



Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2185A

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Pessa Federica

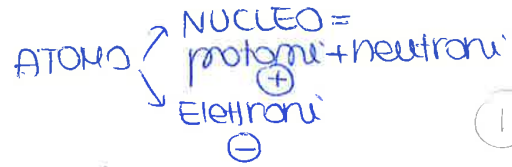
MATERIA: Appunti di Teoria su Elettromagnetismo - Esercizi Svolti Mazzoldi- Prof. Giorgis

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

FISICA 2 - GIORGIS



(1)

Evidenza sperimentale:

NEUTRALITÀ DI CARICA = stesso numero di cariche positive e cariche negative.

posso spostare elettroni

- da un oggetto all'altro.
- nello stesso oggetto.

Due cariche di ugual segno si respingono
due cariche di segno opposto si attraggono

FORZA DI COULOMB = descrive la forza che si scambiano due cariche puntiformi poste a distanza x .

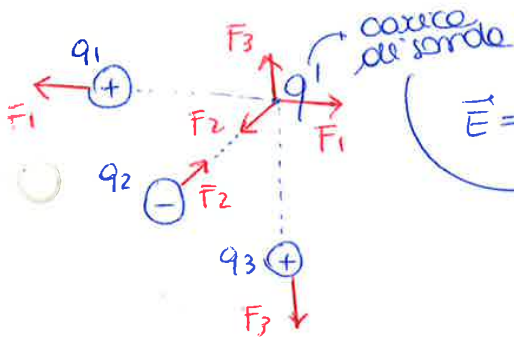
$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{x^2} \vec{u}_r$$

COSTANTE ELETTRICA

$$k = 8,98 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2} \approx 9 \cdot 10^9$$

CAMPO ELETTROSTATICO e POTENZIALE ELETTROSTATICO

CAMPO ELETTRICO = Forza che agisce su una carica unitaria positiva "di sonda" per via di una qualsiasi distribuzione di cariche.

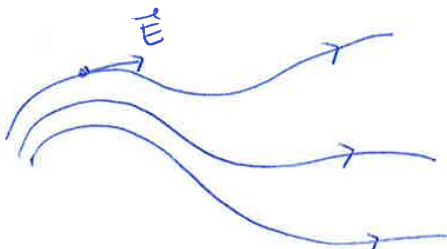


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3}{q'} = \frac{\vec{F}_{\text{tot}}}{q'}$$

CAMPO ELETTROSTATICO quando è generato da un'insieme di cariche elettrostatiche.

LINEE DI CAMPO ELETTRICO \Rightarrow indicano la distribuzione di un campo elettrico, attraverso una rappresentazione grafica.

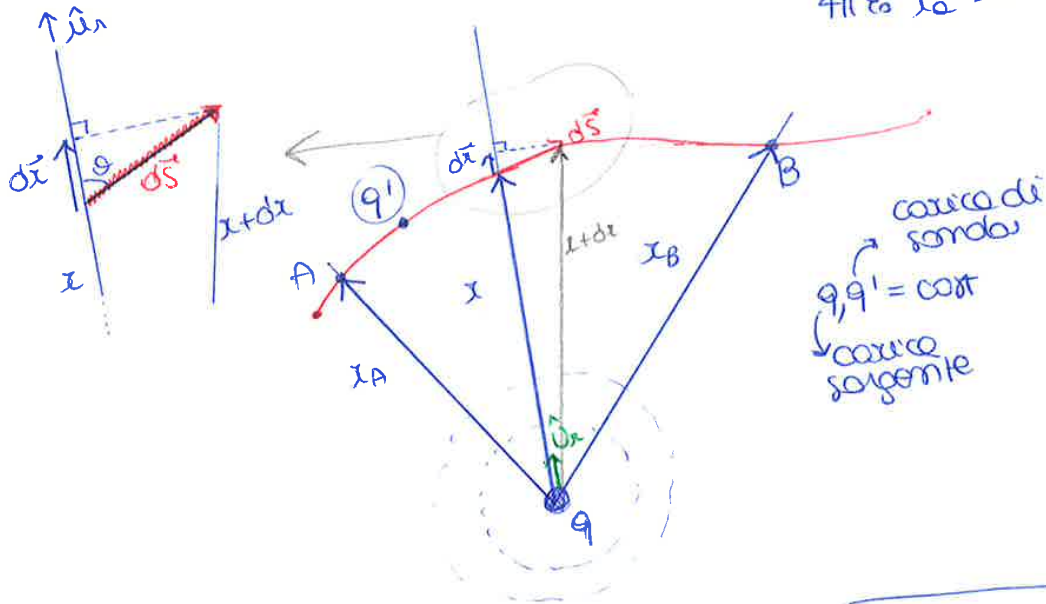
• per ogni punto posso tracciare la tangente \Rightarrow posso determinare in qualunque punto dello spazio.



CAMPO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME q

Il lavoro dipende solo dalle posizioni dei punti iniziale e finale.

$$W = \int_{x_a}^{x_b} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_a}^{x_b} \frac{\vec{u}_r \cdot d\vec{s}}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_a}^{x_b} \frac{\cos\theta ds}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_a}^{x_b} \frac{dx}{x^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x_a} - \frac{1}{x_b} \right)$$



$$W_{AB} = -\Delta E_p = -(E_{p,B} - E_{p,A}) = - \left(\frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \right) \left(\frac{1}{x_b} - \frac{1}{x_a} \right) \Rightarrow E_p(P) = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x}$$

$$\frac{\Delta E_p}{q'} = \Delta V \iff \frac{F}{q'} = E$$

formule analoghe!!

$$\frac{-\Delta W}{q'} = \Delta V$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int \frac{q' \vec{E}}{q'} \cdot d\vec{s} = -\frac{\Delta E_p}{q'} = -\Delta V$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\Delta V$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} dx$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x} + C$$

$$V(P) = 0 \text{ con } P \rightarrow \infty$$

POTENZIALE DI UNA CARICA PUNTIFORME q

Per più cariche, applico sovrapposizione degli effetti.

$V(P)$ = lavoro compiuto dal campo E necessario per portare una carica unitaria positiva dal punto P (distanza x_p da q) all'infinito.

$$\frac{W}{q'} = -\Delta V = -(\cancel{V(\infty)} - V(x)) = V(x)$$

DISTRIBUZIONE CONTINUA

Avendo una carica Q continua, il potenziale V in P può essere ottenuto scomponendo Q in tanti volumetti dV di carica dq , e sommando i potenziali delle infinitesime cariche puntiformi.

Densità di carica ρ : $\rho = \frac{dq}{dVol}$

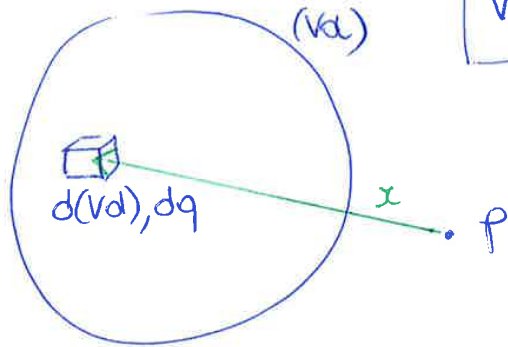
$$dV(P) = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Approssimando dq a una carica puntif.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{r} d(Vol) + C$$

3

$$\rho = \frac{dq}{dVol} \Rightarrow dq = \rho dVol$$



Per un CAMPO ELETTRICO QUALSIASI $\vec{E}(P) = \vec{E}(x, y, z)$

Il potenziale elettrostatico è definito a partire dal lavoro per unità di carica

$$W = \int q' \vec{E} \cdot d\vec{s} = -q' \Delta V$$

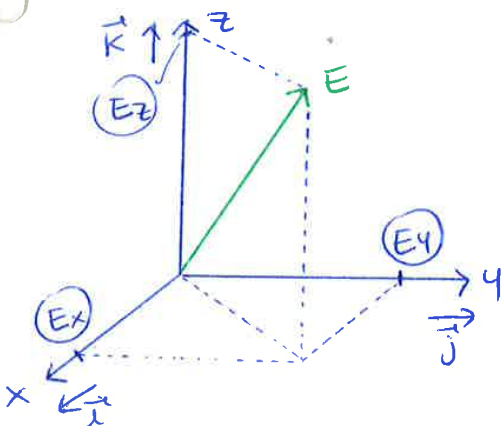
$$\Delta V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$dV = -(\vec{E}_s) ds$$

componente del campo in direzione $d\vec{s}$ quindi in coordinate cartesiane.

$$\vec{E} = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right) = -\vec{\nabla} V$$

GRADIENTE
(Trasforma una grandezza scalare in una grand. vettoriale)



$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

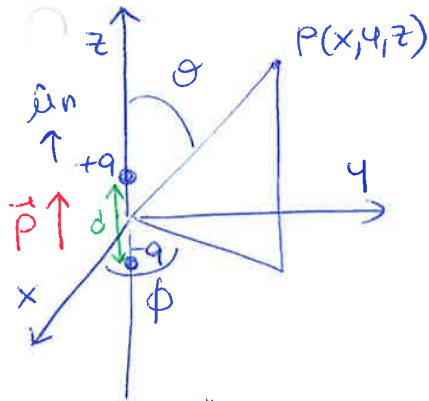
$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

$$\begin{cases} E_x = - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \\ E_y = - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \\ E_z = - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \end{cases}$$

DIPOLLO ELETTRICO

⇒ È formato da due cariche puntiformi di segno opposto (+q) (-q) separate da una distanza (d).

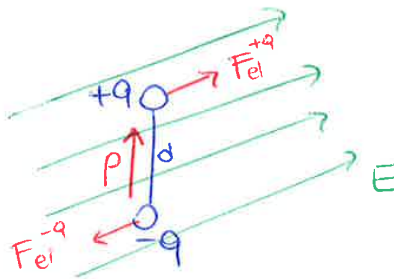
(4)



⇒ Il MOMENTO DI DIPOLLO ELETTRICO è definito come il vettore di modulo

$$\vec{p} = q \cdot d \hat{u}_n \quad \text{con verso } (-q) \rightarrow (+q)$$

Se si immerge il dipolo in un campo \vec{E} :



F_{el}^{+q}, F_{el}^{-q} hanno lo stesso modulo.
Il dipolo tende quindi a restare, fissa \vec{p} non diventa parallelo // a \vec{E}



- genera un campo \vec{E}
- può essere sottoposto a un campo \vec{E} esterno.

CAMPO ELETTRICO GENERATO DAL DIPOLLO

Nell'ipotesi di grande distanza $x = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \gg d$, il potenziale diventa per ciascuna carica:

$$V(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x}$$

$$V^+(P) = \frac{+q}{4\pi\epsilon_0 x_1} \quad V^-(P) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 x_2}$$

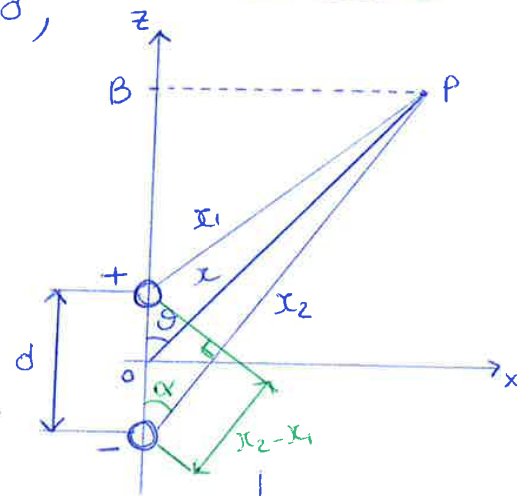
la cui somma ci dà il potenziale complessivo.

$$V(P) = V^+ + V^- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) =$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos\theta}{x^2} = \frac{p \cdot \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

considerando $x \gg d$,
 $x_1 \approx x_2 \approx x$
 $x_1 x_2 \approx x^2$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cdot \vec{z}}{x^3}$$



$$x_2 - x_1 = d \cdot \cos\theta$$

Ma per $x \gg d \Rightarrow \theta \approx \alpha$

$$x_2 - x_1 = d \cdot \cos\theta$$

$$x = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V(P)$$

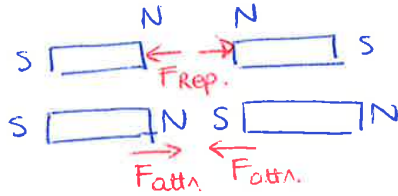
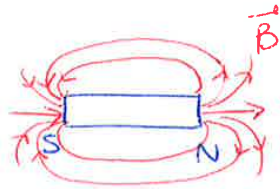
$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3xz}{x^3} \hat{u}_x + \frac{3zy}{x^3} \hat{u}_y + \frac{3\cos^2\theta - 1}{x^3} \right)$$

CAMPO MAGNETICO

VL.7

5

- ↳ campo vettoriale \vec{B} [T=Tesla]
- ↳ Interagisce con particelle cariche in movimento



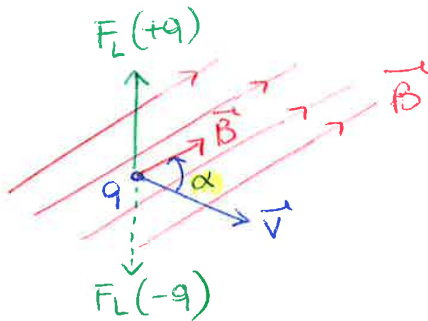
FORZA DI LORENTZ

Quando un campo magnetico B interagisce con una particella carica q dotata di velocità v ,

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Forza di interazione

sulla carica agisce una nuova forza (di LORENTZ) che ne fa variare la traiettoria.



In modulo, questa forza vale:

$$F = qvB \sin \alpha$$

$$[N] = [C] \left[\frac{m}{s} \right] B$$

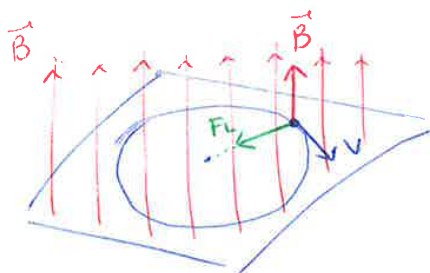
$$B = \left[\frac{N \cdot s}{C \cdot m} \right] = [T] = \text{Tesla}$$

- ① Linee di campo magnetiche \rightarrow si chiudono sempre su se stesse
- ② \vec{B} è in grado di manifestare una forza magnetica su una particella carica, ma questa forza NON genera lavoro. (perché \vec{F} è sempre \perp alla \vec{v} !)

CASO 1 $\Rightarrow \vec{B} \perp \vec{v}$ (B uniforme)

$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$ è sempre \perp alla velocità $\left\{ \begin{array}{l} v \text{ in direzione } \neq \text{cost} \rightarrow \text{varia la traiettoria} \\ v \text{ in modulo } = \text{cost} \end{array} \right.$

$$\vec{F} \times \vec{v} = \vec{p} = 0 \Rightarrow W = 0 \Rightarrow \Delta E_k = 0 \rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) = 0$$



ottengo moto circolare uniforme

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \quad \left(\omega = \frac{v}{r} \right)$$

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

ESEMPI

① SPETTROMETRO DI MASSA → serve per determinare la massa di particelle piccolissime

COME SI GENERA IL CAMPO MAGNETICO?

