i>iso - η</i> sarebbero troppo ripide. Quindi devo</p>	<p>Sul grafico si vede che il valore $\psi = 0.54$ è contemplato nel grafico.</p>

Enrico Nicola a.a 2016/2017

- Titan II second-stage fuel (centrifugal)
- Titan II first-stage oxidizer (centrifugal)
- △ H-I main-stage LH₂ (axial)
- Mark 9 main-stage LH₂ (axial)
- Mark 25 main-stage LH₂ (axial) NERVA
- △ Atlas sustainer oxidizer (centrifugal)
- ▽ H-I oxidizer (centrifugal)
- X-8 LH₂ (centrifugal)
- H-I fuel (centrifugal)

HPFTP
HPOTP

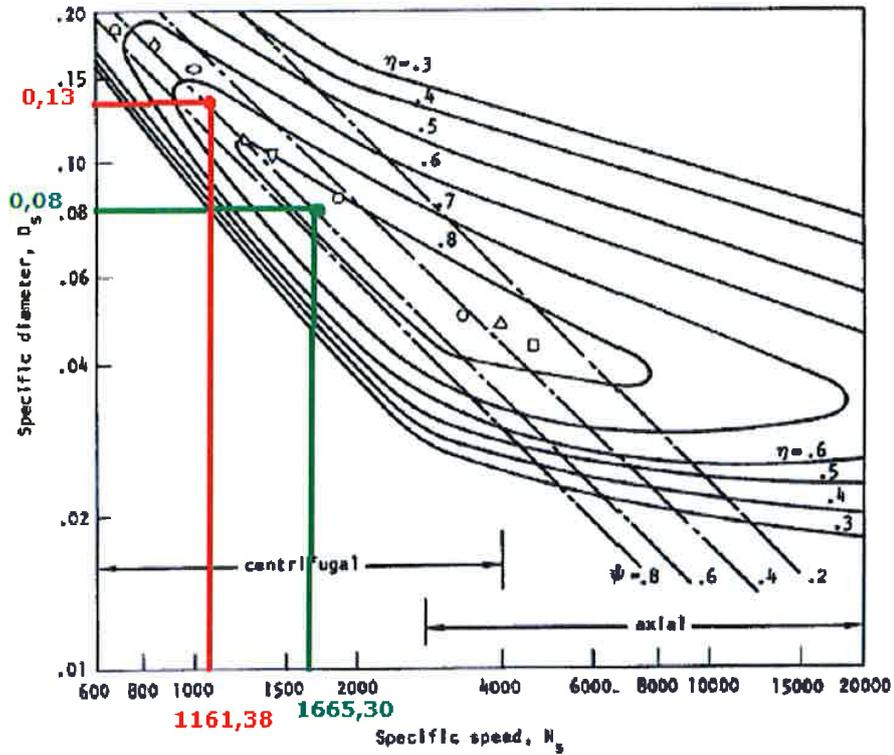


Figure 3. -- Representative $N_s - D_s$ diagram for centrifugal and axial flow turbopumps.

HPFTP	HPOTP
$\eta_p = 0.7$	$\eta_p = 0.8$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

SVOLGIMENTO

1.

