NUMERO: 2110A-

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Rossi Fabio

MATERIA: Elaborazione di segnali biomedici - Prof. Molinari

RUMORE

Mondo biologico → mondo rumoroso → il segnale ne è sempre affetto

Rumore: tutto ciò che non è segnale.

$$\underbrace{X(t)}_{\text{segnale prelevato}} = \underbrace{S(t)}_{\text{segnale di interesse}} + \underbrace{n(t)}_{\text{rumore (additivo)}}$$

MODELLO DI RUMORE ADDITIVO

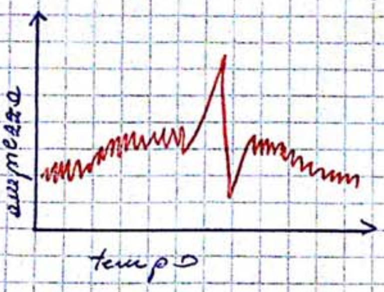
↓ Temporalmente si sovrappone al segnale

$$X(t) = S(t) \cdot n(t)$$

MODELLO DI RUMORE MOLTIPLICATIVO

esempio ECG: $s(t)$: vero e proprio ECG

$n(t)$: tremore muscolare e altri segnali involontari. (tono muscolare)



Brano di segnale ECG con sovrapposto rumore gaussiano (tremore muscolare)

Altri disturbi: interferenze di rete

PROCESSO CASUALE GAUSSIANO → il segnale $n(t)$ (in istogramma) è all'incirca simile alla gaussiana. (distribuzione delle ampiezze)

PROCESSO CASUALE BIANCO → Quando il processo è totalmente SCORRELATO
→ I campioni (del rumore) sono correlati solo con se stessi e non con niente altro dello stesso processo

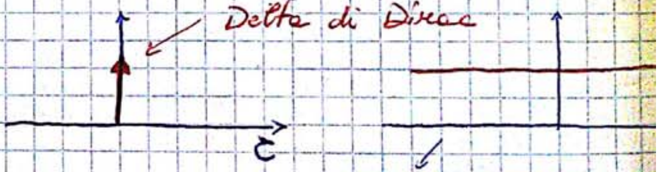
↓

Funzione di autocorrelazione → Per un rumore gaussiano bianco:

BIANCO: spettro (f) piatto e campioni scorrelati

↓

Bianco poiché occupa tutte le frequenze, come la luce bianca.



In frequenza ha andamento piatto

03/03/15

RAPPORTO SEGNALE - RUMORE : SNR o S/N

Come si quantifica il rapporto segnale/rumore?

Se S/N è basso si è in cattive condizioni di prelievo del segnale o da disturbi causati da interf. di rete.

S/N è solitamente espresso in dB.

$S/N_{dB} < 12$ dB si è in condizioni di scarsa qualità di registrazione

S/N può essere definito in vari modi a seconda delle condizioni

$\boxed{1)}$ segnale e rumore sono processi casuali.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 112

Per quale valore di z l'integrale vale 0,95? ⇒ z_0?

↳ INTERVALLO DI CONFIDENZA

⇒ $z_0 = 1{,}96$ → Intervallo complessivo = 4 → All'interno di intervallo si ha il 95% della densità di probabilità

$[-1{,}96 \,,\, 1{,}96] \simeq 4$ $\left(4 \cdot \sigma_z = 4 \text{ poiché } \sigma_z = 1 \right)$

Quindi l'ampiezza del rumore vale $A_N = 4\sigma_N$

$$\Rightarrow \boxed{SNR = \frac{A_S}{4\sigma_N}} \iff \boxed{SNR_{dB} = 20 \log_{10} \frac{A_S}{4\sigma_N}}$$

(se si volesse $SNR = \frac{A_S}{A_N} = \frac{A_{PP}}{\sigma_N}$ si sta sovrastimando il rapporto!)

esempio: ECG → A_S si calcola come A_{PP}

→ A_N & σ_N e si calcola nel tratto isoelettrico dell'ECG, cioè dove non compare il segnale ECG

3) Segnale e rumore sono entrambi deterministici

$$\boxed{SNR = \frac{A_{PP}}{N_{PP}}}$$

ampiezza segnale
rapporto di ampiezze (picco-picco)
ampiezza rumore (usare lo stesso stimatore!)

4) Segnale processo casuale, rumore deterministico

$$\boxed{SNR = \frac{\sigma_S}{N_{rms}}} \iff \boxed{SNR_{dB} = 20 \log_{10} \frac{\sigma_S}{N_{rms}}}$$

Caso poco importante poiché il rumore deterministico è quasi sempre dovuto all'interferenza di rete e questa è solitamente debole.

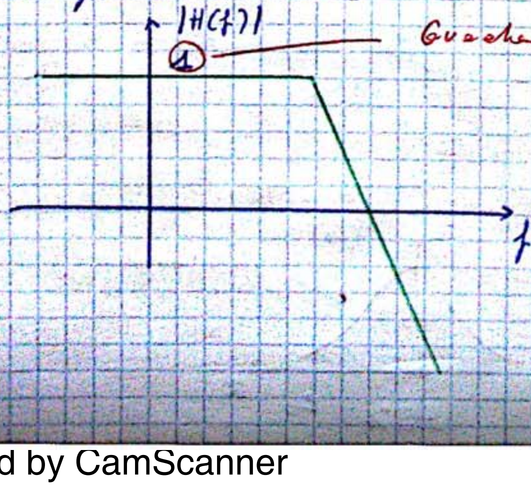
- Ora che si ha acquisito il segnale $x(t)$, con scarso SNR, come si elabora?

TECNICHE DENOISING: non si tocca il segnale biologico, si lavora solo sul rumore.

⇓

FILTRI: PASSABASSO, PASSAALTO, PASSABANDA, RIGETTABANDA, PASSATUTTO (cambia la fase)

esempio: PASSABASSO



Guadagno unitario per non intaccare il segnale

Questi filtri vanno bene quando si identifica la FREQUENZA DI RUMORE

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 112

Anche il valore medio è costante. 04/03/15

→ ERGODICO → Un processo casuale è affetto da variabilità. Se il processo è ergodico si conosce tutto del sistema che lo ha generato.

"La media temporale coincide con la media statistica." ↓ IPOTESI DI ERGODICITÀ

Si assume l'ERGODICITÀ per ogni segnale generato.

TECNICA:

Tramite la media si riduce la variabilità

La funz. di autocorrelazione misura l'energia di un segnale.
La funz. di mutua-correlazione misura gli scambi energetici tra 2 segnali

↳ La media statistica è equivalente ad un filtro passabasso in analisi dei segnali

Viene tagliata una parte di potenza e si riduce quindi il rumore.

⇒ Si da uno stimolo e si registra il segnale $x(t)$ non comprendente solo l'intervallo con $s(t)$ ma una finestra più larga.
Ciò serve poiché si ha bisogno di un pezzo di tracciato in cui ci sia solo rumore in modo da calcolarne le grandezze di interesse.
Ipotesi che le caratt. del rumore sia costanti nel tempo.
Si acquisisce N volte (N registrazioni) dovuto a N stimoli
(esempio $N=100$ → n° di volte ragionevole)

Come si procede dopo l'acquisizione (in termini matematici)?

$$x_i(t) = \underbrace{s(t)} + n_i(t)$$

N: numero di epoche mediate

il segnale non è i-esimo poiché è sempre uguale a se stesso

Calcolo SNR:

$$SNR_{x_i} = \frac{A_s}{4\sigma_N} \quad \text{con } i = 1, \dots, \overbrace{100}^{N}$$

↓
NON VARIA

Perciò tutti gli SNR_i sono uguali $\forall i$ → perché il segnale è sempre uguale a se stesso e il rumore è stazionario in senso lato

Si fa la media dei vari brani:

$$\overline{x}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i(t) = s(t) + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} n_i(t)$$

e si confronta il rapporto SNR mediato con quello singolo.

$$SNR_{\overline{x}} = \frac{A_s}{4\sigma_N} \rightarrow ?$$

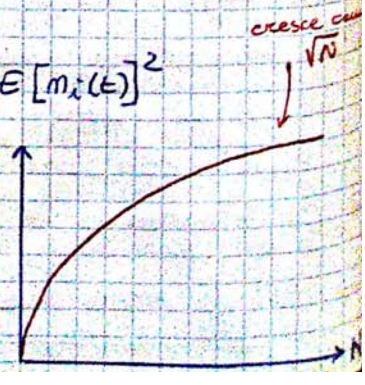
La potenza di rumore risulta:

$$E\left[\overline{x}(t) - s(t)\right]^2 = \frac{1}{N^2} E\left[\sum_{i=1}^{N} n_i(t)\right]^2 = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} E\left[n_i(t)\right]^2$$

$$= \frac{1}{N^2} N \sigma_N^2 = \frac{\sigma_N^2}{N}$$

e quindi

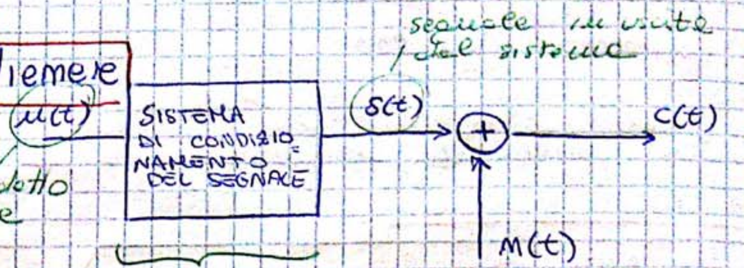
$$SNR_{\overline{x}} = \frac{A_s}{4\sqrt{\sigma_N^2/N}} = \frac{s(t)}{4\sigma_N}\sqrt{N} = \boxed{SNR_{x_i} \cdot \sqrt{N}}$$



Scanned by CamScanner

(Per spostare il segnale del delay calcolato si usa la funzione "shift" - MATLAB oppure spostare i campioni e riempire quelli lasciati vuoti con valore nullo)

FILTRO OTTIMO - Wiener



Segnale elettrico prodotto che si vuole studiare

Sistema LTI con funzione di trasferimento che tiene conto degli elettrodi, filtri ecc.