- ① Da una carica in moto (p.6)
- ② Da una corrente (p.10)

① Campo magnetico generato dalle cariche elettriche in moto a velocità \vec{v} .

LEGGEDI AMPERE-LAPLACE* (CARICHE)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ mkg/c}$ → PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL VUOTO

* Legge di Ampere-Laplace
 → carica in moto
 → correnti elettriche

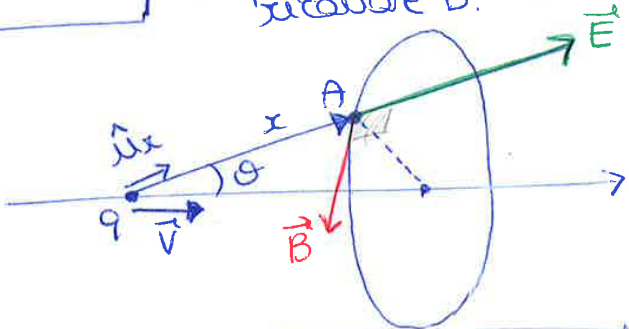
A = punto in cui voglio trovare B.

La carica genera un campo magnetico, ma anche un campo elettrico!

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \hat{u}_r$$

(LEGGEDI COULOMB)

→ vale anche per le cariche in moto.
 → diventa un campo ELETTRODINAMICO.



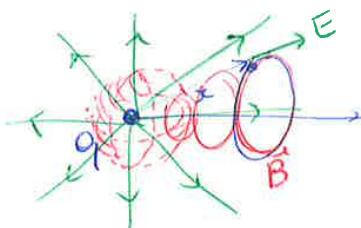
\vec{B} ed \vec{E} sono tra loro ortogonali

Posso individuare una relazione tra i due campi:

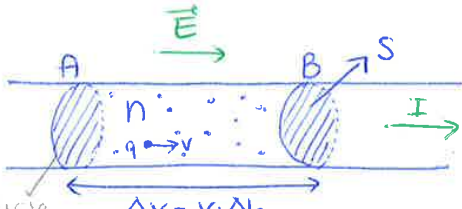
$$\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \vec{E} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$$

$c = \text{velocità della luce nel vuoto} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Per ogni punto della circonferenza, trovo un vettore di \vec{B} a lei tangente ⇒ Questo significa che quella circonferenza è una LINEA DEL CAMPO MAGNETICO.



CORRENTE ELETTRICA → IN UN CONDOTTORE



ultime cariche che attraversano S dopo Δt secondi. $\Delta x = v \cdot \Delta t$ da cui ricaviamo Δx .
 $n =$ densità di carica per volume.

Il cilindretto con sezione S e lunghezza Δx , contiene n particelle cariche q in moto con velocità v .

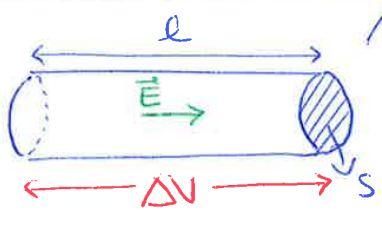
Attraverso S nel tempo Δt , passano:

$$\Delta Q = nqS \cdot \Delta x = nqS \cdot v \Delta t$$

INTENSITÀ DI CORRENTE → $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqSv$

DENSITÀ DI CORRENTE → $j = \frac{I}{S} = nqv$ → poiché v è un vettore (\vec{v})
 $\vec{j} = nq\vec{v}$
 [A/m²]
 = corrente che passa per una superficie unitaria.

LEGGES DI OHM



In un materiale conduttore, la presenza di un campo elettrico E dà origine ad un moto ordinato degli 'elettroni'.

A temp = cost, il rapporto tra la differenza di potenziale (ΔV) tra due punti e la corrente elettrica (I), è una costante detta **RESISTENZA ELETTRICA** R . [Ω]

Ma posso ricavare I anche con:
 $I = jS = \frac{\Delta V}{R} = \frac{l \cdot E}{R}$

$R = \frac{\Delta V}{I} \Rightarrow \Delta V = RI$

1^a FORMULAZ. LEGGE DI OHM (Macroscopica) valori scalari

* Perché avevamo visto che:

 ⇒ Dipende solo da punto di part. e punto di arrivo!
 $\Delta V = E \cdot l$

da cui ricaviamo j :
 $j = \frac{l}{RS} \cdot E = \sigma E$

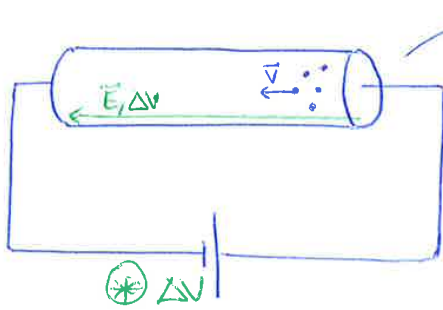
2^a FORMULAZIONE LEGGE DI OHM (Microscopica) valori vettoriali

CONDUCIBILITÀ ELETTRICA

$$\sigma = \frac{l}{R \cdot S} = \frac{[m]}{[\Omega] \cdot [m^2]} = \frac{1}{[\Omega \cdot m]}$$

POTENZA ELETTRICA

tramite generatore esterno ΔV



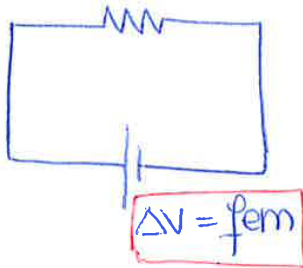
Conduttore a cui applichiamo ΔV
 ↳ si instaura quindi una corrente elettrica (I)

$W = \Delta E_p =$ energia trasferita

$P =$ potenza $= \frac{W}{T}$

$P = \frac{N \cdot q \Delta V}{\Delta t} = \frac{Q \cdot \Delta V}{\Delta t} = I \cdot \Delta V \Rightarrow P = I \cdot \Delta V = RI^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$
 $\Delta V = RI$

FORZA DI ELETTROMOTRICE



fem = è un'energia per unità di carica che può mettere a disposizione un generatore esterno nei confronti di un conduttore

attraverso questa posso avere una fonte di interazione elettrica, che sposta le cariche elettriche.

ESERCIZIO 1

Calcolare la resistività e la velocità di deriva degli elettroni di un conduttore in cui circola una corrente $I = 100A$

$d = 5mm$
 $l = 1m = L$



$n = 8,49 \cdot 10^{28}$ elettroni/m³
 $\Delta V = 86 mV = 86 \cdot 10^{-3} V$
 $v_d = 1,17 \cdot 10^{-5} m/s$

$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$
 $\rho = R \cdot \frac{S}{L} = 86 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1,96 \cdot 10^{-5} (m^2)}{1 (m)} = 1,63 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

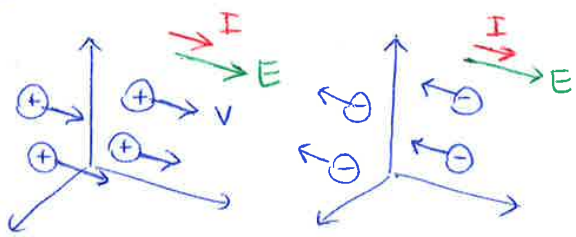
$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{86 \cdot 10^{-3} V}{10^2 A} = 86 \cdot 10^{-5} \Omega$
 $S = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{25 \cdot 10^{-2}}{4} = 1,36 \cdot 10^{-5} m^2$

$j = nqv_d \rightarrow v_d = \frac{j}{nq} = \frac{I}{S \cdot nq} = \frac{10^2 A}{1,96 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot 8,4 \cdot 10^{28} m^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C} = 3,76 \cdot 10^{-4} m/s \ll v_t$
 $t_{tr} =$ tempo di transito $= \frac{L}{v_d} = \frac{1m}{3,76 \cdot 10^{-4}} = 2.260 s = 3/4 h$
 ≠ tempo di reazione!

INTERAZIONE \rightarrow **CAMPI MAGNETICI** \rightarrow che agisce con **CORRENTI ELETTRICHE**

(NB) Noi per ora abbiamo visto **CAMPO MAGNETICO** \rightarrow che agisce con **CARICA PUNTFORME**
 \Downarrow
 si manifesta la **FORZA DI LORENTZ**.

CORRENTE ELETTRICA = flusso ordinato di cariche elettriche.



$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

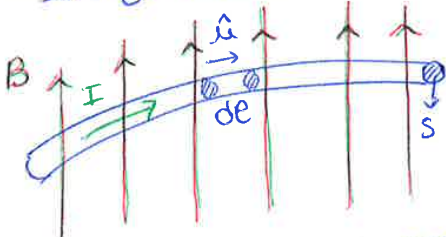
\hookrightarrow forza che agisce su ogni carica q

$$\vec{F}_V = n \cdot q\vec{v} \times \vec{B} = \vec{J} \times \vec{B}$$

\hookrightarrow FORZA PER UNITA' DI VOLUME

FILLO CONDUTTORE

\hookrightarrow lunghezza dl e sezione s



\circledast

$$d\vec{F} = nq\vec{v} \times \vec{B} = nq(s \cdot dl) \cdot \vec{v} \times \vec{B} = \vec{J}(s \cdot dl) \times \vec{B} = I dl \vec{u} \times \vec{B} = I dl \vec{e} \times \vec{B}$$

Se conosco F_V (forza per unita' di volume) e il volume dell'elemento, ottengo la forza che agisce sul elemento infinitesimo.

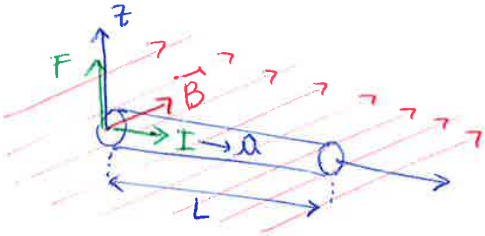
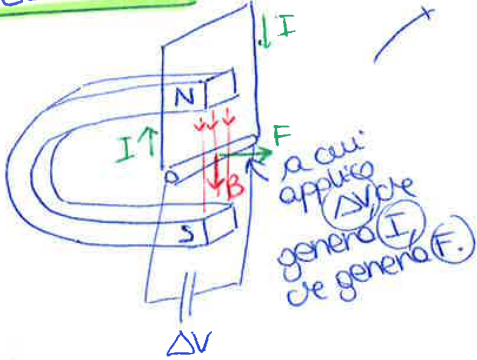
$\boxed{F = F_V \cdot V} \rightarrow \circledast$

\Downarrow

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = I \int dl \vec{e} \times \vec{B}$$

condutt. cond.

ESEMPIO



$$\vec{F} = I \int dl \vec{e} \times \vec{B} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}| = ILB \sin \theta$$

\hookrightarrow equam. distribuita su tutto il conduttore.

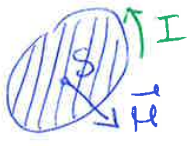
VL.14

10

$\tau = ISB \sin \theta \rightarrow$ va a 0 (si annulla) quando $\theta = 0$ ($\hat{u}_n \parallel B$)

DIPOLO MAGNETICO \rightarrow È costituito da una qualunque spira chiusa su se stessa che viene attraversata da una corrente elettrica.

MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO = vettore \vec{M} in cui la direzione è \perp alla S e il verso lo determino con la regola della mano destra.

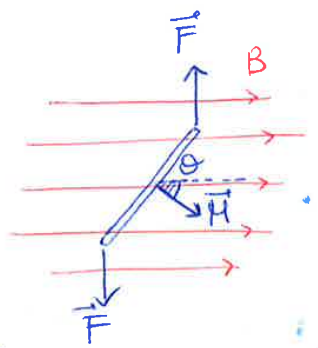


$|\vec{M}| = IS \hat{u}_n$

Torniamo al momento meccanico:

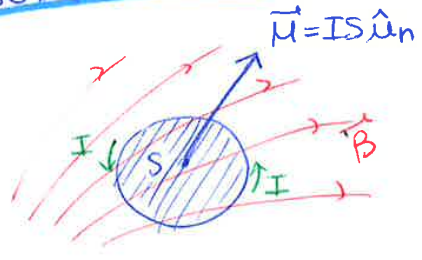
$\tau = (IS) B \sin \theta$
 $= M B \sin \theta$

$\tau = \vec{M} \times \vec{B}$



\vec{M} tende a parallelizzarsi con \vec{B} (fisso e comp. di eq. STABILE)

INTERAZIONI MAGNETICHE SU DIPOLO MAGNETICI

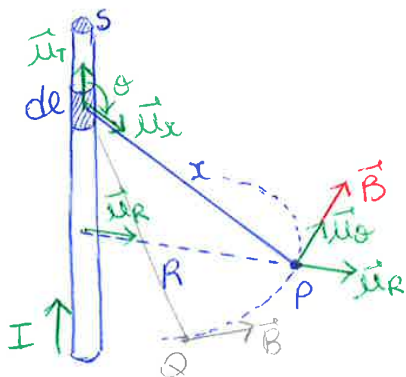


Un circuito in un campo magnetico è soggetto ad una coppia di forze che tendono ad orientare il momento di dipolo magnetico del circuito parallelamente al campo.

notazione causale \Rightarrow posso calcolare il lavoro compiuto da queste FORZE $\Rightarrow E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$

Infatti: $dE_p = \tau \cdot d\theta = MB \sin \theta \cdot d\theta = -d(MB \cos \theta) = -d(\vec{M} \cdot \vec{B})$

CAMPO MAGNETICO GENERATO DA:
FILO RETTILINEO INFINITO



$$\vec{B} = \int_{fil} d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_x}{x^2}$$

Risulta sempre tangente alla circonferenza tralappata, che infatti corrisponde a una linea di campo.

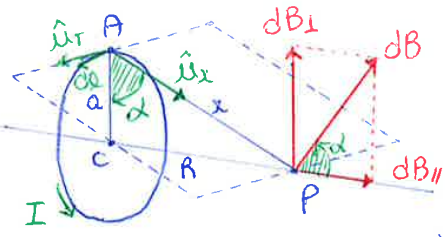
LEGGEDI BIOT-SAVART → Rivedi a p. 105



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dl \sin \theta}{x^2} \hat{u}_\theta = \dots = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{u}_\theta \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{u}_\theta}$$

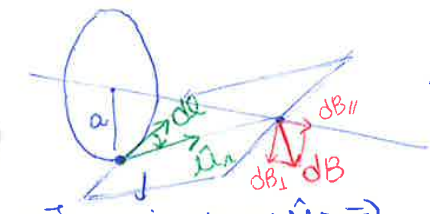
In conclusione, il campo magnetico generato da una corrente rettilinea, ha modulo inversamente proporzionale alle distanze dal filo e ha come linee di campo circonferenze centrate sul filo.