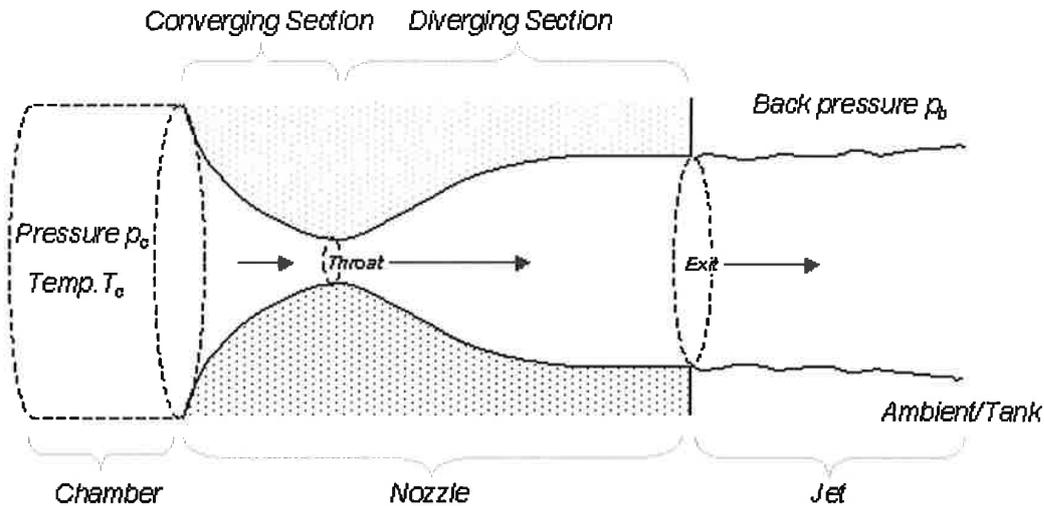


fig 8.1

L'ugello è adattato, quindi si ha che la pressione in uscita è uguale alla pressione ambiente esterna, $p_e = p_0$. La portata in gola è uguale alla portata in uscita dall'ugello, per il *principio di conservazione della portata*, $\dot{m}_t = \dot{m}_e$.

$$\frac{p_c A_t}{\sqrt{RT_c}} * \Gamma = \frac{p_c A_e}{\sqrt{RT_c}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} * \left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

Posso quindi ricavare ϵ , definito come il rapporto tra area d'uscita e area di gola dell'ugello manipolando opportunamente questa equazione:

$$\epsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} * \left[\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}} = 6.29,$$

avendo ricavato la *funzione del Mach* come segue:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0.66$$

La velocità caratteristica è definita come:

$$c^* = c_0 * e^{\sigma_c(T-T_0)} * p_c^m$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

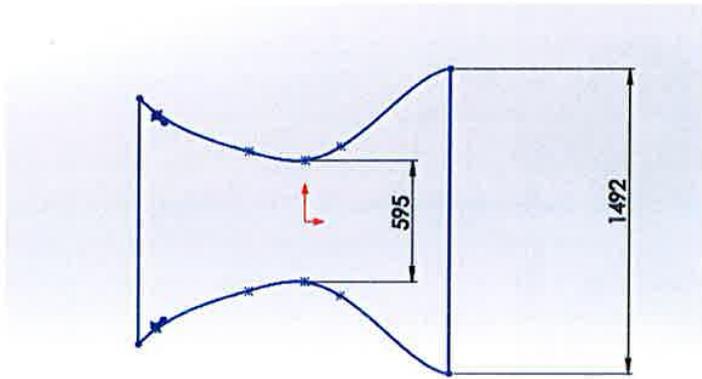


fig 8.2

La *velocità di regressione del grano*, ovvero la velocità alla quale si sposta il fronte di fiamma sul grano, è data come:

$$r = r_0 e^{\sigma_P(T-T_0)} p_c^n = 0.00923 \frac{m}{s}$$

mentre la velocità caratteristica è data come:

$$c^* = c_0 e^{\sigma_c(T-T_0)} p_c^m = 1547.80 \frac{m}{s}$$

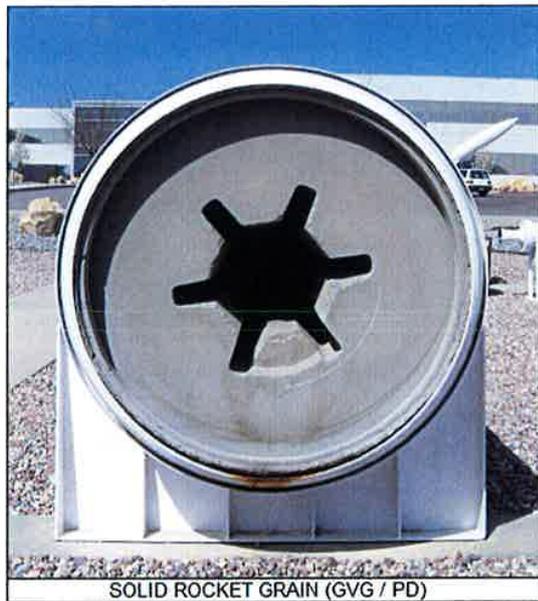
Il *web thickness*, ovvero la distanza percorsa dal fronte di fiamma ad un certo istante, è dato dal prodotto della velocità di regressione per il tempo di combustione:

$$w = t_s * r = 0.222 m$$

2.

