NUMERO: 2134A- ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Uffreduzzi Francesco

MATERIA: Macchine e Propulsione - Prof. Casalino e Pastrone

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 4 di 314

Considerando l'unità di massa:

$$\boxed{Q_e + L_e = \Delta E} \rightarrow \text{grandezze massiche}$$

L'energia E (per unità di massa) è la capacità di compiere lavoro

$$\boxed{E = U + E_c + E_g + E_{cf}}$$

E_{cf} → en. legata alle forze centrifughe

E_g → en. gravitazionale

U → en. interna legata al moto di agitazione termica di atomi e molecole

E_c → en. cinetica legata al moto medio del sistema a cui si sovrappone il moto caotico delle particelle

Analizziamo i vari termini:

- $E_c = \frac{1}{2} c^2$ ↳ velocità fluido
- $\Delta E_g = g(z_f - z_i)$
- $\Delta E_{cf} = -\int_{r_i}^{r_f} \omega^2 r \cdot dr = \frac{\omega^2}{2}(r_i^2 - r_f^2)$

osserviamo che:

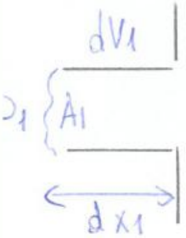
$$\Longrightarrow \left.\begin{aligned} \Delta E_{cf} &= \frac{u_i^2 - u_f^2}{2} \\ \Delta E_c &= \frac{c_f^2 - c_i^2}{2} \end{aligned}\right\} \text{somiglianza tra le due forme}$$

- Consideriamo, per ipotesi, una trasformazione ISOCORA, $dL = 0$ in cui siano nulle tutte le forme di energia ad eccezione di quella interna. Allora:

$dU = dQ_e$

Definiamo calore specifico a $v = cost$: $\boxed{c_v = \frac{dQ_e}{dT}} \Longrightarrow \boxed{dU = c_v\, dT}$

Analizziamo il lavoro di SPOSTAMENTO, che rappresenta il lavoro fatto dal fluido per spingere altro fluido nel volume V: 4



volume specifico

$$dL_s = \underbrace{p_1 dV_1}_{p_1 A_1 dx_1} - p_2 dV_2 = p_1 v_1 dm_1 - p_2 v_2 dm_2 \overset{(*)}{=}$$

$$= p_1 v_1 \underbrace{\dot m \, dt}_{dm = \dot m \, dt} - p_2 v_2 \dot m \, dt$$

Per quanto riguarda l'energia:

- $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{V_i} + E_1 dm_1$ → en. per unità di massa x massa che entra
- $\mathcal{E}_f = \mathcal{E}_{V_f} + E_2 dm_2$ → en. per unità di massa x massa che esce

(*) ATTENZIONE!
È stata fatta l'ipotesi di MOTO STAZIONARIO!
Se $\rho = cost \Rightarrow$ la massa che entra è uguale a quella che esce
$\Rightarrow dm_1 = dm_2 = \dot m \, dt$

Possiamo riscrivere:
(*)
- $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{V_i} + E_1 \dot m \, dt$
- $\mathcal{E}_f = \mathcal{E}_{V_f} + E_2 \dot m \, dt$

Sostituendo nel 1° principio scritto prima, otteniamo:

$$\dot Q_e \cancel{dt} + P_i \cancel{dt} + p_1 v_1 \dot m \cancel{dt} - p_2 v_2 \dot m \cancel{dt} = -\underset{E_{V_i} \dot m \cancel{dt}}{\underset{\downarrow}{\mathcal{E}_{V_i}}} - E_1 \dot m \cancel{dt} + \underset{E_{V_f} \dot m \cancel{dt}}{\underset{\downarrow}{\mathcal{E}_{V_f}}} + E_2 \dot m \cancel{dt}$$

Allora:

$$\dot Q_e + P_i = \dot m (E_{V_f} - E_{V_i}) + \dot m (p_2 v_2 - p_1 v_1) + \dot m (E_2 - E_1)$$

$$\dot Q_e + P_i = \dot m \Delta (u + E_{c,g,cf}) + \underbrace{\dot m \Delta (p v)}$$

lavoro di spostamento separato dal lavoro interno perché è il lavoro fatto dal fluido su altro fluido non ci interessa

A questo punto, definiamo ENTALPIA la quantità $i = u + pv$, perciò:

$$\boxed{\dot Q_e + P_i = \dot m (\Delta i + \Delta E_{c,g,cf})}$$

forma euleriana

interno del sistema (L_w) ed è causa di irreversibilità.

Perciò:

$$dS \geq \frac{dQ_e}{T} \rightarrow \boxed{TdS \geq dQ_e}$$

FORMULE MISTE

Le formule miste associano il 1° e il 2° principio e si ottengono attraverso vari passaggi:

1) SCRIVIAMO IL 2° PRINCIPIO COME UGUAGLIANZA

$$\boxed{TdS = dQ_e + dL_w}$$

Da ciò deriva che:

- Se il lavoro dissipato per attrito fluidodinamico è nullo, il prodotto della temperatura per l'aumento di entropia è pari al calore ricevuto dall'esterno → TRASFORMAZIONE REVERSIBILE
- Se la trasformazione è ADIABATICA
  - ↳ REVERSIBILE ⇒ $dS = 0$, trasformazione ISENTROPICA
  - ↳ IRREVERSIBILE ⇒ $dS > 0$, perdite per attrito fluidodinamico
- l'ENTROPIA può rimanere costante o diminuire per una trasf. IRREVERSIBILE solo se è presente sottrazione di calore dall'esterno. ($dQ < 0$)

Riprendiamo il 1° principio nelle due forme:

1) $dQ_e + dL_e = dU + dE_{cgcf}$

2) $dQ_e + dL_i = di + dE_{cgcf}$

2) $pv^m = p_1 v_1^m$

$$v = v_1 \left(\frac{p_1}{p}\right)^{1/m}$$

$$\Rightarrow \int_1^2 v\,dp = v_1 p_1^{1/m} \int_1^2 \frac{dp}{p^{1/m}} = v_1 p_1^{1/m} \left[\frac{p^{-1/m+1}}{1-1/m}\right]_1^2 = \frac{m}{m-1} v_1 p_1^{1/m} \left(p^{\frac{m-1}{m}}\right)_1^2 =$$

$$= \frac{m}{m-1} v_1 p_1^{1/m} \left(p_2^{\frac{m-1}{m}} - p_1^{\frac{m-1}{m}}\right) = \frac{m}{m-1} v_1 p_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] =$$

$$= \frac{m}{m-1} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right]$$

TRASFORMAZIONI ISENTROPICHE ($s = \text{cost}$)

Dal secondo principio, per un gas ideale:

$$T\,dS = dQ_e + d\mathcal{L}_W$$

$$dQ_e = T\,dS - d\mathcal{L}_W = dU + p\,dV - d\mathcal{L}_W = di - v\,dp - d\mathcal{L}_W$$

ma

$$\left.\begin{array}{l} d\mathcal{L}_W = 0 \rightarrow \text{REVERSIBILE} \\ dQ_e = 0 \rightarrow \text{ADIABATICA} \end{array}\right\} \rightarrow di - v\,dp = 0 \rightarrow \boxed{c_p\,dT - v\,dp = 0}$$

dall'equazione dei gas perfetti:

$$pv = R^* T \rightarrow v = R^* \frac{T}{p}$$

Sostituendo nella relazione precedente:

$$c_p\,dT - R^* T \frac{dp}{p} = 0 \rightarrow \frac{dT}{T} - \frac{R^*}{c_p}\frac{dp}{p} = 0$$

Allora:

$$\ln\frac{T_2}{T_1} - \frac{R^*}{c_p}\ln\frac{p_2}{p_1} = 0 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{R^*/c_p} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ poiché } \begin{cases} \gamma = \frac{c_p}{c_v} \\ R = c_p - c_v \end{cases}$$

Perciò:

- $\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$
- $\boxed{p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma}$
- $\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}}$

1° MODO

- $L_{c\,is} = c_p (T_{2\,is} - T_1)$
- $\frac{T_{2\,is}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

Definiamo:

- RAPPORTO DI COMPRESSIONE $\beta_c = \frac{p_2}{p_1}$
- RENDIMENTO ISENTROPICO $\eta_c = \frac{L_{c\,is}}{L_c}$

Allora:

$$\boxed{L_c = \frac{1}{\eta_c} L_{c\,is} = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1 \left[\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]}$$

$$\boxed{T_2 = T_1 + \frac{L_c}{c_p}}$$

2° MODO

Assumiamo che la trasformazione sia POLITROPICA: $pv^m = \text{cost}$

Allora:

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$, con m opportuno valore della politropica $(m > \gamma)$

Quindi:

$$\boxed{L_c = c_p (T_2 - T_1) = c_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1\right)}$$

3° MODO

Definiamo RENDIMENTO POLITROPICO O IDRAULICO: $\eta_{yc} = \frac{L_c - L_w}{L_c}$

coincide con il rendimento isentropico se il fluido è incompressibile. Poiché $L_c - L_w > L_{is} \Rightarrow \eta_{yc} > \eta_c$

Il lavoro di controrecupero evidenzia che, nel caso reale, il lavoro 12
speso per comprimere il fluido dalle condizioni 1 alle condizioni 2, è maggiore rispetto alla somma tra lavoro ideale e lavoro perso per attrito. La quota di lavoro che occorre fornire serve a compensare il fatto che, mentre si comprime, il fluido si scalda di più rispetto al caso ideale, dilatandosi.

Come abbiamo visto:

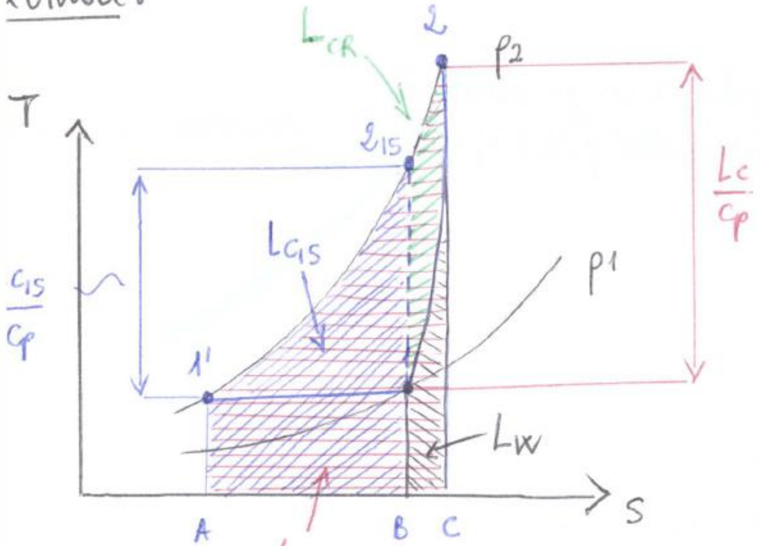
$$L_{c_{1S}} = c_p \left(T_{2_{1S}} - T_1\right)$$

Poiché in generale $c_p \Delta T = Q_{p=cost}$

$$\text{con } Q = \int T\,dS \quad (\text{se } L_W = 0)$$

il lavoro $L_{c_{1S}}$ è uguale al calore che dovrei fornire a un fluido a pressione costante, che passa dalla temp. T_1 a quella $t_{2_{1S}}$

<u>Quindi:</u>



$$L_{c_{1S}} = c_p \left(T_{2_{1S}} - T_1\right) = A_{A1'2_{1S}B}$$

$$L_c = c_p \left(T_2 - T_1\right) = A_{A1'2C}$$

Dal secondo principio:

$$T\,dS = \underbrace{\cancel{dQ_e}}_{=0} + dQ_W \rightarrow L_W = \int_1^2 T\,dS = A_{B12C}$$

Allora:

$$\boxed{L_t = \eta_t L_{t_{is}} = \eta_t c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)}$$

$$\boxed{T_4 = T_3 - \frac{L_t}{c_p}}$$

2° MODO

Assumiamo che la trasformazione sia POLITROPICA: $pv^m = \text{cost}$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{m-1}{m}}$$

Quindi:

$$\boxed{L_t = c_p (T_3 - T_4) = c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}}\right)}$$

3° MODO

Definiamo il RENDIMENTO POLITROPICO: $\eta_{yt} = \dfrac{L_t}{L_t + L_w}$

Dalle forme miste euleriane:

$$L_t = -L_i = -\int v\,dp - L_w$$

$$L_t + L_w = -\int_3^4 v\,dp = \int_4^3 v\,dp = \frac{m}{m-1} R T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}}\right)$$

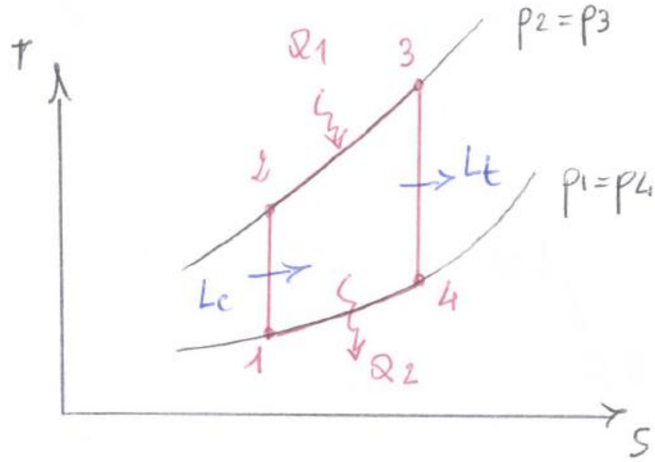
$$L_t = c_p (T_3 - T_4) = \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}}\right)$$

Allora:

$$\eta_{yt} = \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1} R T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}}\right)}{\frac{m}{m-1} R T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{m-1}{m}}}\right)} = \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1}}{\frac{m}{m-1}} \Rightarrow \boxed{\frac{m-1}{m} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \eta_{yt}}$$

CICLO JOULE-BRAYTON IDEALE

- 2 ISENTROPICHE $L_i \neq 0,\ Q_e = L_W = 0$
- 2 ISOBARE $L_i = 0,\ L_W = 0,\ Q_e \neq 0$



Applichiamo il 1° principio in forma euleriana a ogni pezzo del ciclo:

$$Q_e + L_i = \Delta i = c_p \Delta T \qquad (\Delta E_{cgef} = 0)$$

- $1 \rightarrow 2$

$$L_c = c_p (T_2 - T_1)$$

- $2 \rightarrow 3$

$$Q_1 = c_p (T_3 - T_2)$$

- $3 \rightarrow 4$

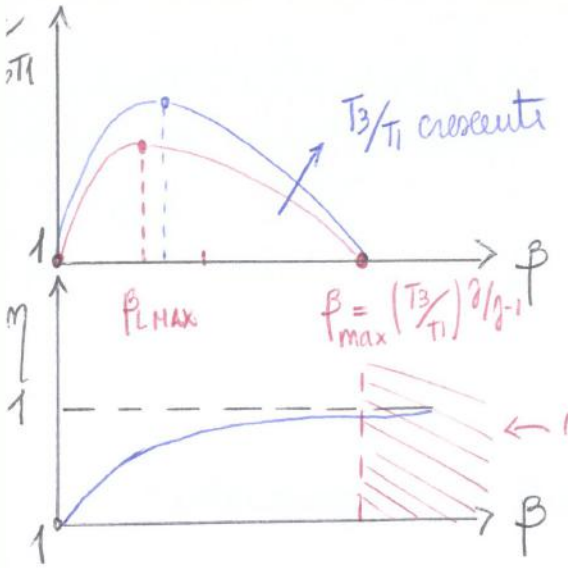
$$L_t = c_p (T_3 - T_4)$$

- $4 \rightarrow 1$

$$Q_2 = c_p (T_1 - T_4)$$

Applichiamo il 1° principio all'intero ciclo:

$$Q_1 - Q_2 + L_c - L_t = 0 \implies Q_1 - Q_2 = L_c - L_t$$



← non si può andare oltre al punto in cui il lavoro diventa negativo

- Per $\beta = 1 \rightarrow L/c_pT_1 = 0$
- Per $\beta = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\gamma/\gamma-1} \rightarrow L/c_pT_1 = 0$
- Il massimo di β si ottiene risolvendo $\dfrac{d\frac{L_c}{c_pT_1}}{d\beta} = 0$

↓ Il valore di β per cui si ottiene il valore di lavoro massimo è generalmente spostato verso rapporti di compressione relativamente bassi.

Al crescere di T_3/T_1, il massimo del grafico si sposta verso destra.

Calcoliamo il rendimento:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} =$$

$$= 1 - \frac{T_1}{T_2}\underbrace{\left(\frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}\right)}_{1}$$

la parentesi vale 1 perché:

$$\begin{cases} S_1 = S_2 \\ S_3 = S_4 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} S_3 - S_2 = ? \\ S_4 - S_1 = ? \end{matrix}$$

$$TdS = c_pdT - \cancel{vdp}_{0} \rightarrow \Delta S = \int c_p \frac{dT}{T} = c_p \ln \frac{T_f}{T_i}$$

Allora:

$$\left.\begin{matrix} S_3 - S_2 = c_p \ln \frac{T_3}{T_2} \\ S_4 - S_1 = c_p \ln \frac{T_4}{T_1} \end{matrix}\right\rangle = \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1}$$

Quindi:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}}$$

CICLO JOULE - BRAYTON REALE

- 2 ADIABATICHE $L_i \neq 0$, $L_w \neq 0$, $Q_e = 0$
- 2 ISOBARE $Q_e \neq 0$, $L_i = 0$, $(L_w = 0)$

In questo caso, a differenza del caso ideale, non è possibile visualizzare i lavori come aree.

Allora:

$$\boxed{\frac{L}{c_p T_1} = \eta_t \frac{T_3}{T_1}\left(1-\frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - \frac{1}{\eta_e}\left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)}$$

l'unica differenza con il caso ideale è la presenza di η_t e η_e

Poiché $\eta = \frac{L}{Q_1}$, scriviamo Q_1 in forma adimensionale:

$$\frac{Q_1}{c_p T_1} = \frac{T_3 - T_2}{T_1}$$

Come nel caso precedente:

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} L_{c\,is} = \frac{1}{\eta_c} c_p \left(T_{2is}-T_1\right) = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1 \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)$$

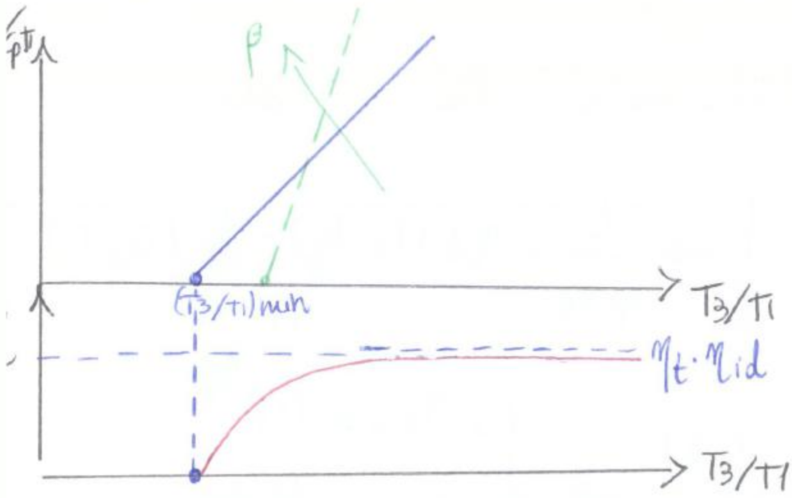
$$T_2 = T_1 + \frac{L_c}{c_p} = T_1 + \frac{1}{\eta_c} T_1 \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right) = T_1\left[1+\frac{1}{\eta_c}\left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\right]$$

Allora:

$$\frac{Q_1}{c_p T_1} = \frac{T_3 - T_1\left[1+\frac{1}{\eta_e}\left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\right]}{T_1} = \frac{T_3}{T_1} - \left[1+\frac{1}{\eta_e}\left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\right]$$

Perciò:

$$\boxed{\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{\eta_t \frac{T_3}{T_1}\left(1-\frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - \frac{1}{\eta_e}\left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)}{\frac{T_3}{T_1} - \left[1+\frac{1}{\eta_e}\left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\right]}}$$



$$\frac{L}{c_p T_1} = 0 \rightarrow \left(\frac{T_3}{T_1}\right)_{min} = \overbrace{\frac{1}{\eta_e \eta_t}}^{>1} \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

valore di $(T_3/T_1)_{min}$ maggiore rispetto al caso ideale

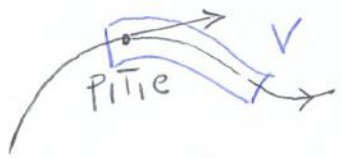
al crescere di β, cresce $(T_3/T_1)_{min}$ e il coeff angolare.

- se $T_3/T_1 = (T_3/T_1)_{min} \Rightarrow L = 0 \Rightarrow \eta = 0$ ($Q \neq 0$!)
- se $T_3/T_1 \rightarrow \infty \Rightarrow \eta \rightarrow \eta_{ideale}$

GRANDEZZE TOTALI (d'arresto)

Immaginiamo di prendere in esame una corrente fluida adottando un punto di vista euleriano, definendo quindi un volume di controllo:

Dal 1° principio in forma euleriana:



$$Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_c$$

Supponiamo che:

- FLUSSO ADIABATICO $\rightarrow Q_e = 0$
- NO ORGANI MOBILI $\rightarrow L_i = 0$

$$\left.\begin{matrix} Q_e = 0 \\ L_i = 0 \end{matrix}\right\} \rightarrow \Delta\left(i + \frac{c^2}{2}\right) = 0$$

Definiamo $\boxed{i^o = i + \frac{c^2}{2}}$ ENTALPIA TOTALE.

(i: entalpia statica)

Supponiamo, mantenendo le ipotesi precedenti, che un fluido passi dallo stato ① i_1, c_1 allo stato ② $i_2, c_2 = 0$.

Poiché $\Delta i^o = 0 \implies i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i^o = i_2$

Possiamo allora definire ENTALPIA TOTALE quella che il fluido raggiungerebbe se fosse arrestato ISENTROPICAMENTE ($Q_e = 0$), con $L_i = 0$.
In realtà in questo caso, non occorre necessariamente una trasf. ISENTROPICA, basta che sia ADIABATICA

Ricordando che, per un gas ideale ($c_p = \text{cost}$),

$i = c_p T$

possiamo in maniera analoga far corrispondere a un'entalpia totale una TEMPERATURA TOTALE T^o.

$i^o = c_p T^o$

Supponendo $Q_e = L_i = 0 \implies \Delta i^o = 0$ e quindi $\Delta T^o = 0$

Riprendendo l'esempio precedente:

$$\underset{c_p T^o}{\overset{\parallel}{i^o}} = i_1 + \frac{c_1^2}{2} = c_p T + \frac{c_1^2}{2} \implies \boxed{T^o = T + \frac{c^2}{2c_p}}$$

LAVORO CON VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA

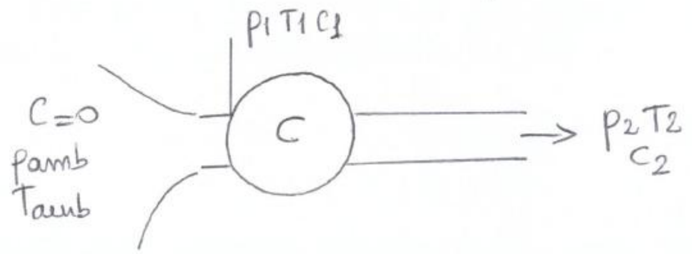
Consideriamo:

- FLUSSO STAZIONARIO
- ADIABATICO REVERSIBILE (isentropico)
- GAS PERFETTO (trascuriamo ΔE_g)
- RIFERIMENTO FISSO $\rightarrow \Delta E_{ef} = 0$

Il 1° principio in forma euleriana sarà:

$$\boxed{L_i = \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^\circ = c_p \Delta T^\circ}$$

Consideriamo allora un compressore:



(1) Generalmente un compressore aspira aria da un ambiente in cui:

$$\begin{cases} c = 0 \\ p = p_{amb} \\ T = T_{amb} \end{cases}$$

Poiché il condotto può considerarsi adiabatico e $L_i = 0$, $L_W = 0$

$$\Rightarrow \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^\circ = 0 \rightarrow \begin{cases} i_{amb} = i_1 + \frac{1}{2} c_1^2 = i_1^\circ \\ T_{amb} = T_1^\circ = T_1 + \frac{c_1^2}{2c_p} = T_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \\ p_{amb} = p_1^\circ = p_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\gamma/\gamma-1} \end{cases}$$

Possiamo notare che all'ingresso del compressore, le grandezze totali T_1°, p_1° sono uguali alle grandezze statiche dell'ambiente da cui il flusso viene preso.
In ingresso non occorre conoscere le grandezze statiche, è più facile conoscere quelle totali

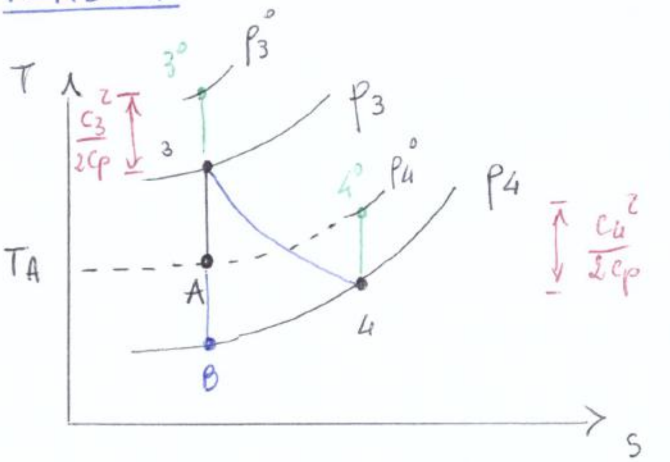
Definiamo infine η_{yc} tale per cui:

$$\frac{T_2^\circ}{T_1^\circ} = \left(\frac{p_2^\circ}{p_1^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}} = \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}}$$

Quindi:

$$\boxed{L_c = c_p\,(T_2^\circ - T_1^\circ) = c_p T_1^\circ \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}} - 1\right)}$$

TURBINA



$$L_t = -L_i = c_p\,(T_3^\circ - T_4^\circ) \qquad \left(= c_p\,(T_3 - T_4) + \frac{c_3^2 - c_4^2}{2}\right)$$

A differenza del compressore, in questo caso possiamo avere 2 approcci:

1) TOTAL TO TOTAL → se la turbina è collegata ad altro

2) TOTAL TO STATIC → se turbina a scarico libero

1) TOTAL TO TOTAL

Definiamo lavoro di turbina IDEALE, quello che si ottiene espandendo dal punto 3° alla pressione p_3° al punto A, alla pressione p_4°

$$L_{t_{is}} = c_p\,(T_3^\circ - T_A) \qquad \eta_t = \frac{L_t}{L_{t_{is}}}$$

$$\beta_t = \frac{p_3^\circ}{p_4^\circ}$$

η_{yt} tale che: $\left(\frac{T_4^\circ}{T_3^\circ}\right) = \left(\frac{p_4^\circ}{p_3^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{yT}}$

PORTATA IN MASSA

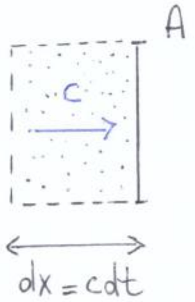
La portata è la quantità di massa che attraversa una data sezione nell'unità di tempo.

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt}$$

nel nostro studio considereremo:

- MOTO UNIDIMENSIONALE $\rightarrow$ grandezze uniformi su A
- $c \perp A$

ome sappiamo, un'espressione comune della portata è:



$$dm = \rho A\, dx = \rho c A\, dt \rightarrow \boxed{\dot{m} = \rho c A}$$

erchiamo un'espressione che ci permetta di scrivere la portata in funzione i parametri più facilmente conoscibili.
Sfruttiamo le grandezze totali, riscrivendo in un altro modo densità ρ e velocità c.

1ª FORMULA: portata in funzione della pressione

Densità

Per definizione di ρ^0, vale la legge dell'isentropica:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p^0}{\rho^{0\gamma}} \rightarrow \boxed{\rho = \rho_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{1/\gamma}$$

velocità

Sfruttiamo il 1° principio in forma mista e la definizione di pressione totale p^0:

$$p, c \rightarrow p^0, c = 0 \quad , \text{con } L_i = Q_e = L_W = 0 \text{ per definizione}$$

2ª FORMULA → portata in funzione del numero di Mach

La formula vale per GAS PERFETTI e IDEALI

$$\dot{m} = \rho c A$$

Densità

Dalla legge dei gas perfetti:

$$\frac{p}{\rho} = R^* T \rightarrow \rho = \frac{p}{R^* T}, \quad \text{con} \quad \begin{cases} p = \dfrac{p^\circ}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} \\ T = \dfrac{T^\circ}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)} \end{cases}$$

Perciò:

$$\boxed{\rho} = \frac{p^\circ}{R^* \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}{T^\circ} =$$

$$\boxed{= \frac{p^\circ}{R^* T^\circ} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{1/\gamma-1}}}$$

Velocità

$$M = \frac{c}{c_s} \rightarrow c = M c_s = M \sqrt{\gamma R^* T} = M \sqrt{\gamma R^* \frac{T_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}}$$

Perciò:

$$\boxed{c = M \sqrt{\gamma R^* \frac{T_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}}}$$

OSS: in propulsione, dal 1° principio:

$$\cancel{\mathcal{L}_e} + \cancel{\mathcal{L}_i} = \Delta i^\circ \rightarrow c_p T^\circ = c_p T + \frac{c^2}{2}$$

$$\hookrightarrow c = \sqrt{2 c_p T^\circ \left(1 - \frac{T}{T^\circ}\right)}$$

Sostituendo nella formula della portata:

$$\dot{m} = \rho c A$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma - 1} = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}$$

$$\dot{m} = \frac{A p^\circ}{R^* T^\circ} \cdot \frac{M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{1/\gamma-1}} \sqrt{\gamma R^* \frac{T_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}} = \frac{A p^\circ}{\sqrt{R^* T^\circ}} \cdot \frac{\sqrt{\gamma}\, M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

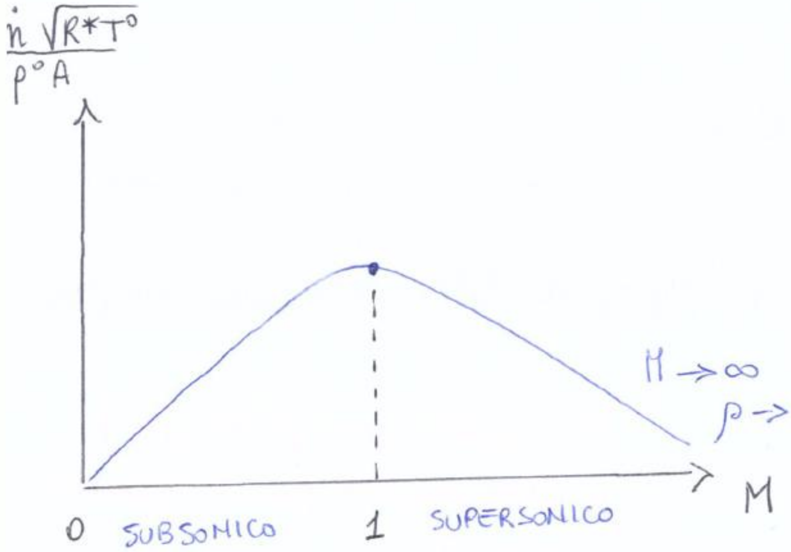
Quindi:

$$\boxed{\dot{m} = \frac{p^\circ A}{\sqrt{R^* T^\circ}} \cdot \frac{\sqrt{\gamma}\, M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}}$$

se si conservano le grandezze totali, la portata di una sezione dipende solo dal numero di Mach.

Poiché $p = \frac{p^\circ}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\gamma/\gamma-1}}$ e $\left(\frac{p}{p^\circ}\right)_{CR}$ si ha per $M=1$, tale valore sarà:

$$\boxed{\left(\frac{p}{p^\circ}\right)_{CR} = \frac{1}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}\cdot 1^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/\gamma-1}}$$



$$\frac{\dot m\sqrt{R^*T^\circ}}{p^\circ A} = \frac{\sqrt{\gamma}\, M}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

- Per $M=0$, $c=0$ → portata nulla
- Per $M=1$ → portata massima
- Per $M\to\infty$, $c\to\infty$ ⇒ $\frac{p}{p^\circ}\to 0$ e $\rho\to 0$ → la portata tende a 0

CONSIDERAZIONI

① Supponiamo che le grandezze totali si conservino lungo tutte le sezioni di un condotto:

$$\dot m_c = \frac{\dot m\sqrt{R^*T^\circ}}{Ap^\circ} = \frac{\rho c\sqrt{R^*T^\circ}}{p^\circ} \propto \rho c \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{\dot m\sqrt{R^*T^\circ}}{Ap^\circ} \propto \rho c}$$

Distinguiamo il caso subsonico da quello supersonico:

- CASO SUBSONICO

Decido di muovermi sul grafico $\dot m_c = f(p/p^\circ)$ da destra verso sinistra, per Mach che passa da 0 a 1.

Ricapitolando:

	CONDOTTO CONVERGENTE	CONDOTTO DIVERGENTE
	$dA<0$	$dA>0$
$M<1$	$c\uparrow$ $p\downarrow$	$c\downarrow$ $p\uparrow$
$M>1$	$c\downarrow$ $p\uparrow$	$c\uparrow$ $p\downarrow$

Stringendo un condotto, perciò, è possibile accelerare un flusso fino a $M=1$.

PORTATA NEI CONDOTTI

Definiamo condotto un tubo delimitato da pareti fisse a sezione variabile.

IPOTESI:
- FLUSSO UNIDIMENSIONALE
- FLUSSO ADIABATICO ($Q_e=0$)
- $L_W=0$

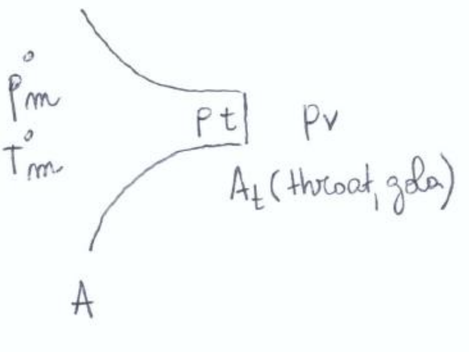
Distinguiamo due tipi di condotti:

- UGELLI O EFFUSORI: condotto tale per cui $p\downarrow$ $c\uparrow$
- DIFFUSORI: condotto nel quale $p\uparrow$ $c\downarrow$

Concentriamoci sugli ugelli.

UGELLO SEMPLICEMENTE CONVERGENTE

Presenta un'area che varia da infinito fino a raggiungere un valore minimo



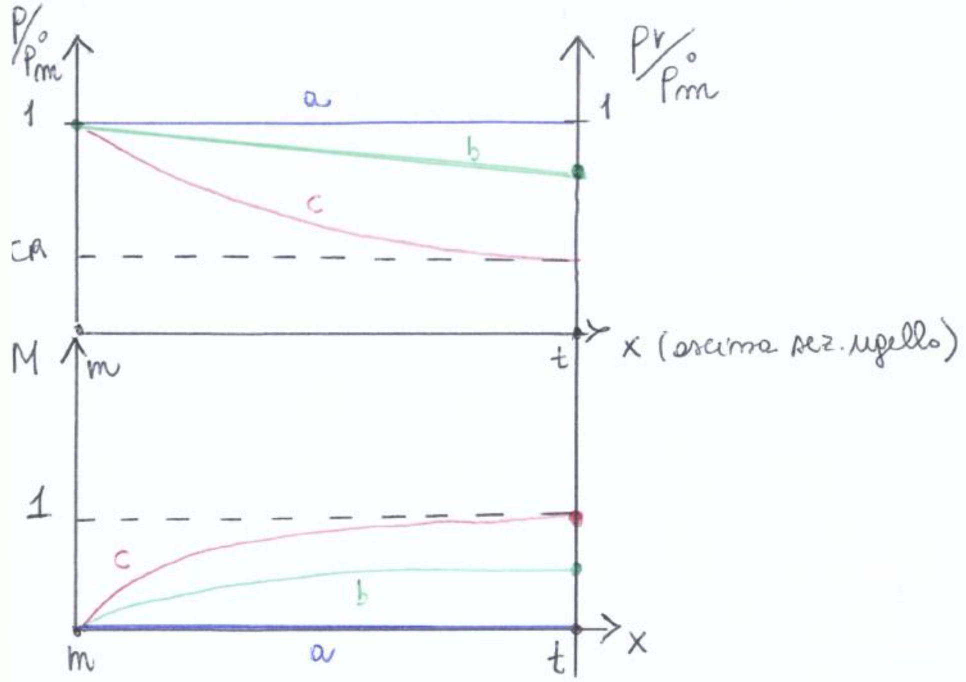
- Consideriamo NOTE $\overset{\circ}{p}_m$, $\overset{\circ}{T}_m$
- Sia p_v la pressione di valle, nell'ambiente di scarico

Calcoliamo la portata $\dot{m}$ che scorre nell'ugello.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 38 di 314

(3) Questa prima condizione è la più critica.
In condizioni subsoniche, non possono esserci discontinuità di pressione, mentre tale ipotesi non vale più in campo supersonico.
Allora $p_t = p_v$ → SOLO IN CAMPO SUBSONICO

Per capire allora se l'andamento della portata è quello già studiato nelle pagine precedenti, procediamo attraverso valutazioni qualitative:



(1) Fissiamo come primo valore $p_v = p^o_m$. In questo caso, non c'è differenza di pressione ai capi dell'ugello, quindi:
$\dot{m} = 0$, $c = 0$, $M = 0$.