SPIRA → è cioè un dipolo magnetico.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_x}{x^2} \Rightarrow \text{L'unica componente di } d\vec{B} \text{ che sopravvive è } dB_{||} = dB \cos \alpha$$

• chiudo dl su ux ⇒ dB avrà verso uscente (rotazione antioraria) lungo il piano immaginario



Im P, le componenti ⊥ si annullano. Proietta dB lungo l'asse: $\cos \alpha = \frac{a}{x}$

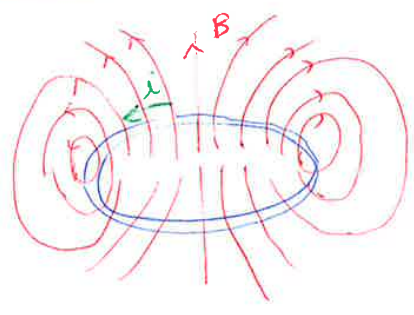
dl si chiude su ur ⇒ dB avrà verso entrante

$$\vec{B} = \int_{spira} dB \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int_{spira} \frac{dl \cos \alpha}{x^2} \hat{u}_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{a}{x^3} \int_{0}^{2\pi} dl \hat{u}_z$$

$$(x^2 = R^2 + a^2)$$

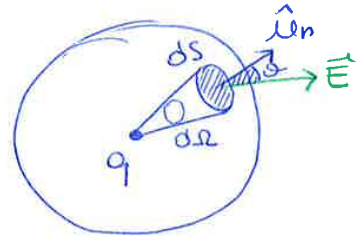
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2 \cdot \pi} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}} \hat{u}_z}$$

DIPOLO MAGNETICO



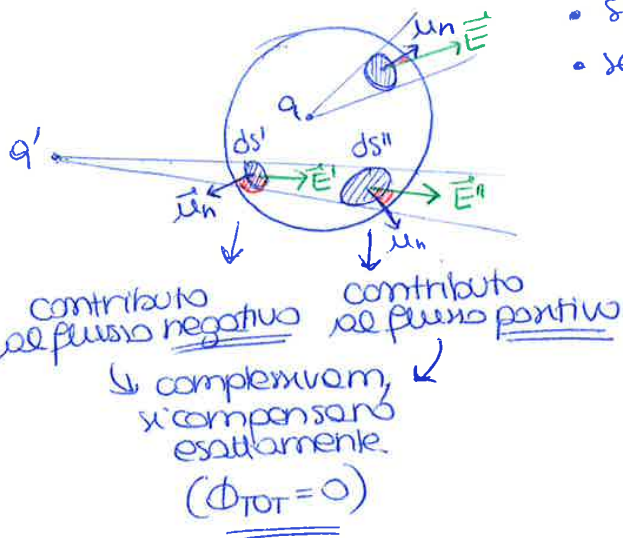
CASO 1 consideriamo una carica (q) all'interno di una superficie chiusa S .

$$\begin{aligned} \Phi_E &= \oint \vec{E} \cdot \hat{u}_n ds = \int E \cos \theta ds = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos \theta ds}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{ds'}{r^2} = \frac{q}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \end{aligned}$$

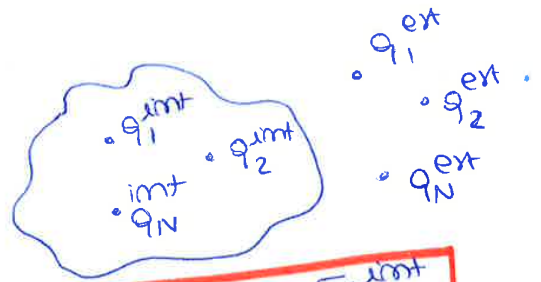


$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \hat{u}_n ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

CASO 2 Consideriamo una carica (q) all'esterno della superficie chiusa S .



- se considero solo $q' \Rightarrow \Phi_{TOT} = 0$
- se considero sia q' (esterno) sia q (interna), l'unica carica che contribuisce al flusso è (q) .



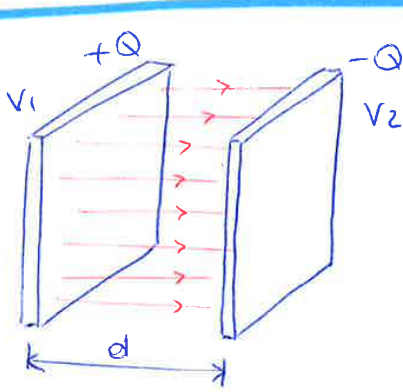
$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot \hat{u}_n ds = \frac{\sum q_i^{int}}{\epsilon_0}$$

↳ LEGGE DI GAUSS

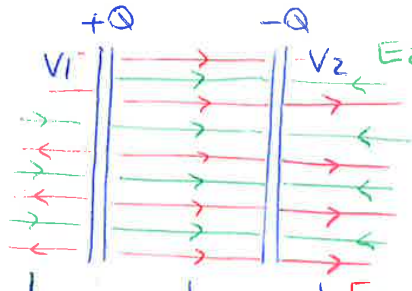
Metodi per calcolare il CAMPO ELETTRICO:

- ① serve a calcolare facilmente i campi elettrici prodotti da distribuzioni di cariche più o meno complesse.
- ② • LEGGE DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI
- ③ • LEGGE DI CONSERV. DEL POTENZIALE EL. E CONSERV. DEL SUO GRADIENTE.

2 PIANI INFINITI CARICHI UNIF.



$\sigma = \text{densità superficiale di carica} = \frac{Q}{S}$



$E_{TOT\ EST} = 0$

$E_{TOT\ INT} = 2 E_{SING.\ PIASTRE} = 2 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

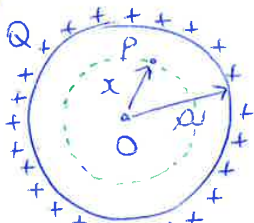
$E_{INT} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

si annullano si sommano

(CAVA) VL. 18

SFERA CARICA SUPERFICIALE

$E \cdot 4\pi x^2 = 0 \Rightarrow E = 0$

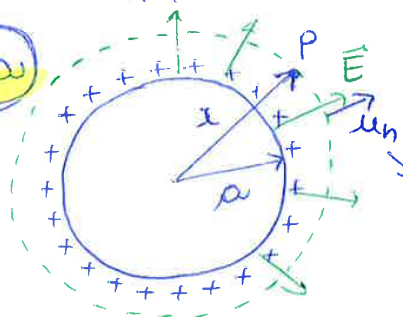


$\phi = 0 \rightarrow q_{int} = 0$

$\phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{u}_n ds = \int E ds = E \int ds = E \cdot 4\pi x^2$

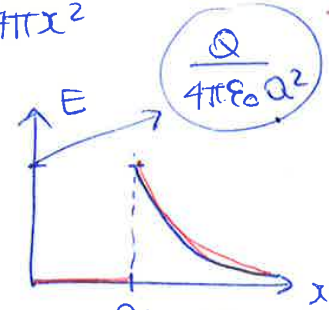
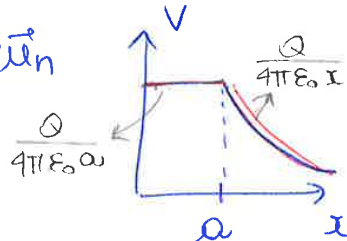
$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$



$\phi = \int \vec{E} \cdot \vec{u}_n ds = E \int ds = E \cdot 4\pi x^2$

$\vec{E} \parallel \vec{u}_n$

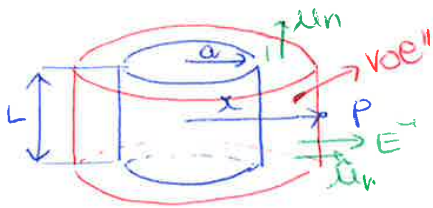


$V(x) - V(\infty) = \int \vec{E} \cdot d\vec{e} = \int_x^\infty E(x) dx = \int_x^a E(r) dr + \int_a^\infty E(r) dr = \int_a^\infty \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$
 $= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a}$

$V(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}$

Per punti interni alla sfera, la pot. è costante (ed E=0).

$x \gg a$

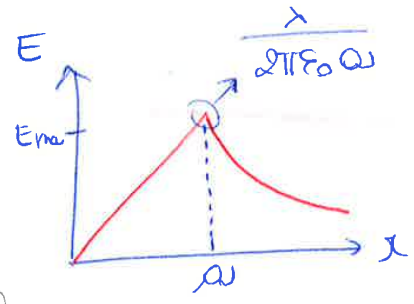


$$\Phi = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda \cdot L}{\epsilon_0}$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_S \vec{E} \cdot \vec{u}_n ds = \\ &= \int_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{u}_n ds + \int_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{u}_n ds + \int_{S_{\text{lat}}} \vec{E} \cdot \vec{u}_n ds = \\ &= \int_{S_{\text{lat}}} E ds = E \int_{S_{\text{lat}}} ds = E(2\pi x \cdot L) \end{aligned}$$

$$E 2\pi x L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 x}$$



DIELETRICI

INTERAZIONE TRA CAMPO ELETTRICO E MATERIA

com campo B a p. 18

Posso classificare i materiali in

CONDUTTORI

ISOLANTI (DIELETRICI)

cariche libere di muoversi nel conduttore, se immerse nel campo \vec{E}

Le cariche si spostano sulla sup. del materiale, finché si crea un campo elettrico secondario che sovrapposto a quello esterno primario, annulla \vec{E} interno (EQUILIBRIO)

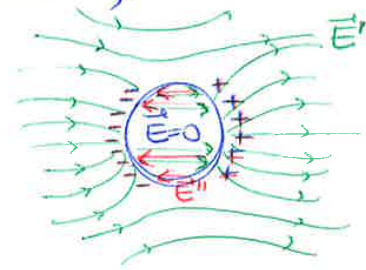
Im questo caso, \vec{E} non si annulla!

VL19

Normali sono cariche che si muovono, esse sono vincolate, possono assumere solo un moto puramente rotatorio...

Immergendo un dielettrico in un campo \vec{E} omogeneo... in modo da parallelizzare \vec{p} a \vec{E} .

POLARIZZAZIONE ELETTRICA



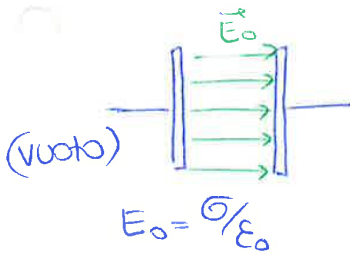
NB $\vec{E} \perp$ alla superficie! Altrimenti ha il rimoto delle cariche.

Im questo caso il campo elettrico viene SHORTATO. → Di quanto?

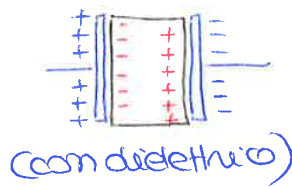
Il "fattore di smorzamento", dovuto alla costante dielettrica relativa, dipende dalle proprietà fisiche del materiale.

↓
Nel dielettrico diminuisce l'intensità del campo \vec{E} primario, e risulta SHORTATO.

Calcoliamo di quanto viene smorzato \vec{E} dal dielettrico nel condens. come calcolere campo \vec{E} complesso, dato da $\vec{E}_0 + \vec{E}_i$? (15)



con il dielettrico, ho sia cariche libere sia cariche di polarizzazione.



$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \sigma \text{ dove considero tutte le cariche!}$$

$$= \frac{\sigma_{LIB} - \sigma_{POL}}{\epsilon_0} \quad \downarrow \text{ " smorzato " }$$

$$E < E_0$$

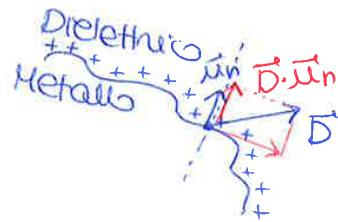
$$\sigma_{TOT} = \sigma_{LIB} - \sigma_{POL} = \sigma_{LIB} - P$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{LIB} - P}{\epsilon_0}$$

$$\sigma_{LIB} = \epsilon_0 E + P$$

Definiamo una seconda nuova grandezza fisica: SPOSTAMENTO DIELETTRICO detto anche INDUZIONE DIELETTRICA.

\vec{D} = vettore tale per cui la sua proiezione rispetto a un'area \vec{u}_n rispetto alla superficie di un materiale CONDUTTORE, mi dà la DENSITA' DI CARICA LIBERA per UNITA' DI SUPERFICIE.



$$\textcircled{2} \quad \sigma_{LIB} = \vec{D} \cdot \vec{u}_n \rightarrow \sigma_{LIB} = \epsilon_0 E + P$$

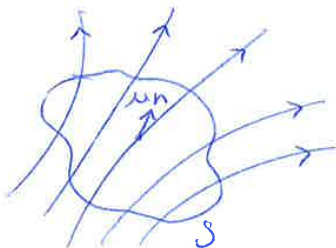
$$\textcircled{1} \quad \sigma_{POL} = \vec{P} \cdot \vec{u}_n$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

una cosa quantificare il fattore di smorzamento del campo \vec{E} :
 E' possibile modificare la legge di Gauss anche in presenza di dielettrici:

VL.20

$$\sigma_{LIB} = \vec{D} \cdot \vec{u}_n \iff$$



$$q_{LIB} = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{u}_n dS = \oint \sigma_{LIB} dS$$

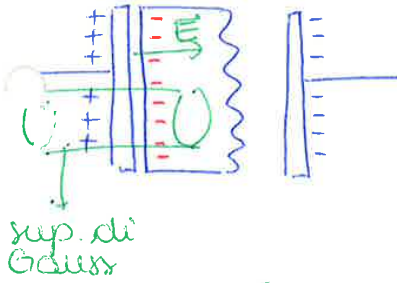
$$\frac{q_{TOT}}{\epsilon_0} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

FLUSSO DI SPOSTAMENTO ELETTRICO

FLUSSO CAMPO ELETTRICO

LEGGE DI GAUSS x P

ESEMPIO



$$\phi = \frac{q_{LIB}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

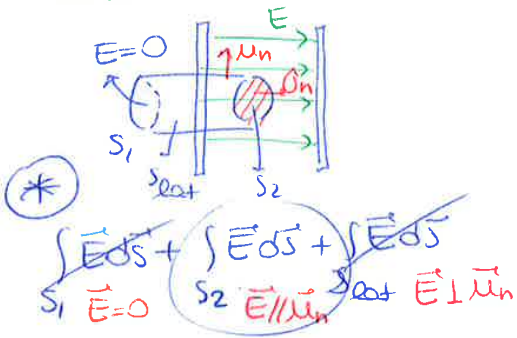
... secondo nelle tre superfici

$$\phi = \int_{S_{die}} \vec{E} \cdot \vec{u}_n ds = \int E ds = E \int ds = ES$$

$$E = \frac{q_{LIB}}{\epsilon_0 \epsilon_r S} = \frac{\sigma_{LIB} \cdot S}{\epsilon_0 \epsilon_r S} = \frac{\sigma_{LIB}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

Di nuovo, otteniamo un \vec{E} smorzato di un fattore ϵ_r rispetto al vuoto (\vec{E}_0)

$$\left(E_0 = \frac{\sigma_{LIB}}{\epsilon_0} \right)$$



$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

La POLARIZZAZIONE dipende dal campo elettrico \vec{E} attraverso la SUSCETTIVITÀ ELETTRICA χ_e , che a sua volta è funzione della TEMPERATURA

- se aumenta la temp $\rightarrow \chi_e$ diminuisce
- se diminuisce la temp $\rightarrow \chi_e$ aumenta.

$$\chi_e = A + \frac{B}{T} \quad \text{LEGGEDI CURIE}$$

VL. 21

CAPACITÀ ELETTRICA e CONDENSATORI

Prendiamo un conduttore isolato su cui si trova la carica Q , si può dimostrare che qualunque sia la geometria

$$Q = CV$$

cioè, la carica Q è proporzionale al potenziale V .