Per dimensionare il grano si deve tenere conto della quantità di spinta richiesta, ovvero dell'*impulso specifico*, e del tipo di combustione che voglio avere, in questo caso è richiesto un *grano neutro*, la cui spinta è costante nel tempo, fatta eccezione per i brevi transitori di accensione e spegnimento.

Enrico Nicola a.a 2016/2017



SOLID ROCKET GRAIN (GVG / PD) fig 8.4

In questo modo, l'area di combustione all'inizio del processo è più ampia, in virtù della maggior superficie offerta dal foro frastagliato, e man mano che la combustione avanza, da una parte si ha l'effetto dell'aumento dell'apertura del foro che incrementa l'area, mentre dall'altra si ha la riduzione degli intagli del foro, che quindi diminuisce l'area offerta alla fiamma libera. La combinazione di questi due effetti fa sì che l'area di combustione si mantenga costante in tutta la fase, e che di conseguenza il livello di spinta sia anch'esso costante.

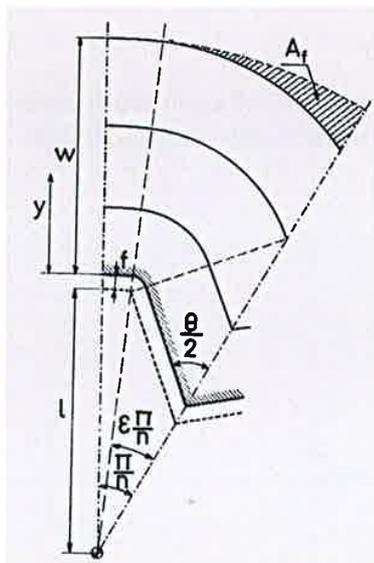


fig 8.5

Riferendosi all'immagine di sopra si ha che durante la combustione il fronte di fiamma si sposta dalla parete del foro iniziale, identificata dal tratteggio nel disegno, alle posizioni successive, disegnate con una linea nera nell'immagine. La posizione attuale del fronte di fiamma, e quindi della parete solida del grano, è identificata dalla linea con campitura. Man mano che la combustione procede, il fronte di fiamma avanza e

Enrico Nicola a.a 2016/2017

Requisito di grano neutro $\rightarrow \frac{\partial P}{\partial t} = 0$, essendo $t \propto y$, la condizione diventa $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$.

vale la relazione che lega la semiapertura del cono $\frac{\theta}{2}$ al numero di punte della stella n , $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n} = \frac{\theta}{2} + \cot g\left(\frac{\theta}{2}\right)$, da cui si ricava $\frac{\theta}{2} = 33.53^\circ$.

Scelgo il parametro geometrico da una serie di dati tabulati, in modo da avere $J = 0.55 \div 0.60$.

ε	D(m)	L(m)	J	res.%	V _f %	Mtot(kg)	A _f l ²
0.10	7.499	2.336	0.007	1.366	12.181	21874.7	0.006
0.15	5.150	3.377	0.016	2.079	17.998	22028.6	0.014
0.20	3.976	4.343	0.029	2.813	23.645	22187.0	0.026
0.25	3.272	5.243	0.047	3.569	29.127	22350.2	0.042
0.30	2.804	6.084	0.069	4.348	34.454	22518.3	0.064
0.35	2.470	6.870	0.096	5.151	39.630	22691.6	0.091
0.40	2.219	7.607	0.130	5.979	44.664	22870.1	0.124
0.45	2.025	8.301	0.171	6.832	49.561	23054.2	0.163
0.50	1.870	8.954	0.222	7.712	54.326	23244.1	0.210
0.55	1.743	9.571	0.284	8.620	58.965	23440.1	0.264
0.60	1.638	10.155	0.362	9.557	63.484	23642.3	0.327
0.65	1.549	10.709	0.460	10.524	67.888	23851.1	0.398
0.70	1.474	11.237	0.587	11.524	72.180	24066.8	0.479
0.75	1.408	11.739	0.756	12.557	76.366	24289.6	0.570
0.80	1.351	12.219	0.993	13.624	80.450	24520.0	0.671
0.85	1.301	12.679	1.346	14.728	84.435	24758.3	0.783
0.90	1.256	13.121	1.923	15.871	88.327	25004.9	0.907

$$l = w * \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varepsilon\pi}{n}\right)} = 0.593 \text{ m}$$

