



Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2208A

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Caruso Carlotta

MATERIA: Processi di separazione - Prof. Manna

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

PROCESSI di SEPARAZIONE

Gradi di libertà e Variabili di Progetto

IL MODELLO MATEMATICO di un'UNITÀ di SEPARAZIONE è costituito da un SISTEMA di EQUAZIONI INDIPENDENTI contenenti delle variabili. IL NUMERO di INCOGNITE deve essere PARI al NUMERO di EQUAZIONI affinché vi sia un NUMERO FINITO di SOLUZIONI del modello.

Se un modello ha un numero di variabili maggiore del numero di equazioni è necessario specificare il valore di un determinato numero di variabili affinché vi sia un numero finito di soluzioni, ovvero in modo da rendere un numero di equazioni pari a quello delle incognite.

Le VARIABILI SPECIFICATE vengono dette VARIABILI di PROGETTO, quelle da CALCOLARE sono dette VARIABILI INCOGNITE. I GRADI di LIBERTÀ di un modello sono pari alla DIFFERENZA tra il NUMERO COMPLESSIVO di VARIABILI (N_V) e il NUMERO di EQUAZIONI (N_E), ovvero sono pari al NUMERO di VARIABILI di PROGETTO che è necessario specificare per ottenere un numero finito di soluzioni.

$$N_D = N_V - N_E$$

Modelli costituiti da equazioni lineari hanno sempre un'unica soluzione che tuttavia potrebbe non fare parte del dominio della variabile. Modelli non lineari possono avere una o più soluzioni o nessuna.

Le VARIABILI del modello possono essere: INTENSIVE, come composizione, pressione, temperatura; ESTENSIVE, come i flussi di materia ed energia termica; o PARAMETRI dell'apparecchiatura come il numero di stadi.

Le VARIABILI del modello devono sempre DEFINIRE lo STATO TERMODINAMICO di TUTTE le CORRENTI dell'unità di separazione.

Pertanto, proprietà fisiche che sono FUNZIONI di STATO, quali entalpia o coefficiente di ripartizione, sono in genere ignorate nel calcolo dei gradi di libertà; infatti a ciascuno di queste variabili corrisponde un'equazione dovuta alla funzione di stato, pertanto si aumenta sia N_V che N_E di uno e N_D non cambia.

La COMPOSIZIONE è spesso espressa usando FRAZIONI MOLARI o in massa dei COMPONENTI. Avendo C Componenti si hanno $C-1$ FRAZIONI e la C -esima si ricava per completamento a 1, pertanto essa non è CONSIDERATA nel calcolo dei gradi di libertà per lo stesso motivo.

Variabili di una Singola Corrente di Materia

Lo STATO TERMODINAMICO di un SISTEMA MONOFASICO costituito da C COMPONENTI è definito da $C+1$ GRANDEZZE INTENSIVE. Infatti applicando la REGOLA delle FASI di GIBBS si ha:

$$V = C + 2 - f = C + 1 \quad \text{dove } 2 = T + P, \quad f = 1 \text{ (= monofase)}$$

La descrizione COMPATTA richiede l'aggiunta di una VARIABILE ESTENSIVA, generalmente la portata di materia.

Pertanto una CORRENTE MONOFASICA ha $C+2$ GRADI di LIBERTÀ. Generalmente le VARIABILI sono: $C-1$ frazioni molari, temperatura, pressione e portata totale (F), oppure temperatura, pressione e portate dei singoli componenti.

Punti di Ebollizione e di Rugiada

Una MISCELA LIQUIDA si trova al suo PUNTO di EBOLLIZIONE ad una DETERMINATA PRESSIONE quando il LIQUIDO è in EQUILIBRIO TERMODINAMICO con il suo VAPORE, ovvero alla temperatura a cui si forma la prima bolla infinitesima di vapore. Analogamente, una MISCELA di VAPORE si trova al suo PUNTO di RUGIADA quando, per una DETERMINATA PRESSIONE, si trova ad una temperatura per cui il VAPORE è in EQUILIBRIO TERMODINAMICO con il suo LIQUIDO. Nel punto di ebollizione e di rugiada il SISTEMA è MONOFASICO. Conoscendo la COMPOSIZIONE GLOBALE e la PRESSIONE di una corrente fluida, si possono RICAVARE T_b (= temperatura di ebollizione) e T_d (= temperatura di rugiada).

Consideriamo una miscela fluida con C componenti dove con z_i indichiamo la FRAZIONE MOLARE COMPRESSIVA di un COMPONENTE generico i , con x_i la FRAZIONE MOLARE del componente i nella FASE LIQUIDA e con y_i la FRAZIONE MOLARE del componente i nella FASE VAPORE.

AL PUNTO di EBOLLIZIONE si ha la PRESENZA di UNA FASE LIQUIDA SATURA, quindi:

$$x_i = z_i \quad i = 1, \dots, C \rightarrow \text{condizione presenta solo fase liquida}$$

$$y_i = K_i(T_b, P, x_1, \dots, x_C, y_1, \dots, y_C) x_i \rightarrow \text{equilibrio al flusso di materia con la fase vapore}$$

$$\sum_{i=1}^C y_i = 1 \rightarrow \text{definizione frazione molare}$$

Da queste otteniamo:

$$\begin{cases} y_i = K_i(T_b, P, y_1, \dots, y_C) z_i & i = 1, \dots, C \\ \sum_{i=1}^C K_i(T_b, P, y_1, \dots, y_C) z_i = 1 \end{cases}$$

Se sono NOTE COMPOSIZIONE e PRESSIONE si hanno $C+1$ equazioni in $C+1$ incognite (T_b, y_1, \dots, y_C).

Nel caso in cui le RELAZIONI di EQUILIBRIO siano IDEALI, per la LEGGE di RAULT il COEFFICIENTE di RIPARTIZIONE K_i DIPENDE SOLO da PRESSIONE e TEMPERATURA:

$$K_i(T_b, P) = \frac{P_i^s(T)}{P} \quad \text{dove } P_i^s \text{ è la tensione di vapore saturo}$$

Pertanto il sistema si riduce ad un'UNICA EQUAZIONE NON LINEARE:

$$\sum_{i=1}^C K_i(T_b) z_i = 1$$

da cui è possibile ricavare T_b .

AL PUNTO di RUGIADA si ha la PRESENZA della SOLA FASE VAPORE SATURA, quindi:

$$y_i = z_i \quad i = 1, \dots, C \rightarrow \text{condizione presenta solo fase vapore}$$

$$y_i = K_i(T_d, P, x_1, \dots, x_C, y_1, \dots, y_C) x_i \rightarrow \text{equilibrio al flusso di materia con fase liquida}$$

Calcolo di T_b e T_d tramite calcolo iterativo per sostituzione diretta

Consideriamo nota la pressione e la composizione di una miscela fluida di C componenti (es. $C=3$).
 La miscela è ideale, pertanto vale la legge dei gas ed i coefficienti di ripartizione dipendono solo da T_b o T_d .
 È valida anche la LEGGE di ANTOINE per cui:

$$\log_{10} (P_i^s / \text{mmHg}) = A_i - \frac{B_i}{C_i + T/^\circ\text{C}} \quad (i=1,2,3 \quad C=3)$$

$$\Rightarrow P_i^s = 10^{A_i - \frac{B_i}{C_i + T}} \quad \text{dove } A_i, B_i, C_i \text{ sono dati specifici}$$

Ricordiamo che: $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$ a 0°C , 0 m e 45° latitudine;
 $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$, $1 \text{ at} = 1 \text{ kgf/cm}^2 = 98066,5 \text{ Pa}$, $P_{\text{es}} = p_t + P_{\text{amb}} = p_t$

Introduciamo una grandezza nota come VOLATILITÀ RELATIVA α_{ij} :

$$\alpha_{ij} = \frac{y_i/x_i}{y_j/x_j} = \frac{k_i}{k_j} = \frac{P_i^s/P}{P_j^s/P} = \frac{P_i^s}{P_j^s}$$

A questo punto, volendo trovare T_d si ha:

$$\sum_i \frac{z_i}{k_i(T_d)} = 1 \Rightarrow k_2 \sum_i \frac{z_i}{k_i} = k_2 \Rightarrow \sum_i \frac{z_i}{\alpha_{i2}} = \frac{P_2^s}{P}$$

$$\text{Da cui } P_2^s = P \sum_i \frac{z_i}{\alpha_{i2}} \Rightarrow \log_{10} (P_2^s) = A_2 - \frac{B_2}{C_2 + T} = \log_{10} \left(P \sum_i \frac{z_i}{\alpha_{i2}} \right)$$

$$\text{Quindi } T = \frac{B_2}{A_2 - \log_{10} \left(P \sum_i \frac{z_i}{\alpha_{i2}} \right)} - C_2 = f(T), \quad \text{ovvero abbiamo trovato un'equazione del tipo } x = f(x)$$

Per il metodo della SOSTITUZIONE DIRETTA, avendo ottenuto $x = f(x)$, a partire da $f(x) = 0$, occorre verificare che $|f'(x)| < 1$, affinché l'approssimazione sia corretta. Se ciò non è verificato nel dominio della variabile, il problema va risolto con un altro metodo. Si può infatti dimostrare che $T_{d,m+1} = f(T_{d,m})$ genera una successione convergente a T_d propria se il valore della derivata di f rispetto a T_d è strettamente minore di 1. Questo accade solo se f è DEBOLMENTE DIPENDENTE dalla TEMPERATURA, come nel nostro caso.

Si parte da una STIMA INIZIALE di T_d , che indichiamo con T_{d0} , ottenuta come MEDIA PESATA delle T_b dei singoli componenti pri alla pressione del sistema, ovvero:

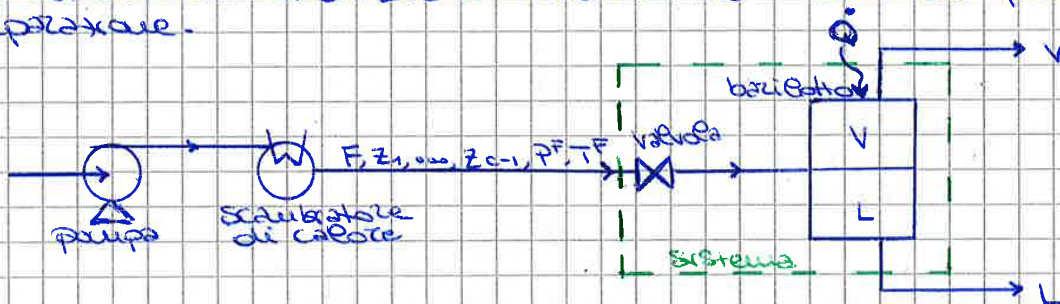
$$P_i^s(T_{d0}) = P \Rightarrow \log_{10} P = \log_{10} (P_i^s(T_{d0})) = A_i - \frac{B_i}{C_i + T_{d0}} \Rightarrow T_{d0} = \frac{B_i}{A_i - \log_{10} P} - C_i$$

$$T_{d0} = \sum_i z_i T_{di}, \quad \text{ovvero si sommano le } T_{di} \text{ calcolate e moltiplicate per i rispettivi } z_i$$

Dalla stima si procede con le iterazioni fino ad ottenere un'approssimazione le cui errore rientra nel range richiesto.

Flash

Un FLASH è una DISTILLAZIONE eseguita in un SINGOLO STADIO in cui l'alimentazione è PARZIALMENTE VAPORIZZATA. L'alimentazione liquida sotto pressione viene RISCALDATA e fatta passare attraverso una VALVOLA grazie alla quale avviene la LAMINAZIONE e quindi una PERDITA di PRESSIONE BRUSCA. La perdita di pressione determina l'INSTABILITÀ della FASE LIQUIDA e provoca una PARZIALE VAPORIZZAZIONE. Il LIQUIDO RESIDUO ed il VAPORE sono inviati in un BARRILETTO dove raggiungono l'equilibrio e possono essere SEPARATI. Nel bariletto può esserci flusso termico. Un FLASH è un'OPERAZIONE PRELIMINARE a ulteriori operazioni di separazione.



Notiamo che nel FLASH abbiamo UNA CORRENTE di MATERIA ENTRANTE e due CORRENTI di MATERIA USCENTI, ma anche una CORRENTE di ENERGIA TERMICA. Quindi:

- $N_V = (C+U)(C+2) + 1 = 3(C+2) + 1$ → numero variabili
- $N_E = (U-1)(C+2) + (C+1) = (C+2) + (C+1)$ → numero equazioni
- $N_L = C(C+2) + 2 = (C+2) + 2 = C+4$ → gradi di libertà

Le VARIABILI sono:

- | | | |
|--------------------------------------|-------|------------------------|
| • $F, z_1, \dots, z_{C-1}, P^F, T^F$ | $C+2$ | } = $3(C+2) + 1 = N_V$ |
| • $L, x_1, \dots, x_{C-1}, P^L, T^L$ | $C+2$ | |
| • $V, y_1, \dots, y_{C-1}, P^V, T^V$ | $C+2$ | |
| • \dot{Q} | 1 | |

Le EQUAZIONI sono:

- | | | |
|--|-----|---------|
| • $P^L = P^V$ → equilibrio meccanico | 1 | } $C+2$ |
| • $T^L = T^V$ → equilibrio termico | 1 | |
| • $y_i = K_i x_i$ → equilibrio fisico materia | C | |
| • $Fh_F + \dot{Q} = Lh + Vh$ → bilancio totale energia | 1 | } $C+1$ |
| • $F = L + V$ → bilancio totale materia | 1 | |
| • $z_i F = Lx_i + Vy_i$ → bilanci parziali materia | C-1 | |

$$(C+2) + (C+1) = N_E$$

Occorre poi tenere conto di: $\sum_i z_i = 1, \sum_i y_i = 1, \sum_i x_i = 1, h_F = h_F(T^F, P^F, z), h = h(T^L, P^L, x), H = H(T^V, P^V, y), K_i = K_i(T^V, P^V, y, x)$. Queste equazioni ed equazioni di stato non vanno considerate nel conteggio dei gradi di libertà.

Essendo le EQUAZIONI di BILANCIO LINEARI rispetto alle PORTATE di MATERIA e al FLUSSO TERMICO, una VARIAZIONE della PORTATA d'INGRESSO comporta una VARIAZIONE PROPORZIONALE delle PORTATE USCENTI e del FLUSSO TERMICO, mentre lascia INVARIATE le GRANDEZZE INTENSIVE. Pertanto, in ASSENZA della PORTATA di ALIMENTAZIONE, le GRANDEZZE INTENSIVE del FLASH possono essere

Inoltre:

$$\sum_i y_i = 1 = \sum_i \frac{k_i z_i}{1 + (k_i - 1)\varphi} \quad (b)$$

L'equazione (b) viene sempre soddisfatta dal valore cercato e per $\varphi = 1$ a prescindere dalle specifiche (= soluzione spuria).

Tuttavia poiché le soluzioni spurie di (a) e (b) non sono coincidenti, se combinate le equazioni, l'unica soluzione che soddisfa entrambe è il valore cercato. Quindi:

$$(a) - (b) = \sum_i \frac{(1 - k_i) z_i}{1 + (k_i - 1)\varphi} = 0 \rightarrow \text{EQUAZIONE di RACHFORD-RICE}$$

Se la TEMPERATURA è nota allora k_i è ricavabile e l'unica INCOGNITA dell'EQUAZIONE di RACHFORD-RICE è la FRAZIONE VAPOREZZATA (φ). Quindi:

$$f(\varphi) = \sum_{i=1}^c \frac{(1 - k_i) z_i}{1 + (k_i - 1)\varphi} = \sum_{i=1}^c w_i(\varphi) z_i = 0$$

Essendo la funzione MONOTONA tra 0 e 1 si può usare il METODO delle TANGENTI - si ha quindi:

$$f'(\varphi) = - \sum_{i=1}^c \frac{(1 - k_i) z_i (k_i - 1)}{(1 + (k_i - 1)\varphi)^2} = \sum_{i=1}^c \left(\frac{1 - k_i}{1 + (k_i - 1)\varphi} \right)^2 z_i = \sum_{i=1}^c w_i^2 z_i$$

Da ciò procediamo sapendo che

$$\varphi_{m+1} = \varphi_m - \frac{f(\varphi_m)}{f'(\varphi_m)} \quad \text{dove } \varphi_0 = 0,5 \text{ generalmente. Si reitera finché } |\varphi_{m+1} - \varphi_m| < \epsilon \rightarrow \text{CONVERGENZA RAPIDA!}$$

Flash a Frazione Vaporizzata Nota

Partendo sempre dall'EQUAZIONE di RACHFORD-RICE, si ha che l'unica INCOGNITA è la TEMPERATURA. Si può usare il metodo delle derivate, ma queste sono complicate.