La costante C è detta CAPACITÀ ELETTRICA del conduttore.

$$C = \frac{Q}{V}$$

\rightarrow si misura in FARAD $[F] = [CV^{-1}]$

ESEMPIO: sfera metallica.

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_r R} \Rightarrow C = \frac{Q}{Q/4\pi\epsilon_r R} = 4\pi\epsilon_r R$$

ENERGIA DEL CAMPO ELETTROSTATICO

(17)

Se cerchiamo di caricare un condensatore a facce piane parallele di capacità C , il lavoro fatto per portare la carica dq sulle facce, vale:

$$dW = V dq \rightarrow \text{Ma } V = \frac{q}{C} = \text{diff di pot. tra le due armature}$$

$$W = \int_0^{V_0} V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W = \int_0^{V_0} V dq = \int_0^{V_0} V \cdot d(CV) = \frac{1}{2} CV_0^2$$

⇒ Associa dell'energia (lavoro) a un campo elettrico U

Vediamo di calcolare questa energia in funzione di E (sempre per condensatore a facce piane).

$$W = \frac{1}{2} CV_0^2 = U = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon S}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2 (Sd)$$

$$C = \epsilon \frac{S}{d} \quad V_0 = Ed$$

$$U = \frac{1}{2} \epsilon E^2 (Sd)$$

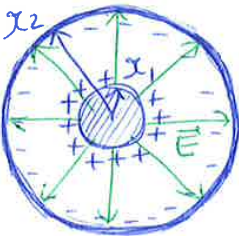
$$u = \frac{U}{Sd} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

ESERCIZIO → CONDENSATORE SFERICO

R_1, R_2

$\epsilon_1, \epsilon_2 = 1$

$C = ?$



$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$\Delta V = V^+ - V^- = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int E dx = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon x^2} dx =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{x^2} dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

5) $V = V^+ - V^- = \int \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_0^d E \cdot d\ell = \int_0^{\frac{d-b}{2}} \frac{d-b}{2} E_0 d\ell + \int_{\frac{d-b}{2}}^{d-\frac{d-b}{2}} E_1 d\ell + \int_{d-\frac{d-b}{2}}^d E_0 d\ell =$ (13)

$= E_0(d-b) + E_1 b = 52,3V$

«aspetto ottimo!!»
 ↳ no consumo en. nella carica

6) $C = \frac{q_{ob}}{\Delta V} = \frac{7,02 \cdot 10^{-12}}{52,3V} = 13,4 \cdot 10^{-12} F$

INTERAZIONE TRA CAMPO MAGNETICO E MATERIA

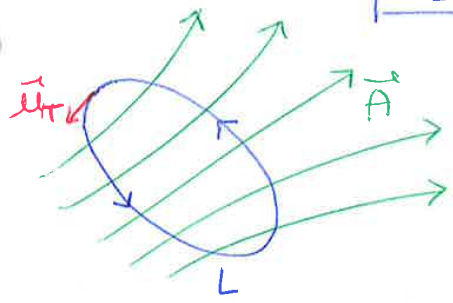
VL.23

→ con campo \vec{E} o ρ (H)

CIRCUITAZIONE

$\oint_L \vec{A} \cdot \vec{u}_T d\ell$

→ Quando è nullo significa che il campo \vec{A} è CONSERVATIVO.



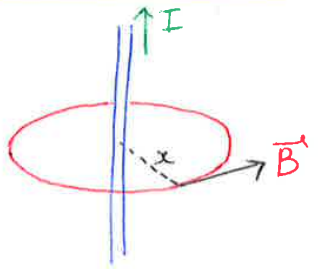
$\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_T d\ell \neq 0$

il CAMPO MAGNETICO NON è CONSERVATIVO

(il campo ELETTRICO invece si).

CIRCUITAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO

↓ FILLO RETTILINEO



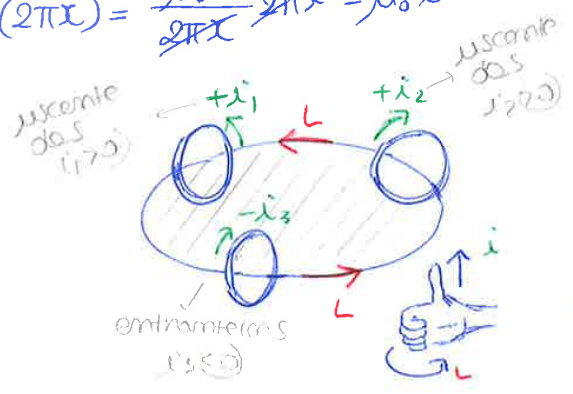
$\vec{B} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi r} \hat{u}_T$

$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B \int_L d\ell = B(2\pi r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$

LEGGE DI AMPERE

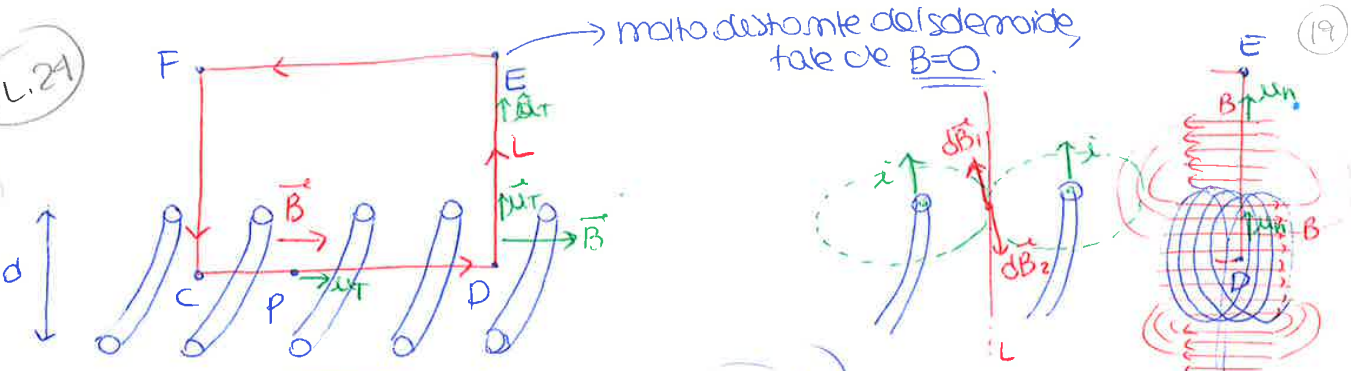
$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_{i=1}^N i_i$

Usata per calcolare il modulo di B generato da una o più correnti elettriche



VL.24

19



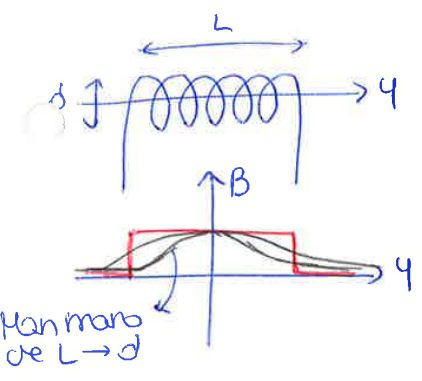
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum i^{int}$$

↳ LEGGE DI AMPERE

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 N i$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{CD} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{DE} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{EF} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{FC} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{CD} B dl = B \int_{CD} dl = B \cdot L_{CD}$$



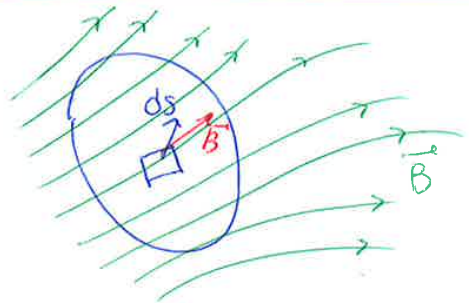
$$B L_{CD} = \mu_0 N i$$

$$B = \mu_0 \left(\frac{N}{L_{CD}} \right) i = \mu_0 n i$$

$n =$ densità di spire per unità di lunghezza

FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

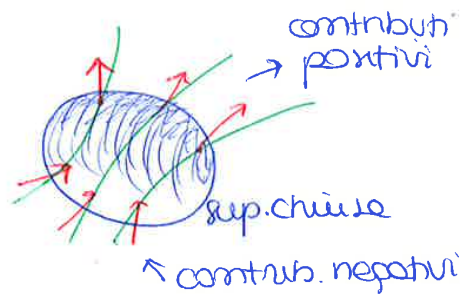


LEGGE DI OHM

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

2^a LEGGE DI MAXWELL

Perché le linee di B si chiudono sempre su se stesse.

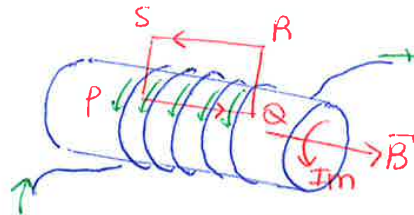


CAMPO MAGNETIZZANTE H

Se mettiamo un pezzo cilindrico di materia entro un solenoide percorso da una corrente I , il campo magnetico generato dal solenoide magnetizza il materiale, creando una CORRENTE SUPERFICIALE per unità di lunghezza del cilindro

$$\hookrightarrow \frac{I_{mag}}{l} = H$$

Il sistema solenoide + cilindro, ha una corrente effettiva \times unità di lunghezza:



$$nI_{lib} + \frac{I_m}{l} = nI + H$$

n - num. di spire

SOLENOIDE $\left\{ \begin{array}{l} \text{VUOTO} \\ \text{CON MATERIA} \end{array} \right. \quad B = \mu_0 n I$

CAMPO MAGNETIZZANTE \vec{H} ②

\vec{H} = grandezza fisica vettoriale definita da: $\rightarrow \frac{I_{lib}}{l} = \vec{H} \cdot \vec{u}_t$
 moltiplicata la corrente libera per unità di lunghezza.



MAGNETIZZAZIONE	CAMPO MAGNETIZZANTE
dipende dalla corrente di I_{mag} \times l'unità di lunghezza.	dipende dalla corrente di carica libera \times unità di lunghezza.
$\vec{H} = \frac{I_{mag}}{l}$	$\vec{H} = \frac{I_{lib}}{l}$

Trasformando solenoide + cilindro, abbiamo:

$$\vec{B} = \mu_0 (n I_{lib} + I_m) = \mu_0 (\vec{H} + \vec{H}') \rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}'$$

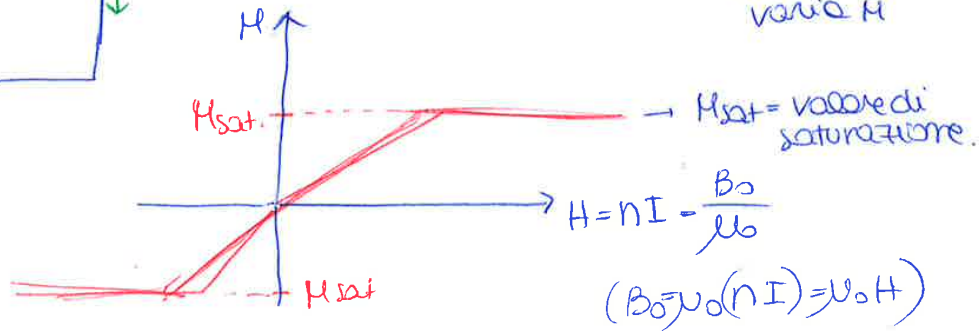
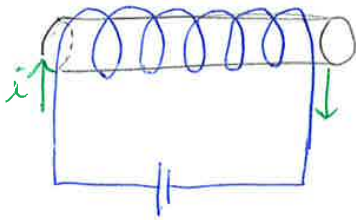
$n I_{lib}$ dovuto al SOLENOIDE
 I_m dovuto alla MAGNETIZZAZ. del CILINDRO

Nel caso del solenoide:

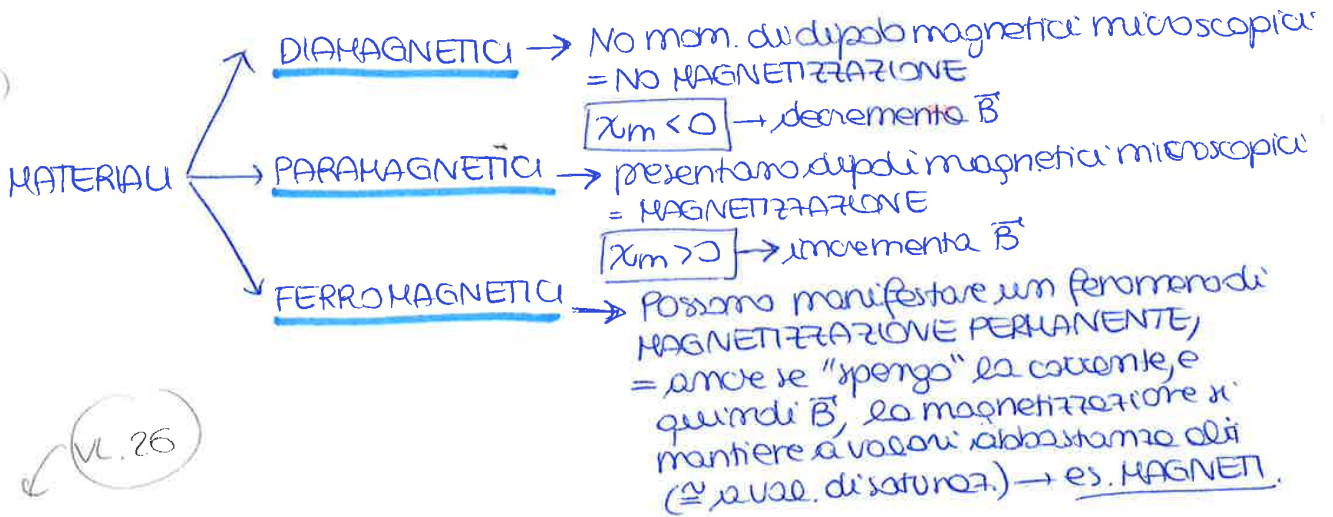
$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{H} = n \cdot I \rightarrow I = \frac{\Delta V}{R}$$

- variando ΔV varia la corrente I
- variando I varia \vec{H}
- variando \vec{H} varia \vec{M}



21

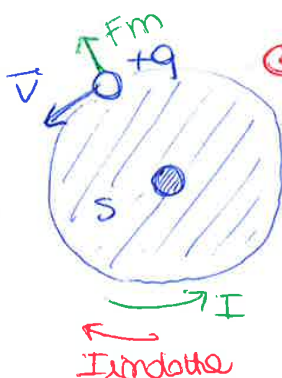


VL. 26

DIAMAGNETISMO = fenomeno che si verifica quando un materiale, viene sottoposto all'azione di un campo magnetico esterno, viene generato istantaneamente un mom. di dipolo magnetico per ciascun atomo, che tende ad opporsi al campo magnetico esterno.

si genera un momento di dipolo INDOTTO che risulta antiparallelo rispetto alle linee del campo magnetico esterno.