(2) Supponiamo di ridurre la p_v in modo che $p_v < p^o_m$.
La particella fluida posta in $x = t$, sente davanti a sé una depressione e alle sue spalle una sovrapressione. Essa viene accelerata verso valle e il segnale di accelerazione, poiché essa genera dietro a sé un vuoto, risale verso monte con velocità sonica. Dato che le particelle si muovono con velocità < di c_s, il segnale riesce a giungere a monte, determinando una variazione di portata per cui diventa $p_t = p_v$. A questo punto la portata si stabilizza.

(3) Supponiamo di diminuire p_v finché $p_v = p_{CR}$. In questo caso, la corrente raggiunge $M = 1$, $p_t = p_v = p_{CR}$.
Da questo caso in poi ulteriori diminuzioni di p_v non provocherebbero

(a) $p_t = p_V = p_{CR}$

$M_t = 1$

$$\dot{m} = \frac{p^{\circ}_{m} A_t}{\sqrt{R^* T^{\circ}_{m}}} \cdot \frac{\sqrt{\gamma}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

(b) $p_t = p_V$

$p^{\circ}_t = p^{\circ}_{m}$

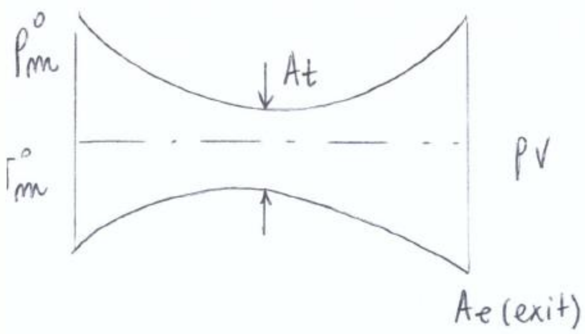
$$\dot{m} = \frac{p^{\circ}_{m} A_t}{\sqrt{R^* T^{\circ}_{m}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_V}{p^{\circ}_{m}}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{p_V}{p^{\circ}_{m}}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]}$$

oppure:

$$\frac{p_V}{p^{\circ}_t} = \frac{p_V}{p^{\circ}_{m}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} \rightarrow \text{ricaviamo } M_t$$

$$\dot{m} = \frac{p^{\circ}_{m} A_t}{\sqrt{R^* T^{\circ}_{m}}} \frac{\sqrt{\gamma}\, M_t}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

UGELLO CONVERGENTE - DIVERGENTE



Anche in questo caso, siamo interessati a determinare l'andamento di $\dot{m}$.

Consideriamo la portata corretta $\dot{m}_c$ che, come nel caso del convergente scriviamo in funzione delle grandezze totali in ingresso (mote), ma questa volta sostituiamo A_e al posto di A_t.

$$\boxed{\dot{m}_c = \frac{\dot{m}\sqrt{R^* T^{\circ}_{m}}}{p^{\circ}_{m} A_e}}$$

c) Diminuiamo la p_V fino a un valore più basso, che chiamiamo P_{LIMITE}.
La P_{LIMITE} è il valore di p_V tale per cui il Mach in gola vale 1.
Osserviamo che nel caso di flusso sonico in gola, esso può poi evolvere espandendosi o comprimendosi in base alle condizioni al contorno, rappresentate dal valore della pressione di valle.

- Se $p_V = P_{LIMITE}$ → il flusso è sonico in gola, nel convergente si espande fino a p_{CR} e $M = 1$, mentre nel divergente si comprime, quindi $p\uparrow$, $M\downarrow$.

- Se $p_V = P_{ADATTAMENTO}$ → il flusso si espande nel divergente, quindi $p\downarrow$, $c\uparrow$, $M > 1$ e alla sezione di uscita è supersonico

d) Sia $P_{LIM} < p_V < P_{AD}$.
In questo caso, il flusso nel convergente non viene alterato poiché, essendo sonico in gola, il segnale non riesce a risalire verso monte.
Nel divergente il flusso si è espanso ed è diventato supersonico ma, poiché $p_V < P_{AD}$, dovrà ricomprimersi attraverso un URTO RETTO che lo riporterà nella condizione subsonica.
Una volta subsonico, essendo il flusso in un divergente, si comprimerà e rallenterà.
|| Gli urti sono fenomeni dissipativi che creano discontinuità di pressione ed entropia.
Il caso limite (e) avverrà quando l'urto sarà in prossimità della sezione di uscita. (in giallo)

- Cosa succede per $p_e < p_V < P_{AD}$?
In teoria la ricompressione dovrebbe avvenire fuori dall'ugello tramite URTI OBLIQUI.
Nella realtà non è detto che ciò succeda: se nel tratto $p_E \rightarrow P_{AD}$ la pressione di valle è almeno 2 volte P_{AD}, possono nascere urti obliqui DENTRO L'UGELLO i quali, essendo asimmetrici, generano dei vortici e la separazione del flusso dalla parete → È una situazione molto pericolosa che genera SPINTE ASIMMETRICHE ⇒ p_V mai tra p_e e P_{AD}!

Nel tratto compreso tra la pressione limite e la pressione corrispondente al punto E c'è discrepanza tra curva ideale e curva reale della portata corretta poiché non vale una delle tre ipotesi:

$T_e^\circ = T_m^\circ$

$p_e = p_v$

ma $p_e^\circ < p_m^\circ$ (URTO RETTO)

Nel tratto compreso tra la pressione corrisp. al punto E e la pressione di svuotamento:

$p_e^\circ = p_m^\circ$ (NON CI SONO URTI DENTRO L'UGELLO)

$p_e \neq p_v$

$T_e^\circ = T_m^\circ$

Non essendo verificate le tre ipotesi, anche in questo tratto c'è discrepanza con la curva reale.

Come calcoliamo la portata?

- $\dfrac{p_v}{p_m^\circ} > \left(\dfrac{p}{p^\circ}\right)_{LIM} \longrightarrow p_e = p_v,\ p_e^\circ = p_m^\circ,\ T_e^\circ = T_m^\circ$

  Allora:

$$\boxed{\dot{m} = \dot{m}_e = \frac{p_m^\circ A_e}{\sqrt{R^* T_m^\circ}} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_e}{p_m^\circ}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_m^\circ}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]}}$$

- $\dfrac{p_v}{p_m^\circ} < \left(\dfrac{p}{p^\circ}\right)_{LIM} \longrightarrow \boxed{\dot{m} = \dot{m}_{CR} = \dfrac{p_m^\circ A_t}{\sqrt{R^* T_m^\circ}} f(M=1)}$

Osserviamo che i punti LIM e AD sono gli unici due punti in cui:

$$\begin{cases} T_e^\circ = T_m^\circ \\ p_e = p_v \\ p_e^\circ = p_m^\circ \end{cases}$$

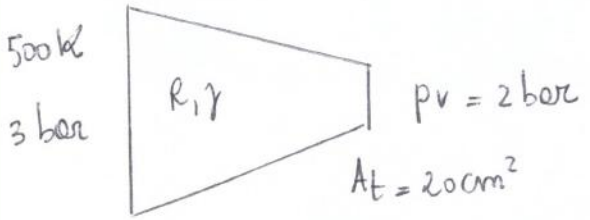
e contemporaneamente $\dot{m} = \dot{m}_{CR}$

ESERCITAZIONE 1 UGELLI E DIFFUSORI

1) Un ugello semplicemente convergente con una sezione di gola pari a 20 cm², espande isentropicamente aria ($R = 287\ J/kg/K$, $\gamma = 1.4$) da condizioni totali $T^o_{in} = 500\ K$ e $p^o_{in} = 3$ bar. Determinare:

- portata, pressione, temperatura e velocità nella sezione di gola, nei casi in cui la pressione nell'ambiente di scarico sia $p_V = 2$ bar e $p_V = 1$ bar.

CASO 1: $p_V = 2$ bar



$$\begin{cases} \text{- FLUSSO ADIABATICO} \Rightarrow T^o_t = T^o_{in} \\ \text{- FLUSSO REVERSIBILE} \Rightarrow p^o_t = p^o_{in} \end{cases}$$

Calcoliamo la $\left(p/p^o\right)_{CR}$:

essa si raggiunge quando $M_t = 1$

$$p^o = p\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\gamma/\gamma-1} \rightarrow \left(\frac{p}{p^o}\right)_{M=1} = \left(\frac{1}{1+\frac{\gamma-1}{2}}\right)^{\gamma/\gamma-1} = \left(\frac{2}{1+\gamma}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0.528$$

In che condizioni è l'ugello?

$$\begin{cases} \text{Se } p_V < p_{CR} \rightarrow M_t = 1 \text{ e } p_V \neq p_t \\ \text{Se } p_V > p_{CR} \rightarrow M_t < 1 \text{ e } p_V = p_t \end{cases}$$

$$\left(\frac{p_V}{p^o_{in}}\right) = \frac{2}{3} = 0{,}667 > \left(\frac{p}{p^o}\right)_{CR} \Rightarrow M_t < 1 \text{ e } p_t = p_V$$

Quindi:

$$\dot{m} = \frac{p^o_{t=in} A}{\sqrt{RT^o_{t=in}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_V}{p^o_{t=in}}\right)^{2/\gamma} - \left(\frac{p_V}{p^o_{t=in}}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]} = 1{,}0336\ Kg/s$$

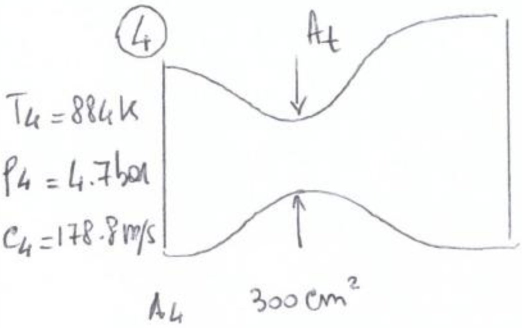
$$p_t = p_{CR} = p^o_m \cdot 0,528 = 1,584 \text{ bar}$$

$$T_t = \frac{T^o_m}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\right)} = 416,667 \text{ K}$$

$$c_t = M_t \sqrt{\gamma R T_t} = 409,165 \text{ m/s}$$

(2) Un ugello convergente-divergente adiabatico espande reversibilmente una corrente d'aria che presenta $T_4 = 884 K$, $p_4 = 4.7$ bar, $c_4 = 178.8$ m/s. Nell'ambiente di scarico la pressione è $p_0 = 1$ bar.

- Calcolare la portata smaltita e l'area di ingresso A_4, sapendo che $A_t = 300 \text{ cm}^2$
- Calcolare A_e per avere l'ugello adattato, ed i corrispondenti valori di numero di Mach e velocità di uscita c_e.
- Mach e velocità e pressione di uscita M_e', c_e', p_e' se $A_e' = 350 \text{ cm}^2$.



$p_0 = 1$ bar

- ADIABATICO $\rightarrow T^o_m = T^o_e = T_t$
  $T^o_e = T^o_4 = T^o_t$
- REVERSIBILE $\rightarrow p^o_4 = p^o_e = p^o_t$

Calcolo grandezze totali:

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R = 1004,5 \text{ J/kg K}$$

$$T^o_4 = T_4 + \frac{c_4^2}{2 c_p} = 899.913 \text{ K}$$

$$p^o_4 = p_4 \left(\frac{T^o_4}{T_4}\right)^{\gamma/\gamma-1} = 5 \text{ bar}$$

$$\left(\frac{p_0}{p^o_4}\right) = \frac{1}{5} = 0.2 < 0.5283 \rightarrow \text{ugello critico} \quad M_t = 1, \ \dot{m} = \dot{m}_{CR}$$

$$f(M=1{,}709) = \frac{\sqrt{\gamma}\, M_e}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_e^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = 0{,}5086$$

$$f(M=1) = 0{,}6847$$

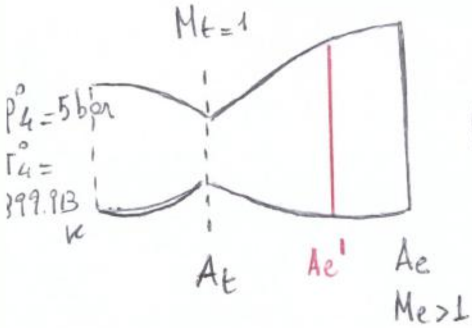
Quindi:

$$A_e = 403{,}89 \text{ cm}^2$$

$$c_e = M_e\sqrt{\gamma R T_e} = 816{,}49 \text{ m/s}$$

$$T_e = \frac{T_e^\circ = 4}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_e^2} = 568{,}078 \text{ K}$$

• Supponiamo $A_e' = 350$ cm^2. Quanto valgono M_e', c_e', p_e'?



$p_0 = 1$ bar

In questo caso, poiché si conservano le grandezze totali:

$$A_e' f(M_e') = A_t f(M=1)$$

$$\frac{A_t}{A_e'} = \frac{f(M_e')}{f(M=1)} = 0{,}857 \longrightarrow$$ dalle tabelle a tale rapporto corrisponde $M_e' \sim 1.48$

$$c_e' \overset{(*)}{=} M_e'\sqrt{\gamma R^* T_e'} = 718{,}787 \text{ m/s}$$

$$p_e' = \frac{p_e'^\circ = p_{in}^\circ}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_e'^2\right)^{\gamma/\gamma-1}} = 1{,}121 \text{ bar}$$

$$\left(\frac{p_e^\circ}{p_e'}\right) = \left(\frac{T_e^\circ}{T_e'}\right)^{\gamma/\gamma-1} \longrightarrow T_e' \underset{(*)}{=} T_e^\circ\left(\frac{p_e'}{p_e^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 587{,}04 \text{ K}$$

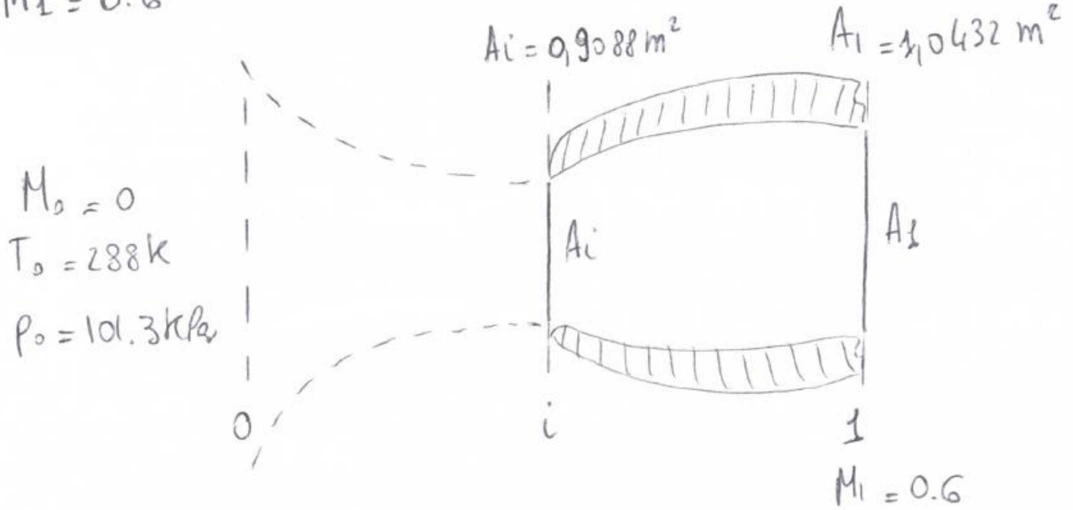
$$\dot{m}_1 = \dot{m} = \frac{p_1^\circ A_1}{\sqrt{R T_1^\circ}} f(M_1) \qquad \text{con } f(M_1) = \frac{\sqrt{\gamma}\, M_1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = 0.545$$

$$A_1 = \frac{\dot{m}\sqrt{R T_1^\circ}}{p_1^\circ f(M_1)} = 1{,}0432 \text{ m}^2$$

$$T_1^\circ = T_0^\circ$$

$$p_1^\circ = p_0^\circ$$

Si determini inoltre il valore di $\dot{m}$ e M_i al decollo a quota 0, $M_0 = 0$, $T_0 = 288\,K$, $p_0 = 101.3\,kPa$, sapendo che in queste condizioni si ha $M_1 = 0.6$



$$T_0^\circ = T_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right) = T_0$$

$$p_0^\circ = p_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)^{\gamma/\gamma-1} = p_0$$

<u>Calcolo portata</u>:

$$\dot{m} = \frac{p_0 A_1}{\sqrt{R T_0}} f(M_1) \qquad \text{con } f(M_1) = 0{,}576$$

$$\dot{m} = 211{,}73 \text{ Kg/s}$$

<u>Calcolo M_i</u>: $\quad A_i f(M_i) = A_1 f(M_1)$

UGELLI e DIFFUSORI

- Un ugello semplicemente convergente con una sezione di gola pari a 20 cm^2 espande isentropicamente aria ($R = 287$ J/kg/K, $\gamma = 1.4$) da condizioni totali $T_m^o = 500$ K e $p_m^o = 3$ bar. Determinare portata e pressione, temperatura e velocità nella sezione di gola nei casi di pressione nell'ambiente di scarico pari a $p_v = 2$ bar e $p_v = 1$ bar.

- Un ugello convergente-divergente adiabatico espande reversibilmente una corrente d'aria che presenta temperatura $T_4 = 884$ K, pressione $p_4 = 4.7$ bar e velocità $c_4 = 178.8$ m/s. Nell'ambiente di scarico la pressione è $p_0 = 1$ bar. Calcolare la portata smaltita e l'area di ingresso A_4 sapendo che l'area di gola è $A_t = 300$ cm^2.

  Calcolare inoltre

  - l'area di uscita A_e per avere l'ugello adattato ed i corrispondenti valori di numero di Mach e velocità di uscita M_e e c_e
  - il Mach la velocità e la pressione di uscita M_e', c_e' e p_e' se l'area di uscita è ridotta a $A_e' = 350$ cm^2

- Dimensionare la presa d'aria per un turbofan in volo nelle seguenti condizioni: numero di mach $M_0 = 0.85$, quota $z = 30000$ ft ($T_0 = 226.6$ K, $p_0 = 30.05$ kPa), portata $\dot{m} = 100$ kg/s, numero di Mach all'ingresso della presa $M_i = 0.7$, numero di Mach all'uscita della presa/ingresso compressore $M_1 = 0.55$ (si supponga il flusso adiabatico e reversibile).

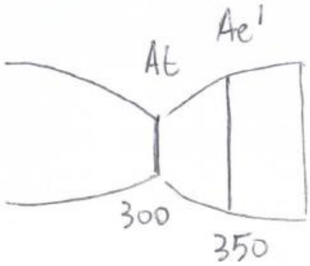
  Si determinino inoltre i valore di $\dot{m}$ e M_i al decollo a quota 0 ($M_0 = 0$, $T_0 = 288$ K, $p_0 = 101.3$ kPa), sapendo che in queste condizioni si ha $M_1 = 0.6$.

$$\frac{A^*}{A} = \frac{A_{gola}}{A}$$

FLUSSO COMPRESSIBILE ADIABATICO

($\gamma = 7/5$)

$A^*/A \rightarrow \frac{A_t}{A_4} = \frac{f(M_4)}{f(1)}$



M_1	P_1 / P_{t1}	A^* / A	M_2	P_2 / P_1	P_{t2} / P_{t1}
.00	1.00000	.0000			
.05	.99825	.0863			
.10	.99303	.1718			
.15	.98441	.2557			
.20	.97250	.3374			
.25	.95745	.4162			
.30	.93947	.4914			
.35	.91877	.5624			
.40	.89561	.6289			
.45	.87027	.6903			
.50	.84302	.7464			
.55	.81417	.7968			
.60	.78400	.8416			
.65	.75283	.8806			
.70	.72093	.9138			
.75	.68857	.9412			
.80	.65602	.9632			
.85	.62351	.9798			
.90	.59126	.9912			
.95	.55946	.9979			
1.00	.52828	1.0000	1.000	1.000	1.0000
1.05	.49787	.9980	.953	1.120	.9999
1.10	.46835	.9921	.912	1.245	.9989
1.15	.43983	.9828	.875	1.376	.9967
1.20	.41238	.9705	.842	1.513	.9928
1.25	.38606	.9553	.813	1.656	.9871
1.30	.36091	.9378	.786	1.805	.9794
1.35	.33697	.9182	.762	1.960	.9697
1.40	.31424	.8969	.740	2.120	.9582
1.45	.29272	.8742	.720	2.286	.9448
1.50	.27240	.8502	.701	2.458	.9298
1.55	.25326	.8254	.684	2.636	.9132
1.60	.23527	.7998	.668	2.820	.8952
1.65	.21839	.7739	.654	3.010	.8760
1.70	.20259	.7476	.641	3.205	.8557
1.75	.18782	.7212	.628	3.406	.8346
1.80	.17404	.6949	.617	3.613	.8127
1.85	.16120	.6688	.606	3.826	.7902
1.90	.14924	.6430	.596	4.045	.7674
1.95	.13813	.6175	.586	4.270	.7442
2.00	.12780	.5926	.577	4.500	.7209
2.05	.11823	.5682	.569	4.736	.6975
2.10	.10935	.5444	.561	4.978	.6742
2.15	.10113	.5212	.554	5.226	.6511
2.20	.09352	.4988	.547	5.480	.6281
2.25	.08648	.4770	.541	5.740	.6055
2.30	.07997	.4560	.534	6.005	.5833
2.35	.07396	.4357	.529	6.276	.5615
2.40	.06840	.4161	.523	6.553	.5401
2.45	.06327	.3973	.518	6.836	.5193
2.50	.05853	.3793	.513	7.125	.4990
2.55	.05415	.3619	.508	7.420	.4793
2.60	.05012	.3453	.504	7.720	.4601
2.65	.04639	.3294	.500	8.026	.4416
2.70	.04295	.3142	.496	8.338	.4236
2.75	.03978	.2996	.492	8.656	.4062
2.80	.03685	.2857	.488	8.980	.3895
2.85	.03415	.2724	.485	9.310	.3733
2.90	.03165	.2598	.481	9.645	.3577
2.95	.02935	.2477	.478	9.986	.3428
3.00	.02722	.2362	.475	10.333	.3283

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 58 di 314

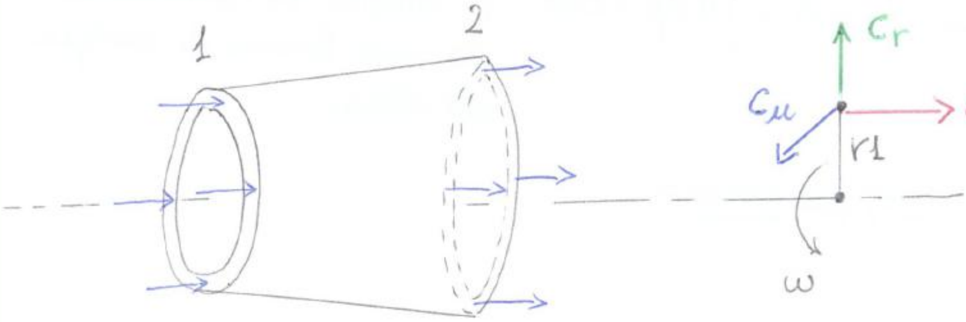
Nello studio delle turbomacchine supponiamo, almeno inizialmente, che l'altezza delle palette sia trascurabile rispetto al raggio del rotore.

In questo modo, il fluido in ingresso si trova nelle stesse condizioni in ogni punto e lo stesso vale per il fluido in uscita.

Per determinare il lavoro scambiato tra fluido e turbomacchina, occorre calcolare la coppia che le palette esercitano sul fluido.

Per fare ciò, ci serviamo del <u>TEOREMA DEL MOMENTO ANGOLARE</u>, che afferma che la variazione di momento angolare è pari alla somma delle coppie applicate dall'esterno.

Per applicare il teorema, adottiamo un punto di vista euleriano, considerandolo come volume di controllo quello occupato dal flusso per passare da 1 a 2.

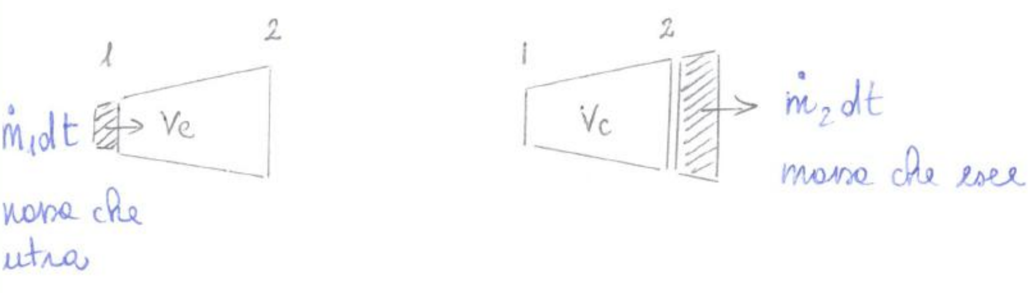


La velocità del fluido all'interno del volume di controllo può essere scomposta in tre componenti:

$$\bar{C} = \underbrace{c_a \bar{u}_a}_{\text{assiale}} + \underbrace{c_r \bar{u}_r}_{\text{radiale}} + \underbrace{c_u \bar{u}_u}_{\text{tangenziale}}$$

Applichiamo il teorema: $\boxed{M = \frac{dK}{dt}}$

<u>INIZIO</u> t $\longrightarrow$ <u>FINE</u> $t+dt$



Indicando con $u = \omega r$ la VELOCITÀ DI PALA, otteniamo:

$$\boxed{L_i = u_2 C_{u_2} - u_1 C_{u_1}}$$

osserviamo che c'è lavoro perché c'è variazione di velocità

Osserviamo che:

- TURBOMACCHINE ASSIALI $\Rightarrow \begin{cases} C_r = 0 \\ r_2 = r_1 \\ u_2 = u_1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{L_i = u\,(C_{u_2} - C_{u_1})}$

In un COMPRESSORE ASSIALE, affinché $L_i > 0$, deve essere $C_{u_2} > C_{u_1}$ e quindi la paletta spinge il flusso nella stessa direzione in cui sta ruotando

In una TURBINA ASSIALE, affinché $L_i < 0$, deve essere $C_{u_2} < C_{u_1}$ e allora la palette esercita una forza diretta in senso opposto al verso di rotazione

- TURBOMACCHINE RADIALI $\rightarrow$ CENTRIPETE, $r_1 > r_2 \Rightarrow$ un compressore non può essere centripeto, perché $u_1 > u_2$
  $\rightarrow$ CENTRIFUGHE, $r_2 > r_1$
  $\Rightarrow$ una turbina in genere non è centrifuga. Esistono alcune eccezioni per problemi di smaltimento di portata.

$$\boxed{L_i = u_2 C_{u_2} - u_1 C_{u_1}}$$

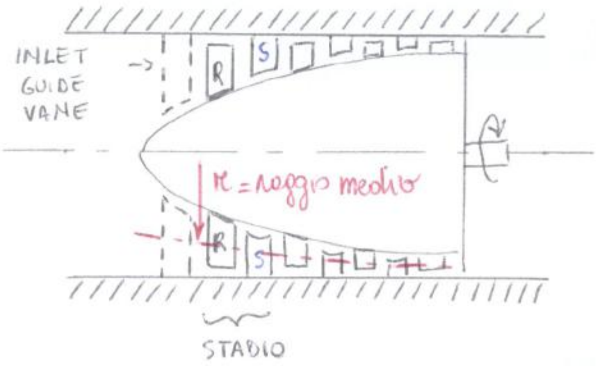
In genere:

- PICCOLE PORTATE $\rightarrow$ si preferiscono macchine RADIALI
- GRANDI PORTATE $\rightarrow$ si preferiscono macchine ASSIALI

In campo aeronautico:

- Si utilizzano SOLO TURBINE ASSIALI
- Per i compressori: $\rightarrow$ MACCHINE ASSIALI se $\dot{m} > 5\,kg/s$
  $\rightarrow$ MACCHINE RADIALI se $\dot{m} < 5\,kg/s$

COMPRESSORE ASSIALE



La caratteristica principale di un compressore assiale è quella che il raggio medio si mantiene con buona approssimazione costante da monte a valle. Possiamo perciò trascurare la piccola componente radiale di velocità esistente.

La sezione trasversale di attraversamento del fluido è progressivamente decrescente, per garantire che C_a rimanga costante.

Infatti, data la condizione di MOTO STAZIONARIO, $\dot{m} = \rho C_a A = \text{costante}$

$$\Rightarrow C_a = \frac{\dot{m}}{\rho A}$$

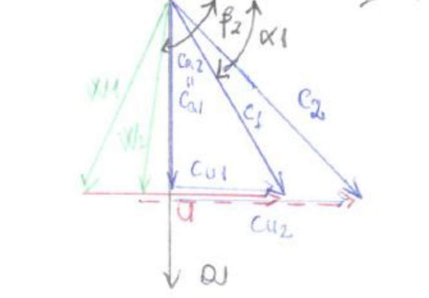
poiché nel compressore ρ aumenta, affinché C_a rimanga costante occorre diminuire A.

Generalmente, tale macchina è MULTISTADIO e a volte, davanti al primo rotore, è posta una palettatura fissa detta INLET GUIDE VANE, che prepara il flusso ad entrare nel rotore.

TRIANGOLO DI VELOCITÁ

Partiamo con il disegnare il triangolo di velocità, in base alle seguenti considerazioni:

- C_{u1}, C_{u2} sono in genere dirette nel verso di u
- $C_{a1} \simeq C_{a2}$, perché macchina assiale
- $\bar{C} = \bar{u} + \bar{W}$
- $C_{u2} > C_{u1}$



α_1, β_1 sono angoli costruttivi, ciò vuol dire che la direzione di $\bar{C}_1$ e $\bar{W}_2$ non dipendono dalle condizioni di funzionamento del compressore, ma solo da come è costruita la macchina.

la come è costruita la paletta. Però sappiamo dell'aerodinamica che una paletta funzionerà bene fintanto che l'angolo di incidenza è piccolo, altrimenti si verifica lo stallo.

È quindi buona norma, fare in modo che il bordo di attacco non formi un angolo eccessivamente grande con la $\overline{w}_1$, ma sia più o meno allineato con essa.

Quindi, il bordo di fuga è allineato, SEMPRE, con la w_2.

Il bordo d'attacco deve essere allineato il più possibile con la w_1.

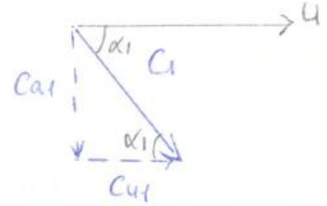
Disegnati in questo modo, basta raccordare le due direzioni per avere il profilo della paletta

3) Lo statore, per quanto detto sopra, dovrà avere il bordo d'attacco più o meno allineato con la $\overline{c}_2$ e quello di uscita con la $\overline{c}_3$ (perché lo statore vede le velocità assolute).

Generalmente, nei compressori multistadio, si fa in modo che ogni stadio sia uguale, perciò poniamo $\overline{c}_3 = \overline{c}_1$.

A questo punto, dal triangolo di velocità, vediamo come esprimere il lavoro:

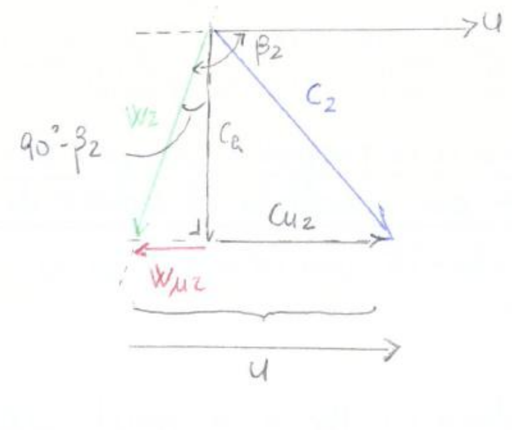
$$L_c = u\,(c_{u2} - c_{u1})$$



$$\begin{cases} c_{u1} = c_1 \cos\alpha_1 \\ c_{a1} = c_1 \sin\alpha_1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{c_{u1} = c_{a1} \cot g\, \alpha_1}$$



$$c_{u2} = w_{u2} + u$$

$$w_{u2} = w_2 \cos\beta_2 = c_a \cot g\, \beta_2$$

$$w_a = c_a = w_2 \sin\beta_2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{c_{u2} = u + c_a \cot g\, \beta_2}$$

Sottraendo dalla prima equazione la seconda, troviamo:

$$\boxed{L_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}}$$

Fino ad ora abbiamo capito come devono essere costruite le palette del compressore a partire dal triangolo di velocità e abbiamo trovato un'espressione del lavoro (o del coefficiente di pressione) in funzione della C_a (o del coefficiente di portata).

La nostra attenzione ora è rivolta all'effetto utile che vogliamo ottenere, ovvero il <u>RAPPORTO DI COMPRESSIONE</u> $\beta_c = \frac{p_3^0}{p_1^0}$

Osserviamo che, poiché abbiamo posto $c_3 = c_1$ e in uno stadio il rapporto di compressione è piccolo, quindi avremo piccole variazioni di temperatura tra 1 e 3, possiamo affermare che $M_1 \cong M_3$.

Poiché $p = \frac{p^0}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$ e $M_1 \cong M_3$ $\Rightarrow$ $\frac{p_3^0}{p_1^0} = \frac{p_3 \cancel{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_3^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}}{p_1 \cancel{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}} \sim \frac{p_3}{p_1}$

$$\downarrow$$

$$\frac{c_1}{\sqrt{\gamma R T_1}} \simeq \frac{c_3}{\sqrt{\gamma R T_3}}$$

$M_1 \simeq M_3$

Perciò:

$$\boxed{\beta_c = \frac{p_3^0}{p_1^0} \sim \frac{p_3}{p_1}}$$

il rapporto tra le pressioni totali coincide con il rapporto tra le pressioni statiche

Poiché siamo in grado di calcolare L_c, quello che dobbiamo fare è metterlo in relazione con il β_c.

Ricordiamo che:

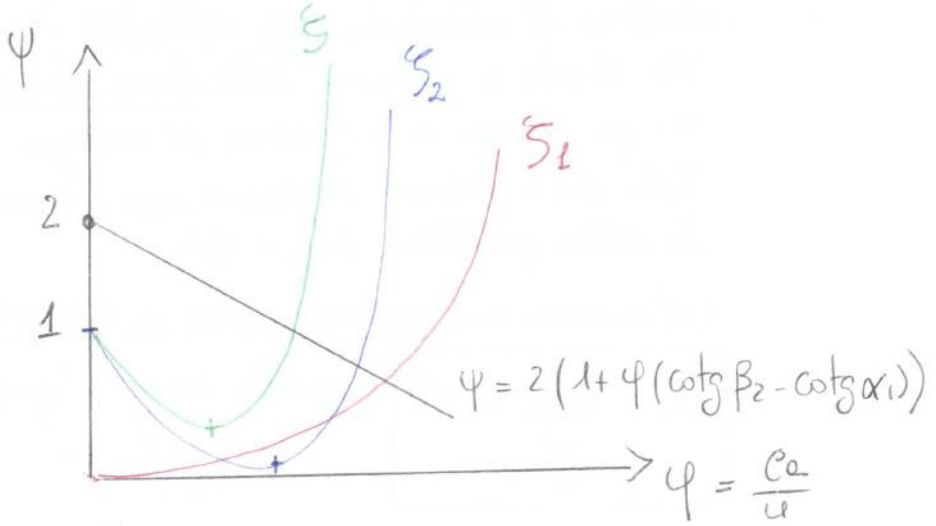
$$L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1^0 \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \quad \rightarrow \quad \boxed{\beta_c = \left(1 + \frac{\eta_c L_c}{c_p T_1^0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

Se non fosse presente il rendimento η_c, sarebbe facile mettere in relazione β_c con L_c. La presenza di questo termine è legato alle perdite che si verificano nel compressore. Per capire come legare β_c ad L_c, dobbiamo capire come variano le perdite.