Inoltre:

$$f(T) = \sum_{i=1}^c \frac{(1 - k_i(T)) z_i}{1 + (k_i(T) - 1)\varphi} = 0 \Rightarrow f'(T) = - \sum_{i=1}^c \frac{k_i'(T) z_i}{(1 + (k_i(T) - 1)\varphi)^2}$$

Quindi:

$$k_i(T) = \frac{P_i^s(T)}{P} = 10^{A_i - \frac{B_i}{C+T}} = \frac{e^{\ln(10) (A_i - \frac{B_i}{C+T})}}{P}$$

$$k_i(T) = \frac{e^{\ln(10) B_i}}{(C+T)^2} \frac{e^{\ln(10) (A_i - \frac{B_i}{C+T})}}{P} = \frac{e^{\ln(10) B_i}}{(C+T)^2} k_i(T)$$

$$\Rightarrow f'(T) = - \ln(10) \sum_{i=1}^c \frac{B_i}{(C+T)^2} \frac{k_i(T) z_i}{(1 + (k_i(T) - 1)\varphi)^2} \quad \text{dove } T_0 = \sum_i T_{0i} z_i$$

Tuttavia è più comodo usare il METODO delle SECANTI dove si ha:

$$T_{m+1} = T_m - \frac{f(T_m)}{w_m} \quad \text{dove } w_m = \frac{f(T_m) - f(T_{m-1})}{T_m - T_{m-1}}$$

A questo punto, con il metodo delle TANGENTI ricaviamo φ ricordando che:

$$f(\varphi) = \sum_i \frac{(1-k_i)z_i}{1+(k_i-1)\varphi} = \sum_i w_i z_i, \quad f'(\varphi) = \sum_i w_i^2 z_i, \quad \varphi_0 = 0,5$$

$$\varphi_{m+1} = \varphi_m - \frac{f(\varphi_m)}{f'(\varphi_m)} = \varphi_m - \frac{\sum_i w_i z_i}{\sum_i w_i^2 z_i}$$

Pertanto si ricavano i w_i relativi a $\varphi_0 = 0,5$ in modo da poter ottenere sia $f(\varphi)$ che $f'(\varphi)$. A questo punto si può calcolare φ_1 e l'errore come $|\varphi_0 - \varphi_1|$. Se l'errore è superiore della soglia richiesta si reitera il calcolo riferendosi però a φ_1 e così via fino ad avere $|\varphi_m - \varphi_{m+1}| < \epsilon$.

Ottenuta φ possiamo ricavare le composizioni come:

$$x_i = \frac{z_i}{1+(k_i-1)\varphi} \quad y_i = k_i x_i$$

Possiamo ottenere le portate uscenti:

$$V = \varphi F \quad L = (1-\varphi)F = F - V$$

E con il Bilancio Entalpico si ricava il flusso termico:

$$\dot{Q} = h_v L + H V - h_F F = h(F - V) + H V - h_F F = V(H - h) - F(h_F - h)$$

$$\text{dove } H - h = \lambda \text{ e } h_F - h = \tilde{c}_p (T_F - T)$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = V\lambda - F\tilde{c}_p (T_F - T)$$

$$\text{Se uoi a asse } F: \quad \tilde{Q} = \varphi\lambda - \tilde{c}_p (T_F - T)$$

Una variazione della portata entrante determina un cambiamento dei risulti ottenuti che è proporzionale al rapporto delle due portate (es. $V_b = (F_b/F_a)V_a$)

Calcolo del Flusso Termico, Temperatura, Portate e Composizioni delle Correnti Uscenti di un Flash a Frizione Vapori-liquidi

Consideriamo note: Composizioni (z_1, \dots, z_i), temperatura (T^F) e pressione (P^F) della corrente entrante e pressione di una corrente uscente (P^V) e frazione vapore (φ).

Per calcolare la temperatura occorre risolvere l'equazione di RACHFORD-RICE:

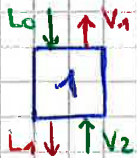
$$\sum_i \frac{N(1-k_i(T))z_i}{1+(k_i(T)-1)\varphi} = 0$$

Poiché i k_i dipendono dalla temperatura utilizziamo il metodo delle SECANTI per ricavare T partendo da T_0 pari alla media aritmetica delle temperature di ebollizione dei componenti e T_1 pari alla media ponderata.

Estrazione liquido-liquido

L'ESTRAZIONE LIQUIDO-LIQUIDO è un'OPERAZIONE di SEPARAZIONE in cui una soluzione liquida è posta in CONTATTO con un'altra fase liquida, e' AGENTE SEPARANTE o SOLVENTE. Il SOLVENTE ESTRAE SELETTIVAMENTE alcuni componenti, mentre è QUASI INSOLUBILE negli ALTRI componenti. Distinguiamo così la FASE ESTRATTA, costituita da solvente e componenti estratti, dalla FASE RAFFINATA a cui sono stati parzialmente rimossi i componenti. Questi processi sono generalmente assunti come ISOTERMI, in quanto le entalpie di miscela sono trascurabili, e ISOBARI, essendo la pressione ininfluente.

Single Stage di Estrazione



Nei problemi di estrazione si indica con L la corrente di RAFFINATO, con V quella di ESTRATTO, mentre x e y sono le rispettive FRAZIONI MOLARI.

Poiché le CORRENTI ENTRANTI sono 2 i GRADI di LIBERTÀ saranno?

$$N_L = 2(C+2) + 2 = 2C + 6$$

Le VARIABILI di PROGETTO SPECIFICANO le DUE CORRENTI ENTRANTI ($2(C+2)$) e PRESSIONE e TEMPERATURA di UNA delle due CORRENTI USCENTI.

Se il problema è ISOBARO e ISOTERMO, fornire PRESSIONE e TEMPERATURA equivale a SPECIFICARE 6 GRADI di LIBERTÀ.

Le restanti $2C$ specifiche sono fornite dalle $C-1$ FRAZIONI MOLARI e dalla PORTATA delle correnti entranti.

Inoltre il bilancio di energia serve solo per calcolare il flusso termico.

Sistemi Ternari e Diagrammi di Stato Triangolari

Il SISTEMA considerato viene detto TERNARIO poiché costituito da TRE COMPONENTI: il soluto, l'ALIMENTAZIONE ed il SOLVENTE.

Considerando il SISTEMA ISOBARO e ISOTERMO, esso può essere rappresentato tramite un DIAGRAMMA TRIANGOLARE che presenta una LACUNA di MISCIABILITÀ.

Essa è dovuta al fatto che un componente è quasi completamente immiscibile mentre l'altro è completamente o parzialmente miscelabile con il solvente.

Se la COMPOSIZIONE COMPRESSIVA cade nella LACUNA il SISTEMA è BIFASICO, se è FUORI della lacuna è MONOFASICO.

La LACUNA è delimitata da DUE CURVE che si uniscono in un punto, detto PUNTO DOPPIO, e sono la CURVA degli ESTRATTI (sopra) e dei RAFFINATI (sotto).

Ogni PUNTO sulla CURVA degli ESTRATTI e in EQUILIBRIO termodinamico con un PUNTO sulla CURVA dei RAFFINATI.

Questi punti corrispondenti sono PUNTI CONIUGATI uniti appunto da UNEE CONIUGATE.

Ricordiamo che A è il componente da estrarre, B di non estrarre e C è il solvente.

Questi punti corrispondenti sono PUNTI CONIUGATI uniti appunto da UNEE CONIUGATE.

Ricordiamo che A è il componente da estrarre, B di non estrarre e C è il solvente.



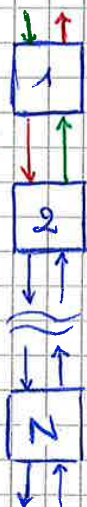
Questo impone che il PUNTO SOSTA delle CORRENTI ENTRANTI COINCIDA con quelle USCENTI. Pertanto Σ è ALLINEATO anche a V_1 e L_1 . Per REGOLA della LEVA inverte:

$$\frac{\overline{V_1 \Sigma}}{\overline{\Sigma L_1}} = \frac{L_1}{V_1}, \quad \frac{\overline{V_1 \Sigma}}{\overline{V_1 L_1}} = \frac{L_1}{\Sigma}, \quad \frac{\overline{\Sigma L_1}}{\overline{V_1 L_1}} = \frac{V_1}{\Sigma}$$

Questo permette di individuare la LINEA CONIUGATA per COSTRUZIONE GEOMETRICA (= CALCOLO GRAFICO) e di ricavare L_1 e V_1 .

Estrazione liquido-liquido con Stadi Twerpei in Controcorrente

In una COLONNA in CONTROCORRENTE si hanno m STADI SINGOLI collegati tra loro. Per ciascuno s ha:



$$N_{Lm} = 2(C+2) + 2 = N_{Vm} - N_{Em}$$

Consideriamo che nello stadio m -esimo la CORRENTE in USCITA è PARI a quella in ENTRATA nello STADIO SUCCESSIVO, mentre quella in ENTRATA è PARI a quella in USCITA nello STADIO SUCCESSIVO. Si ottengono così $C+2$ EQUAZIONI d'IDENTITÀ che vanno moltiplicate per il NUMERO di CORRENTI RIDONDANTI (N_R). Quindi $N_R = 2(m-1)$. Vanno quindi rimossi $N_R(C+2)$ gradi di libertà da quelli della colonna. Occorre poi UNA VARIABILE ADDIZIONALE che SPECIFICA la CONFIGURAZIONE del SISTEMA, in questo caso fornendo il NUMERO di STADI. Pertanto:

$$\begin{aligned} N_L &= \sum_{m=1}^N N_{Lm} = \sum_{m=1}^N (N_{Vm} - N_{Em}) - N_R(C+2) + N_A = \\ &= N(2(C+2) + 2) - 2(N-1)(C+2) + 1 = \\ &= 2(C+2) + 2N + 1 \end{aligned}$$

Dove $2(C+2)$ viene saturato dalle CORRENTI ENTRANTI, $2N$ sono 2 SPECIFICHE in più per ogni STADIO, e 1 è il PARAMETRO Specifico della SPECIFICA CONFIGURAZIONE.

Le SPECIFICHE sono costituite dalle CORRENTI ENTRANTI (L_0 e V_{N+1}), PRESSIONE e TEMPERATURA di ogni stadio e FRAZIONE MOLARE di SOLUTO (x_{Nm}) che si vuole ottenere se si fa un CALCOLO di PROGETTO, N se è un CALCOLO di VERIFICA.

Se P e T sono costanti si hanno $2+2+2N = 2N+4$ gradi di libertà specifici.

Portata minima di Solvente

Spesso spetta al progettista stabilire la PORTATA di SOLVENTE da INNIARE in controcorrente. Una DIMINUIZIONE della PORTATA di SOLVENTE RIDUCE il COSTO per RECUPERARE il solvente, ma AUMENTA il COSTO per la REALIZZAZIONE della COLONNA. Il fatto che una minore forza spingente delle correnti entranti RIDUCE la SEPARAZIONE OTTENIBILE negli STADI e ne AUMENTA il NUMERO.

Stadi in Controcorrente per Sistemi Binari

ESTRAZIONE, DEASSORBIMENTO e ASSORBIMENTO sono processi di separazione che vengono eseguiti in COLONNE a PIATTI in CONTROCORRENTE, ma mentre per l'estrazione si hanno due fasi liquide a contatto, per ASSORBIMENTO e DEASSORBIMENTO si hanno un GAS e un LIQUIDO. Le COLONNE di DEASSORBIMENTO o ASSORBIMENTO operano normalmente in CONDIZIONI ISOBARE e ISOTERME, infatti l'entropia di assorbimento può essere spesso trascurata e le perdite di carico nei piatti sono minime. Pertanto, come per l'estrazione liquido-liquido, la cascata di stadi in controcorrente è risolvibile GRAFICAMENTE con la DIAGRAMMA di RIPARTIZIONE e la CURVA di LAVORO o LINEA OPERATIVA (= luogo geometrico dei punti che soddisfano la condizione di interstadio). Il calcolo può essere eseguito anche ANALITICAMENTE se sono NOTE le EQUAZIONI della CURVA di EQUILIBRIO e di quella di LAVORO. La CURVA di LAVORO, in generale, NON è NOTA. Tuttavia per SISTEMI BINARI o quando è trasferito un SOLO SOSTO essa può essere FACILMENTE DETERMINATA.

Linee di Lavoro a Portate Costanti

ESTRAZIONE e DEASSORBIMENTO hanno il difetto di RITORNARE dopo l'AUMENTAZIONE la cui COMPONENTE RIDUCENDONE la CONCENTRAZIONE da $x_{N,A}$ ad $x_{N,A}$ usando una CORRENTE V_{N+1} con COMPOSIZIONE NOTA. Le COMPOSIZIONI riferite alle CORRENTI di CODA (L_N e V_{N+1}) $x_{N,A}$ e $y_{N+1,A}$ sono NOTE e si ha:

$$V_{N+1} y_{N+1,A} + L_{m-1} x_{m-1,A} = V_m y_{m,A} + L_N x_{N,A}$$



Da ciò si ricava la CONDIZIONE di INTERSTADIO:

$$y_{m,A} = \frac{L_{m-1}}{V_m} x_{m-1,A} + \frac{V_{N+1} y_{N+1,A} - L_N x_{N,A}}{V_m}$$

Se possiamo considerare COSTANTI le PORTATE (= $L = L_0 = \dots = L_N$, $V = V_1 = \dots = V_{N+1}$), la condizione si semplifica:

$$y_{m,A} = \frac{L}{V} x_{m-1,A} + y_{N+1,A} - \frac{L}{V} x_{N,A}$$

Da cui ricaviamo l'EQUAZIONE della RETTA di LAVORO:

$$y_A = \frac{L}{V} x_A + y_{N+1,A} - \frac{L}{V} x_{N,A}$$

Nei casi di ASSORBIMENTO si desidera invece RITORNARE dopo l'AUMENTAZIONE V_{N+1} la COMPONENTE il cui grado di RICHIEDE la CONCENTRAZIONE da $y_{N+1,A}$ a $y_{1,A}$. Si ha quindi:

$$V_{m+1,A} y_{m+1,A} + L_0 x_{0,A} = V_1 y_{1,A} + L_m x_{m,A}$$

$$\Rightarrow y_{m+1,A} = \frac{L_m}{V_{m+1}} x_{m,A} + \frac{V_1 y_{1,A} - L_0 x_{0,A}}{V_{m+1}}$$

$$\Rightarrow y_{m+1,A} = \frac{L}{V} x_{m,A} + y_{1,A} - \frac{L}{V} x_{0,A}$$

$$\Rightarrow y_A = \frac{L}{V} x_A + y_{1,A} - \frac{L}{V} x_{0,A}$$



può essere portata all'unità moltiplicata per un opportuno coefficiente maggiore di uno.
 Nell'intervallo tra $x_{0,A}$ e $x_{N,A}$ la LINEA di LAVORO si trova al di sotto della LINEA di EQUILIBRIO e NON deve AVERE alcun PUNTO in COMUNE con essa. Se ciò accade, le CORRENTI in INGRESSO sono GIÀ in EQUILIBRIO e non si ha trasferimento di materia, si individua così un PUNTO PIANZA.
 La DIMINUIZIONE della PORTATA V comporta un AVVICINAMENTO della LINEA OPERATIVA alla CURVA di EQUILIBRIO dando un AUMENTO di PENDENZA, fino ad individuare un PUNTO PIANZA.
 La PORTATA V in queste condizioni è la MINIMA PORTATA di SOLVENTE o di GAS di STRIPPAGGIO per cui è possibile la SEPARAZIONE, sebbene con un NUMERO INFINITO di STADI.
 Se la RELAZIONE d'EQUILIBRIO è LINEARE ($y_e(x) = ux + c$) si ha:

$$\frac{V_{min}}{L} = \frac{x_{0,A} - x_{N,A}}{y_e(x_{0,A}) - y_{N+1,A}}$$

Assorbimento in Colonne a Patti con Portate Costanti

Con l'ASSORBIMENTO si vuole RITROVERE da un GAS (fase V) ASSORBENDO in un LIQUIDO (fase L). Indichiamo con A le COMPONENTI GASSOSE da ASSORBIRE, con B le GAS CARRIERE, con C il SOLVENTE nella CORRENTE LIQUIDA lo inviato in controcorrente.

Assumiamo che il processo avvenga in una COLONNA a PATTI ISOBARA e ISOTERMA con PORTATE MOLARI COSTANTI.