↳ $r(t)$, $R(f)$

(Sommare il rumore all'uscita o all'ingresso non fa differenza)

$$c(t) = s(t) + n(t)$$

[In realtà il filtro produce una stima $u'(t)$ simile al segnale reale non corrotto da rumore]

Lo scopo del filtro ottimo è quello di dimensionare un filtro con risposta all'impulso $\varphi(t)$, che applicato a $c(t)$ ed eventualmente deconvoluto a $r(t)$ mi dia $u(t)$ ottimo.

$$\rightarrow \boxed{\varphi(t)} \rightarrow \boxed{1/R(f)} \rightarrow u'(t)$$

Se $n(t) = 0$ la soluzione sarebbe deconvolvere $c(t)$ rispetto ad $r(t)$:

in frequenza → $U(f) = C(f)/R(f)$ → caso semplice

· se $n(t) \neq 0$:

$$U'(f) = \frac{C(f)\Phi(f)}{R(f)}$$

L'obiettivo è la minimizzazione dell'ERRORE QUADRATICO (CRITERIO LSE)

↳ $U'(f)$ deve essere massimamente simile a $U(f)$

$$e = \int_{-\infty}^{+\infty} [u'(t) - u(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} [U'(f) - U(f)]^2 df$$

Teorema di Parseval

$$\Rightarrow e = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{[S(f) + N(f)]\Phi(f)}{R(f)} - \frac{S(f)}{R(f)} \right]^2 df$$

MINIMO ERRORE QUADRATICO IN FREQUENZA

e è una funzione di φ

$$\Rightarrow e = \int_{-\infty}^{+\infty} |R(f)|^{-2} \left\{ |S(f)|^2 \cdot |1 - \Phi(f)|^2 + |N(f)|^2 |\Phi(f)|^2 \right\} df$$

derivando otteniamo solo la funzione integranda, e ponendola uguale a zero si ottiene $\Phi(f)$:

$$\Phi(f) = \frac{|S(f)|^2}{|S(f)|^2 + |N(f)|^2}$$

quindi non serve conoscere $u(t)$!

tuttavia noi abbiamo solo $c(t)$, somma di $s(t)$ e $n(t)$ (non separati in componenti)

$$\hookrightarrow U(f)_{LSE} = \frac{C(f)\Phi(f)}{R(f)}$$

La trasformata di Fourier è un caso particolare della trasformata Z:
→ cioè quando $z = e^{j2\pi f}$

"LA TRASFORMATA Z DI UNA SEQUENZA DISCRETA È SEMPRE CONTINUA IN Z."

Vincolo: detta f_c la frequenza di un segnale discreto, la massima frequenza

- **RITARDATORE DISCRETO DI K-PASSI:**

È un blocco fondamentale dei filtri digitali, ha modulo unitario in funzione di trasferimento e in uscita restituisce il segnale semplicemente ritardato di K passi.

$y[n] = x[n-K]$ e posto $x[n] = z^n$

$y[n] = z^{n-K} = z^n z^{-K} = z^n H(z) \Rightarrow \boxed{H(z) = z^{-K}}$ FUNZIONE DI TRASFERIMENTO RITARDATORE DISCRETO

$x[n] \to \boxed{z^{-K}} \to x[n-K]$

K è il n° di campioni per cui il segnale discreto stazione dell'interno del blocco prima di essere restituito.

ESERCIZIO

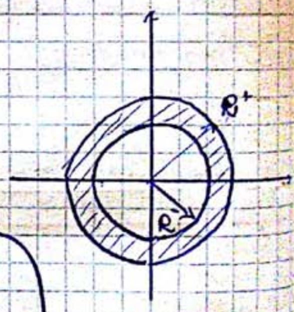
$x[n] \to \boxed{h_1[n]} \xrightarrow{y_1[n]} \boxed{h_2[n]} \xrightarrow{y_2[n]}$

$h_{eq}[n] = h_1[n] * h_2[n]$
$H_{eq}(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$

- **REGIONE DI CONVERGENZA** (////)

Si dice che la trasformata di z di una sequenza esiste per tutti i valori di z per cui la serie converge.

In generale, la serie converge tra 2 corone circolari di raggi R^+ e R^- ⇒



Nel caso la sequenza sia causale, $R^+ \to \infty$

FILTRO DIGITALE

Sistema LTI, con funzione di trasf. $H(z)$, con ingresso $X(z)$ e uscita $Y(z)$

$$\boxed{H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(mb+1)z^{-mb}}{1 + a(2)z^{-1} + \dots + a(ma+1)z^{-ma}}}$$

$H(z)$ è un rapporto di polinomi con coefficienti a e b e ritardatori fino a mb/ma-passi.

Scegliendo correttamente a e b si possono ritrovare tutti i filtri tradizionali.

L'ordine del polinomio al numeratore è "+mb", mentre al denominatore è "+ma" → quindi sono rispettivamente le radici:

mb → zeri ; ma → poli

"n" è il numero, "a" e "b" in valore e la posizione (sono ignoti i coefficienti del filtro digitale)

Scanned by CamScanner

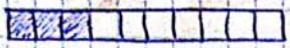
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 112

- Se $ma \neq 0$ e $nb \neq 0$ → il filtro è IIR, "polo - zero", ricorsivo, autoregressivo a media mobile (ARMA)

esempio *

Basta un polo per rendere un filtro IIR

- Supposto di avere il filtro adeguato, i vettori a e b, come si esegue il filtraggio?

$X[m]$: 

Si prende il primo campione di $X[m]$ ($X[1]$), si filtra e si ottiene $y[1]$, poi si manda il secondo campione e così via.

Se il filtro è AUTOREGRESSIVO prima che il filtro funzioni correttamente si deve superare un TRANSITORIO dipendente dai campioni precedenti

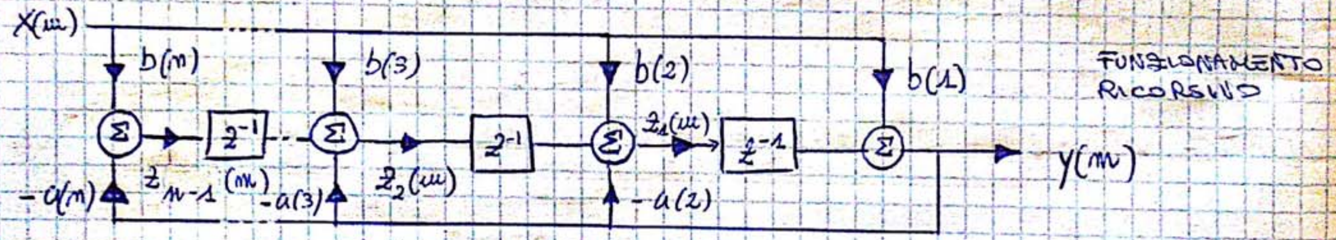
↳ Perché all'inizio non si hanno ancora gli $y[m-k]$ adeguati

Quindi conviene lavorare con filtri di ordine basso in modo che il transitorio sia basso. ($m=5$, transitorio di 5 campioni).

L'ORDINE DEL FILTRO NON DEVE SUPERARE DI 1/3 LA LUNGHEZZA DEL SEGNALE DA FILTRARE.

- SCHEMA A BLOCCHI :

Si hanno SOMMATORI (Σ), MOLTIPLICATORI (▶) e RITARDATORI (□) (con z^{-1} si ha ritardatore di un singolo passo).



I coeff. m e n decrescono da sx a dx.

Il transitorio si ha poiché all'inizio alcuni valori di z sono nulli (al secondo campione il primo z diventa $\neq 0$).

Per evitare il transitorio si possono imporre delle condizioni iniziali → Poiché solitamente non si conoscono le si ~~impongono~~ nulle!

Funzione MATLAB: filter (b, a, x) = y → restituisce il segnale filtrato

x: segnale da filtrare

Poiché si ragiona in discreto (CAMPIONI) non si tiene conto della frequenza di campionamento.

- MATLAB : freqz (b, a, 256, 2000) Cosa fa? $H(z) \to H(f)$

NFFT

→ Vengono rappresentati modulo e fase.

numero di punti su cui vengono rappresentati modulo e fase.
↳ Si devono definire poiché Fourier è una funzione continua che si può rappresentare su quanti punti si vuole.

Esempio funzionamento schema : i valori assunti dai ritardatori al campione m-esimo sono:

$$y(m) = b(1)\,x(m) + z_1(m-1)$$
$$z_1(m) = b(2)\,x(m) + z_2(m-1) - a(2)\,y(m)$$

FILTRAGGIO A BLOCCHI → Quando non si ha abbastanza memoria per elaborare tutto → Quindi si divide in blocchi con transitorio per ogni blocco.

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 112

Si ha un segnale $X(z)$ che dopo essere filtrato è $X(z)H(z)$ che porta con sé una distorsione.
Si applica un'operazione di TIME REVERSE: il primo campione diventa l'ultimo e viceversa → inversione asse temporale!
↳ È come dire z^{-1} se si lavora nel piano z!
Quindi dopo il time reverse si ha $X(z^{-1})H(z^{-1})$
Si rifiltra il segnale nuovamente: $X(1/z)H(1/z)H(z)$
e poi ancora una volta il time reverse

$$\Rightarrow Y(z) = X(z)H(1/z)H(z)$$

ma poiché z è complesso $H(1/z) \cdot H(z)$ è come avere un numero complesso per il suo coniugato.
↳ Quindi $H(1/z) \cdot H(z)$ = MODULO QUADRO = $\underbrace{|H(z)|^2}$ → $Y(z)=X(z)|H(z)|^2$

IL SEGNALE NON È DISTORTO ← la fase è nulla

ATTENZIONE: • Con la doppia passata l'azione filtrante è più forte → pure l'esattezza doppia.
se dovrebbe attenuare 20 dB, ne attenua 40 dB

• Differenze specifiche tra FILTRAGGIO e FILTRO
Operazione di filtraggio — Maschera filtro

Il filtraggio a doppia passata si usa solo con filtri IIR e per segnali di cui non si può distorcere la fase.