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

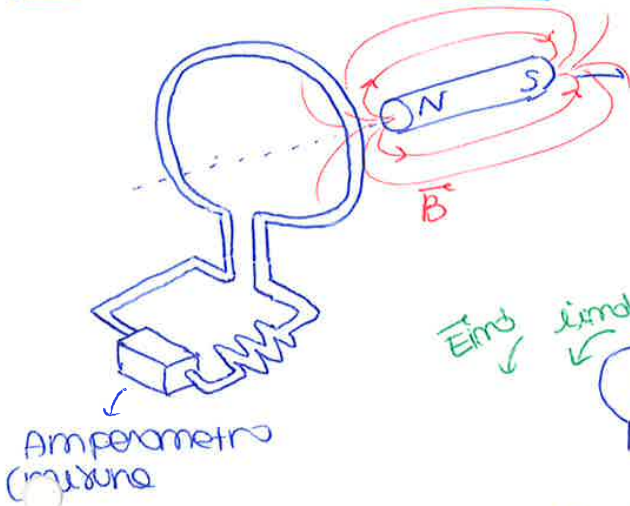


$$\vec{M}_{ind} = I_{ind} \cdot S$$

F_m = forze centrifughe
 ↓
 crea una CORRENTE INDOTTA che si oppone alla corrente iniziale (prima di applicare \vec{B})
 ⇒ ipotizza l'esistenza!

CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI VARIABILI

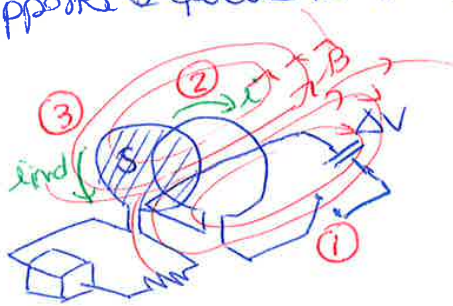
LEGGI DI FARADAY-HENRY (INDUZIONE ELETTROMAGNETICA)



Man mano che avviciniamo il magnete alla spira, l'ampereometro registra una corrente che esiste ~~nonostante~~ solo in presenza di un CAMPO MAGNETICO.

↳ CORRENTE INDOTTA = CAMPO MAGNETICO INDOTTA.

Quando fermo il magnete, la corrente (e quindi anche il campo) indotta, si ferma.
Se allontaniamo il magnete, si genera di nuovo una corrente indotta opposta a quella iniziale.



Altro esperimento:

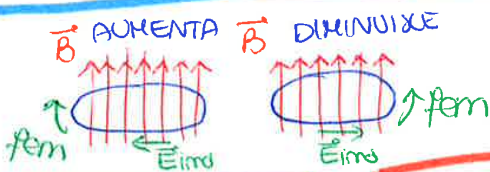
- ① chiudo l'interruttore - ΔV genera una corrente i che circola nella 1ª spira
- ② la corrente genera un campo B
- ③ B genera un $\Phi_B^S(t)$ nella seconda spira in cui induce a circolare una i_{ind}

La variazione di flusso di B nel tempo, genera una corrente indotta, e quindi un B indotto

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \Phi_B$$

$\Phi_B(t) \rightarrow$ quando varia nel tempo
 ↓
 CORRENTE INDOTTA

LEGGI DI FARADAY-HENRY



$$\mathcal{E}_{ind} = \oint_L \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{s}$$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

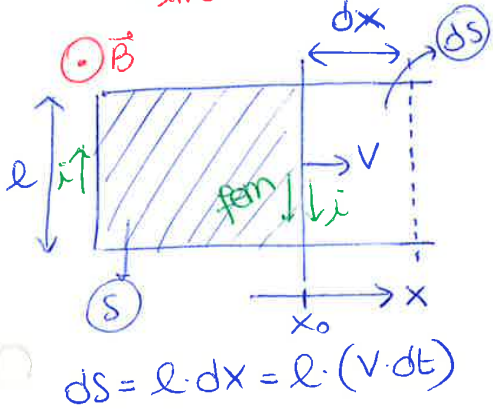
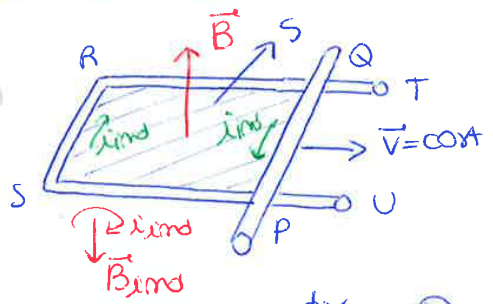
3ª LEGGE DI MAXWELL

$$\oint_L \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{s} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

EFFETTO = la corrente ind. che si indotta è tale da opporsi alla variaz. del flusso di B .

ESERCIZIO

Immergiamo il sistema in un $\vec{B} = \omega r \hat{z}$.
 • la superficie varia nel tempo (aumenta)
 ↳ varia anche il flusso Φ_B (aumenta)
 ↳ il sistema sarà attraversato da una corrente indotta (cerca di contrastare l'aumento di Φ_B , quindi verso orario)
 $\vec{B} \uparrow \downarrow \vec{B}_{ind}$



$$fem_{ind} = -\frac{d}{dt} \Phi_B$$

$$\Phi_B = \int_{S(t)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cdot dS = \int B(lv dt) = dB = B \cdot dS$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = B \cdot l \cdot v \rightarrow fem = -B l v$$

verso

$$i_{ind} = \frac{fem_{ind}}{R}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l_{tot}}{A}$$

A = sup. sez. filo
 che costituisce la spira.

$$l_{tot} = 2l + 2(x_0 + v \cdot t)$$

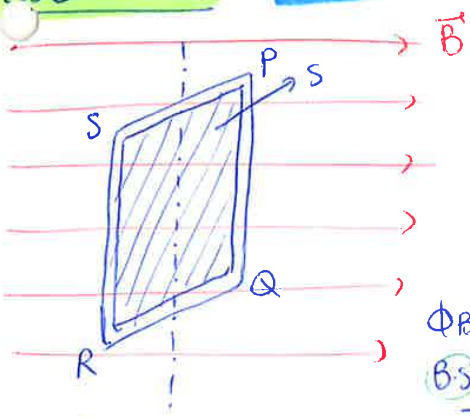
l_{tot} = perimetro spira = lunghezza filo

$$\omega = \omega t$$

$$\theta(t) = \omega t$$

ESERCIZIO → SPIRA ROTANTE

→ stessa situazione ruotando di θ una spira immersa in un campo \vec{B}



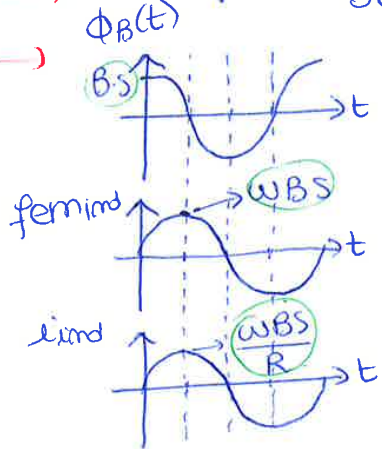
$$\Phi_B^{(t)} = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta(t) = B \cdot S \cdot \cos(\omega t)$$

varia nel tempo → si genera una corrente ind.

$$fem = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BS \cos(\omega t))}{dt} = +BS \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

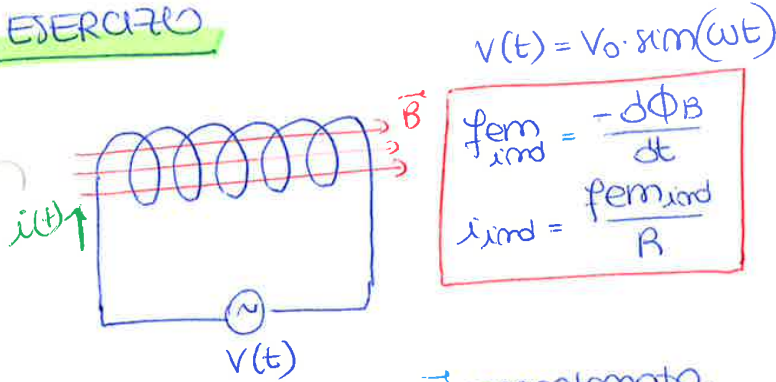
anche la fem varia nel tempo!

↓ sistema che può alimentare un circuito (DINAMO)



$$i_{ind} = \frac{fem}{R}$$

ESERCIZIO



$$f_{em} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$i_{ind} = \frac{f_{em,ind}}{R}$$

$l = 30\text{ m}$
 $S, \phi = 5\text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3}\text{ m}$
 $\rho = 1\text{ m}\Omega \cdot \text{cm} = 10^{-5}\ \Omega \cdot \text{m}$
 $V_0 = 100\text{ V}$
 $\omega = 10\text{ rad/s}$
 Valore corrente autoindotta max?
 $(L = 1\text{ mH}) = 10^{-3}\text{ H}$

(24)

$i(t)$ genera un campo \vec{B} concatenato.

$\Phi_B^{(t)} = L(i(t))$
 $i(t) = \frac{V(t)}{R}$
 LEGGE DI OHM

$R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{l \cdot 4}{\pi d^2} = 10^{-5} \cdot 30 \cdot 4 \cdot \frac{1}{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2} = 15,27\ \Omega$
 $A = \pi \left(\frac{d^2}{4}\right)$

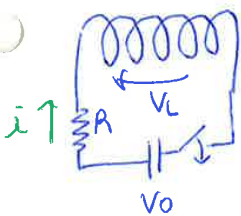
$\Phi_B^{(t)} = L \left(\frac{V(t)}{R}\right) = L \frac{V_0 \sin \omega t}{R}$

$f_{em,ind} = -\frac{d}{dt} \left[L \frac{V_0 \sin \omega t}{R} \right] = -\frac{L V_0}{R} \frac{d}{dt} (\sin \omega t) = -\frac{L V_0}{R} \omega \cos \omega t =$

$i_{ind} = \frac{f_{em,ind}}{R} = -\frac{L V_0}{R^2} \omega \cos \omega t =$

$i_{ind, max} = \frac{L V_0}{R^2} \omega = \frac{10^{-3} \cdot 100 \cdot 10}{15,27^2} = 4,2 \cdot 10^{-3}\text{ A}$
 (when in opposition to the current primary)

ENERGIA associata al CAMPO MAGNETICO



$V_L = L \frac{di}{dt}$

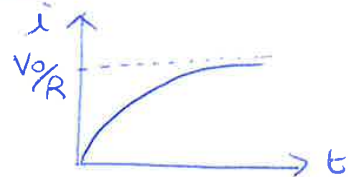
$Ri + V_L = V_0$

$Ri + L \frac{di}{dt} = V_0 \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{V_0}{L}$

$i(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{L/R}})$

Energia = $W = \int p dt = \int_0^i L i di = \frac{1}{2} L i^2$
 $\int L \frac{di}{dt} dt i$

Lavoro svolto per ottenere la max corrente di prop. nel circuito.
 (vale x qualsiasi circuito!)



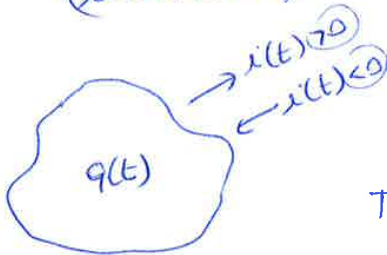
PRINCIPI DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA

↳ secondo le quale, considerando un sistema chiuso, in cui non passa né energia, né materia, la somma di tutte le cariche all'interno risulta costante, la carica si conserva.

L'unico caso in cui la carica NON SI CONSERVA, è quando la carica può fluire dal sistema, o entrare.

(diminuisce)

(aumenta)



$$\frac{-dq}{dt} = i \Rightarrow \frac{dq}{dt} + i = 0 \Rightarrow (*)$$

tenendo conto la legge di Gauss:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$q = \epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow i + \frac{d}{dt} [\epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}] = i + \epsilon_0 \frac{d}{dt} [\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}] = 0$$

Se i campi E sono statici ($\Phi_E = 0$) \Rightarrow $i = 0$

LEGGI DI AMPERE - MAXWELL (4^a equazione di Maxwell)

Paradossio: considerando campi che variano nel tempo.

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$$

La LEGGI DI AMPERE vale solo per campi statici!

(p. 13)

Maxwell

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \right)$$

$\epsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi_E$
↓
CAUSA

Da considerare in presenza di CAMPI DINAMICI

Corrente di carica libera
($i = 0$ in assenza di carica)

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

Non è una corrente fisica! (dovuta a spostamenti di carica)!
È dovuta a una variazione di Φ_E !

ONDE ELETTROMAGNETICHE

ONDA = descrive l'evoluzione spaziale e temporale di un determinato stato fisico.

↳ Rappresentato da una grandezza descrivendo come varia nello spazio e nel tempo.



Eq. differenziale di un'onda, che si propaga in direz. x a velocità v :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

soluzione generale:

$$y(x,t) = f_1(x+vt) + f_2(x-vt)$$

I campi \vec{E} e \vec{B} che soddisfanno le leggi di Maxwell \Rightarrow verificano queste relazioni \Rightarrow allora i campi si propagano con velocità v .

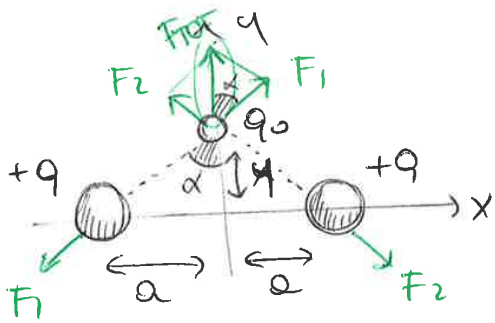
$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$\begin{cases} E(x,t) = E(x-ct) \\ B(x,t) = B(x-ct) \end{cases}$$

- Il campo elettromagnetico soddisfa l'equazione delle onde.
- Il campo \vec{E} e il campo \vec{B} sono perpendicolari l'uno all'altro.
- La velocità di propagazione dell'onda em nel vuoto vale $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c_0}{n}$
- La direzione di propagazione è data da $\vec{E} \times \vec{B}$

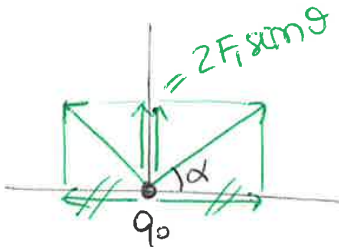
\Downarrow
allora si propagano con una certa velocità

ESERCIZI



$d = 2,5 \text{ cm} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $y = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 $q_0 = 10^{-10} \text{ C}$

$\sin \theta = \frac{y}{d} = \frac{1}{\sqrt{2,5^2 + 1^2}}$
 $\approx 0,37 \Rightarrow \theta = 21,8^\circ$



$F_1 = F_2 = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 d^2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + y^2}^2}$
 $= \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-10} \cdot 9 \cdot 10^9}{(2,5 \cdot 10^{-2})^2 + (10^{-2})^2} = \frac{18 \cdot 10^{-9}}{7,25 \cdot 10^{-4}} = 2,48 \cdot 10^{-5} \text{ N}$

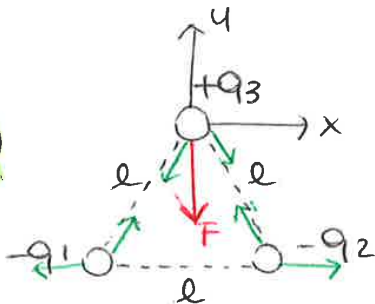
$F_{TOT} = 2 F_1 \sin \theta = 2 \cdot 2,48 \cdot 10^{-5} \cdot 0,37 = 1,84 \cdot 10^{-5}$