Le SPECIFICHE FORNITE saranno:

- $V, y_{N+1,A}, y_{N+1,C}, P_{N+1} = P, T_{N+1} = T$ → 5
 - $L, x_{0,B}, x_{0,C}, P_0 = P, T_0 = T$ → 5
 - $P_m = P, m = 1, \dots, N$ → 2
 - $T_m = T, n = 1, \dots, N$ → 2
 - $y_{1,A}$ → 1
- 11 + 2N

La COSTANZA delle PORTATE permette di esprimere in modo semplificato l'EQUAZIONE della LINEA OPERATIVA e risolvere GRAFICAMENTE il CALCOLO degli STADI. Si procede nel modo seguente:

- 1 - Nota $y_{N+1,A}$, calcolo $x_{N,A}$ tramite la Linea di Equilibrio

$$x_{N,A} = x_{0,A} + \frac{y_{N+1,A} - y_{1,A}}{L/V}$$

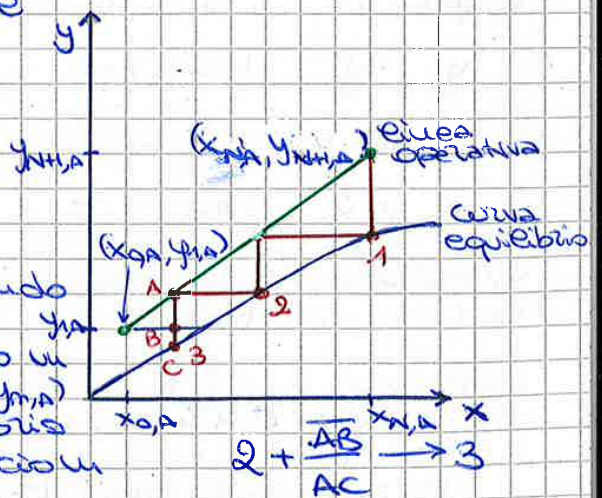
- 2 - TRACCIO la LINEA di LAVORO usando $(x_{0,A}, y_{1,A})$ con $(x_{N,A}, y_{N+1,A})$

A - CONDIZIONE di EQUILIBRIO: traccio un segmento verticale partendo da $(x_{m,A}, y_{m,A})$ e $(x_{m-1,A}, y_{m,A})$ sulla CURVA di equilibrio

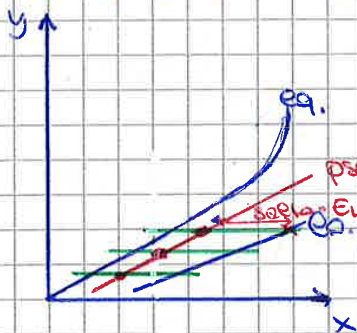
B - CONDIZIONE di INTERSTADIO: traccio un segmento orizzontale partendo da $(x_{m-1,A}, y_{m,A})$ e $(x_{m-1,A}, y_{m-1,A})$ sulla Linea di Equilibrio

Ripeto le fasi A e B finché $y_{m-1,A}$ è MINORE o UGUALE ad $y_{1,A}$. Il NUMERO di STADI è pari al

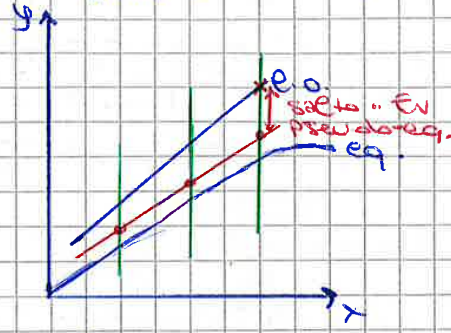
NUMERO di PUNTI sulla CURVA di EQUILIBRIO sommato alla FRAZIONE di PATTI



- Non caso in cui sia nota E_L (= EFFICIENZA di DEASSORBIMENTO) si ha:
- 1- TRACCIO ed LINEA di LAVORO pseudo ($x_{0,A}, y_{1,A}$) con ($x_{N,A}, y_{N,A}$)
 - A- Traccio via linea orizzontale ad un certo $y_{m,A}$ che intersechi la curva di equilibrio in ($x_{m-1,A}, y_{m,A}$) e la curva di equilibrio in ($x_{m,A}, y_{m,A}$).
 - B- Misura $x_{m-1,A}, x_{m,A}$ e moltiplica per E_L . Essa è pari a $x_{m-1,A} - x_{m,A}$ per definirne di efficienza.
 - C- Segui ($x_{m-1,A}, y_{m,A}$) che dista $x_{m-1,A} - x_{m,A}$ dalla curva di lavoro. Ripetere passi A, B, C con diverse $y_{m,A}$ e curva.



DEASSORBIMENTO



ASSORBIMENTO

Soluzioni Analitiche per Sistemi Binari

Per una qualsiasi colonna in CONTROCORRENTE se ha bisogno di materia del tipo S

$$y_{m+1} V_{m+1} - y_m V_m = x_m L_m + x_{m-1} L_{m-1} = 0$$

Se le PORTATE sono COSTANTI e la RELAZIONE di EQUILIBRIO è LINEARE ($y_m = u x_m + c$)

• DEASSORBIMENTO (o STRIPPING) ed ESTRAZIONE

$$(u x_{m+1} + c) V - (u x_m + c) V = x_m L + x_{m-1} L = 0$$

$$\Rightarrow u V x_{m+1} - (u V - L) x_m + x_{m-1} L = 0$$

$$\Rightarrow x_{m+1} - \left(1 + \frac{L}{uV}\right) x_m + x_{m-1} \frac{L}{uV} = 0$$

$$\Rightarrow x_{m+1} - \left(1 + \frac{1}{S}\right) x_m + x_{m-1} \frac{1}{S} = 0 \quad \text{con } S = \frac{uV}{L}$$

Abbiamo ottenuto un'EQUAZIONE alle DIFFERENZE in FORMA CANONICA con EQUAZIONE CARATTERISTICA ASSOCIATA:

$$\lambda^2 - \left(1 + \frac{1}{S}\right) \lambda + \frac{1}{S} = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 1, \lambda_2 = \frac{1}{S}$$

→ coincidenti se $S=1$

La SOLUZIONE GENERALE sarà:

$$x_m = C_1 \lambda_1^m + C_2 \lambda_2^m = C_1 + C_2 \frac{1}{S^m} \quad \text{se } S \neq 1$$

$$x_m = (C_1 + m C_2) \lambda^m = C_1 + m C_2 \quad \text{se } S = 1$$

I coefficienti C_1 e C_2 dipendono dalle SPECIFICHE.
 Nei casi di ESTRAZIONE e DEASSORBIMENTO sono NOTE
 $x_0, x_N, x_{N+1} = (y_{N+1} - c) / u$

$$y_m = C_1 + m C_2 \text{ se } A=1$$

Imponendo le condizioni di contorno per $A \neq 1$:

$$\begin{aligned} y_{N+1} &= C_1 + C_2 A^{N+1} \\ y_1 &= C_1 + C_2 A \\ y_0 &= C_1 + C_2 \end{aligned}$$

Se ha quindi:

$$y_{N+1} - y_0 = C_2 (A^{N+1} - 1) = C_2 A \left(A^N - \frac{1}{A} \right)$$

$$y_1 - y_0 = C_2 (A - 1) = C_2 A \left(1 - \frac{1}{A} \right)$$

Eseguendo il rapporto:

$$\frac{y_{N+1} - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{A^N - \frac{1}{A}}{1 - \frac{1}{A}} \Rightarrow A^N = \frac{y_{N+1} - y_0}{y_1 - y_0} \left(1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A}$$

Quindi:

$$N = \frac{\log \left(\frac{y_{N+1} - y_0}{y_1 - y_0} \left(1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A} \right)}{\log A}$$

Per $A=1$, invece:

$$\begin{aligned} y_{N+1} &= C_1 + C_2 (N+1) \\ y_1 &= C_1 + C_2 \\ y_0 &= C_1 \end{aligned}$$

Se ha quindi:

$$y_{N+1} - y_0 = C_2 N$$

$$y_1 - y_0 = C_2$$

Eseguendo il rapporto:

$$\frac{y_{N+1} - y_0}{y_1 - y_0} = N$$

Calcolo degli Stadi Reali

Si usa colonna in CONTROCORRENTE e ha:

$$y_{m+1} V_{m+1} - y_m V_m - x_m L_m + x_{m-1} L_{m-1} = 0$$

$$\Rightarrow y_{m+1} V - y_m V - x_m L + x_{m-1} L = 0$$

• ASSORBIMENTO

Sono NOTE: $y_{N+1}, y_1, y_0 = u x + c$, se ottiene quindi:

$$y_{N+1} V - y_m V - \frac{(y_{N+1} - c)L}{u} + \frac{(y_{m+1} - c)L}{u} = 0$$

si ha:

$$E_V = \frac{y_1 - y_0}{y_1 - y_0^*} \Rightarrow \frac{y_{N+1} - y_1}{E_V (y_1 - y_0^*)} = \frac{A^N - 1}{1 - \frac{1}{A}}$$

$$\Rightarrow \frac{y_{N+1} - y_1}{y_1 - y_0^*} = E_V \frac{A^N - 1}{1 - \frac{1}{A}} = \frac{A^N - 1}{1 - \frac{1}{A}}$$

Sommando 1 per riferire anche il numeratore a y_0^* si ottiene:

$$\frac{y_{N+1} - y_1}{y_1 - y_0^*} + 1 = \frac{y_{N+1} - y_0^*}{y_1 - y_0^*} = \frac{A^N - 1}{1 - \frac{1}{A}} + 1 = \frac{A^N - \frac{1}{A}}{1 - \frac{1}{A}}$$

$$\Rightarrow A^N = \frac{y_{N+1} - y_0^*}{y_1 - y_0^*} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A}$$

Quindi:

$$N = \frac{\log \left(\frac{y_{N+1} - y_0^*}{y_1 - y_0^*} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A} \right)}{\log A}$$

Si noti che il risultato è identico a quello ideale fatta eccezione per il logaritmo a denominatore. La presenza di * non è una reale differenza in quanto nel caso ideale tutte le componenti sono di equilibrio ($y_0 = y_0^*$).

Calcolando l'efficienza globale:

$$E_0 = \frac{N_{id}}{N_{re}} = \frac{\log A}{\log (1/A)} = \frac{\log (1 - E_V (1 - \frac{1}{A}))}{\log (1/A)}$$

Non caso in cui $A=1$, invece:

$$\begin{aligned} y_{N+1} &= C_1 + C_2(N+1) \\ y_1 &= C_1 + C_2 \\ y_0 &= C_1 \end{aligned}$$

Quindi:

$$y_{N+1} - y_1 = C_2 N$$

$$y_1 - y_0 = C_2$$

Da cui:

$$\frac{y_{N+1} - y_1}{y_1 - y_0} = N = \frac{y_{N+1} - y_0}{E_V (y_1 - y_0^*)} = \frac{N_{id}}{E_V} \Rightarrow E_0 = E_V$$

$$N_{id} = \frac{E_{og} \left(\frac{y_{N+1} - y_0}{y_1 - y_0} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A} \right)}{E_{og} A} \quad \text{arrotondato per eccesso}$$

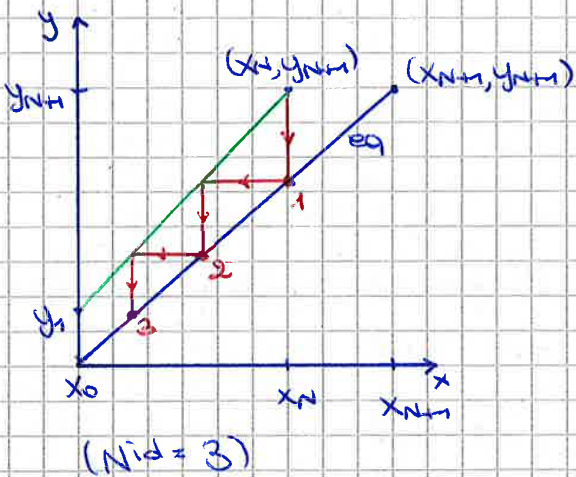
$$A' = \frac{1}{1 + E_v \left(\frac{1}{A} - 1 \right)} \quad (A' \neq 1 \text{ poiché } A \neq 1)$$

$$N_{re} = \frac{E_{og} \left(\frac{y_{N+1} - y_0}{y_1 - y_0} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A} \right)}{E_{og} A'} \quad \text{arrotondato per eccesso}$$

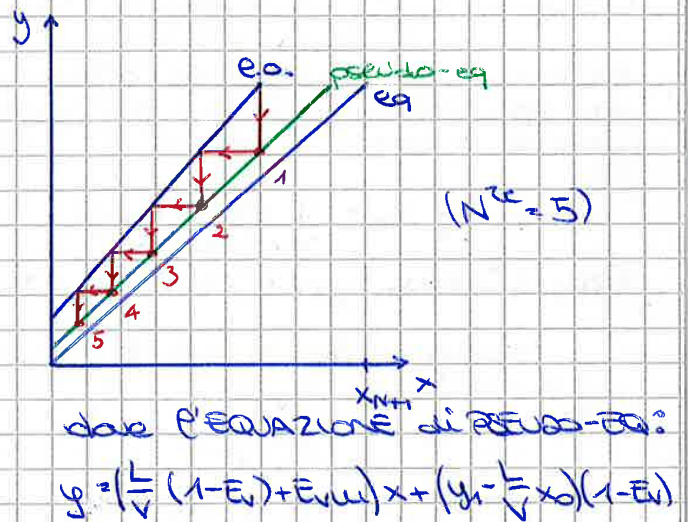
$$E_0 = \frac{N_{id}}{N_{re}}$$

Grafiamente:

• STADI IDEALI



• STADI REALI



Calcolo di una Colonna di Assorbimento

Note: $x_0, x_N, y_{N+1}, y = ux, E_v, k$

• Calcolo V_{min}/L e LINEA OPERATIVA

$$\frac{V_{min}}{L} = \frac{x_0 - x_N}{y_e - y_{N+1}} = \frac{x_0 - x_N}{u x_0 - y_{N+1}}$$

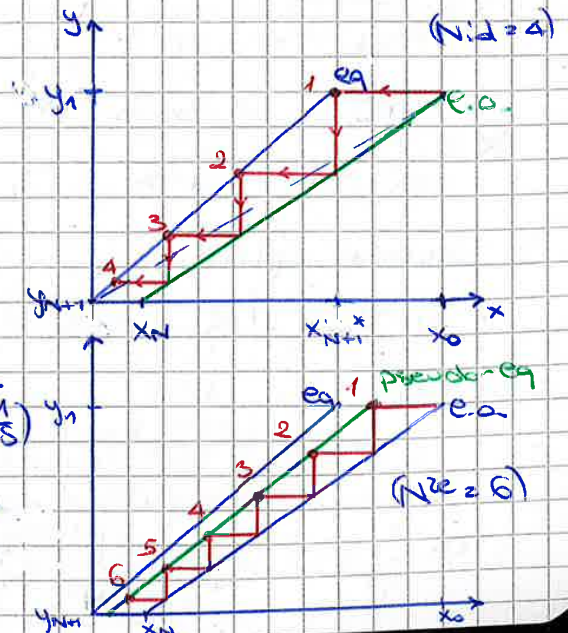
$$\frac{L}{V} = \frac{1}{k \frac{V_{min}}{L}}$$

• Calcolo STADI

$$S = \frac{E_v k}{L}, \quad x_{N+1} = \frac{y_{N+1}}{u}, \quad S' = \frac{1}{1 - E_v \left(1 - \frac{1}{S}\right)} y_0$$

$$N_{id} = \frac{E_{og} \left(\frac{x_0 - x_{N+1}}{x_N - x_{N+1}} \left(1 - \frac{1}{S}\right) + \frac{1}{S} \right)}{E_{og} S}$$

$$E_0 = \frac{E_{og} S'}{E_{og} S} = \frac{N_{id} S'}{N_{re} S} \Rightarrow N_{re} = \frac{N_{id} S'}{E_0 S}$$



L'EQUAZIONE della CURVA di EQUILIBRIO, invece, se era lineare con le frazioni molari NON SAZZO' PIU' LINEARE con i rapporti molari.

Esprimendo le CURVE di EQUILIBRIO e di LAVORO in FUNZIONE dei RAPPORTI MOLARI SUI DIAGRAMMA XY la PROCEDURA di CALCOLO GRAFICO resta INVARIATA rispetto alle sostituzioni di cui.