→ Svantaggio: un filtro di questo tipo non può essere applicato in tempo reale → perché prima di operare si deve già essere filtrata tutta la sequenza.

Condizioni: 1) LA LUNGHEZZA DELLA SEQUENZA DEVE ESSERE ALMENO 3 VOLTE L'ORDINE DEL FILTRO RICORSIVO.
↓
Questo perché il filtraggio a doppia passata porta ad avere 2 transitori. (dato l'inversione)

2) LA SEQUENZA DI INGRESSO DEVE ANDARE A ZERO ALL'INIZIO E ALLA FINE.
↓
Transitorio iniziale e finale = 0, così quando si inverte si ha lo stesso transitorio

• FUNZIONE MATLAB PER FILTRAGGIO A DOPPIA PASSATA: $\boxed{\text{filtfilt}(b,a,x)}$

Come si decide l'ordine di un filtro? PROVANDO
↳ Si generano valori di a e b casualmente e si vede se l'ipotesi di filtraggio è adeguata o no!
↓
Come? In base a freqz?
Order estimation function → danno una stima dell'ordine del filtro

Scanned by CamScanner

Istruzione MATLAB: [y zf] = filter (b, a, x, zi) → Valore dei pesi all'inizio

zf: valore dei pesi fine filtraggio

esempio:
x1 = randn (5000, 1) → costruisce un vettore monodimensionale a 5000 elementi casuali x 1° input
x2 = randn (5000, 1) → 2° sequenza di input
[y1, zf] = filter (b, a, x1) → filtro la 1° seq. e fornisce in uscita i valori dei ritardatori da utilizzare per inizializzare il filtro per la sequenza successiva
y2 = filter (b, a, x2, zf) → Filtro la 2° sequenza di ingresso utilizzando le condizioni iniziali opportune!

y1 e y2 sono poi unite insieme!

QUESTA TECNICA VA BENE PER QUALSIASI FILTRO!

Interferenza di rete → Nonostante si cerchi di limitarla a priori è sempre presente.

Segnali biologici corrotti maggiormente:
- EEG → la banda < 50 Hz (di solito) e basta quindi un passabasso
- EMG → banda larga confronto a quella stretta dell'int → facile da rimuovere
- EGG → Più corrotto

FILTRO NOTCH (RIGETTABANDA)

E' un filtro disinseribile o inseribile su molti dispositivi.

Ipotesi di funz: sovrapposta al segnale ci deve essere un'ampiezza dell'interferenza di rete COSTANTE
↓
Se non è rispettato l'attenuazione introdotta è troppo scarsa

Come si genera int a 50 Hz?

- SBILANCIAMENTO IMPEDENZA DEGLI ELETTRODI → Ampiezza costante nel caso di prelievo a riposo; non costante se il prelievo è sotto sforzo.
- ACCOPPIAMENTO CAPACITIVO DEL PAZIENTE CON LA RETE DI DISTRIBUZIONE ELETTRICA.
  ↳ Di nuovo, ampiezza costante se prelievo a riposo e FERMO mentre è variabile se in movimento o se varia l'accoppiamento tra rete e paziente (ad esempio con moto di parti in tensione)

⇓

Quindi l'ipotesi del filtro notch è MOLTO LIMITATIVA.

Interferenza di rete: sinusoide ad ampiezza (costante) con una frequenza di 50 Hz (costante)] Ipotesi

- NON ATTENUA SOLO ALLA FREQUENZA VOLUTA MA ANCHE A TUTTI I MULTIPLI DI QUESTA FREQUENZA. → FILTRO A PETTINE *

(f_t = 50 Hz ci sarà anche f_t = 100, 150, 200, 250 .. Hz)

Questo problema e' dovuto poiché il filtro lavora per differenze!

L'unico problema si riscontra nei 100 Hz poiché e' ancora una f. utile all'analisi del segnale ECG.

STIMA SPETTRALE → Qualsiasi segnale deve avere VALOR MEDIO NULLO.

Pregio filtro notch = attenua anche a 0 Hz (frequenza valore medio → continua)

↓

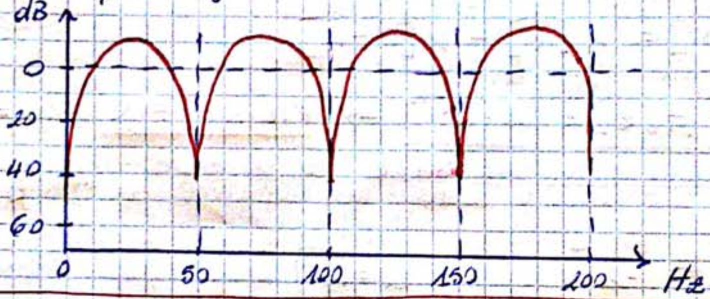
IN USCITA SI HA GIA' UN SEGNALE A VALOR MEDIO NULLO

↳ Dimostrazione:

$$H(z) = 1 - z^{-K} \leftrightarrow H(f)\Big|_{f=0} = 1 - e^{j2\pi fK} = 1-1 = 0 \quad \forall K$$

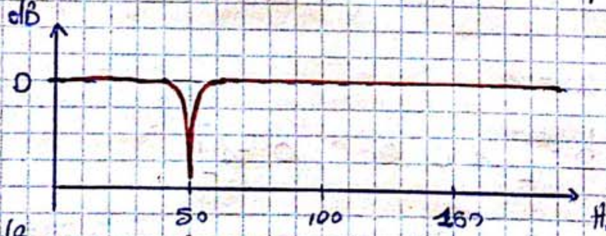
[IL FILTRO NOTCH HA UNO ZERO DI TRASFERIMENTO IN CONTINUA]

Il filtro funziona anche in real time (ovviamente con un ritardo di 5 campioni).

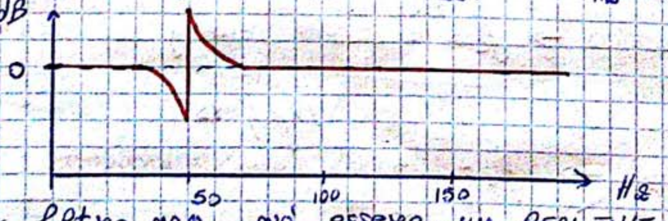


FILTRO RICORSIVO (RIGETTABANDA "TRADIZIONALE") → IIR

Si utilizza quando non può essere applicato il filtro notch.



Ha modulo = 0 dB tranne a 50 Hz dove si ha attenuazione!

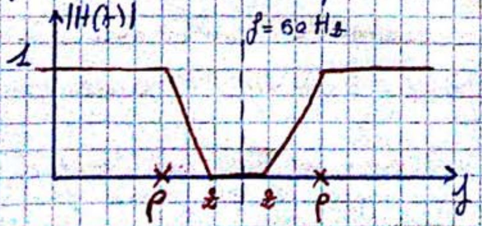


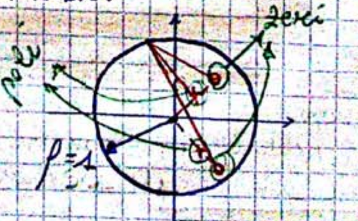
Distorsione della fase a 50 Hz!

Il filtro non può essere un REAL TIME se si vuole eliminare la distorsione → DOPPIO FILTRAGGIO, *

FILTRO: 2 coppie di poli e zeri complessi coniugati → ORDINE = 2

Bisogna determinare poli e zeri ↳ 4 RADICI





POLI E ZERI ALL'INTERNO DEL CERCHIO UNITARIO CON GLI ZERI PIU' VICINI A 50 Hz

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 112

$e_{n+1} = 2k e_n - e_{n-1}$ PREDIZIONE

Arrivo all'adattamento quando $e_{n+1} = x_{n+1}$!
Se si commette un errore di predizione, questo lo si può notare tramite:

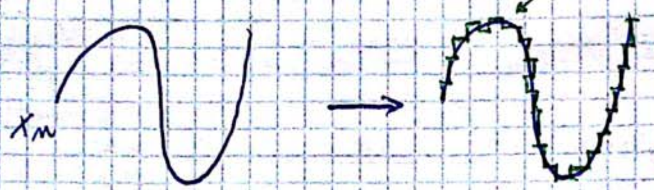
$d_{n+1} = (x_{n+1} - e_{n+1}) - (x_n - e_n)$ DIFFERENZA IN CASO DI PREDIZIONE NON CORRETTA

es.: $x_n = 10$, $e_n = 2$ → errore di 8!
Come ci si adatta per avere $d_{n+1} = 0$?
$d_{n+1} > 0$ → SI STA SOTTOSTIMANDO, $d_{n+1} < 0$ → SI STA SOVRASTIMANDO
→ Adattamento della stima:

$e'_{n+1} = e_{n+1} + c$
$e'_{n+1} = e_{n+1} - c$

iterativo finchè $d_{n+1} = 0$

↓
Quindi si aggiunge o si toglie una quantità piccola.



il campione oscilla intorno a x_n
↓
c è la stessa per tutti i campioni

Come si può ottimizzare il valore di c?
Per l'ECG dipende dalla frequenza cardiaca → se f è alta, c deve essere alto perchè il tratto isoelettrico è corto e si ha poco tempo per l'adattamento (PIÙ GROSSOLANO)
→ se f è bassa, c è basso poichè si ha più tempo per adattarsi avendo il tratto isoelettrico più lungo (PIÙ ACCURATA)

Si dice che $c \propto f_c$

Problema: il filtro si adatta bene nel tratto isoelettrico. Poi però quando incontra le onde ECG, poichè l'adattamento tenta di porre $x_{n+1} = e_{n+1}$ e qui x_n comprende sia S_n che n_n, il filtro tenta di adattarsi alle varie onde. Quindi si arriva all'onda P con un buon adattamento, e conseguentemente questo viene perso con le onde successive.
↳ il filtro ogni battito si ADATTA e si DISADATTA!