~~$F_{TOT} = 2 \cdot F_1 \cdot \sin \theta = 2 \cdot 2,48 \cdot 10^{-5} \cdot 0,37 = 1,84 \cdot 10^{-5}$~~

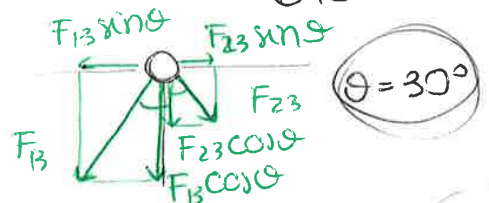
$2 \cdot \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + y^2}^2} \cdot \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} = 2 \cdot \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$

$- 2 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-8}) \cdot 10^{-10} \cdot (10^9 \cdot 1) \cdot 10^{-2}}{(\sqrt{(2,5 \cdot 10^{-2})^2 + (10^{-2})^2})^3} = \frac{36 \cdot 10^{-5}}{18,4 \cdot 10^{10}} = 1,95 \cdot 10^{-5}$

(5)



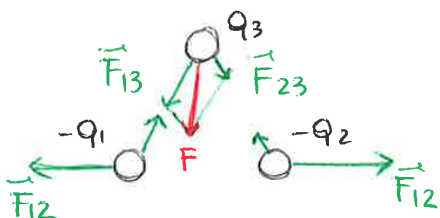
F di q_1, q_2 su q_3 ? $l = 60 \text{ cm} = 60 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,6 \text{ m}$
 $q_1 = -4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 $q_2 = -3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 $q_3 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$



$F_{12} = \frac{-q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 l^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^{-8}}{(60 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{108 \cdot 10^{-7}}{3600 \cdot 10^{-4}} = 0,03 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-5}$

$F_{23} = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 l^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{(0,6)^2} = \frac{54 \cdot 10^{-7}}{(0,6)^2} = 150 \cdot 10^{-7} = 1,5 \cdot 10^{-5}$

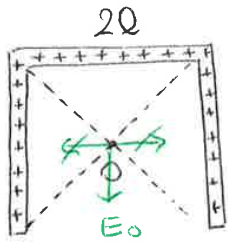
$F_{31} = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 l^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{(0,6)^2} = \frac{72 \cdot 10^{-7}}{(0,6)^2} = 200 \cdot 10^{-7} = 2,0 \cdot 10^{-5}$



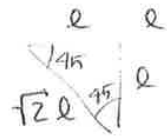
$-F_{13} \sin \theta + F_{23} \sin \theta = -1,97 \cdot 10^{-5} + 1,48 \cdot 10^{-5} = -4,9 \cdot 10^{-6}$
 $-F_{13} \cos \theta - F_{23} \cos \theta = -3,08 \cdot 10^{-6} - 2,31 \cdot 10^{-7} = -3,3 \cdot 10^{-6}$

$F_{TOT} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 5,9 \cdot 10^{-6}$

17



$2l = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$
 $q = 2 \cdot 10^{-9}\text{C} \rightarrow \text{x ogmilitato.}$
 $\vec{E}(0) = ?$

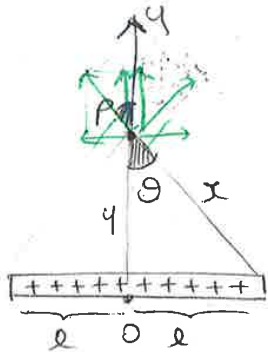


$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot (\sqrt{2}l)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 2l^2} = 5,09 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

$2l, q, \lambda \rightarrow \lambda = \frac{q}{2l} \rightarrow q = \lambda(2l)$

16



$$dE_y(0,y) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \cos\theta = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 x^2} \cos\theta = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 x^2} \cdot \frac{y}{x}$$

Scegliamo dl e x in funzione di θ :

$$\left. \begin{aligned} \cos\theta &= \frac{y}{x} \\ \tan\theta &= \frac{l}{y} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= \frac{y}{\cos\theta} \\ l &= y \cdot \tan\theta \end{aligned} \rightarrow \text{differenziando, si ottiene:}$$

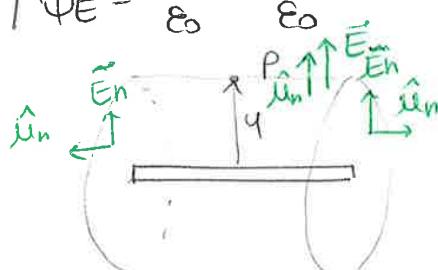
$$\frac{dl}{d\theta} = \frac{d(y \tan\theta)}{d\theta} = y \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$dl = \frac{y d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$E = \int dE_y = \int \frac{\lambda y d\theta \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 \cos^2\theta x^2} = \int \frac{\lambda y d\theta \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 \cos^2\theta \frac{y^2}{\cos^2\theta}} = \int \frac{\lambda y d\theta \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 y^2 \cos^2\theta} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

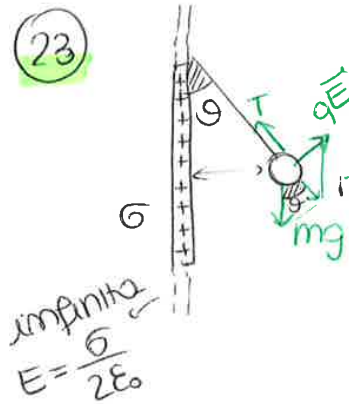
METODO CON GAUSS.

$$\left. \begin{aligned} \Phi_E &= \int E(n) \cdot ds = E(n) \cdot \int ds = E(n) 2\pi y L \\ \Phi_E &= \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} E(n) 2\pi y L &= \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \\ E(n) &= \frac{\lambda}{\epsilon_0 2\pi y} \end{aligned}$$



$$\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

23

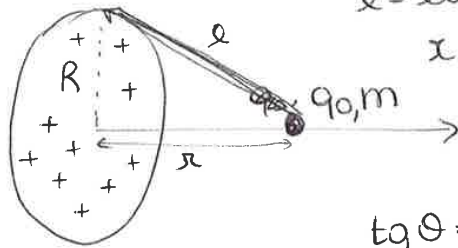


$\theta = 5^\circ$ $m = 0,2g = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$
 (a) E che agisce su q e σ
 $q = 2 \cdot 10^{-10} \text{ C}$

(a) $\text{tg } \theta = \frac{qE}{mg} \rightarrow E = \frac{mg \text{tg } \theta}{q} = 8,58 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$

(b) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow \sigma = E \cdot 2\epsilon_0 = 1,52 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$

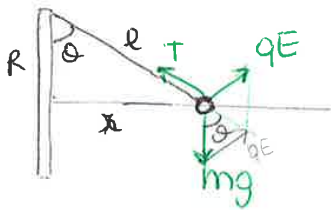
25



$R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ $m = 2g$
 $l = \text{lungh. filo}$ $q = 4 \cdot 10^{-8}$ $q_{\text{disco}} = ?$
 $x = 2 \text{ cm} \Rightarrow \text{EQUILIBRIO}$

$\text{tg } \theta = \frac{qE}{mg} = \frac{x}{R} \rightarrow E = \frac{xmg}{Rq} = 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$

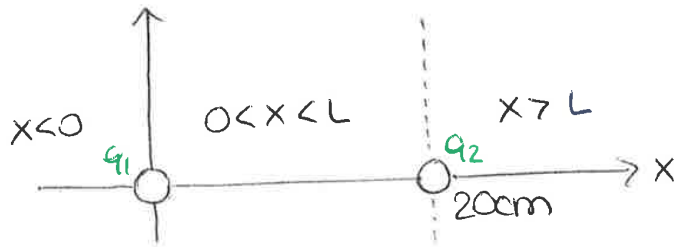
$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right)$



$\sigma = \frac{q}{S}$

$\sigma_d = 2,16 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$

$q = \sigma \cdot S = \sigma \cdot \pi R^2 = 6,78 \cdot 10^{-8} \text{ C}$



$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0|x|^2} \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0|x-L|^2}$$

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0|x|} \quad V_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0|x-L|}$$

$$E(P) = E_1(P) + E_2(P) = \frac{8q}{4\pi\epsilon_0 x^2} + \frac{-2q}{4\pi\epsilon_0 (x-L)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{8}{x^2} - \frac{2}{(x-L)^2} \right) \stackrel{=0}{\uparrow}$$

$$V(P) = V_1(P) + V_2(P) = \frac{8q}{4\pi\epsilon_0|x|} + \frac{-2q}{4\pi\epsilon_0|x-L|} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{8}{|x|} - \frac{2}{|x-L|} \right) \stackrel{=0}{\uparrow}$$

$$\frac{8}{x^2} - \frac{2}{(x-L)^2} = 0$$

$$\boxed{x > L} \quad \frac{4}{x} = \frac{1}{x-L} \quad x = 26,67 \text{ cm} > L$$

$$\frac{4}{x^2} - \frac{1}{(x-L)^2} = 0$$

$$\boxed{0 < x < L} \quad \frac{4}{x} = \frac{1}{-(x-L)} \quad x = 16 \text{ cm} \quad 0 < < L$$

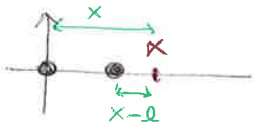
$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{(x-L)^2}$$

$$\boxed{x < 0} \quad \frac{4}{-x} = \frac{1}{-(x-L)} \quad x = 26,67 \text{ cm} \quad \text{No! } (x > 0) \text{ e non } x < 0$$

$$\begin{aligned} 4(x-L)^2 &= x^2 \\ 4(x^2 - 2xL + L^2) &= x^2 \\ 4x^2 - 8xL + 4L^2 - x^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{x > L}$$

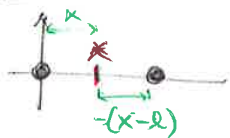
$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{(x-L)^2}$$



$$\begin{aligned} 4(x-L)^2 &= x^2 \\ 4x^2 - 8xL + 4L^2 - x^2 &= 0 \\ 3x^2 - 8xL + 4L^2 &= 0 \\ x_1 &= 40 \text{ cm} \quad x_2 = 13,34 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\boxed{0 < x < L}$$

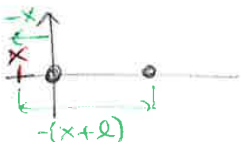
$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{-(x-L)^2}$$



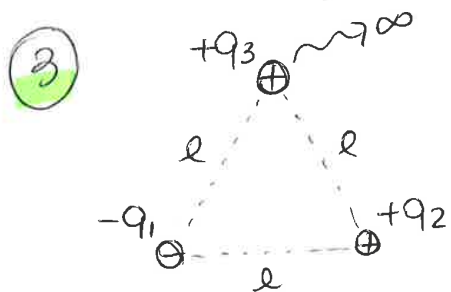
$\Delta < 0 \Rightarrow$ No punti in cui $E=0$

$$\boxed{x < 0}$$

$$\frac{4}{-x^2} = \frac{1}{-(x-L)^2}$$



$$x_1 = 40 \text{ cm} \quad x_2 = 13,34 \text{ cm}$$



$q_1 = -4 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 $q_2 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 $q_3 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 $l = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$
 $W(q_3 \rightarrow \infty) = ?$

$$W = -q_3 \Delta V = -q_3 (V_F - V_0) = q_3 V_0 = q_3 \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 l} \right) =$$

$V(\infty) = 0$

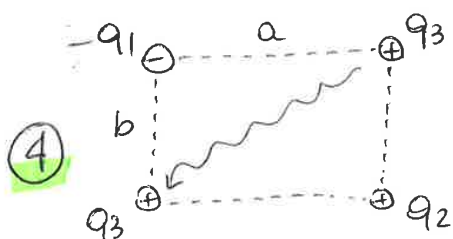
$$= \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 l} (q_1 + q_2) =$$

$$\frac{9 \cdot 2 \cdot -1}{0,6} \times 10^{9-8-8} = 30 \cdot 10^{-7}$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{0,6} \cdot (-4 \cdot 10^{-8} + 3 \cdot 10^{-8}) =$$

$$= \frac{10^3}{6} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \cdot (-1 \cdot 10^{-8}) = -10^3 \cdot 10^8 = -10^6$$

$$= 10 \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot (-1 \cdot 10^{-8}) = -30 \cdot 10^{-7}$$



$q_1 = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ $a = 30 \text{ cm}$
 $q_2 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ $b = 20 \text{ cm}$
 $q_3 = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$$W = -q_3 \Delta V = -q_3 \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -q_3 (V_F - V_0) =$$

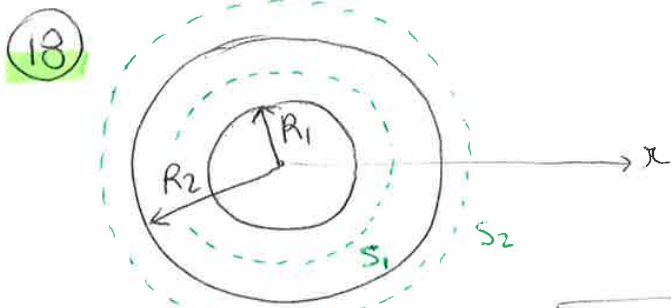
$$= -q_3 \left(\left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 b} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a} \right) - \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 b} \right) \right) =$$

$$= \frac{-q_3}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{b} + \frac{q_2}{a} - \frac{q_1}{a} - \frac{q_2}{b} \right) =$$

$$= \frac{-q_3}{4\pi\epsilon_0} \left(q_1 \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) + q_2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \right) =$$

$$= -9 \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-9} \cdot \left(-2 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{1}{0,2} - \frac{1}{0,3} \right) + 5 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{1}{0,3} - \frac{1}{0,2} \right) \right) =$$

$$= -9 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{5}{3} + 5 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2}{3} \right) = 5,25 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

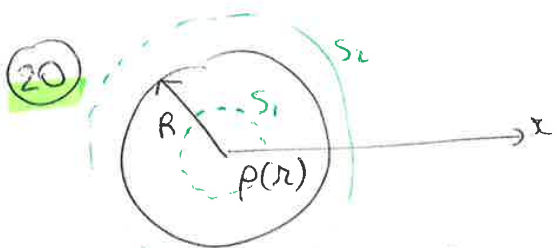


$R_1 = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$
 $R_2 = 20\text{cm} = 0,2\text{m}$
 $\rho = 26,58 \times 10^{-8} \text{C/m}^3 = \frac{q}{v}$
 $E(r) = ?$

$x < R_1$ $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow E = 0$

$R_1 < x < R_2$
 $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \int ds = E \cdot S_1 = E \cdot 4\pi x^2$
 $\Phi_E = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot V}{\epsilon_0} = \frac{\rho \left(\frac{4}{3}\pi x^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3 \right)}{\epsilon_0} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi (x^3 - R_1^3)}{\epsilon_0}$
 $\hookrightarrow E \cdot 4\pi x^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi (x^3 - R_1^3)}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho (x^3 - R_1^3)}{3x^2 \epsilon_0}$

$x > R_2$
 $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \int ds = E \cdot 4\pi x^2$
 $\Phi_E = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot V}{\epsilon_0} = \frac{\rho \left(\frac{4}{3}\pi R_2^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3 \right)}{\epsilon_0} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi (R_2^3 - R_1^3)}{\epsilon_0}$
 $\hookrightarrow E \cdot 4\pi x^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi (R_2^3 - R_1^3)}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho (R_2^3 - R_1^3)}{3x^2 \epsilon_0}$



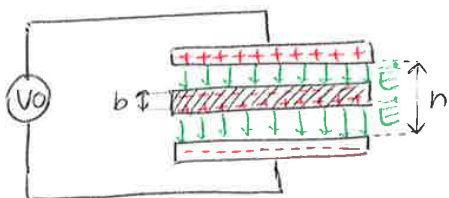
$R = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$
 $q = 8 \cdot 10^{-9} \text{C}$
 $\rho(r) = bx = \frac{q}{v}$
 a) $b = ?$
 b) $E(r) = ?$
 $\Delta V = V(R) - V(0) = ?$

a) $q = \rho(x) \cdot V = \int_0^R bx \cdot 4\pi x^2 dx = 4\pi b \int_0^R x^3 dx = 4\pi b \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^R = \pi b R^4$
 $b = \frac{q}{\pi R^4} = \frac{8 \cdot 10^{-9}}{\pi (0,1)^4} = 2,55 \cdot 10^{-5} \text{C/m}^4$

b) $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \int ds = E \cdot 4\pi x^2$
 $\Phi_E = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot V}{\epsilon_0} = \frac{\int_0^x bx \cdot 4\pi x^2 dx}{\epsilon_0} = \frac{4\pi b \int_0^x x^3 dx}{\epsilon_0} = \frac{4\pi b \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^x}{\epsilon_0} = \frac{\pi b x^4}{\epsilon_0}$
 $E \cdot 4\pi x^2 = \frac{\pi b x^4}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{bx^2}{4\epsilon_0}$

$x > R$ $\Phi_E = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 x^2}$
 $\Delta V = - \int_0^R E(r) dr = - \int_0^R \frac{bx^2}{4\epsilon_0} dr = - \frac{bx^3}{12\epsilon_0} \Big|_0^R = - \frac{bR^3}{12\epsilon_0} = - \frac{2,55 \cdot 10^{-5} (0,1)^3}{12 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = -240 \text{V}$

14



$C_0 = 100 \text{ nF}$
 $h = 0,5 \text{ cm} = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $V_0 = 12 \text{ V}$
 $b = 0,3 \text{ cm} = 0,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

a) capacità C dopo l'introduzione del conduttore?