Per l'ASSORBIMENTO, con analoghi passaggi, si ha:

$$V'Y_{m+1} = L'X_m + V'Y_1 - L'X_0$$

$$\Rightarrow Y_{m+1} = \frac{L'}{V'} X_m + Y_1 - \frac{L'}{V'} X_0$$

$$\Rightarrow Y = \frac{L'}{V'} X + Y_1 - \frac{L'}{V'} X_0$$

Equazione di Riccati: estrazione e deassorbimento

Passando ai RAPPORTI MOLARI, la CURVA di EQUILIBRIO si trasforma da lineare rispetto alle frazioni molari a NON LINEARE. Si ha infatti che:

$$y = ux \Rightarrow \frac{y}{1+y} = u \frac{x}{1+x} \Rightarrow y = \frac{ux}{1+(1-u)x}$$

L'EQUAZIONE alle DIFFERENZE che si ottiene cambiando bilancio di materia ed equazione di equilibrio in rapporti molari è un'equazione alle differenze di RICCATI. Nel CALCOLO di PROGETTO per ESTRAZIONE o ASSORBIMENTO si ha quindi:

$$\begin{cases} Y_m = \frac{L'}{V'} X_{m-1} + Y_{N+1} - \frac{L'}{V'} X_N \\ Y_m = \frac{uX_m}{1+(1-u)X_m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{uX}{1+(1-u)X_m} = \frac{L'}{V'} X_{m-1} + Y_{N+1} - \frac{L'}{V'} X_N$$

Ponendo $\alpha = Y_{N+1} - \frac{L'}{V'} X_N$ si ottiene:

$$\frac{uX}{1+(1-u)X_m} = \frac{L'}{V'} X_{m-1} + \alpha$$

$$\Rightarrow uX_m = (1-u) \frac{L'}{V'} X_m X_{m-1} + (1-u)\alpha X_m + \frac{L'}{V'} X_{m-1} + \alpha$$

$$\Rightarrow (1-u) \frac{L'}{V'} X_m X_{m-1} + ((1-u)\alpha - u) X_m + \frac{L'}{V'} X_{m-1} + \alpha = 0$$

• CONDIZIONE di INTERSEZIONE

Nei casi in cui vi sia intersezione, la condizione impone che in X_0 la Y ottenuta dalla RELAZIONE di EQUILIBRIO sia UGUALE alla Y calcolata sulla RETTA di LAVORO. Quindi:

$$Y_{eq}(X_0) = \frac{wX_0}{1+(1-w)X_0} = \frac{L'}{V'}(X_0 - X_N) + Y_{N+1}$$

$$\Rightarrow \frac{V'_{min}}{L'} = \frac{X_0 - X_N}{Y_{eq}(X_0) - Y_{N+1}}$$

• CONDIZIONE di TANGENZA

La CONDIZIONE di TANGENZA si ha quando i DUE PUNTI di INTERSEZIONE tra retta di lavoro e curva di equilibrio COINCIDONO. Ciò equivale a IMPORRE che le RADICI dell'EQUAZIONE di RICCATI siano UGUALI ($\Rightarrow \Delta = 0$). Quindi avendo:

$$X_i^2 + (a+b)X_i + c = 0$$

$$\text{si ha } \Delta = (a+b)^2 - 4c = 0$$

Imponendo che $\Delta = 0$ si ottiene un'EQUAZIONE di SECONDO GRADO con INCOGNITA (V'/L') da cui si ricavano DUE VALORI: $(V'/L')_{tp1}$ e $(V'/L')_{tp2}$. A ciascun valore corrisponde un punto tangente diverso, ma se si deve scegliere da considerare è quello con PUNTO di TANGENZA in $[X_N, X_0]$. Per fare ciò si calcolano i coefficienti a, b e c relativi alle singole radici e si ricava X sapendo che:

$$X_{tp1} = \frac{-a_{tp1} + b}{2} \quad \text{e} \quad X_{tp2} = \frac{-a_{tp2} + b}{2}$$

Calcolo del Numero degli Stadi: risoluzione equazione di Riccati

L'EQUAZIONE alle DIFFERENZE di RICCATI può essere RIDOTTA ad EQUAZIONE LINEARE di PRIMO ORDINE e quindi risolta ponendo:

$$X_m = Z_m + h$$

Si ha cioè: $X_m X_{m-1} + aX_m + bX_{m-1} + c = 0$ diventa:

$$(Z_m + h)(Z_{m-1} + h) + a(Z_m + h) + b(Z_{m-1} + h) + c = 0$$

$$Z_m Z_{m-1} + (a+h)Z_m + (b+h)Z_{m-1} + h^2 + (a+b)h + c = 0$$

Se h è soluzione di $h^2 + (a+b)h + c = 0$ allora l'EQUAZIONE DIVENTA OMOGENEA:

$$Z_m Z_{m-1} + (a+h)Z_m + (b+h)Z_{m-1} = 0$$

$$\Rightarrow 1 + (a+h) \frac{1}{Z_{m-1}} + (b+h) \frac{1}{Z_m} = 0 \rightarrow \text{Equazione del primo ordine, non omogenea, risolta rispetto } \frac{1}{Z_m}$$

$$N = \frac{\text{Egg} \left(\frac{\frac{1}{X_N - h} + \frac{1}{a+b+2h}}{\frac{1}{X_0 - h} + \frac{1}{a+b+2h}} \right)}{\text{Egg} \left(-\frac{2+h}{b+h} \right)}$$

Nel caso di h NON REALE vale la seguente relazione?

$$e^{i(\theta_1 - \theta_2)} = e^{i(N\theta_3 + k\pi)}$$

$$\Rightarrow \theta_1 - \theta_2 = N\theta_3 + k\pi \quad \text{con } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\text{dove: } \theta_1 = 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2X_N + a + b} \right)$$

$$\theta_2 = 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2X_0 + a + b} \right)$$

$$\theta_3 = 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{a - b} \right)$$

$$\text{Si ottiene: } N = \frac{\theta_1 - \theta_2 + k\pi}{\theta_3}$$

IL MINORE tra i VALORI di N POSITIVI che soddisfa l'equazione corrisponde al NUMERO di STABI.

Equazione di Riccati: assorbimento

Procedendo analogamente otteniamo:

$$Y_{m+1} Y_m + a Y_{m+1} + b Y_m + c = 0$$

$$\text{dove: } a = \frac{1}{1 - \frac{1}{V_1}}, \quad b = \frac{L'}{V'} \left(X_0 - \frac{1}{1 - \frac{1}{V_1}} \right) - Y_1, \quad c = \frac{1}{1 - \frac{1}{V_1}} \left(\frac{L'}{V'} X_0 - Y_1 \right)$$

Da cui otteniamo:

$$Y_m = - \frac{a Y_{m+1} + c}{Y_{m+1} + b}$$

Per il calcolo della PORTATA UNITA si ha:

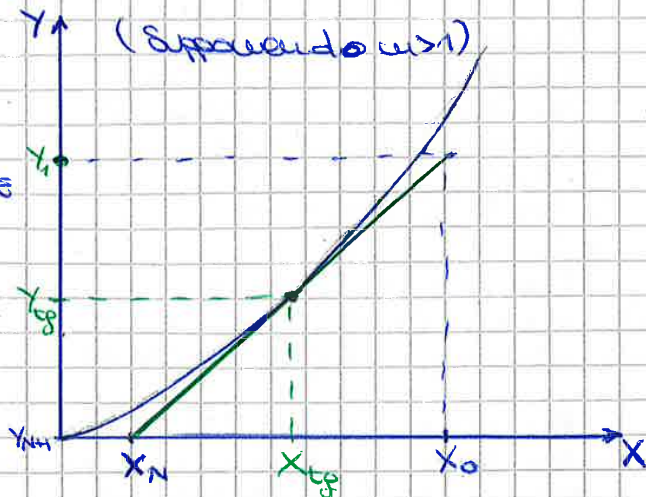
• CONDIZIONE di INTERSEZIONE: $\frac{L'_{\text{min}}}{V'} = \frac{Y_{m+1} - Y_1}{X_{\text{eq}}(Y_{m+1}) - X_0}$

• CONDIZIONE di TANGENZA: analogamente si risolve $Y^2 + (a+b)Y + c = 0$ imponendo $\Delta = 0$ ricavando L'_{min}/V'

• Calcolo PORTATA MINIMA di VAPORE ($V_{NH} \text{ min}$)

GRAFICAMENTE:

Tra l'ascissa X_N tacco di CURVA di EQUILIBRIO conosciuto e l'equazione e quindi per interpolazione. Partendo da X_N tacco di TANGENTE alla curva di equilibrio e ottengo la retta la cui PENDENZA è pari alla PORTATA MINIMA. Da grafico quindi INDIVIDUO (X_{tp}, Y_{tp}) e:



$$\frac{L'}{V'_{min}} = \frac{Y_{tp} - Y_{NH}}{X_{tp} - X_N}$$

$$\Rightarrow V'_{min} = L' \frac{X_{tp} - X_N}{Y_{tp} - Y_{NH}} \Rightarrow V_{NH+min} = V'_{min} (1 + Y_{NH}) = \frac{V'_{min}}{1 - Y_{NH}}$$

La PORTATA OPERATIVA sarà $V_{NH} = k V_{NH+min}$

ANALITICAMENTE:

(Supponendo $u > 1$)

Cerco il PUNTO di TANGENZA:

$$\frac{uX}{1 + (1-u)X} = \frac{L'}{V'} (X - X_N) + Y_{NH} \Rightarrow X^2 + (a+b)X + c = 0$$

dove:

$$a = \frac{V'}{L'} (Y_{NH} - \frac{u}{1-u}) - X_N (= d_1 \frac{V'}{L'} + d_2)$$

$$b = \frac{1}{1-u} (= d_3)$$

$$c = \frac{1}{1-u} \left(\frac{V'}{L'} Y_{NH} - X_N \right) (= d_4)$$

$$\Rightarrow \Delta = (a+b)^2 - 4c = 0 \Rightarrow a_0 \left(\frac{V'}{L'} \right)^2 + a_1 \left(\frac{V'}{L'} \right) + a_2 = 0$$

$$X = - \frac{a+b}{2} (= -d_5 \frac{V'}{L'} + d_6)$$

Risolvendo l'equazione relativa a $\Delta = 0$ ottengo:

$$\left(\frac{V'}{L'} \right)_{tp1} \Rightarrow X_{tp1} \quad \text{e} \quad \left(\frac{V'}{L'} \right)_{tp2} \Rightarrow X_{tp2}$$

Il valore accettabile è quello per cui $X_N < X_{tp} < X_0$

$$\frac{V'_{min}}{L'} = \left(\frac{V'}{L'} \right)_{tp}, \quad V' = k L' \left(\frac{V'}{L'} \right)_{tp} \Rightarrow V_{NH} = V' (1 + Y_{NH})$$

e inoltre: $Y_{N+1} = \frac{y_{N+1}}{1-y_{N+1}}$, $Y_1 = Y_{N+1}(1-z)$, $X_0 = \frac{x_0}{1-x_0}$

Occorre poi passare da portata volumetrica a moleare:

$\tilde{V} = \frac{RT}{P}$ (con T in K, P in Pa e R = 8,31, \tilde{V} sarà $\frac{m^3}{mole}$)

$V_{N+1} = \frac{Q}{\tilde{V}}$ $\Rightarrow V' = V_{N+1}(1-y_{N+1})$

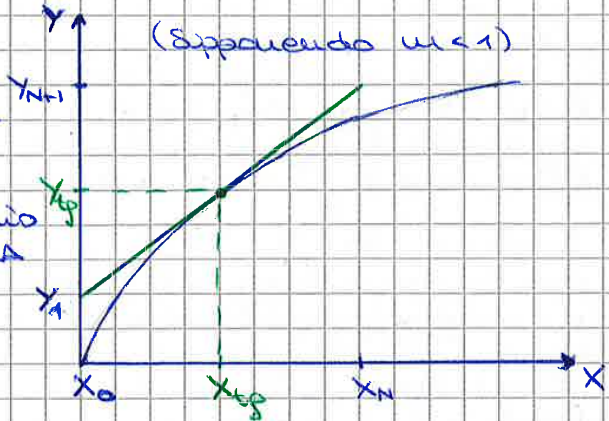
• Calcolo PORTATA MINIMA di LIQUIDO (L'_{min})

GRAFICAMENTE:

Traccio la CURVA di EQUILIBRIO per interpretare correttamente l'equazione.

Partendo da Y_1 traccio la TANGENTE alla curva di equilibrio e ottengo la retta cui PENDENZA è pari alla PORTATA MINIMA.

Da grafico individuo (X_{tg}, Y_{tg}) e:



$\frac{L'_{min}}{V'} = \frac{Y_{tg} - Y_1}{X_{tg} - X_0}$

$\Rightarrow L'_{min} = V' \frac{Y_{tg} - Y_1}{X_{tg} - X_0} \Rightarrow L_{min} = L'_{min}(1+x_0) = \frac{L'_{min}}{1-x_0}$

La PORTATA OPERATIVA sarà: $L_0 = k L_{min}$

ANALITICAMENTE:

(Supponendo $u < 1$)

Cerco il PUNTO di TANGENZA:

$Y = \frac{L'}{V'} \frac{1/u Y}{1+(1-1/u)Y} + Y_1 - \frac{L'}{V'} X_0 \Rightarrow Y^2 + (a+b)Y + c = 0$

dove: $a = \frac{1}{1-1/u}$

$b = \frac{L'}{V'} \left(X_0 - \frac{1/u}{1-1/u} \right) - Y_1$

$c = \frac{1}{1-1/u} \left(\frac{L'}{V'} X_0 - Y_1 \right)$

$\Rightarrow \Delta = (a+b)^2 - 4c = 0$, $Y = -\frac{a+b}{2}$

Risolvendo l'equazione relativa a $\Delta = 0$ ottengo:

$\left(\frac{L'}{V'} \right)_{tg1} \Rightarrow Y_{tg1}$ e $\left(\frac{L'}{V'} \right)_{tg2} \Rightarrow Y_{tg2}$

Distribuzione Continua in Colonne a Piatti

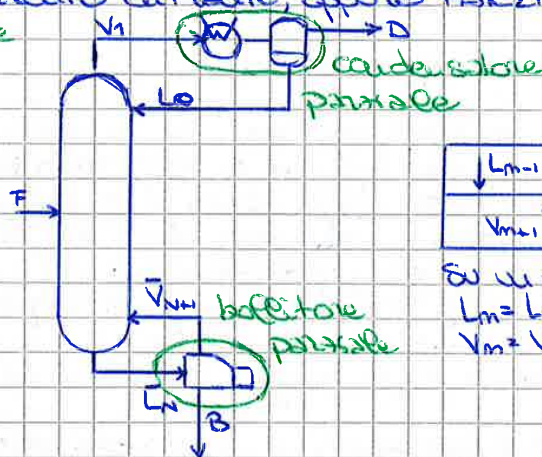
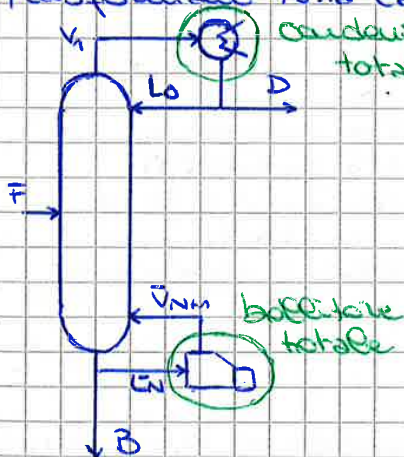
A differenza di assorbimento e desorbimento in cui le fasi hanno componenti diversi, nella DISTILLAZIONE le FASI hanno STESSI COMPONENTI, tuttavia VARIA la COMPOSIZIONE in quanto si ha un GRADIENTE di TEMPERATURA. Il sistema è ISOBARO in quanto le perdite di carico nei piatti sono trascurabili e su ciascun piatto il LIQUIDO è in EQUILIBRIO con il suo VAPORE.



SALENDO lungo la colonna di distillazione la TEMPERATURA DIMINUISCE ed il COMPONENTE PIÙ VOLATILE (A) condensa dando un LIQUIDO PIÙ RICCO di A, pertanto AUMENTA la CONCENTRAZIONE del COMPONENTE VOLATILE. La presenza dell'AUMENTAZIONE (F) determina una DISCONTINUITÀ nelle PORTATE di LIQUIDO e VAPORE. Inoltre parte del

prodotto deve essere CONDENSATO e INVIATO in CONTROCORRENTE mentre parte del LIQUIDO viene VAPORIZZATO e INVIATO in CONTROCORRENTE. Questo processo è reso possibile quindi grazie ad un CONDENSATORE che sottrae calore (Q_c) e un BOLLITORE che fornisce calore (Q_b). In questo modo è possibile avere pari QUANTITÀ di LIQUIDO VAPORIZZATO e VAPORE CONDENSATO e ottenere quindi PORTATE COSTANTI.

Il numero di GRADI di LIBERTÀ di una COLONNA di DISTILLAZIONE DIPENDE dal tipo di CONFIGURAZIONE della stessa. Essa può presentare BOLLITORE e/o CONDENSATORI TOTALI, ovvero che trasformano tutta la corrente entrante, oppure PARZIALI.