Questo fatto arreca problemi rilevanti?
Non in particolare, poichè per l'ECG non interessa solo la morfologia ma anche gli intervalli temporali tra varie onde.
Inoltre il filtro non si disadatta del tutto e se lo fa è in presenza delle onde finali.
↳ QUINDI IL FILTRO ADATTATIVO COMPIE UN BUON FILTRAGGIO

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 112

- POSITIVA → la trasf. di Fourier applicata ad una funzione pari è la scomposizione in basi ortonormali (vettori perpendicolari e con modulo unitario) che da luogo ad una matrice SIMMETRICA che ha AUTOVETTORI positivi!

20/03/15

Teorema di W-K → ASSUNZIONE → "La PSD è, non si calcola come"...

PSD ≡ SPETTRO (da analisi dei segnali) → Power Spectrum Density

Spettro di potenza per processi ergodici e WSS:

$$P_{xx}(f) = \lim_{M \to \infty} E\left\{ \frac{1}{(2M+1)T} \left| T \sum_{n=-M}^{n=+M} x[n] e^{-j2\pi f n T} \right|^2 \right\}$$

che equivale alla media statistica del modulo quadro della trasformata di Fourier discreta e diviso per la lunghezza in campioni della finestra, al tendere ad infinito della lunghezza della finestra medesima

Passando alla STIMA della PSD* questa la si calcola su un numero finito di campioni.

METODI DI STIMA DIRETTI E INDIRETTI

→ segnale di durata ∞, se applico il limite ecc. definisco la PSD → PASSAGGIO DIRETTO → $x[n] \to X(f) \to |X(f)|^2 = PSD$

→ Se invece si calcola del segnale la funz. di autocorrelazione e di questa calcolo la trasformata di Fourier ottengo la stessa PSD → PASSAGGIO INDIRETTO

⇓

2 METODI DI CALCOLO CHE PORTANO ALLO STESSO RISULTATO "SULLA CARTA".

- I metodi che usano i PASSAGGI DIRETTI si dicono METODI DEL PERIODOGRAMMA
- I metodi che invece usano PASSAGGI INDIRETTI sono detti METODI DEL CORRELOGRAMMA.

Questi due metodi non sono equivalenti in pratica.

Si hanno problemi quando da un segnale che ha lunghezza ∞ si hanno a disposizione solo un numero finito di campioni.

↳ FINESTRATURA IMPLICITA

⇓

$$\underbrace{x_0[n]}_{\text{sequenza finita}} = \underbrace{x[n]}_{\text{seq. infinita}} \cdot \underbrace{rect[n]}_{\text{vale 1 da 0 a N-1 e 0 per tutti gli altri campioni}} \quad , \quad \underbrace{rect[n]}_{\text{FINESTRA RETTANGOLARE}} = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Di $x_0[n]$ se ne vuole calcolare lo SPETTRO, attraverso la trasf. di Fourier:

$$\underbrace{X_0(f) = X(f) * D_N(f)}_{\text{il prodotto diventa una CONVOLUZIONE}} \Rightarrow D_N(f) = T e^{-j2\pi f T (N-1)} \frac{\sin(\pi f T N)}{\sin(\pi f T)}$$

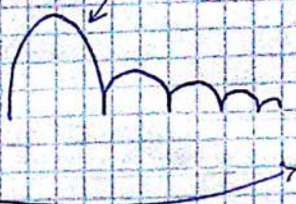
SENO DIGITALE O KERNEL DI DIRICHLET

es. se il segnale è una sinusoide, la sua $\mathcal{F}$ è una DELTA periodica

2 tipi di maschere:

LOBI LATERALI MOLTO ALTI

Lobo principale stretto



LOBO PRINCIPALE LARGO

Se si toglie energia ai lobi laterali il principale si allarga poiché non può calare in altezza

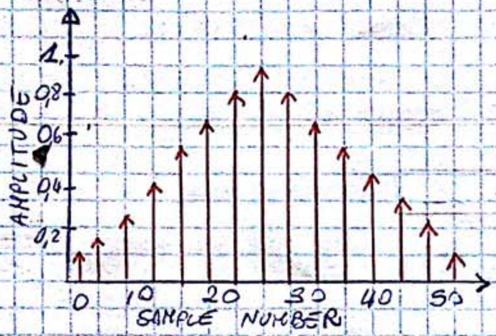
Parametri:

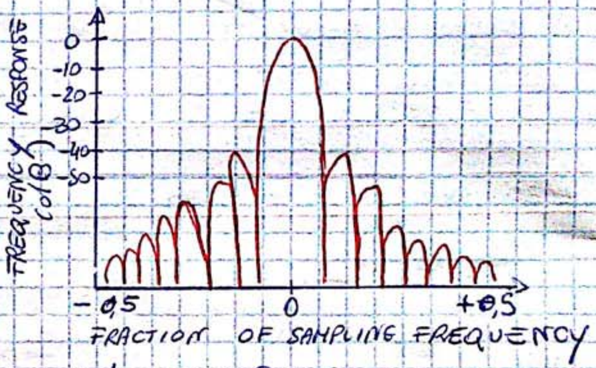
1) LARGHEZZA LOBO PRINCIPALE
2) ALTEZZA LOBI LATERALI
3) VELOCITÀ DI DECREMENTO

} Si deve cercare un COMPROMESSO

[SI VUOLE UNA FINESTRA CON LOBO PRINCIPALE PIÙ STRETTO POSSIBILE, LOBI LATERALI PIÙ BASSI POSSIBILI E VELOCITÀ DI DECREMENTO IL PIÙ RAPIDA POSSIBILE.]

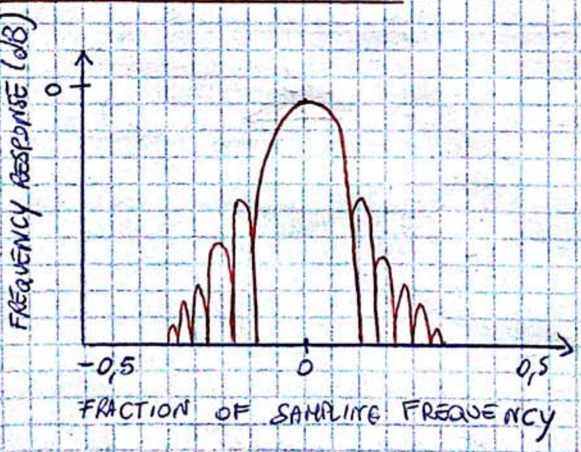
FINESTRA DI BARTLETT O TRIANGOLARE





$w[n] = 1 - 2\,|t[n]|$ $\qquad W(f) = 2/N \cdot D_{N}^{2}(f/2)$

FINESTRA DI HANN

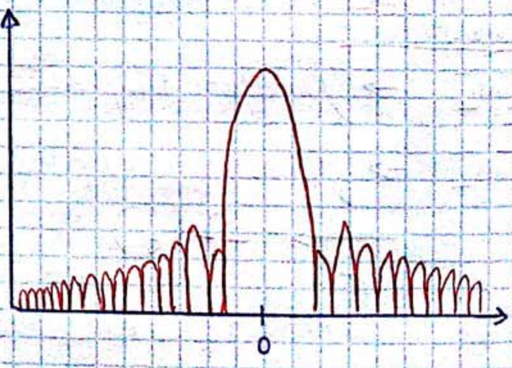


$w[n] = \cos^2(\pi t[n])$

$W(f) = 0{,}5\, D_N(f) +$

$+\, 0{,}25\left[D_N(f - 1/NT) + D_N(f + 1/NT)\right]$

FINESTRA DI HAMMING



$w[n] = 0{,}54 + 0{,}46 \cdot \cos(\pi t[n])$

$W(f) = 0{,}54\, D_N(f) + 0{,}23\left[D_N(f - 1/NT) + D_N(f + 1/NT)\right]$

I lobi laterali hanno attenuazione a ~ 40 dB sotto

INOLTRE I LOBI LATERALI PIÙ VICINI SONO QUELLI PIÙ ATTENUATI.

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 112

esempio:

SI PUO' FARE UN DETRENDING POLINOMIALE

MATLAB: polyfit → Restituisce i coefficienti dei polinomi

oppure

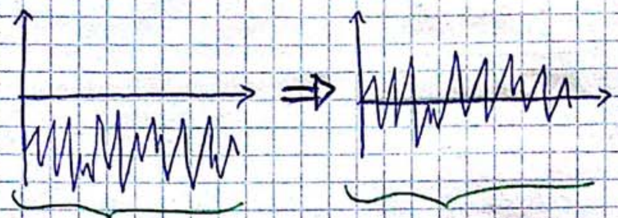
detrending

3) RIMOZIONE DEL VALOR MEDIO → Obbligatorio!

IL VALOR MEDIO DEVE ESSERE RIMOSSO PERCHÈ QUANDO FACCIO IL QUADRATO DEL SEGNALE HO $(x_0+K)^2$ DOVE K È IL VALORE MEDIO E QUESTO MI CREA LEAKAGE IN CONTINUA!

↓

Causa doppi prodotti del quadrato del binomio



VALOR MEDIO NON NULLO ⇒ VALOR MEDIO NULLO

4) SELEZIONE DEI PARAMETRI

↓

Si variano fino a che non si ha una stima soddisfacente

5) FFT

→ METODO INDIRETTO

ACQUISIZIONE → RIMOZIONE TREND → RIMOZIONE VALOR MEDIO → SELEZIONE RITARDO → CALCOLO CORRELOGRAMMA

- ACQUISIZIONE: N campioni, sampling rate
- RIMOZIONE TREND: (se il caso)
- RIMOZIONE VALOR MEDIO: obbligatorio sempre
- SELEZIONE RITARDO: Massimo lag tra i campioni
- CALCOLO CORRELOGRAMMA: risoluzione lag

• Differenza periodogramma / correlogramma

- periodogramma ↓ reale e positivo $|\mathcal{F}\{x\}|^2$
- correlogramma ↓ reale ma può essere positivo o negativo $\mathcal{F}\{r\}$

⇓

ma il negativo è un errore!

↓

Quindi?

- o si annullano (si mettono a 0) i valori negativi
- o si ribaltano in positivo i valori negativi

↳ Come? → abs(P) matlab!

PER QUESTO I 2 METODI DANNO RISULTATI DIVERSI

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 112

→ QUINDI ESISTE UNA FENESTRATURA ANCHE PER r_{xx}.