Il coefficiente di perdita complessivo sarà:

$$\boxed{\xi = \xi_1 + \xi_2}$$

Rappresentiamo l'andamento dei coeff. di perdita sul grafico $\psi - \varphi$:



ξ avrà un minimo dove ξ_1, ξ_2 sono entrambi piccoli, poi comincerà a crescere.

Perché ξ_2 parte da 1?

Quando $\varphi = 0$, non abbiamo passaggio di aria nella macchina ($C_a = 0$). La macchina gira ($u \neq 0$) e fa girare sempre la stessa aria.

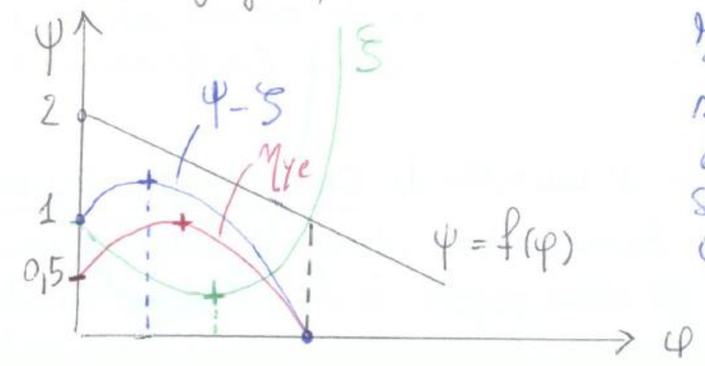
Se $\varphi = 0$ il lavoro vale:

$$\frac{L_c}{\frac{u^2}{2}} = 2 \rightarrow L_c = u^2$$

Facendo girare aria ferma dentro il compressore, questa girerà con velocità u, perciò abbiamo fornito un'energia pari a $\frac{u^2}{2}$. Tale energia viene completamente persa $\Rightarrow L_{W_2} = \frac{u^2}{2}$ e $\xi_2 = \frac{L_W}{\frac{u^2}{2}} = 1$

Rappresentiamo ora in un grafico, $\psi - \xi$, ψ e ξ:

$\psi - \xi$ rappresenta il lavoro L_c meno perdite L_W.



Il massimo di $\psi - \xi$ si ha dove le derivate delle funzioni ξ e ψ sono uguali. Quindi più a sx del minimo di ξ

Poiché il rendimento idraulico differisce da quello isentropico perché tiene conto del lavoro di controrecupero, ma dato il piccolo rapporto di compressione questo tende a essere trascurabile, i due rendimenti tendono a coincidere.

Allora:

$$\boxed{\beta_c = \left(1 + \frac{\eta_c L_e}{c_p T_1^0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\eta_c \psi \, u^2/2}{c_p T_1^0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

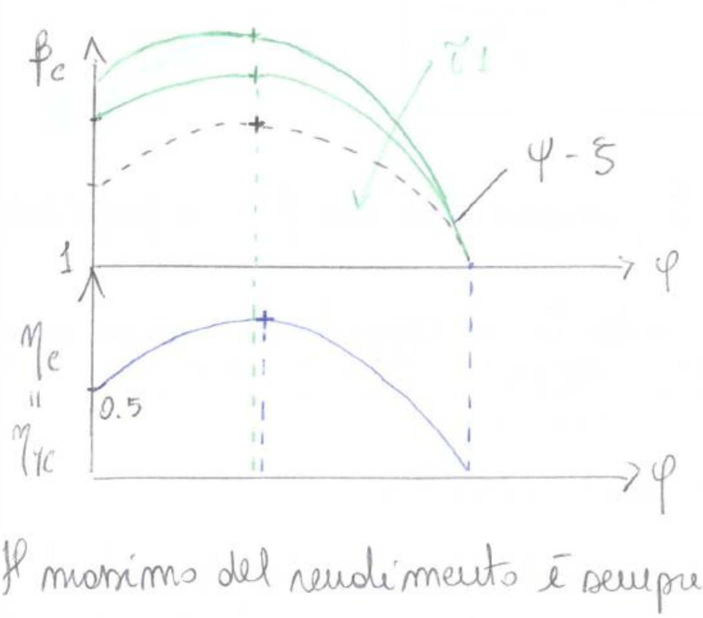
Definiamo COEFFICIENTE TERMOMETRICO:

$$\boxed{\tau_1 = \frac{c_p T_1^0}{\frac{u^2}{2}}} \implies \beta_c = \left(1 + \frac{\psi}{\tau_1}\eta_c\right)^{\gamma/\gamma-1} = \left(1 + \frac{\psi - \xi}{\tau_1}\right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$\eta_c \simeq \eta_{yc} = \frac{\psi - \xi}{\psi}$$

Quindi:

$$\boxed{\beta_c = \left(1 + \frac{\psi - \xi}{\tau_1}\right)^{\gamma/\gamma-1}}$$



Fissato τ_1, l'andamento di $\beta - 1$ ricalca l'andamento di $\psi - \xi$.

Perciò β seguirà la curva $\psi - \xi$, e avrà un massimo dove $\psi - \xi$ ha un massimo.
Se τ_1 è piccolo, β è grande e viceversa.

Il massimo del rendimento è sempre a destra del massimo di β.

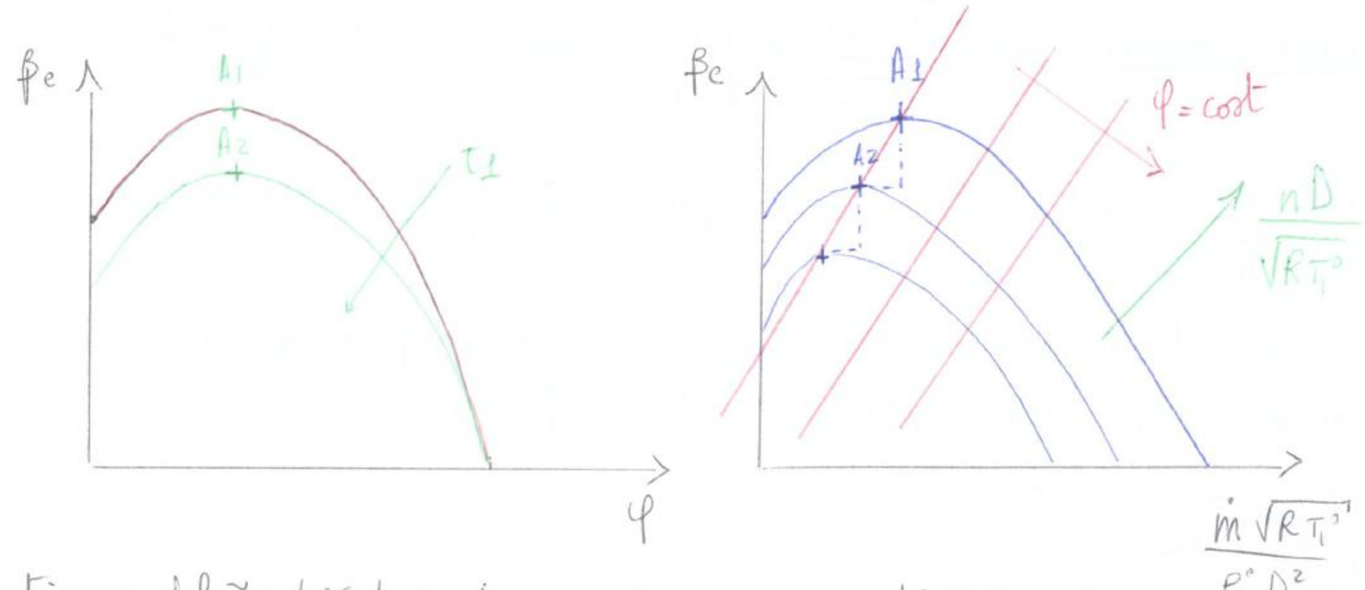
Dal punto di vista pratico, misurare le prestazioni di un compressore in termini di φ è praticamente impossibile, perché non si riesce a misurare C_a.

A sua volta, anche M_1 è funzione di φ e giri corretti, infatti:

$$M_1 = \frac{c_1}{\sqrt{\gamma R^* T_1}} = \frac{c_{a1}}{\sin\alpha_1 \, u} \cdot \frac{u}{\sqrt{\gamma R T_1}} = \varphi \cdot \underbrace{\frac{\overset{\to \propto nD}{u}}{\sin\alpha_1 \sqrt{\gamma R^* T_1}}}_{\propto \sqrt{RT_1}} \propto \varphi \cdot \frac{nD}{\sqrt{RT_1}}$$

$$c_{a1} = c_1 \sin\alpha_1$$

Perciò questo nuovo set di grandezze è del tutto equivalente alle altre due.



Partiamo dal T_1 più basso (curva in rosso), quindi dai giri corretti più alti.
La curva a giri corretti costanti avrà lo stesso andamento di quella a T costante, poiché c'è proporzionalità tra φ e $\frac{\dot{m}\sqrt{RT_1^0}}{p_1^0 D^2}$.

Osserviamo che, a parità di φ, passando da A_1 a A_2 il β_e scende.
Poiché passiamo da numero di giri alto a numero di giri basso, scende anche la portata corretta, che è proporzionale ad essi (fissato φ).
Perciò il punto A_2 si troverà più in basso e più a sinistra del punto A_1

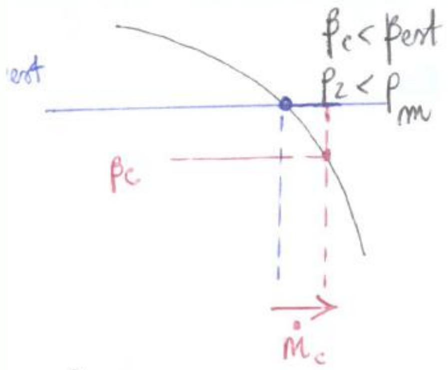
Possiamo osservare che i punti in similitudine, cioè con stesso φ, si trovano su rette come quelle disegnate sul grafico

Se non ci fossero altri effetti, le curve rosse a $\varphi = cost$ unirebbero punti a stesso rendimento. In realtà non è così perché intervengono delle perdite legate agli effetti del numero di Re e del numero di M.

Perché il punto a destra è stabile e quello a sinistra è instabile?

· PUNTO STABILE

Supponiamo intervenga un disturbo che aumenti la portata.

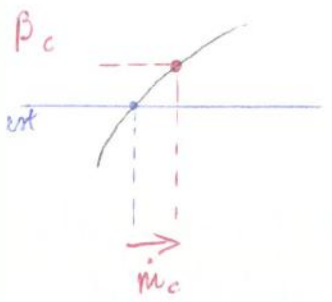


A un aumento di portata, corrisponde un $\beta_c < \beta_{est}$, cioè una pressione fornita dal compressore inferiore a quella richiesta dal circuito.
Questo comporta una diminuzione di portata che permette di tornare al punto di equilibrio. (perché il fluido decelera)

Analogamente avviene nel caso la portata diminuisca per effetto di un disturbo esterno.

· PUNTO INSTABILE

Se interviene un disturbo che aumenta la portata:



in questo caso $\beta_c > \beta_{est} \Rightarrow p_2 > p_m$, perciò la portata aumenterà fino a raggiungere il punto di equilibrio stabile.

Se la portata però scende al di sotto di quella corrispondente al punto di equilibrio instabile, questa comincerà a diminuire fino a giungere a un punto di equilibrio instabile a portata negativa (il fluido torna indietro). Si arriverà ad una situazione in cui si verificherà una continua oscillazione tra due punti di instabilità, uno a portata positiva, l'altro a portata negativa.

Per questo motivo, si definisce una LINEA DI POMPAGGIO, che unisce tutti i punti a $\beta_c = \beta_{max}$ a sinistra della quale non bisogna far funzionare il compressore.

LIMITAZIONI PROGETTUALI

① $M_{1_{REL}} = \frac{W_1}{\sqrt{\gamma R^* T_1}} < M_{MAX}$ (0,8)

Tale limitazione è derivata dal fatto che non vogliamo flussi supersonici, poiché ciò comporterebbe degli urti, il che vuol dire dissipazioni, che aumenterebbero le probabilità dello stallo delle palette.

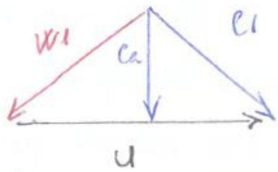
Come comporta tale limitazione?

$$M_{1_{REL}} = \frac{W_1}{\sqrt{\gamma R^* T_1}} < M_{MAX} \rightarrow \boxed{W_1 < C_S M_{MAX}}$$

la limitazione sul $M_{1_{REL}}$ si traduce in una limitazione sulla W_1.

Osserviamo che:

$$W_1 = \sqrt{W_a^2 + W_{\mu 1}^2} = \sqrt{C_a^2 + (u - C_{u1})^2}$$



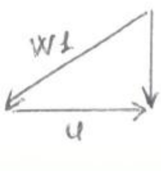
Anche la C_a e $(u - C_{u1})$ subiscono delle limitazioni.

Però:

- C_a non può scendere troppo, perché legato alla portata $\dot{m} = \rho C_A A$
  Se C_a diminuisse, affinché si mantenga $\dot{m}$ = costante, occorrerebbe aumentare A e questo produrrebbe un aumento delle dimensioni della macchina

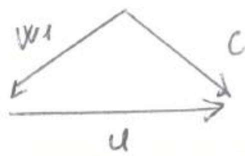
- Come possiamo agire su $(u - C_{u1})$?
  Attraverso l'IGV, invece di avere un flusso puramente assiale, conferiamo alla C_1 una componente tangenziale C_{u1} che permette di diminuire la $W_{\mu 1}$ e quindi W_1 (a parità di u)
  Se invece fissiamo W_1, l'IGV, ruotando $\bar{C}_1$, permette di avere una $\bar{u}$ maggiore, quindi un $L_c = u(C_{u2} - C_{u1})$ maggiore.

SENZA IGV



CON IGV

(a parità di W_1)



Abbiamo visto che:

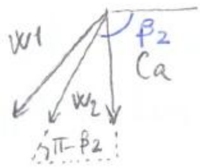
$$\frac{p_2-p_1}{\rho} = \frac{W_1^2-W_2^2}{2} \rightarrow p_2-p_1 = \frac{\rho}{2}\left(W_1^2-W_2^2\right)$$

Poiché $c_{p_R} = \frac{p_2-p_1}{\frac{1}{2}\rho W_1^2} = 1 - \frac{W_2^2}{W_1^2} \leq 0{,}5 \implies \boxed{W_2^2 \geq 0{,}5\, W_1^2}$

se $c_p = 0{,}5 \implies W_2 = \frac{W_1}{\sqrt{2}} \simeq 0{,}7\, W_1$ la W_2 non deve essere troppo inferiore a W_1.

Inoltre:

$C_a = W_2 \sin\beta_2 = W_1 \sin\beta_1$



Allora:

$$W_2 = W_1 \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} \implies \cancel{W_1^2} \sin\beta_1^2 \geq 0{,}5\, \cancel{W_1^2} \sin\beta_2^2 \implies \boxed{\sin\beta_1^2 \geq 0{,}5 \sin\beta_2^2}$$

se $c_p = 0{,}5 \implies \sin\beta_1^2 = 0{,}5 \sin\beta_2^2$

$\hookrightarrow \sin\beta_1 \simeq \sin\beta_2 \cdot 0{,}7$ gli angoli β_1 e β_2 non devono essere troppo diversi fra loro

LIMITAZIONI SUL β_c

Osserviamo come le limitazioni sul $M_{1,REL}$ e sui c_{p_R}, c_{p_S}, si riducono in una limitazione sul β_c.

Assumendo $c_1 = c_3 \implies \beta_c = \frac{p_3^\circ}{p_1^\circ} \simeq \frac{p_3}{p_1} = \underbrace{\frac{p_3}{p_2}}_{\text{guadagno pressione statore}} \cdot \overbrace{\frac{p_2}{p_1}}^{\text{guadagno pressione rotore}}$

- $p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho W_1^2 c_{p_R} \rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{1}{2}\frac{\rho W_1^2 c_{p_R}}{p_1}\cdot\frac{\gamma}{\gamma} = 1 + \frac{\gamma}{2} M_{1_{REL}}^2 c_{p_R}$

- Analogamente: $\frac{p_3}{p_2} = 1 + \frac{\gamma}{2} M_2^2 \cdot c_{p_S}$

GRADO DI REAZIONE

Definiamo grado di reazione R:

$$\boxed{R = \frac{\text{aumento entalpia rotore}}{\text{lavoro scambiato}} = \frac{i_2 - i_1}{i_2^0 - i_1^0}}$$

con $i_2^0 - i_1^0 = i_3^0 - i_1^0$

e se $c_1 = c_3 \Rightarrow \boxed{i_2^0 - i_1^0} = i_3^0 - i_1^0 = \boxed{i_3 - i_1}$

Tale parametro indica qual'è il guadagno di pressione ottenuto nel rotore rispetto al guadagno di pressione totale.

Applichiamo il 1° principio in forma mista al rotore, supponendo:

- $\rho \sim cost$
- $L_W = 0$

$$\rightarrow \cancel{L_i}_0 = \int_1^2 v\,dp + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \cancel{L_W}_0$$

sistema di riferimento rotante $L_i = 0$

$$\boxed{\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = 0}$$

il 1° principio in forma classica:

$$\cancel{L_i}^0 + \cancel{Q_e}^0 = \Delta i + \Delta E_c \rightarrow \boxed{i_2 - i_1 + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = 0}$$

sistema di riferimento rotante, $L_i = 0$

Osserviamo che:

$$\boxed{i_2 - i_1 = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho}}$$

allo stesso ragionamento, applicando il tutto allo statore:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{p_3 - p_2}{\rho} + \frac{c_3^2 - c_2^2}{2} = 0 \\ &i_3 - i_2 = \frac{c_2^2 - c_3^2}{2} \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{i_3 - i_2 = \frac{c_2^2 - c_3^2}{2} = \frac{p_3 - p_2}{\rho}}$$

Allora:

$$i_3 - i_1 = i_3 - i_2 + i_2 - i_1 = \frac{c_2^2 - c_3^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2}$$

Poiché $\sum F_r = 0$, abbiamo:

$$p\, r d\theta dz + 2p \underbrace{\sin\frac{d\theta}{2}}_{\sim \frac{d\theta}{2}} dr dz - \left(p + \frac{dp}{dr}dr\right)(r+dr)d\theta dz + \frac{Cu^2}{r}\rho\, r d\theta dr dz = 0$$

$$\frac{dp}{dr} r dr d\theta dz + \frac{Cu^2}{r}\rho\, r dr d\theta dz = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{Cu^2}{r}}$$

Come previsto, mettendo in rotazione un fluido con velocità Cu, si genera un gradiente di pressione crescente con il raggio, derivante dal fatto che il casing, non permettendo alle particelle di muoversi in direzione radiale, ne causa l'accumulo verso l'esterno.

Tale gradiente non rappresenta un problema, poiché eliminata la Cu esso si annulla e il fluido torna alla stessa pressione in ogni punto, che coincide con quella totale.

Affinché ciò avvenga, però, dobbiamo assicurare che:

- $\frac{dT_1^0}{dr} = 0$
- $\frac{dp_1^0}{dr} = 0$

le grandezze totali di ingresso non variano con il raggio $\rightarrow$ FLUIDO UNIFORME IN INGRESSO

$\rightarrow dL_w = TdS - \cancel{dQ}$

- $\frac{dL_w}{dr} = T\frac{ds}{dr} = 0 \rightarrow$ in ogni sezione del compressore le perdite sono uniformi e non dipendono dal raggio

- $\frac{dL_c}{dr} = 0 \rightarrow$ RICHIESTA CHE FACCIAMO NOI, il compressore deve comprimere il fluido allo stesso modo ad ogni raggio

$L_c = u\,(Cu_2 - Cu_1) = \omega \cdot r\,(Cu_2 - Cu_1)$

Allora: se $r\uparrow$, $(Cu_2 - Cu_1)\downarrow$

se $r\downarrow$, $(Cu_2 - Cu_1)\uparrow$

e tutto ciò è verificato $\rightarrow$ FLUIDO UNIFORME IN USCITA: $\frac{dT^0_{2,3}}{dr} = 0$, $\frac{dp^0_{2,3}}{dr} = 0$

SVERGOLAMENTO A VORTICE LIBERO

Se non ci sono coppie applicate $\Rightarrow$ $\boxed{r C_u = cost}$ dalla conservazione del momento angolare

Tale criterio prevede:

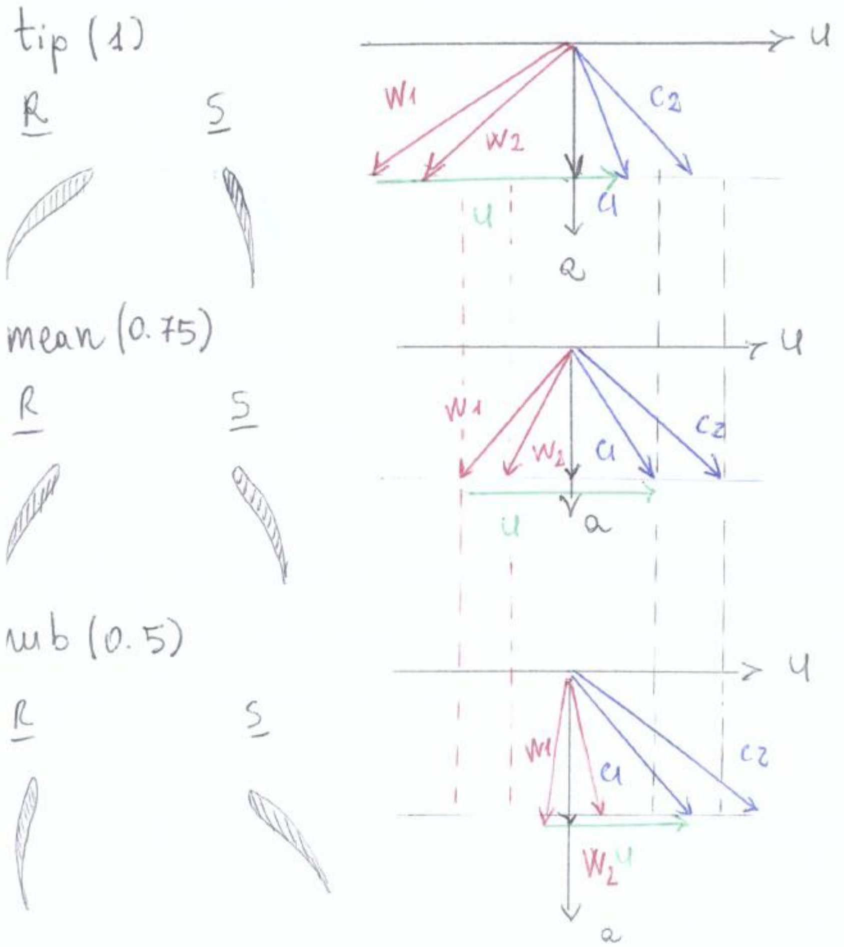
- $r C_{u1} = a_1$
- $r C_{u2} = a_2 > a_1$

Se $r C_u$ = costante $\Rightarrow$ $\frac{d C_a^2}{dr} = -\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r C_u)^2 = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{C_a = \text{costante con } r}$

Quindi:

- C_{a1} = cost con r
- C_{a2} = cost con r $\rightarrow$ scegliendo opportunamente le aree è possibile fare in modo che $C_{a1} = C_{a2} = C_a$

Vediamo allora come variano i triangoli di velocità al variare del raggio:



Poiché $r C_u$ = cost e r aumenta, C_u deve diminuire. Affinché L_i sia costante con r, deve aumentare U, perché C_u è diminuita. U infatti aumenta perché $u = \omega \cdot r_t$

supponiamo che al raggio medio i triangoli di velocità siano simmetrici

Poiché $r C_u$ = cost e r diminuisce C_u aumenta. Questo comporta una diminuzione di U affinché L_i sia costante, infatti U diminuisce perché $u = \omega \cdot r_h$

Osserviamo che le variazioni di W_1, W_2 derivano sia da variazione di C_1, C_2, sia da variazioni di U, per questo sono più evidenti delle variazioni di C_1 C_2

AVVIAMENTO COMPRESSORI ASSIALI MULTISTADIO

Per avviamento del compressore, intendiamo l'instaurarsi delle condizioni fluidodinamiche di progetto e non ci riferiamo quindi all'avviamento meccanico.

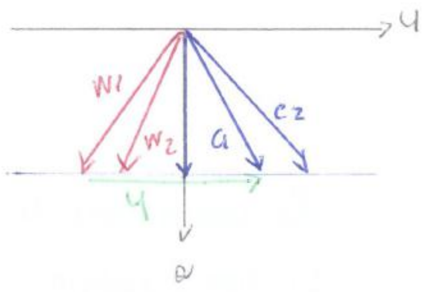
Assumiamo che l'avviamento meccanico sia già avvenuto, cioè che gli stadi ruotino già con la velocità $\underline{\omega}$ di progetto, mentre quello fluidodinamico ancora no.

In questo caso:

$\dot{m} < \dot{m}_p$, la portata non ha raggiunto quella di progetto

$\omega = \omega_p$.

Andiamo allora a vedere come si modificano i triangoli di velocità all'avviamento, supponendo tutti gli stadi identici e considerando, per semplicità, triangoli di velocità simmetrici al raggio medio.



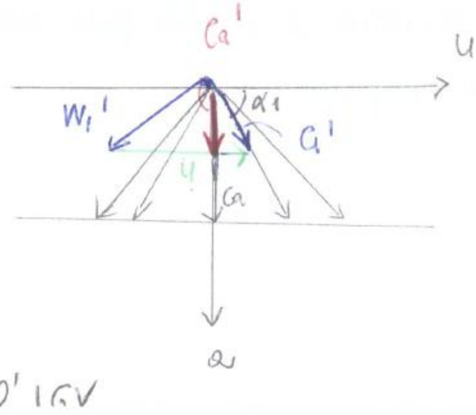
Dal triangolo di velocità, le palette del rotore saranno:

Analizziamo cosa accade nei vari stadi, ricordando che:

$$\left.\begin{aligned}\dot{m} &= \rho C_a A \\ \dot{m}_p &= \rho_p C_{a_p} A\end{aligned}\right\} \quad \dot{m} < \dot{m}_p \text{ all'avviamento}$$

PRIMO STADIO (e successivi)

$$\begin{cases}\dot{m} < \dot{m}_p \\ \rho = \rho_{amb} = \rho_p\end{cases} \Rightarrow C_a < C_{a_p}$$



La direzione di C1 non cambia, α1 è imposto dall'IGV

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 88 di 314

SOLUZIONI (di solito usate contemporaneamente)

1) USO DI PALE A CALETTAMENTO VARIABILE

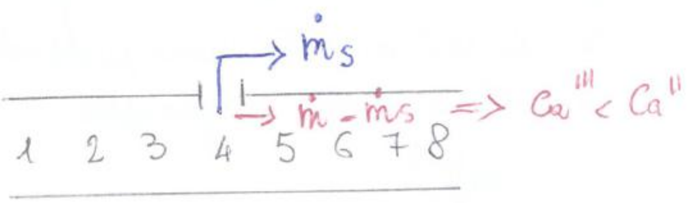
In questo modo è possibile variare l'inclinazione di c_1 per attenuare l'eccessiva inclinazione di w_1.
Dal punto di vista meccanico, è difficile ruotare le palette rotoriche, poiché sono collegate al tamburo, per questo si fanno ruotare le pale statoriche.
Tale soluzione comporta un aumento di peso della macchina.
Ad esempio, nel 1° stadio:

Diminuendo α_1 spostiamo più a destra w_1.

Un ragionamento analogo vale per gli ultimi stadi.

2) SPILLAMENTO D'ARIA

Se la portata negli ultimi stadi comporta una c_a troppo elevata, inseriamo a metà del compressore una porta che spilli una parte della portata. In questo caso evitiamo un eccessivo aumento di c_a, che comporta una eccessiva inclinazione di w_1.



3) COMPRESSORE MULTIALBERO

Invece di avere tutti gli stadi solidali allo stesso albero, li separiamo e li associamo a due (o più) alberi concentrici.

- ALBERO A BASSA PRESSIONE → associato ai primi stadi
- ALBERO AD ALTA PRESSIONE → associato agli ultimi stadi

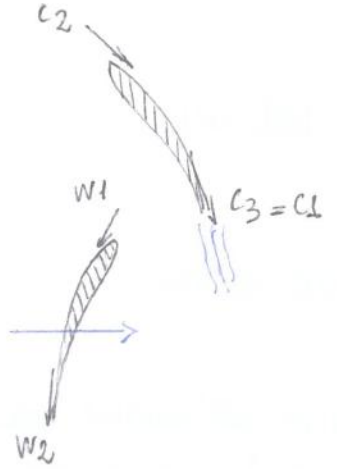
COMPRESSORI TRANSONICI

I compressori transonici rientrano nella famiglia dei compressori assiali.
Tale termine sta ad indicare che una parte della paletta lavora in regime subsonico, mentre il tip lavora a numeri di Mach abbondantemente sopra l'unità.
Qual è il vantaggio di tali macchine? A cosa è servito allora limitare il $M_{1_{REL}}$ nel caso del compressore assiale?

In realtà in un compressore possiamo avere urti, a patto che avvengano al posto giusto e se ne conoscano le caratteristiche. Ovviamente, lavorare con $M > M_{max} \sim 0.8$ offre il vantaggio di poter ottenere rapporti di compressione maggiori.

Affinché l'urto abbia caratteristiche prevedibili, occorre avere un FLUSSO PULITO, senza vortici né scie.
Ciò è dunque possibile solamente nel 1° stadio.
Perché?

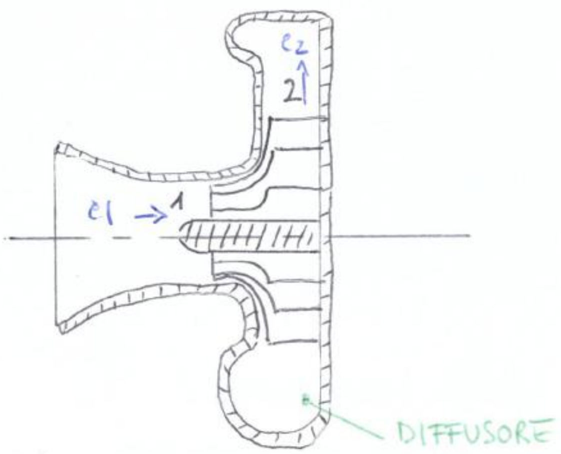
Considerando, ad esempio, il secondo o il terzo stadio:

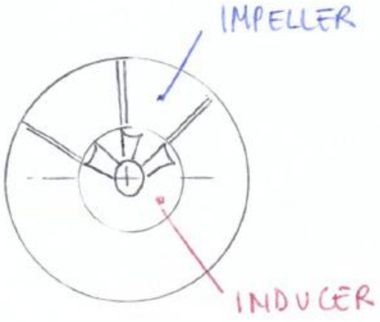


Ruotando, il rotore è disturbato dalla scia prodotta dalle palette statoriche dello stadio precedente.
Ciò rende difficile prevedere dove avvenga l'urto.

Dunque, lo stadio transonico è generalmente adottato nel 1° stadio, dove il flusso è pulito.
Esso è formato da palette POCO INCLINATE, PRATICAMENTE DRITTE, con bordo d'attacco appuntito (soluzione migliore per flussi supersonici).

TURBOCOMPRESSORE CENTRIFUGO



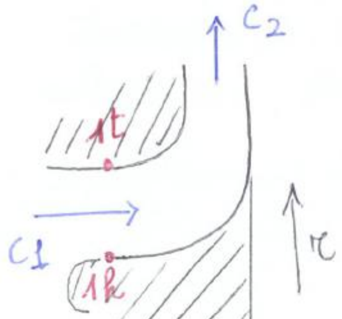


Il turbocompressore centrifugo è costituito da un ingresso assiale e un'uscita radiale.
È composto da una parte rotante, la GIRANTE, e da una parte fissa, il DIFFUSORE.

La girante è suddivisa in:

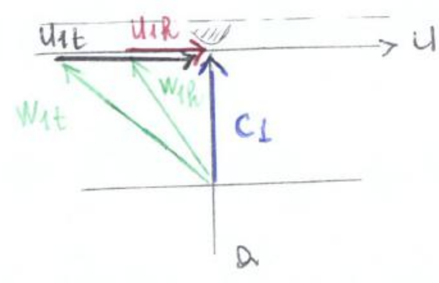
- INDUCER, la parte di ingresso del fluido
- IMPELLER, la parte in cui il fluido viene compresso

INDUCER



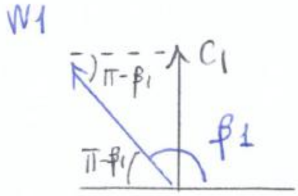
In questo caso, non possiamo trascurare l'altezza delle palette, per cui avremo triangoli di velocità differenti tra hub e tip.

$$\boxed{\bar{c} = \bar{w} + \bar{u}}$$



Quindi:

$$c_p = 1 - \left(\frac{W_1'}{W_1}\right)^2$$



Poiché abbiamo considerato $W_1' = c_1$,

$$\boxed{W_1' = c_1 = W_1 \sin\beta_1} \rightarrow \boxed{c_p = 1 - \sin^2\beta_1}$$

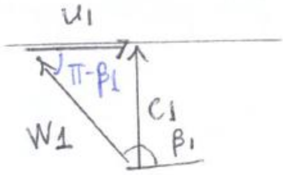
$\rightarrow 1 - \sin^2\beta_1 = 0.5 \rightarrow \beta_1 = 135^\circ \rightarrow 90^\circ < \beta_1$

W_1 al max normale $\rightarrow \beta_{1\,min} = 90^\circ$

Ciò implica che W_1 non deve essere troppo inclinata rispetto a c_1.

Inoltre:

$$c_1 = u_1 \, tg(\pi - \beta_1) = -u_1 \, tg\beta_1$$



$$\boxed{\frac{c_1}{u_1} = |tg\beta_1|}$$

la limitazione del c_p limita il rapporto $\frac{c_1}{u}$.

Queste considerazioni hanno quindi un impatto sulla velocità di rotazione del compressore e sulle sue dimensioni.

Infatti:

$$\begin{cases} u = \omega \dfrac{D_1}{2} \\ \dot{m} = \rho c_1 \pi \dfrac{D_1^2}{4}\left(1 - \left(\dfrac{r_h}{r_t}\right)^2\right) \end{cases}$$

- la velocità angolare e la portata dipendono da c_1, u, D.
- Assegnando $\dot{m}$, abbiamo una relazione tra c_1 e D
- Fissando $c_p = c_{p\,max} = 0{,}5$

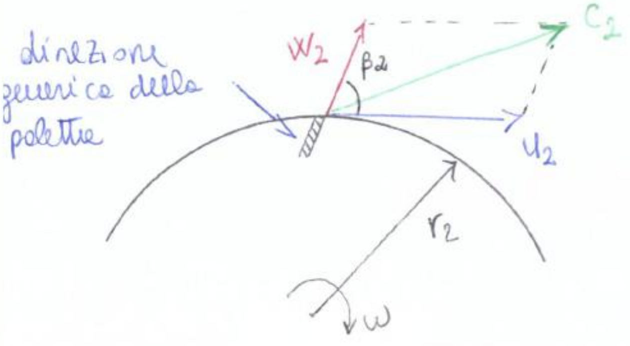
$$\begin{cases} \Rightarrow \beta_1 = 135^\circ \\ \Rightarrow c_1 \text{ e } u \text{ sono uguali} \end{cases}$$

Fissando il valore massimo di $M_{1\,REL}$, limitiamo sia c_1 che u, perché sono uguali. ($W_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2}$)

Poiché esiste una relazione tra c_1 e D che fissa il valore del diametro, anche ω verrà limitato.

Assegnato il valore di $\dot{m}$, c'è un'unica combinazione ω, D che va bene per tale portata.