$(V_0 = E \cdot h)$
 $C_0 = \frac{q}{V_1 - V_2} = \epsilon_0 \frac{S}{h}$

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{h-b} \cdot \frac{h}{h} = C_0 \frac{h}{h-b} = 2,5 C_0 = 250 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

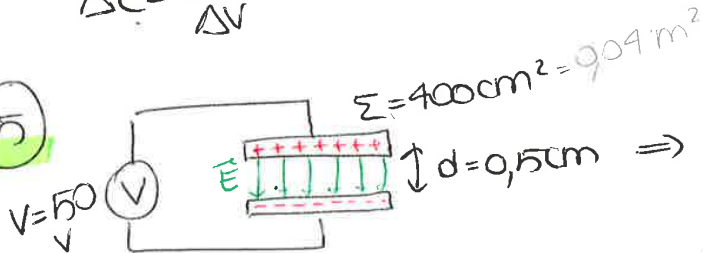
b) campo E iniziale (prima dell'inserimento) e finale?

$V_0 = E h \Rightarrow V_0 = E(h-b) \Rightarrow E = \frac{V_0}{(h-b)} = 6 \cdot 10^3 \text{ V/m}$

c) Δq fornita dal generatore?

$\Delta C = \frac{\Delta q}{\Delta V} \Rightarrow \Delta q = V_0 \Delta C = V_0 (C - C_0) = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

15



caricato da V e poi isolato.
 Allontamo armature fino a $d = 1 \text{ cm}$.

$V = 50 \text{ V}$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \times \frac{4 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 7,08 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

$$C' = \epsilon_0 \frac{S}{d'} = 8,85 \cdot 10^{-12} \times \frac{4 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-2}} = 35,4 \cdot 10^{-12} = 3,54 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

$C = \frac{q}{V} \rightarrow q = C V = 7,08 \cdot 10^{-11} \cdot 50 = 3,54 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$C' = \frac{q}{V'} \rightarrow V' = q / C' = \frac{3,54 \cdot 10^{-9}}{3,54 \cdot 10^{-11}} = 100 \text{ V}$

b) U_e e U_e' ?

$U_e = \frac{1}{2} q V = \frac{1}{2} \cdot 3,54 \cdot 10^{-9} \cdot 50 = 8,85 \cdot 10^{-8} \text{ J}$
 $U_e' = \frac{1}{2} q V' = \frac{1}{2} \cdot 3,54 \cdot 10^{-9} \cdot 100 = 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ J}$

d) W fatto x allontanare le armature?

$W = \Delta U_e = U_e' - U_e = 8,85 \cdot 10^{-8} \text{ J}$

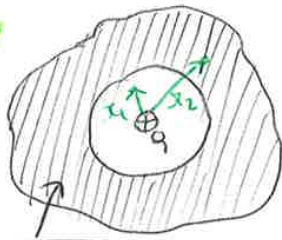
b) E prima e E' dopo?

$V = E h \Rightarrow E = \frac{V}{h} = \frac{50}{0,005} = 10000 \text{ V/m}$
 $V' = E' h' = 100 = E' \cdot 0,01 \Rightarrow E' = 10000 \text{ V/m}$

$E = \frac{V}{h} = \frac{V}{d} = \frac{100}{0,01} = 10000 \text{ V/m}$

$E = E'$

31



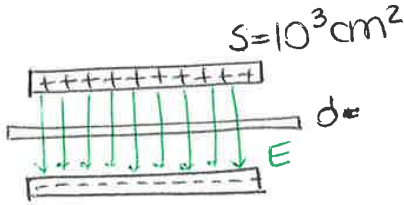
$q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 $R = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $K = 2,5$

- (a) $E_0(P_1) \rightarrow r_1 = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 (b) $E_0(P_2) \rightarrow r_2 = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

DIELETTRICO

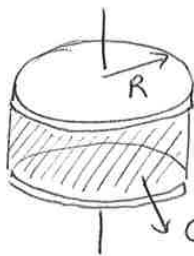
(a) $E_0(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 1,8 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ (b) $E(r) = \frac{E_0}{K} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K r^2} = 8 \cdot 10^4 \text{ V/m}$

32



$V_s = E_s d$
 $C = \epsilon_0 \frac{S}{d} K$ } $q = C \cdot V_s = \epsilon_0 \frac{S}{d} K \cdot E_s d = \epsilon_0 S K E_s$

34



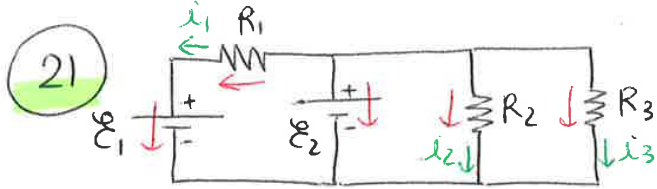
$S = \pi R^2 = \pi (0,04)^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
 $d = 0,5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 completam. riempito di dielettrico. ($K_e = 2,5$)

(a) $\Delta U_e = ?$
 (b) $E = ?$
 (c) $\vec{P} = ?$

(a) $C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d} = 223 \text{ pF}$ $\Delta U_e = \frac{1}{2} (C_0 K) \cdot V_0^2 - \frac{1}{2} C_0 V_0^2 =$

(b) $E = \frac{V_0}{d} = 2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ (c) $\vec{P} = \epsilon_0 (K-1) E = 2,66 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$

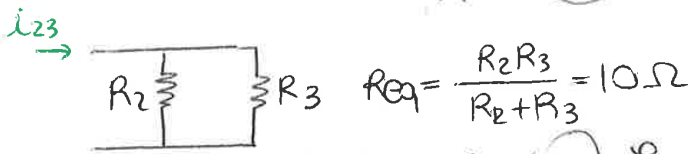
FARNE ALTRI (sempio)



$R_1 = 15 \Omega$ $\epsilon_1 = 1,5 V$
 $R_2 = 30 \Omega$ $\epsilon_2 = 4,5 V$
 $R_3 = 15 \Omega$

(a) $\epsilon_2 = R_1 i_1 + \epsilon_1 \Rightarrow i_1 = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{R_1} = 0,2 A$

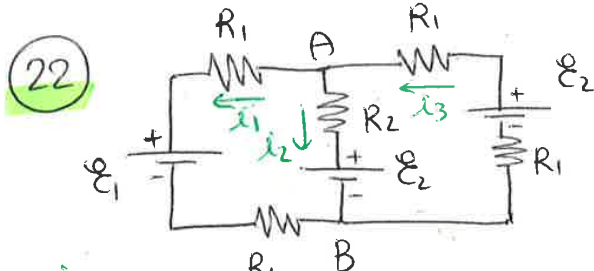
- (a) $i_1, i_2, i_3 = ?$
 (b) P_R dissipata dai resistori?



$R_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 10 \Omega$
 $V_{oc} = R_{eq} i_{23} = \epsilon_2$
 $i_{23} = \frac{\epsilon_2}{R_{eq}} = \frac{4,5}{10} = 0,45 A$

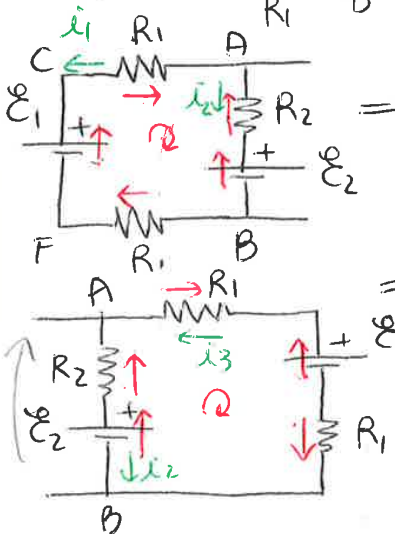
$i_2 = \frac{\epsilon_2}{R_2} = 0,15 A$
 $i_3 = \frac{\epsilon_2}{R_3} = 0,3 A$

(b) $P_{RES} = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + R_3 i_3^2 =$
 $= R_1 i_1^2 + R_{eq} i_{eq}^2 = 2,63 W$
 $P_{GEN} = \epsilon_2 (i_1 + i_{23}) - \epsilon_1 i_1 = 2,63 W$



$\epsilon_1 = 3 V$ $R_1 = 2 \Omega$
 $\epsilon_2 = 6 V$ $R_2 = 4 \Omega$

- (a) $i_1, i_2, i_3 = ?$
 (b) $\Delta V_{AB} = ?$
 (c) $P_R = ?$



$\epsilon_2 - \epsilon_1 + R_2 i_2 - (2R_1) i_1 = 0$
 $\hookrightarrow 6 - 3 + 4 i_2 - 2 \cdot 2 i_1 = 0 \Rightarrow 4 i_2 - 4 i_1 = -3$

$\epsilon_2 - \epsilon_2 - (2R_1) i_3 - R_2 i_2 = 0$
 $\hookrightarrow 6 - 6 - 2 \cdot 2 i_3 - 4 i_2 = 0 \Rightarrow -4 i_3 - 4 i_2 = 0$
 $-i_3 - i_2 = 0$

$i_3 = i_1 + i_2$
 $4 i_2 - 4 i_1 = -3$
 $i_3 + i_2 = 0$
 $\hookrightarrow i_3 = -i_2$
 $= 0,25 A$

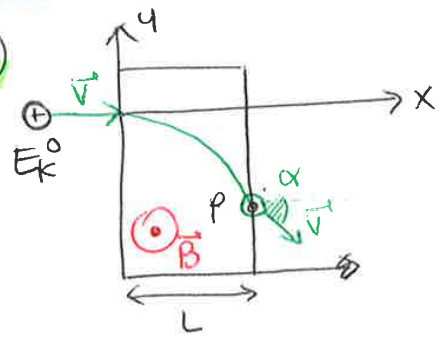
$2 i_2 + i_1 = 0 \rightarrow i_1 = -2 i_2 = -2 \cdot 0,25 = -0,5 A$
 $4 i_2 - 4 i_1 = -3$
 $4 i_2 - 4(-2 i_2) = -3$
 $4 i_2 + 8 i_2 = -3 \rightarrow i_2 = \frac{-3}{12} = -0,25 A$

(b) $V_{AB} - \epsilon_2 - R_2 i_2 = 0$
 $V_{AB} = \epsilon_2 + R_2 i_2 =$
 $= 6 + 4 \cdot (-0,25) = 5 V$

(c) $P_R = (2R_1) i_1^2 + (2R_1) i_3^2 + R_2 i_2^2 = 1,5 W$

CAPITOLO 6 - CAMPO MAGNETICO. FORZA MAGNETICA

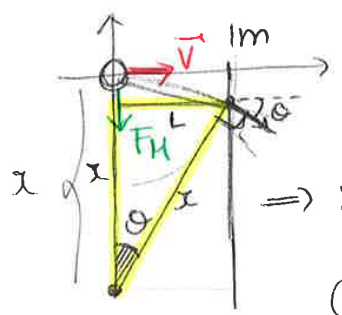
2



$E_k^0 = 50 \text{ MeV} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m_p v^2$
 $B = 0,5 \text{ T}$
 $L = 1 \text{ m}$
 $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-12} \text{ J}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 9,8 \times 10^7 \text{ m/s}$

- (a) $\alpha = ?$
- (b) $y(P) = ?$

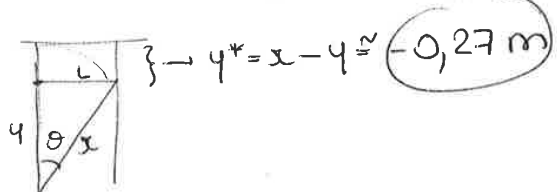
$\vec{F}_H = q \vec{v} \times \vec{B} = (1,6 \cdot 10^{-19}) (9,8 \cdot 10^7; 0,5) = 7,84 \cdot 10^{-12} \text{ N}$
 $F_H = qvB = ma_c = m \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 9,8 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,5} = 20,45 \cdot 10^{-1} = 2,04 \text{ m}$



$v_x = \text{cost}$
 $v_y \neq \text{cost} \Rightarrow F_H = ma_c$

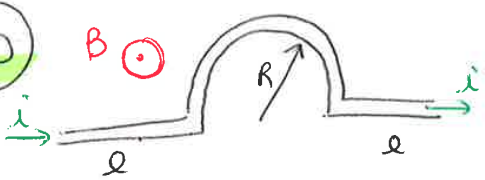
$\Rightarrow \sin \theta = \frac{L}{r} = \frac{1}{2,04} \Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{1}{2,04}\right) \approx 30^\circ$

$(b) \cos \theta = \frac{y}{r} \rightarrow y = r \cos \theta = 2,04 \times \cos 30^\circ = 1,76 \text{ m}$



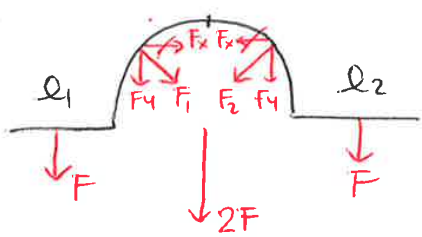
$y^* = x - y = -0,27 \text{ m}$

20



$l = R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$
 $i = 0,5 \text{ A}$
 $B = 0,4 \text{ T}$
 $F = ?$ de agisce rue fib?