- Per il calcolo dei ritardi negativi il processo è lo stesso! Si ha la traslazione nel verso opposto.

Però avendo già calcolato i ritardi positivi, si può fare tutto facilmente:

$$\boxed{r_{xx}[-m] = r_{xx}^*[m]}$$

Inoltre, poiché i segnali biologici sono reali: $\boxed{r_{xx}[-m] = r_{xx}[m]}$

→ Istruzione MATLAB per il calcolo del complesso coniugato: conj

- Supposto di avere un segnale $x[n]$, con N campioni, quanto è lungo il vettore r_{xx}?

$m_{MAX} = N-1$

$2N-1$! Somma dei ritardi positivi, negativi più lo zero.

IN PRATICA CONVERRÀ RICAVARE LA FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE CON UN RITARDO MINORE AL NUMERO DI CAMPIONI DEL SEGNALE (QUINDI NON RITARDO MASSIMO)

↳ Quindi la lunghezza sarà $2m'-1$!

$m' < m_{MAX}$

$\hat{r}_{xx}$

→ Esiste anche uno stimatore alternativo per ACS

$$\check{r}_{xx}[m] = \begin{cases} \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-m-1} x[n+m]\cdot x^*[n] & 0 \le m \le N-1 \\ \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-|m|-1} x^*[n+|m|]\,x[n] & -(N-1) \le m < 0 \end{cases}$$

Si ha un diverso fattore di denormalizzazione!

- I due stimatori sono legati dalla seguente relazione: $\check{r}_{xx}[m] = \frac{N-|m|}{N}\hat{r}_{xx}$

Con lo stesso codice MATLAB si possono ricavare entrambe le stime.

se bias=0 → $\hat{r}_{xx}$ (NON POLARIZZATO), se bias=1 → $\check{r}_{xx}$ (POLARIZZATO)

il ritardo per m=0 si calcola separatamente!

xacs | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | -3 | -2 | -1 |

ritardo 0 — ritardo -1

ritardo 1 — f.mtlag -1

dopodiché swap!

I ritardi positivi crescono da dx a sx, mentre quelli negativi da sx a dx

$\hat{r}_{xx}$ → STIMATORE NON POLARIZZATO
bias = 0

$\check{r}_{xx}$ → STIMATORE POLARIZZATO
bias = 1

Cos'è bias e la polarizzazione? STESSA COSA!

STIMATORE POLARIZZATO

Popolazione caratterizzata da una variabile casuale → ϑ ⇐

⇒ STIMATORE ASINTOTICAMENTE NON POLARIZZATO E ASINTOTICAMENTE CONSISTENTE

Si realizza solo per un determinato valore nel quale si stabilizza.

Varianza → All'aumentare del numero di campioni $var = 0$, per $N \to \infty$

$\check{r}_{xx}$ HA UNA STIMA PEGGIORE RISPETTO A $\hat{r}_{xx}$ PERO' E' CONSISTENTE ($var = 0$)

⇓

Come già detto per l'analisi spettrale, si deve scegliere lo stimatore più utile che porta a maggiori informazioni!

Altro motivo introduzione $\check{r}_{xx}$:

Si sa che r_{xx} ha un massimo per $\tau = 0$! Però per alcune sequenze questa proprietà non è rispettata.

$x[1] = 1{,}0 \quad x[2] = 1{,}1 \quad x[3] = 1{,}0$

$\hat{r}_{xx}[0] = 1{,}07 \quad \hat{r}_{xx}[1] = 1{,}1 \quad \hat{r}_{xx}[2] = 1{,}0$

⇒ REGOLA FONDAMENTALE: $\hat{r}_{xx}[0] \geq \hat{r}_{xx}[m] \quad \forall m$

⇒ Gli stimatori sono identici in $m = 0$:

$$\hat{r}_{xx}[0] = \check{r}_{xx}[0] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

→ CALCOLO CORRELOGRAMMA: Una volta calcolato r_{xx} basta fare la sua trasformata di Fourier.

↳ In caso di troppa variabilità si può o cambiare stimatore o ridurre il n° di ritardi.

PER QUESTO MOTIVO $m_{max} \neq N$ E LO SI PRENDERA' PIU' PICCOLO: $m' < m_{max}$

⇒ $m' < N$

STIMA DELLA FUNZIONE DI CROSS-CORRELAZIONE (CCS)

$$\hat{r}_{xy}[m] = \begin{cases} \dfrac{1}{N-|m|}\displaystyle\sum_{n=0}^{N-m-1} x[n+m]\,y^*[n] & 0 \leq m \leq N-1 \\ \dfrac{1}{N-|m|}\displaystyle\sum_{n=0}^{N-|m|-1} x^*[n+|m|]\,y^*[n] & -(N-1) \leq m < 0 \end{cases}$$

$$\check{r}_{xy}[m] = \begin{cases} \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{n=0}^{n-m-1} x[n+m]\,y^*[n] & 0 \leq m \leq N-1 \\ \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{n=0}^{N-|m|-1} x^*[n+|m|]\,y^*[n] & -(N-1) \leq m < 0 \end{cases}$$

→ Unica differenza: $r_{xy}[m] \neq r_{xy}^*[+m]$ ←

Poiché $r_{xy}[m] \neq r_{xy}^*[+m]$ i valori della CCS per ritardi negativi devono essere calcolati separatamente da quelli positivi.

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 112

$$E\{\hat{P}_{BT}(f)\} = P_{xx}(f) * \Omega(f) \qquad \Omega(f) = DTFT\{\omega[m]\}$$

Anche questo correlogramma è polarizzato, però per N campioni tendenti all'∞ $(N \to \infty)$ lo stimatore genera un correlogramma molto simile a quello reale.

↳ STIMATORE ASINTOTICAMENTE NON POLARIZZATO

Migliore approssimazione possibile per un correlogramma che presenta problemi di polarizzazione.

CONSISTENZA → la variabilità aumenta al numero di campioni, se è troppo elevata diminuiamo il numero e via.

Attenzione ai valori negativi dati dal correlogramma!

IL CORRELOGRAMMA È OPERATIVAMENTE PIÙ FACILE DA SETTARE RISPETTO AL PERIODOGRAMMA.

Nomenclatura

- CORRELOGRAMMA DI B-T: correlogramma finestrato con opportune finestre (no rettangolare o triangolare) ottenuto mediante stimatore ACS NON polarizzato.

PERIODOGRAMMA (PG)

Dalla definizione di spettro e del teorema di W-K:

$$\hat{P}_{xx}(f) = \lim_{M \to \infty} \frac{1}{(2M+1)T} \left| T \sum_{m=-M}^{M} x[m]\, e^{-j2\pi f m T} \right|^2$$

ma poiché il numero di campioni è limitato, si trascura il $\lim_{M \to \infty}$ e si definisce PERIODOGRAMMA il MODULO QUADRO DELLA FFT.

⇒ PERIODOGRAMMA SEMPLICE ↓ METODO DI SCHUSTER

Questo stimatore è POLARIZZATO:

$$E\{\hat{P}_{xx}(f)\} = P_{xx}(f) * W(f)$$

$$var\{\hat{P}_{xx}(f)\} = P^2_{xx}(f)\left[1 + \left(\frac{\sin(2\pi f T N)}{N \sin(2\pi f T)}\right)^2\right]$$

La varianza non tende a 0 neanche asintoticamente.

QUINDI IL PERIODOGRAMMA SEMPLICE È AFFETTO DA MOLTI ERRORI E QUINDI POCO AFFIDABILE.

Come si può "abbattere" la variabilità?

Il periodogramma semplice non pone soluzioni. Però ci sono state altre proposte

↳ SI È CERCATO DI RENDERE GLI STIMATORI PIÙ CONSISTENTI

Per quanto riguarda la polarizzazione, la soluzione è più semplice: basta finestrare adeguatamente il segnale.

STIMATORE PERIODOGRAMMA SEMPLICE ⇒
$$\tilde{P}_{xx}(f) = \frac{T}{N} \left| \sum_{m=0}^{N-1} x[m]\, e^{-j2\pi f m T} \right|^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 112

Quanto distano i punti in frequenza rappresentati sulla FFT:

$\Delta f = 1/T$ → Si ha dipendenza di Δt da f_c e quindi Δf da T.

PIÙ SI HA UNA RISOLUZIONE STRETTA NEL TEMPO, MEGLIO SI POSSONO RAPPRESENTARE DIFFERENZE VICINE DI FREQUENZA.

$\boxed{\Delta f = \frac{1}{T}}$ RISOLUZIONE SPETTRALE TEORICA → Dipende solo da T e non da quanti punti si è deciso di rappresentare la FFT.

(RISOLUZIONE SPETTRALE APPARENTE → dipende su quanti punti si vuole rappresentare la FFT)

[Tornando al metodo di B: SE SI DIVIDE TROPPO IL SEGNALE IN SOTTOCAMPIONI DI LUNGHEZZA TROPPO CORTA (T MOLTO PICCOLI) SI PERDE IN RISOLUZIONE SPETTRALE TEORICA (punti frequenziali troppo distanti → scarsa risoluzione).
↳ QUINDI ATTENZIONE A PORRE SEGMENTI OPPORTUNI → Δf SODDISFACENTE DEVE RESTITUIRE

Esempio ECG: $T = 10\,s$, $\Delta f = 1\,Hz$ → $P = ?$ ⇒ $\boxed{P = 10}$ numero massimo ↳ campioni 1 s

→ POLARIZZAZIONE STIMATORE DI B.: poiché non si è fatta finestratura e poiché si ha media solo su PG semplici LA POLARIZZAZIONE NON VARIA DA QUELLA DEGLI STIMATORI SEMPLICI.

→ VARIANZA: è RIDOTTA DI UN FATTORE P.

⊙ METODO DI WELCH (1967)

x[m] 

Si divide x[m] in segmenti di lunghezza D consentendo una SOVRAPPOSIZIONE TRA SEGMENTI CONSECUTIVI.