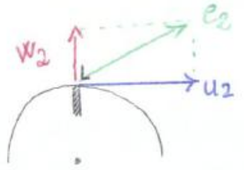
Possiamo ora disegnare il triangolo di velocità in uscita:



$\bar{C}_2 = \bar{W}_2 + \bar{u}_2$

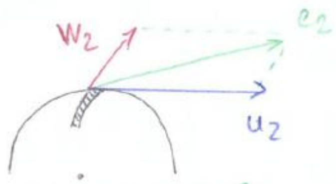
con $\bar{W}_2$ parallela al bordo di fuga delle palette

Osserviamo che in questo caso possiamo avere tre differenti scelte costruttive:



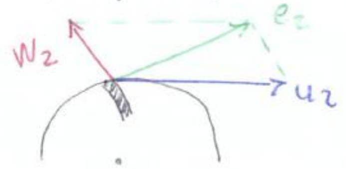
① PALE RADIALI

$\beta_2 = 90°$



② PALE IN AVANTI

$\beta_2 < 90°$

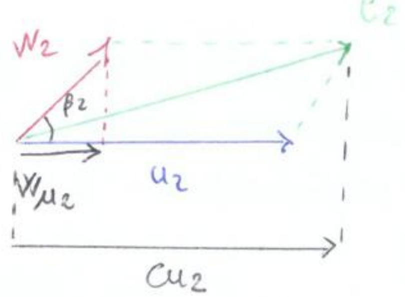


③ PALE ALL'INDIETRO

$\beta_2 > 90°$

Prima di capire quale delle tre è la soluzione migliore, ricaviamo l'espressione del lavoro:

SENZA PREGIRANTE $\rightarrow$ $L_e = u_2 C_{u2}$



$$\left.\begin{aligned} W_{u2} &= W_2 \cos\beta_2 \\ W_{r2} &= W_2 \sin\beta_2 \end{aligned}\right\} \rightarrow W_{u2} = W_{r2} \operatorname{cotg}\beta_2$$

$$C_{u2} = W_{u2} + u_2 = W_{r2} \operatorname{cotg}\beta_2 + u_2$$

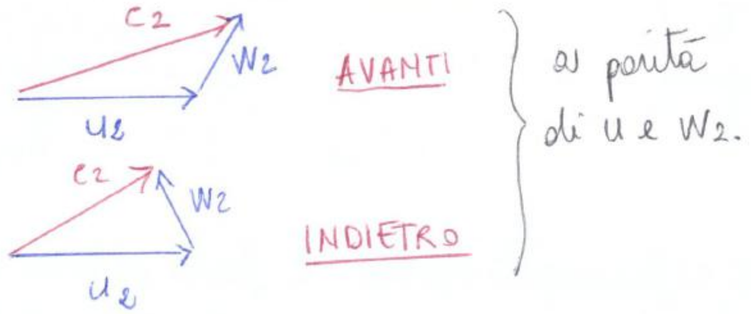
Allora:

$$L_e = u_2 \left(W_{r2} \operatorname{cotg}\beta_2 + u_2\right) = u_2^2 \left(1 + \frac{W_{r2}}{u_2} \operatorname{cotg}\beta_2\right)$$

Definendo $\varphi = \frac{W_{r2}}{u_2}$ e $\psi = \frac{L_e}{u_2^2/2}$ $\Longrightarrow$ $\boxed{\psi = 2\left(1 + \varphi \operatorname{cotg}\beta_2\right)}$

Che tipo di palette conviene adottare?

A primo impatto, sembrerebbe conveniente adottare le pale in avanti, poiché sono in grado di fornire ψ più elevati.
In realtà però esse aumentano la c_2, rendendo problematica la realizzazione del diffusore.
Infatti, lo scopo del diffusore è proprio rallentare la c_2. Maggiore sarà tale valore, maggiori saranno le dimensioni del diffusore, più elevate saranno le perdite, soprattutto se c_2 diventa supersonica.



Per questo, si adottano:

1) PALE RADIALI, se si predilige la facilità costruttiva e il basso costo
2) PALE ALL'INDIETRO, se invece si preferiscono costi e prestazioni più elevate.

Considerando pale radiali:

$c_{u2} = u_2 \Rightarrow L_e = u_2^2$

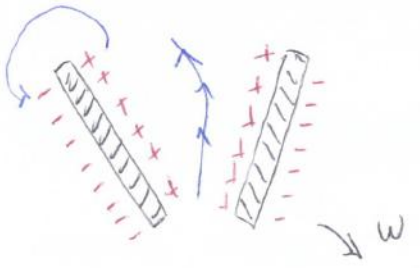
Se u fosse $u = 500\ m/s \Rightarrow L_e = u_2^2 = 250\ kJ/kg$

Per un compressore assiale avremmo $L_c \simeq 30\text{-}40\ kJ/kg$

Concentriamoci ora nello studio dell'IMPELLER, considerando per semplicità sempre pale radiali.

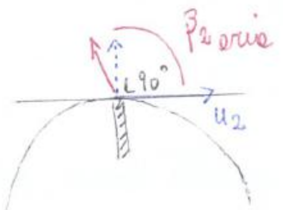
sistema di riferimento rotante, si osserva che a un aumento di pressione corrisponde una diminuzione della velocità, che perciò avrà un andamento opposto ad essa.

Dove la paletta finisce, però, tende a nascere un vortice che annulla il gradiente di pressione.
Esso quindi comincerà a diminuire da un certo raggio in poi



A questo punto, la forza di Coriolis non è più equilibrata e la particella tende ad avere un BACK-SLIP

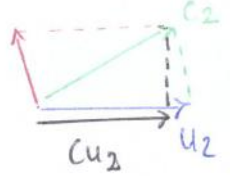
$\hookrightarrow \boxed{\beta_{2\,aria} > \beta_{2\,paletta}}$



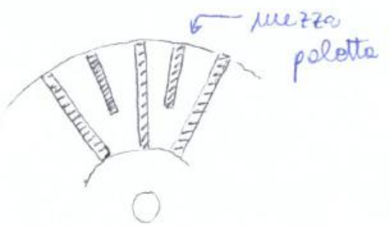
Se $\beta_{2\,palette} = 90°$ (RADIALI) $\Rightarrow c_{u2} < u_2$

e $c_{u2} = (1 - K_b)\, u_2$

K_b: coeff. di back-slip



È possibile diminuire il back-slip aumentando il numero di palette dell'impeller. In questo modo si creerà un minore gradiente di pressione.
Per fare ciò, a volte si installano delle mezze palette che non sarebbe possibile alloggiare a partire dalla base.



Un altro problema legato alla creazione di tale gradiente di pressione, è la possibilità di stallo al tip. Le particelle con pressione inferiore alla pressione media, nell'ultimo tratto devono comprimersi per tornare alle pressioni più elevate. Se l'energia cinetica dello strato limite non è sufficiente a garantire il guadagno di pressione, potrebbe verificarsi lo stallo.

1) $r_2 c_2 \sin\alpha_2 = r_3 c_3 \sin\alpha_3 \Rightarrow \boxed{r c \sin\alpha = cost}$

2) $r_2 c_2 \cos\alpha_2 = r_3 c_3 \cos\alpha_3 \Rightarrow \boxed{r c \cos\alpha = cost'}$

$$\boxed{tg\,\alpha = cost}$$

In questo caso particolare, la particella forma con la direzione ... un angolo α costante

↳ SPIRALE LOGARITMICA

Se $tg\,\alpha = cost \Rightarrow r_2 c_2 = r_3 c_3$
$\alpha = cost$

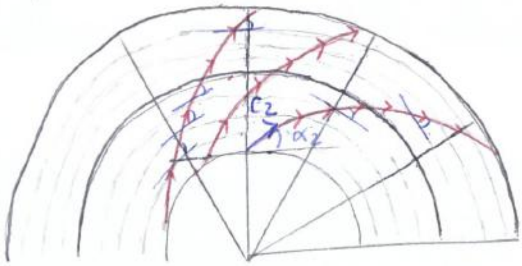
$$\boxed{\frac{r_3}{r_2} = \frac{c_2}{c_3}}$$

proporzionalità inversa tra raggio e velocità.

Questo vuol dire che per portare la c_3 a 200 m/s partendo da una c_2 di 400 m/s, il raggio del diffusore dovrebbe essere il doppio rispetto a quello della girante.

$\Rightarrow$ avere una c_2 non troppo elevata comporta un risparmio di ingombri

La traiettoria seguita dalle particelle in assenza di palettature, sarebbe una spirale logaritmica:



DIFFUSORE PALETTATO

In questo tratto, vale la conservazione della portata:

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 \rightarrow \rho_3 c_3 \sin\alpha_3 \, 2\pi r_3 h_3 = \rho_4 c_4 \sin\alpha_4 \cdot 2\pi r_4 h_4$$

$$\boxed{\frac{r_4}{r_3} = \frac{c_3}{c_4} \cdot \frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_4} \cdot \frac{\rho_3 h_3}{\rho_4 h_4}}$$

ESERCITAZIONE 2

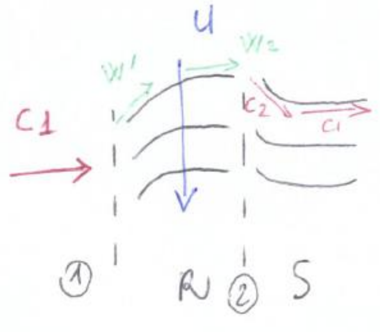
(1) Sia dato il seguente stadio di una turbomacchina assiale.

ROTORE   STATORE

CASO 1

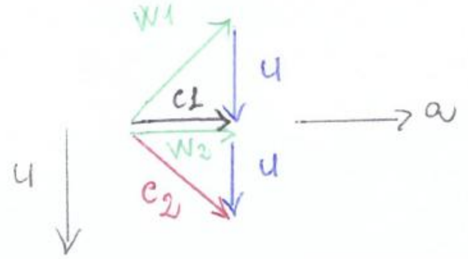
Rotazione rotore: ↓

Direzione del flusso ⟶



TRIANGOLO VELOCITÀ

$\bar{C} = \bar{W} + \bar{u}$



In questo caso $C_{u_2} > C_{u_1}$

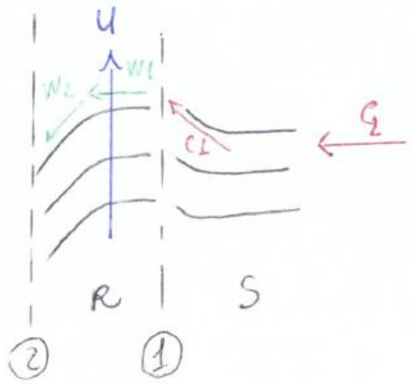
↳ COMPRESSORE, poiché $L_c = u\,(C_{u_2} - C_{u_1})$

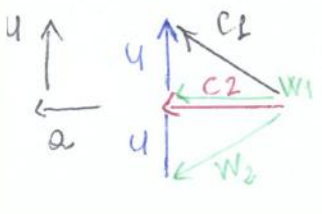
In un compressore $L_c > 0 \rightarrow C_{u_2} > C_{u_1}$

CASO 2

Rotazione rotore ↑

Direzione flusso ⟵





in questo caso $C_{u_2} = 0$, $C_{u_1} > 0 \rightarrow C_{u_1} > C_{u_2}$

↳ TURBINA

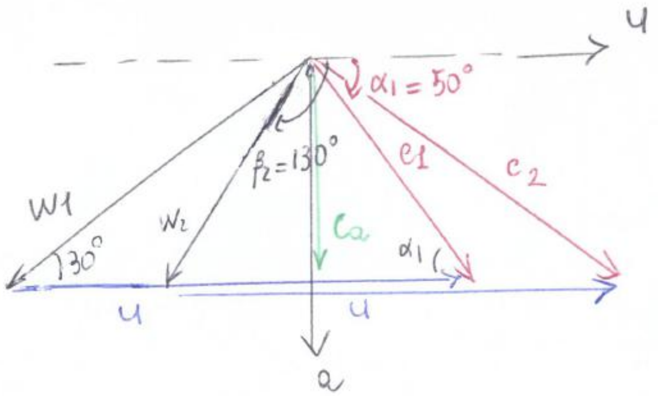
$M_0 = 0.369 \rightarrow f(M_0) = \dfrac{\sqrt{\gamma}\, M_0}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_0^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} = 0,403$

Perciò:

$\dot{m} = 17,78 \ kg/s$

$P = \dot{m} L_e$

Calcoliamo L_e dal triangolo di velocità:



$\alpha_1 = 50°$
$\alpha_2 = 30°$
$\beta_1 = 150°$
$\beta_2 = 130°$

$L_e = u\,(C_{u2} - C_{u1})$

$\left.\begin{aligned} C_{u1} &= C_1 \cos\alpha_1 \\ C_{a1} &= C_1 \sin\alpha_1 \end{aligned}\right\} \rightarrow C_{u1} = C_{a1} \cot g\,\alpha_1 = \dfrac{C_{a1}}{tg\alpha_1} = \dfrac{C_a}{tg\alpha_1}$

$C_{u2} = W_{u2} + u$

$W_{u2} = W_2 \sin(90-\beta_2) = W_2 \cos\beta_2 = C_a\, tg\,(90-\beta_2) = C_a \cot g\,\beta_2 = \dfrac{C_a}{tg\,\beta_2}$

$C_{u2} = \dfrac{C_a}{tg\beta_2} + u$

$\Rightarrow L_e = u\left(\dfrac{C_a}{tg\alpha_1} + u - \dfrac{C_a}{tg\beta_2}\right)$ in questo caso $\alpha_1 + \beta_2 = \pi$

$tg\,\beta_2 = -tg\,\alpha_1$

$\Rightarrow L_e = u\left(u - \dfrac{2\,C_a}{u}\cdot\dfrac{1}{tg\alpha_1}\right)$

Sappiamo che $\varphi = C_a/u$

Poiché:

$$u = c_{u1} - w_{u1} = \frac{c_a}{tg\alpha_1} - \frac{c_a}{tg\alpha_2} = 321,39 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{c_a}{u} = 0,3883$$

$$\Rightarrow L_c = u\left(u - 2\varphi \cdot \frac{1}{tg\alpha_1}\right) = 35,87 \text{ kJ/kg}$$

Quindi:

$$P = L_c \cdot \dot{m} = 637,7 \text{ kW}$$

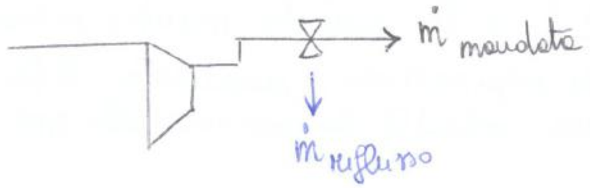
Quanto vale il β_c?

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1^\circ \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \rightarrow \beta_c = \left(1 + \frac{\eta_c L_c}{c_p T_0^\circ}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1,439$$

REGOLAZIONE INDUSTRIALE

1 REGOLAZIONE PER RIFLUSSO

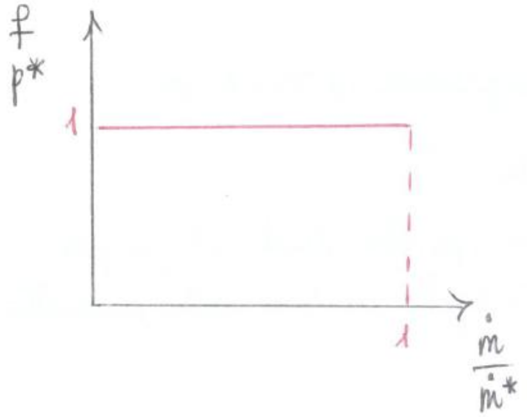
In questo caso, la portata che non è necessaria viene fatta defluire attraverso una valvola.

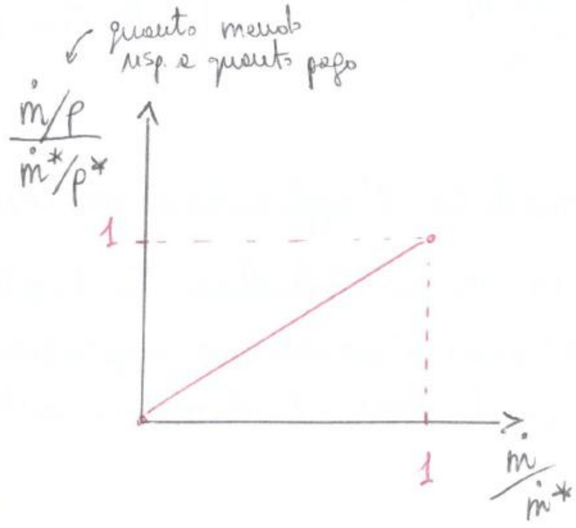


Indicando con "*" i valori di progetto:

$$\begin{cases} \dot{m} < \dot{m}^* \\ p = p^* \\ (L_c = L_c^*) \end{cases}$$

La potenza consumata è la stessa di progetto.





2 TUTTO O NIENTE

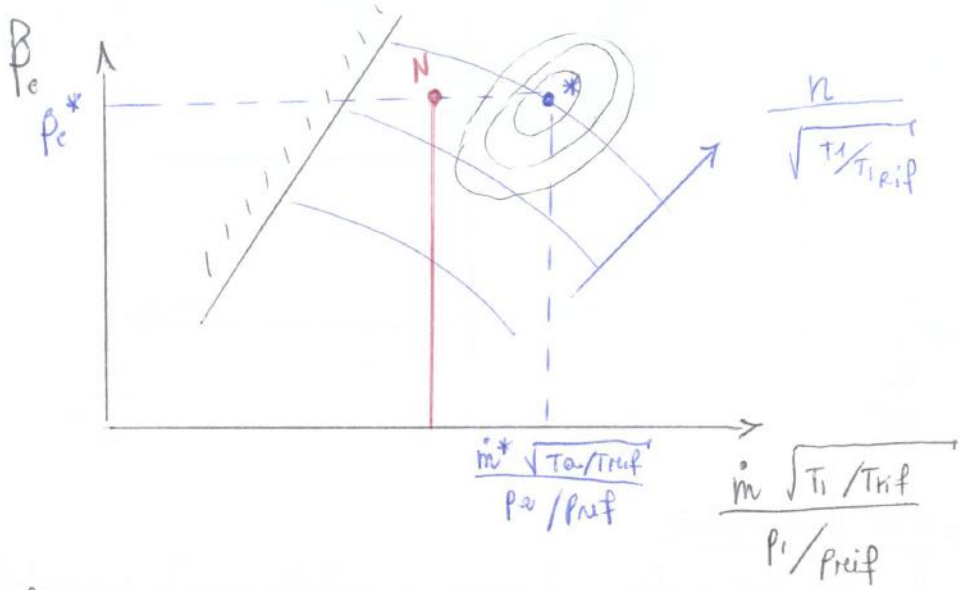
Tale tipo di regolazione richiede un serbatoio.
In questo caso, si agisce sul tempo di funzionamento del compressore.
Si tiene acceso per un tempo t_{acceso} proporzionale alla portata richiesta spegnendolo completamente per un tempo prop. alla differenza tra $\dot{m}$ ed $\dot{m}^*$.

$\dot{m}\, t = \dot{m}^* \, t_{acceso}$, con t_{acceso} tale che $\frac{t_{acceso}}{t} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*}$

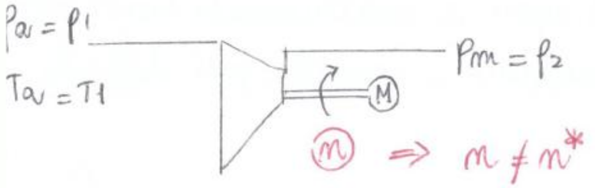
(t: tempo funzionamento macchina)

Se $\dot{m}^* = 10\ kg/s$ e ho bisogno di $\dot{m} = 2\ kg/s$, supponendo che la macchina funzioni per 60 s, allora $t_{acceso} = 12\ s$ e $t_{spento} = 48\ s$

④ VARIAZIONE DEL NUMERO DI GIRI



altro modo di scrivere giri corretti e portata corretta. β^* e D scompaiono perché costanti



Dove finisce il punto di funzionamento, conoscendo la nuova $\dot m$?

- $\dot m_c = \frac{\dot m \sqrt{T_a/T_{rif}}}{p_a/p_{rif}}$ poiché T_a, p_a non cambiano:

$$\frac{\dot m_c}{\dot m_c^*} = \frac{\dot m}{\dot m^*}$$

se la portata scende all'80% del valore iniziale, farà lo stesso la portata corretta.

- $\beta_c = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_m}{p_a} = \beta_c^*$

Se il rendimento non variasse, il lavoro di compressione sarebbe lo stesso, poiché $L_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1^\circ \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$

La situazione reale, però, implica un peggioramento del rendimento, poiché generalmente il punto di progetto è quello a massimo rendimento.

$\Rightarrow L_c > L_c^*$

In questo caso abbiamo un problema: la portata corretta dipende da p_1, che però non conosciamo, poiché non sappiamo a priori di quanto ridurre la pressione per giungere alla nuova portata, inferiore a quella di progetto.

Per questo, calcoliamo:

$$\frac{\beta_{cA}}{?\,\dot m_{cA}} = \frac{\frac{p_m}{?\,p_1}\cdot\frac{p_1}{p_a}}{\frac{\dot m\sqrt{T_a/T_{rif}}}{?\,p_1/p_{rif}}\cdot\frac{p_1}{p_a}} = \frac{p_m/p_a}{\frac{\dot m\sqrt{T_a/T_{rif}}}{p_a/p_{rif}}} = \frac{\beta_{cN}}{\dot m_{cN}}$$

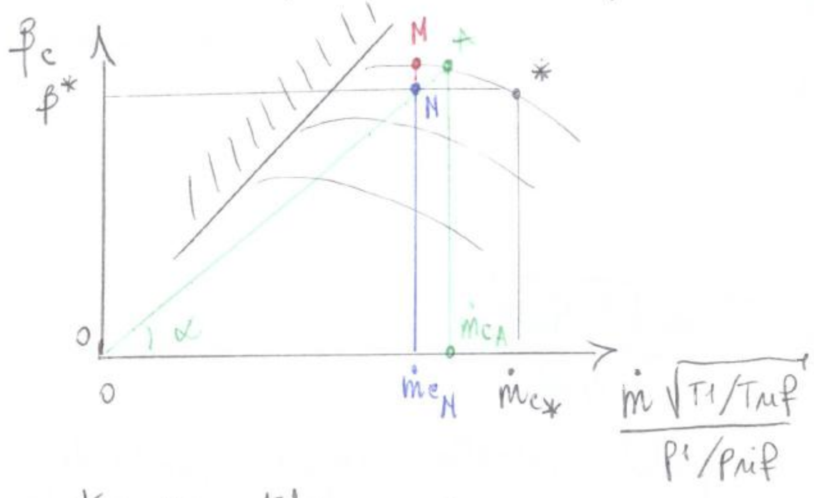
Osservando che:

$$tg\,\alpha = \frac{\beta_c}{\dot m_c} \Rightarrow tg\,\alpha_A = tg\,\alpha_N \Rightarrow \boxed{\alpha_A = \alpha_N}$$

i due punti di funzionamento si trovano sulla stessa retta passante per l'origine

Sapendo che: $\boxed{n_{cA} = n_c^*}$

Possiamo disegnare il nuovo punto di funzionamento:



parità di portata, cambia il valore della portata corretta, poiché p_1 diminuisce rispetto agli altri due casi.

parità di riduzione della portata, chiuderemo meno la valvola all'aspirazione rispetto che alla mandata.

uesto perché all'aspirazione si combinano due effetti:

aumento del β_c, chiediamo di più al compressore $\rightarrow$ diminuzione $\dot m$

variazione di densità, perché variando p_1 il fluido sarà meno denso $\Rightarrow \dot m \downarrow$

espressione è presente p_a e non p_1.
Ogni punto A, ha un corrispondente punto N con le stesse portate e questi due punti giacciono sulla stessa retta.
Osserviamo che anche in questo caso, la variaz. del n° di giri rappresenta la regolazione migliore, poiché possiamo diminuire di più la portata prima di arrivare al pompaggio

REGOLAZIONE AERONAUTICA

Ricordiamo che la regolazione aeronautica si associa ai compressori utilizzati per la sovralimentazione di motori alternativi.
Esistono due differenti tecniche di sovralimentazione, a cui corrispondono differenti metodi di regolazione.

- SOVRALIMENTAZIONE A COMANDO MECCANICO, nella quale il motore fornisce il lavoro necessario al compressore.
  In questo caso, le tecniche di regolazione sono:
  - regolazione per variazione del n° di giri
  - laminazione alla mandata
  - laminazione all'aspirazione

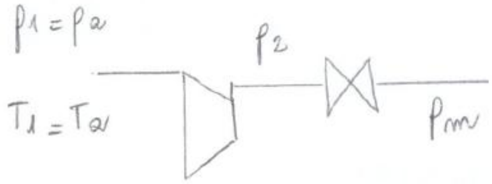
- SOVRALIMENTAZIONE CON TURBINA A GAS DI SCARICO, nella quale il compressore è alimentato da una turbina nella quale si espandono i gas di scarico
  In questo caso, la regolazione consiste in:
  - variazione del n° di giri

Abbiamo quindi le stesse tecniche di regolazione del caso industriale, ma con differenti condizioni al contorno.
In questo caso, infatti, $\rightarrow \begin{cases} \dot{m} = \text{costante} \\ p_m = \text{costante} \end{cases}$ $\begin{cases} p_a \\ T_a \end{cases}$ variabili

Il motore, infatti, è progettato ad una quota di adattamento, alla quale corrispondono determinati valori p_a^*, T_a^*. Quando la quota scende al di sotto di quella di adattamento:

$z < z^* \Rightarrow p_a > p_a^* \Rightarrow$ se non regoliamo $p_m > p_m^* \Rightarrow \dfrac{\text{DANNI AL}}{\text{MOTORE}}$

2) LAMINAZIONE ALLA MANDATA



In questo caso:

$$\dot{m}_{c_M} = \frac{\dot{m}\sqrt{T_a/T_{rif}}}{p_a/p_{rif}} = \dot{m}_{c_N}$$

$$n_{cM} = \frac{n^*}{\sqrt{T_a/T_{rif}}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{T_a^*}{T_a}}}{\sqrt{\frac{T_a^*}{T_a}}} = n_c^* \underbrace{\sqrt{\frac{T_a^*}{T_a}}}_{<1}$$

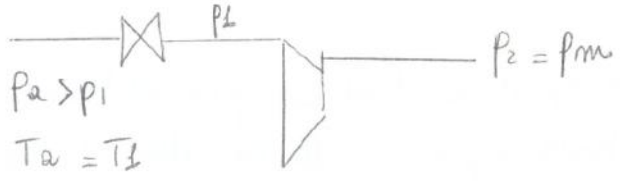
i giri corretti si riducono un po' per effetto dell'aumento di T_a.

Tale tipo di regolazione non va affatto bene, per due motivi:

- il β_c o aumenta o rimane invariato rispetto a quello di progetto. Comunque non diminuisce di certo come per la regolazione per variazione del numero di giri. Elevati β_c significano lavoro elevato, che non vogliamo.

- in questo modo, ci si avvicina alla linea di pompaggio.

3) LAMINAZIONE ALL'ASPIRAZIONE



Tale regolazione va meglio della laminazione alla mandata, anche se la migliore anche in questo caso è la variazione del numero di giri

In questo caso:

- $n_{c_A} = \frac{n^*}{\sqrt{T_a/T_{rif}}} = n_{c_M}$

- $tg\,\alpha_A = \frac{p_m/p_1\,?}{\frac{\dot{m}\sqrt{T_a/T_{rif}}}{?\,p_1/p_{rif}}} \cdot \frac{\frac{p_1}{p_a}}{\frac{p_1}{p_a}} = tg\,\alpha_N$

Introduciamo allora dei parametri adimensionali che aiutano nella scelta della giusta macchina:

$$\varphi = \frac{\frac{\dot{m}}{\rho A}}{\omega r} \propto \frac{\left(\frac{\dot{m}}{\rho}\right)}{\omega D^3} = \frac{Q}{\omega D^3}$$ con Q portata in volume

$$\psi = \frac{L_c}{\frac{u^2}{2}} \propto \frac{L_c}{(\omega D)^2}$$

Facciamo sparire D:

$$\boxed{\left(\frac{\varphi^2}{\psi^3}\right)^{1/4} = \frac{\omega Q^{1/2}}{L^{3/4}}}$$

N° GIRI CARATTERISTICO

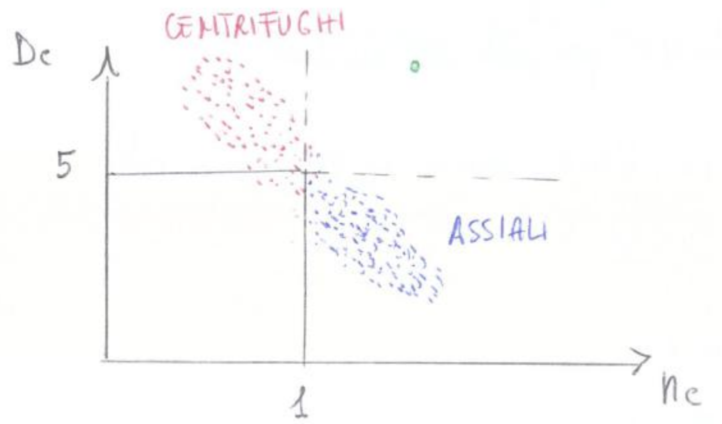
- $> 1 \rightarrow$ compressore assiale
- $< 1 \rightarrow$ compressore centrifugo
- $<< 1 \rightarrow$ compressore volumetrico

Facciamo sparire ω:

$$\boxed{\left(\frac{\psi}{\varphi^2}\right)^{1/4} = \frac{D L_c^{1/4}}{Q^{1/2}}}$$

DIAMETRO CARATTERISTICO

- $< 5 \rightarrow$ compressore assiale
- $> 5 \rightarrow$ compressore centrifugo



Se calcolando tali valori si trova un punto molto distante dalla regione in cui è possibile scegliere quale compressore usare (punto verde in figura), si divide la macchina in più stadi o la portata in più macchine

ESERCITAZIONE 3 - REGOLAZIONE COMPRESSORI

(1) REGOLAZIONE INDUSTRIALE

Condizioni di progetto:

$n = n_0$

$T_a = T_0 = 288\,K$

$p_a = p_0 = 1$ bar

$\dot{m} = \dot{m}_0 = 0,35$ kg/s

$\eta_m = 0.95$ (rendimento meccanico)

Determinare il lavoro massico L_c e la potenza P assorbita nelle condizioni di progetto.

$$L_c = c_p(T_2 - T_1)$$

In questo caso:

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \dfrac{\sqrt{T/T_0}}{p/p_0} = 1 \\ \dfrac{n/n_0}{\sqrt{\frac{T}{T_0}}} = 1 \end{cases} \rightarrow$$

dalla mappa del compressore:

$\beta_c = 2,67$

$\eta_{yc} = 0,87$

Allora:

ricordiamo che, assumendo che la compressione avvenga attraverso una politropica $pv^m = \text{cost}$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$$

Definendo il rendimento idraulico $\eta_{yc} = \dfrac{L_c - L_w}{L_c}$, dal 1° principio in forma mista:

$$L_c = \int_1^2 v\,dp + \Delta E_{cgcf} + L_w \rightarrow L_c - L_w = \frac{m}{m-1} R T_1 \left(\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1\right)$$

Ricordando che $c_p = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1} R$, possiamo scrivere:

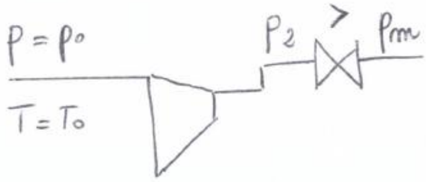
Allora:

$$T_2 = T_1 \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\eta_{yc}}} = 410.8\,K$$

$$L_c = c_p (T_2 - T_1) = 123.4\ kJ/kg$$

$$P = \frac{\dot{m} L_c}{\eta_m} = 364\ kW < P_o$$

LAMINAZIONE ALLA MANDATA

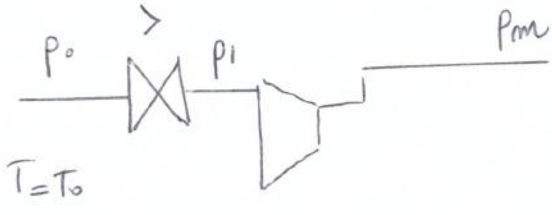


- $\dot{m}_{c_M} = \dfrac{\dot{m}\sqrt{T_0/T_0}}{\dot{m}_0 (P_0/P_0)} = 0.8 = \dot{m}_{cN}$

- $n_c = n_{c_0} = \dfrac{n_0}{n_0} = 1$

In questo caso si entra in pompaggio!

LAMINAZIONE ALL'ASPIRAZIONE



- $n_e = n_{c_0} = \dfrac{n_0}{n_0}\sqrt{\dfrac{T_0}{T_0}} = 1$

- $tg\,\alpha_A = \dfrac{\beta_A}{\dot{m}_{c_A}} = \dfrac{\frac{p_m}{p_1}}{\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0}\frac{\sqrt{T_0/T_0}}{P_1/P_0}} \quad \dfrac{\frac{p_1}{P_0}}{\frac{p_1}{P_0}} = \dfrac{\frac{p_m}{p_0}}{\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0}} = \dfrac{\beta_N}{\dot{m}_{cN}} = tg\,\alpha_N$

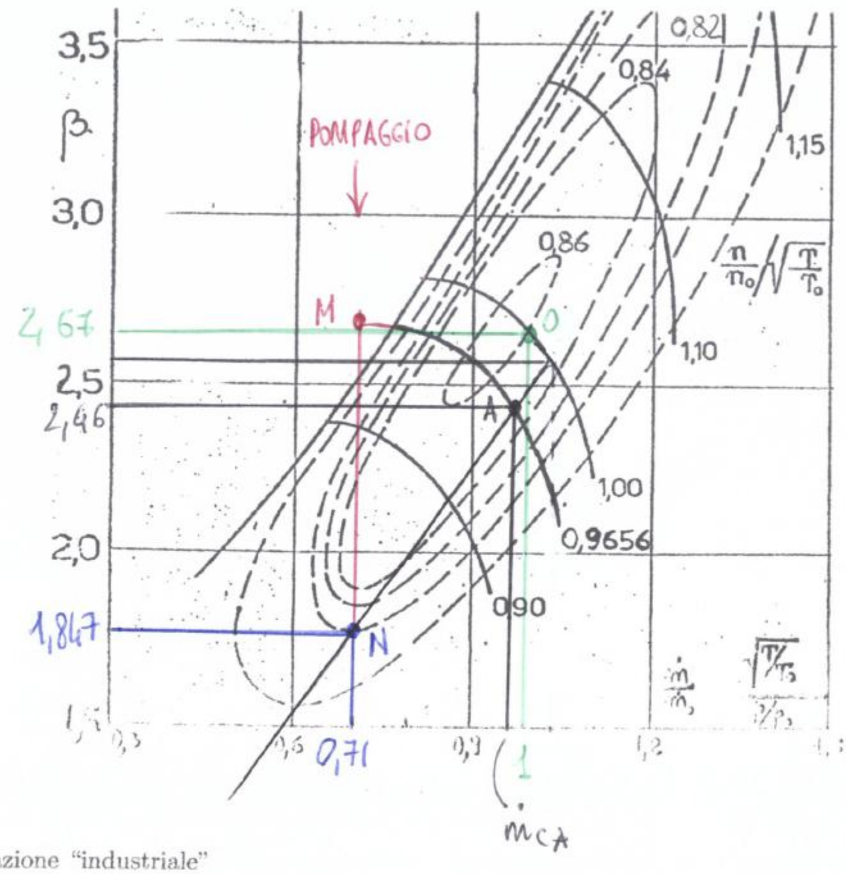
Dalla mappa $\longrightarrow$ $\beta_c = 2.81$
$\eta_{yc} = 0.78$

Allora:

$$T_2 = T_1 \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\eta_{yc}}} = 420.5\,K \qquad P = L_c \dot{m} = 39{,}2\ kW$$

$$L_c = c_p (T_2 - T_1) = 133.1\ kJ/kg$$

REGOLAZIONE COMPRESSORI



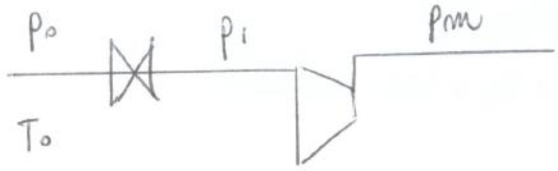
1. Regolazione "industriale"

Il compressore la cui caratteristica è riportata in figura funziona in condizioni di progetto con $n = n_0$, aspirando aria da un ambiente con $T_a = T_0 = 288$ K e $p_a = p_0 = 1$ bar. In queste condizioni la portata vale $\dot{m} = \dot{m}_0 = 0.35$ kg/s. Determinare il lavoro massico L_c e la potenza assorbita P assumendo un rendimento meccanico $\eta_m = 0.95$. Determinare inoltre il punto di funzionamento sulla caratteristica, il lavoro massico e la potenza assorbita quando la portata viene ridotta a $\dot{m} = 0.28$ kg/s per variazione del numero di giri, laminazione alla mandata e laminazione all'aspirazione (ammesso che il compressore non cada in pompaggio).