Dalla tabella di sopra si ricava allo stesso modo il valore di L

$$L = 11.237 \text{ m}$$

e da questo, con una semplice relazione geometrica:

$$P = \frac{A_b}{L} = 0.20 \text{ m}$$

Ora che abbiamo dimensionato geometricamente il grano, possiamo calcolarne la massa:

$$M_{tot} = M_p + M_{res} = \rho_b \left[L \left(\pi \frac{D^2}{4} - A_p \right) \right]$$

$$M_b = \dot{m} * t_b = 2154.84 \text{ kg}$$

$$Vol = \frac{\pi \frac{D^2}{4} - A_p}{\pi \frac{D^2}{4}} =$$

$$J = \frac{A_t}{A_p} = 0,55 \div 0,60$$

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$p_c = 5320486.60 \text{ Pa} = 53.205 \text{ bar}$

$$r = r_0 e^{\sigma_p(T-T_0)} p_c^n = 0.00977 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$c^* = c_0 * e^{\sigma_c(T-T_0)} * p_c^m = 1553.99 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$c_f = \eta_F \left[\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} * \Gamma + \epsilon \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_0}{p_c} \right) \right] = 1.505$$

$$t_s = \frac{w}{r} = 22.72 \text{ s}$$

$$F = c_f * p_c * A_t = 2226.04 \text{ kN}$$

$$\dot{m} = \frac{F}{c} = \frac{F}{c^* c_f} = 951.80 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c = c^* c_f = 2338.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$I_s = \frac{c_f c^*}{g_0} = 238.40 \text{ s}$$

$$I_{tot} = F * t_b = 50.48 \text{ MN}$$

Le prestazioni migliorano se il grano aumenta la propria T iniziale.

Enrico Nicola a.a 2016/2017

I principali rischi con questo tipo di razzi sono:

- **cedimento dell'involucro:** cedimento dell'isolamento dell'involucro che causa la fuoriuscita di gas caldi e quindi la apertura di un foro ancora più grande nella parete, che porta poi al cedimento dell'involucro;
- **ritorno di fiamma:** ossidanti come N_2O e H_2O_2 , che si decompongono esotermicamente, possono causare il ritorno di fiamma dalla camera di combustione verso l'iniettore, accendendo l'ossidante e provocando l'esplosione del serbatoio pressurizzato;
- **"Hard start":** fenomeno causato da un eccesso di ossidante nella camera di combustione, precedente all'accensione. Provoca un temporaneo picco di pressione con conseguente spegnimento del motore.

COMBUSTIBILI

OSSIDANTI LIQUIDI	COMBUSTIBILI SOLIDI
<ul style="list-style-type: none"> • LOX cryo • N_2O cryo • $HP(H_2O_2)$ mono • HAN (NH_3OHNO_3 solid, H_2O solution) <i>Hydoxylammonium nitrate</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • HTPB • HDPE • wax • additives

Poichè il processo di combustione è caratterizzato da una bassa efficienza, a causa dello strato limite termico, e da una bassa velocità di regressione, a causa della natura principalmente convettiva della combustione, si utilizza per sopperire a questi problemi un espediente. Siccome $\dot{m}_b = \rho_b A_b r$, avendo la densità fissa dettata dal tipo di combustibili e avendo una bassavelocità di regressione cerco di aumentare A_b . Essendo che $A_b = l * P_b$, per non avere grani troppo lunghi aumento il perimetro di combustione facendo più fori nel grano. Una soluzione con tanti fori circolari concentrici lascia un grande residuo ed è poco efficiente ed è quindi scartata. Si preferisce una soluzione come la seconda mostrata in figura:

Enrico Nicola a.a 2016/2017

$$\dot{m}_0 = cost$$

In gola si ha erosione, dovuta alle alte velocità e temperature dei gas combusti in uscita, quindi abbiamo un tasso di crescita dell'area di gola nel tempo:

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} = 3 * 10^{-4} \frac{m}{s}$$

La velocità di regressione del grano è data da:

$$r = a \left(\frac{\dot{m}_0}{A_p} \right)^n$$

La funzione Γ , calcolata conoscendo la costante γ del gas, è:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} = 0.633$$

Il rapporto tra l'area di uscita e l'area di gola dell'ugello è dato da:

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}} = 7.713$$

Il coefficiente di spinta nel vuoto si può scrivere come:

$$c_{Fv} = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \frac{p_e A_e}{p_c A_t} = 1.734$$

$$A_t = \frac{F}{c_{Fv} p_c} = 1.730 \text{ m}^2$$

Quindi si ricava il diametro di gola con semplici considerazioni geometriche:

$$D_t = 2 \sqrt{\frac{A_t}{\pi}} = 1.484 \text{ m}$$

Quindi l'area di uscita dall'ugello sarà:

$$A_e = A_t * \varepsilon = 13.34 \text{ m}^2$$

e, ripetendo il passaggio di prima:

$$D_e = 2 \sqrt{\frac{A_e}{\pi}} = 4.12 \text{ m}$$

La velocità caratteristica di uscita dall'ugello è data dalla velocità caratteristica ideale moltiplicata per un coefficiente correttivo:

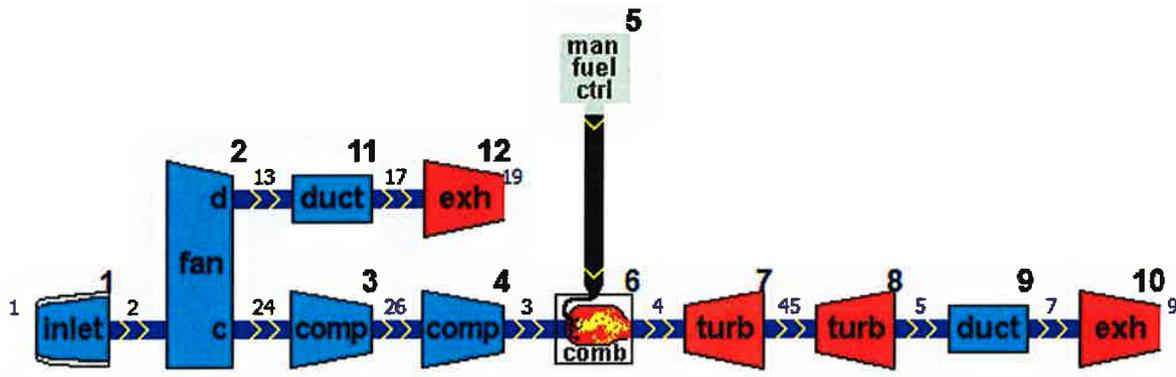
$$c^* = \eta^* c_{id} = 1712 \frac{m}{s}$$

La portata in massa all'uscita è data da:

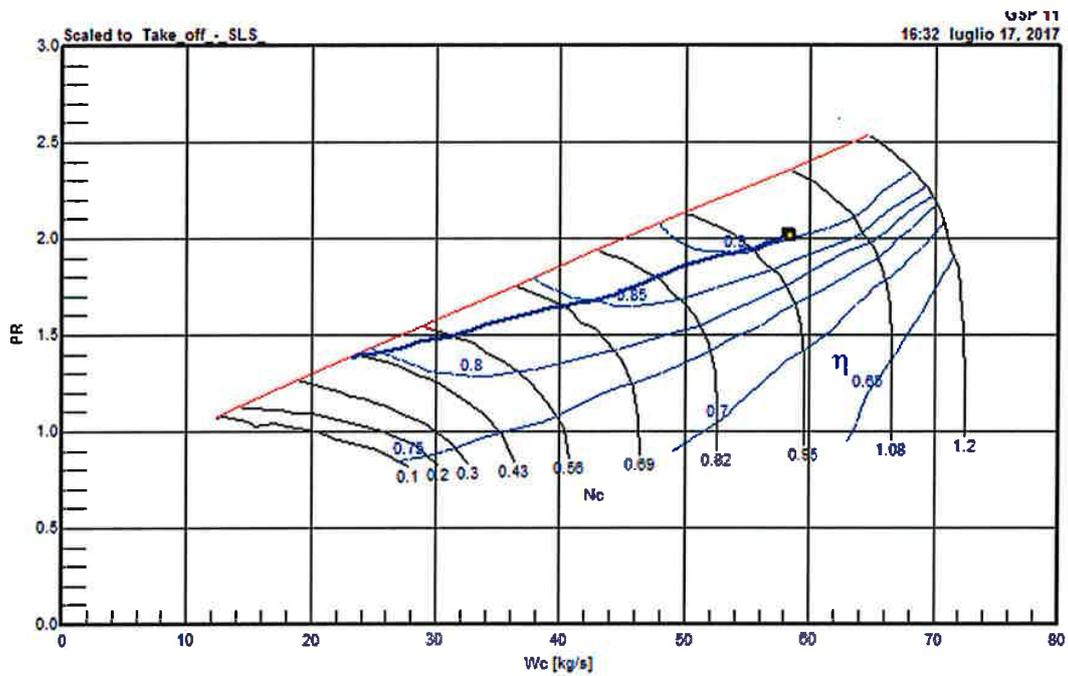
Enrico Nicola a.a 2016/2017

ESERCITAZIONE 1 LAIB

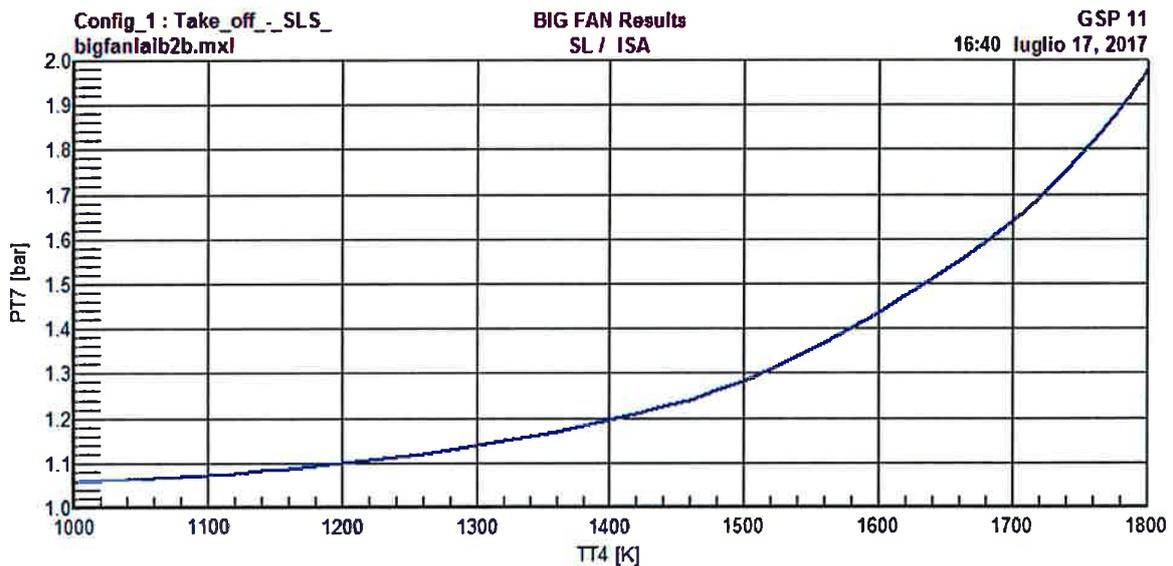
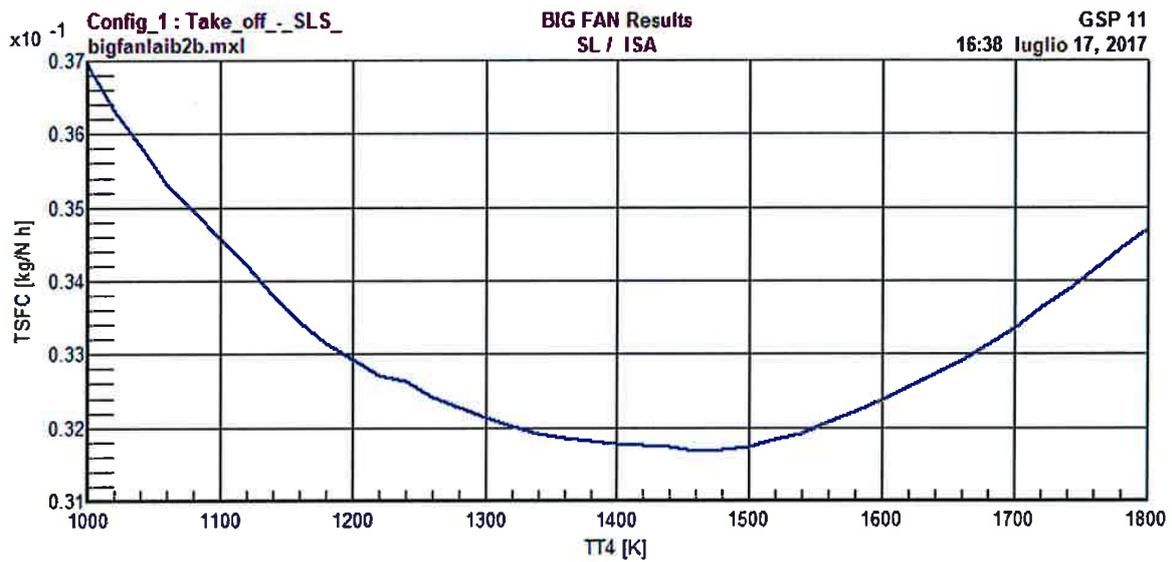