→ il n° di campioni tra 2 finestre consecutive è detto OVERLAP → È limitato: PUÒ ESSERE AL MASSIMO DEL 50%.
↓
"Ogni 2 finestre di B. sono 3 di W"

→ Aumentando P (n° campioni) si aumenta la CONSISTENZA.

→ W. migliora anche la polarizzazione: OGNI SEGMENTO VIENE OPPORTUNAMENTE FINESTRATO.

[W: COMPIE UNA MEDIA SUI PERIODOGRAMMI SEMPLICI DI OGNI SEGMENTO OPPORTUNAMENTE FINESTRATO

È più complicato degli altri metodi poiché ha più parametri da gestire.

Funzione MATLAB: pwelch (...) → Si possono ottenere tutti i periodogrammi desiderati (tranne quello di Daniell) gestendo i parametri.

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 112

RISOLUZIONE SPETTRALE TEORICA E APPARENTE

Teorica : $\Delta f = \frac{1}{T}$ → lunghezza dell'intervallo del segnale

Apparente : dipende da NFFT

NFFT ≥ n° di campioni (lunghezza segnale)

PER I CALCOLATORI NON SI PUÒ AVERE UNA RISOLUZIONE SPETTRALE APPARENTE INFERIORE A QUELLA TEORICA.

ZERO PADDING

Consiste nell'aggiungere zeri al termine della serie dei campioni di segnale così da interpolare i valori della DTFS.

Serve per avere una risoluzione s. app. > di quella teorica.

Data una serie numerica di segnale: $x[0] \dots x[N-1]$

aggiungendo N zeri alla fine del segnale, cioè da: $x[N] \dots x[2N-1]$

si ottiene la DTFS:

$$X[k] = T \sum_{n=0}^{2N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} = T \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}$$

$\frac{\sin x}{x}$ → INTERPOLANTE → Kernel di Dirichlet → Tramite questa funzione è come se lo zero padding funzionasse con un filtro di interpolazione dei dati iniziali.

È solo apparente questo aumento di risoluzione, perché lo si ricava a partire dai dati iniziali interpolandoli!

↓

Serve solo ad avere una rappresentazione migliore a seconda dello scopo.

Per il correlogramma si possono svolgere le stesse operazioni? NO

per la teorica: dipende dalla lunghezza della sequenza di autocorrelazione che a sua volta è determinata in base al numero di ritardi m.

per l'apparente: si controlla tramite il NFFT.

PRODOTTO TEMPO - LARGHEZZA DI BANDA

$\underbrace{\Delta f = \frac{1}{T}}$ → semplificazione regola empirica

Questa è valida sotto le assunzioni di PERIODO EQUIVALENTE e BANDA EQUIVALENTE

$$T_e = \frac{T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]}{1/2T \; x[0]} \quad \text{con} \quad x[0] = \int_{-1/2T}^{+1/2T} X(f)\, df$$

$$B_e = \frac{\int_{-1/2T} X(f)\, df}{X(0)} \quad \text{con} \quad X(0) = T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]$$

$\Rightarrow T_e B_e = 1$

⇓

RELAZIONI VALIDE SOLO PER SEGNALI DETERMINISTICI AD ENERGIA FINITA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 112

CARATTERISTICHE DEI SEGNALI BIOLOGICI

EEG

È il segnale più semplice da elaborare. (cervello → 1,2-1,4 Kg)

• Tipologie di neuroni:

- NEURONE FUNZIONALE (PIRAMIDALE) → Si trovano sulla corteccia (zona superficiale). Corpo cellulare a forma piramidale da cui partono ramificazioni (dendriti e un assone).
L'assone è ricoperto, a tratti, da una guaina di mielina
↓
Questa guaina è prodotta dagli OLIGODENDROCITI
- VENTRICOLO: zone contenenti il liquido cerebrospinale che scambia sostanze con la matrice cerebrale e mantiene la pressione intracranica adeguata.
- ASTROCITI: proteggono i neuroni funzionali dal circolo ematico tramite la barriera EMATOENCEFALICA → seleziona delle sostanze che possono passare dal sangue alle cellule cerebrali.

Per quanto riguarda l'EEG ci si riferisce solo all'attività elettrica dei neuroni funzionali → Quindi si avranno informazioni di questo tipo e non infiammatorie o metaboliche.

CORTECCIA CEREBRALE

Volume cranio → 1000-1300 cm^3
Si ha una densità di cellule variabile a seconda delle zone del cranio
La corteccia ha uno spessore di qualche mm.
↓
Il lobo occipitale contiene l'apparato visivo ed è posto in direzione opposta agli occhi poiché è la zona del cranio più protetta.
Lobo frontale → elaborazione del pensiero, unione di tutti gli stimoli
→ corteccia associativa
↓
Conoscenza innata + esperienza.

Centri dell'udito si trovano dietro le orecchie.
Corteccia motoria → controllo di tutti i movimenti volontari e semivolontari

Corteccia somatosensoriale → acquisizione di stimoli non motori

Differenza cervello umano/animale:

- presenza nell'uomo della lateralità → EMISFERO PREDOMINANTE
- Centro parola - linguaggio

- Comunicazione neurone-neurone → Tramite le giunzioni sinaptiche
→ scambio di ioni → corrente → CAMPO ELETTROMAGNETICO
↓
Di nostro interesse è solo il comportamento elettrico
↓
Gli unici segnali che si riescono a prelevare sono quelli dei neuroni corticali

Per il prelievo: $\boxed{\text{MATRICE DI ELETTRODI}}$

MEG → No valenza clinica, solo di ricerca.

• SINAPSI → Tramite il bottone sinaptico si ha un "contatto" tra i due neuroni tramite i neurotrasmettitori → mediazione chimica

Neurotrasmettitori principali: serotonina, adrenalina

- **Sincronia EEG**: eventi elettroencefalografici che si verificano contemporaneamente su entrambi gli emisferi.
- **Asincronia EEG**: eventi che avvengono sui due emisferi in tempi diversi.

ARTEFATTI

→ EEG è poco soggetto all'INTERFERENZA DI RETE

→ EEG poco soggetto ad altri segnali fisiologici come ECG o EMG

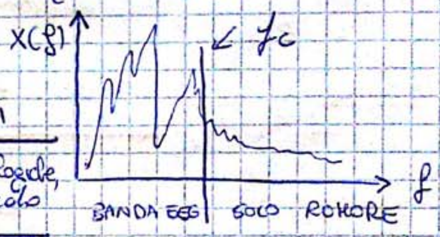
→ Importante → EEG è disturbato dagli artefatti causati dal movimento dei muscoli delle palpebre → EYE BLINKING

↓

È presente in modo rilevante sugli elettrodi fronto-polari
↓
Diminuisce con l'allontanarsi dalla zona interessata.

Come si può rimuovere?

Poiché l'EYE BLINKING è assimilabile ad una delta di Dirac, quindi in frequenza è una costante che le "prende" tutte, e invece il segnale ha bande a f basse limitate si può operare con un filtro PASSABASSO.



BANDE FREQUENZIALI EEG

TIPO DI RITMO	FREQ (Hz)	A (µV)	STATI ASSOCIATI
δ (DELTA)	0,5 - 3	20 - 200	Condizioni patologiche, sonno molto profondo
ϑ (TETA)	3 - 7	5 - 100	Sonno profondo
α (ALFA)	8 - 13	10 - 200	Rilassamento mentale (veglia → sonno)
β (BETA)	14 - 30	1 - 20	Attenzione, concentrazione, aree corticali attive
γ (GAMMA)	> 30	1 - 20	Attenzione, concentrazione, aree corticali attive

⇒ AL CRESCERE DELLA f DELLE BANDE DECRESCE L'AMPIEZZA DELLE ONDE

→ ONDE DI BERGER

→ Controverso

β_1: $14\ Hz \leq f \leq 22\ Hz$

β_2: $22\ Hz \leq f \leq 30\ Hz$

Si dice che possa andare fino a 70 Hz ma non ci sono contributi significativi.

AL CRESCERE DI f CRESCE LO STATO DI ATTIVITÀ/ATTENZIONE CEREBRALE

RITMO α → oscillazioni brevi e rapide durante il sonno → Marcano la transizione tra veglia e sonno e viceversa.

STUDIO DEL SONNO TRAMITE EEG

↓

Sonno: importante per il "backup" del sistema nervoso
↓
Eventi avversi: insonnia, sonno leggero, sindrome delle gambe senza riposo, sonnambulismo, crampi notturni.

Si studia nelle CLINICHE DEL SONNO → EEG + ECG → Serve per vedere che i problemi non siano di natura cardiaca.
Ci sono poi sensori per il movimento delle palpebre, respirazione, sensori delle articolazioni ecc.
↓
Tanti sensori e canali = POLISONNOGRAFIA

IL SEGNALE EEG NON È STAZIONARIO IN SENSO LATO → NO WSS

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 112

I neuroni danno le stesse risposte sia quando il soggetto compie una certa attività motoria sia quando la deve comprendere nell'un'altra persona.

↓

Nell'uomo si hanno NEURONI SPECCHIO MOTORI E SOMATOSENSORIALI

I neuroni specchio hanno il loro "picchio di attività" non tanto durante l'azione ma quando il sistema capisce e' INTENZIONE dell'azione che si sta per succedere.

EEG → il contenuto di informazione frequenziale del segnale aumenta con lo stato di attivazione del soggetto

10/04/15

ONDE μ → onde predittive dell'intenzione

AUTISMO → C'è un funzionamento anomalo delle funzioni dei neuroni specchio

Grafico slide → 3 casi:
- muovendo una palla
- intenzionalmente pensando di muovere la mano
- vedendo qualcuno muovere la palla

ONDE μ CRESCENTI

Crescono in questo verso poiché il proprio movimento le inibisce

Nei soggetti autistici le onde μ sono minime anche quando si ha e' intenzione dell'azione → NON SI HA DISTINZIONE TRA AGIRE ED ESSERE INTENZIONATI AD AGIRE

Per quanto riguarda invece la percezione del movimento compiuto da altri individui, le onde μ si presentano come nei soggetti sani!

