

NUMERO: 2151A

ANNO: 2017

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Aimar Mauro

MATERIA: Stabilita dei pendii - Parte II - Porf. Pirulli

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

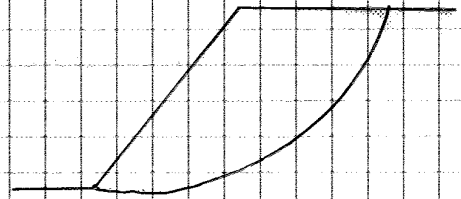
**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

A questo punto, si analizza il caso di superficie di scivolamento curva:

In generale, il problema è staticamente indeterminato e non può essere risolto soltanto con le equazioni della statica dei corpi rigidi.

È possibile schematizzare il problema secondo un UNICO BLOCCO RIGIDO solo in poche situazioni semplici:

- pendio a inclinazione costante
- pendio delimitato superiormente e inferiormente da due tratti orizzontali
- materiale omogeneo



Lo schema di blocco unico può essere risolto secondo due schemi di analisi.

- METODO DI TAYLOR, applicabile solo su superfici di scivolamento circolari.
- METODO DELLA SPIRALE LOGARITMICA, applicabile solo su superfici di scivolamento riconducibili a un arco di spirale logaritmica.

In caso di superficie più complessa, sollecitazioni esterne applicate sul corpo frangente o pendio non semplice, questo metodo non può essere applicato.

Visto che il grosso dei casi ricade in questa situazione, di fatto il metodo basato sull'unico blocco è caduto in disuso.

Oggi si impiega il metodo delle strisce, che può essere adattato a casi complessi come stratigrafia complessa, presenza di falde, carichi complessi e frange con inclinazione variabile.

Il metodo prevede di suddividere il volume in un numero di elementi semplici, detti strisce, di lunghezza finita  $\Delta x_i$ .

L'equilibrio dell'ammasso è ottenuto dall'equilibrio delle singole strisce che lo compongono e il fattore di sicurezza si ricava come somma degli effetti delle singole strisce.

Il metodo prevede la risoluzione di un sistema di equazioni con grandezze note il peso (dalle dimensioni degli elementi e il peso specifico) e le pressioni dell'acqua e

→ INCOGNITE

→  $n$  forze di base  $N_i$

→  $n-1$  componenti normali  $E_i$  sulle facce laterali (ci sono  $n-1$  interfacce)

→  $n-1$  componenti tangenziali  $X_i$  sulle facce laterali

→  $n$  punti di applicazione  $a_i$  delle forze normali di base  $N_i$

→  $n-1$  punti di applicazione  $b_i$  delle forze normali  $E_i$  sulle facce laterali

→ 1 coefficiente di sicurezza  $F_S$

Chiaramente, le forze  $E_{i-1}$  e  $U_{i-1}$  agenti a monte del blocco in esame sono note.

Sono così presenti  $5n-2$  incognite, ma queste possono essere ridotte a

$4n-2$  incognite

se si assume che la componente  $N_i$  agisca alla metà della base (non è un grande errore, siccome  $\Delta x$  è piccolo). In questo modo, il braccio  $a_i$  è noto.

→ EQUAZIONI

A ciascun blocco, secondo il metodo dell'equilibrio limite, si applicano le 3 equazioni di equilibrio del corpo rigido, con un totale di

$3n$  equazioni

Pertanto, la suddivisione in strisce non risolve l'indeterminazione del sistema risolvente e sono necessarie

$n-2$  condizioni supplementari

Se il pendio è in equilibrio, le forze interne si bilanciano tra di loro e la loro somma è nulla. Pertanto, le forze sulle facce laterali non intervengono nel calcolo.

$$\circlearrowleft \sum_i W_i r \sin \alpha_i - \sum_i T_i r_i = 0 \quad \text{Equilibrio a rotazione degli elementi (33)}$$

Il taglio  $T_i$  può essere espresso in funzione del fattore di sicurezza e del taglio resistente e quest'ultimo è scritto secondo il criterio di Mohr - Coulomb.

$$T_i = \frac{T_{Ri}}{FS} = \frac{c' \Delta p_i + N_i \tan \varphi'}{FS} \quad (34)$$

↳  $A = 1 \cdot \Delta p_i = \Delta p_i$  in condizioni di deformazione piana

Si sostituisce all'interno dell'equazione di equilibrio alla rotazione (33) e si ricava il fattore di sicurezza FS.

$$\sum_i W_i r \sin \alpha_i = \sum_i T_i r_i \quad (33)$$

$$\sum_i W_i r \sin \alpha_i = \sum_i \frac{c' \Delta p_i + N_i \tan \varphi'}{FS} r_i = \frac{1}{FS} \sum_i (c' \Delta p_i + N_i \tan \varphi') r_i$$

$$\Rightarrow FS = \frac{\sum_i (c' \Delta p_i + N_i \tan \varphi') r_i}{\sum_i W_i r \sin \alpha_i}$$

$$FS = \frac{\sum_i (c' \Delta p_i + N_i \tan \varphi')}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad \text{Equilibrio alla rotazione dell'ammasso (35)}$$

Nell'espressione del fattore di sicurezza, l'incognita è la forza  $N_i$  e questa si trova solo al numeratore.

Si valuta infine l'equilibrio alla traslazione verticale, a partire dal singolo elemento.

$$W_i + \Delta X_i = W_i + X_{i-1} \rightarrow X_i = T_i \sin \alpha_i + (N_i' + U_{bi}) \cos \alpha_i \quad (39)$$

Si esprime il taglio  $T_i$  secondo l'equazione (34).

$$T_i = \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \quad (34)$$

$$\Rightarrow W_i + \Delta X_i = \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \sin \alpha_i + (N_i' + U_{bi}) \cos \alpha_i$$

Si ricava il fattore di sicurezza.

$$FS = \frac{(c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi') \sin \alpha_i}{W_i + \Delta X_i - (N_i' + U_{bi}) \cos \alpha_i} \quad (40)$$

Si estende l'espressione all'intero ammasso:

$$FS = \frac{\sum_i (c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi') \sin \alpha_i}{\sum_i W_i + \sum_i \Delta X_i - \sum_i (N_i' + U_{bi}) \cos \alpha_i}$$

La somma di  $\Delta X_i$  è nulla.

$$\sum_i \Delta X_i = 0$$

$$\Rightarrow FS = \frac{\sum_i (c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi') \sin \alpha_i}{\sum_i W_i + \sum_i (N_i' + U_{bi}) \cos \alpha_i}$$

$$FS = \frac{\sum_i (c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi') \sin \alpha_i}{\sum_i W_i + \sum_i (N_i' + U_{bi}) \cos \alpha_i} \quad \text{Equilibrio alla traslazione verticale dell'ammasso (41)}$$

Nell'espressione del fattore di sicurezza alla traslazione verticale, l'incognita  $N_i'$  è presente sia al numeratore sia al denominatore.

$$FS = \frac{\sum_i c_u \Delta P_i}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad \text{Equilibrio alla rotazione dell'ammasso in condizioni non drenate (43)}$$

L'equazione non presenta incognite e ciò significa che il fattore di sicurezza alla rotazione è indipendente dalla distribuzione delle tensioni normali alla superficie di scivolamento. Pertanto, il problema è staticamente determinato.

→ EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE ORIZZONTALE

$$\Delta E_i = T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i \quad (36)$$

$$\Delta E_i = \frac{c_u \Delta P_i}{FS} \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i$$

$$\Rightarrow FS = \frac{c_u \Delta P_i \cos \alpha_i}{\Delta E_i + N_i \sin \alpha_i}$$

$$\Rightarrow FS = \frac{\sum_i c_u \Delta P_i \cos \alpha_i}{\sum_i \Delta E_i + \sum_i N_i \sin \alpha_i}$$

" 0

$$FS = \frac{\sum_i c_u \Delta P_i \cos \alpha_i}{\sum_i N_i \sin \alpha_i} \quad \text{Equilibrio alla traslazione orizzontale dell'ammasso in condizioni non drenate (44)}$$

→ EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE VERTICALE

$$W_i + \Delta X_i = T_i \sin \alpha_i + N_i \cos \alpha_i \quad (39)$$

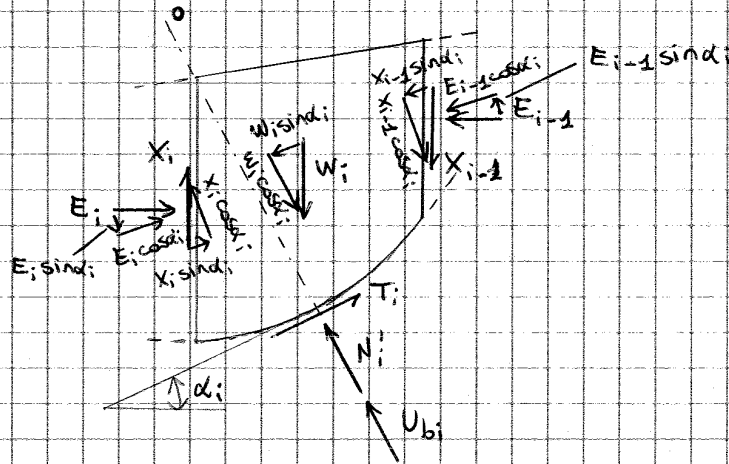
$$W_i + \Delta X_i = \frac{c_u \Delta P_i}{FS} \sin \alpha_i + N_i \cos \alpha_i$$

$$\Rightarrow FS = \frac{c_u \Delta P_i \sin \alpha_i}{W_i + \Delta X_i - N_i \cos \alpha_i}$$

$$\Rightarrow FS = \frac{\sum_i c_u \Delta P_i \sin \alpha_i}{\sum_i W_i + \sum_i \Delta X_i - \sum_i N_i \cos \alpha_i}$$

" 0

Nello specifico, si introduce il metodo di Fellenius:  
 esso è un METODO DELL'EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE e  
 analizza l'equilibrio di un elemento.



Innanzitutto, si applica il metodo al caso di SUPERFICIE DI  
 SCIVOLAMENTO CILINDRICA A DIRETRICE CIRCOLARE:

si imposta l'equilibrio alla rotazione intorno al punto O, ricavando da essa il fattore di sicurezza.

$$F_s = \frac{\sum_i (c' \Delta P_i + N_i' \tan \phi')}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad (35)$$

In seguito, si imposta l'equilibrio alla traslazione nella direzione normale alla base di ciascuna striscia, ricavando  $N_i'$ .

$$\uparrow N_i' + U_{bi} - W_i \cos \alpha_i + \underbrace{(E_{i-1} - E_i)}_{\Delta E_i} \sin \alpha_i - \underbrace{(X_{i-1} - X_i)}_{\Delta X_i} \cos \alpha_i = 0$$

$$N_i' + U_{bi} - W_i \cos \alpha_i + \Delta E_i \sin \alpha_i - \Delta X_i \cos \alpha_i = 0$$

$$\Rightarrow N_i' = W_i \cos \alpha_i - U_{bi} + (\Delta X_i \cos \alpha_i - \Delta E_i \sin \alpha_i) \quad (36)$$

Il metodo introduce un'IPOTESI SEMPLIFICATIVA:

la risultante delle forze inter-striscia non ha componente normale rispetto alla base di ciascuna striscia.

$$\Delta X_i \cos \alpha_i - \Delta E_i \sin \alpha_i = 0 \quad (47)$$



Il metodo di Fellenius è di facile risoluzione, anche manualmente.

Le informazioni richieste sono

- geometria del problema (peso  $W_i$ , spaziatura  $\Delta P_i$ , inclinazione alla base  $\alpha_i$ ).
- caratteristiche di resistenza del materiale  $c', \varphi'$
- distribuzione delle pressioni interstiziali  $u$  lungo la superficie di scivolamento.

Da qui, si costruisce una tabella in cui, per ogni striscia, si valuta la componente normale del peso e quella tangenziale. Tali componenti sono poi sommate per tutte le strisce e si ricava il fattore di sicurezza.

N.	$W_i$	$\sin \alpha_i$	$W_i \sin \alpha_i$	$\cos \alpha_i$	$W_i \cos \alpha_i$	$u_i$	$\Delta P_i$	$U_{bi}$	$N_i' = W_i \cos \alpha_i - U_{bi}$
1									
⋮									
			$\sum W_i \sin \alpha_i$				$L = \sum \Delta P_i$		$\sum N_i'$

$$\Rightarrow F_s = \frac{\sum c' \Delta P_i + \sum (W_i \cos \alpha_i - U_{bi}) \tan \varphi'}{\sum W_i \sin \alpha_i} = \frac{c' L + \tan \varphi' \sum N_i'}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

$(c', \varphi' = \text{cost})$

In seguito, si imposta l'equilibrio alla traslazione nella direzione normale alla base dell' $i$ -esima striscia, ricavando  $N_i'$ .

$$\uparrow \quad N_i' + U_{bi} - W_i \cos \alpha_i - \underbrace{(X_{i-1} - X_i)}_{\Delta X_i} \cos \alpha_i + \underbrace{(E_{i-1} - E_i)}_{\Delta E_i} \sin \alpha_i = 0$$

$$\Rightarrow N_i' = W_i \cos \alpha_i - U_{bi} + (\Delta X_i \cos \alpha_i - \Delta E_i \sin \alpha_i) \quad (46)$$

Il metodo introduce un'IPOTESI SEMPLIFICATIVA:

la risultante delle forze inter-striscia non ha né componente normale né componente tangenziale rispetto alla base a livello globale, cioè si trascurano le forze inter-striscia.

$$\sum_i (\Delta X_i \cos \alpha_i - \Delta E_i \sin \alpha_i) = 0 \quad (51)$$

$$\sum_i (\Delta X_i \sin \alpha_i + \Delta E_i \cos \alpha_i) = 0$$

Di conseguenza, si modificano le espressioni di  $N_i'$  e del fattore di sicurezza.

$$N_i' = W_i \cos \alpha_i - U_{bi} \quad (46')$$

$$\Rightarrow F_s = \frac{\sum_i (c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi')}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad (50)$$

$$= \frac{\sum_i c' \Delta P_i + \sum_i (W_i \cos \alpha_i - U_{bi}) \tan \varphi'}{\sum_i W_i \sin \alpha_i}$$

$$F_s = \frac{\sum_i c' \Delta P_i + \sum_i (W_i \cos \alpha_i - U_{bi}) \tan \varphi'}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad \text{Metodo di Fellenius} \quad (52)$$

Di fatto, si è ottenuta la stessa formulazione rispetto al caso di superficie circolare.