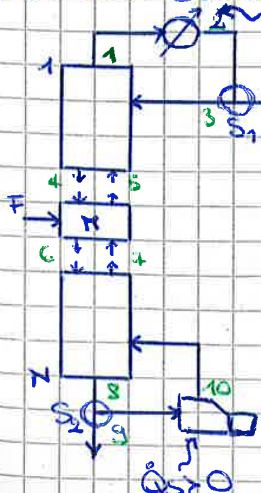
L_{n-1} ↓	m
V_{n+1} ↑	m+1

Su un piatto?

$$L_m = L_{m-1} - S_{vap} + S_{cond}$$

$$V_m = V_{m+1} - S_{cond} + S_{vap}$$

Per una colonna con CONDENSATORE e BOLLITORE TOTALI si ha:

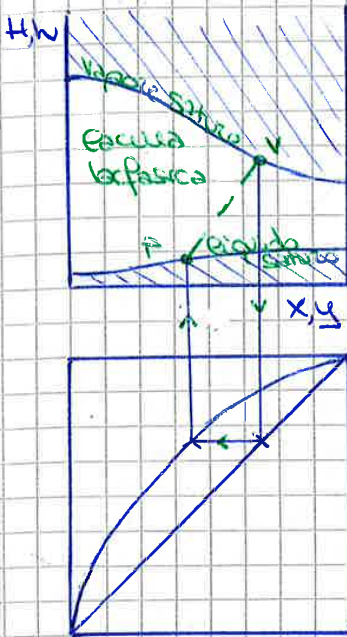


- CONDENSATORE → $C+4 (= (C+2)+2)$ di
 - PARTITORE di CORRENTE (S_1) → $C+5$ ($N_v = 3(C+2)+1 = N_c = (C+1)+C+1$ dove $(T_0 = T^s, P^a = P^b, X_0^s = X_0^b)$ = C+1, C bilanciamento materia, 1 bilancio di energia)
 - SEZIONE di APPRICCHIMENTO → $2C+2N+3 = 2(C+2)+2(N-1)+1$
 - PIATTO di AUMENTAZIONE → $3C+8 = 3(C+2)+2$
 - SEZIONE di ESAURIMENTO → $2C+2(N-T)+5 = 2(C+2)+2(N-T)+1$
 - PARTITORE di CORRENTE (S_2) → $C+5$
 - BOLLITORE → $C+4$
- $\Rightarrow \sum_e N_{L,e} = 11C + 2N + 34$

I Bilanci di ENERGIA saranno:

- $\dot{Q}_c + \dot{Q}_s + Fh_f = D h_D + B h_B$ con CONDENSATORE TOTALE
- $\dot{Q}_c + \dot{Q}_s + Fh_f = D h_D + B h_B$ con CONDENSATORE PARZIALE

Diagramma Entalpia - Composizione



Nei caso di un SISTEMA BINARIO, la RISOLUZIONE dei Bilanci di MATERIA ed ENERGIA avviene tramite CALCOLO GRAFICO su un DIAGRAMMA ENTALPIA - COMPOSIZIONE. Questo diagramma, che è ISOBARO, presenta una LACUNA BIFASICA delimitata da DUE LINEE di TEROVARIANZA, quella superiore di VAPORE SATURO e quella inferiore di LIQUIDO SATURO. Ogni LIQUIDO SATURO è in EQUILIBRIO con un VAPORE SATURO ed i PUNTI corrispondenti, detti CONIUGATI, sono individuabili con le DIAGRAMMI di RIPARTIZIONE dei componenti più volatili.

diagramma di ripartizione

Sezione di Arricchimento e Flusso Netto Δ

Accortandosi del fatto di alimentazione, la CONCENTRAZIONE del COMPONENTE VOLATILE AUMENTA nella SEZIONE SUPERIORE detta SEZIONE di ARRICCHIMENTO o di RETIFICA. Ogni sezione opera in CONTROCORRENTE, quindi si può definire un FLUSSO NETTO INVARIANTE Δ nella sezione. Si ha:

$$V_{m+1} = L_m + D \rightarrow \Delta = L_m - V_{m+1} = -D$$

$$y_{m+1} V_{m+1} = x_m L_m + x_D D \rightarrow x_D \Delta = x_m L_m - y_{m+1} V_{m+1} = -x_D D$$

$$\dot{Q}_c + H_{m+1} V_{m+1} = h_m L_m + h_D D \rightarrow h_D \Delta = h_m L_m - H_{m+1} V_{m+1} = -h_D D + \dot{Q}_c = -D(h_D - \dot{Q}_c)$$

La CORRENTE FIZIA Δ , derivante dalle eq. di conservazione di materia ed energia, è COSTANTE in PORTATA, COMPOSIZIONE ed ENTALPIA:

$$\Delta = -D, \quad x_D = x_D, \quad h_D = h_D - \dot{Q}_c$$

Il FLUSSO NETTO Δ è un PUNTO FISSO (x_D, h_D) che, per LINEARITÀ rispetto alle portate, è collegato con il punto (x_m, h_m) della corrente L_m e con il punto (y_{m+1}, H_{m+1}) per un qualsiasi stadio m nella sezione di arricchimento. Essendo $x_D = x_D$, il punto Δ si trova sulla verticale di x_D che è nota. L'entalpia h_D è nota, ma per ottenerla occorre \dot{Q}_c , che NON è una SPECIFICA di PRODOTTO. È però NOTO il RAPPORTO di RIFUSSO $R = L_0/D$, da cui:

$$\begin{aligned} \begin{cases} -h_D D = h_0 L_0 - H_1 V_1 \\ V_1 = L_0 + D \end{cases} &\Rightarrow -h_D D = h_0 L_0 - H_1 (L_0 + D) \Rightarrow h_D = -\frac{h_0 L_0}{D} + H_1 \frac{L_0}{D+1} \\ &\Rightarrow h_D = H_1 + (H_1 - h_0) \frac{L_0}{D} = H_1 + (H_1 - h_0) R \end{aligned}$$

Rapporto di Riflusso Minimo

La COLONNA di DISTILLAZIONE NON può OPERARE con un QUALSIASI PUNTO $\Delta (x_\Delta, h_\Delta)$ o RAPPORTO di RIFUSSO. La SITUAZIONE LIMITE si ha quando il TRASFERIMENTO di MATERIA è NULLO, ovvero quando le correnti d'ingresso in uno stadio sono in equilibrio, e si ha che il RAPPORTO di RIFUSSO MINIMO tende POSSIBILE alla SEPARAZIONE, con un NUMERO INFINITO di STADI.

Il CALCOLO GRAFICO richiede che la PENDENZA di L_{m+1} , ovvero l'impostazione della condizionale di interstadio, sia MAGGIORE della PENDENZA di L_m , relativo alla condizione di equilibrio, affinché si abbia un arricchimento del componente volatile (ovvero $y_{m+1} < y_m$).

Riducendo h_Δ , ovvero diminuendo Q_{cb} o R , la pendenza di L_{m+1} diminuisce fino a coincidere con L_m (ovvero $y_{m+1} \rightarrow y_m$).

Si raggiunge così un PUNTO PINZA. Qui UNA CONIUGATA ha un CORRISPONDENTE PUNTO PINZA Δ che si individua prolungando la linea coniugata fino all'intersezione con la verticale di x_0 .

I PUNTI Δ PINZA hanno un ESTREMO INFERIORE (x_0, h_{\min}) che separa i PUNTI Δ POSSIBILI, posti al di SOPRA, da quelli che tendono alla separazione impossibile, posti al di SOTTO.

Il PUNTO (x_0, h_{\min}), invece, tende POSSIBILE alla SEPARAZIONE con un NUMERO INFINITO di STADI e da esso possiamo ricavare il RAPPORTO di RIFUSSO MINIMO R_{\min} :

$$R_{\min} = \frac{h_{\min} - h_1}{h_1 - h_0}$$

Calcolo del Numero degli Stadi con il Metodo Ponchon-Savarit

È possibile ricavare il NUMERO di STADI IDEALI con il METODO PONCHON-SAVARIT se si ha una COLONNA con CONDENSATORE TOTALE con DISTILLATO e RICIRCOLO costituito da LIQUIDO SATURO.

• IDENTIFICAZIONE dei PUNTI Δ

- RISOLVERE i BILANCI di MATERIA
- INDIVIDUARE il RAPPORTO di RIFUSSO MINIMO R_{\min} e CALCOLARE il RAPPORTO di RIFUSSO R : $R = (1/1.3) \cdot R_{\min}$
- TRACCIO la VERTICALE di x_0 e INDIVIDUO $V_1 (y_1, h_1)$ all'intersezione con la linea di vapore saturo ($x_0 = y_1$); $L_0 (x_0, h_0)$ all'intersezione con la linea di liquido saturo ($x_0 = x_0$) che coincide con il distillato $D (x_0, h_0)$.
- CALCOLO $h_\Delta = h_1 + R(h_1 - h_0)$ e segno $\Delta (x_\Delta, h_\Delta)$ sulla verticale di x_0
- INDIVIDUO il PUNTO di AUMENTAZIONE $F (z_F, h_F)$
- TRACCIO la VERTICALE di x_0 e INDIVIDUO $B (x_0, h_0)$ all'intersezione con la linea di liquido saturo
- UNISCO Δ ed F e PROWINGO la retta fino all'intersezione con la verticale di x_0 ed INDIVIDUO $A (x_0, h_A)$ ($x_A = x_0$)

• CALCOLO GRAFICO STADIO per STADIO

- DETERMINO il PUNTO $L_1 (x_1, h_1)$, punto coniugato di $V_1 (y_1, h_1)$ con le diagonale di ripartizione associate
- UNISCO il PUNTO L_1 con il PUNTO Δ ed INDIVIDUO $V_2 (y_2, h_2)$ all'intersezione con la linea di vapore saturo
- RIPETO questi passaggi, determinando quindi condizioni di interstadio e di equilibrio, fino ad OLTREPASSARE AFS. Superata questa con giungente RIPETO i passaggi facendo RIFERIMENTO a Δ per la condizione di interstadio finché $x_n < x_0$

Dal bilancio di materia invece:

$$V_{m+1} + L_{m-1} = V_m + L_m \Rightarrow L_m - L_{m-1} = V_{m+1} - V_m$$

Poiché $\Delta_{vap} H = H - h > 0$ si ha che $h \neq H$, pertanto affinché sia soddisfatto il bilancio energetico occorre che

$$L_m - L_{m-1} = V_{m+1} - V_m = 0 \Rightarrow L_{m-1} = L_m, V_{m+1} = V_m$$

Linee di lavoro

Considerando il bilancio di materia della sezione di arricchimento:

$$V_{y_{m+1}} = Lx + Dx_D \Rightarrow y_{m+1} = \frac{L}{V} x_m + \frac{D}{V} x_D = \frac{L}{L+D} x_m + \frac{D}{L+D} x_D$$

$$\Rightarrow y_{m+1} = \frac{R}{R+1} x_m + \frac{x_D}{R+1} \rightarrow y = \frac{L}{V} x + \frac{D}{V} x_D = \frac{R}{R+1} x + \frac{x_D}{R+1}$$

Questa è quindi l'EQUAZIONE della RETTA di LAVORO della SEZIONE di ARRICCHIMENTO che passa per il punto (x_D, x_D) della diagonale e interseca l'asse verticale a $x_D/(R+1)$.

Considerando la sezione di esaurimento invece, si ha:

$$\bar{V}y_{m+1} = \bar{L}x_{m+1} - Bx_B \Rightarrow y_{m+1} = \frac{\bar{L}}{\bar{V}} x_{m+1} - \frac{B}{\bar{V}} x_B = \frac{\bar{L}}{\bar{L}-B} x_{m+1} - \frac{B}{\bar{L}-B} x_B$$

$$\Rightarrow y_{m+1} = \frac{\bar{R}}{\bar{R}-1} x_{m+1} - \frac{x_B}{\bar{R}-1} \rightarrow y = \frac{\bar{L}}{\bar{V}} x - \frac{B}{\bar{V}} x_B = \frac{\bar{R}}{\bar{R}-1} x - \frac{x_B}{\bar{R}-1}$$

Questa è quindi l'EQUAZIONE della RETTA di LAVORO della SEZIONE di ESAURIMENTO che passa per il punto (x_B, x_B) della diagonale e interseca l'asse verticale in $-x_B/(\bar{R}-1)$.

Retta di Alimentazione o i-Line

Le specifiche di progetto e i bilanci ci permettono di ottenere R, x_D e x_B , ma non \bar{R} , pertanto NON è possibile TRACCIARE la RETTA di ESAURIMENTO, ma SOLO la RETTA di ARRICCHIMENTO.

Individuando il LOGO GEOMETRICO dei punti in cui si ha l'INTERSEZIONE tra retta di arricchimento ed esaurimento, costruita dall'I-LINE, si ottiene un secondo punto della retta di esaurimento oltre a (x_B, x_B) e si può quindi tracciare la retta. Il punto d'intersezione deve soddisfare le seguenti equazioni:

$$V = L + D \quad V_y = Lx + Dx_D \quad HV = hL + hD - \dot{Q}_c$$

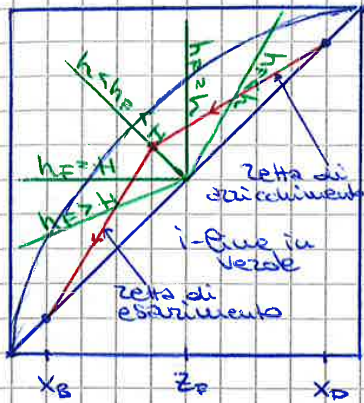
$$\bar{V} = \bar{L} - B \quad \bar{V}y = \bar{L}x - Bx_B \quad H\bar{V} = h\bar{L} - hB + \dot{Q}_s$$

Eseguendo la differenza tra bilanci si ottiene:

$$V - \bar{V} = L - L - B - D \Rightarrow \bar{V} - V = \bar{L} - L - F \Rightarrow \frac{\bar{V} - V}{F} = \frac{\bar{L} - L}{F} - 1$$

$$H(\bar{V} - V) = h(\bar{L} - L) - (B + D)h + \dot{Q}_s + \dot{Q}_c \Rightarrow H(\bar{V} - V) = h(\bar{L} - L) + Fh_F$$

$$\Rightarrow \frac{H(\bar{V} - V)}{F} = \frac{h(\bar{L} - L)}{F} - h_F$$



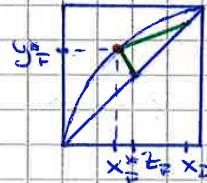
$$\begin{cases} y_F = \frac{R}{R+1} x_F + \frac{x_D}{R+1} \\ y_F = \frac{i}{i-1} x_F - \frac{z_F}{i-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_F = \frac{\frac{x_D}{R+1} + \frac{z_F}{i-1}}{\frac{i}{i-1} - \frac{R}{R+1}}, \quad y_F = y^*(x_F)$$

Rapporto di Riflusso Minimo

Se la CURVA di EQUILIBRIO NON presenta CAMBIAMENTI di CONCAVITÀ, allora il PUNTO PINZA del RAPPORTO di RIFUSSO MINIMO CORRISPONDE alle CONDIZIONI di AUTENTAZIONE. Pertanto l'INTERSEZIONE tra l'-LINE e CURVA di EQUILIBRIO INDIVIDUA il PUNTO PINZA \$(x_F^*, y_F^*)\$. Dato PENDENZA della RETTA di ARRICCHIMENTO ricaviamo il RAPPORTO di RIFUSSO MINIMO:

$$\frac{x_D - y_F^*}{x_D - x_F^*} = \frac{R_{min}}{R_{min} + 1}$$



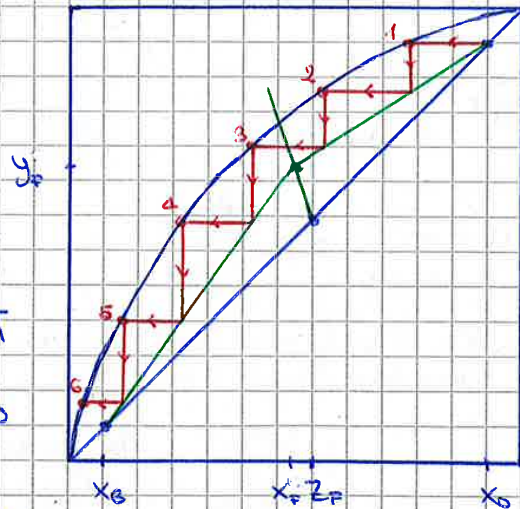
Calcolo del Numero di Stadi Ideali con il Metodo McCabe-Thiele

- TRACCIATURA LINEE di LAVORO
 - RISOLVERE i BILANCI di MATERIA
 - INDIVIDUARE il RAPPORTO di RIFUSSO MINIMO \$R_{min}\$ e CALCOLARE \$R\$: \$R = (1,1 \div 1,3) R_{min}\$
 - TRACCIO la RETTA di ARRICCHIMENTO:

$$y = \frac{R}{R+1} x + \frac{x_D}{R+1}$$

- TRACCIO l'-LINE:

$$y = \frac{i}{i-1} x - \frac{z_F}{i-1}$$
 e INDIVIDUO \$(x_F, y_F)\$
- TRACCIO la RETTA di ESALZAMENTO usando \$(x_B, x_B)\$ con \$(x_F, y_F)\$



- CALCOLO GRAFICO STADIO per STADIO
 - CONDIZIONE di EQUILIBRIO: traccio un segmento orizzontale da \$(x_0, x_0)\$ fino ad intersecare la curva di equilibrio in \$(x_1, y_1)\$
 - CONDIZIONE di INTERSTADIO: traccio un segmento verticale dal punto \$(x_1, y_1)\$ fino alla retta di arricchimento e ottengo \$(x_1, y_2)\$
 - ALTERNO le CONDIZIONI di EQUILIBRIO e INTERSTADIO facendo riferimento alla retta di arricchimento per \$x_F < x < x_D\$ e alla retta di esaurimento per \$x_B < x < x_F\$, finché \$x_n \le x_B\$.