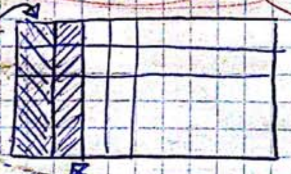
Esercitazione EEG:

Come si leggono i file multiplexati? → con fread! → Come?

h = fopen (--file--) → puntatore al file

fread (h, [Nch Nsamp], 'float') → Funzione per colonne

oppure: A = zeros (Nch, Nsamp)



1° campione di ogni canale

2° campione di ogni canale

Calcolo ripartizione potenza?

Potenza totale → somma di tutta l'area sottesa dal periodogramma

Si pone >= poiché non è detto che ponendo solo = ci sia un valore di f intero (es. f = 7Hz)

[P, f] = pwelch (....)

P_{TOT} = sum (P)

Ad ogni valore di f esiste il valore di P corretto

esempio α

a = find (f >= 7) → Restituisce l'indice dove è soddisfatta la condizione

b = find (f <= 14)

→ a e b sono vettori

Palpha = sum (P(a(1) : b(end))) / P_{TOT} → se si vuole la potenza relativa

↓

Si può fare in un'unica riga → si esplicita tutto nell'ultima.

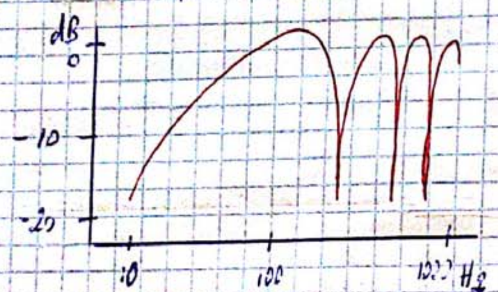
Scanned by CamScanner

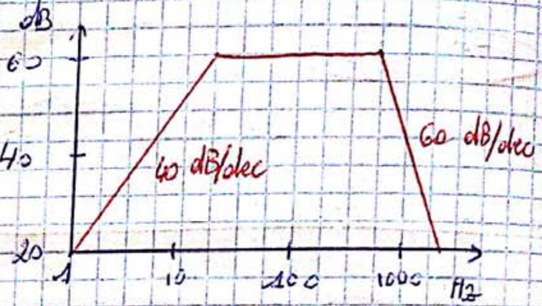
AGO: c'è solo la funzione di trasferimento del sistema d'acquisizione
SUPERFICIALE: oltre al sistema di acquisizione si ha anche l'impedenza del tessuto interposto

→ Quindi si può avere la FUNZIONE DI FILTRO DEL TESSUTO
↳ È UN PASSABASSO

il tessuto che corrompe di più il segnale è il tessuto adiposo
↓
Se varia lo spessore, varia la frequenza di taglio e il guadagno in banda passante → spessore ↑, f taglio e guadagno ↓

Muscolo troppo profondi: SNR ≅ 2-3 dB





⇓ funzione di trasferimento prelievo singolo → differenziale

⇓ filtro passabanda per rimozione artefatti da movimento

EMG superficiale → 500 Hz max   EMG AGO → 1 KHz max

* DISPOSIZIONE GEOMETRICA DI ELETTRODI E FIBRE ATTIVE → FUNZIONI DI FILTRO DI TESSUTO ED ELETTRODI → SOVRAPPOSIZIONE DI POTENZIALI D'AZIONE

"Motor Unit Action Potential Trains"

13/04/15

il segnale EMG è il segnale di interferenza in cui i MUAPT di diverse unità motorie si sommano nel tempo.

$$S(t,F) = \sum_{i=1}^{P} \mu_i(t,F)$$

→ FORZA DI CONTRAZIONE → il sistema nervoso recluta le unità motorie in modo coerente con la forza che si deve esercitare

dipendenza da 2 parametri

P = n° di unità motorie attivate → P(F) = P è funzione di F, poiché il numero di unità motorie è "deciso" in base alla forza.

EMG prodotto da contrazioni muscolatorie → Sicuramente non è WSS
↳ il segnale EMG può essere stazionario solo se si esegue una contrazione COSTANTE (impossibile volontariamente)
↓
Perché? → il corpo umano presenta sensori di forza basati sulla tensione dei tendini e lui sulla forza di contrazione del muscolo
↓
Quindi non si ha "diretto controllo"

Come si può avere contrazione costante? tramite un sensore esterno (tipo voltmetro).

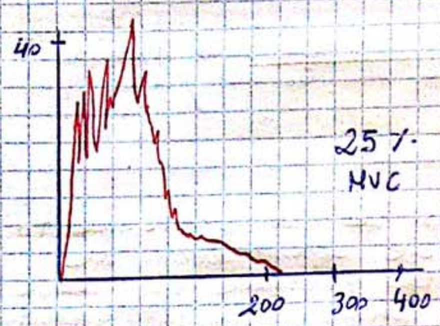
esempio: se x è una sinusoide a 10 Hz e y a 20 Hz come sarebbe il CROSS SPETTRO?

↓

Sarebbe nullo poiché tutta la potenza è racchiusa nella f caratteristica di ogni sinusoide (10 Hz / 20 Hz) e quindi non si hanno valori di potenza in comune.

CROSS - SPETTRI → Sono utilizzati per capire se 2 segnali hanno degli stessi contributi in frequenza

Esempio PSD



25% MVC

MVC → Maximum Voluntary Contraction

↓

Come si misura?

Si deve stare attenti alla variabilità → Nel compiere una stessa azione si generano ogni volta forze diverse causa fatica o condizionamento emozionale

↓

MVC è calcolato sulla media di varie prove

↓

Spettro colorato (non piatto), in questo caso tra 0-200 Hz (può raggiungere i 350 Hz MAX).

Al variare di MVC varia lo spettro: più forza è esercitata, più unità motorie vengono reclutate o più unità motorie aumentano la loro correlazione, più si avrà un picco alto nello spettro.

Proprietà segnale EMG

- Ampiezza: pochi μV_{pp} - pochi mV_{pp}
- Banda: $1\text{-}10\ Hz \leq f \leq 500\text{-}1000\ Hz$
- WSS GAUSSIANO COLORATO (se ISOMETRICO e ISOTONICO)

CONTRAZIONI STIMOLATE ELETTRICAMENTE

Stimolazione esterna: non si ha l'intervento dell'NSC

↳ Si stimola il punto di innervazione e tutte le unità motorie sono SINCRONE

↓

Non si ha più VARIABILITÀ → I TRENI DI POTENZIALI DI AZIONE SONO SINGOLI → IL SEGNALE È DETERMINISTICO E WSS

- Contrazioni miste: contrazione volontaria + stimolo elettrico

→ COMPLESSIVAMENTE L'EMG È UN SEGNALE CASUALE

(segnale deterministico + segnale casuale = segnale casuale)

Applicazione: stima della velocità di conduzione delle fibre muscolari

↓

Utile per diverse patologie:

es → TUNNEL CARPALE → foro nel carpo della mano in cui passano vasi, tendini, nervi → compressione del nervo dovuta a problemi vascolari e tendinei

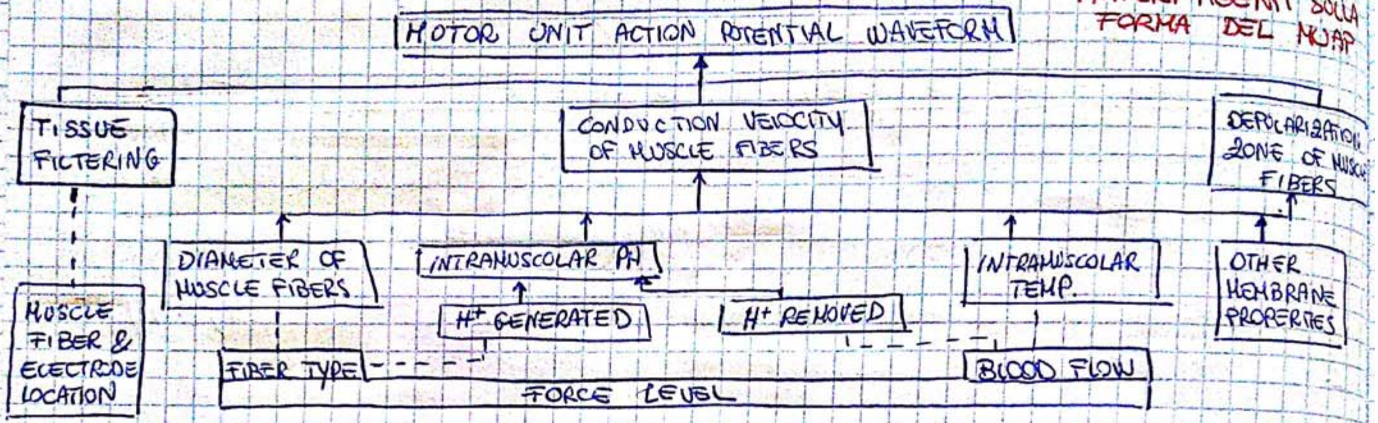
→ fatica muscolare

3) Esaurimento della giunzione neuromuscolare → Succede soltanto in soggetti patologici
↓
Esaurimento neurotrasmettitore dopo troppi stimoli ripetuti

→ L'EMG si riferisce a 1) → fibre muscolari.