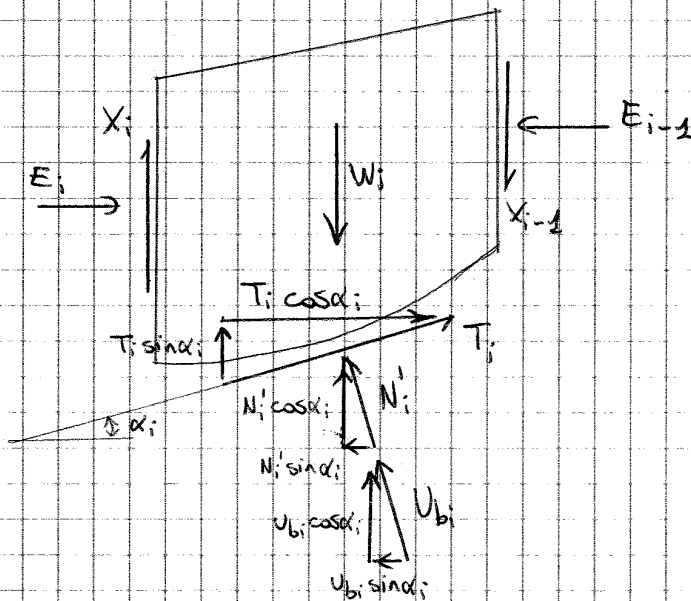
Un altro metodo ~~semplificato~~ è il metodo di Bishop:

esso è un metodo che si applica in caso di SUPERFICIE DI SCIVOLAMENTO CILINDRICA A DIRETTRICE CIRCOLARE.

Il metodo imposta l'equilibrio alla rotazione intorno al punto O, da cui ricava il Fattore di sicurezza.

$$F_s = \frac{\sum (c' \Delta l_i + N'_i \tan \varphi')}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (35)$$

In seguito, si imposta l'equilibrio alla traslazione verticale della striscia, da cui si ricava  $N'_i$ .



$$\uparrow N'_i \cos \alpha_i + U_{bi} \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i - W_i - (x_{i-1} - x_i) = 0 \quad (53)$$

$\Delta x_i$

Si esprime il taglio  $T_i$  in funzione del Fattore di sicurezza.

$$T_i = \frac{c' \Delta l_i + N'_i \tan \varphi'}{F_s} \quad (36)$$

$$\Rightarrow N'_i \cos \alpha_i + U_{bi} \cos \alpha_i + \frac{c' \Delta l_i}{F_s} \sin \alpha_i + \frac{N'_i}{F_s} \tan \varphi' \sin \alpha_i - W_i - \Delta x_i = 0$$

$$N'_i \left( \cos \alpha_i + \frac{1}{F_s} \tan \varphi' \sin \alpha_i \right) + U_{bi} \cos \alpha_i + \frac{c' \Delta l_i}{F_s} \sin \alpha_i - W_i - \Delta x_i = 0$$

→ lungo i lati delle strisce, il criterio di rottura deve essere rispettato.  
 In altri termini, la componente di taglio  $X_i$  deve essere inferiore a  $X_r$ , ottenuto secondo il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

$$X_i \leq X_r = c' h_i + E_i' \tan \varphi'$$

→ le forze normali  $E_i'$  devono cadere nel terzo medio del lato considerato.

In alternativa, si ricorre al metodo di Bishop semplificato: esso è un metodo dell'equilibrio rotazionale che assume nulle le forze inter-striscia di taglio.

$$X_i = 0 \quad (56)$$

Se Fellenius assume completamente nulle le forze inter-striscia, Bishop assume che queste siano orizzontali.

Di conseguenza, si ottiene una nuova espressione del fattore di sicurezza.

$$F_s = \frac{\sum_i \frac{1}{m_{\alpha,i}} [c' b_i + (W_i - U b_i \cos \alpha_i) \tan \varphi']}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \quad \begin{array}{l} \text{Metodo di Bishop} \\ \text{semplificato} \\ (57) \end{array}$$

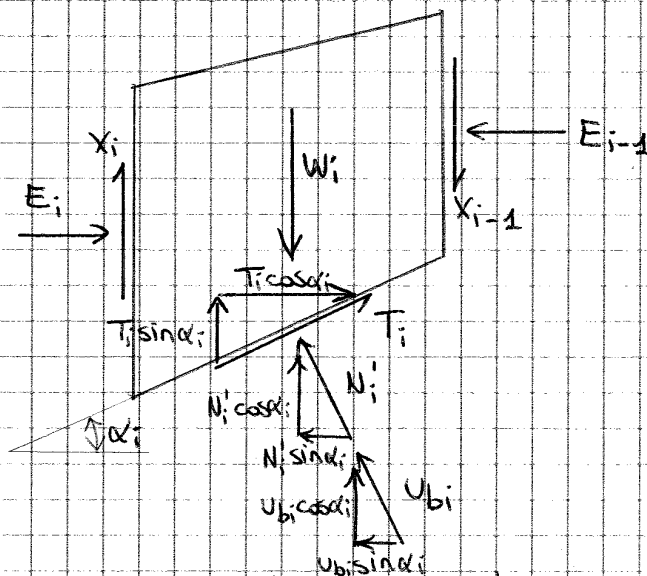
Tale metodo prevede sempre una formulazione implicita del fattore di sicurezza e, per risolverla, si adotta un METODO ITERATIVO

- 1) Come valore di partenza, si utilizza il fattore di sicurezza calcolato con il metodo di Fellenius (anche se è una sotto stima - serve giusto per iniziare). Questo è moltiplicato per 1,1 o 1,2, a seconda dei casi.
- 2) Dal fattore di sicurezza, si calcola  $m_{\alpha,i}$ . Di fatto, si utilizza un abaco dove, per ogni striscia, si entra con la relativa inclinazione  $\alpha_i$  (positiva verso monte, negativa verso valle), si seleziona la curva in base al fattore di sicurezza e si esce con  $m_{\alpha,i}$ .

Si introduce ora il metodo di Janbu:

esso è un metodo dell'equilibrio delle forze, che si applica in presenza di SUPERFICIE DI SCIVOLAMENTO DI FORMA QUALUNQUE.

In questa situazione, si ignora l'equazione di equilibrio alla rotazione e, a livello di incognite, ciò equivale a trascurare il punto di applicazione delle forze interstriscia nell'insieme delle incognite.



Il bilancio del sistema di equazioni diventa così il seguente.

→ INCOGNITE

→  $n$  sforzi normali  $N_i$

→  $n-1$  componenti normali  $E_i$

→  $n-1$  componenti tangenziali  $X_i$

→ 1 coefficiente di sicurezza  $F_S$

⇒  $3n-1$   
incognite

→ EQUAZIONI

A ciascun blocco, si applicano le due equazioni di equilibrio alla traslazione.

$2n$  equazioni

Si nota che restano delle incognite sovrabbondanti.

$n-1$  incognite sovrabbondanti

Si imposta poi l'equilibrio alla traslazione orizzontale della striscia.

$$\leftarrow \underbrace{E_i - 1 - E_i}_{\Delta E_i} - T_i \cos \alpha_i + N_i' \sin \alpha_i + U_{bi} \sin \alpha_i = 0 \quad (61)$$

Si esprime il taglio  $T_i$  in funzione del fattore di sicurezza.

$$T_i = \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \quad (64)$$

$$\Rightarrow \Delta E_i - \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \cos \alpha_i + (N_i' + U_{bi}) \sin \alpha_i = 0$$

Dall'equazione (58), si può ricavare il membro a destra.

$$W_i + \underbrace{\Delta X_i}_0 = N_i' \cos \alpha_i + U_{bi} \cos \alpha_i - \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \sin \alpha_i = 0 \quad (58)$$

$$\Rightarrow N_i' + U_{bi} = \frac{1}{\cos \alpha_i} W_i - \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \tan \alpha_i \quad (62)$$

Si sostituisce l'uguaglianza (62) in (61)

$$\Delta E_i - \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \cos \alpha_i + W_i \tan \alpha_i - \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \frac{\sin^2 \alpha_i}{\cos \alpha_i} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta E_i - \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \frac{1}{\cos \alpha_i} + W_i \tan \alpha_i = 0 \quad (63)$$

Si ricava da qui l'espressione del Fattore di sicurezza.

$$FS = \frac{(c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi') \cdot \frac{1}{\cos \alpha_i}}{W_i \tan \alpha_i + \Delta E_i} \quad (64)$$

Si estende all'intero ammasso.

$$FS = \frac{\sum_i (c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi') \cdot \frac{1}{\cos \alpha_i}}{\sum_i W_i \tan \alpha_i + \sum_i \Delta E_i} \quad (65)$$

A meno di forze esterne, la somma delle forze interstriscia è nulla e dunque

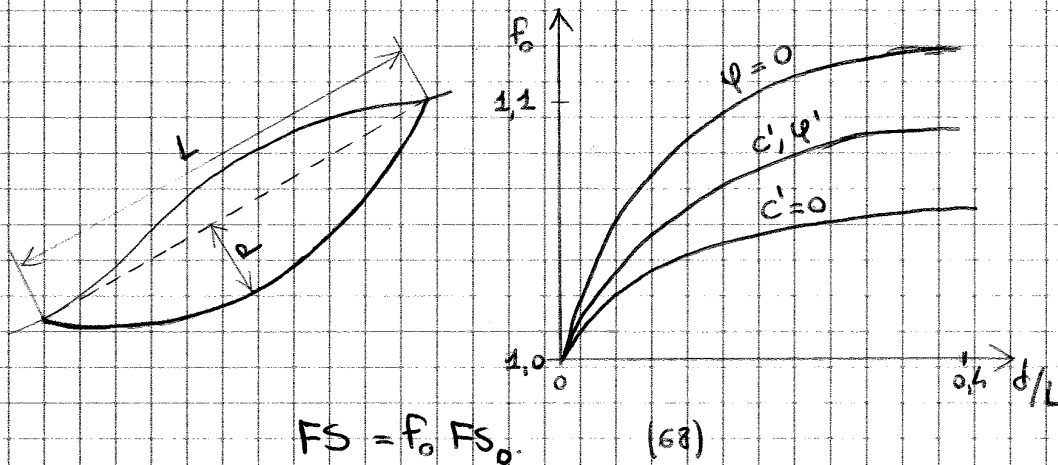
$$F_s = \frac{\sum_i [c'_i b_i + (w_i - U_{b_i} \cos \alpha_i) \tan \varphi'_i] \cdot \frac{1}{n_{\alpha_i}}}{\sum W_i \tan \alpha_i} \quad \text{Metodo di Janbu (67)}$$

Il metodo di Janbu fornisce una formulazione implicita del fattore di sicurezza e si risolve secondo un processo iterativo.

Essendo un metodo dell'equilibrio delle forze, il metodo di Janbu in teoria si applica bene su una superficie di scivolamento di forma qualunque.

D'altra parte, il metodo sottostima il fattore di sicurezza e Janbu ha proposto un abaco che restituisce un fattore di correzione  $f_0$  da applicare al valore del fattore di sicurezza calcolato secondo il metodo (67).

Il fattore dipende dal rapporto tra approfondimento ed estensione longitudinale e dalle caratteristiche di resistenza (condizioni drenate, non drenate e suolo puramente attritivo).