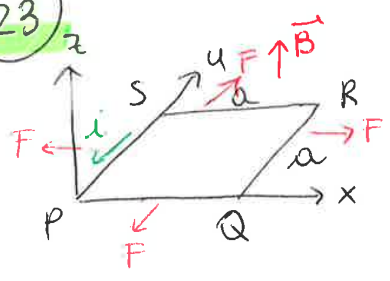
$\vec{F} = i \int d\vec{s} \times \vec{B}$



$\Rightarrow \vec{F} = i l_1 B + i l_2 B + 2 \cdot i \cdot l B$
 $= 4 i l B = 4 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 0,4 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

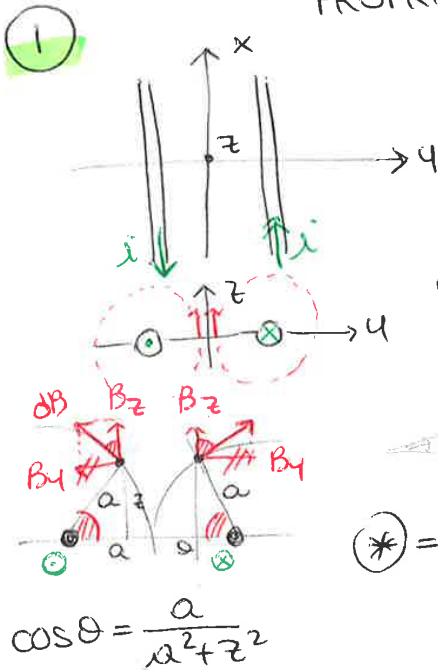
$a = 20 \text{ cm} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,2 \text{ m}$

23



$i = 5 \text{ A}$
 $\vec{B} = \alpha \times \hat{u}_z = 0,2 \times \hat{u}_z$ ($F = ?$)
 $F = i \int d\vec{s} \times \vec{B} = F_{SP} + F_{PQ} + F_{QR} + F_{SR}$
 $= i \int_0^a (\alpha \times \hat{u}_z) \times \hat{u}_x dx + i \int_0^a (\alpha \times \hat{u}_z) \times \hat{u}_y dy + i \int_0^a (\alpha \times \hat{u}_z) \times \hat{u}_x dx + i \int_0^a (\alpha \times \hat{u}_z) \times \hat{u}_y dy$
 $= i \alpha^2 \frac{a^2}{2} + i \alpha^2 \frac{a^2}{2} - i \alpha^2 \frac{a^2}{2} - i \alpha^2 \frac{a^2}{2} = 5 \cdot (20 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 0,2 = 0,04 \hat{u}_z \text{ N}$

CAPITOLO 7 - SORGENTI DEL CAMPO MAGNETICO LEGGE DI AMPERE PROPRIETÀ MAGNETICHE DELLA MATERIA



$B(z) = ?$ \vec{B} generato da filo

$B(z) = 2 \cdot \frac{\mu_0 i}{2\pi x} \cos\alpha \hat{u}_z = *$

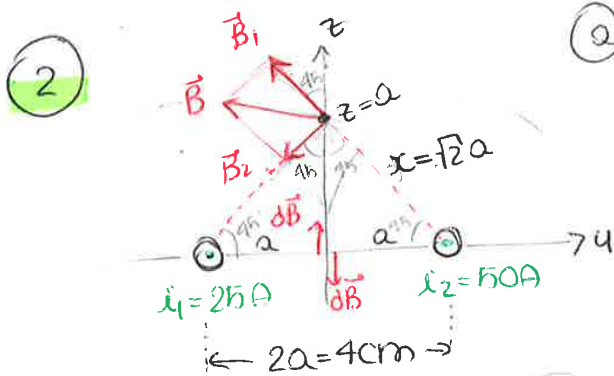
x ke no. due fili

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$
 $B \int ds = \mu_0 i$
 $B \cdot 2\pi x = \mu_0 i \rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}$

$*$ = $\frac{\mu_0 i}{\pi x} \cdot \frac{a}{a^2+z^2} \hat{u}_z$

$\cos\theta = \frac{a}{a^2+z^2}$

perche considero la proiezione lungo z (le componenti lungo x si annullano)

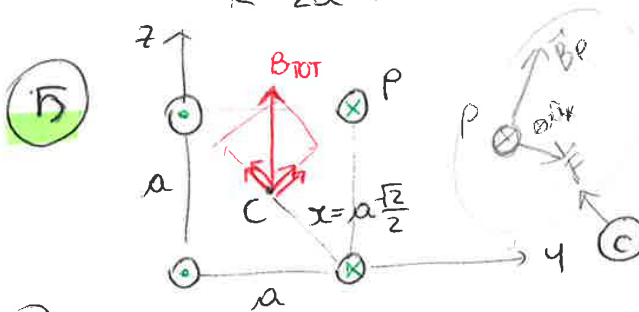


2) $B(z=a) = ?$

$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi a\sqrt{2}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2} \sqrt{2}} = 17,68 \cdot 10^{-5}$

$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi x} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi a\sqrt{2}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2} \sqrt{2}} = 35,35 \cdot 10^{-5}$

$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 39,52 \cdot 10^{-5} = 3,95 \cdot 10^{-4} T$



$a = 20cm = 20 \cdot 10^{-2} m$
 $i = 30A$

$B_C = ?$ $B_P = ?$ $F_e = \text{in } P?$

$\vec{F} = -i \hat{u}_x \times \vec{B}_P =$

\rightarrow forza per unità di lunghezza.

a) $B_C = \frac{\mu_0}{2\pi a\sqrt{2}} \cdot (i_1 + i_2 + i_3 + i_4) \cdot \cos 45^\circ = \frac{\mu_0}{2\pi a\sqrt{2}} \cdot 4i \cdot \cos 45^\circ = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0,1\sqrt{2}} \cdot 4 \cdot 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{10} = 2 \cdot 10^{-4} T$

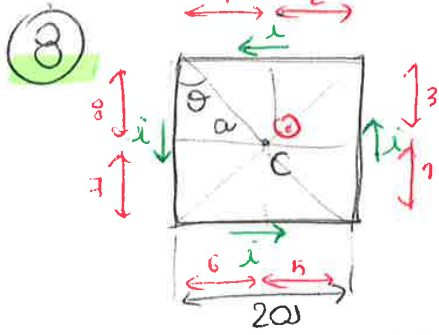
b) $B_P = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{i_1}{a} \hat{u}_3 + \frac{i_2}{\sqrt{2}a} \hat{u}_1 + \frac{i_3}{a} \hat{u}_2 + \frac{i_4}{a} \hat{u}_4 \right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{1}{a} \hat{u}_4 + \frac{1}{a} \hat{u}_4 \right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{2}{a} \hat{u}_4 = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{\pi \cdot 20 \cdot 10^{-2}} \hat{u}_4 = 6 \cdot 10^{-5} T$

$\rightarrow \frac{-i_2 \cos 45^\circ \hat{u}_4}{\sqrt{2}a} = \frac{-i_2 \sqrt{2}}{\sqrt{2}a \cdot 2} = \frac{-i_2}{2a} \hat{u}_4$

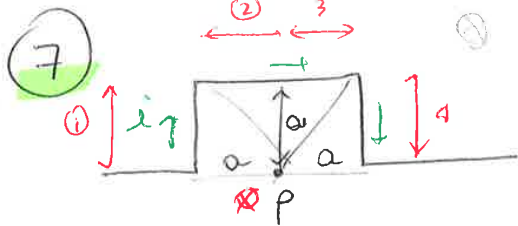
$\rightarrow \frac{+i_2 \sin 45^\circ \hat{u}_z}{\sqrt{2}a} = \frac{+i_2 \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}a \cdot 2} = \frac{i_2}{2a} \hat{u}_z$

$= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} \right) \hat{u}_4 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a} \right) \hat{u}_z \right)$

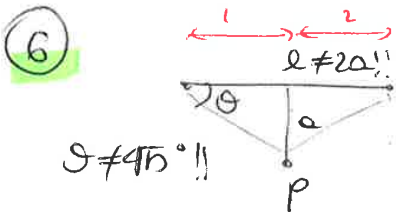
$= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{1}{2a} \hat{u}_4 + \frac{3}{2a} \hat{u}_z \right) = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} (\hat{u}_4 + 3\hat{u}_z) = \frac{(15 \hat{u}_4 + 45 \hat{u}_z)}{\mu T}$



$$B = 8 \times \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot \cos\theta \right) = 8 \times \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot \cos 45^\circ \right) = 8 \times \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} \mu_0 i}{\pi a} \text{ uscente}$$

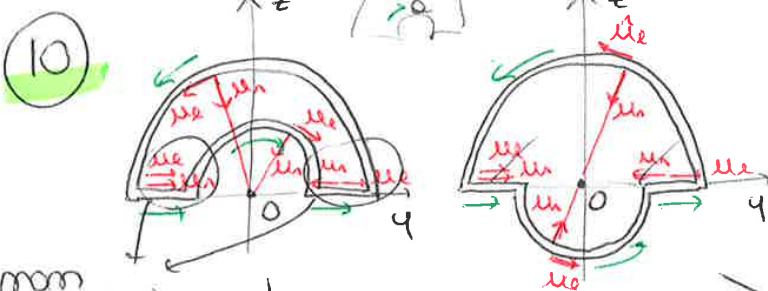


$$B = 4 \times \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot \cos\theta \right) = 4 \times \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} \mu_0 i}{2\pi a} \text{ entrante}$$



~~$$B = 2 \times \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot \cos\theta \right) = \frac{\mu_0 i \sqrt{2}}{2\pi a}$$~~

$$B = 2 \times \left(\frac{\mu_0 i}{4\pi a} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}} \right) \cos\theta$$



- Nei due casi:
- a) $B_0 = ?$
 - b) $m = ?$
- $i = 20 \text{ A}$

non concentriche ↓

$$B_a = \frac{\mu_0 i}{4a}$$

$$B_b = \frac{\mu_0 i}{4b}$$

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_a + \vec{B}_b =$$

$$= -\frac{\mu_0 i}{4a} + \frac{\mu_0 i}{4b} = \frac{\mu_0 i}{4} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot 10^{-7}}{4} \left(\frac{1}{0,15} - \frac{1}{0,10} \right) = -2,09 \cdot 10^{-5} \text{ T} = -21 \cdot 10^{-6} \text{ T} = (-21 \mu\text{T})$$



$S_1 - S_2$

$$\vec{m} = i \cdot S \cdot \hat{u}_n =$$

$$= i \left(\frac{\pi b^2}{2} - \frac{\pi a^2}{2} \right) \hat{u}_x = 0,39 \text{ A m}^2$$

$$B_a = \frac{\mu_0 i}{4a}$$

uscente

$$B_b = \frac{\mu_0 i}{4b}$$

uscente

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_a + \vec{B}_b =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) =$$

$$= \frac{\mu_0 \cdot 10^{-7} \cdot 20}{4} \left(\frac{1}{0,15} + \frac{1}{0,10} \right) =$$

$$= 1,047 \cdot 10^{-4} = 105 \cdot 10^{-6} \text{ T} = (105 \mu\text{T})$$

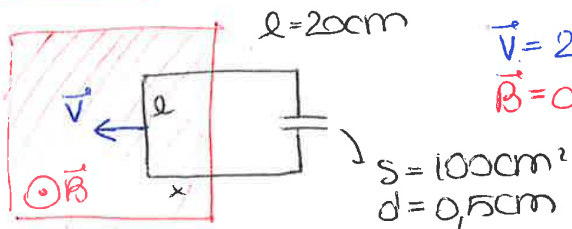
$$\vec{m} = i \cdot S \cdot \hat{u}_n =$$

$$= i (S_1 + S_2) \hat{u}_x =$$

$$= i \left(\frac{\pi b^2}{2} + \frac{\pi a^2}{2} \right) \hat{u}_x = 1,02 \text{ A m}^2$$

CAPITOLO 8 - CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI VARIABILI NEL TEMPO.

2



$l = 20 \text{ cm}$
 $\vec{v} = 2 \text{ m/s}$
 $\vec{B} = 0.5 \text{ T}$

- (a) E (tra le armature del condensatore)?
- (b) q cond.?

$$\text{fem} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} (\int \vec{B} \cdot d\vec{s}) = -\frac{d}{dt} (B \cdot dS) = B \cdot \frac{-dS}{dt} = +B \cdot \frac{d(l \cdot x)}{dt}$$

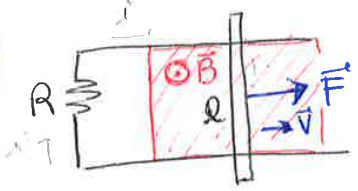
$v = \frac{dx}{dt}$

$$= -B l \cdot v$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{\text{fem}}{d} = \frac{+B l \cdot v}{d} = \frac{0.5 \cdot 0.2 \cdot 2}{0.005} = 40 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$q = C \cdot V = \left(\epsilon_0 \frac{S}{d} \right) \cdot V = \left(8.85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{100 \cdot 10^{-4}}{0.5 \cdot 10^{-2}} \right) \cdot 40 = 7.08 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

3



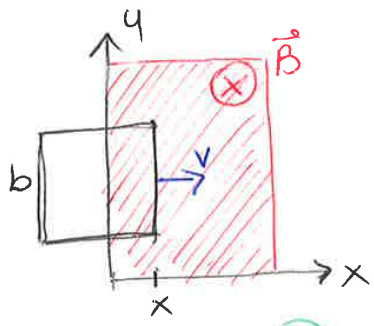
$F = 1 \text{ N}$
 $\vec{v} = 2 \text{ m/s}$
 $\vec{B} = \vec{B}$
 $R = 8 \Omega$

- (a) corrente i che percorre R ?
- (b) P dissipata da R .
 $\hookrightarrow P = Ri$

(a) $P = Ri = F \cdot v = 2 \text{ W}$

(b) $P = Ri^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = 0.25 \text{ A} = 0.5 \text{ A}$

4



$b = 20 \text{ cm} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $m = 4 \text{ g} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
 $R = 25 \Omega$
 $v_0 = 0.04 \text{ m/s} = \text{cost}$
 $B = 0.5 \text{ T}$

- (a) $v(x) = ?$
- (b) v_i (spino completam. immerso) = ?
- (c) W dissipata tra $t=0$ (energie) e quando

(a) $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{B^2 b^2 v}{Rm} = \frac{B^2 b^2}{R} \cdot \vec{v} \Rightarrow v(x) = v_0 - \frac{B^2 b^2}{mR} \cdot x$

$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int ds = B \cdot b \cdot x$
 $\text{fem} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot b \cdot x)}{dt} = -Bb \cdot \frac{dx}{dt} = -Bb \cdot v$

$P = \frac{\text{fem}^2}{R} = \frac{B^2 b^2 v^2}{R} = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (F \cdot v) = \frac{d}{dt} (m a \cdot v) = m \frac{dv}{dt} v$

$P \cdot dt = m v dv$
 $\frac{B^2 b^2 v^2}{R} \cdot dt = m v dv \rightarrow dt = \frac{mR}{B^2 b^2 v} dv$
 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{-B^2 b^2 v}{mR}$