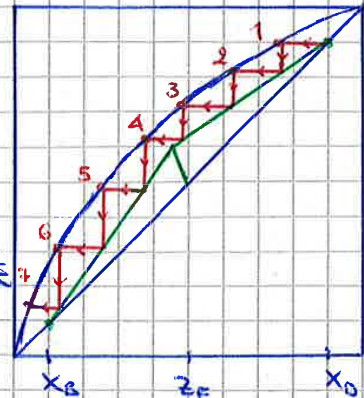
L'AUTENTAZIONE si collega, nell'esempio, tra STADIO 2 e STADIO 3. Se in presenza di BOLLITORE / CONDENSATORE PARZIALE esso costituisce uno STADIO, pertanto va DIMINUITO il NUMERO di PIATTI.

Calcolo Grafico del Numero di Stadi Ideali di Equilibrio in una Colonna di Assorbimento Continua a Piatte

A partire dal punto (x_0, x_0) si traccia la RETTA di ARRICCHIAMENTO con equazione:

$$y = \frac{R}{R+1} x + \frac{x_0}{R+1}$$

Si traccia inoltre la RETTA di AUMENTAZIONE e si individua il PUNTO di INTERSEZIONE (x_F, y_F) . Utilizzando (x_F, y_F) con (x_B, x_B) si individua anche la RETTA di ESAURIMENTO.

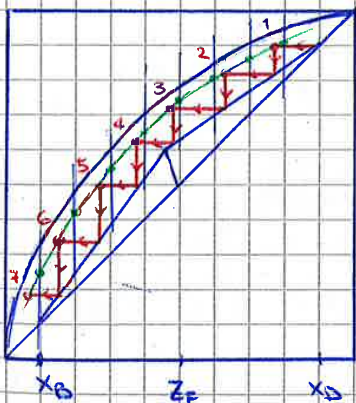


Si procede poi a partire da (x_0, x_0) determinando CONVENZIONE di EQUILIBRIO e di INTERSTADIO tra LINEE di LAVORO (prima la retta di arricchimento e poi, con $x_m > x_F$, la retta di esaurimento) e CURVA di EQUILIBRIO.

Si hanno, nell'esempio, 7 stadi ideali e l'alimentazione cade tra il terzo e quarto stadio. Occorre ricordare che il numero di piatte è pari al numero di stadi solo se si hanno sia bollitore che condensatore totale. Se si ha bollitore/condensatore parziale si hanno 6 piatte e 7 stadi, se sono entrambi parziali si hanno 5 piatte e 7 stadi.

Calcolo Grafico del Numero di Stadi Reali in una Colonna di Assorbimento Continua a Piatte

Il calcolo degli stadi reali è analogo a quello degli stadi ideali, ma utilizza la CURVA di PSEUDO-EQUILIBRIO anziché di equilibrio ricavata a partire dall'efficienza di stadio E_v .



Ricaviamo la curva di pseudo-equilibrio tracciando delle rette verticali che individuino un salto tra la curva di equilibrio e le linee di lavoro, un'operazione che si ripete per E_v e individuiamo il punto corrispondente, infine interpoliamo. A questo punto si procede analogamente alternando condizione di interstadio ed equilibrio finché $x_m < x_B$.

Calcolo dei Flussi Termici

Il calcolo dei FLUSSI TERMICI varia a seconda del tipo di condensatore o bollitore.

Con un CONDENSATORE TOTALE:

$$\dot{Q}_c = -V\lambda = -(L+D)\lambda = -D(R+1)\lambda, \quad \dot{Q}_{co} = -(R+1)\lambda$$

Con un CONDENSATORE PARZIALE:

$$\dot{Q}_c = -L\lambda = -RD\lambda, \quad \dot{Q}_{co} = -R\lambda$$

Eseguendo la DIFFERENZA tra BILANCIO TOTALE di MATERIA nella SEZIONE f e $f-1$ si può esprimere la DIFFERENZA tra PORTATE di VAPORE di FUNZIONE della PORTATA di LIQUIDO:

$$V_f - V_{f-1} = L_f - L_{f-1} - F_f \Rightarrow \frac{V_f - V_{f-1}}{F_f} = \frac{L_f - L_{f-1}}{F_f} - 1$$

Ripetendo per i BILANCI di ENERGIA:

$$(V_f - V_{f-1})H = (L_f - L_{f-1})h - F_f h_f \\ \Rightarrow \frac{V_f - V_{f-1}}{F_f} H = \frac{L_f - L_{f-1}}{F_f} h - h_f$$

Sostituendo si ottiene:

$$\left(\frac{L_f - L_{f-1}}{F_f} - 1 \right) H = \frac{L_f - L_{f-1}}{F_f} h - h_f$$

$$\Rightarrow \frac{L_f - L_{f-1}}{F_f} (H - h) = H - h_f$$

$$\Rightarrow \frac{H - h_f}{H - h} = \frac{L_f - L_{f-1}}{F_f}$$

Per DEFINIZIONE $i_f = \frac{H - h_f}{H - h} \rightarrow$ variazione di L e V dovuta alla corrente F

$$\text{Quindi: } i_f = \frac{L_f - L_{f-1}}{F_f}, \quad i_f - 1 = \frac{V_f - V_{f-1}}{F_f}$$

$$\text{Da cui: } L_f = L_{f-1} + i_f F_f, \quad V_f = V_{f-1} + (i_f - 1) F_f$$

NOTI il RAPPORTO di RIFLUSSO, PORTATA di DISTILLATO e PORTATE di ALIMENTAZIONE e PRELEVO possiamo calcolare la RETTA di LAVORO come:

$$L_0 = RD, \quad V_0 = (R+1)D, \quad y = \frac{R}{R+1} x + \frac{x_D}{R+1}$$

$$L_1 = RD + i_1 F_1, \quad V_1 = (R+1)D + (i_1 - 1) F_1, \quad y = \frac{L_1}{V_1} x + \frac{x_D D - F_1 z_1}{V_1}$$

$$\dots \\ L_f = RD + \sum_{k=1}^f i_k F_k, \quad V_f = V_{f-1} + \sum_{k=1}^f (i_k - 1) F_k,$$

$$\dots \\ y = \frac{L_f}{V_f} x + \frac{x_D D - \sum_{k=1}^f F_k z_k}{V_f}$$

$$L_k = R_0 B, \quad V_k = (R_0 - 1) B, \quad y = \frac{R_0}{R_0 - 1} x - \frac{x_B}{R_0 - 1}$$

$$\Rightarrow H(\bar{V}-V) = h(\bar{L}-L) - Bx_B + Q_s - h_D D + Q_c$$

$$\Rightarrow H(\bar{V}-V) = h(\bar{L}-L) - h_{F1}F_1 - h_{F2}F_2 \Rightarrow H(\bar{V}-V) = h(\bar{L}-L) - \Sigma h_{\Sigma}$$

quindi $\begin{cases} H(\bar{V}-V) = h(\bar{L}-L) - \Sigma h_{\Sigma} \\ \frac{\bar{V}-V}{\Sigma} = \frac{\bar{L}-L}{\Sigma} - 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \left(\frac{\bar{L}-L}{\Sigma} - 1 \right) H = \frac{\bar{L}-L}{\Sigma} h - h_{\Sigma} \Rightarrow \frac{H - h_{\Sigma}}{H - h} = \frac{\bar{L}-L}{\Sigma}$$

Avevamo: $i_{\Sigma} = \frac{H - h_{\Sigma}}{H - h} = \frac{\bar{L}-L}{\Sigma}$, $i_{\Sigma} - 1 = \frac{\bar{V}-V}{\Sigma}$ sottrarre:

$$i_{\Sigma} = \frac{\bar{L}-L}{\Sigma} = \frac{\bar{L} + i_2 F_2 - \bar{L} + i_1 F_1}{F_1 + F_2} = \frac{i_1 F_1 + i_2 F_2}{F_1 + F_2}$$

Inoltre:

$$\begin{cases} Vy = Lx + x_D D \\ \bar{V}y = \bar{L}x - x_B B \end{cases} \Rightarrow (\bar{V}-V)y = (\bar{L}-L)x - Bx_B - x_D D$$

$$\Rightarrow (\bar{V}-V)y = (\bar{L}-L)x - z_{F1}F_1 - z_{F2}F_2 \Rightarrow (\bar{V}-V)y = (\bar{L}-L)x - z_{\Sigma}\Sigma$$

$$\Rightarrow (i_{\Sigma} - 1)y = i_{\Sigma}x - z_{\Sigma}$$

$$\Rightarrow y = \frac{i_{\Sigma}}{i_{\Sigma} - 1} x - \frac{z_{\Sigma}}{i_{\Sigma} - 1} \rightarrow \text{equazione } i\text{-line filtrata}$$

In fine occorre identificare i punti d'intersezione tra le i -line delle due alimentazioni con le rette di arricchimento ed esaurimento, dove le equazioni delle i -line saranno:

$$y = \frac{i_1}{i_1 - 1} x - \frac{z_{F1}}{i_1 - 1} \quad e \quad y = \frac{i_2}{i_2 - 1} x - \frac{z_{F2}}{i_2 - 1}$$

Calcolo Grafico degli Stadi per una Colonna di Distillazione Continua con Due Alimentazioni secondo McCabe-Thiele

• TRACCIATURA delle RETTE di LAVORO

- RISOLTO i BILANCI
- INDIVIDUO il RAPPORTO di RIFLUSSO FINITO R_{min} e CALCOLO $R = (1,1 \div 1,3) R_{min}$
- TRACCIO la RETTA di ARRICCHIMENTO: $y = \frac{R}{R+1} x + \frac{x_D}{R+1}$
- CALCOLO z_{Σ} e i_{Σ} :

$$z_{\Sigma} = \frac{z_{F1}F_1 + z_{F2}F_2}{F_1 + F_2}$$

$$i_{\Sigma} = \frac{i_1 F_1 + i_2 F_2}{F_1 + F_2}$$

- TRACCIO l' i -LINE FILTRATA: $y = \frac{i_{\Sigma}}{i_{\Sigma} - 1} x - \frac{z_{\Sigma}}{i_{\Sigma} - 1}$

Calcolo dei Flussi Termici in una Colonna di Distillazione Continua con Più Alimentazioni e/o Prelievi

Risultati:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = D + B \\ z_{F1} F_1 + z_{F2} F_2 = x_D D + x_B B \end{cases}$$

$$\Rightarrow z_{F1} F_1 + z_{F2} F_2 = x_D D + x_B (F_1 + F_2 - D)$$

$$\Rightarrow D = \frac{z_{F1} F_1 + z_{F2} F_2 - x_B (F_1 + F_2)}{x_D - x_B}$$

$$\Rightarrow B = F_1 + F_2 - D$$

A questo punto:

- per CONDENSATORE TOTALE $Q_c = -V\lambda = -(L+D)\lambda = -D(R+1)\lambda$
- per CONDENSATORE PARZIALE $Q_c = -L\lambda = -RD\lambda$
- per BOLLITORE $Q_b = V\lambda = (L+B)\lambda = B(R-1)\lambda$

Calcolo Grafico del Numero di Stadi Ideali di una Colonna di Distillazione Continua con Più Alimentazioni e/o Prelievi

Introduciamo l'alimentazione somma filtrata Σ :

$$z_\Sigma = \frac{z_{F1} F_1 + z_{F2} F_2}{F_1 + F_2} \quad i_\Sigma = \frac{i_{F1} F_1 + i_{F2} F_2}{F_1 + F_2}$$

$$y = \frac{i_\Sigma}{i_\Sigma - 1} x - \frac{z_\Sigma}{i_\Sigma - 1}$$



(Supponiamo che F_2 sia un prelievo)
 Avendo tracciato la RETTA di ALIMENTAZIONE di Σ e la RETTA di ARRICCHIMENTO we determino l'INTERSEZIONE. Collegando (x_B, x_B) con l'intersezione trovo la RETTA di ESAURIMENTO.

Traccio poi le 1-LINE relative a F_1 ed F_2 , individuando le INTERSEZIONI rispettivamente con la RETTA di ARRICCHIMENTO e di ESAURIMENTO, collego i punti e ottengo la RETTA INTERMEDIA.

Alternavando la CONDIZIONE di EQUILIBRIO e di INTERSTADIO determino il NUMERO di STADI IDEALI.

Calcolo Grafico del Numero di Stadi Reali di una Colonna di Distillazione Continua con Più Alimentazioni e/o Prelievi

Come di consueto traccio la CURVA di PSEUDO EQUILIBRIO collegando E_v e A_{mp} seguendo p.e.s. - e.e.g. e riportando i punti.

Procedo poi determinando la CONDIZIONE di EQUILIBRIO a quella d'INTERSTADIO tra le LINEE di LAVORO e la CURVA di PSEUDO-EQUILIBRIO in modo da trovare il NUMERO di STADI REALI.

Sostituendo in questa seguente formula si ricava il NUMERO di STADI IDEALI della SEZIONE di ESAURIMENTO

$$N_s = \frac{\log \left(\frac{1}{x_B - h} + \frac{1}{2h + a + b} \right)}{\log \left(\frac{1}{x_F - h} + \frac{1}{2h + a + b} \right)}$$

$$N_s = \frac{\log \left(\frac{a+h}{b+h} \right)}{\log \left(\frac{a+h}{b+h} \right)}$$

Il calcolo degli STADI richiede la COMPOSIZIONE del PIATTO di ALIMENTAZIONE x_F che è ottenibile come INTERSEZIONE della RETTA di ALIMENTAZIONE con la LINEA di LAVORO. Ovvero:

$$x_F = \frac{\frac{x_D}{R+1} + \frac{z_F}{i-1}}{\frac{i}{i-1} - \frac{R}{R+1}} = \frac{z_F (R+1) + x_D (i-1)}{R+1}$$

Per ottenere il NUMERO di STADI IDEALI TOTALI: $N_t = N_s + N_e$

Calcolo Analitico del Numero di Stadi Ideali con il Metodo di Underwood

Il METODO di UNDERWOOD richiede che siano soddisfatte le IPOTESI di TICCABE - THIELE e che le VOLATILITÀ RELATIVE dei COMPONENTI siano COSTANTI. La PROCEDURA è APPLICABILE in SISTEMI MULTICOMPONENTI, ma la SOLUZIONE relativa al calcolo del NUMERO di STADI IDEALI è ottenibile solo nel caso BINARIO. Nei SISTEMI MULTICOMPONENTI si usa per il calcolo del RAPPORTO di RIFLESSO MINIMO.

Consideriamo la SEZIONE di ARRICCHIMENTO, combinando la CONDIZIONE di INTERSTADIO e EQUILIBRIO per un i -esimo COMPONENTE:

$$\frac{\alpha_{iz} x_{m+1,i}}{\sum_{j=1}^C \alpha_{jz} x_{m+1,j}} = \frac{L}{V} x_{m,i} + \frac{D}{V} x_{D,i} \quad \text{con } i = 1, \dots, C$$

Il METODO UNDERWOOD consiste nel MOLTIPLICARE CIASCUNA delle C EQUAZIONI per il fattore $\alpha_{iz} / (\alpha_{iz} - \phi)$ dove ϕ è un PARAMETRO ARBITRARIO che verrà scelto successivamente. Le C equazioni diventano:

$$\frac{\frac{\alpha_{iz}}{\alpha_{iz} - \phi} x_{m+1,i}}{\sum_{j=1}^C \frac{\alpha_{jz}}{\alpha_{jz} - \phi} x_{m+1,j}} = \frac{L}{V} \frac{\alpha_{iz} x_{m,i}}{\alpha_{iz} - \phi} + \frac{D}{V} \frac{\alpha_{iz} x_{D,i}}{\alpha_{iz} - \phi}$$

Sommando:

$$\frac{\sum_{i=1}^C \frac{\alpha_{iz}}{\alpha_{iz} - \phi} x_{m+1,i}}{\sum_{j=1}^C \frac{\alpha_{jz}}{\alpha_{jz} - \phi} x_{m+1,j}} = \frac{L}{V} \sum_{i=1}^C \frac{\alpha_{iz} x_{m,i}}{\alpha_{iz} - \phi} + \frac{D}{V} \sum_{i=1}^C \frac{\alpha_{iz} x_{D,i}}{\alpha_{iz} - \phi}$$

Otteniamo quindi $Q_{m+1} = Q_m \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \Rightarrow Q_{N_2} = Q_{N_2-1} \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = Q_{N_2-2} \left(\frac{\Phi_2}{\Phi_1}\right)^2$

ovvero $Q_{N_2} = Q_0 \left(\frac{\Phi_2}{\Phi_1}\right)^{N_2}$

Il valore di Q_0 è noto in quanto Φ_1 e Φ_2 sono stati scelti affinché Q_0 valesse 1. Infatti:

$$Q_0 = \frac{\sum_i \frac{\alpha_{12} x_{Di}}{\alpha_{12} - \Phi_1}}{\sum_i \frac{\alpha_{12} x_{Di}}{\alpha_{12} - \Phi_2}} = \frac{V/D}{V/D} = 1$$

Da cui otteniamo che:

$$Q_{N_2} = \left(\frac{\Phi_2}{\Phi_1}\right)^{N_2}$$

ovvero:

$$\frac{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{Fi}}{\alpha_{12} - \Phi_1}}{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{Fi}}{\alpha_{12} - \Phi_2}} = \left(\frac{\Phi_2}{\Phi_1}\right)^{N_2} \Rightarrow N_2 = \frac{\log \left(\frac{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{Fi}}{\alpha_{12} - \Phi_1}}{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{Fi}}{\alpha_{12} - \Phi_2}} \right)}{\log \left(\frac{\Phi_2}{\Phi_1} \right)}$$

Si noti che solo nel caso BINARIO si conosce la composizione del DISTILLATO prima di determinare il numero degli stadi. Pertanto nei SISTEMI MULTICOMPONENTI NON è possibile calcolare i Φ_k che soddisfino la condizione richiesta dal metodo.