Si esprime il taglio in funzione del fattore di sicurezza.

$$T_i = \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} \quad (36)$$

Si sostituisce nell'equazione (71) e si ricava la risultante  $Q_i$ .

$$W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos(\alpha_i - \vartheta) - \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} = 0 \quad (71)$$

$$\Rightarrow Q_i \cos(\alpha_i - \vartheta) = \frac{c' \Delta P_i + N_i' \tan \varphi'}{FS} - W_i \sin \alpha_i \quad (71)$$

Si esplicita lo sforzo normale  $N_i'$ , sfruttando l'equazione (70).

$$N_i' = W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin(\alpha_i - \vartheta) - U_{bi} \quad (70)$$

$$\Rightarrow Q_i \cos(\alpha_i - \vartheta) = \frac{1}{FS} c' \Delta P_i + \frac{1}{FS} (W_i \cos \alpha_i - Q_i \sin(\alpha_i - \vartheta) - U_{bi}) \tan \varphi' - W_i \sin \alpha_i \quad (71)$$

$$Q_i \cos(\alpha_i - \vartheta) = \frac{1}{FS} c' \Delta P_i + \frac{1}{FS} (W_i \cos \alpha_i - U_{bi}) \tan \varphi' +$$

$$- \frac{1}{FS} Q_i \sin(\alpha_i - \vartheta) \tan \varphi' - W_i \sin \alpha_i$$

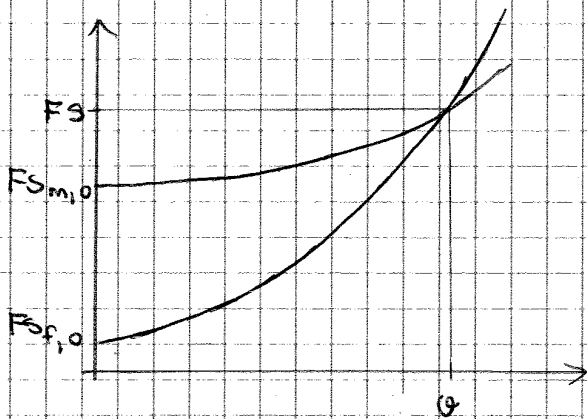
$$Q_i \left[ \cos(\alpha_i - \vartheta) + \frac{1}{FS} \sin(\alpha_i - \vartheta) \tan \varphi' \right] = \frac{1}{FS} c' \Delta P_i + \frac{1}{FS} (W_i \cos \alpha_i - U_{bi}) \tan \varphi' +$$

$$- W_i \sin \alpha_i$$

$$\Rightarrow Q_i = \frac{\frac{1}{FS} c' \Delta P_i + \frac{1}{FS} (W_i \cos \alpha_i - U_{bi}) \tan \varphi' - W_i \sin \alpha_i}{\cos(\alpha_i - \vartheta) + \frac{1}{FS} \sin(\alpha_i - \vartheta) \tan \varphi'} \quad (72)$$



Per trovare la soluzione, Spencer ha costruito un grafico assumendo una successione di valori  $\vartheta$  e valutando i corrispondenti valori del fattore di sicurezza  $F_{SF}$  ricavati dal solo equilibrio delle forze e i valori del fattore di sicurezza  $F_{SM}$  ricavati dal solo equilibrio dei momenti.



Tali valori definiscono due curve e il fattore di sicurezza che combina le due condizioni di equilibrio corrisponde al punto di intersezione delle due curve.

La soluzione di Spencer permette di capire anche i limiti degli altri metodi.

#### → METODO DI BISHOP SEMPLIFICATO

Per  $\vartheta = 0$ , il valore ottenuto  $F_{SM,0}$  dall'equazione di equilibrio dei momenti è il valore del fattore di sicurezza ottenuto dal metodo di Bishop semplificato (che considera solo la componente normale delle forze inter-striscia -  $\vartheta = 0$ ).

In realtà, l'inclinazione  $\vartheta$  non è nulla e il fattore di sicurezza varia di conseguenza.

In particolare, il metodo di Bishop semplificato dà una sottostima del fattore di sicurezza, ma la differenza è piccola perché la curva è sub-orizzontale.

Per questo motivo, il metodo di Bishop è attendibile per le superfici circolari.

#### → METODO DI JANBU:

Per  $\vartheta = 0$ , il valore ottenuto  $F_{SF,0}$  dall'equazione di equilibrio delle forze è il valore del fattore di sicurezza ottenuto dal metodo di Janbu (che considera solo la componente normale delle forze inter-striscia -  $\vartheta = 0$ ).

Si può notare che la curva corrispondente al metodo dell'equilibrio delle forze è più inclinata e dunque il metodo fornisce un fattore di sicurezza molto inferiore rispetto al metodo rigoroso.

Di fatto, i metodi operano con la stessa semplificazione ma sfruttano diverse equazioni e ciò comporta diversi effetti sulla stima del fattore di sicurezza.

## II Metodi delle tensioni

Il metodo delle tensioni è un metodo che è in grado di fornire più informazioni, ma richiede la costruzione di un modello più complesso:

il metodo dell'equilibrio limite opera su una o più superfici di scivolamento a scelta dell'utilizzatore e ne verifica il fattore di sicurezza;  
nel metodo delle tensioni, la superficie di rottura non è nota a priori e viene fuori come risultato dell'analisi.

Questo aspetto implica che bisogna dare al codice un modello e informazioni che sono più numerosi e più complessi.  
In particolare, cambia la legge costitutiva.

→ nei metodi dell'equilibrio limite, si usa una legge rigida perfettamente plastica, in cui non c'è processo deformativo fino a rottura.  
In tal modo, ci si focalizza solo sul processo di rottura.

→ nei metodi delle tensioni, la legge costitutiva permette di tenere conto del processo deformativo e, pertanto, è più complessa.  
La legge può essere di tipo elastico (con due parametri -  $E$  e  $\nu$ ) o elasto-plastico, per tenere conto del fatto che il terreno è un mezzo dotato di memoria.  
È chiaro che il metodo ha senso solo se si dispone delle informazioni sulle caratteristiche del materiale.

### VANTAGGI

→ non sono necessarie ipotesi preliminari su forma e posizione della superficie di scivolamento.

→ siccome si tiene conto del processo deformativo, è possibile simulare la rottura progressiva, in cui la superficie di scivolamento si viene a generare progressivamente.  
Nei metodi dell'equilibrio limite, invece, si considera la stessa aliquota di resistenza mobilitata su tutti i punti. Ciò equivale a considerare un fattore di sicurezza medio applicato contemporaneamente su tutta la superficie.

→ è possibile ottenere un quadro dell'evoluzione degli sforzi e delle deformazioni.  
In particolare, si può considerare il fenomeno del creep, che è un processo di rilassamento del materiale in cui avviene deformazione a tensione efficace costante, per effetto delle caratteristiche di viscosità del materiale. Tale processo si evolve nel tempo.

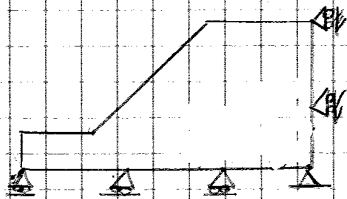
### → metodo agli elementi di contorno (BEM):



Il BEM non discretizza il dominio ma solo il contorno.  
Ciò consente di avere un modello più leggero e di ottimizzare la computazione perché il FEM consente di infatti solo in punti specifici e di usare una spaziatura maggiore nelle zone meno critiche (altrimenti aumenterebbe il tempo computazionale), mentre il BEM localizza la discretizzazione lungo determinate curve e ottimizza i tempi.

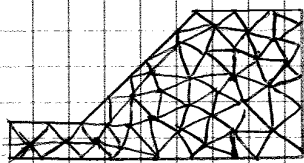
I metodi numerici consentono di pervenire a un risultato più dettagliato ma introducano anche un livello di complessità maggiore, per più motivi.

### → condizioni di vincolo sul contorno



Il metodo valuta il meccanismo deformativo e richiede attenzione nella definizione delle condizioni al contorno, visto che il modello deve essere sufficientemente esteso in modo che i bordi non influiscano il meccanismo. Nel metodo all'equilibrio limite, non valutando il meccanismo deformativo, non occorre fissare le condizioni al contorno.

### → discretizzazione



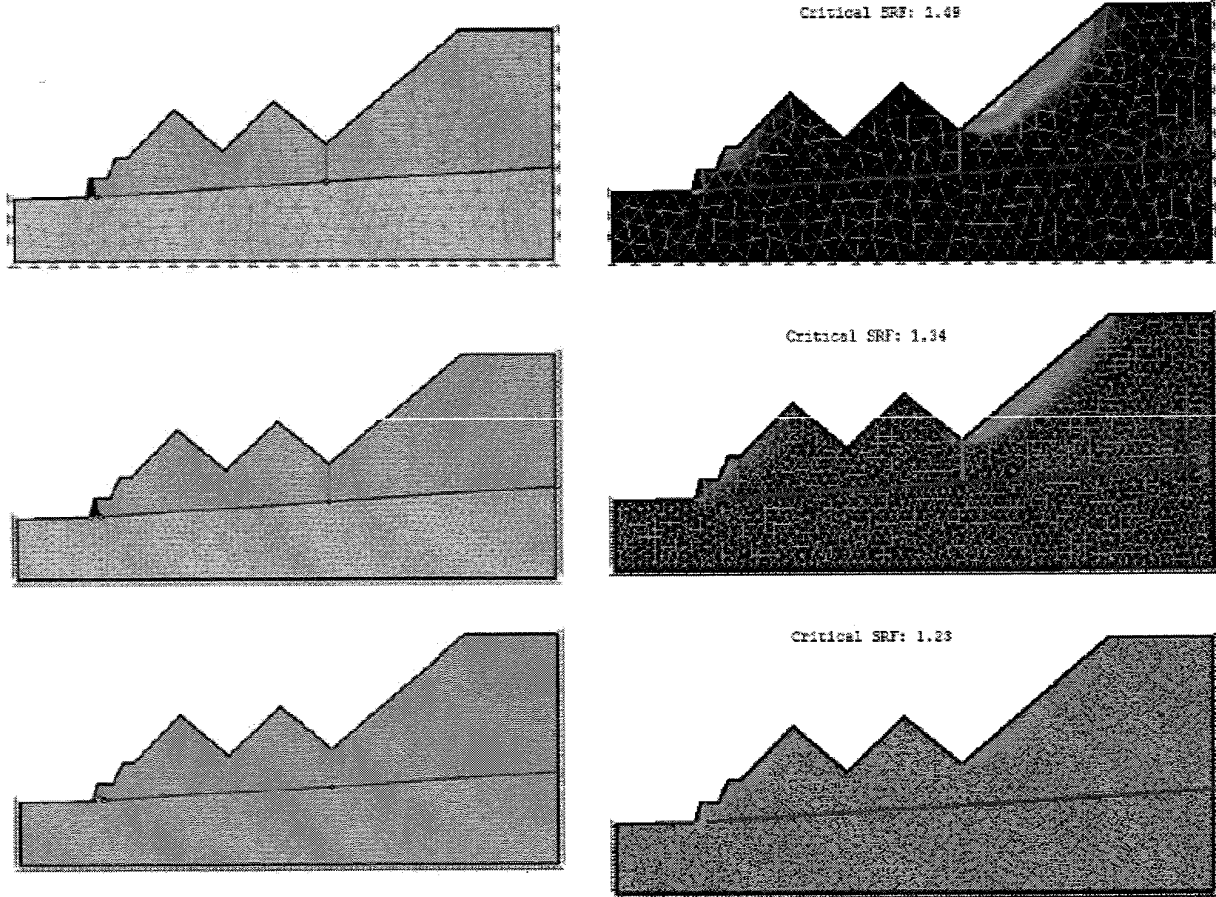
Il metodo numerico risolve il sistema di equazioni su un numero finito di punti, ossia sui nodi della mesh.  
Si come la soluzione è calcolata ai nodi, diventa importante il grado di INFIATIMENTO della mesh.  
In particolare, a uno stesso problema risolto con diversi gradi di affinamento della mesh presenta diversi risultati.

### → definizione della stratigrafia:

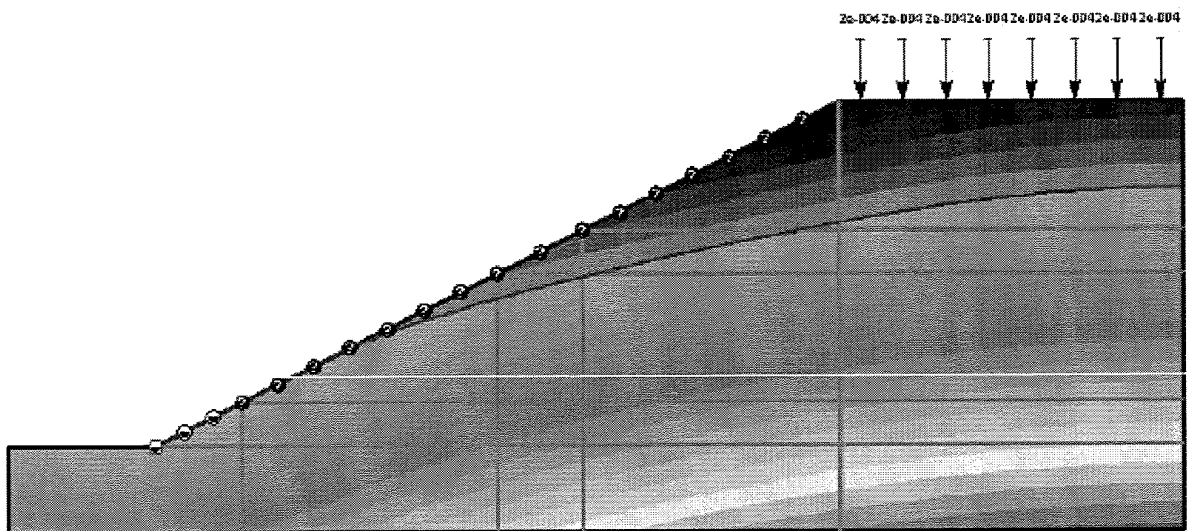
I metodi numerici consentono di suddividere il profilo per tenere conto di stratigrafie complesse.

## ANALISI DEL CONTINUO

### Effetto della maglia di discretizzazione sul risultato



### Analisi dell'infiltrazione



## II.b) Modelli del discontinuo

Il Modello del discontinuo si adotta in presenza di discontinuità e prevede la possibilità di separazione tra i singoli elementi e si valuta cosa succede al loro contatto.

Il modello distingue due componenti, che devono essere caratterizzate.

→ blocchi (matrice rocciosa):

essi sono la parte solida e continua e <sup>possono</sup> essere rigidi o deformabili con deformazioni elastiche o elasto-plastiche.

→ discontinuità:

esse sono caratterizzate in modo diverso a seconda degli obiettivi dell'analisi.

Da una parte, nella fase di evoluzione di caduta blocchi, occorre valutare il comportamento del blocco a contatto con il substrato, in modo da comprendere il comportamento a impatto con il versante. All'impatto, infatti, il blocco può rimbalzare o rotolare e ciò dipende sia dal blocco sia dalle caratteristiche del versante.