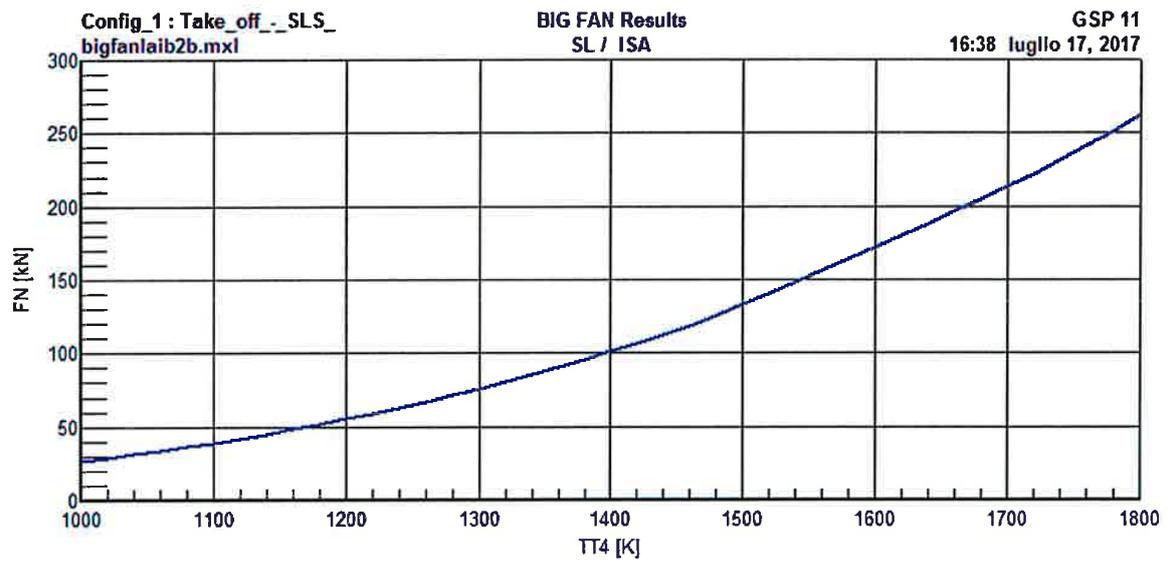
1.1.1 SLS – Mach 0, SLS



Mappa compressore di bassa pressione (config. 1.1.1, take-off SLS)



Enrico Nicola a.a 2016/2017



Enrico Nicola a.a 2016/2017