Consideriamo la SEZIONE di ESAURIMENTO. Analogamente otteniamo:

$$\frac{\alpha_{12} x_{wi}}{\sum_{j=1}^c \alpha_{12} x_{wj}} = \frac{L}{V} x_{w-1,i} - \frac{B}{V} x_{Bi} \quad \text{con } i = 1, \dots, C$$

$$\frac{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12}^2 x_{wi}}{\alpha_{12} - \Phi}}{\sum_{j=1}^c \alpha_{12} x_{wj}} = \frac{L}{V} \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{w-1,i}}{\alpha_{12} - \Phi} - \frac{B}{V} \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{Bi}}{\alpha_{12} - \Phi}$$

Scegliamo Φ tale che:

$$-\frac{B}{V} \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{Bi}}{\alpha_{12} - \Phi} = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{Bi}}{\alpha_{12} - \Phi} = -\frac{V}{B} = 1 - \bar{R}$$

Si ottengono C soluzioni Φ_i che $\alpha_{12} < \Phi_1 < \alpha_{22} < \dots < \alpha_{1c} < \Phi_c < \alpha_{2c} < \dots < \Phi_c < \infty$
Scegliendo due soluzioni (Φ_1 e Φ_2) si ottiene il rapporto:

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{wi}}{\alpha_{12} - \Phi_1}}{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{wi}}{\alpha_{12} - \Phi_2}} = \frac{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{w-1,i}}{\alpha_{12} - \Phi_1}}{\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_{12} x_{w-1,i}}{\alpha_{12} - \Phi_2}}$$

dove Φ_1 e Φ_2 sono ricavate da:

$$\frac{\alpha}{\alpha - \Phi} x_B + \frac{1}{1 - \Phi} (1 - x_B) = 1 - \bar{R}$$

$$\Rightarrow \Phi^2 + \left(\frac{(\alpha - 1)x_B + 1}{1 - \bar{R}} - (1 + \alpha) \right) \Phi - \frac{\alpha \bar{R}}{1 - \bar{R}} = 0$$

IL NUMERO di STADI IDEALI è quindi $N = N_g + N_s$

Distribuzione Tower componenti

Nei sistemi multicomponenti non è possibile calcolare la concentrazione di correnti uscenti prima di eseguire il calcolo degli stadi. In questi casi conviene utilizzare le portate dei singoli componenti: d_1, \dots, d_c .

Se otteniamo così: $f_i = F z_i \Rightarrow F = \sum_{i=1}^c f_i \rightarrow$ CORRENTE ENTRANTE

$d_i = D x_{Di} \Rightarrow D = \sum_{i=1}^c d_i$
 $b_i = B x_{Bi} \Rightarrow B = \sum_{i=1}^c b_i$ } CORRENTI USCENTI

La colonna di DISTILLAZIONE di un SISTEMA MULTICOMPONENTI è progettata per SEPARARE due COMPONENTI CHIAVE: un componente volatile della COMPONENTE LEGGERO (k_k) e un COMPONENTE PESANTE (h_k).

Spesso si specifica che sono fornite come: $s_i = \frac{x_{Di} D}{z_i F} = \frac{d_i}{f_i}$, quindi:

$$d_{ek} = s_{ek} f_{ek} \quad d_{hk} = s_{hk} f_{hk} \quad b_{ek} = f_{ek} - d_{ek} \quad b_{hk} = f_{hk} - d_{hk}$$

I componenti in miscela possono essere distribuiti in: COMPONENTI DISTRIBUITI se comparano sia nel PRODOTTO di TESTA sia nel PRODOTTO di CODA, COMPONENTI NON DISTRIBUITI se comparano in UNA SOLA CORRENTE USCENTE. I COMPONENTI NON-CHIAVE NON DISTRIBUITI e PIU' VOLATILI saranno presenti solo nel DISTILLATO, quelli poco VOLATILI solo nel PRODOTTO di CODA. In condizioni di REFLUSSO MINIMO un COMPONENTE non-chiave è DISTRIBUITO se ha VOLATILITÀ RELATIVA COMPRESA tra quelle dei COMPONENTI CHIAVE o PIU' PROSSIMA ad uno di essi.

Con il METODO di SHIRAS possiamo stabilire se un componente sia distribuito o no in condizioni di riflusso minimo nel caso di alimentazioni eiq,de o eiq,do vapore. Si calcola:

$$D_{ri} = \frac{\alpha_{i,hk} - 1}{\alpha_{e,hk} - 1} \cdot \frac{D x_{ge}}{L x_{f,e}} + \frac{\alpha_{e,hk} - \alpha_{i,hk}}{\alpha_{e,hk} - 1} \cdot \frac{D x_{D,hk}}{L x_{f,hk}} \quad \text{dove } L \text{ e } x_{f,i} \text{ si riferiscono alla parte eiq,da di } F$$

Oppure:

$$D_{ri} = \frac{\alpha_{i,hk} - 1}{\alpha_{e,hk} - 1} \frac{d_{ek}}{E_{f,e}} + \frac{\alpha_{e,hk} - \alpha_{i,hk}}{\alpha_{e,hk} - 1} \frac{d_{hk}}{E_{f,hk}}$$

Da ciò:

- se $D_{ri} \geq 1 \rightarrow$ componente NON DISTRIBUITO solo nel DISTILLATO
- se $0 < D_{ri} < 1 \rightarrow$ componente DISTRIBUITO, D_{ri} è una STIMA del suo RECUPERO nel DISTILLATO
- se $D_{ri} \leq 0 \rightarrow$ componente NON DISTRIBUITO solo nel PRODOTTO di CODA

Calcolo Numero Minimo di Stadi con il Metodo Fenske

Nei casi in cui le VOLATILITÀ RELATIVE NON VARI molto lungo la colonna, il numero minimo di stadi si calcola con il metodo di FENSKÉ.

In condizioni di RIFUSSO INFINITO, TUTTO il DISTILLATO viene condensato e RINVIATO in COLONNA, quindi: $x_{Di} = y_{Di}$.

La CONDIZIONE di EQUILIBRIO, espressa con i coefficienti di ripartizione, è: $y_{Di} = K_{Di} x_{Di}$.

La CONDIZIONE di INTERSTADIO con RIFUSSO INFINITO è: $x_{Di} = y_{Di}$.
Si ha quindi:

$$x_{Di} = y_{Di} = K_{Di} x_{Di} = K_{Di} y_{Di} = K_{D1} K_{D2} x_{D2} = \dots = K_{D1} K_{D2} \dots K_{D_{N_{min}}}, x_{Di}$$

Eseguendo il rapporto tra le equazioni riferite a due componenti si ha:

$$\frac{x_{Di}}{x_{Dj}} = \frac{K_{D1} \dots K_{D_{N_{min}}}}{K_{D1} \dots K_{D_{N_{min}}}} \frac{x_{Di}}{x_{Dj}} = \alpha_{Dij} \dots \alpha_{D_{N_{min}}ij} \frac{x_{Di}}{x_{Dj}} = \prod_{n=1}^{N_{min}} \alpha_{Dni} \frac{x_{Di}}{x_{Dj}} = \bar{\alpha}_{Dij} \frac{x_{Di}}{x_{Dj}}$$

dove $\bar{\alpha}_{Dij} = \sqrt[N_{min}]{\prod_{n=1}^{N_{min}} \alpha_{Dni}}$
 $\text{Eq.} \left(\frac{x_{Di}}{x_{Dj}}, \frac{x_{Di}}{x_{Dj}} \right)$

$$\Rightarrow N_{min} = \frac{\text{Eq.}(\bar{\alpha}_{Dij})}{\text{Eq.}(\bar{\alpha}_{Dij})}$$

Poiché le volatilità relative nei singoli stadi sono incognite, la volatilità relativa media si stima con la media geometrica:
 $\bar{\alpha}_{Dij} = \sqrt{\alpha_{Dij} \alpha_{Dij}}$

Per un SISTEMA BINARIO: $N_{min} = \frac{\text{Eq.} \left(\frac{x_D}{1-x_D} \cdot \frac{1-x_B}{x_B} \right)}{\text{Eq.}(\bar{\alpha})}$

Per un SISTEMA MULTICOMPONENTI le composizioni nei suoi udi, ma le specifiche consentono di ricavare le portate in testa e in coda dei componenti chiave. Si ha quindi:

$$N_{min} = \frac{\text{Eq.} \left(\frac{x_{Dk}}{x_{Dhk}} \cdot \frac{x_{Bhk}}{x_{Bk}} \right)}{\text{Eq.}(\bar{\alpha}_{k,hk})} = \frac{\text{Eq.} \left(\frac{b_{k,hk}}{b_{h,k}} \cdot \frac{b_{h,k}}{b_{k,hk}} \right)}{\text{Eq.}(\bar{\alpha}_{k,hk})}$$

Stima del Numero di Stadi

• METODO GIULIANO

Originariamente l'equazione era:

$$\frac{N - N_{min}}{N + 1} = \frac{R - R_{min}}{R + 1} \quad \text{con } N_{min} \text{ calcolato con Fenske e } R_{min} \text{ con Underwood (FUG)}$$

Numericamente è stata espressa da Takahashi come:

$$\frac{N - N_{min}}{N + 1} = 1 - \exp \left(\frac{1 + 54,4 X}{1 + 117,2 X} \cdot \frac{X - 1}{X^{0,5}} \right) \quad \text{con } X = \frac{R - R_{min}}{R + 1}$$

Calcolo del Numero di Stadi per un Sistema Binario con il Metodo di Riccati

Prima calcolo la composizione del punto di alimentazione?

$$\begin{cases} y = \frac{R}{R+1}x + \frac{x_0}{R+1} \\ y = \frac{i}{i-1}x - \frac{z_F}{i-1} \end{cases} \Rightarrow x_F = \frac{\frac{x_0}{R+1} + \frac{z_F}{i-1}}{\frac{i}{i-1} - \frac{R}{R+1}}$$

Calcolo per la sezione di arricchimento:

$$h^2 + (a+b)h + c = 0 \text{ con } a = \frac{x_0}{R} - \frac{R+1}{R} \frac{\alpha}{\alpha-1}, b = \frac{1}{\alpha-1}, c = \frac{x_0}{R(\alpha-1)}$$

Otengo h_1 e h_2 , ne scelgo uno e:

$$N_R = \frac{\text{Epp} \left(\frac{\frac{1}{x_F-h} + \frac{1}{2h+a+b}}{\frac{1}{x_0-h} + \frac{1}{2h+a+b}} \right)}{\text{Epp} \left(-\frac{a+h}{b+h} \right)}$$

Calcolo per la sezione di esaurimento

$$\bar{R} = \frac{RD/\bar{F} + i}{B/\bar{F}}$$

$$h^2 + (a+b)h + c = 0 \text{ con } a = -\frac{x_B}{\bar{R}} - \frac{\bar{R}-1}{\bar{R}} \frac{\alpha}{\alpha-1}, b = \frac{1}{\alpha-1}, c = -\frac{x_0}{\bar{R}(\alpha-1)}$$

Otengo h_1 e h_2 , ne scelgo uno e:

$$N_S = \frac{\text{Epp} \left(\frac{\frac{1}{x_B+h} + \frac{1}{2h+a+b}}{\frac{1}{x_F-h} + \frac{1}{2h+a+b}} \right)}{\text{Epp} \left(-\frac{a+h}{b+h} \right)}$$

Quindi $N = N_R + N_S$ arrotondando per eccesso.

Calcolo del Numero di Stadi di un Sistema Binario con il Metodo di Underwood

Calcolo per la sezione di arricchimento:

$$\frac{\alpha x_0}{\alpha - \Phi} + \frac{1 - x_0}{\alpha - \Phi} = 1 + R \Rightarrow \Phi^2 + b\Phi + c = 0$$

$$\text{con } b = \frac{(\alpha-1)x_0 + 1}{1+R} - (\alpha+1), c = \frac{\alpha R}{R+1}$$

Otengo Φ_1 e Φ_2

Calcoliamo la distribuzione dei componenti a interesse minimo:

$$D_{ri} = \left(\frac{\alpha_{i, h_k - 1}}{\alpha_{k, h_k - 1}} \right) \frac{d_{ek}}{L F X_{F, ek}} + \left(\frac{\alpha_{k, h_k} - \alpha_{i, h_k}}{\alpha_{k, h_k} - 1} \right) \frac{d_{hk}}{L F X_{F, hk}}$$

ricordando che se $0 < D_{ri} < 1$ il componente è distribuito, mentre se $D_{ri} \geq 1$ o $D_{ri} \leq 0$ il componente sarà rispettivamente leggero o pesante ma non distribuito.

Poiché abbiamo assunto che l'alimentazione sia costituita da un liquido saturo si ha: $L_F = F$ e $X_{F, ek} = Z_{F, ek}$

Se i componenti sono leggeri non distribuiti $f_i = d_i$, se sono pesanti $d_i = 0$ e $b_i = f_i$.

Infine si ha: $D = \sum_{i=1}^c d_i$

Calcoliamo R_{min} con il metodo di UNDERWOOD:

$$\sum_{i=1}^c \frac{\alpha_i Z_{Fi}}{\alpha_i - \phi} = 1 - i \Rightarrow g(\phi) = \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_i Z_{Fi}}{\alpha_i - \phi} - 1 + i, \quad g'(\phi) = \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_i Z_{Fi}}{(\alpha_i - \phi)^2}$$

con il metodo di Newton calcoliamo ϕ (che nel nostro caso è una sola poiché abbiamo assunto solo 2 componenti distribuiti, quindi $md = 2 - 1 = 1$)

Quindi: $R_{min} = \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_i X_{oi}}{\alpha_i - \phi} - 1 = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^c \frac{\alpha_i d_i}{\alpha_i - \phi} - 1 \Rightarrow R = k R_{min}$

Calcoliamo il numero di stadi:

$$X = \frac{R - R_{min}}{R + 1} \quad Y = \frac{N - N_{min}}{N + 1} = 1 - \exp\left(\frac{1 + S_1 A X}{11 + 11.72 X} - \frac{X - 1}{X^{0.5}}\right)$$

$$N = \frac{N_{min} + Y}{1 - Y} \quad \text{arrotondando per eccesso}$$

Infine la POSIZIONE dell'AUTENTICAZIONE:

$$\frac{N_R}{N_S} = \frac{\text{Epp}\left(\frac{d_{ek}}{f_{ek}} \frac{f_{hk}}{d_{hk}}\right)}{\text{Epp}\left(\frac{f_{ek}}{b_{ek}} \frac{b_{hk}}{f_{hk}}\right)} \Rightarrow N_R = \frac{N}{1 + \frac{1}{N_R/N_S}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_{oy}} = \frac{u}{k_x} + \frac{1}{k_y}$$

$$\frac{N_A}{k_{ox}} = x - x^* = x - x_i + x_i - x^* = x - x_i + \frac{y_i - y}{u} = \frac{N_A}{k_x} + \frac{N_A}{u k_y}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_{ox}} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{u k_y}$$

Nel caso di un SISTEMA DIVISO o in CONTRODIFFUSIONE EQUICOLEGARE si ottiene:

$$\frac{1}{k'_{oy}} = \frac{u}{k'_x} + \frac{1}{k'_y} \quad \text{e} \quad \frac{1}{k'_{ox}} = \frac{1}{k'_x} + \frac{1}{u k'_y}$$

Nel caso di DIFFUSIONE in FILTI STAGNANTE si ha due:

$$k_y = \frac{k'_y}{(1-y)_{i,me}} \quad k_x = \frac{k'_x}{(1-x)_{i,me}} \quad k_{oy} = \frac{k'_{oy}}{(1-y)_{*,me}} \quad k_{ox} = \frac{k'_{ox}}{(1-x)_{*,me}}$$

dove $(1-y)_{i,me} = \frac{y_i - y}{D_A \left(\frac{1-y}{1-y_i} \right)}$, $(1-y)_{*,me} = \frac{y^* - y}{D_A \left(\frac{1-y}{1-y^*} \right)}$, analogamente per x

$$\text{Quindi: } \frac{1}{k'_{oy}} = \frac{u'}{k'_x} \frac{(1-x)_{i,me}}{(1-y)_{*,me}} + \frac{1}{k'_y} \frac{(1-y)_{i,me}}{(1-y)_{*,me}}$$

$$\frac{1}{k'_{ox}} = \frac{1}{k'_x} \frac{(1-x)_{i,me}}{(1-x)_{*,me}} + \frac{1}{u k'_y} \frac{(1-y)_{i,me}}{(1-x)_{*,me}}$$

Se le frazioni moltiplici sono vicine all'unità le medie aritmetiche sono approssimabili così:

$$(1-y)_{i,me} \cong 1-y \cong (1-y)_{*,me} \quad (1-x)_{i,me} \cong 1-x \cong (1-x)_{*,me}$$

E' approssimazione migliore considerando i rapporti delle medie aritmetiche.