Il versante è caratterizzato tramite i coefficienti di restituzione normale  $k$  e tangenziale  $k_s$ , che descrivono il grado di abbattimento della velocità nelle due direzioni. Se entrambi i coefficienti sono unitari, il blocco rimbalza alla stessa velocità con cui arriva.

Dall'altra parte, si può essere in presenza di un processo di distacco nel versante lungo una discontinuità. In questo caso, bisogna definire le caratteristiche di resistenza della discontinuità, in riferimento a un criterio di rottura del tipo

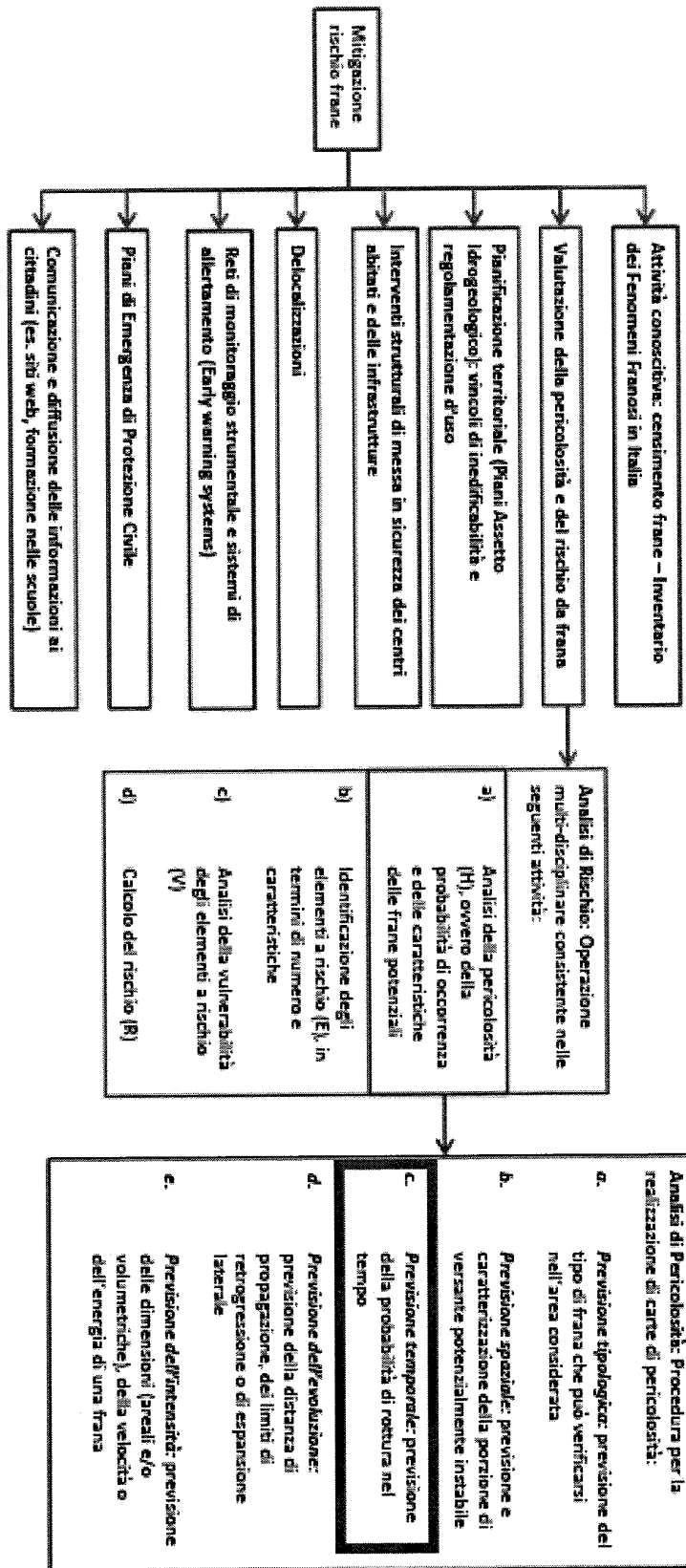
$$\tau_r = E_n \tan \varphi$$

Si possono usare 3 valori di angolo di resistenza al taglio

➤ ANGOLO DI PICCO:

esso non è una caratteristica di resistenza del materiale perché dipende dal livello tensionale, oltre che dalla rugosità della superficie di discontinuità e dalla resistenza a compressione del materiale che la costituisce.

## SCHEMA DI MITIGAZIONE DEL RISCHIO FRANE



La modalità con cui avviene la previsione temporale si lega alla definizione di pericolosità, che è la probabilità di occorrenza di un fenomeno potenzialmente instabile in una certa area e in un certo istante.

Pertanto, la previsione temporale non definisce l'istante di tempo al quale si instabilizza il volume ma come probabilità di occorrenza  $P$  di un evento franoso di intensità  $I$ , nell'intervallo di tempo di 1 anno.

Da qui si può definire il periodo di ritorno  $T$  come

$$T = \frac{1}{P}$$

L'intensità potrebbe essere espressa in termini di volume coinvolto nel fenomeno franoso.

D'altra parte, sono più pericolosi fenomeni <sup>di</sup> piccole dimensioni e molto rapidi rispetto a fenomeni di grandi dimensioni e molto lenti. Pertanto, l'elemento volumetrico non è l'unico elemento distintivo ed è importante anche la velocità, che incide sulla possibilità di fuga.

Dalla probabilità di occorrenza, si definiscono la pericolosità e il rischio:

occorre tenere conto che fenomeni a uguale probabilità di occorrenza possono presentare un diverso grado di pericolosità e l'associazione tra i due parametri non è semplice. Esistono due schemi di valutazione della pericolosità

→ criterio di Del Prete, valido per fenomeni lenti.

$$H = P$$

→ criterio di Fell, valido per diversi tipi di frana.

$$H = P \cdot I$$

$I$  = intensità come volume di massa franata

Ai due criteri si associa un sistema di classificazione della pericolosità di un fenomeno, che si lega al periodo di ritorno.

Chiaramente, la classificazione può essere fatta solo una volta individuate le caratteristiche del fenomeno (lento o veloce).

La valutazione della probabilità di occorrenza avviene secondo due approcci.

→ approccio statistico

L'approccio statistico non considera la fisica del problema ed esegue una semplice analisi statistica su una serie storica.

Da una parte, si possono analizzare serie storiche relative agli effetti, ossia serie temporali su EVENTI FRANOSI avvenuti in una zona.

In questo caso, il parametro chiave è la frequenza annua degli eventi franosi in un periodo di  $N$  anni, definito come rapporto tra il numero  $n$  di eventi e il numero  $N$  di anni a disposizione.

$$f(N) = \frac{n}{N}$$

Se il numero  $N$  di anni monitorati è sufficientemente lungo, si può confondere la frequenza annua con la probabilità di occorrenza. Da qui, seguendo la definizione di Del Prete, si può calcolare la pericolosità in un periodo di  $N$  anni.

$$H(N) = P(N) =$$

$$= 1 - P(\bar{N}) =$$

$$= 1 - \bar{P}^N =$$

$$= 1 - (1 - P)^N = 1 - (1 - P)^N$$

$$H(N) = 1 - (1 - f)^N, \quad N \text{ elevato}$$

$P(N)$  = probabilità di occorrenza in  $N$  anni

$P(\bar{N})$  = probabilità di non occorrenza in  $N$  anni

$\bar{P}$  = probabilità di non occorrenza in 1 anno

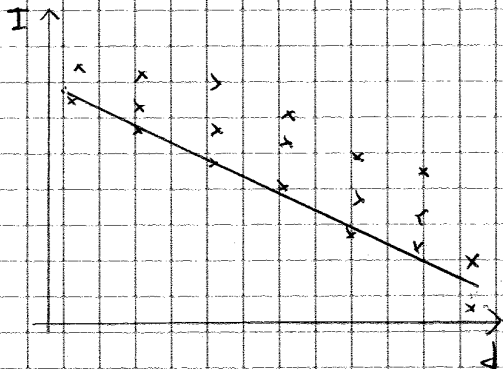
Se il numero  $N$  è piccolo rispetto al periodo di ritorno  $T$  (eventi rari rispetto al numero di anni considerato) - si perde l'informazione relativa al fenomeno, la pericolosità si calcola come prodotto tra numero di anni e probabilità di occorrenza.

$$H(N) = N \cdot P = N \cdot f$$

$$H(N) = N \cdot f, \quad N \ll T$$



Una volta verificata la rispondenza, si valuta l'entità delle piogge che hanno portato l'innescò del fenomeno franso. In questo modo, a ogni fenomeno franso si associa una pioggia, avente una certa durata e intensità.



Nel grafico, ogni punto rappresenta una coppia di intensità e durata della precipitazione associata a un evento. La retta rappresenta, per quel fenomeno, la SOGLIA di precipitazione, alla quale si dà l'allerta:

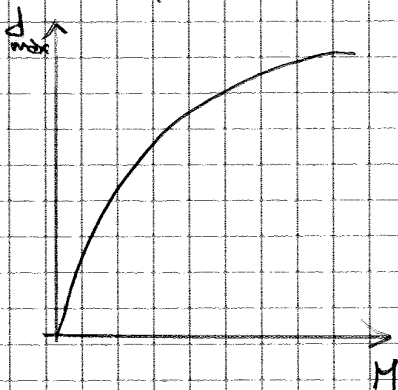
essa è la soglia minima di pioggia alla quale è possibile l'innescò del fenomeno franso.

È accettato che sotto tale soglia ci siano al più 5% del numero di eventi, soprattutto se questi avvengono con intensità bassissime e durate lunghissime.

La definizione della soglia è difficile, soprattutto con pochi eventi, in quanto questa è un'analisi numerica che non tiene conto della fisica dell'evento. Del resto, l'analisi è significativa quando tiene conto di fenomeni simili e concentrati su poche aree (aree diverse hanno materiali diversi e comportamento rispetto alle piogge diversa). Pertanto, questa è un'analisi molto locale.

La definizione della soglia si lega al livello d'allerta e al suo scopo (es. evacuazione).

Passando all'analisi di serie storiche relative ai sismi, si segue sempre un MODELLO EMPIRICO come il modello di Keffer, che abbina la magnitudo del sisma in un'area al possibile innescò di fenomeni di instabilità.



Il grafico confronta i crolli avvenuti in concomitanza di un sisma avente una certa magnitudo ed epicentro localizzato a una certa distanza da dove avviene il crollo stesso.

Sismi di magnitudo inferiore sono abbinati più facilmente a crolli che avvengono a breve distanza dall'epicentro, mentre scosse più forti producono crolli anche a distanze maggiori.

condizione critica.

Il livello di falda critica è indotto da un certo livello di pioggia, detto L'approccio prevede

L'approccio prevede così di individuare un modello d'infiltrazione, che è usato per determinare la pioggia che dà luogo all'innalzamento critico del livello di falda.

Da qui si valuta il periodo di ritorno semplicemente guardando nei dati pluviometrici ogni quanto tempo si ripete l'evento di pioggia critica.

In presenza di sisma la valutazione delle condizioni di stabilità del versante può essere fatta con due approcci.

→ analisi pseudostatica:

è l'approccio più semplice, che prevede di applicare una forza statica rappresentativa dell'azione sismica, la cui intensità e direzione sono definite dalla normativa e dipendono dal sito.

Il problema è che tale forza è introdotta come azione permanente, mentre l'azione sismica dura poco tempo.

→ metodo di Newmark:

è un metodo di analisi più sofisticato, che determina lo spostamento del volume instabile in funzione delle accelerazioni variabili nel tempo, ossia dell'accelerogramma.

## Analisi della pericolosità: previsione dell'evoluzione

### 1 Previsione dell'evoluzione:

essa è la previsione della distanza di propagazione, dei limiti di retrogressione o di espansione laterale.

Questo è un aspetto chiave nel dimensionamento strutturale di OPERE PASSIVE, che non impediscono il distacco ma intercettano e riducono gli effetti della massa sul territorio. In alcuni casi, infatti, non è possibile prevenire il distacco e si può solo cercare di limitare l'impatto sul territorio.

In questa situazione, conoscendo la volumetria e il meccanismo di distacco, interessa ricavare l'area potenzialmente impattata dalla massa, la velocità di arrivo e gli spessori coinvolti.

Esistono diversi approcci di modello

→ modelli empirici

→ modelli analitici

→ modelli numerici

Essi sono elencati in ordine di complessità e di capacità del risultato di essere di carattere generale e non specifico di un sito. I metodi empirici, infatti, devono essere adattati di volta in volta al sito in esame mentre i metodi numerici si possono applicare indipendentemente dalle caratteristiche morfologiche del sito.

### 2 Modelli empirici

Un primo approccio è il metodo geomorfologico, che consiste nell'esaminare la zona mediante sopralluoghi e interpretazione di riprese aeree, fotografie satellitari e cartografia tecnica.

Ad es., se ci si focalizza sul fenomeno di caduta massi, il rilievo del territorio restituisce la presenza di blocchi (di cui sono indicate alcune traiettorie), ottenendo così un'indicazione della condizione attuale.

Questa è un'analisi del processo di evoluzione dinamica e, da essa, si può ad es. ricavare la distanza massima aggiunta dai blocchi, per definire il sistema di ritenuta dei blocchi.

Questo è un sistema molto semplice e rapido, ma ha dei limiti.