2. Regolazione "aeronautica"

Lo stesso compressore del caso precedente è utilizzato per sovralimentare un motore aeronautico adattato per una quota di 3000 m ($T_{za}/T_0 = 0.9323$, $p_{za}/p_0 = 0.6919$); il compressore funziona a $n = 0.9656\ n_0$ con $\beta = 2.67$ (il punto di funzionamento è quindi lo stesso del caso precedente "a progetto"). Determinare la portata smaltita $\dot{m}$, il lavoro massico L_c e la potenza assorbita P (stesso η_m). Scendendo a quota 0 determinare il punto di funzionamento e la potenza assorbita regolando il compressore per variazione del numero di giri, laminazione alla mandata e laminazione all'aspirazione in modo da mantenere la portata e la pressione di mandata costanti.

LAMINAZIONE ALL'ASPIRAZIONE



- $n_{c_A} = \dfrac{n^*/n_0}{\sqrt{T_0/T_0}} = 0{,}9656$
- $tg\,\alpha_A = \dfrac{\beta_{cA}}{\dot m_{cA}} = \dfrac{\dfrac{p_m}{p_1}}{\dfrac{\dfrac{\dot m}{\dot m_0}\sqrt{\dfrac{T_0}{T_0}}}{p_1/p_0}} \quad \dfrac{\dfrac{p_1}{p_0}}{\dfrac{p_1}{p_0}} = \dfrac{p_m/p_0}{\dot m/\dot m_0} = \dfrac{\beta_{cN}}{\dot m_{cN}} = tg\,\alpha_N$

Dalla mappa $\longrightarrow$ $\beta_{c_A} = 2{,}46$

$\eta_{ye} = 0{,}85$

Allora:

$T_2 = T_1\, \beta_{cA}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\frac{1}{\eta_{yc}}} = 389.8\ K$

$L_e = c_p(T_2 - T_1) = 102.2\ KJ/Kg$

$P = \dot m\, L_e = 26.9\ KW$

$$L_i = 0 = \underbrace{\int_1^2 \cancel{v\,dp}}_{\substack{=0 \\ p_1 = p_2}} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} - \underbrace{\cancel{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2}}}_{\substack{=0 \\ u_1 = u_2}}$$

Allora:

$$\boxed{|W_1| = |W_2|}$$

Come faccio a fare in modo che nel rotore $p = \text{cost}$?
Faccio in modo che il condotto in cui passa il fluido sia a sezione costante. Se l'area non cambia, trattandosi di un anello, dal punto di vista solidale al rotore, la pressione di ingresso è uguale a quella di uscita e lo stesso vale per la velocità.

Per disegnare i triangoli di velocità, aggiungiamo anche l'ipotesi che $C_{a1} = C_{a2}$.

Quindi:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \boxed{|W_1| = |W_2|}$$

$$\boxed{C_{a1} = C_{a2}}$$

Osserviamo che:

$$W = \sqrt{\underbrace{\cancel{W_r^2}}_{0} + \underbrace{W_a^2}_{=C_a^2} + W_\mu^2} = \sqrt{C_a^2 + W_\mu^2}$$

Affinché $|W_1| = |W_2|$ deve essere:

- $W_{\mu 1} = W_{\mu 2} \rightarrow$ NELLA MACCHINA NON SUCCEDE NIENTE, soluzione da scartare
- $\boxed{-W_{\mu 1} = +W_{\mu 2}}$

$$\begin{cases} C_{u1} = u + W_{1u} \\ C_{u2} = u + W_{\mu 2} \end{cases}$$

Osservando che $L_t = u(C_{u1} - C_{u2}) = u(W_{\mu 1} - W_{\mu 2}) > 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{W_{u1} > 0} \\ \boxed{W_{\mu 2} < 0} \end{cases}$

Espressione del lavoro

Dal triangolo di velocità:

$$C_{u1} = C_1 \cos\alpha_1$$

$$C_{u2} = u + W_{u2}$$

$$W_{u2} = -W_{u1} = -(C_{u1} - u)$$

Perciò:

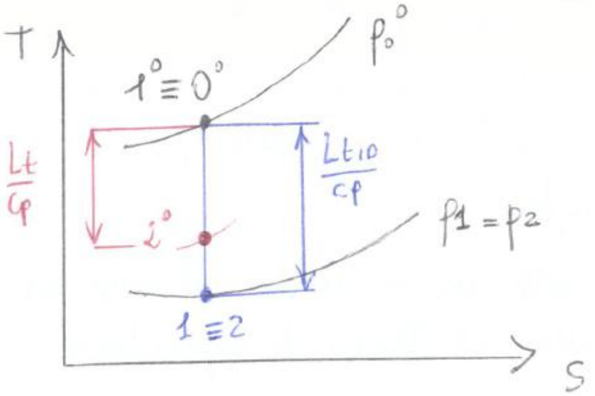
$$L_t = u\left[C_1 \cos\alpha_1 + C_{u1} - u - u\right] = u\left(2C_1\cos\alpha_1 - 2u\right) = 2u\left(C_1\cos\alpha_1 - u\right)$$

$$\boxed{L_t = 2u(C_1\cos\alpha_1 - u)}$$

Come abbiamo visto, nello statore si trasforma pressione in energia cinetica, mentre nel rotore questa viene trasformata in lavoro.
Pur essendo nel caso ideale, però, non riusciamo a convertire tutta l'en. cinetica in lavoro, per il semplice fatto che quando il fluido esce dalla turbina avrà ancora una certa quantità di tale energia.

Dobbiamo allora valutare il rendimento, ovvero il rapporto tra lavoro sviluppato e un lavoro ideale, che dobbiamo opportunamente definire.

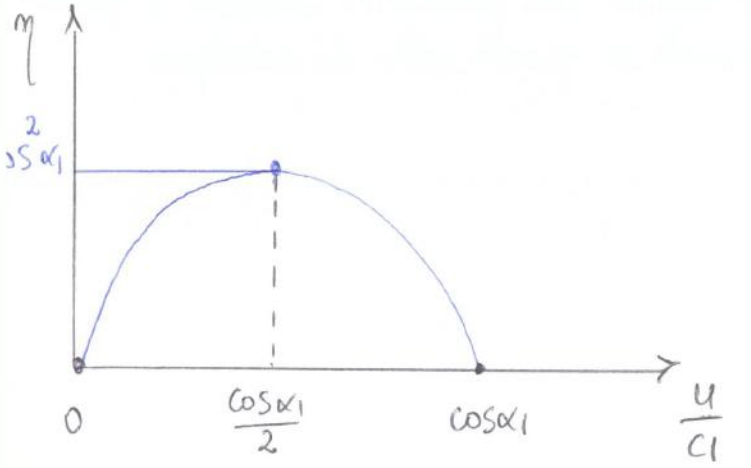
Adottiamo un punto di vista TOTAL TO STATIC:



L'espansione inizierà in un punto 0, a cui corrisponde una temp. T_0 e una pressione p_0. Noi però siamo interessati al punto 0°, non ci interessa il valore C_0 e T_0, perché tanto il fluido poi viene fatto accelerare arrivando a una certa p_1, c_1.
Se parte da fermo e espande fino a p_1, c_1 o che parte con una certa velocità e arrivando sempre a p_1, c_1 non ho termodinamicamente alcuna importanza.

$$\eta = \frac{2u\,(c_1\cos\alpha_1 - u)}{\frac{c_1^2}{2}} = 4\frac{u}{c_1}\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right)$$

$$\boxed{\eta = 4\frac{u}{c_1}\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right)}$$



Il rendimento massimo si ha per:

$$\frac{u}{c_1} = \frac{\cos\alpha_1}{2}$$

Allora:

$$\boxed{\eta_{max} = \cos^2\alpha_1}$$

Allora:

$$\boxed{L_{t\,\eta_{max}} = 2u^2}$$

perché $\left.\begin{array}{l} c_1\cos\alpha_1 = 2u \\ L_t = 2u\,(c_1\cos\alpha_1 - u) \end{array}\right\} \Rightarrow L_{t\,\eta_{max}} = 2u^2$

È evidente perciò che conviene avere α_1 piccolo (20°-30°).
Non troppo, altrimenti le palette dello statore tendono ad interferire l'una con l'altra, avendo i bordi di fuga troppo ravvicinati.

Possiamo anticipare inoltre che in questo caso non ci sono problemi di ∇p, perché il fluido espande, non comprime, né problemi sul numero di Mach, poiché, sebbene si verifichino urti, essi interagiscono con una pressione che diminuisce, perciò sono meno pericolosi.
Ci sono però limitazioni strutturali: la u è limitata dalla resistenza delle palette alla forza centrifuga.

$$\Rightarrow u_{max} \simeq 400\ m/s \Rightarrow L_{\eta_{max}} \sim 320\ kJ/kg$$

Tale visione non alla nuova valutazione della perdita. Perché $\eta_{max} \Rightarrow \cos\alpha_1$?

perdite e potremmo pensare di utilizzare un punto di vista TOTAL TO TOTAL.
In realtà anche in questo caso si richiede generalmente che $c_{2u}=0$, perché è vero che mettendo a valle della turbina un ugello recupero energia cinetica ma, se essa è intrappolata in un moto tangenziale, non ottengo spinta, poiché lo scopo di un ugello è accelerare il fluido in direzione assiale.
Perciò, il PUNTO DI VISTA TOTAL TO STATIC viene adottato anche in questi casi!

FUNZIONAMENTO REALE ($L_W \neq 0$)

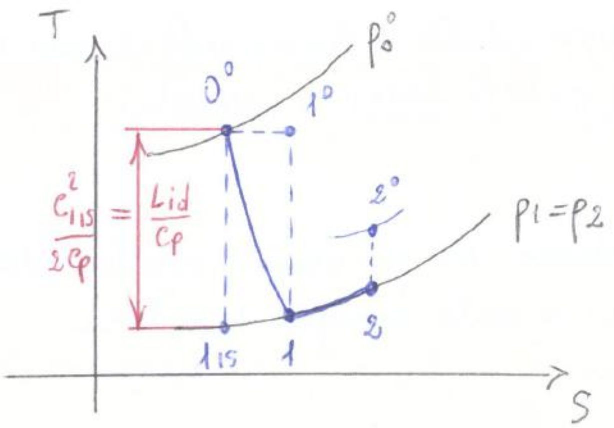
Per trattare il caso reale introduciamo dei coefficienti di perdita che riguardano lo statore e il rotore:

$$\varphi = \frac{c_1}{c_{1id}}$$

c_{1id} è quella che avrei a parità di espansione da p_0° a p_1

$$\psi = \frac{W_2}{W_{2id}} = \frac{W_2}{W_1}$$

non è più vero che la velocità è costante nel rotore, ma si riduce.



Le perdite nello statore fanno sì che il punto 1 si trovi a entropia maggiore rispetto al punto 1_{is}.
Le perdite nel rotore, ugualmente, spostano il punto 2 più a destra del punto 1, sempre sulla stessa isobara, poiché $p_1=p_2$, ma ci sono perdite.

Espressione del lavoro

$$c_{u1} = c_1 \cos\alpha_1$$

$$c_{u2} = -u \underbrace{- W_{u2}}_{-\psi W_{u1}} = \psi W_{u1} - u = \psi (c_{u1} - u) - u$$

$$-t = u(c_{u1} - c_{u2}) = u\left[c_1\cos\alpha_1 + \psi(c_1\cos\alpha_1 - u) - u\right] = (1+\psi)u(c_1\cos\alpha_1 - u)$$

In alcuni casi, quando si hanno espansioni molto grandi, è necessario avere turbine multistadio.

Come organizziamo più stadi?

Si parla di:

- TURBINE A SALTI DI VELOCITÀ
- TURBINE A SALTI DI PRESSIONE

TURBINE A SALTI DI PRESSIONE

Sono composte da uno stadio in cui c'è espansione nello statore e pressione costante nel rotore, seguito da uno stadio analogo in cui c'è espansione in un altro statore seguito da un suo rotore che raccoglie il lavoro e così via a seconda del numero di stadi.

In questo caso:

$$\boxed{L_{TOT} = z\,(2u^2)}$$

z: n° stadio salti di pressione

$2u^2$: lavoro singolo stadio per $\eta = \eta_{max}$

TURBINA A SALTI DI VELOCITÀ

In questo caso, abbiamo un primo statore in cui c'è espansione, seguito dal suo rotore, dove si raccoglie una parte del lavoro, ma facciamo in modo che all'uscita del rotore la velocità sia ancora molto alta.

A questo punto si inserisce uno statore che ha la sola funzione di raddrizzatore di corrente, ovvero modifica la direzione della velocità senza espandere il flusso, seguito da un rotore, poi un nuovo raddrizzatore di corrente, e così via.

Abbiamo quindi espansione solo nel primo statore.

Allora:

$$L_t = u\,(c_{u1} + c_{u1} - 2u + c_{u1} - 2u + c_{u1} - 4u \dots) = u\,(2z\,c_{u1} - 2z^2 u) =$$
$$= 2zu\,(c_{u1} - zu)$$

Avendo due stadi, infatti:

$$L_t = u\,(c_{u1} - c_{u2} + c_{u1}' - c_{u2}') = u\,(c_{u1} + 2c_{u1}'' - c_{u2}') =$$
$$= u\,(c_{u1} + 2c_{u1} - 4u + c_{u1} - 4u) = u\,(4c_{u1} - 8u) = 2\cdot 2u\,(c_{u1} - 2u)$$

Il lavoro che corrisponde a $\eta = \eta_{max}$ è:

$$\boxed{L_{t(\eta_{max})} = 2\,(zu)^2}$$

perché η_{max} si ha per $\frac{u}{c_1} = \frac{\cos\alpha_1}{2z}$

$\Rightarrow c_1 \cos\alpha_1 = 2zu$

$\boxed{c_{u1} = 2zu}$

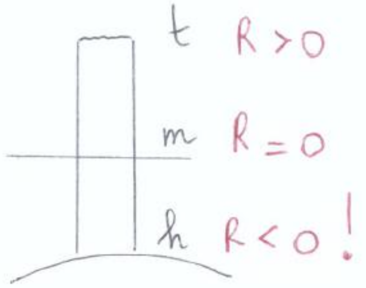
Una turbina a salti di velocità, a parità di stadi, fornisce più lavoro rispetto a una turbina a salti di pressione.

Se $z = 3$ $\rightarrow$ $L_{t_{\eta_{max}}}$ (salti pressione) $= 3\,(2u^2)$ $\rightarrow$ 3 volte il lavoro di uno stadio

$L_{t_{\eta_{max}}}$ (salti velocità) $= 9\,(2u^2)$ $\rightarrow$ 9 volte il lavoro di uno stadio

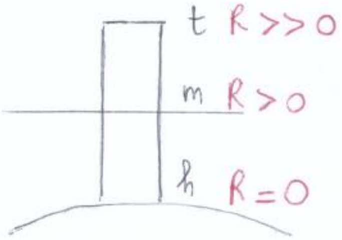
Al crescere del numero di stadi, però, il rendimento peggiora per effetto delle perdite (coeff. φ e ψ). Per questo non si va mai oltre 3 stadi.
Le turbine a salti di velocità sono anche facilmente regolabili, poiché l'espansione avviene solo nel primo stadio. La regolazione avviene tappando alcuni dei vani tra le palette, riducendo la portata in maniera proporzionale (PARZIALIZZAZIONE DELLA TURBINA). Ciò si attua nelle turbine a vapore.
La parzializzazione non è applicabile nelle turbine a salti di pressione, poiché negli stadi successivi, nelle regioni in cui il flusso non passa, non c'è espansione. Si creerebbero dei gradienti di pressione che causerebbero la formazione di flussi incrociati, che porterebbero a grandi perdite.

cioè non c'è espansione nel rotore, il grado di reazione cresce con il raggio, adottando un criterio di svergolamento a vortice libero o esponenziale



Ciò comporta che al tip $R>0$, ma all'hub $R<0$!
Questo non è accettabile poiché vorrebbe dire che $p_2 > p_1$, ovvero che la pressione nel rotore vada crescendo.
Ciò comporterebbe dei c_p positivi, quindi rischio di stallo.

...llora, se l'altezza delle palette non è trascurabile, non è possibile adottare una turbina ad azione.
Ciò che si può fare, è avere al massimo una situazione del genere:



Nel rotore, anche al raggio medio, avremo sempre espansione. Si parla dunque di TURBINE A REAZIONE.

Esse presentano il vantaggio di avere rendimenti maggiori e un miglior comportamento in regolazione.

CASO IDEALE ($L_w = 0$)

Ci limiteremo a studiare turbine a reazione con triangoli di velocità simmetrici, in cui:

$|c_1| = |w_2|$, $|c_2| = |w_1|$

In genere, al raggio medio $R = 0.5$, quindi alla base $R \sim 0.2$ e al tip $R \sim 0.8$.

Rappresentiamo i triangoli di velocità osservando che in ingresso abbiamo una situazione simile a quanto avveniva per le turbine ad azione.

Definiamo il lavoro ideale, dal punto di vista TOTAL TO STATIC, come:

$$\boxed{L_{t_{ID}} = c_p (T_0^0 - T_2)}$$

1) RISCRIVIAMO IL LAVORO IDEALE IN FUNZIONE DELLE VELOCITÀ

$$L_{t_{ID}} = c_p (T_1^0 - T_1) + c_p (T_1 - T_2)$$ dove abbiamo sostituito T_1^0 con T_0^0

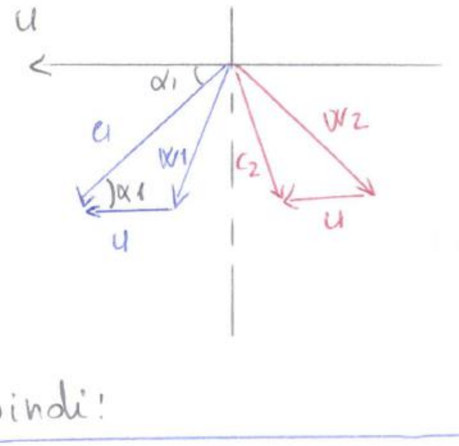
Applichiamo il 1° principio al rotore in un sistema di riferimento rotante:

$$\cancel{Q} + \cancel{L_i} = c_p (T_2 - T_1) + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \Rightarrow \boxed{c_p (T_1 - T_2) = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}}$$

Poiché $c_p (T_1^0 - T_1) = i_1^0 - i_1 = \frac{c_1^2}{2}$ per definizione, otteniamo:

$$\boxed{L_{t_{ID}} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}}$$

Riprendiamo il triangolo di velocità:



osserviamo che:

- $W_2^2 = c_1^2$
- dal teorema di Carnot:

$$W_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2 u c_1 \cos\alpha_1$$

Quindi:

$$\boxed{L_{t_{ID}} = \frac{c_1^2}{2} - \frac{u^2}{2} + u c_1 \cos\alpha_1}$$

Poiché $\eta = \frac{L_t}{L_{t_{ID}}} \longrightarrow \boxed{\eta = \frac{u(2 c_1 \cos\alpha_1 - u)}{\frac{c_1^2}{2} - \frac{u^2}{2} + u c_1 \cos\alpha_1}}$

2) ESPRIMIAMO IL LAVORO IN FUNZIONE DELLE TEMPERATURE

Dal 1° principio:

$$\begin{cases} L_t = c_p\,(T_0^\circ - T_2^\circ) \\ L_{t_{ID}} = c_p\,(T_0^\circ - T_2) \end{cases} \rightarrow \boxed{L_{t_{ID}} - L_t = c_p\,(T_2^\circ - T_2) = \frac{c_2^2}{2}}$$

In analogia al caso della turbina ad azione, l'unica perdita è rappresentata dall'energia cinetica di scarico.
Per massimizzare il rendimento occorre minimizzare la c_2 e, poiché abbiamo supposto c_{a2} = costante, deve essere $c_{u2} = 0$.

Un risultato analogo si poteva determinare considerando due espressioni del lavoro ricavate in precedenza:

$$L_t^* = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \cancel{\frac{u_1^2 - u_2^2}{2}}$$

$$L_{t_{ID}} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \rightarrow \boxed{L_{t_{ID}} - L_t = \frac{c_2^2}{2}}$$

* 1° principio rif. fisso (applicato al rotore)

$$① \quad L_i = c_p\,(T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \rightarrow L_t = -L_i = c_p\,(T_1 - T_2) + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$

1° principio rif rotante (applicato al rotore)

$$② \quad L_i = c_p\,(T_2 - T_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \rightarrow L_t = -L_i = c_p\,(T_1 - T_2) + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow ① - ② = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2}$$

Per trovare il rendimento reale, basta sostituire tali valori nel lavoro ideale e calcolare:

$$\eta = \frac{L_t}{L_{t_{ID}}}.$$

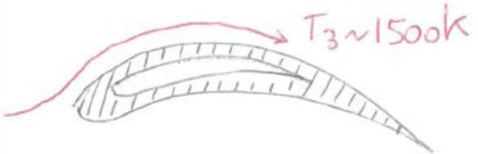
La curva che si ottiene ha lo stesso andamento di quella studiata nel caso ideale, ma a seguito delle perdite η_{max} sarà minore.
Il rendimento massimo si avrà per c_2 assiale

SOLUZIONI ALLE LIMITAZIONI IMPOSTE A UNA TURBINA

Abbiamo osservato che le limitazioni al lavoro che la turbina può offrire riguardano la velocità tangenziale u che le palette riescono a sopportare.
Le palette sono sottoposte a una forza centrifuga:

Ovviamente, la sezione alla base risulta la più sollecitata, mentre la sezione estrema non è sottoposta ad alcuna sollecitazione.
Per fare in modo che le sezioni più sollecitate sopportino meglio le sollecitazioni, si creano delle palette rastremate, in cui la corda alla base è più grande della corda alla punta

Un altro problema è centrato sulla resistenza del materiale alle alte temperature. Al crescere della temperatura, infatti, le prestazioni meccaniche delle palette peggiorano. Poiché le palette sono a contatto con gas caldi ($T \sim 1500 K$), devono essere raffreddate, soprattutto nei primi stadi della turbina.
In genere, il raffreddamento avviene mediante spillamenti d'aria dal compressore.



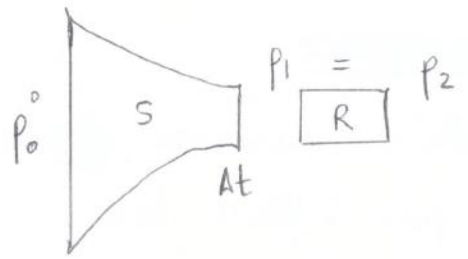
In alcuni casi, le palette sono cave, e al loro interno scorre aria fredda.

MAPPA CHE DESCRIVE LE PRESTAZIONI DI UNA TURBINA

Vogliamo determinare una mappa che metta in relazione il rapporto di espansione β_t con la portata corretta. Le curve avranno come parametro il numero di giri.

Facciamo riferimento ad uno stadio singolo di turbina ad azione, per semplicità, immaginando il nostro statore con un'area semplicemente convergente.

I risultati trovati saremmo qualitativamente gli stessi per un ugello convergente divergente, per una turbina a reazione e per una turbina multistadio.

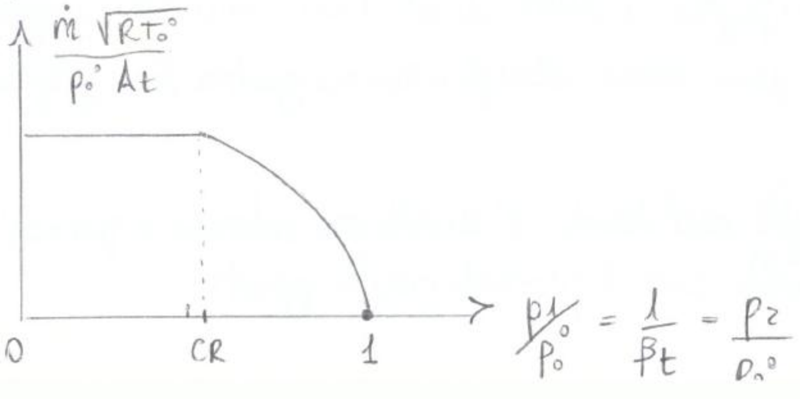


La portata corretta dello statore, visto come ugello semplicemente conv., dipenderà solamente dal rapporto $\frac{p_0^0}{p_1} = \beta_t$, rapporto di espansione in una visione total to static.

Considerando lo statore come un ugello, possiamo dire che la portata corretta sarà:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}\sqrt{RT_0^0}}{p_0^0 A_t}$$ con A_t sezione ristretta dello statore

Sappiamo allora che l'andamento della portata corretta in funzione di β_t sarà:



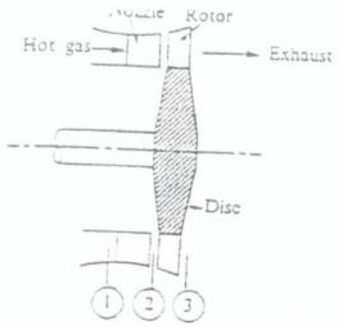
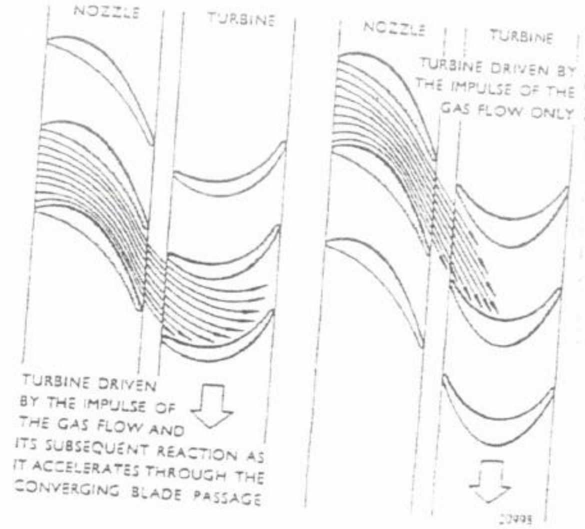


FIG. 9–13. An axial turbine stage.



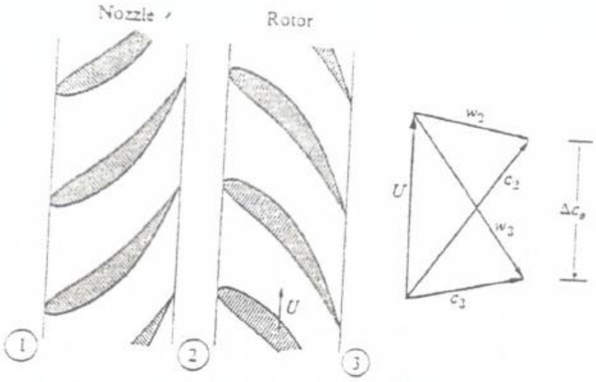


FIG. 9–14. Turbine blading and velocity triangles.

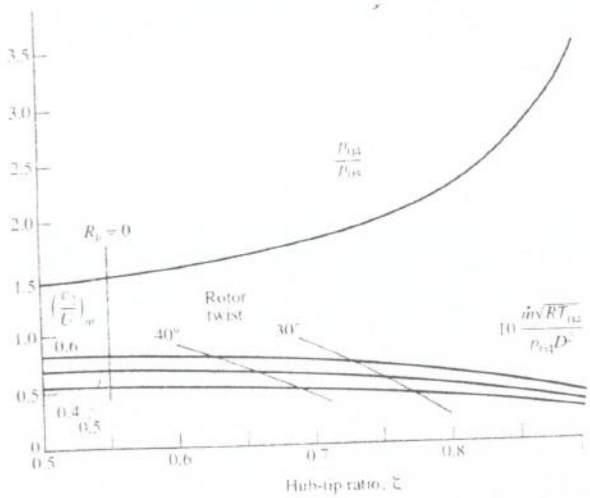


FIGURE 8.29 Axial turbine stage: $\sigma_b/\rho_b a_0^2 = 0.03$, $W/U_m^2 =$

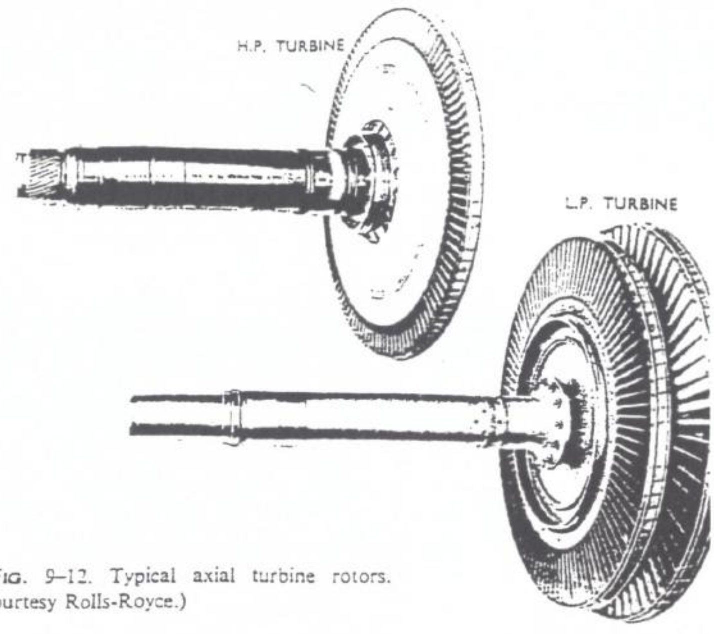
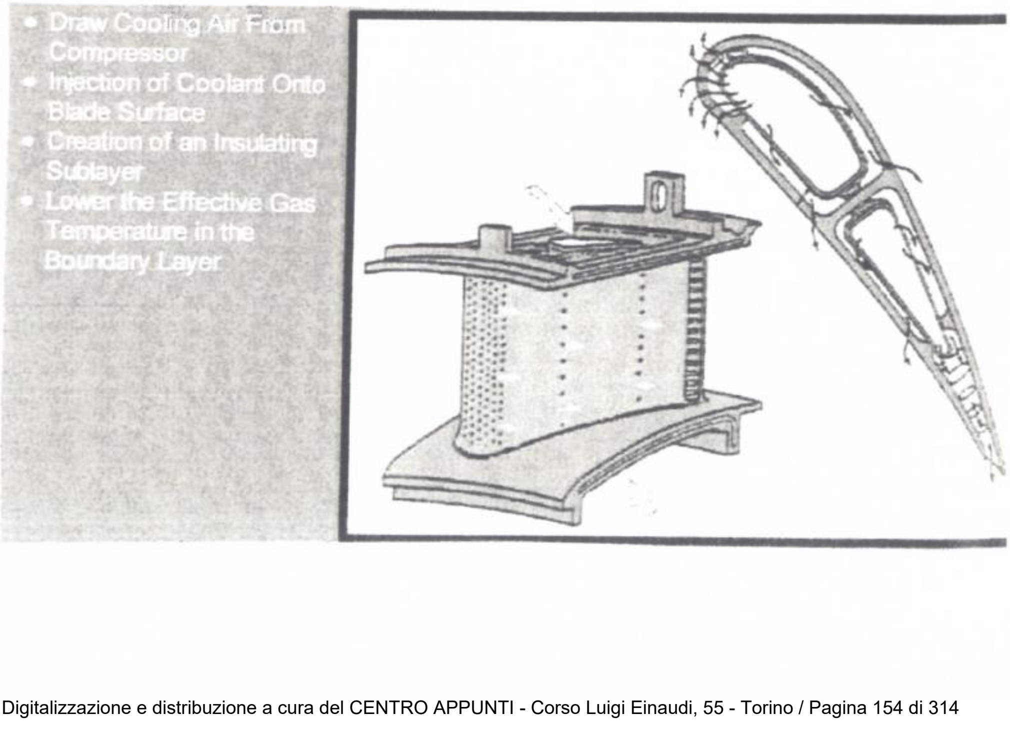


FIG. 9–12. Typical axial turbine rotors. (Courtesy Rolls-Royce.)



Ricordiamo che:

$$\frac{T_e}{T_0^\circ} = \left(\frac{p_e}{p_0^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{yt}} \rightarrow T_e = T_0^\circ \left(\frac{p_e}{p_0^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{yt}} = 668.4\ K$$

Il lavoro di un singolo stadio sarà:

$$L_{stadio} = u\,(\underset{u}{c_{u1}} - \underset{0}{\cancel{c_{u2}}}) = u^2$$

Allora:

$$z \cdot L_{stadio} = L_{tot} \qquad c_2 = \frac{u}{2}$$

$$z \cdot u^2 = c_p (T_0^\circ - T_e) - \frac{c_2^2}{2} \rightarrow z \cdot u^2 = c_p (T_0^\circ - T_e) - \frac{u^2}{8}$$

$$z = \frac{c_p}{u^2}(T_0^\circ - T_e) - \frac{1}{8} = 1{,}0145 \Rightarrow \boxed{z = 2}$$ N° STADI NECESSARI

Per $z = 2$ avremo che:

$$2u^2 = c_p (T_0^\circ - T_e) - \frac{c_2^2}{2} \rightarrow 2u^2 + \frac{u^2}{8} = c_p (T_0^\circ - T_e) \Rightarrow \boxed{u = 314{,}4\ m/s}$$

velocità di pala al raggio medio

Perciò:

$$L_{stadio} = u^2 = 99\ kJ/kg$$

$$L_{tot} = 2u^2 = 198\ kJ/kg$$

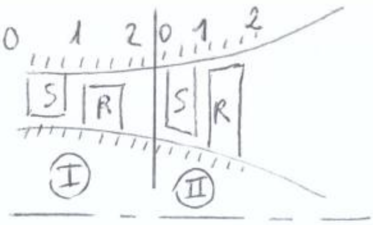
$$P = \dot{m} L \rightarrow \dot{m} = \frac{P}{L} = 5{,}06\ kg/s$$

Calcoliamo il rendimento total to static e total to total:

$$\eta_{tts} = \frac{L_t}{c_p (T_0^\circ - T_{e,is})} = 0.85$$

dove $T_{e,is} = T_0^\circ \left(\frac{p_e}{p_0^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

$$\eta_{ttt} = \frac{L_t}{c_p (T_0^\circ - T_{e_{is}}) - \frac{c_2^2}{2}} = 0{,}897 \equiv \eta_{yt}$$



$(T_0^0)_i = T_0^0 - (i-1)\dfrac{L_{stadio}}{c_p}$

$(T_2^0)_i = T_0^0 - i\,\dfrac{L_{stadio}}{c_p}$

$(T_1)_i = (T_1^0)_i - \dfrac{c_1^2}{2c_p}$

$(T_2)_i = (T_2^0)_i - \dfrac{c_2^2}{2c_p}$

Allora:

$(T_0^0)_I = T_0^0 = 850\,K = (T_1^0)_I$

$(T_0^0)_{II} = T_0^0 - \dfrac{L_{stadio}}{c_p} = 764{,}41\,K = (T_1^0)_{II}$

$(T_2^0)_I = T_0^0 - \dfrac{L_{stadio}}{c_p} = 764{,}41\,K$

$(T_2^0)_{II} = T_0^0 - 2\cdot\dfrac{L_{stadio}}{c_p} = 678{,}82\,K$

$(T_1)_I = (T_1^0)_I - \dfrac{c_1^2}{2c_p} = 796{,}592\,K$

$(T_2)_I = (T_2^0)_I - \dfrac{c_2^2}{2c_p} = 753{,}727\,K$

$(T_1)_{II} = 711{,}002\,K$

$(T_2)_{II} = 668{,}14\,K$

A questo punto, le pressioni p_1, p_2 del primo e secondo stadio si ottengono ricordando che:

$\left(\dfrac{p}{p_0^0}\right) = \left(\dfrac{T}{T_0^0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}\eta_{yt}}$

Calcolati i quattro valori, è possibile determinare le densità $(\rho_1)_I, (\rho_2)_I, (\rho_1)_{II}, (\rho_2)_{II}$.