Poiché $(1-x)/(1-y)$ non cambia molto lungo la colonna, esse si sostituiscono dalla media aritmetica (\bar{a}) tra i valori in testa e coda alla colonna.

Si ottiene quindi:

$$\frac{1}{k'_{oy}} = \frac{u}{k'_x} \left(\frac{1-x}{1-y} \right)_{\bar{a}} + \frac{1}{k'_y} \quad \text{con} \quad \left(\frac{1-x}{1-y} \right)_{\bar{a}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1-x_1}{1-y_1} + \frac{1-x_2}{1-y_2} \right)$$

$$\frac{1}{k'_{ox}} = \frac{1}{k'_x} + \frac{1}{u k'_y} \left(\frac{1-y}{1-x} \right)_{\bar{a}} \quad \text{con} \quad \left(\frac{1-y}{1-x} \right)_{\bar{a}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1-y_1}{1-x_1} + \frac{1-y_2}{1-x_2} \right)$$

$$Z = H_1 N_1 \quad \text{con } H_1 = \frac{V}{k_1 a S} \quad N_1 = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y_1^* - y}$$

$$Z = H_2 N_2 \quad \text{con } H_2 = \frac{V}{k_2 a S} \quad N_2 = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y^* - y}$$

Autonomamente per le x.
 Se la relazione di equilibrio è lineare e le portate molarì costanti, il numero di unità di trasferimento è calcolabile analiticamente.

Assorbimento in un sistema diluito con Equilibrio lineare

Nel caso di un sistema con relazione di equilibrio lineare e portate molarì costanti si ha che:

$$N_{O2} = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y^* - y} \quad \text{non essere risolto analiticamente.}$$

Occorre però conoscere la relazione tra y^* e y .
 Consideriamo il bilancio di materia tra una sezione generica e la testa della colonna:

$$V(y - y_2) = L(x - x_2)$$

$$\Rightarrow wV(y - y_2) = L(wx + c - wx_2 - c) = L(y^* - y_2^*)$$

$$\Rightarrow (y - y_2) = A(y^* - y_2^*) \quad \text{con } A = \frac{L}{wV}$$

$$\Rightarrow y^* = \frac{y - y_2}{A} + y_2^*$$

$$\Rightarrow y^* - y = y \left(\frac{1}{A} - 1 \right) + y_2^* - \frac{y_2}{A}$$

Differenziando si ottiene:

$$d(y^* - y) = \left(\frac{1}{A} - 1 \right) dy \Rightarrow dy = \frac{d(y^* - y)}{\frac{1}{A} - 1}$$

Quindi:

$$N_{O2} = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y^* - y} = \frac{1}{\frac{1}{A} - 1} \int_{y_1 - y_2}^{y_2^* - y_2} \frac{d(y^* - y)}{y^* - y} = \frac{1}{\frac{1}{A} - 1} \ln \left(\frac{y_2^* - y_2}{y_1^* - y_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{A}} \ln \left(\frac{y_1 - y_1^*}{y_2 - y_2^*} \right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{A}} \ln \left(\frac{-y_1 \left(\frac{1}{A} - 1 \right) - y_2^* + y_2/A}{y_2 - y_2^*} \right) =$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{A}} \ln \left(\frac{y_1 - y_1^*}{y_2 - y_2^*} \left(1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{A} \right)$$

Se $A=1 \Rightarrow d(y^* - y) = 0 \Rightarrow y^* - y = \text{costante} \Rightarrow y^* - y = y_2^* - y_2$

$$\Rightarrow N_{O2} = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y^* - y} = \frac{y_2 - y_1}{y_2^* - y_2} = \frac{y_1 - y_2}{y_2 - y_2^*}$$

Inoltre si ha: $k_y = \frac{k'_{ij}}{(1-y)_{i,med}}$, $k_{xj} = \frac{k'_{ij}}{(1-y)_{i,med}}$, analogamente per x

$$\Rightarrow z = \frac{V}{k'_{ij} \Delta S} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(1-y)_{i,med} dy}{(1-y)(y_i-y)} = \frac{V}{k'_{ij} \Delta S} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(1-y)_{*,med} dy}{(1-y)(y^*-y)} =$$

$$= \frac{V}{k'_{ij} \Delta S} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(1-x)_{i,med} dx}{(1-x)(x-x_i)} = \frac{L}{k'_{ij} \Delta S} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(1-x)_{*,med}}{(1-x)(x-x^*)}$$

Poiché $1-y$, $1-y_i$ e $1-y^*$ sono prossime all'unità, le medie geometriche possono essere sostituite con quelle aritmetiche.

Altrimenti:

$$(1-y)_{i,med} = \frac{y_i - y}{\ln\left(\frac{1-y}{1-y_i}\right)} \cong \frac{1-y + 1-y_i}{2}$$

Strettamente così:

$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{(1-y)_{i,med} dy}{(1-y)(y_i-y)} \cong \int_{y_1}^{y_2} \frac{1-y+1-y_i}{2(1-y)(y_i-y)} dy = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y_i-y} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1-y_2}{1-y_1}\right) =$$

$$= \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y-y_i} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1-y_2}{1-y_1}\right)$$

Con i RAPPORTI TRUARI: $y = \frac{Y}{1+Y}$, $1-y = \frac{1}{1+Y}$, $dy = \frac{dY}{(1+Y)^2}$

$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{1-y+1-y_i}{2(1-y)(y_i-y)} dy = \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{\frac{1}{1+Y} + \frac{1}{1+Y_i}}{\frac{1}{1+Y} \left(\frac{Y_i}{1+Y_i} - \frac{Y}{1+Y}\right)} \frac{dY}{(1+Y)^2} =$$

$$= \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{Y_i-Y} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+Y_2}{1+Y_1}\right) = \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{Y-Y_i} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+Y_2}{1+Y_1}\right) = N_{ij}$$

Per calcolare N_{ij} occorre conoscere le relazioni che legano x e x^* o y e y^* . Esse sono calcolabili dalle RELAZIONI di

EQUILIBRIO:

$$x^*(x) = x_{eq}(x) \quad y^*(y) = y_{eq}(y)$$

Graficamente, partendo da un punto (x, y) sulla retta di lavoro, si individua (x, y^*) procedendo verticalmente fino alla curva di equilibrio e (x^*, y) procedendo orizzontalmente.

Per calcolare N_x o N_y invece si ha:

$$k_{y2} (y_i - y) \Delta z = k_{x2} (x - x_i) \Delta z \Rightarrow \frac{y - y_i}{x - x_i} = - \frac{k_{x2}}{k_{y2}}$$

Pertanto, inesplicito y , y_i si calcola risolvendo:

$$\frac{y - y_i}{x_{eq}(y) - x_{eq}(y_i)} = - \frac{k_{x2}}{k_{y2}}$$

Calcolo dell'Altezza e del Numero di Unità di Trasferimento in una Colonna di Assorbimento a Riempimento con Sistema Diffuso e Calcolo dell'Altezza di Riempimento

Consideriamo dati: $x_2, x_1, L_2, y_1, V_1, u, k'_{x2}, k'_{y2}, D$

Per il calcolo dell'ALTEZZA di un UNITÀ di TRASFERIMENTO si ha:

$$A_{set} = \pi \frac{D^2}{4} \quad \frac{1}{k'_{ox2}} = \frac{1}{u k'_{y2}} + \frac{1}{k'_{x2}} \Rightarrow k'_{ox2}$$

$$\Rightarrow H_{ox} = \frac{L}{k'_{ox2} A_{set}}$$

Per il calcolo del NUMERO di UNITÀ di TRASFERIMENTO si ha:

se $S = \frac{uV}{L} \neq 1$ $N_{ox} = \frac{1}{1 - \frac{1}{S}} \ln \left(\frac{x_2 - x_1^*}{x_1 - x_1^*} \left(1 - \frac{1}{S} \right) + \frac{1}{S} \right)$

se $S = 1$ $N_{ox} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 - x_1^*}$

L'ALTEZZA di RIEMPIMENTO è quindi: $Z = H_{ox} N_{ox}$

Calcolo dell'Altezza di una Colonna di Assorbimento a Riempimento con Sistema a Diffusione di un Solo Componente

Consideriamo dati: $P^s(T), T, P, k'_{x2}, k'_{y2}, D, y_1, z, \Phi_v$ (= portata volumetrica vapore), x_2, L_2

Poiché vale la LEGGE di RAULT: $u = \frac{P^s}{P}$

Poiché viene trasferito un solo componente, la linea operativa è una retta se è espressa in rapporti molari; pertanto passiamo a tali grandezze.

$$Y_1 = \frac{y_1}{1 - y_1} \quad Y_2 = Y_1(1 - z) \quad y_2 = \frac{Y_2}{1 + Y_2}$$

$$V' = \frac{RT}{P} \Rightarrow V_1 = \frac{\Phi_v}{V} \Rightarrow V' = V_1(1 - y_1) \Rightarrow Y_2 = \frac{V'}{1 - y_2} = V'(1 + Y_2)$$

$$\Rightarrow V_{av} = \frac{V_1 + V_2}{2} = V' \frac{1 + Y_1 + 1 + Y_2}{2}$$

$$L = L_2(1 - x_2) \quad X_2 = \frac{x_2}{1 - x_2} \quad X_1 = \frac{V'}{L'}(Y_1 - Y_2) + X_2 \Rightarrow x_1 = \frac{X_1}{1 + X_1}$$

Per il calcolo dell'ALTEZZA delle UNITÀ di TRASFERIMENTO si ha:

$$A_{set} = \pi \frac{D^2}{4} \quad H_y = \frac{V_{av}}{k'_{y2} A_{set}}$$

Distillazione Discontinua

Per la DISTILLAZIONE DISCONTINUA si compiono normalmente solo CALCOLI di VERIFICA dove i PIATTI sono NOTI e in questo tipo di colonne il BOLLITORE è SEMPRE PARZIALE.

Le COLONNE DISCONTINUE operano in CONDIZIONI NON STAZIONARIE, pertanto distinguiamo: BILANCI Istantanei, in cui si ha velocità di accumulo, dai BILANCI tra INIZIO e FINE DISTILLAZIONE. Si considerano comunque valide le IPOTESI di MCCABE-THIELE.

Bilanci tra Fine e Inizio della Distillazione

In questi bilanci si TRASCURA l'ACCUMULO NEI PIATTI. Si ha quindi:

$$F = B + D \quad \text{e} \quad z_F F = x_B B + \bar{x}_D D \quad \text{dove } \bar{x}_D \text{ è la composizione media del distillato}$$

$$\text{Quindi: } \frac{B}{F} = \frac{\bar{x}_D - z_F}{x_D - x_B} \quad \frac{D}{F} = 1 - \frac{B}{F}$$

Bilanci di Materia Istantanei

In questi bilanci si assumono TRASCURABILI le VELOCITÀ di ACCUMULO NEI PIATTI. Si ha quindi:

$$\frac{dB}{dt} + \dot{D} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{d(x_B B)}{dt} + x_D \dot{D} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{D} = -\frac{dB}{dt} \Rightarrow x_B \frac{dB}{dt} + \frac{dx_B}{dt} B - x_D \frac{dB}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dB}{B} = \frac{dx_B}{x_D - x_B} \Rightarrow \int_F^B \frac{dB}{B} = \int_{x_{Bf}}^{x_{Bf}} \frac{1}{x_D - x_B} dx_B$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{B}{F}\right) = - \int_{x_{Bf}}^{z_F} \frac{1}{x_D - x_B} dx_B$$

$$\Rightarrow \frac{B}{F} = \exp\left(- \int_{x_{Bf}}^{z_F} \frac{1}{x_D - x_B} dx_B\right)$$

Questa equazione è utile se x_D cambia; se la composizione del distillato è costante si ha:

$$\frac{B}{F} = \frac{x_D - z_F}{x_D - x_B}$$

Bilanci di Energia

Assumendo il sistema isobaro, si ha:

$$\dot{Q}_s + \dot{Q}_e = \dot{D}h + \frac{d(Bh)}{dt}$$

Calcolo di una Colonna di Distribuzione Discontinua con Rapporto di Riflusso Costante e Nota X_{Bf}

Consideriamo noti: $\alpha, \lambda, F, Z_F, X_{Bf}, R, D, N_{prati}$ (es. 2)

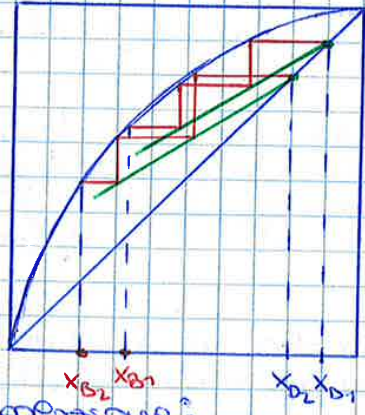
Si ha cioè: $B = \exp\left(-\int_{X_{Bf}}^{Z_F} \frac{dx_B}{x_D - x_B}\right)$

e la linea operativa ha equazione: $y = \frac{R}{R+1} x + \frac{x_0}{R+1}$

Poiché R è costante, la pendenza delle linee è la stessa se diminuirà di x_0 .

Pertanto:

- Si sceglie x_0
- Si calcola $y = \frac{R}{R+1} x + \frac{x_0}{R+1}$ e si disegna
- Si esegue il calcolo stadio per stadio e si legge x_B corrispondente
- Si calcola $f_i = \frac{1}{x_{i+1} - x_i}$



Si ripete questo procedimento finché non si ottiene un buon numero di valori x_B compresi tra Z_F e X_{Bf} .

Si calcola il valore agli estremi per interpolazione:

$$f(x_{Bf}) = f_i + \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} (x_{Bf} - x_i) \text{ analogamente per } f(Z_F)$$

Si calcola l'integrale con il metodo dei trapezi:

$$I_{0,m} = \sum_{i=1}^m \frac{f_{i-1} + f_i}{2} (x_{Bi-1} - x_{Bi}) \text{ dove } m \text{ è il numero di nodi}$$

Si ottiene quindi: $\frac{B}{F} = \exp(-I_{0,m})$

Si ripete il calcolo dell'integrale e quindi di $\frac{B}{F}$ con un numero di nodi inferiore ($m' < m$).

Si ha: $e = \left| \left(\frac{B}{F}\right)_m - \left(\frac{B}{F}\right)_{m'} \right| \Rightarrow \text{er}\% = 100 \frac{e}{(B/F)_m}$

Se er% è troppo elevato si aumenta il numero di nodi.

Quindi: $B = \left(\frac{B}{F}\right)_m F \Rightarrow D = F - B, \bar{x}_0 = \frac{Z_F F - x_{Bf} B}{D}$

Inoltre: $t = \frac{D}{\bar{D}}, \bar{Q}_s = \bar{Q}_c = \bar{D}(R+1)\lambda$

Calcolo di una Colonna di Distribuzione Discontinua con Rapporto di Riflusso Costante e X_{Bf} Non nota

Consideriamo noti: $\alpha, \lambda, F, Z_F, \bar{x}_0, R, D, N_{prati}$

- Si procede come nel caso precedente per il calcolo di f_i .
- Si calcola il valore in Z_F per interpolazione.
- Si calcola l'integrale con il metodo dei trapezi approssimando uno di volta in volta e calcolandone er%.
- Al tempo stesso si calcola: $\frac{x_0 - Z_F}{x_0 - x_{Bf}}$

Si ha:

$$e = |(V)_m - (V)_{m'}| \Rightarrow eu\% = 100 \frac{e}{(V)_m}$$

Se eu% è troppo elevata si aumenta il numero di nodi.

$$\text{Infine: } Q_s = -Q_c = V\lambda \quad e \quad t = \frac{Q_s}{Q_s} = \frac{V}{V}$$