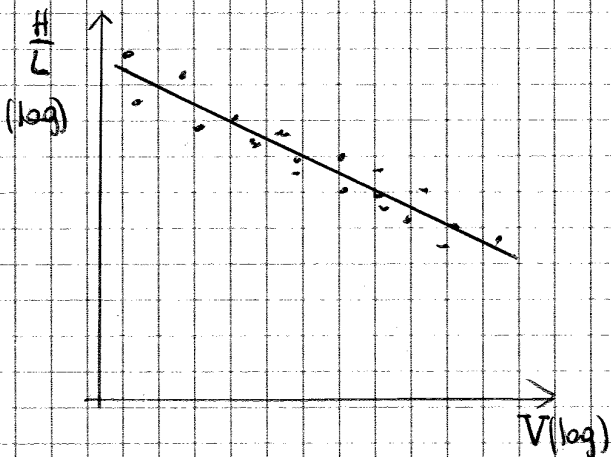
→ il risultato vale solo per il sito specifico perché bisogna leggere il territorio in una specifica area.

$\alpha$  = angolo della congiungente punto proximale - punto distale rispetto all'orizzontale, corrispondente al rapporto tra massima elongazione e massima altezza di caduta. Esso si dice anche travel angle.

$$\tan \alpha = \frac{H}{L}$$

Il travel angle è il parametro chiave per usare i dati disponibili a fini provvisori:

in una zona circoscritta soggetta periodicamente a eventi in cui si assume che sia coinvolto un materiale con le stesse caratteristiche, per ogni evento passato un rilievo fornisce una stima del volume, della massima elongazione e dell'altezza di caduta. A partire da questi dati, come si definiscono l'evoluzione e la distanza di arrivo di un evento potenziale, di cui la volumetria è nota tramite rilievi, monitoraggi e analisi d'innescò, che può avvenire in quel bacino?



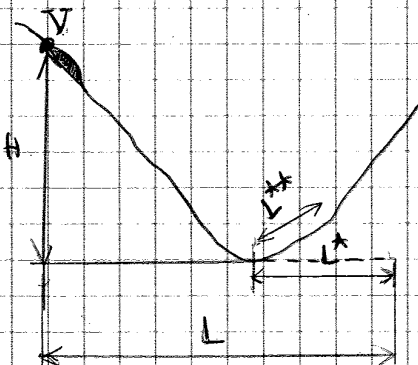
I dati disponibili degli eventi passati sono riportati in un grafico volumetrendenza, dando luogo a una nuvola di punti. Tale nuvola può essere interpolata mediante una retta, avente equazione

$$\log \frac{H}{L} = a \log V + b$$

$b$  = intercetta  
 $a$  = coefficiente angolare

Tale equazione riflette l'evoluzione dell'evento in esame e dipende dalle caratteristiche dell'evento stesso.

Quando poi si analizza un potenziale evento, l'incognita è la massima elongazione  $L$ , mentre l'ALTEZZA  $H$  È VALUTATA IN BASE AL FONDOVALE, poiché a questa corrisponde la massima distanza percorsa.



Infatti, la morfologia di un territorio non prevede in genere un pendio con zona piana, bensì c'è una contropendenza che costringe la massa a risalire. Di conseguenza, la lunghezza  $L^*$  determinata sull'orizzontale è maggiore della lunghezza  $L^{**}$  in risalita, per l'effetto di resistenza della gravità in risalita.

## METODO GEOMETRICO: FORMULE EMPIRICHE

### Corominas, 1996

Rockfalls	$\log (H/L) = - 0.109 \log \text{vol} + 0.210$ $r^2 = 0.759$	→ $L = 1.03 \cdot V^{0.105} \cdot H$
Debris flows	$\log (H/L) = - 0.105 \log \text{vol} - 0.012$ $r^2 = 0.763$	
Earthflows	$\log (H/L) = - 0.070 \log \text{vol} - 0.214$ $r^2 = 0.648$	
Translational slides	$\log (H/L) = - 0.068 \log \text{vol} - 0.159$ $r^2 = 0.670$	

*Debris flows: 71 casi*

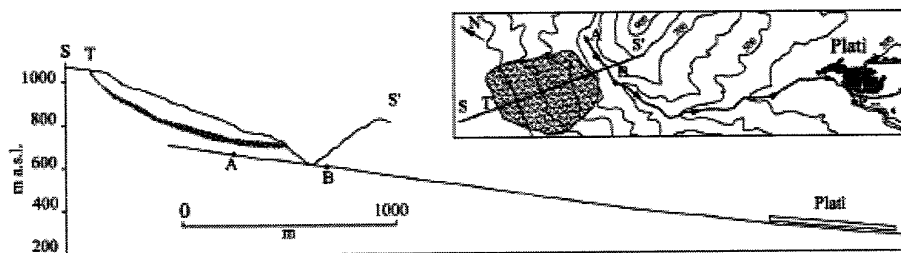
### Rickenmann, 1999

*Debris flows: 160 casi*

$$L = 1.9 \cdot V^{0.16} \cdot H^{0.83}$$

## APPLICAZIONE DEL METODO GEOMETRICO: EVENTO DI PLATI

Il fenomeno di Plati presenta un'area potenzialmente instabile che sovrasta un centro abitato.



Per capire cosa succeda se il volume si instabilizza, si passa dall'informazione areale sulla topografia a un'informazione sezionale.

In questo tipo di analisi, l'obiettivo consiste nello stabilire tre valori di elongazione.

- Zona di distruzione  $D_z$ , che è colpita dalla massa in movimento.
- Zona a rischio  $R_z$ , che è a rischio di essere interessata dalla massa in movimento.
- Zona sicura  $S_z$ , che è sicuramente non toccata dalla massa in movimento.

La zona a rischio si determina come  $L \pm \Delta L$  in quanto, nell'interpolazione dei dati relativi ai diversi eventi, la retta interpolante definisce l'elongazione  $L$  ma, a causa della dispersione dei punti, occorre definire un intervallo di confidenza. In questo modo, la zona a rischio corrisponde al limite superiore e al limite inferiore dell'intervallo di confidenza, definito al 95%, ossia la probabilità che il risultato cada all'interno della fascia è il 95%.

### 3 Metodi analitici

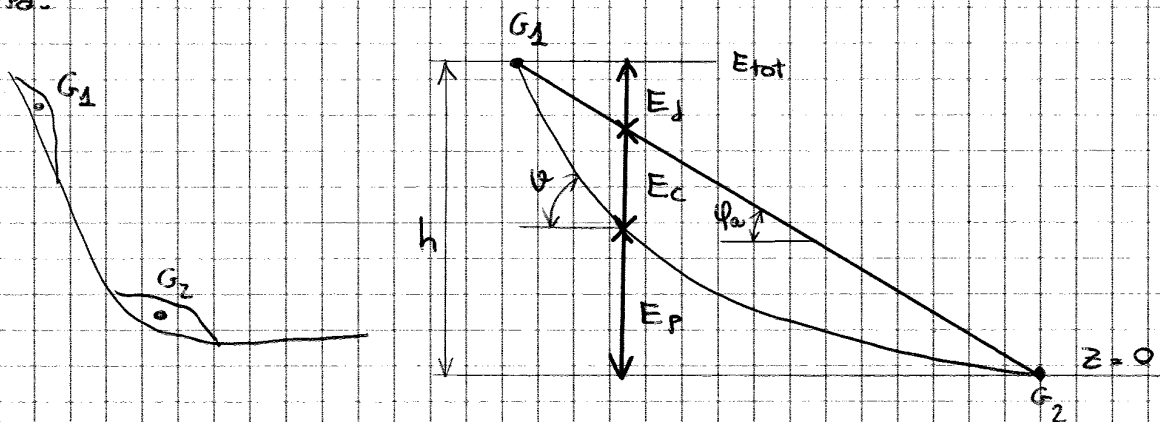
I metodi analitici restituiscono come risultato finale la risoluzione di una formula.

Il più classico è il modello lumped mass, che idealizza il moto della massa come quello relativo allo spostamento di un punto corrispondente al baricentro;

Noti il baricentro nella posizione di innescò e nel deposito, l'analisi segue solo l'evoluzione del baricentro, perdendo l'informazione volumetrica. L'evoluzione del punto è trattata secondo un'ANALISI ENERGETICA, in cui si parte dalla massa  $m$  al tempo  $t=0$  (prima del distacco) posta a un'altezza  $h$  dal piano orizzontale di riferimento e questa ha un'energia potenziale

$$E_p = mgh$$

Man mano che la massa si muove lungo la superficie (in questo caso, l'ascissa curvilinea  $s$ ), al tempo  $t$  il baricentro occuperà una nuova posizione e avrà una nuova energia potenziale. A fine del processo, il baricentro occupa una posizione finale e l'energia potenziale è nulla, come è nulla l'energia cinetica e tutta l'energia è dissipata.



Se si considera la congiungente tra la posizione iniziale e finale del baricentro, all'istante  $t$

- la quota iniziale definisce l'energia totale
- la quota attuale definisce l'energia potenziale

$$E_p = mgh$$

- la distanza tra il profilo e la congiungente rappresenta il contributo di energia cinetica.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Il metodo presenta delle limitazioni:

- siccome si riduce la massa al suo baricentro, si ignora l'area
- si ignora l'informazione circa la natura del meccanismo racchiusa nel parametro  $\phi$ .

## ↳ Modelli numerici:

L'analisi con i metodi numerici prevede il ricorso a un modello, cioè a una semplificazione della realtà e la massa eterogenea può essere schematizzata secondo

→ discontinuo:

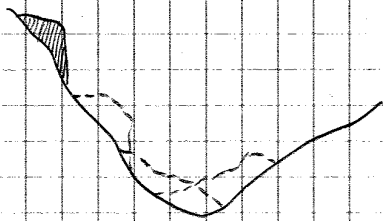
si modellano le singole particelle, preoccupandosi di definire la forma - le particelle sono dei cluster, cioè degli assemblaggi di particelle sferiche -, la dimensione dell'elemento rappresentativo e il numero di particelle.

Il numero di particelle è limitato anche dal solo punto di vista dell'analisi per ridurre l'onere computazionale, poiché il metodo analizza l'interazione tra le particelle.

Malte, occorre calibrare il modello affinché sia rappresentativo.

→ continuo equivalente:

tale metodo non presenta la necessità di definire le particelle e la loro interazione e quindi c'è un livello di semplificazione. D'altra parte, è richiesta la definizione delle caratteristiche del materiale.



L'approccio più semplice prevede di valutare la propagazione di una massa continua che si deforma, in condizioni piane.

Una possibile estensione consiste nell'estrusione del versante nella terza dimensione e di valutare lo scivolamento su un profilo "cilindrico".

I modelli più avanzati considerano una topografia tridimensionale ed eseguono l'analisi del comportamento sulla topografia reale.

Ci si focalizza dunque sui modelli del continuo equivalente:

se si studia una colata detritica, si nota che questa scorre lungo un'incisione e, una volta giunta a fondo valle, deposita subito il materiale più grossolano. Il materiale più fine, invece, continua a muoversi con l'acqua per un certo tratto.

L'analisi del fenomeno di flusso può avvenire secondo due approcci.

→ approccio monofasico:

il sistema è trattato come un unico continuo equivalente e i parametri contengono l'effetto dell'acqua, poiché entrambe le fasi sono presenti in ciascun punto materiale.

→ approccio bifasico:

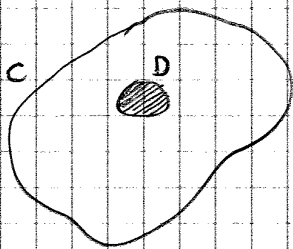
la fase solida e la fase liquida sono trattate come due continui equivalenti separati, specificando equazioni costitutive distinte per le due fasi e per le forze di interazione. In questo caso, un continuo rappresenta l'acqua con viscosità dovuta al contenuto di fine.

L'approccio monofasico non permette di modellare la separazione tra componente grossolana e fine, ma l'approccio bifasico presenta un maggior numero di equazioni da risolvere, un maggior numero di parametri da calibrare e l'introduzione dell'interazione tra le fasi.

Si come l'approccio bifasico richiede più informazioni e tempo di analisi, esso è impiegato solo nella ricerca e in commercio si trovano soltanto codici di tipo monofase.

La modellazione del continuo equivalente monofase prevede di sostituire la massa reale con un continuo e l'impiego del continuo permette di usare le equazioni del bilancio.

→ equazione di conservazione della massa



Dato un sottocorpo  $D$  in un corpo continuo  $C$ , il principio di conservazione della massa impone che la variazione nel tempo della massa del sottocorpo è nulla.

$$\frac{d}{dt} \int_D dm = \frac{d}{dt} \int_D \rho dV = 0$$



$$\nabla \cdot \underline{v} = 0$$

Equazione di conservazione della massa in un fluido incomprimibile

→ equazione della conservazione della quantità di moto

$$\rho \frac{d\underline{v}}{dt} = -\nabla \cdot \underline{\underline{\underline{\sigma}}} + \rho \underline{g}$$

La derivata di velocità può essere espressa nel seguente modo

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v}$$

Siccome la divergenza della velocità è nulla (eqz.), si ottiene

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{v} \otimes \underline{v} \quad \otimes = \text{diadico}$$

$$\Rightarrow \rho \left( \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{v} \otimes \underline{v} \right) = -\nabla \cdot \underline{\underline{\underline{\sigma}}} + \rho \underline{g}$$

$$\rho \left( \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{v} \otimes \underline{v} \right) = -\nabla \cdot \underline{\underline{\underline{\sigma}}} + \rho \underline{g} \quad \text{Equazione di conservazione della quantità di moto in un fluido incomprimibile}$$

Si esplicitano le equazioni.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial v_x^2}{\partial x} + \frac{\partial (v_x v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (v_x v_z)}{\partial z} \right) = - \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right) + \rho g_x$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial (v_y v_x)}{\partial x} + \frac{\partial v_y^2}{\partial y} + \frac{\partial (v_y v_z)}{\partial z} \right) = - \left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \right) + \rho g_y$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial (v_z v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (v_z v_y)}{\partial y} + \frac{\partial v_z^2}{\partial z} \right) = - \left( \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z$$

Il sistema di equazioni che risolve il modello è costituito da 4 equazioni.