Per gli altri stadi:

$$A = 2\pi r_m h \longrightarrow h_{1_I} = \frac{A_{1_I}}{2\pi r_m} = 3{,}907\ cm$$

$$\textcircled{I}_1 \begin{cases} (r_{t_1})_I = r_m + \frac{h}{2} = 15{,}35\ cm \\ (r_{h_1})_I = r_m - \frac{h}{2} = 11{,}44\ cm \end{cases}$$

$$h_{2_I} = \frac{A_{2_I}}{2\pi r_m} \qquad \textcircled{I}_2 \begin{cases} (r_{t_2})_I = r_m + \frac{h}{2} = 15{,}77\ cm \\ (r_{h_2})_I = r_m - h/2 = 11{,}02\ cm \end{cases}$$

$$h_{2_I} = 4{,}75\ cm$$

$$A_{1_{II}} = 2\pi r_m h_{1_{II}} \qquad \textcircled{II}_1 \begin{cases} (r_{t_1})_{II} = r_m + \frac{h}{2} = 16{,}31\ cm \\ (r_{h_1})_{II} = r_m - \frac{h}{2} = 10{,}48\ cm \end{cases}$$

$$h_{1_{II}} = 5{,}832\ cm$$

$$\textcircled{II}_2 \begin{cases} (r_{t_2})_{II} = 13{,}4\ cm \\ (r_{h_2})_{II} = 9{,}7\ cm \end{cases}$$

$$\omega = 22463{,}327\ rpm = \frac{u}{r}$$

TRIANGOLI VELOCITÀ

Per disegnare i triangoli di velocità all' hub e al tip dei due stadi, basta osservare che:

$$u = \omega r = u_m \frac{r}{r_m}$$

$$c_{u_1} = c_{u1_m} \frac{r_m}{r} \quad \text{(dallo svergolamento a vortice libero)}$$

$$c_{u_2} = 0$$

$$c_a = c_{a_m}$$

$$w_u = c_u - u$$

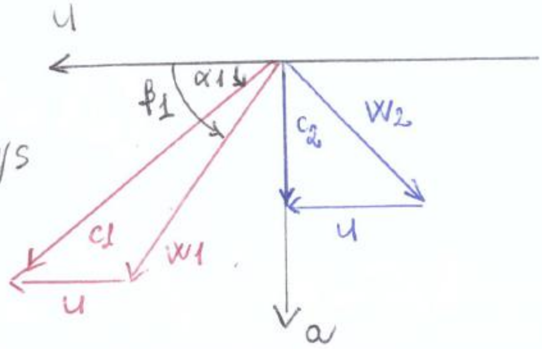
questo comporta una Ca molto maggiore.
Poiché il flusso esce con $C_2 = C_a$, la c_2 sarà più elevata rispetto al caso della turbina a reazione → PIÙ PERDITE PER ENERGIA CINETICA DI SCARICO

$$\dot{m} = \frac{P}{L} = 5.39 \ kg/s \quad (5.06 \ kg/s)$$

$$\eta_{TtS} = \frac{L_t}{L_{t_{ID}}} = \frac{L_t}{c_p(T_0^\circ - T_{1,S})} = \frac{L_t}{\frac{c_{1S}^2}{2}} = 0.797 < 0.85 \text{ del caso a reazione}$$

$$\eta_{TtT} = \frac{L_t}{c_p(T_0^\circ - T_A)} = \frac{L_t}{\underbrace{c_p(T_0^\circ - T_{1,S})}_{\frac{c_{1S}^2}{2}} - \underbrace{c_p(T_A - T_{1,S})}_{\approx c_p(T_2^\circ - T_2)}} = \frac{L_t}{\frac{c_{1S}^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}}$$

TRIANGOLI DI VELOCITÀ



- $C_1 = 648,185 \ m/s$
- $C_{u1} = C_1 \cos\alpha_1 = 2u$
- $C_{a1} = C_1 \sin\alpha_1 = 234,005 \ m/s$
- $u = 304,54 \ m/s$
- $W_{a1} = C_{a1} = 234,005 \ m/s$
- $W_{u1} = C_{u1} - u = u = 304,54 \ m/s$
- $W_1 = \sqrt{W_{a1}^2 + W_{u1}^2} = 384,061 \ m/s$
- $\alpha_1 = 20^\circ$
- $C_{u2} = 0 \rightarrow W_{u2} = \underbrace{\cancel{C_{u2}}}_{0} - u = -u = -W_{u1}$
- $W_2 = \psi W_1 = 353,336 \ m/s$
- $W_{a2} = C_{a2} = \sqrt{W_2^2 - u^2} = 179.16 \ m/s = C_2 \neq C_{a1}$
- $W_1 \cos\gamma = W_{a1} \rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{W_{a1}}{\ }\right) = 52,46^\circ \rightarrow \beta_1 = \pi/2 - \gamma = 37,54^\circ$

Mantenendo costante r_m:

$$A_1 = 2\pi r_m h_1 \rightarrow h_1 = 1.7 \text{ cm}$$

$$r_h = r_m - \frac{h}{2} = 43{,}3 \text{ cm}$$

$$r_t = r_m + \frac{h}{2} = 45 \text{ cm}$$

Dal confronto emerge che:

- TURBINA AD AZIONE → η inferiore
  ⇒ $\dot{m}$ maggiore
  ⇒ più consumi

- TURBINA AD AZIONE MONOSTADIO → dimensioni maggiori

```
primo stadio - tip
u1,u2 tip (m/s)     360.5          370.4
c1,w1 tip (m/s)     316.1          179.3
cu1,wu1 tip (m/s)   274.2          -86.3
alfa1,beta1 (deg)    29.8          118.8
c2,w2 tip (m/s)     157.2          402.4
cu2,wu2 tip (m/s)     0.0         -370.4
alfa2,beta2 (deg)    90.0          157.0
grado di reazione R  0.633

primo stadio - hub
u1,u2 hub (m/s)     268.3          258.4
c1,w1 hub (m/s)     400.5          186.4
cu1,wu1 hub (m/s)   368.4          100.1
alfa1,beta1 (deg)    23.1           57.5
c2,w2 hub (m/s)     157.2          302.5
cu2,wu2 hub (m/s)     0.0         -258.4
alfa2,beta2 (deg)    90.0          148.7
grado di reazione R  0.295

secondo stadio - tip
u1,u2 tip (m/s)     383.2          400.0
c1,w1 tip (m/s)     302.1          201.0
cu1,wu1 tip (m/s)   258.0         -125.2
alfa1,beta1 (deg)    31.4          128.5
c2,w2 tip (m/s)     157.2          429.8
cu2,wu2 tip (m/s)     0.0         -400.0
alfa2,beta2 (deg)    90.0          158.5
grado di reazione R  0.684

secondo stadio - hub
u1,u2 hub (m/s)     245.6          228.8
c1,w1 hub (m/s)     432.1          222.1
cu1,wu1 hub (m/s)   402.4          156.8
alfa1,beta1 (deg)    21.3           45.1
c2,w2 hub (m/s)     157.2          277.6
cu2,wu2 hub (m/s)     0.0         -228.8
alfa2,beta2 (deg)    90.0          145.5
grado di reazione R  0.146
```

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 166 di 314

Applichiamo ora il 1° principio tra ingresso e uscita della pompa:

$$\boxed{L_p = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + Lw_p}$$

Generalmente, si divide tutto per g, in modo da esprimere ogni grandezza in metri.
Portando anche le perdite al primo membro otteniamo:

$$\underbrace{\frac{L_p - Lw_p}{g}}_{\text{lavoro netto pompa}} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + (z_2 - z_1)$$

lavoro netto pompa
|||
PREVALENZA MANOMETRICA UTILE H_u

Allora:

$$\boxed{H_u = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) = H_2^0 - H_1^0}$$

dove $H^0 = \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z$ è detto CARICO TOTALE

Applichiamo il primo principio tra aspirazione e mandata:

$$L_p = \frac{p_m - p_a}{\rho} + \frac{c_m^2 - c_a^2}{2} + g(z_m - z_a) + Lw_{ca} + Lw_p + Lw_{cm}$$

$$\boxed{\frac{L_p - Lw_p}{g} = H_u = H_m^0 - H_a^0 + Y}$$

dove $Y = \frac{Lw_{ca} + Lw_{cm}}{g}$

rappresenta le perdite di carico nei condotti

$H_m^0 - H_a^0$ → PREVALENZA TOTALE (H_t)
aumento di carico richiesto dal circuito

La pompa deve dare più prevalenza rispetto a quella richiesta, per vincere le perdite Y nei condotti

Possiamo anche definire un coefficiente di perdite:

$$\boxed{\xi = \underbrace{\xi_1}_{\text{perdite distribuite}} + \underbrace{\xi_2}_{\text{perdite concentrate}} = \frac{L_{w_p}}{\frac{u^2}{2}}}$$

Fatto ciò, è possibile costruire $\psi - \xi$ e, conoscendo gli angoli α_1 e β_2
he mi danno l'andamento di ψ in funzione di φ, e l'andamento delle
erdite ξ, è possibile osservare che:

$$\boxed{gH_u = L_p - L_{W_p} = (\psi - \xi)\,\frac{u^2}{2}}$$

esempio per turbopompa radiale

sserviamo che:

- $\psi - \xi = f(\varphi)$
- u^2 è proporzionale a n^2

llora:

$$\boxed{H_u \propto f(\varphi) \cdot n^2}$$

$\Rightarrow$ fissato φ, $f(\varphi)$ diventa una costante $K(\varphi)$, quindi:

$$H_u \propto K(\varphi) \cdot n^2$$

'altro canto, prendendo ad esempio una turbopompa assiale:

$$\dot{m} = \rho C_a A \Rightarrow Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = C_a A$$ PORTATA IN VOLUME

oiché $\varphi = \frac{C_a}{u} \rightarrow C_a = \varphi \cdot u$, quindi:

$$\boxed{Q = \frac{\dot{m}}{\rho} \propto \varphi \cdot n}$$

Il criterio di similitudine implica che stiamo lavorando con triangoli di velocità simili, quindi con stesso φ. Allora:

- STESSO φ $\rightarrow$ $\begin{cases} H_u \propto n^2 \\ Q \propto n \\ \eta_Y = \text{costante} \end{cases}$

Il legame tra H_u e Q allora è quadratico, per cui i punti di similitudine saranno su delle parabole che passano per l'origine.

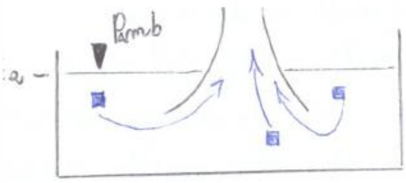
$$\boxed{H = K Q^2}$$

Dimezzando ad esempio n, Q si dimezza e H_u si riduce di $\frac{1}{4}$.
Le curve a φ = costante sono delle curve isorendimento

In ultima analisi, occorre accoppiare la caratteristica della pompa a quella del circuito.
Abbiamo visto che per un circuito, vale:

$$\boxed{H_u = H_t + Y} \quad \text{con} \quad H_t = H^\circ_m - H^\circ_a \,, \quad H^\circ = \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z$$
$$Y = \frac{L_{w_{em}} + L_{w_{ca}}}{g}$$

Facciamo le seguente osservazione all'aspirazione:



ogni particella fluido che viene aspirata parte da condizioni di pressione, velocità e quota specifiche, diverse le une dalle altre.

Se supponiamo che $L_w = 0$, poiché non ci sono organi mobili $L_i = 0$, allora:

$$\boxed{\frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z = H^\circ_a = \text{costante}}$$

Possiamo per semplicità scrivere allora il carico totale all'aspirazione riferendoci al pelo libero ($c_a = 0$):

$$\boxed{H^\circ_a = \frac{p_{amb}}{\rho g} + 0 + z_a = \frac{p_{amb}}{\rho g} + z_a}$$

L'espressione della potenza, sia all'avviamento che a regime, sarà:

$$P = \underbrace{\dot{m}_{el}}_{\text{portata elaborata}} \cdot L_p$$

La portata elaborata, in genere è maggiore della portata mandata, poiché una parte di fluido rifluisce nell'aspirazione. Teniamo conto di ciò inserendo un rendimento volumetrico.

Quindi:

$$P = \dot{m}_{el} \cdot L_p = \frac{\dot{m}}{\eta_{vol}} \cdot \frac{L_p - L_{w_p}}{\eta_y} = \frac{\overbrace{\rho Q}^{\dot{m}} \overbrace{g H_u}^{L_p - L_w}}{\eta_{vol} \eta_y} \propto Q H_u$$

$$\eta_y = \frac{L_p - L_w}{L_p}$$

$$\boxed{P \propto Q H_u}$$

Si osserva che in una pompa centrifuga H_u sale e poi scende abbastanza lentamente $\Rightarrow$ la potenza cresce con Q $Q \uparrow$ $p \uparrow$

In una pompa assiale invece, la curva è molto più ripida e H_u scende rapidamente $\Rightarrow$ se la portata cresce, la potenza decresce $Q \uparrow$ $p \downarrow$

Allora, poiché all'avviamento vogliamo basse potenze consumate:

- POMPA CENTRIFUGA $\longrightarrow$ avviamento con mandata chiusa, tappando l'uscita, in modo che la pompa raggiunga il massimo numero di giri senza portata.

- POMPA ASSIALE $\longrightarrow$ avviamento con mandata tutta aperta, in modo che anche a giri bassi la portata sia già elevata

Indicando con $\lambda = |c_{p_{min}}|$, possiamo scrivere, dividendo per g:

$$\boxed{\frac{p_{min}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{1}{2}\lambda \frac{w_1^2}{g}}$$

$\rightarrow \lambda = f(\varphi)$ poiché una volta fissato il valore di $\varphi = \frac{c_{a}, w_r}{u}$ è fissata l'incidenza sulle palette e la distribuzione delle pressioni è univocamente determinata

In genere, il valore di p_1 non è noto, poiché conosciamo le condizioni di aspirazione, ma non conosciamo le condizioni di ingresso al punto 1.
Scriviamo allora la p_1 in funzione delle condizioni di aspirazione.

Applichiamo il primo principio tra (a) e (1):

$$L_i = 0 = \frac{p_1 - p_a}{\rho g} + \frac{c_1^2 - 0^2}{2g} + z_1 - z_a + \frac{L_{wca}}{g} \rightarrow \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} - \frac{c_1^2}{2g} - (z_1 - z_a) - \frac{L_{wca}}{g}$$

Perciò, NON AVREMO cavitazione se $\boxed{p_{min} > p_{vap}}$, allora:

$$\frac{p_{min}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{1}{2}\lambda \frac{w_1^2}{g} > \frac{p_{vap}}{\rho g}$$

$$\frac{p_a}{\rho g} - \frac{c_1^2}{2g} - (z_1 - z_a) - \frac{L_{wca}}{g} - \lambda \frac{w_1^2}{2g} > \frac{p_{vap}}{\rho g}$$

Separiamo i termini che dipendono dalla turbopompa e da come sta funzionando da quelli che non dipendono da essa:

$$\boxed{\underbrace{\frac{p_a - p_{vap}}{\rho g} - (z_1 - z_a) - \frac{L_{wca}}{g}} > \underbrace{\frac{c_1^2}{2g} + \lambda \frac{w_1^2}{2g}}}$$

CARICO BATTENTE NETTO POSITIVO ALL'ASPIRAZIONE

NPSH POMPA $\rightarrow$ viene fornito dal costruttore

(NET POSITIVE SUCTION HEAD ≡ NPSH)

Analizziamo l'NPSH del circuito e vediamo cosa fare per avere un margine più grande possibile.

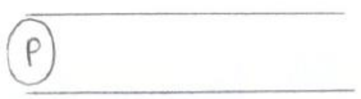
$$NPSH_{circuito} = \frac{p_a - p_{vap}}{\rho g} - (z_1 - z_a) - \frac{L_{wca}}{g}$$

1) $NPSH_c \uparrow$ se $L_{w_{ca}} \downarrow$

Dobbiamo avere le minori perdite possibile nel condotto di aspirazione. Per questo la sezione di ingresso generalmente presenta un "invito" per fare in modo che non si creino vortici.

Supponiamo di voler costruire un oleodotto. Lungo il condotto ci saranno delle perdite e per mantenere la portata costante devo pompare continuamente.

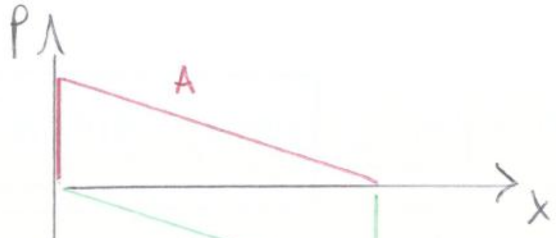
Dove posizionare la pompa, all'ingresso o all'uscita?

A) 

prima sale la pressione, poi le perdite la riportano al valore iniziale

B) 

prima si hanno le perdite, poi la pompa riporterà la pressione al valore iniziale



A) $p_1 = p_0 - \frac{c_1^2}{2}$

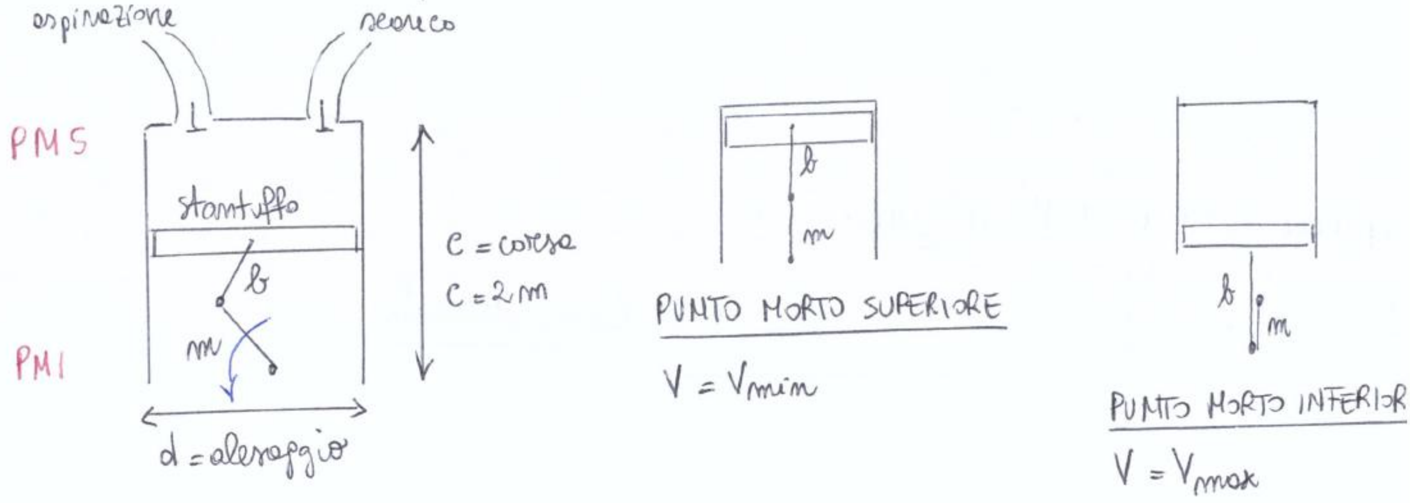
B) $p_1 = p_0 - L_w \rho - \frac{c_1^2}{2}$

dal 1° principio $\Delta z = 0$

Nel caso B) il condotto figura tutto come condotto di aspirazione e le perdite tendono ad abbassare la pressione all'ingresso della pompa. Questo potrebbe causare un regime di cavitazione.
Per questo, la soluzione A) è la migliore.

MOTORI ALTERNATIVI A COMBUSTIONE INTERNA

Le turbine a gas vengono solitamente utilizzate per potenze > 500 CV. Al di sotto di esse, diventano competitivi i motori alternativi e generalmente si preferiscono i motori a benzina poiché, a parità di potenza, sono meno pesanti dei diesel.



Definiamo CILINDRATA $= V_{max} - V_{min} = V = \pi \frac{d^2}{4} \cdot c$

CICLO OTTO IDEALE

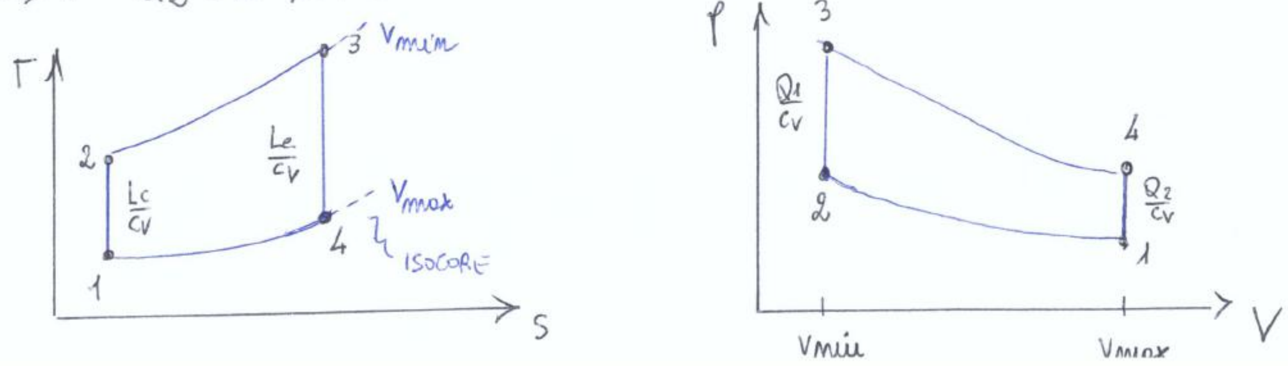
Tale ciclo rappresenta quello a cui dovrebbe tendere un motore a benzina per avere massimo rendimento.

$1 \to 2$ COMPRESSIONE ISENTROPICA, L_c ($Q_e = L_w = 0$)

$2 \to 3$ FORNITURA CALORE DALL'ESTERNO A $v = cost$, $Q_1 > 0$

$3 \to 4$ ESPANSIONE ISENTROPICA, L_e ($Q_e = L_w = 0$)

$4 \to 1$ $Q_2 < 0$ a $v = cost$



Quindi:

$$\boxed{\eta_{id} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}}$$

con $\rho \equiv$ RAPPORTO DI COMPRESSIONE VOLUMETRICO

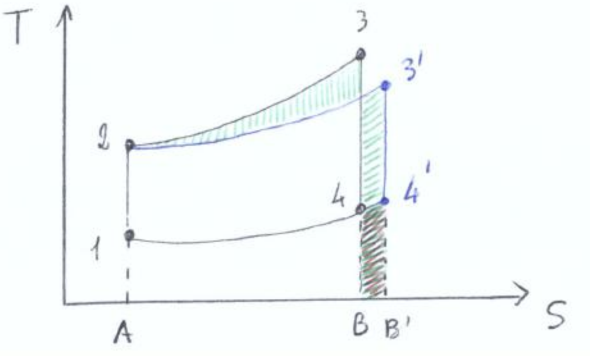
Aumentare ρ significa aumentare il rendimento.
C'è però un problema: aumentare ρ significa, ad esempio, diminuire V_{min}. Ciò comporta, sul diagramma T-s, lo spostamento del punto 2 più in alto rispetto al caso precedente e un aumento della pressione alla fine della compressione.
Da qui è evidente la limitazione dei motori a benzina: la combustione deve avvenire mediante l'accensione di una scintilla. Aumentando troppo ρ, la benzina tende ad avere un'accensione spontanea e irregolare.

$\Rightarrow$ la pressione che viene raggiunta prima dell'accensione della scintilla non deve superare un certo limite, che dipende dalla benzina utilizzat

Valore limite tipico: $\boxed{\rho_{lim} \sim 10}$ $(\eta \sim 0.5)$

OSSERVAZIONI

(1) Una volta fissata la p_2, quindi scelto ρ, qual è il ciclo che garantisce il massimo rendimento? È meglio far avvenire la combustione a volume costante o a volume crescente? (Non possiamo pensare che avvenga a volume decrescente, poiché la combustione avviene a $V = V_{min}$).



Consideriamo due cicli in cui viene fornito lo stesso Q_1, in un caso a v costante, nell'altro a v crescente.

$$\begin{cases} Q_1 = \int_2^3 T\,dS = \text{Area } A23B \\ Q_1' = \int_{2'}^{3'} T\,dS = \text{Area } A23'B' \end{cases}$$

Se il rendimento del diesel è inferiore a quello del ciclo otto, dove sta la convenienza?

I motori diesel non presentano limitazioni sulla ρ_2, poiché la combustione avviene in modo differente:

- BENZINA → ACCENSIONE COMANDATA, la combustione avviene quando scocca la scintilla
- DIESEL → ACCENSIONE PER COMPRESSIONE.

  Nel cilindro è inizialmente presente soltanto aria, che viene compressa senza pericolo di detonazione

  $\Rightarrow \boxed{\rho = 20 \div 25}$

  Arrivati a pressioni elevate, viene spruzzato il combustibile nella camera di combustione, il quale brucia spontaneamente.

Dunque:

$\left.\begin{array}{l}\eta \text{ più basso} \\ \rho \text{ più alto}\end{array}\right\} \rightarrow$ A parità di $\rho \rightarrow \eta_{diesel} < \eta_{otto}$, ma potendolo aumentare rispetto al ciclo Otto $\Rightarrow \eta_{diesel} \sim \eta_{otto}$

L'analisi fino a qui svolta, rappresenta un'idealizzazione molto forte di quello che realmente accade. Dobbiamo gradualmente introdurre una serie di fenomeni reali che modificano il funzionamento e le prestazioni del motore rispetto a quelle del ciclo.

Introduciamo alcune definizioni:

- CICLO LIMITE: fluido reale / macchina ideale

Tale ciclo ha un L_{lim} e un $\eta_{lim} = \dfrac{L_{lim}}{m_B H_i}$ → tiene conto dei limiti termodinamici e del fluido reale

m_B: massa combustibile nel cilindro

$m_B H_i$ → energia messa a disp. dal combustibile

Calcolo delle prestazioni

$$\boxed{P_u = \mathcal{L}_\mu \cdot \frac{n}{M}}$$ potenza utile

n → cicli nell'unità di tempo

$\mathcal{L}_\mu$ → lavoro al ciclo

M → n° giri per completare un ciclo

$M = \begin{cases} 2 & \text{4 tempi (n° corse che compie lo stantuffo)} \\ 1 & \text{2 tempi} \end{cases}$

Il n° di giri per completare un ciclo è la metà del n° di tempi

$$\boxed{q_b = \frac{\dot{m}_b}{P_u} = \frac{m_b}{\mathcal{L}_\mu}}$$

perché $\dot{m}_b = m_b \cdot \frac{n}{M}$

m_b → massa al ciclo

n → cicli unità di tempo

M → giri per completare un ciclo

Analogamente:

$$\boxed{\dot{m} = m \frac{n}{M}}$$

Chiamiamo

- DOSATURA $\alpha = \frac{m}{m_b}$
- RAPPORTO DI DILUIZIONE $f = \frac{1}{\alpha} = \frac{m_b}{m}$

Definiamo alcune grandezze relative ai lavori.

Dividendo i lavori per un volume, si ottiene una pressione. Allora:

- PRESSIONE MEDIA INDICATA $\boxed{p_{mi} = \frac{\mathcal{L}_i}{iV}}$ (i → n° cilindri)

- PRESSIONE MEDIA EFFETTIVA $\boxed{p_{me} = \frac{\mathcal{L}_u}{iV}}$

- PRESSIONE DI MARCIA A VUOTO $\boxed{p_v = p_{mi} - p_{me}} = \frac{\mathcal{L}_{perdite\ mecc.}}{iV}$

Tra $\mathcal{L}_i$ e $\mathcal{L}_u$ ci sono le perdite meccaniche così come tra p_{mi} e p_{me} c'è p_v. Si chiama così perché facendo funzionare il motore senza far nascere la scintilla, c'è bisogno di un $\mathcal{L}_{em}$ per vincere le .

Il consumo specifico è, per definizione:

$$\boxed{q_b = \frac{\dot{m}_B}{\mathcal{L}_u} = \frac{m_B}{p_{me}\, i\, V}} \quad \text{con } p_{me} = \eta_u \frac{\lambda_v}{\alpha} \frac{H_i}{N} \quad \text{oppure } q_b = \frac{m_B}{\mathcal{L}_u} = \frac{m_B}{\eta_u \cdot m_B H_i} = \frac{1}{\eta_u \cdot H_i}$$

In modo analogo, si può determinare che:

$$p_{mi} = \eta_i \frac{\lambda_v}{\alpha} \frac{H_i}{N}$$

Il nostro studio si concentrerà nel capire come le prestazioni (potenza utile e consumo) siano influenzate da:

- QUOTA
- RAPPORTO DI MISCELA α (DOSATURA)
- NUMERO DI GIRI

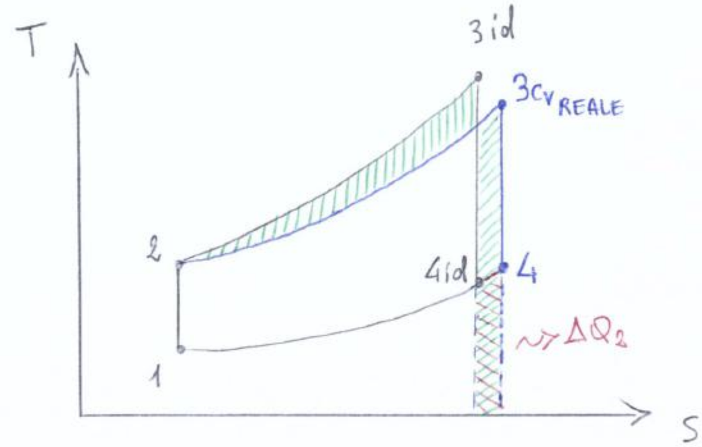
Prima di fare ciò, occorre però studiare quali sono gli effetti della non idealità del fluido, quindi studiare il ciclo LIMITE, poi introdurre gli effetti della non linearità della macchina, quindi parlare del CICLO INDICATO e infine studiare come si comportano le perdite meccaniche.

CICLO LIMITE

Non considera la presenza della macchina, è un ciclo termodinamico vero e proprio in cui entrano in gioco gli effetti del fluido reale.
(La macchina rimane ideale)
In ordine di importanza, gli effetti dovuti all'introduzione del fluido reale sono:

1) VARIAZIONE DI C_v CON LA TEMPERATURA
2) VARIAZIONE DELLA COMPOSIZIONE (del peso molecolare M)
3) DISSOCIAZIONE
4) (PRESENZA DI COMBUSTIBILE IN ECCESSO $\Rightarrow$ $\alpha < \alpha_{stechiom.}$) tratteremo questo caso in seguito

1) VARIAZIONE DI c_v CON LA TEMPERATURA



Se $T \uparrow \Rightarrow c_v \uparrow$

La curva a volume costante, allora, tenderà a salire meno rapidamente.

Infatti:

$$T ds = dU + p dV = c_v dT + p \underbrace{dV}_{=0}$$

$v = cost$

$$\boxed{\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_v}}$$

$\hookrightarrow$ se $c_v \uparrow \Rightarrow \frac{dT}{ds} \downarrow$

A parità di Q_1 fornito, quindi a parità delle due aree verdi evidenziate in figura, nella condizione reale si ha un ΔQ_2 in più che fa <u>peggiorare il rendimento</u>. (10 ÷ 15 % di perdita)

$(\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1})$

3) EFFETTO DELLA DISSOCIAZIONE

La dissociazione rappresenta l'impossibilità alle alte temperature di completare la combustione, in quanto i prodotti della combustione tendono a dissociare.

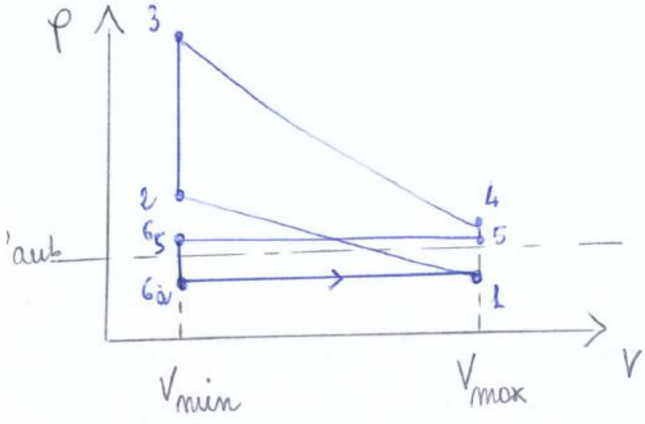
Arrivati ad una temperatura intorno ai 1800 °C, la combustione non può completarsi. Ciò non vuol dire che stiamo perdendo calore, ma semplicemente che non possiamo fornire una certa energia a quella temperatura.

Quando lo stantuffo comincia a scendere, T↓ e la combustione potrà completarsi. → si verifica allora un ritardo nel rilascio di energia. Una parte della combustione avviene a volume costante, l'altra avviene mentre v sta aumentando.

Anche in questo caso abbiamo uno spostamento del punto 3 e 4 più a destra, e ciò provoca un calo del rendimento. (3 ÷ 4 % di perdita)

Sommando i tre effetti, alla fine otteniamo un calo del rendimento del 10 ÷ 15 %

Per studiare le cose da un punto di vista semplificato, introduciamo un CICLO CONVENZIONALE, nel quale non facevamo altro che raddrizzare le curve del ciclo indicato.



1-2 compressione

2-3 combustione

3-4 espansione

4-5 scarico spontaneo, appena viene aperta la valvola di scarico, trovandosi i gas a una pressione superiore a quella ambiente, tendono spontaneamente a uscire.
Quando la pressione è diventata quasi uguale a quella ambiente occorre spingerli attivamente per farli uscire.

5-6 scarico

6-1 aspirazione

Studiamo a questo punto quali sono gli effetti delle non idealità della macchina.

FENOMENI CHE INFLUENZANO $\eta_{\theta i}$

(quindi anche $\eta_i = \eta_{\theta i} \cdot \eta_{lim}$)

① SCAMBI TERMICI FLUIDO - MOTORE

Inizialmente la miscela di aria e benzina è fredda ed il motore è relativamente caldo quindi il motore cede calore e scalda la miscela.
Quando la temperatura della miscela, a seguito della compressione e combustione, diventa più alta di quella del motore, sono tali gas a cedere calore al motore e venire raffreddati.
La cessione di calore dal fluido al motore prevale sull'altra!
Il calore che il sistema di raffreddamento deve portar via dal motore è dello stesso ordine di grandezza della sua potenza.
Ciò vuol dire che tutto questo calore sottratto contribuisce completamente al calo del rendimento? No, perché una parte di esso sarebbe comunque ceduta all'ambiente durante l'espulsione dei gas di scarico. Vediamolo graficamente.

maggiore è il valore di θ_c, più ci allontaniamo dalla combustione a volume costante, peggiore è il rendimento.

Osserviamo che:

$$\boxed{\theta_c = 2\pi n \cdot t_c}$$ → tempo di combustione

dove:

$t_c = t_1 + t_2 + t_3$

- INNESCO → $t_1 = \frac{K_1}{W_r}$ (costante; velocità di reazione) — tempo che impiega la miscela per cominciare a bruciare dopo lo scocco della scintilla

- PROPAGAZIONE → $t_2 = \frac{K_2}{W_p}$ (velocità di propagazione) — tempo che impiega la fiamma a raggiungere ogni angolo del cilindro

  $W_p \propto \frac{1}{\sqrt{W_r}}$?

- COMPLETAMENTO DI COMBUSTIONE → $t_3 = \frac{K_3}{W_r}$ (velocità di reazione) — tempo affinché la miscela presente agli angoli estremi del cilindro reagisca e bruci

Per tale fenomeno, $\eta_{\theta i}$ max per $W_{r_{max}}$, trascurando l'effetto del numero di giri.