In virtù di queste ipotesi, si può omettere la terza equazione della quantità di moto e si riscrivono le restanti in termini di velocità integrate sulla spessore.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_x h}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y h}{\partial y} = 0$$

$$\rho \left( \frac{\partial (\bar{u}_x h)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_x^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{u}_x \bar{v}_y h)}{\partial y} \right) = - \frac{\partial (\bar{E}_{xx} h)}{\partial x} + T_x + \rho g_x h$$

$$\rho \left( \frac{\partial (\bar{v}_y h)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{v}_y \bar{u}_x h)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{v}_y^2 h)}{\partial y} \right) = - \frac{\partial (\bar{E}_{yy} h)}{\partial y} + T_y + \rho g_y h$$

I termini  $T_x$  e  $T_y$  sono l'integrale delle tensioni sulla spessore e dipendono dalla legge reologica.

In questo modo, il sistema si riduce a tre equazioni, cioè un'equazione di conservazione della massa e due equazioni di conservazione della quantità di moto.

Alle equazioni di bilancio bisogna affiancare le EQUAZIONI COSTITUTIVE, cioè le leggi reologiche, che descrivono le proprietà fisiche dei fluidi:

la legge reologica si lega al meccanismo di dissipazione dell'energia, che in generale si deve ad

- attrito alla base
- impatto tra gli elementi
- scarramento tra le particelle

D'altra parte, in un continuo equivalente non esistono particelle e dunque l'unica possibilità di dissipazione è al CONTATTO TRA LA MASSA DEL FLUIDO E IL CONTORNO su cui si muove e gli altri fenomeni sono considerati indirettamente come quota aggiuntiva nella dissipazione al contatto.

In particolare, i termini  $T_x$  e  $T_y$  si esprimono come

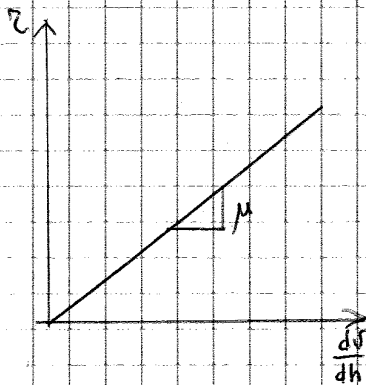
$$T_i = -\tau \frac{v_i}{\|v\|}, \quad i = x, y$$

in modo da indicare che la resistenza del moto ha segno opposto rispetto al vettore velocità.

Il modulo  $\tau$  è definita in funzione del modello reologico e il più semplice è il modello attritivo, che assume che la dissipazione alla base sia dovuta al solo attrito, come se il fluido fosse un corpo rigido che scivola sulla base.

D'altra parte, esistono fenomeni di flusso in cui la viscosità diventa importante, ossia la dissipazione avviene per effetto della viscosità e l'attrito interno è poco importante.

Il modello più semplice che tiene conto della viscosità è il modello di Newton, che è un modello di flusso a viscosità costante, in cui la viscosità non varia al variare della velocità di deformazione.



La legge reologica è rappresentata, nel piano  $z - dv/dh$ , da una retta la cui pendenza è la viscosità  $\mu$ .

$$z = \mu \frac{dv}{dh} \quad \text{Modello di Newton}$$

Per capire il significato di  $dv/dh$ , si considera una piastra avente area di base  $A$  e poggiata su un fluido di spessore  $dh$ .  
Facendo scorrere la piastra, nel fluido si ottiene una distribuzione triangolare delle velocità, con valore  $dv$  al contatto con la piastra.

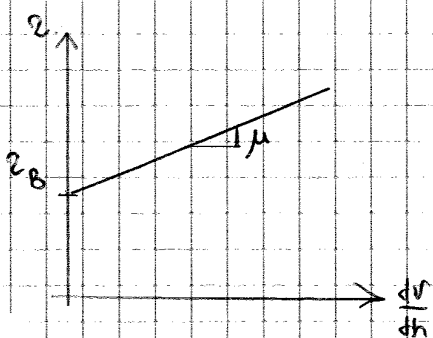
La forza  $T$  applicata per muovere la piastra è la forza necessaria per muovere la piastra a velocità costante su un fluido, alla quale corrisponde lo sforzo

$$z = \frac{T}{A}$$

Tale sforzo, secondo il modello di Newton, dipende dal gradiente della distribuzione delle velocità.

Il modello si basa su uno spessore infinitesimo  $dh$  di fluido perché fa riferimento a un FLUSSO LAMINARE viscoso, ad es. un flusso di acqua mescolata con materiale a grand fine (mud flow).  
In questo caso, il parametro da definire è la viscosità  $\mu$ .

D'altra parte, si può fare riferimento al modello di Bingham.



Secondo tale modello, esiste una fase iniziale alla quale non si registra velocità di deformazione, pur incrementando lo sforzo  $z$ .  
Questo avviene fino alla soglia  $z_B$ , che rappresenta la resistenza iniziale al moto, oltre la quale la legge assume un andamento lineare.

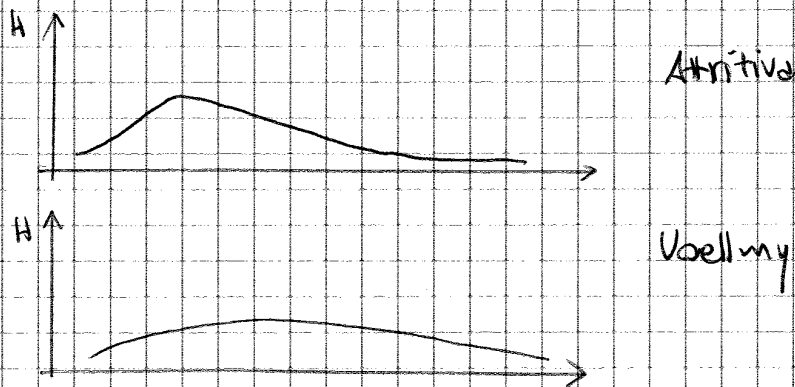
$$z = z_B + \mu \frac{dv}{dh} \quad \text{Modello di Bingham}$$

In questo caso, i parametri da calibrare sono la viscosità  $\mu$  e la tensione

Il modello scelto porta a diverse configurazioni del sito e diversi spessori. Ad es., la reologia attritiva restituisce uno spessore maggiore nella zona prossimale, che poi si riduce verso valle; la reologia di Voellmy restituisce invece una distribuzione di spessori più uniforme.

⇒ si potrebbe ottenere la stessa impronta ma una diversa distribuzione di materiale.

La distribuzione stessa dà indicazioni sulla reologia del materiale e le velocità mantenute nella propagazione.



Inoltre, i metodi del continuo sono applicati ricorrendo a un risolutore e, a parità di equazioni di bilancio e legge reologica, programmi diversi portano risultati diversi, anche se l'intervallo di valori è lo stesso. Questo è un aspetto delicato perché i parametri della legge reologica sono ottenuti mediante analisi a ritroso e dunque bisogna impiegare per la previsione dell'evento lo stesso programma del calcolo dei parametri.

↳ se si cambiasse il programma, pur basandosi sulle stesse equazioni, non ci sarebbe trasferibilità del caso tra un codice e l'altro e i risultati sarebbero diversi.

## Analisi della pericolosità: previsione dell'intensità

### 1. Previsione dell'intensità:

essa è la previsione delle dimensioni areali e/o volumetriche, della velocità o dell'energia di una frana.

Dall'analisi dell'evoluzione, si sono ottenute indicazioni sulla velocità, sull'area di impatto, sugli spessori e sul volume coinvolto. A partire da queste informazioni, si può procedere alla stima dell'intensità.

L'intensità di una precipitazione o di un sisma sono semplici da prevedere perché i pluviometri e i sismometri restituiscono misure dirette. La stima dell'intensità di una frana è invece più complessa perché non esiste un modo univoco per misurarla e si possono seguire più vie.

→ conseguenze sull'incolumità della vita umana:

esiste una tabella che definisce classi di intensità in funzione delle possibili conseguenze e, a ciascuna di esse, attribuisce alcuni fenomeni associati.

→ conseguenze sul quadro economico, in termini di onere degli interventi sul fenomeno.

D'altra parte, questi approcci si legano alle conseguenze del fenomeno sul territorio, ma è più opportuno esprimere l'intensità del fenomeno solo in funzione del cinematismo e delle caratteristiche intrinseche del fenomeno.

→ Velocità:

si definiscono classi di intensità associate a range di velocità (e anche alle conseguenze sul territorio - ora meno importante). Tale classificazione richiede la conoscenza della natura del fenomeno, in termini di tipologia, materiale e stato di attività.

nei fenomeni di rottura a taglio, avviene una transizione dal picco al residuo che si associa a fenomeni di prima attivazione o riattivazione e questo influenza la velocità.

Di fatto, la velocità dipende dalla natura del fenomeno e dallo stato di attività.

→ Volume coinvolto

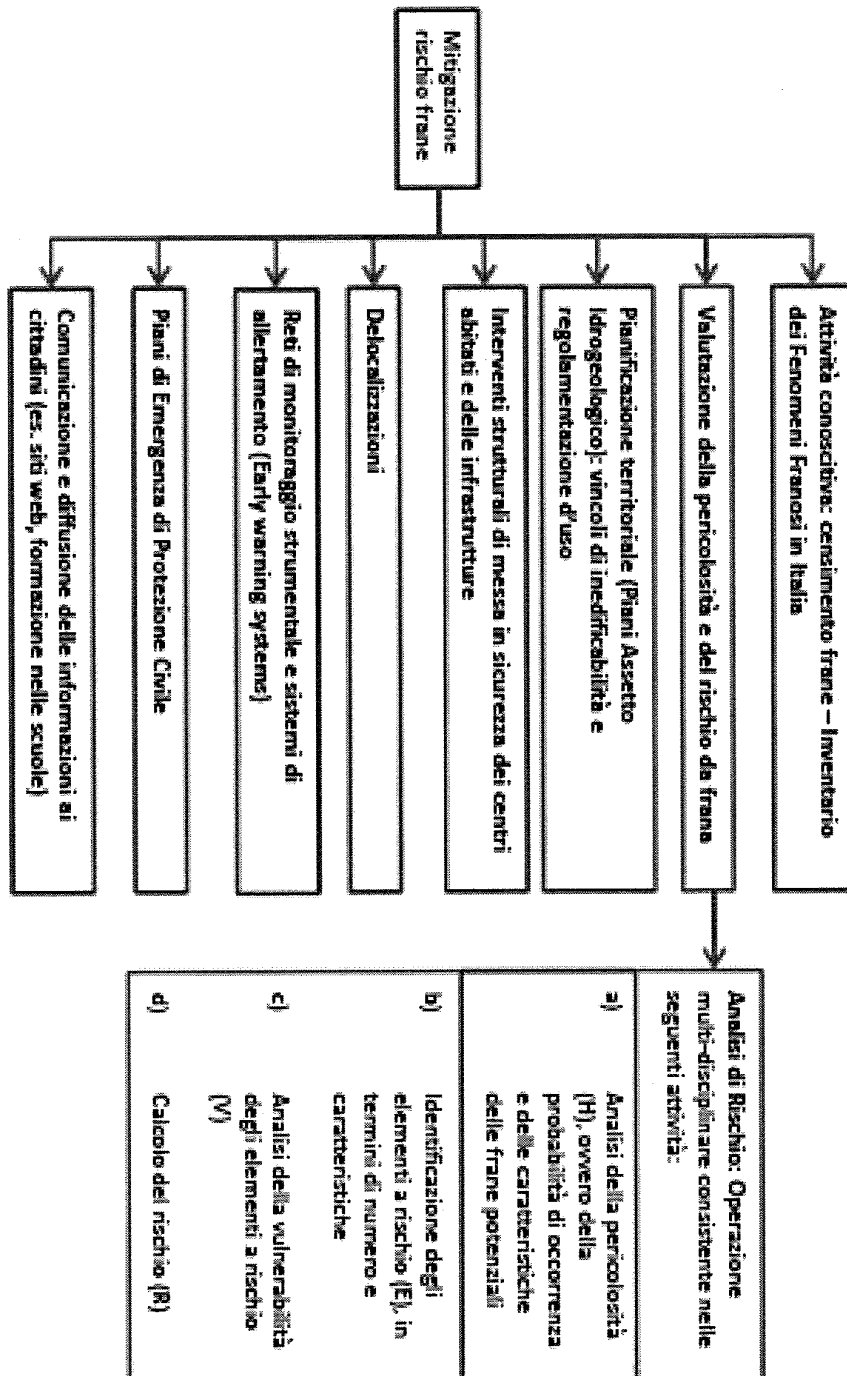
**Classificazione dell'intensità sulla base delle conseguenze: classificazione rispetto alle conseguenze sull'incolumità umana**

<b>Intensità</b>	<b>Possibili conseguenza</b>	<b>Natura del fenomeno</b>
nulla	incidente imp. probabile (tranne conseguenze indotte)	movimenti a cinematica lenta
media	incidenti isolati	crolli isolati
elevata	qualche vittima	crolli, scivolamenti o colate di terra
molto elevata	catastrofe (qualche decina di vittime)	crolli e scivolamenti catastrofici, colate rapide di terra o detrito

**Classificazione dell'intensità sulla base delle conseguenze: classificazione rispetto alle conseguenze economiche**

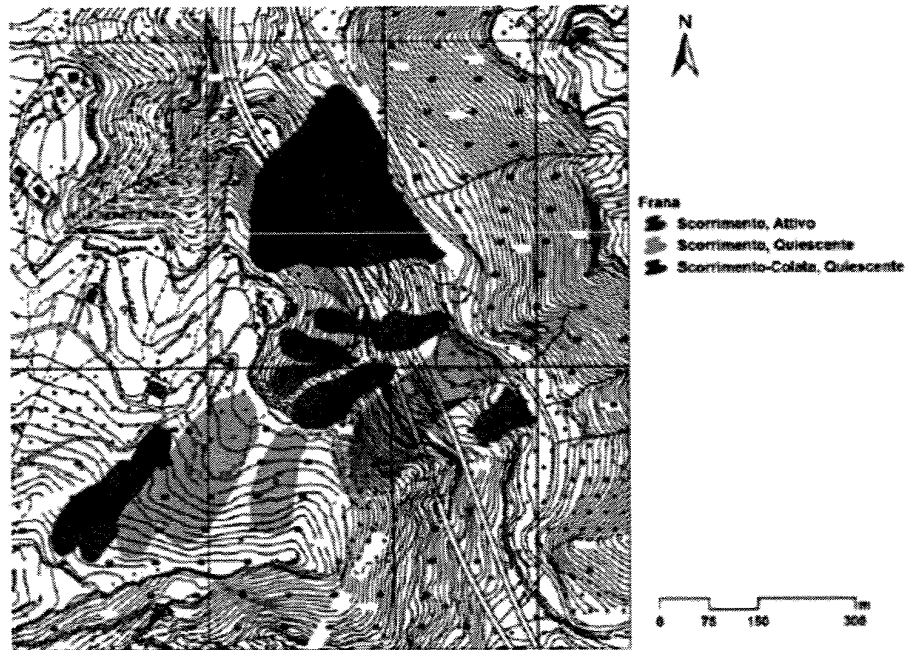
<b>Intensità</b>	<b>Livello delle misure di prevenzione necessarie</b>	<b>Esempio</b>
lieve	10% del valore economico di un'abitazione singola individuale	disgaggio di blocchi instabili
media	intervento tecnico sopportabile per un gruppo ristretto di proprietari: immobili d'abitazione o piccole lottizzazioni	disgaggio o realizzazione di strutture paramassi; drenaggio di una zona instabile di modesta estensione
elevata	intervento tecnico specifico altamente qualificato interessante un'area geografica estesa rispetto all'estensione del lotto abitativo. Costo rilevante.	stabilizzazione di uno scivolamento di terreno di considerevoli dimensioni; consolidamento di una parete rocciosa
molto elevata	non è possibile alcun intervento tecnico ad un costo accettabile per la collettività	scivolamento o crollo catastrofico

## SCHEMA DI MITIGAZIONE DEL RISCHIO FRANE

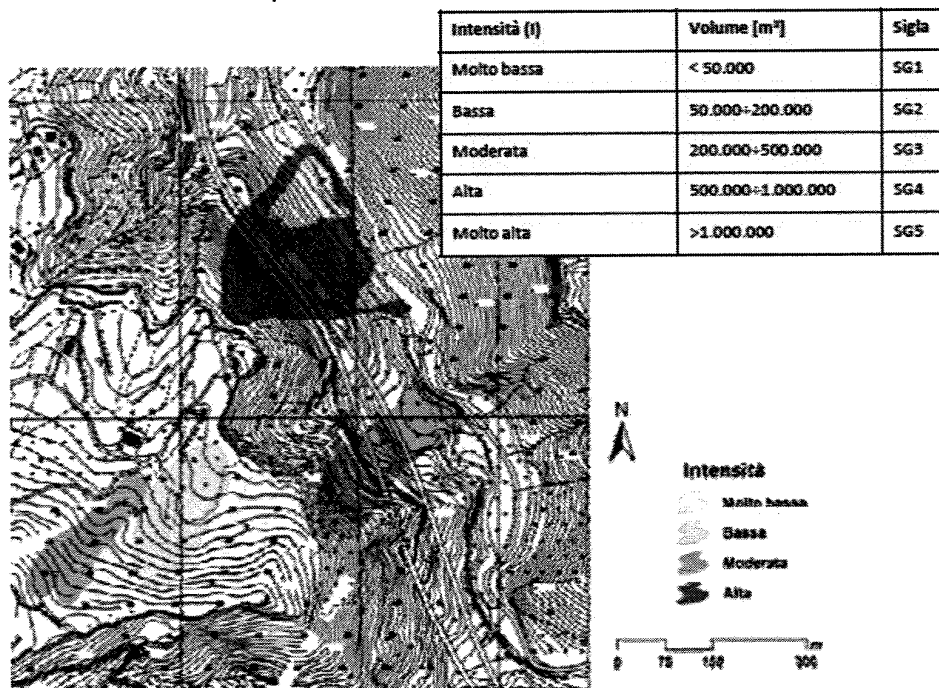


## COSTRUZIONE DELLE CARTE DI PERICOLOSITÀ

1. Delimitazione delle aree in frana, con perimetrazione a posteriori dei fenomeni basata sulla lettura del territorio, con distinzione in funzione della tipologia di movimento e dello stato di attività.

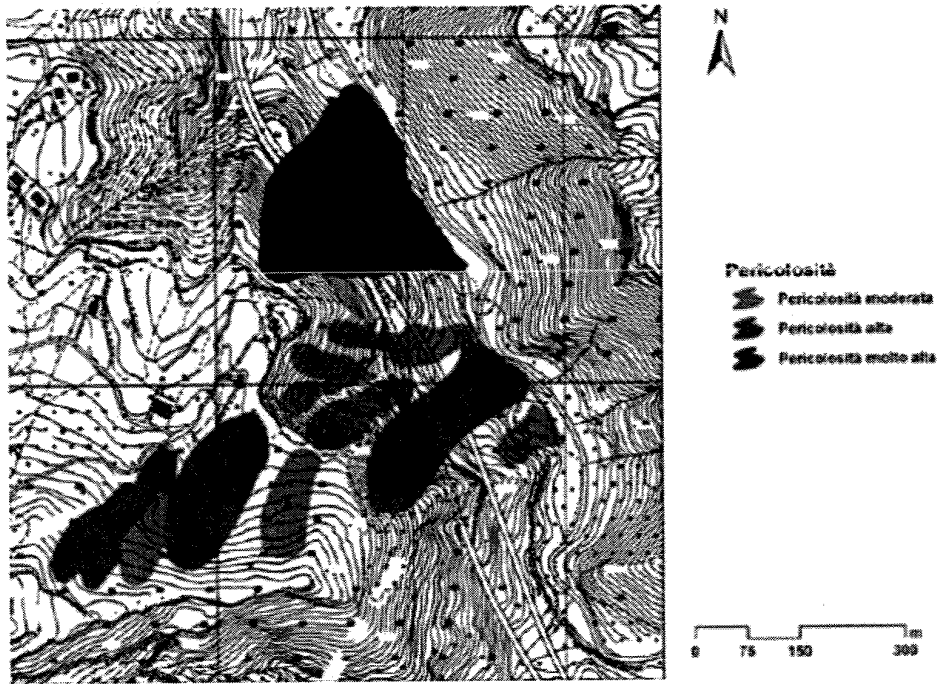


2. Introduzione e applicazione di una scala dell'intensità delle frane, basata ad esempio sul volume di materiale spostato.





### Carta di pericolosità



## Identificazione degli elementi a rischio, analisi della vulnerabilità e calcolo del rischio

### 1 Valutazione del danno:

Una volta calcolata la pericolosità, occorre passare all'aspetto economico.

Questo passo di analisi avviene in due stadi:

→ identificazione degli elementi a rischio  $E$ , in termini di numero, caratteristiche e valore economico.  
Gli elementi a rischio sono persone, beni e/o attività.  
La valutazione può essere effettuata attribuendo un valore ai singoli elementi, per cui il valore è il prodotto tra il costo unitario  $w$  e il numero di unità esposte  $N$ .

$$E = Nw$$

In alternativa, si perimetra un'area  $S$  e si attribuisce un valore medio  $w$  a essa e il valore è il prodotto tra la superficie esposta e il costo unitario.

$$E = Sw$$

In questo modo, si ricava il valore economico della zona.

→ analisi della vulnerabilità degli elementi a rischio  $V$ , che è il grado di perdita a esso per gli elementi a rischio dal verificarsi di un fenomeno naturale di assegnata intensità.  
La vulnerabilità dipende dalla probabilità che l'elemento subisca un danno e dall'intensità del fenomeno.  
Essa è espressa in una scala variabile tra 0 e 1, con

$$0 = \text{nessuna perdita} \quad 1 = \text{perdita totale}$$

A questo punto, è possibile definire il danno  $D$  come aliquota  $V$  del valore  $E$  dell'elemento a rischio che può venire compromessa in seguito al verificarsi di un dissesto ed è prodotto tra il valore dell'elemento a rischio e la vulnerabilità.

$$D = E \cdot V \quad \text{Danno}$$

Alla moltiplicazione, corrisponde una combinazione matriciale di pericolosità e danno, che porta alla definizione di classi di rischio.

Le classi di rischio sono definite nel DL 180 del 11/06/1998:

tale legge definisce 4 classi di rischio e la peggiore è la classe R4 (rischio molto elevato), corrispondente a danni molto gravi.

Tale legge ha introdotto anche il Piano Stralcio per l'assetto idrogeologico (PSAI o PAI), che ha valore di piano territoriale di settore. Esso è lo strumento conoscitivo, normativo e tecnico-operativo mediante il quale sono pianificate e programmate le azioni, gli interventi e le norme d'uso riguardanti la difesa del territorio dal rischio idrogeologico.

Di fatto, il PAI è lo strumento di riferimento per i problemi di stabilità ed è costruito secondo più fasi.

- 1) Individuazione delle aree interessate da dissesti.
- 2) Perimetrazione e valutazione dei livelli di rischio, a partire dalla valutazione del livello di pericolosità dei fenomeni di dissesto e individuazione degli elementi a rischio.
- 3) Programmazione e mitigazione del rischio.

In termini di programmazione, il PAI indica cosa è consentito fare e cosa non, per ogni classe di rischio.

→ classe R4: mitigazione della vulnerabilità, demolizione o messa in sicurezza. Non è possibile costruire nulla.

↳ ciò significa che le aree di classe R4 sono penalizzate e dunque bisogna prestare attenzione nell'attribuzione del livello di rischio.

→ classe R3: non è possibile costruire nulla.

→ classe R2: è possibile costruire, purché si dimostri che gli interventi siano compatibili con il livello di rischio dell'area.

→ classe R1: è possibile eseguire qualunque intervento, purché questo non incrementi il livello di rischio da dissesto del versante.

Inoltre, per gli interventi in zone R4, R3 e R2, è necessario il parere preventivo dell'Autorità di Bacino:

le Autorità di Bacino sono enti introdotti con la Legge 183/89 e

### Classi di elementi a rischio *E*

<b>Classe</b>	<b>Descrizione</b>
E0	Aree disabitate o improduttive
E1	Case sparse, infrastrutture viarie minori, zone agricole o a verde pubblico
E2	Nuclei abitati, insediamenti industriali, artigianali e commerciali minori, infrastrutture viarie minori
E3	Centri abitati parzialmente coinvolti, grandi insediamenti industriali e commerciali, infrastrutture viarie
E4	Centri abitati completamente coinvolti, grandi insediamenti industriali e commerciali, beni architettonici storici e artistici, principali infrastrutture viarie, servizi di rilevante interesse sociale e corsi d'acqua