Ciò poiché $W_{r_{max}} \Rightarrow t_c = t_{c_{min}} \Rightarrow \theta_c = \theta_{c_{min}} \Rightarrow \eta_{\theta i} = \eta_{\theta i_{max}}$

Se n aumenta → θ_c aumenta, ma non in misura proporzionale a n.
Ciò è dovuto al fatto che se n aumenta, aumenta anche la turbolenza all'interno del cilindro e perciò migliorano le velocità di reazione e propagazione, le quali tendono a ridurre θ_c
↳ più il motore gira veloce, più occorre anticipare la combustione

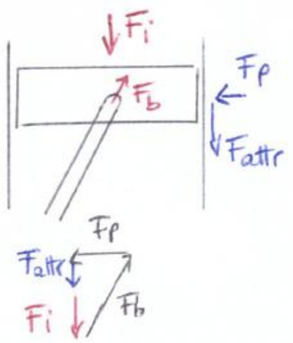
PERDITE MECCANICHE

Possiamo distinguere 4 termini:

1) Lavoro per il trascinamento degli accessori (pompa dell'olio, pompa del combustibile, pompa dell'acqua, ...)
Tale lavoro è proporzionale alle dimensioni del motore, quindi alla cilindrata:

$$\Rightarrow \boxed{L_1 = K_1 (iV)}$$

2) Lavori di attrito derivanti da forze di inerzia



Consideriamo lo stantuffo che si muove verso l'alto, poiché è presente una forza di inerzia diretta verso il basso.
Affinché esso si sposti in tale direzione, la biella trasmette allo stantuffo una forza $\vec{F_b}$ parallela al suo asse, che è inclinata se non si è al PMS

Per equilibrare tale forza, nasce una forza $\vec{F_p}$ ortogonale alla parete, in modo che tutto sia in equilibrio. A tale forza normale corrisponde una forza di attrito che compie lavoro, poiché lo stantuffo si sta muovendo.

Possiamo supporre tale lavoro proporzionale alle masse alterne (ad es. massa stantuffo, m biella e manovella) e all'accelerazione che, in un moto alternato, dipende dal quadrato del n° di giri, (oltre ad essere proporzionale alla cilindrata;

$$\boxed{L_2 = K_2 \cdot m_{alt} \cdot n^2 (iV)}$$

3) Lavoro di attrito da forze di pressione

Saranno proporzionali alla pressione media all'interno del motore → p_{mi} e alla cilindrata:

$$\boxed{L_3 = K_3 \, p_{mi} (iV)}$$

4) Lavoro di ricambio del fluido $L = iV(p_s - p_e)$
Differenza tra lavoro allo scarico e lavoro ottenuto all'aspirazione.

FENOMENI CHE INFLUISCONO SUL COEFFICIENTE DI RIEMPIMENTO

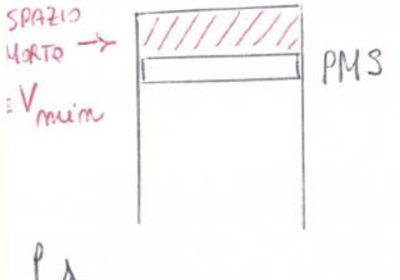
$$\lambda_V = \frac{m}{m_{teor}} = \frac{m}{iV/v}$$

1) Scambi termici, diversi da quelli considerati nell'analisi di $\eta_{\theta i}$
In questo caso, stiamo considerando solo l'aspirazione.
In questa fase, l'aria è fredda e il motore è caldo, per cui quando essa entra nel cilindro, vede la sua temperatura aumentare
Se $T\uparrow$, $\rho\downarrow$ => la massa che entra all'interno del cilindro tende a diminuire

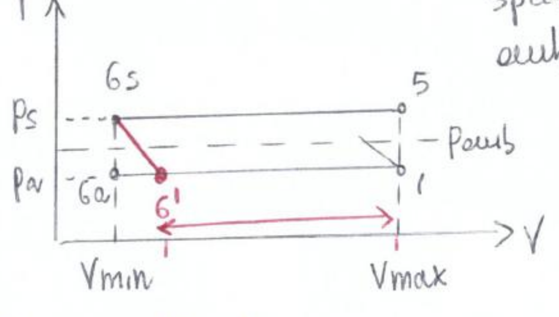
2) Laminazioni alle valvole di aspirazione e scarico
La laminazione alle valvole di aspirazione conta per due motivi:

- pa all'interno del cilindro è inferiore alla pressione esterna
  Una diminuzione di pressione comporta una diminuzione di densità quindi della massa che entra nel cilindro

- espansione dei gas dello spazio morto



Nello spazio morto sono presenti gas di scarico derivanti dalla combustione precedente (siamo nella condizione 6s).
Chiudiamo la valvola di scarico e apriamo quella di aspirazione: mettiamo in comunicazione i gas dello spazio morto ad una pressione ps, con la pressione ambiente, più bassa.



Per la presenza delle valvole, il fluido può entrare nel cilindro solo quando la pressione all'interno è inferiore a quella ambiente e raggiunge il valore pa.

Fino a che la pressione all'interno del cilindro non raggiunge la pa, l'aria non può entrare. Il volume utile per l'aspirazione non è più V, ma V meno qualcosa.

1) INFLUENZA DELLA QUOTA DI VOLO SULLE PRESTAZIONI

$$P_u = p_{me}(iV)\frac{n}{M} \quad , \quad \begin{cases} p_{me} = p_{mi} - p_v \\ p_{mi} = \eta_{lim}\eta_{\theta i}\dfrac{\lambda_v H_i}{\alpha v} \end{cases}$$

Operiamo a giri costanti e α costante:

$n, \alpha = cost$

Le uniche grandezze che variano sensibilmente con la quota, sono λ_v e v, mentre H_i = costante, η_{lim} e $\eta_{\theta i}$ = costanti in prima approssimazione (gli effetti di temperatura e pressione sui rendimenti sono modesti)

Confrontiamo la p_{mi} in condizioni generiche con una p_{mi} di riferimento nel esempio a quota 0:

$$\boxed{\frac{p_{mi}}{p_{mi_0}} = \frac{\lambda_v}{\lambda_{v_0}} \cdot \frac{v_0}{v}}$$

Per sapere come varia la p_{mi} con la quota, basta scrivere come variano v e λ con la quota

- Dall'eq. dei gas perfetti: $v = \frac{RT}{p} \rightarrow \boxed{\frac{v_0}{v} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}}$

In generale, la potenza di un motore aumenta all'aumentare della pressione e diminuiscono all'aumentare della temperatura

A tale effetto si aggiunge quello del coefficiente di riempimento. Con che legge varia?

Il coeff. di riempimento dipende da vari fenomeni: al variare della quota, le laminazioni e gli effetti dinamici rimangono pressoché invariati, mentre l'influenza degli scambi termici è notevole.

- Più l'aria è fredda, più calore riceverà mentre entra nel cilindro, supponendo che le pareti del motore si mantengano a temp. costante

↳ ELEVATI SCAMBI TERMICI $\Rightarrow$ λ_v BASSO

Allora:

$$p_{me} = p_{mi} - p_v = \mu p_{mi_0} - A - B\mu = \overbrace{(p_{mi_0} - A - B)}^{p_{me_0}}\mu - A(1-\mu) =$$
$$= p_{me_0}\mu - A(1-\mu)$$

$$\boxed{p_{me} = p_{me_0}\mu - A(1-\mu)}$$

$$q_s = \frac{\dot{m}_b}{P_u}$$

Se $z\uparrow,\ p\downarrow,\ \mu\downarrow \Rightarrow p_{me}\downarrow,\ P_u\downarrow,\ q_s\uparrow$

la pressione ricade maggiormente perché T è sotto radice

$$\eta_o = \frac{p_{me}}{p_{mi}} = \frac{p_{mi_0}\mu - A - B\mu}{p_{mi_0}\mu} = 1 - \frac{B}{p_{mi_0}} - \frac{A}{p_{mi_0}\mu}$$

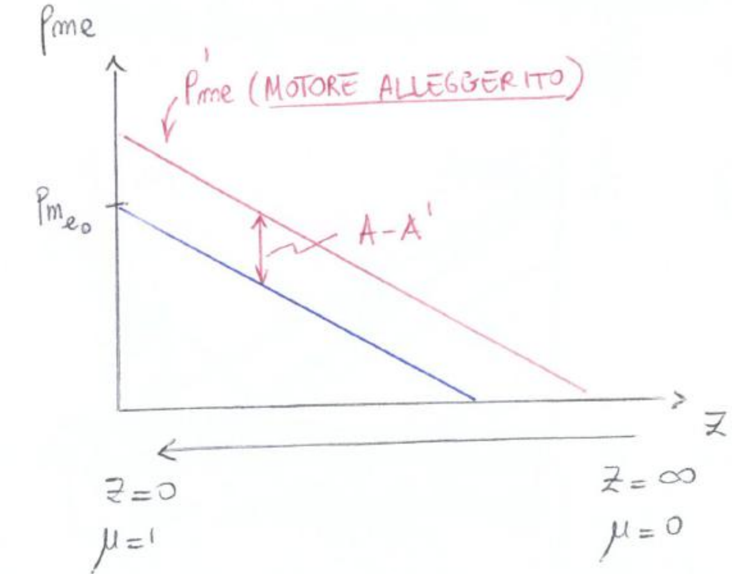
$$\boxed{\eta_o = 1 - \frac{B}{p_{mi_0}} - \frac{A}{p_{mi_0}\mu}}$$

se $z\uparrow,\ \mu\downarrow \Rightarrow \eta_o\downarrow$

Se scende il rendimento organico, mentre gli altri sono costanti per ipotesi, scende il rendimento utile

$$\boxed{\eta_u = \eta_{lim}\cdot\eta_{\theta i}\cdot\eta_o}$$

il motore consuma di più



Definiamo QUOTA DI TANGENZA TEORICA quella alla quale la pme e dunque la potenza del motore si annulla. In realtà la QUOTA DI TANGENZA EFFETTIVA sarà inferiore a quella teorica, perché occorre una potenza minima per garantire il volo

Un motore alleggerito o sovracompresso è progettato per funzionare in quota.
Cosa succederebbe se funzionasse a quota 0?
Nel caso di un motore alleggerito → si romperebbe
Nel caso di un motore sovracompresso → detonerebbe

Al di sotto della quota di adattamento si procede con una regolazione, in genere mediante una valvola, che laminando permette di diminuire le sollecitazioni a basse quote.
Se è stato ben costruito, comunque, il motore riesce per brevi istanti (es. decollo) a sopportare sollecitazioni più elevate

2) INFLUENZA DOSATURA SULLE PRESTAZIONI E REGOLAZIONE MOTORE

Hp: $z, n = cost$

A noi interessa la pme e $q_s = \frac{1}{\eta_u H_i}$. Per arrivare ad essi partiamo dalla pmi e dalla pv:

$$\boxed{p_{mi} = \eta_{lim}\,\eta_{\theta i}\,\frac{\lambda_v H_i}{\alpha\, v}}$$

λ_v in prima approssimazione non dipende da α. In realtà la benzina immessa nell'aria evapora sottraendo calore ad essa e migliorerebbe il λ_v. Trascuriamo tale effetto

A variare con α saranno solamente i due rendimenti

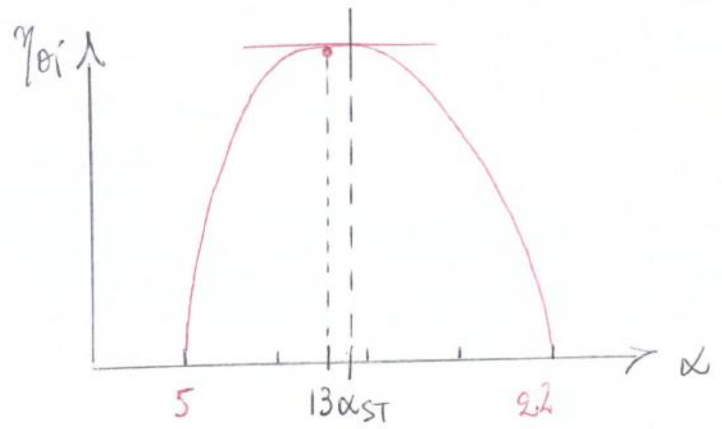
↳ dosatura stechiometrica
corrisponde a una combustione in cui tutto il combustibile brucia consumando completamente tutto l'ossigeno

Al diminuire di W_r, $\eta_{\theta i}$ cala repentinamente.

Allora, $\eta_{\theta i}$ sarà massimo per il valore di α che massimizza la velocità di reazione, che si ha per $\boxed{\alpha \simeq 13}$

Scostandosi da tale valore, andando troppo nel ricco o troppo nel povero, la reazione diventa così lenta che il rendimento tende a zero molto rapidamente.

$$\boxed{\eta_{\theta i} \simeq 0 \text{ per } \alpha \simeq 5,\ \alpha \simeq 22}$$



A questo punto, possiamo studiare come varia p_{mi}.

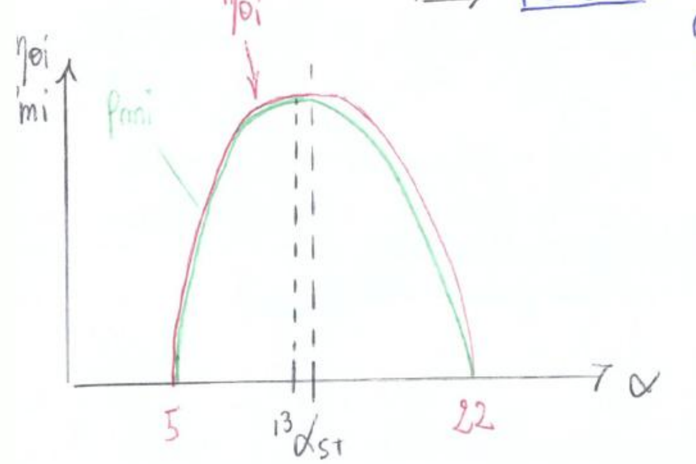
Dalle nostre analisi:

$p_{mi} \propto \frac{\eta_{lim}\,\eta_{\theta i}}{\alpha}$ → RICCO: $\frac{\eta_{lim}}{\alpha} = \frac{\eta_{lim\,ST}}{\alpha_{ST}}$ = costante

$\Rightarrow \boxed{p_{mi} \propto \eta_{\theta i}}$ stesso andamento di $\eta_{\theta i}$, scegliendo opportunamente le scale

→ POVERO: $\frac{\eta_{lim}}{\alpha}$ tende a diminuire, perché η_{lim} cresce meno velocemente rispetto al α

$\Rightarrow$ l'andamento della p_{mi} è più basso dell'andamento di $\eta_{\theta i}$



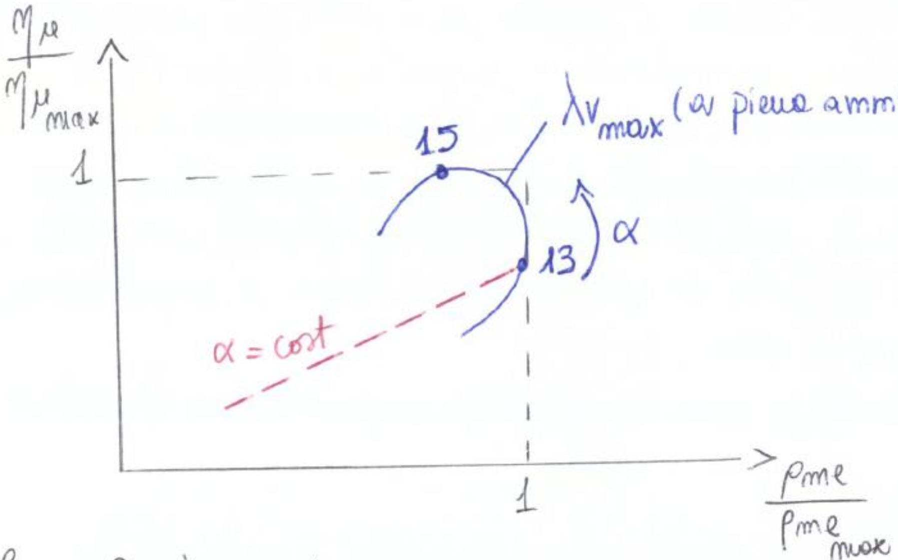
A questo punto, sappiamo che: $\boxed{p_{me} = p_{mi} - p_v}$

In base ai ragionamenti fatti, il massimo di η_μ sarà più a destra rispetto al massimo di η_{0i} e η_0, poco dopo lo stechiometrico $\rightarrow$ $\eta_{\mu max} \rightarrow q_{s min}$ per $\boxed{\alpha \simeq 15}$

Tutti i motori, in genere, funzionano tra $13 < \alpha < 15$.

- $\alpha = 13 \rightarrow$ massima potenza
- $\alpha = 15 \rightarrow$ massimo rendimento

Come regoliamo un motore aeronautico?



La regolazione può essere effettuata variando α o variando il coefficiente di riempimento λv, cioè la portata d'aria che entra nel motore.
Regolare la portata di combustibile è molto difficile, perciò è più opportuno variare il coefficiente di riempimento, mediante una valvola a farfalla davanti al motore.

VALVOLA APERTA $\rightarrow$ max λv

VALVOLA CHIUSA $\rightarrow$ aumento delle laminazioni all'aspirazione $\rightarrow$ peggioramento di λv e del lavoro di ricambio del fluido

- $\lambda v = \text{cost} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 13 \text{ max potenza} \\ \alpha = 15 \text{ max rendimento} \end{cases}$
- $\alpha = \text{cost} \rightarrow \lambda v$ varia $\Rightarrow$ (chiudo valvola) se diminuisce, diminuisce la pme ma anche il rendimento, poiché aumenta il lavoro di ricambio del fluido

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 208 di 314

(3) INFLUENZA DEL NUMERO DI GIRI SULLE PRESTAZIONI

- $\alpha, z = \text{cost}$

Caratteristica meccanica $\rightarrow$ P_u, C, q_s in funzione di n

Osserviamo prima di tutto che:

$$\left.\begin{aligned} P_u &= C\omega = C \cdot 2\pi n \\ P_u &= p_{me}\, i V \frac{n}{M} \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{C \propto p_{me}}$$

p_{me} → grandezza specifica della tipologia di motore (es. motori benzina $\rightarrow 8 \div 10$ bar)

Partiamo dallo studio della p_{mi}:

$$p_{mi} = \eta_{\theta i}\, \eta_{lim}\, \frac{\lambda_v}{\alpha} \frac{H_i}{v}$$

$\eta_{\theta i}$, λ_v → variano

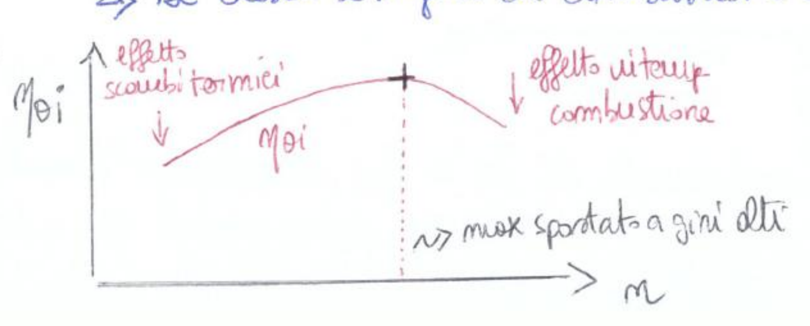
η_{lim} → non dipende da n, perché considera macchine ideale

Come varia $\eta_{\theta i}$?

Esso dipende da:

- SCAMBI TERMICI $\rightarrow$ se $n\uparrow$, un ciclo avviene in un tempo minore $\Rightarrow$ scambi termici inferiori $\Rightarrow \eta_{\theta i}\uparrow$
- FUGHE DI FLUIDO $\rightarrow$ se $n\uparrow$, diminuisce il tempo di permanenza dei gas nel cilindro $\Rightarrow$ meno fughe di fluido $\Rightarrow \eta_{\theta i}\uparrow$
- INTEMPESTIVITÀ COMBUSTIONE $\rightarrow$ se $n\uparrow$, poiché $\theta_c = 2\pi n \cdot t_c \Rightarrow \theta_c\uparrow$ $\Rightarrow$ se cresce l'angolo di combustione $\Rightarrow \eta_{\theta i}\downarrow$

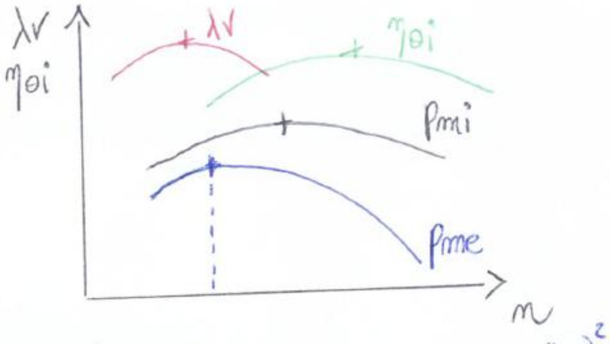
Sommando i vari effetti:



Analizziamo le pv:

in prima approssimazione, possiamo trascurare le variazioni delle pmi, poiché ha un andamento abbastanza piatto, allora:

$$p_v = \underbrace{K_1}_{\text{trascinam. accessori}} + \underbrace{K_2}_{\text{attrito f. inerzia}} n^2 \cdot m_{alt} + \underbrace{K_3}_{\text{attrito f. pressione}} p_{mi} + \underbrace{K_4}_{\text{ricambio fluido}} p_{mi}\, n^2$$



Possiamo allora scrivere che:

$$\boxed{p_v = K_1 + K_2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2} \rightarrow \text{andamento parabolico}$$

K_1:
- accessori
- attriti f. pressione

K_2:
- attrito f. inerzia
- ricambio fluido

$p_{me} = p_{mi} - p_v = p_{mi} - K_1 - K_2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2$

le curve p_{mi}, p_{me} si discostano al crescere dei giri

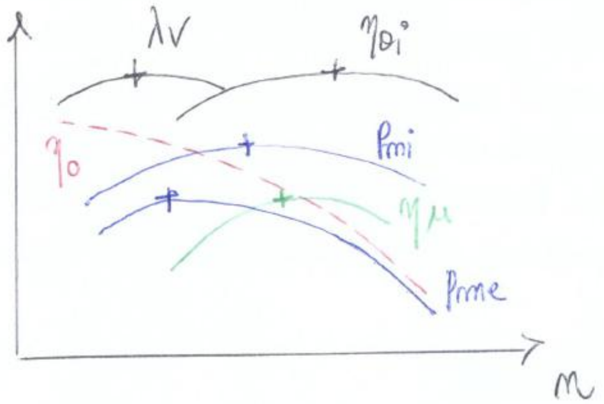
Osserviamo inoltre che:

$$\eta_o = \frac{\eta_u}{\eta_i} = \frac{L_u}{L_i} = \frac{p_{me}}{p_{mi}} = 1 - \frac{p_v}{\underbrace{p_{mi}}_{\text{costante, andamento piatto}}} \cong K_3 - K_4 n^2 \rightarrow \boxed{\eta_o \cong K_3 - K_4 n^2}$$

andamento decrescente

$$\boxed{\eta_u \propto \eta_{\theta i} \cdot \eta_o} \rightarrow$$ massimo a giri più alti della pme, medio-alti.

Quindi:



- Poiché $C \propto p_{me}$ e la pme ha un massimo per giri medio-bassi, anche C avrà un massimo per giri medio-bassi
- Poiché $q_s = \frac{1}{\eta_{ulti}}$ e η_u ha un massimo per giri medio-alti, q_s avrà un minimo per tali giri

Tale velocità è limitata (~ 15 m/s), poiché è quella che determina le forze di inerzia che tendono a spaccare biella e manovella.

$$\Rightarrow u = 2 c n < u_{max}$$

Supponiamo $u = u_{max}$, allora: $u \propto c n \rightarrow c \propto \frac{u}{n}$

$$n \propto \frac{u}{c}$$

$$\boxed{P_u \propto \frac{i}{n^2} \propto i c^2}$$

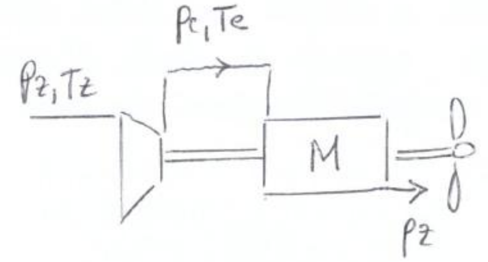
Volendo aumentare la potenza:

1) Aumentiamo il n° di cilindri
2) Motori più grandi, che girano più lenti

Poiché u è limitata, volendo aumentare P_u mediante un aumento di n, dovrei diminuire c, che essendo al cubo, comporta come risultato una perdita di potenza ↯

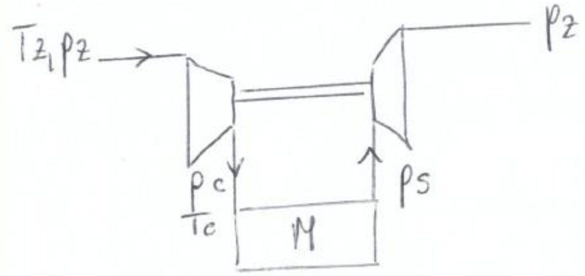
SOVRALIMENTAZIONE → fornire al motore aria a pressione più alta
(a quota 0 → ristabilimento
> quota 0 → supercharger)

- COMPRESSORE A COMANDO MECCANICO



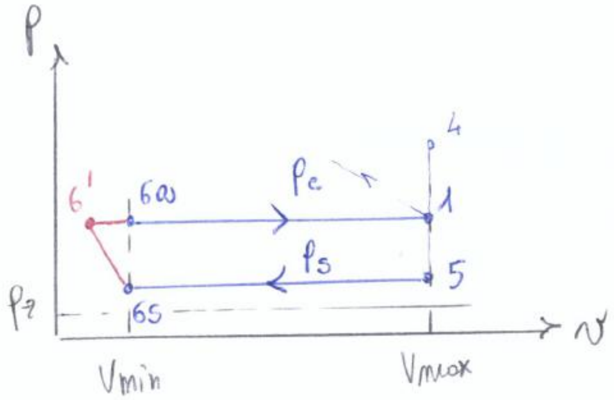
Il compressore è alimentato direttamente dal motore

- TURBINA A GAS DI SCARICO



Il compressore è alimentato da una turbina.

Analizziamo ed esplicitare il termine $\frac{\lambda'_v}{\lambda_v}$:



Il gas dello spazio morto, aprendo la valvola di aspirazione, sono compressi dall'aria che entra alla pressione p_c, giungendo a un punto 6'.

Allora:

$$\boxed{\frac{\lambda'_v}{\lambda_v} = \frac{V_{max} - V_{6'}}{V_{max} - V_{min}}}$$

Il punto 6s e 6' sono legati da una politropica di esponente $m > \gamma$ (~ 1.6), allora:

$$p_s \cdot V_{min}^m = p_c \cdot V_6'^m \rightarrow \boxed{V_6' = V_{min}\left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{1/m}}$$

Ricordando che:

$$\rho = \frac{V_{max}}{V_{min}} \rightarrow V_{max} = \rho V_{min} \Rightarrow \boxed{V = V_{max} - V_{min} = (\rho - 1) V_{min}}$$

Allora:

$$\frac{\lambda'_v}{\lambda_v} = \frac{V_{max} - V_6'}{V_{max} - V_{min}} = \frac{\rho V_{min} - V_{min}\left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{1/m}}{(\rho - 1) V_{min}} = \frac{\rho - 1 + 1 - \left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{1/m}}{\rho - 1} = 1 + \frac{1}{\rho - 1}\left[1 - \left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{1/m}\right.$$

$$\boxed{\frac{\lambda'_v}{\lambda_v} = 1 + \frac{1}{\rho - 1}\left[1 - \left(\frac{p_s}{p_c}\right)^{1/m}\right]}$$

Analizziamo ora come viene influenzata la p_v:

$$p_v = \underbrace{A}_{\substack{\text{L trasc. accessori} \\ \text{L attriti forze inerzia}}} + \overset{\text{carico f. pressione}}{B}\chi + \overbrace{(p_s - p_c)}^{<0 \text{ lavoro di ricambio fluido} \rightarrow \text{perdita negativa}} + \underbrace{C}_{\text{tiene conto dell'accessorio COMPRESSORE}} \rightarrow \begin{cases} = 0 & \underline{TGS} \\ \neq 0 & \underline{CM} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow p_s = \begin{cases} p_z & \underline{CM} \\ p_s > p_z & TGS \end{cases}$$

Cosa succede al rendimento utile?

$$\eta_u = \underbrace{\eta_{lim} \cdot \eta_{\theta i}}_{\downarrow} \cdot \eta_0$$

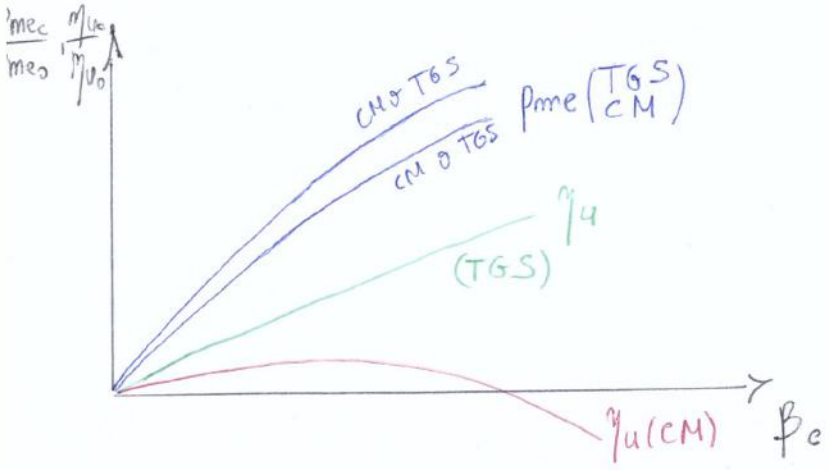
↓ non varia perché non è influenzato dalle caratt. della macchina

↳ non varia a meno del lavoro di ricambio del fluido, che è compreso in η_0

Allora:

$$\frac{\eta_{u_c}}{\eta_{u_0}} = \frac{\eta_{oc}}{\eta_{o_0}} = \frac{L_{u_c}/\cancel{L_{ic}}}{L_{u_0}/\cancel{L_{i_0}}} = \frac{p_{me_c}/p_{mi_c}}{p_{me_0}/p_{mi_0}} = \frac{\frac{p_{mec}}{p_{me0}}}{\frac{p_{mic}}{p_{mi0}}}$$

Diagrammiamo ora la pme e η_u in funzione del β_c, osservando come variano le prestazioni a seconda di quanto sovralimentiamo



- In prima approssimazione, la pme cresce linearmente con la pc. In realtà ha un andamento che tende ad appiattirsi poiché nel termine χ è presente una pc lineare, smorzata da una temperatura sotto radice. Aumentando pc, aumenta anche Tc ed essendo al denominatore ha un effetto negativo

$$\chi = \frac{p_c}{p_0}\sqrt{\frac{T_0}{T_c}} \cdot \frac{\lambda v}{\lambda v}$$

A ciò si sovrappone l'effetto dell'aumento virtuale della cilindrata, del termine pc - ps e del termine C, se è presente.
L'aumento virtuale della cilindrata e il termine pc - ps, influiscono più nel comando meccanico, poiché $p_s = p_z$, mentre nelle turbine a gas di scarico $p_s > p_z$. Il termine C però, influisce negativamente sul comando meccanico

MOTORI DIESEL

- A parità di rapporto di compressione, ha un rendimento inferiore rispetto al motore a benzina
- Accensione per compressione → ρ più elevati ⇒ i rendimenti dei due motori sono molto simili
- La combustione avviene sempre nel campo del povero, poiché il gasolio deve trovare ossigeno in abbondanza
- La regolazione non avviene sul λ_v, ma avviene variando α.
  Quando si riduce la potenza alzando il piede dall'acceleratore, il peggioramento di rendimento negli otto è molto maggiore, perché si lamina all'aspirazione → aumento del lavoro di ricambio del fluido
  Nei motori diesel la quantità di aria che entra nel cilindro e la pressione all'aspirazione rimangono costanti. Diminuendo la potenza, diminuisce solo la quantità di combustibile e il rendimento peggiorerà meno bruscamente (perdite costanti che si scontrano con un effetto utile che, decelerando, diminuisce)

SPINTA NETTA STANDARD

Consideriamo una superficie di controllo FISSA.
Nel caso di MOTO STAZIONARIO, il teorema della QDM nella sua formulazione euleriana ci dice che:

La forza esercitata dalle pareti sul fluido è pari alla QDM uscente dalla superficie di controllo.

Supponiamo che la superficie sia composta da PARETI PERMEABILI e PARETI IMPERMEABILI.

① impermeabile
② permeabile

La superficie è caratterizzata da un versore $\underline{n}$ uscente dalla stessa

Sulle pareti permeabili saranno presenti solo forze legate alla pressione, mentre sulle pareti impermeabili agiranno delle pressioni p e degli sforzi τ.

Indichiamo con $\vec{\phi}'$ la forza esercitata dalla parete sul fluido e con $\vec{\Pi}'$ la forza esercitata dal fluido sulla parete. Si ha che:

$$\vec{\phi}_1' + \vec{\phi}_2' + \oint p_0 \underline{n}\, dA = QDM_{uscente} \quad , \text{ con } \vec{\phi}_2' = -\int_2 p\, \underline{n}\, dA$$

Ricordando che per flussi stazionari o quasi-stazionari monodimensionali la portata può scriversi come:

$\dot{m} = \rho w A$, si ha che:

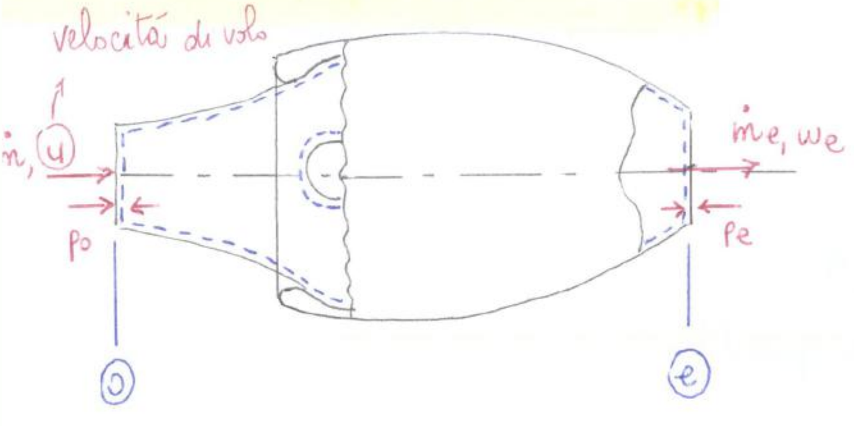
$$\tilde{p} = \frac{\dot{m} w}{A} + p = \rho w^2 + p = p\left(1 + \frac{\rho}{p} w^2\right) = p\left(1 + \frac{\gamma w^2}{\gamma R^* T}\right) = p\left(1 + \gamma M^2\right)$$

Perciò:

$$\boxed{\tilde{p} = p(1 + \gamma M^2)}$$

DEFINIZIONE SPINTA NETTA STANDARD

Definiamo ora la spinta netta standard S, una forza facile da valutare che ci permette di quantificare le prestazioni del propulsore.



Scegliamo come superficie di controllo quella costituita dalle sezioni rette 0, indisturbato a monte ed e, uscita propulsore ed anche dalle superfici laterali comprendenti le pareti del tubo di flusso entrante (tra 0 e i) e le superfici interne del propulsore, che racchiudono le luci attraverso cui fluisce il combustibile $\dot{m}_b = \dot{m}_e - \dot{m}$

Negli esoreattori $\dot{m}_b$ può essere trascurata, poiché è circa $\frac{1}{40}/\frac{1}{50}$ della portata d'aria.

Sono state scelte le sezione 0 ed e perché $(SF)_e$ è dominata dal funzionamento motore e $(SF)_0$ è definita con precisione.

Al contrario $(SF)_i$ è influenzata dal comportamento della presa così come $(SF)_\infty$ è influenzata dalla scia, oltre ad essere difficile da misurare.

RESISTENZA ADDIZIONALE

Abbiamo visto che $S = S_{INT} + D_a$

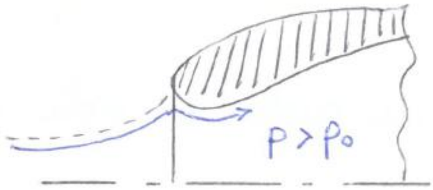
La resistenza addizionale D_a è una quantità sempre positiva, definita dall'espressione:

$$D_a = (SF)_i - (SF)_o = \int_{A_o}^{A_i} (p - p_o)\, dA_x$$

essa è dovuta al contributo degli sforzi di pressione sulla parete del tubo di flusso entrante

dA_x è la proiezione, su un piano normale alla direzione asse dell'ugello - velocità di volo, del generico elemento di superficie del tubo di flusso entrante.