### Classi di vulnerabilità *V*

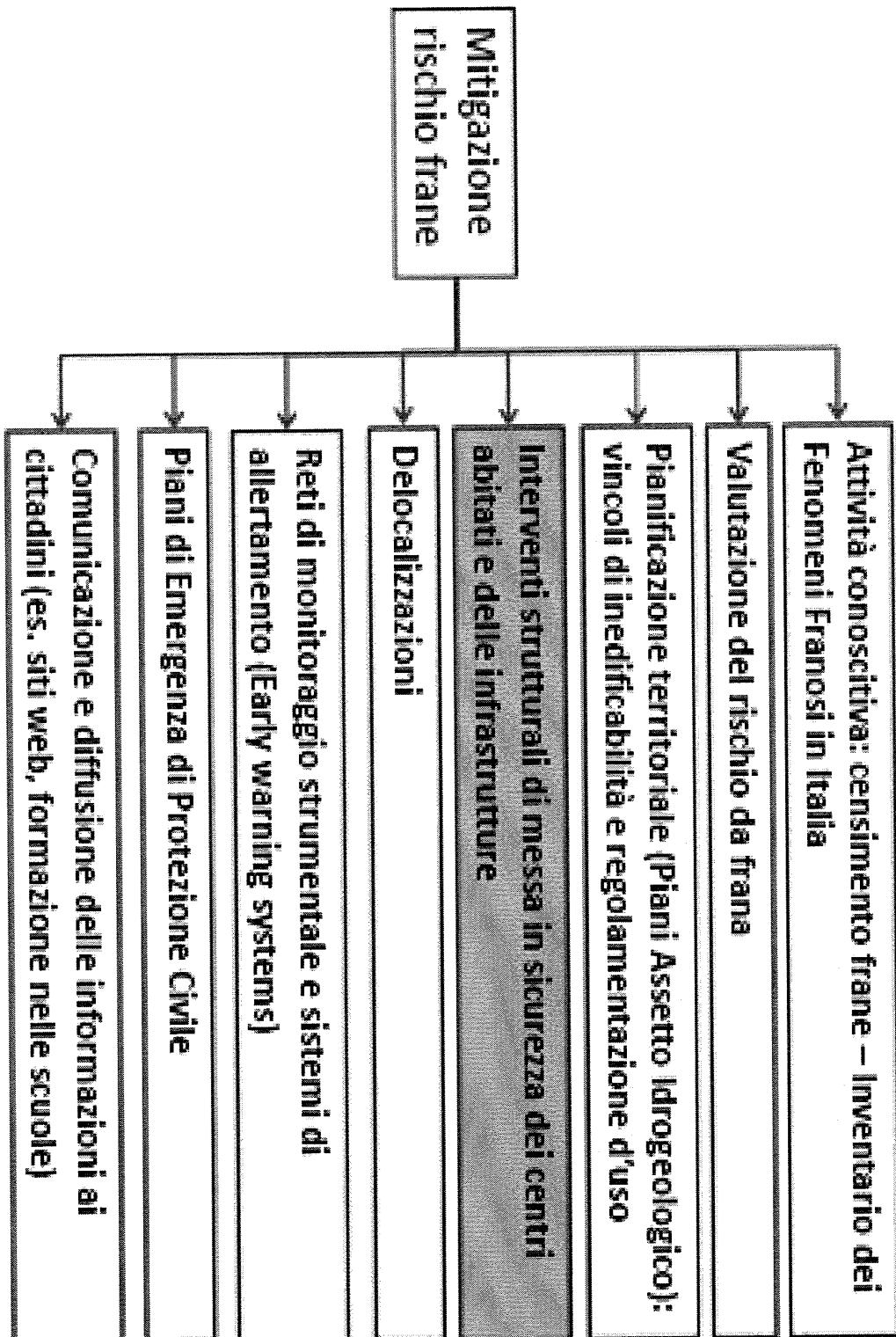
<b>Classe</b>	<b>Descrizione</b>
V0	Nessun elemento risulta esposto a rischio
V1	Gli elementi a rischio possono subire danni estetici o danni funzionali minori
V2	Gli elementi a rischio hanno bassa probabilità di essere distrutti o gravemente danneggiati
V3	Gli elementi a rischio hanno alta probabilità di essere distrutti o gravemente danneggiati
V4	Gli elementi a rischio hanno alta probabilità di essere distrutti, gravemente danneggiati ed esiste la possibilità che vengano coinvolte persone

Valutazione del rischio *R* e classi di rischio (DL180 del 11/06/1998)

$R = H(P) \times D$		Pericolosità				
		H0	H1	H2	H3	H4
Danno ( $D = E \times V$ )	D0	R1	R1	R1	R1	R1
	D1	R1	R2	R2	R3	R3
	D2	R1	R2	R3	R3	
	D3	R1	R2	R3		
	D4	R1	R3	R3		

Classe	Nome	Descrizione
R1	Rischio moderato	Danni sociali, economici e al patrimonio ambientale sono marginali
R2	Rischio medio	Sono possibili danni minori agli edifici, alle infrastrutture e al patrimonio ambientale che non pregiudicano l'incolumità del personale, l'agibilità degli edifici e la funzionalità delle attività economiche
R3	Rischio elevato	Sono possibili problemi per l'incolumità delle persone, danni funzionali agli edifici e alle infrastrutture con conseguente inagibilità degli stessi, la interruzione di funzionalità delle attività socioeconomiche e danni rilevanti al patrimonio ambientale
R4	Rischio molto elevato	Sono possibili la perdita di vite umane e lesioni gravi alle persone, danni gravi agli edifici, alle infrastrutture e al patrimonio ambientale, la distruzione di attività socioeconomiche

## SCHEMA DI MITIGAZIONE DEL RISCHIO FRANE



## Fase II: interventi strutturali

### I Strategie di mitigazione del rischio

La mitigazione del rischio si basa sulla riduzione della vulnerabilità o dell' pericolosità.

Esistono due strategie

→ interventi non strutturali

→ pianificazione del territorio volta a ridurre il valore degli elementi a rischio.

La pianificazione può consistere nella limitazione all'espansione urbanistica in zone instabili, l'evacuazione o il trasferimento di centri abitati.

→ predisposizione di sistemi di allerta abbinati a sistemi di monitoraggio e organizzazione di piani di emergenza oltre che a interventi di consolidamento sulle infrastrutture, per ridurre la vulnerabilità degli elementi a rischio.

→ informazione per dare maggiore consapevolezza ai cittadini e renderli più vigili.  
Questo consente di aumentare le soglie di rischio accettate dalla popolazione.

→ interventi strutturali

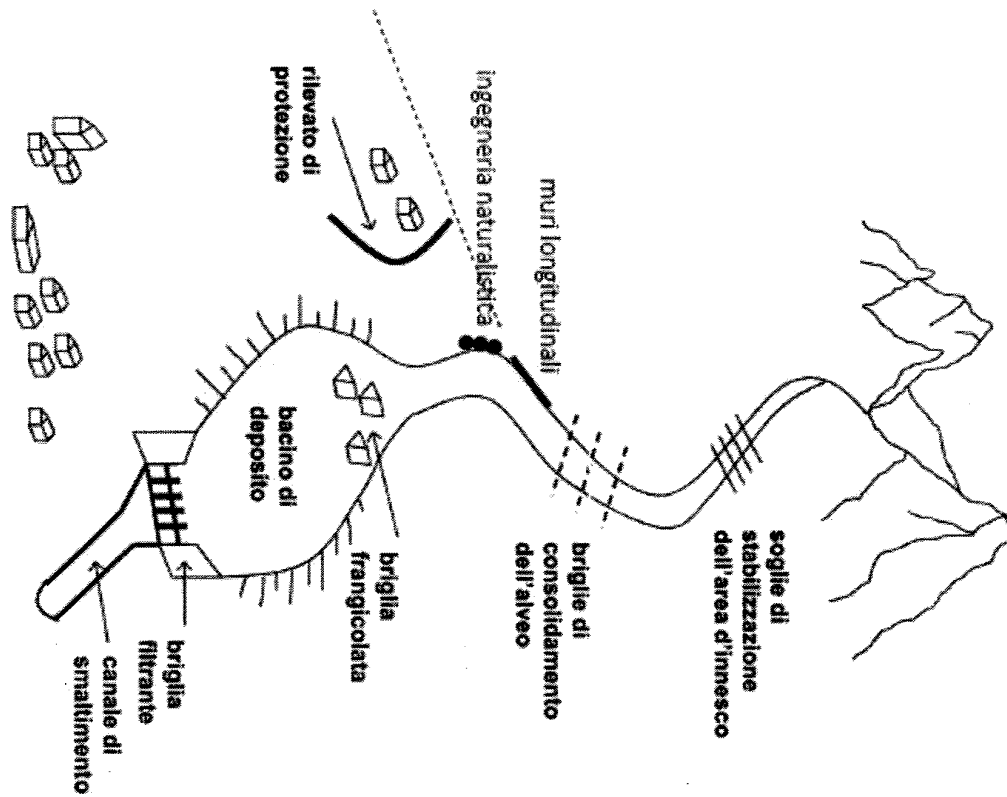
→ opere volte alla stabilizzazione del corpo di frana prima che si mobiliti (OPERE ATTIVE)

→ opere volte al controllo dei movimenti nel fenomeno in atto, riducendo il danno sul territorio (OPERE PASSIVE).

Lo schema progettuale prevede, una volta identificato il fenomeno franoso e determinate le caratteristiche geomecchaniche, di eseguire l'analisi di stabilità in assenza di interventi, in modo da avere un quadro per capire cosa fare.

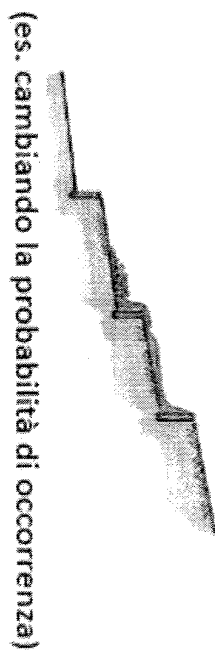
Si ripete poi l'analisi in presenza di interventi per capire se questi sono efficaci, a cui si aggiunge un piano di monitoraggio per confermarne l'efficacia. Al piano di monitoraggio si accompagna un piano di manutenzione, per dare durabilità.

### Schema degli interventi strutturali per colate detritiche



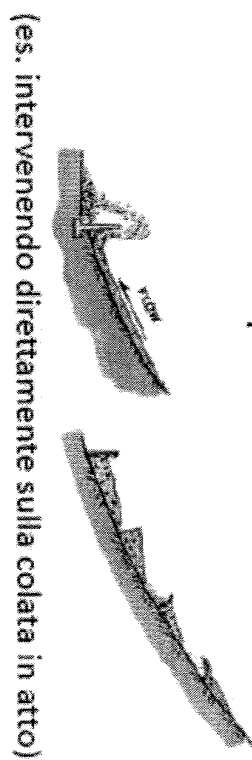
#### - Tratti di scavo

Opere di consolidamento



#### - Tratti di trasporto

Opere di trattenuta





Se come non esiste ancora una norma o una disposizione, si forniscono delle INDICAZIONI PROGETTUALI per il dimensionamento dell'opera, basate su sperimentazioni in sito.

Lo schema di progetto considera il profilo del versante avente inclinazione iniziale  $\theta$  e l'intervento riduce la pendenza del profilo applicando realizzando una gradonatura del profilo inclinata dell'angolo  $\gamma$ .  
La gradonatura è ottenuta con materiale di riempimento inserito in opera.

L'intervento sfrutta il principio secondo il quale, sotto una certa inclinazione di pendio (pari a  $15^\circ$ ), l'erosione è poco marcata e la colata non si innesca.

D'altra parte, se l'inclinazione è troppo ridotta, si favorisce il processo di deposizione, alterando la condizione del profilo e rendendo inefficace l'opera. Pertanto, l'inclinazione deve essere superiore a  $5^\circ$ .  
Di fatto, si impone

$$6^\circ < \gamma < 12^\circ \quad \text{Inclinazione dei gradoni}$$

Quando la briglia è interessata dal fenomeno, la massa che arriva da monte si muove sul gradone e salta dal manufatto, per riprendere a muoversi sul gradone.  
È richiesto che

→ nel salto da monte, il fluido non impatti direttamente sull'opera a valle.

→ la zona di scavo che si crea a valle di un manufatto non scaldi la fondazione.

Da queste richieste, si ricava la distanza tra due briglie  $P_{min}$ , che deve essere sufficientemente grande da impedire l'impatto sull'opera di valle e tale che ci sia un minimo di copertura al piede, per evitare lo scalzamento della fondazione.

$$\begin{cases} P_{min} > 0,8P \\ P_{min} < \frac{H}{\tan\theta - \tan\gamma} \end{cases} \quad \text{Distanza tra due briglie}$$

Per quanto riguarda la buca creata dal flusso, essa ha estensione  $e$  e profondità  $s$ .

La lunghezza dipende dalla portata di progetto  $Q_p$  del canale (legata a sezione e velocità di transito), altezza  $H$  dell'opera e lunghezza trasversale media della gaveta  $L_{gav}$ .

Passando all'altezza delle briglie, il range tipico è

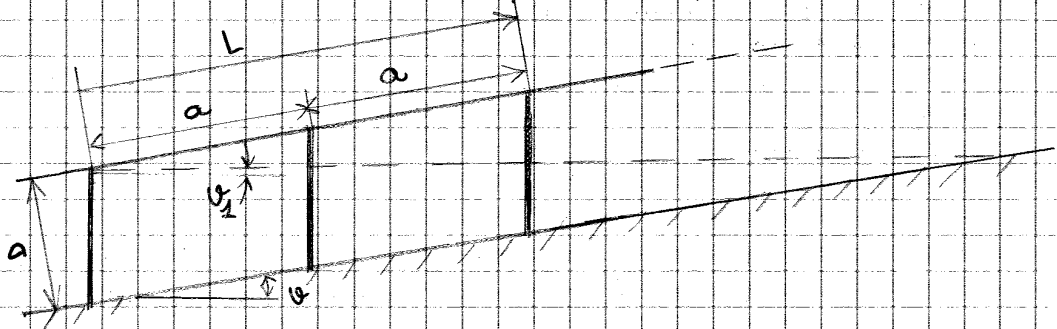
$$H = 2,5 \text{ m} \div 7 \text{ m} \quad \text{Altezza delle briglie}$$

In briglie di altezza inferiore a 3 m, si utilizzano opere in massi con scheletro in cemento armato; in briglie di altezza superiore a 3 m, si realizzano mensole in cemento armato.

D'altra parte, nella zona di transito le briglie sono più alte rispetto alle briglie nella zona di innesco perché si sfrutta il salto per ridurre la velocità del fenomeno.

Un altro possibile intervento sono le soglie di stabilizzazione:

esse sono opere trasversali inserite nel terreno, in modo da stabilizzare la porzione di terreno facilmente erodibile. La finalità è la stabilizzazione di depositi che possono mobilizzarsi.



In questo caso, l'innesco non parte dal versante, bensì da un deposito alluvionale di spessore  $D$ , che poggia su un substrato roccioso ed è facilmente erodibile.

L'inclinazione  $\theta$  del pendio è molto maggiore rispetto all'inclinazione  $\theta_1$  di innesco della colata, che sarebbe l'angolo di resistenza a taglio della colata e cioè circa  $15^\circ$ . Da questa differenza, si ricava la lunghezza  $L_1$  del tratto da stabilizzare.

$$L_1 = \frac{D}{\tan(\theta - \theta_1)} \quad \text{Lunghezza del tratto da stabilizzare}$$

Dalla lunghezza, si ottiene un'indicazione sulla spaziatura delle opere trasversali.

$$a < 1,5 L_1 \quad \text{Spaziatura}$$