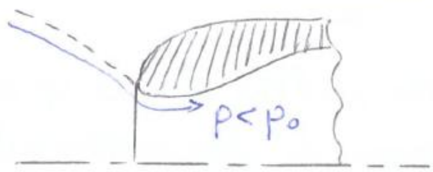
IN VOLO SUBSONICO



Il flusso rallenta prima di giungere alla presa d'aria

$\Rightarrow c \downarrow \; p \uparrow$ e $p > p_o$, $dA > 0$ $\Rightarrow D_a > 0$

DECOLLO



Il flusso viene accelerato e $p < p_o$
In questo caso, poiché il tubo di flusso fluido è un divergente $dA < 0$

$\Rightarrow$ $p - p_o < 0$, $dA < 0$ $\rightarrow D_a > 0$

RECUPERO RESISTENZA ADDIZIONALE

La spinta netta standard, non è a rigore la forza ottenuta dal propulsore attraverso le sue superfici fisiche, poiché essa include anche la resistenza addizionale.

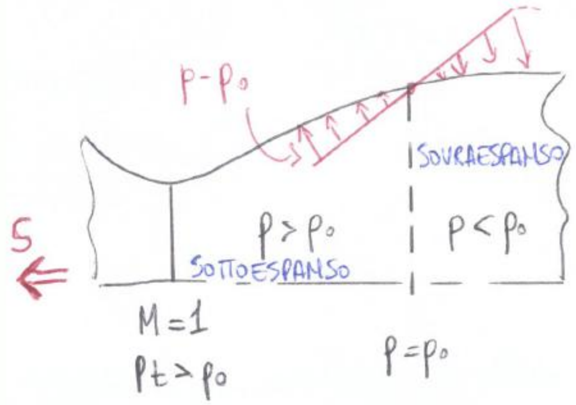
Dimostriamo però che la D_a può essere equivalente alla forza esercitata da parte della carenatura motore.

Per fare ciò, andiamo a considerare una superficie di controllo differente dalla precedente.

SPINTA MASSIMA SE L'UGELLO É ADATTATO

Nel caso in cui l'ugello sia subcritico, la pressione all'uscita dell'ugello è dettata dalla pressione ambiente e l'ugello è di fatto adattato, cioé $p_e = p_o$.

Nel caso in cui l'ugello sia CRITICO, invece, si potrà variare la sezione di uscita del convergente-divergente per variare il livello di pressione all'uscita.



Fissando il valore di $\dot{m}$ e u, dimostriamo che la spinta standard presenta un massimo per la condizione di adattamento

$$S = \dot{m}_e w_e + A_e (p_e - p_o) - \dot{m} u$$

ANALISI QUALITATIVA

Consideriamo il disegno sopra e supponiamo di avere nel divergente espansione isentropica di un flusso supersonico.

Adottando una visione unidimensionale e considerando di avere in ogni sezione pressione uniforme, si può osservare che:

- tagliando a monte della sezione in cui $p = p_o$ si eliminano porzioni di condotto che forniscono un contributo positivo alla spinta
- le porzioni di condotto a valle della sezione in cui $p = p_o$ forniscono contributi negativi

Si avrà allora spinta massima quando l'ugello è adattato.

Tenendo conto anche delle forze di attrito, la sezione ottima si trova a monte della sezione adattata, tanto più a monte quanto minore è la divergenza dell'ugello.

CLASSIFICAZIONE PROPULSORI

1. ELICA + MOTORE (Propeller Propulsion)

La potenza necessaria all'elica può essere fornita da:

- passeggero
- motore elettrico (energia solare, celle combustibile)
- motore alternativo
- Ibrido (ad es. motore alternativo + motore elettrico)
- Turbina a gas

2. ESOREATTORI (Air breathing engine, Jet engine)

Sono basati su turbine a gas:

- Turbogetto (con o senza afterburner)
- Turboalbero (Turboshaft)
- Turboelica (Turboprop)
- Propfan (mixed propeller / Jet propulsion)
- Turbofan → a flussi separati
  - ↳ By-pass o mixing

Inoltre abbiamo:

- Autoreattore (non fornisce spinta a $M=0$)
  - Combustione subsonica RAMJET
  - Combustione supersonica SCRAMJET
- Pulsoreattore (PulsoJet)

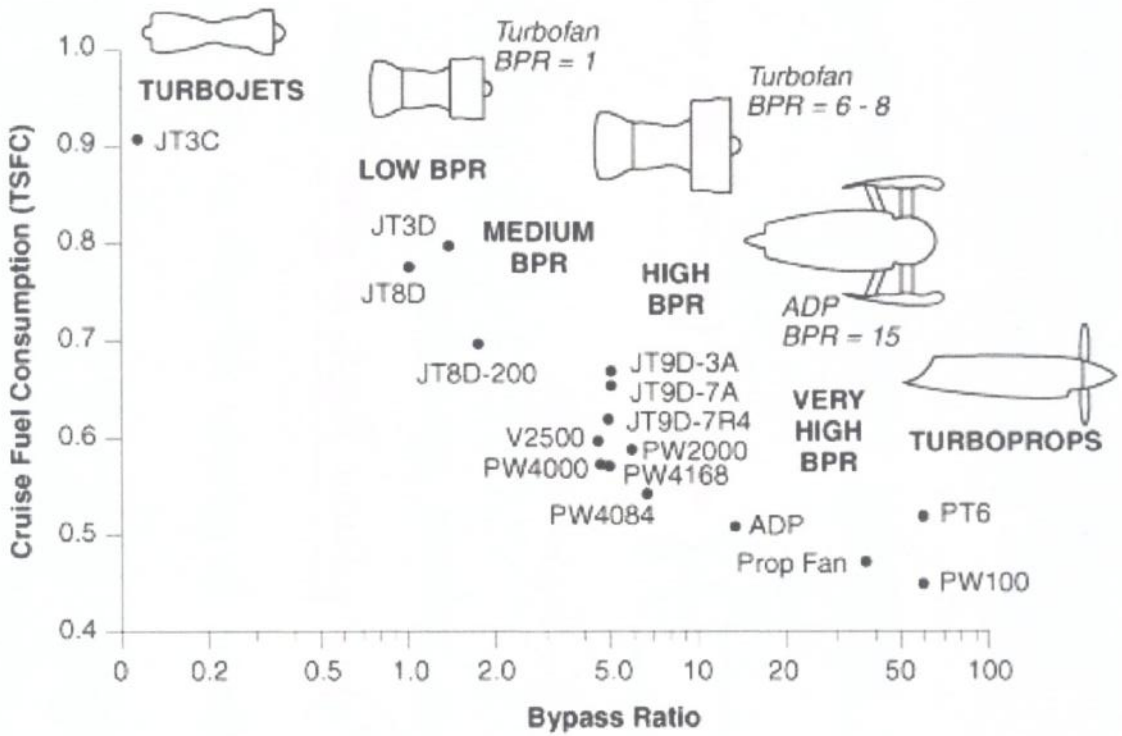
3. ENDOREATTORI (Rocket Propulsion)

- Chimici
- Elettrici

4. COMBINATI

Come ad esempio il turbo-Ramjet, l'Air-Turbo-Rocket, Ram-Rocket...

TSFC



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 234 di 314

Perciò:

- $P_{eq} = P + \dfrac{S_H \cdot u}{\eta_E}$ se $u \neq 0$
- $P_{eq} = P + \left(\dfrac{P}{S}\right)_E \cdot S_H$

Avremo quindi:

$$\boxed{L_{eq} = \frac{P_{eq}}{\dot{m}}}$$ POTENZA EQUIVALENTE SPECIFICA

$$\boxed{q_{P_{eq}} = \frac{\dot{m}_b}{P_{eq}} = \frac{\dot{m}_b}{\dot{m}} \cdot \frac{\dot{m}}{P_{eq}} = \frac{1}{\alpha L_{eq}}}$$ CONSUMO SPECIFICO DELLA POTENZA EQUIVALENTE (Equivalent BSFC)

COSTO DELLA SPINTA

Sia data una certa portata di combustibile $\dot{m}_f$.
La quantità $\dot{m}_f H_i$ rappresenta una potenza, poiché il potere calorifico H_i non rappresenta altro che la quantità massima di energia chimica che è possibile ottenere dalla combustione di una massa unitaria di combustibile.
Liberando una potenza, ci aspettiamo di ottenere una potenza.
Se il velivolo è in crociera con velocità di volo u, è effettivamente possibile definire una POTENZA DELLA SPINTA $= S \cdot u$, ma cosa succede nel caso in cui il velivolo sia fermo?
In questo caso non avremmo nessuna potenza, ma non possiamo dire che il motore stia funzionando male.
Introduciamo allora la POTENZA CINETICA, l'elemento di collegamento che permette di valutare quanto bene stia lavorando il motore, quanto cioè sia in grado di cambiare l'energia cinetica del flusso che riceve

Allora:

$$\boxed{S \cong \dot{m}\, w_e - \dot{m}\, u = \dot{m}\,(w_e - u)}$$

$$P_e = \frac{1}{2}\dot{m}_e w_e^2 - \frac{1}{2}\dot{m}\, u^2 \simeq \frac{1}{2}\dot{m}\,(w_e^2 - u^2) = \frac{1}{2}\dot{m}\,(w_e + u)(w_e - u) =$$

$$= \frac{1}{2} S\,(w_e + u)$$

$$\boxed{P_e \simeq \frac{1}{2} S\,(w_e + u)}$$

La spinta S è costante, ed è nota, in quanto è quella necessaria a vincere la resistenza D e permettere al velivolo di volare.

Considerando la potenza cinetica come un costo, a parità di S, vogliamo che essa sia più piccola possibile.

Allora:

- conviene avere w_e piccola, ma comunque $w_e > u$, poiché altrimenti, dato che $S \cong \dot{m}\,(w_e - u)$, avremmo spinte negative
- aumentando u, cresce P_e e quindi consumiamo di più. (a parità di volo livellato)

Osserviamo che a rigore P_e non rappresenta il consumo vero e proprio. Per determinarlo dobbiamo introdurre un rendimento termico e uno propulsivo.

RENDIMENTO TERMICO

$$q_s = \frac{\dot{m}_b}{S}$$

$$\boxed{\eta_\theta = \frac{P_e}{P_b}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{m}_e w_e^2 - \frac{1}{2}\dot{m}\, u^2}{\dot{m}_b H_i} \simeq \frac{S\,(w_e + u)}{2\,\dot{m}_b H_i} = \frac{w_e + u}{2 q_s H_i}$$

BURNING

$$\boxed{\eta_\theta = \frac{w_e + u}{2 q_s H_i}} \Longrightarrow \boxed{q_s = \frac{w_e + u}{2 \eta_\theta H_i}}$$

Se $u = \text{cost}$, per diminuire q_s occorre diminuire w_e.
η_θ e w_e potrebbero però essere legate entrambe alla T_{max}, come nel turbogetto e ciò potrebbe non far dimin. q_s.

Allora:

$$P_S + P_D = \underbrace{\dot{m}_e W_e u - \dot{m} u \cdot u}_{S \cdot u} + \frac{1}{2}\dot{m}_e (W_e - u)^2 =$$

$$= \dot{m}_e \cancel{W_e u} - \dot{m} u \cdot u + \frac{1}{2}\dot{m}_e W_e^2 + \frac{1}{2}\dot{m}_e u^2 - \cancel{\dot{m}_e W_e u} =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\dot{m}_e W_e^2 - \frac{1}{2}\dot{m} u^2}_{P_c} + \frac{1}{2}\dot{m}_e u^2 - \frac{1}{2}\dot{m} u^2 =$$

$$= P_c + \frac{1}{2}\underbrace{(\dot{m}_e - \dot{m})}_{\dot{m}_b} u^2 = P_c + \frac{1}{2}\dot{m}_b u^2 \cong P_c$$

Perciò:

$$P_S + P_D = P_c + \frac{1}{2}\dot{m}_b u^2$$

Quindi:

$$\boxed{\eta_P = \frac{P_S}{P_S + P_D} = \frac{P_S}{P_c + \frac{1}{2}\dot{m}_b u^2}}$$

Il rendimento propulsivo non ha limitazioni dal punto di vista termodinamico e tende a valori prossimi a 1

Vediamo come si modifica nel caso di ESOREATTORI e ENDOREATTORI.

ESOREATTORE PURO $\rightarrow \dot{m}_b = 0 \Rightarrow \boxed{\eta_P = \frac{P_S}{P_c} = \frac{S \cdot u}{\frac{1}{2} S (W_e + u)} = \frac{2u}{W_e + u}}$

ENDOREATTORE PURO $\rightarrow \dot{m} = 0 \Rightarrow \dot{m}_e = \dot{m}_b$

$$P_c = \frac{1}{2}\dot{m}_e W_e^2 = \frac{1}{2}\dot{m}_b W_e^2$$

$$S = \dot{m}_e W_e + A_e \underbrace{(\cancel{p_e} - p_0)}_{\text{ADATTATO}} - \cancel{\dot{m} u} = \dot{m}_b W_e$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_P = \frac{P_S}{P_S + P_D} = \frac{2 W_e u}{W_e^2 + u^2}}$$

$$P_S + P_D = \dot{m}_e W_e u - \cancel{\dot{m} u} \cdot u + \frac{1}{2}\dot{m}_e (W_e - u)^2 = \frac{1}{2}\dot{m}_b W_e^2 + \frac{1}{2}\dot{m}_b u^2$$

RENDIMENTO GLOBALE

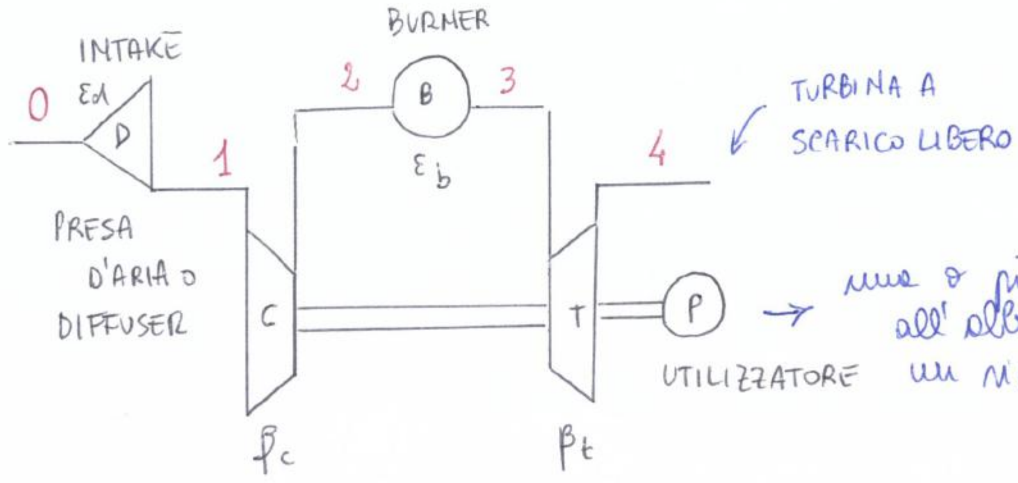
Possiamo infine definire il rendimento globale come:

$$\eta_g = \frac{P_s}{P_f} = \frac{P_s}{\dot{m}_b H_i} = \underbrace{\frac{P_s}{P_e + \frac{1}{2}\dot{m}_b u^2}}_{\eta_p} \cdot \underbrace{\frac{P_e + \frac{1}{2}\dot{m}_b u^2}{\dot{m}_b H_i}}_{\substack{\simeq \eta_\theta \\ \text{se } \dot{m}_b \text{ trascurabile}}} \simeq \eta_p \eta_\theta$$

Per gli esoreattori, dunque,
in cui $\dot{m}_b$ è trascurabile:

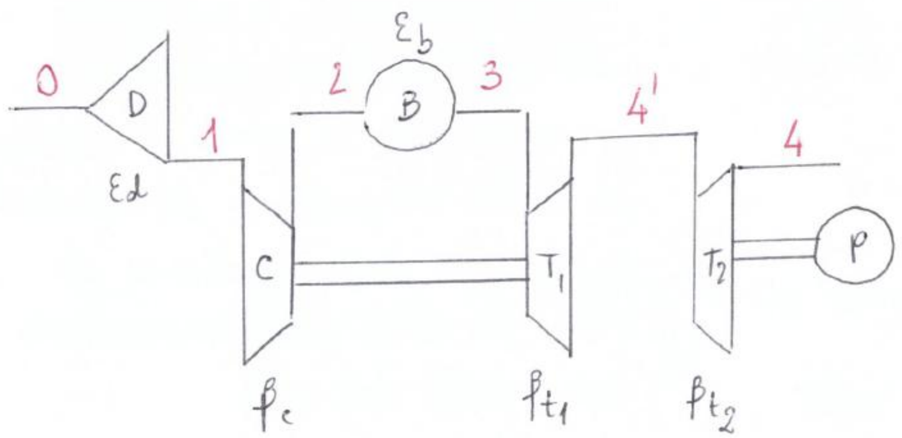
$$\boxed{\eta_g = \eta_p \eta_\theta}$$

SCHEMA TURBOSHAFT MONOALBERO

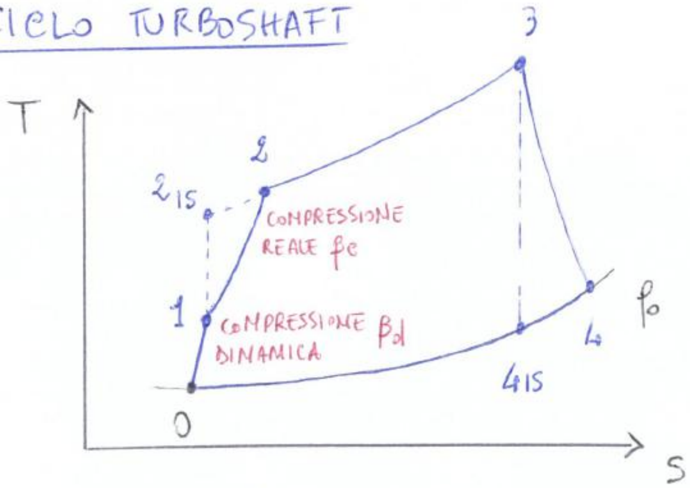


→ una o più eliche collegate all'albero tramite (in genere) un riduttore

SCHEMA TURBOSHAFT BIALBERO CON TURBINA LIBERA DI POTENZA



CICLO TURBOSHAFT



- **0-1 PRESA D'ARIA**

Ha il compito di fornire la portata in al compressore, alla velocità desiderata (M_1), con basse perdite e senza eccessive distorsioni di flusso. Trasformazione adiabatica

- **1-2 COMPRESSORE ADIABATICO**

caratterizzato da un determinato numero di stadi; riceve potenza dalla turbina. Aumentando la velocità di volo il rapporto di compr. ottimale diminuisce

- **2-3 COMBUSTORE**

fornisce calore (a p=cost) all'aria compressa.
caratterizzato da valori di dosatura α elevati

- **3-4 TURBINA**

Trasforma l'energia cinetica dei gas combusti in potenza meccanica

Calcolo delle prestazioni specifiche a progetto: potenza specifica L e consumo specifico q_p.

DATI

① CONDIZIONI DI VOLO

- quota $z \rightarrow T_0, p_0$
- Mach di volo M_0

Osserviamo che p_0 non è necessaria al calcolo delle prestazioni specifiche ma serve soltanto a dimensionare il motore.
Infatti, una volta determinata la potenza specifica L, sappiamo che $P = L \cdot \dot{m}$, dove P è la potenza che intendiamo sviluppare.
Naturalmente $\dot{m} = \rho w A$ e, facendo riferimento alle condizioni di volo, $\dot{m} = \rho_0 u A_0$.
Pensando a una sezione del compressore che può definire le dimensioni del motore, osserviamo che essa dipenderà dalla densità del fluido, che è proporzionale alla pressione ambiente.
A quote elevate, p_0 è bassa, quindi anche ρ_0, allora, a parità di potenza occorrerà un motore più grande

2) PARAMETRI DI PROGETTO

- $\beta_c = \frac{p_2^0}{p_1^0}$, rapporto di compressione
- T_3^0, temperatura massima raggiunta all'ingresso in turbina

Sono quelli su cui abbiamo libertà di scelta

3) PROPRIETÀ DEI FLUIDI

- aria (γ, R, c_p)
- gas combusti (γ', R', c_p')
- combustibile (H_i)

(1) → (2) COMPRESSIONE ADIABATICA

$$\beta_c = \frac{p_2^\circ}{p_1^\circ} \rightarrow p_2^\circ = \beta_c\, p_1^\circ$$

$$T_{2_{IS}}^\circ = T_1^\circ\, \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

- Conoscendo η_{yc}:

$$\left(\frac{p_2^\circ}{p_1^\circ}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\frac{1}{\eta_{yc}}} = \frac{T_2^\circ}{T_1^\circ} = \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{yc}}} \rightarrow T_2^\circ = T_1^\circ\, \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot\frac{1}{\eta_{yc}}}$$

- Altrimenti:

$$\eta_c = \frac{L_{c_{IS}}}{L_c} = \frac{c_p\,(T_{2_{IS}}^\circ - T_1^\circ)}{c_p\,(T_2^\circ - T_1^\circ)}$$

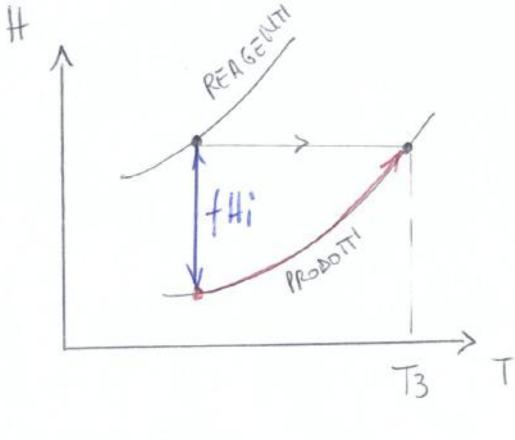
$$L_{c_{IS}} = c_p\,(T_{2_{IS}}^\circ - T_1^\circ) = c_p\, T_1^\circ \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

$$L_c = \frac{1}{\eta_c}\cdot L_{c_{IS}} = \frac{1}{\eta_c}\, c_p\, T_1^\circ \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

$$T_2^\circ = T_1^\circ + \frac{L_c}{c_p} = T_1^\circ + \frac{T_1^\circ}{\eta_c}\left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = T_1^\circ \left[1 + \frac{1}{\eta_c}\left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)\right]$$

$$L_c = c_p\,(T_2^\circ - T_1^\circ)$$

(2) → (3) COMBUSTIONE



$T_3^\circ \rightarrow$ dato di progetto

$$\varepsilon_b = \frac{p_3^\circ}{p_2^\circ} \rightarrow p_3^\circ = \varepsilon_b\, p_2^\circ$$

Bilancio al combustore

$$\eta_b\, \dot{m}_b\, H_i = (\dot{m}_b + \dot{m})\, c_p'\, (T_3^\circ - T_2^\circ)$$

Allora, la POTENZA SPECIFICA sarà :

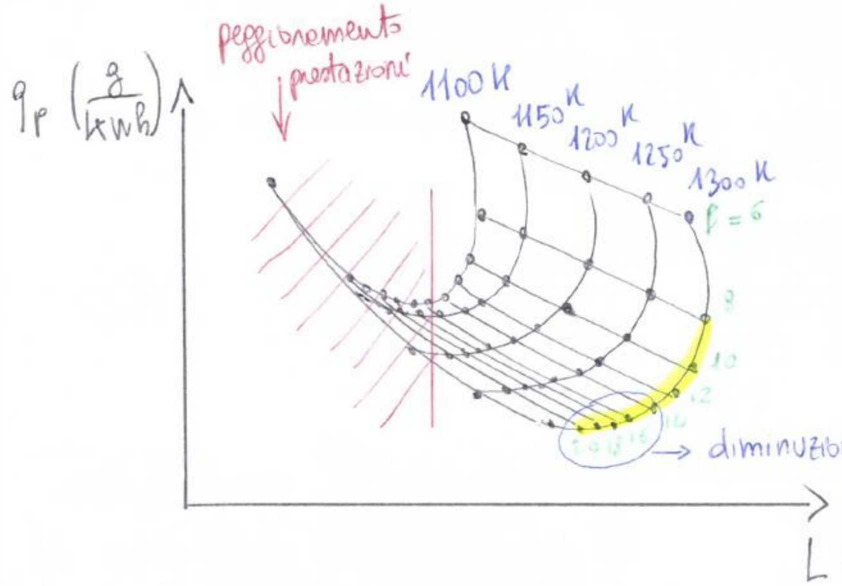
$$P = \eta_{m_t} (\dot m + \dot m_b) L_t - 1/\eta_{m_e} \cdot \dot m L_c$$

$$L = \frac{P}{\dot m} = \left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right) \eta_{m_t} L_t - \frac{L_c}{\eta_{me}}$$

Il CONSUMO SPECIFICO DELLA POTENZA sarà!

$$q_P = \frac{\dot m_b}{P} = \frac{\dot m_b}{\dot m}\frac{\dot m}{P} = \frac{1}{\alpha L}$$

INFLUENZA DEI PARAMETRI SULLE PRESTAZIONI



Il grafico mostra le prestazioni a progetto di una turbina a gas nelle condizioni di volo $Z = 0$ e $M_0 = 0$.

Per ogni temperatura T_3°, esiste una curva sulla quale si ha variazione del rapporto di compressione.

Ogni curva caratteristica presenta un valore minimo di q_P e un valore massimo di L. Il punto di progetto sarà scelto all'interno di questi due valori caratteristici. Uscendo da tale intervallo, si ha un peggioramento delle prestazioni, sia perché aumenta q_P, sia perché diminuisce L.

Andiamo ora a vedere brevemente cosa succede al consumo specifico e alla potenza specifica al variare del rapporto di compressione e del rapporto T_3°/T_1°.

Prestazioni a progetto di una turbina a gas che realizza un ciclo semplice (turboalbero, turbosahft)

Si valutino le prestazioni di una turbina a gas in condizione SLS (Sea Level Static)

Condizioni di volo
z = 0 m, ➔ p_0 = 1.01325 bar; T_0 = 288 K
$M_0 = 0$

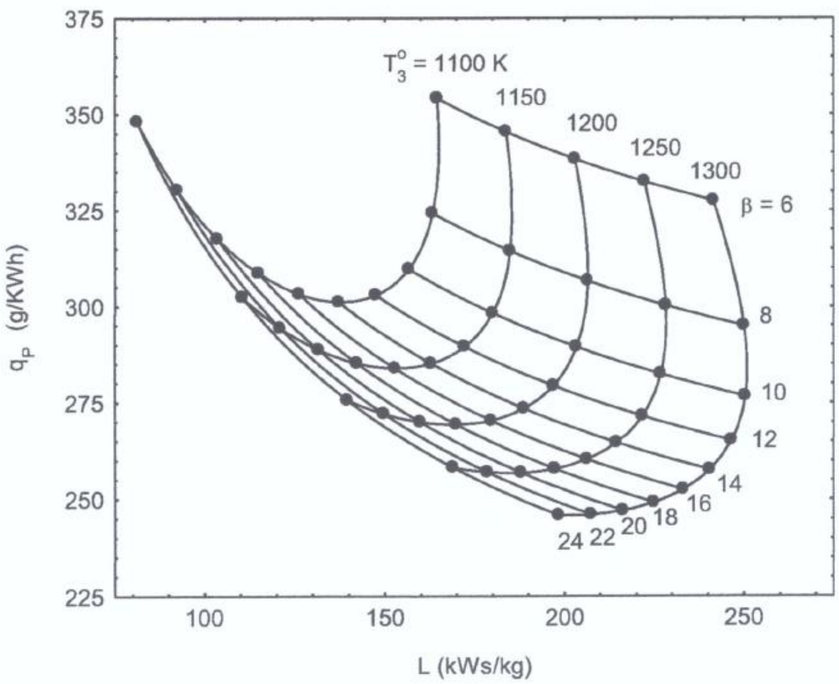
Parametri di progetto
β_c = OPR (Overall Pressure Ratio) = 10
T_3^0 = Max TIT (Inlet Turbine Temperature) = 1300 K
Turbina a scarico libero ($p_4 = p_e$)

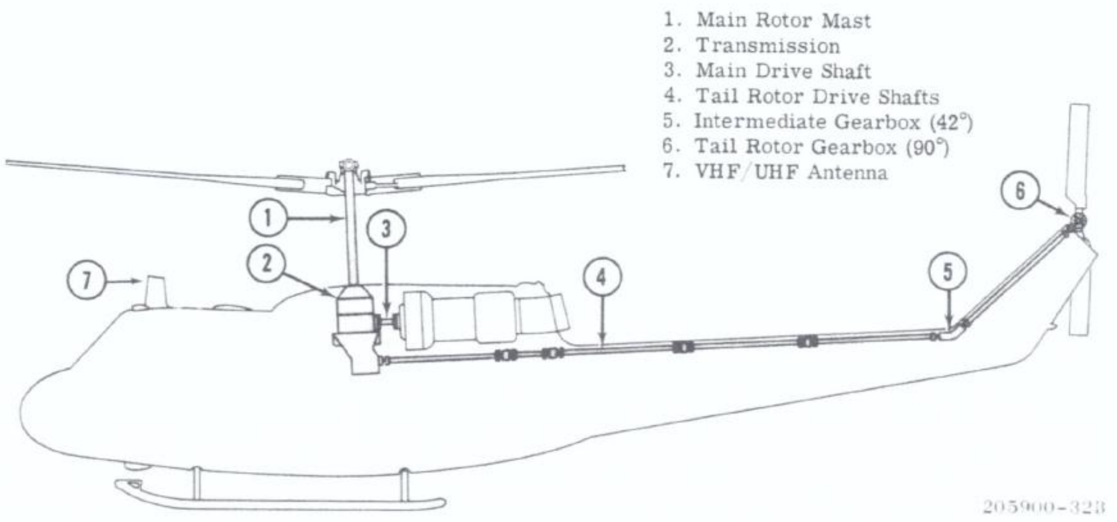
Prestazioni dei componenti
$\varepsilon_d = 1$
$\eta_c = 0.8$; $\eta_{mc} = 0.99$
$\varepsilon_b = 0.96$; $\eta_b = 0.98$
$\eta_t = 0.88$ (total to static) ; $\eta_{mt} = 0.99$

Proprietà fluidi
$\gamma = 1.4$ R = 287 J/kg/K
$\gamma' = 4/3$ R' = 296 J/kg/K
H_i = 43325 kJ/kg

In particolare si valutino,
1. la potenza specifica L
2. il consumo specifico della potenza q_P
3. il rendimento globale

Prestazioni a progetto di turbina a gas (z=0 m, M_0= 0)





Funzioni del sistema di trasmissione (powertrain):

- Riduzione di numero giri (es.: da 6500 rpm di turboalbero a 300-400 rpm di rotore principale e circa 1500 rpm per il rotore di coda)
- Collega asse motore/asse rotore principale (90°) e asse rotore coda.
- Permette avviamento senza il carico del rotore (frizione, non necessaria se turboalbero con turbina libera di potenza).
- Evita che il rotore fornisca potenza al motore nel caso di engine failure (freewheling clutch). L'utilizzo di turboalbero prevede un allarme di engine failure, poiché la perdita di potenza del motore non è avvertibile acusticamente come con l'uso di motori alternativi e il pilota tenderebbe istintivamente ad aumentare il collettivo.
- Un opportuno sistema di controllo mantiene il numero di giri del rotore al di sotto di Nmax (eccessive forze centrifughe) e al di sopra di Nmin (eccessiva deformazione delle pale – blade coning/upward bending).

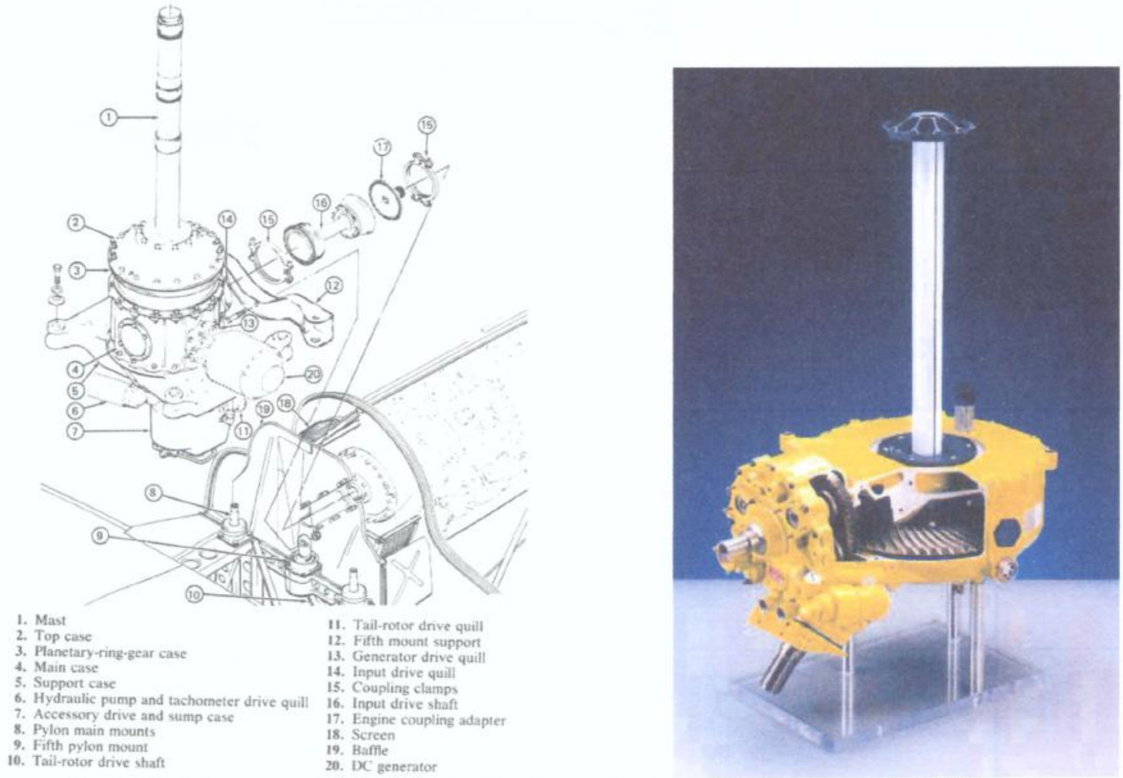
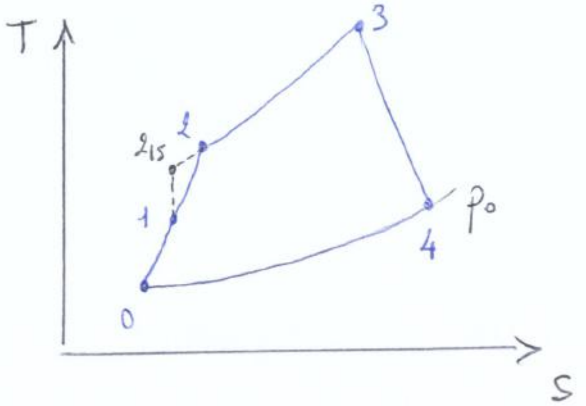


Fig. 2 – A sinistra trasmissione principale e albero di potenza dell'elicottero Bell 204B a destra, trasmissione dell' MD500 (Huges 369D)

ESERCITAZIONE TURBOSHAFT

Si valutino le prestazioni di una turbina a gas in condizioni SLS (sea level static)



- CONDIZIONI DI VOLO

$$\begin{cases} - z_0 = 0 \rightarrow p_0 = 1.01325 \text{ bar} \\ \qquad\qquad\quad T_0 = 288 \text{ K} \\ - M_0 = 0 \end{cases}$$

- PARAMETRI DI PROGETTO

- $\beta_c = 10$ (overall pressure ratio OPR)
- $T_3^0 = 1300$ K
- Turbina a scarico libero $\rightarrow p_e = p_4$

- PRESTAZIONI DEI COMPONENTI

$\varepsilon_d = 1$ $\quad\eta_{mc} = 0.99$

$\eta_c = 0.8$ $\quad\eta_b = 0.98$

$\varepsilon_b = 0.96$ $\quad\eta_{mt} = 0.99$

$\eta_t = 0.88$ (TTS)

- PROPRIETÀ DEI FLUIDI

$\gamma = 1.4$ $\quad R = 287$ J/kg K

$\gamma' = 4/3$ $\quad R' = 296$ J/kg K

$H_i = 43325$ kJ/kg

Si valutino:

1) POTENZA SPECIFICA L
2) CONSUMO SPECIFICO DELLA POTENZA q_p
3) RENDIMENTO GLOBALE