EMG → Permette di essere molto selettivi nella monitorizzazione dei singoli muscoli

FATTORI AGENTI SULLA FORMA DEL MUAP



Schema rappresentativo dei cambiamenti che sono indotti nelle fibre muscolari sotto sforzo

↳ SI HA IL CAMBIAMENTO DELLA FORMA DEL POTENZIALE DI AZIONE DELL'UNITÀ MOTORIA

→ Componente non elettrofisiologica: il segnale varia in base alla posizione degli elettrodi

→ Parte centrale:

- FORCE LEVEL: il SNC si adatta ad uno sforzo tramite il livello di forza impostato
- FIBER TYPE: tiene conto di quali fibre reclutare per soddisfare il compito (BIANCHE o ROSSE)
- DIAMETER OF MUSCLE FIBERS: è ∝ alla tipologia delle fibre e alla loro vel. di cond.
- H^+ GENERATED: le fibre scaricano ioni H^+ durante l'attività
  ↓
  Causano una variazione del pH muscolare → Non è pericoloso, però gli ioni H^+ interagiscono con il lattato dando origine all'ACIDO LATTICO → affaticamento muscolare
- H^+ REMOVED: Una parte di ioni H^+ viene rimosso dal flusso sanguigno → BLOOD FLOW
- INTRAMUSCOLAR PH: è un compromesso tra l'H^+ generato e l'H^+ rimosso.
  ⇓
Comunque si ha sempre un accumulo di ioni H^+ poiché il sistema non è meccanicamente capace di asportarne una quantità adeguata
↓
Gli ioni H^+ generano un campo elettrico che influenza la propagazione dei potenziali di azione

↳ SI HA UNA DIMINUZIONE DELLA VELOCITÀ DI CONDUZIONE → Possono portare al fallimento del compito impostato
⇓ ↳ CONDUCTION VELOCITY OF MUSCLE FIBERS

- fibre glicolitiche: alta produzione H^+, alto affaticamento.
- fibre aerobiche: più bassa prod. H^+, maggiore resistenza

MNF = MEDIA FREQUENZA (momento statistico di ordine 1 → non è il valore medio)

↳ E' il valore di frequenza (baricentro) per cui, in meccanica, la somma dei momenti è nulla!

Come il momento = forza x braccio si ha:

$$MNF = \int \underbrace{f}_{\text{braccio } f} \cdot \underbrace{P(f)}_{\text{forza } P}\, df \qquad \left(\mu' = \frac{\int u f_x(u)\, du}{\int f_x(u)\, du \to 1} \right)$$

Però si deve porre una denormalizzazione:

$$\boxed{MNF = \frac{\int f \cdot P(f)\, df}{\int P(f)\, df}} \qquad \underline{\text{FREQUENZA MEDIA}}$$

Codice matlab: `MNF = sum(P.*f) / sum(P) ;`

ARV = VALOR RETTIFICATO MEDIO DEL SEGNALE (AVERAGE RECTIFIED VALUE)

$$ARV = \frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|\, dt \qquad T = N/f_c$$

→ intervallo temporale in cui considero il segnale

Codice matlab: `ARV = sum( abs(x) ) / ( fc/N )` → numero di campioni

"rettificato"

RMS = ROOT MEAN SQUARE

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\, dt}$$; Matlab: `RMS = sqrt( fc · sum(x^2)/N )`

↳ Valida $\forall\, x(t)$

Se invece si ha un segnale casuale a valore medio nullo si ha il caso particolare: RMS = $\underbrace{\text{std}(x)}_{\text{deviazione standard}}$

FORCE = SI MISURA, NON SI CALCOLA.

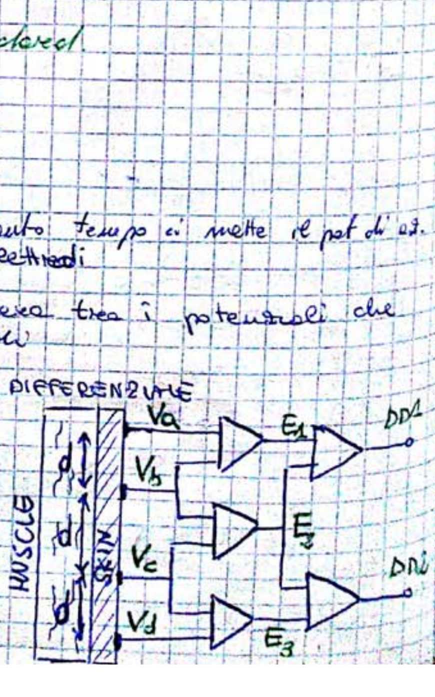
VELOCITA' DI CONDUZIONE

dalla fisica: $V = \frac{s}{t}$ → Nel nostro caso la v è quanto tempo ci mette il pot. di az. a transitare sotto gli elettrodi

Il problema è dovuto all'interferenza che si genera tra i potenziali che transitano "contemporaneamente" sotto gli elettrodi

↳ NON SI PUO' CALCOLARE CON UN PRELIEVO SINGOLO DIFFERENZIALE OTTENENDO DEI VALORI VERITIERI

SI UTILIZZA IL PRELIEVO DOPPIO DIFFERENZIALE →



Scanned by CamScanner

Problema: la cross-correlazione funziona male con il rumore

Nella pratica poichè il rumore è casuale, corrompe in modo diversi i segnali di uscita in modo da non renderli più identici

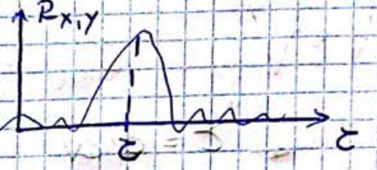
Inoltre la zona di prelievo è differente

⇓

Quindi non si può dire che DD1 = DD2 ma solo che DD1 ≅ DD2.

Cosa succede se si calcola la cross-c. tra 2 segnali simili?

$x(t) = y(t+\tau) \Rightarrow$



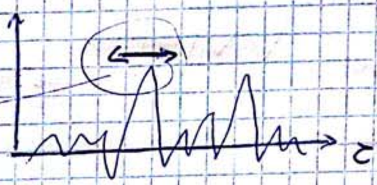
LA FUNZIONE DI CROSS-CORR. HA UN MASSIMO PER τ

$x(t) = y(t+\tau)$

⇓

$R_{x,y}(\tau) = 1$

$x(t) \cong y(t+\tau) \Rightarrow$



⇒ IL MASSIMO ASSOLUTO PUÒ ABBASSARSI E CONFONDERSI CON GLI ALTRI MASSIMI RELATIVI

Inoltre il valore di τ può spostarsi

Si legge il massimo sbagliato → τ sbagl. → v.d.c sbagliata

→ SI DEVONO AVERE UN BUON SNR E DD1 E DD2 MOLTO SIMILI

Altro problema: $CV \cong 4\ m/s$

$d \cong 10\ mm$ → se più grande perde di selettività, se minore il volume di prelievo è troppo scarso.

⇓

$\tau \cong 2{,}5\ ms$

La fun. di c-c si calcola nel discreto utilizzando i ritardi dove il minore è 1 (ritardo di 1 campione)

↳ c-c è una funzione a punti che distano tra loro $\Delta t = \frac{1}{f_c}$

Per l'EMG $f_c = 1\ kHz$ → $\Delta t \cong 1\ ms$

↓

Questo breve intervallo mi porta un grosso problema poichè se si sbaglia a trovare il picco si può ottenere un errore sulla τ anche del 50% ($1{,}5\ ms \le \tau \le 3{,}5\ ms$)

Calcolando:

$\tau = 3{,}5\ ms$ → $VC = 2{,}86\ m/s$ → patologia

$\tau = 1{,}5\ ms$ → $VC = 6{,}6\ m/s$ → esagerazione

⇓

SI PUÒ DIRE CHE QUESTO È UN PROBLEMA DI RISOLUZIONE

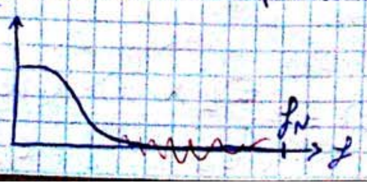
- Per ottenere una risoluzione sul ritardo buona si devono rispettare

$\boxed{\Delta t = 10\ \mu s}$ → $\boxed{f_c = 100\ kHz}$ (SOVRACAMPIONAMENTO)

↓

Per ogni campionamento si ottengono 100'000 campioni

Che problema porta?



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 112

Matlab: si usa delay

SE IL RUMORE FOSSE GAUSSIANO BIANCO LA TECNICA DELLO SPECTRAL MATCHING E' INSENSIBILE AL RUMORE

QUESTA TECNICA È L'UNICA CHE PERMETTE UN τ SODDISFACENTE SEBBENE SI ABBIA UN SNR BASSO.

→ Perchè anche se nel tempo i due rumori sono diversi, in frequenza la trasformata è la stessa e quindi si elidono.

FATIGUE PLOT → SI RIPORTANO VC (parametro di conduzione) + UN PARAMETRO FREQUENZIALE + PARAMETRO TEMPORALE

Esercitazione:
- doppio diff. → per lo spectral matching e per il calcolo di v.c.
- singolo diff. → calcolo di tutti gli altri parametri.

22/04/15

4) PHASE OF THE TRANSFER FUCTION TECHNIQUE

Si hanno 2 segnali x_1 e x_2, con $x_2 = x_1(t+\tau)$. Il segnale x_2 è l'uscita di un sistema LTI con ingresso x_1.

$$x_1(t) \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow x_2(t)$$

⇒ BLOCCO RITARDATORE → è un filtro FIR

↓

$H(z) = z^{-k}$

$|H(f)| = 1$, la fase è lineare (FIR)
↓
è una retta

Se i due segnali sono identici e solamente ritardati l'uno rispetto all'altro la funzione di trasf. è un ritardatore puro.

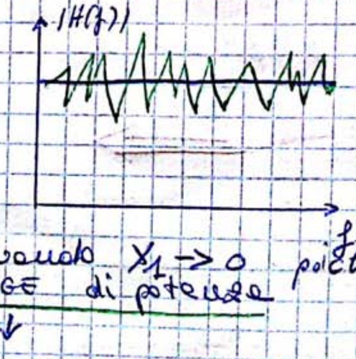
$$\phi(f) = \arctan \frac{I\{H(f)\}}{R\{H(f)\}} = \underbrace{af + b}_{\text{retta}} = \tau f + b$$

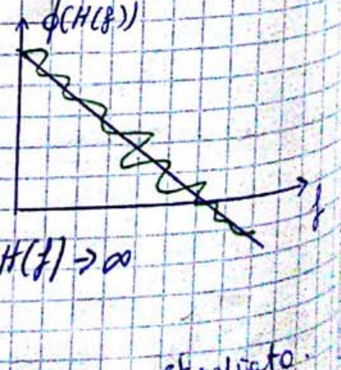
L'ordine del filtro è IDENTICO AL RITARDO

retta → LA PENDENZA DELLA RETTA È IL RITARDO τ

Come si calcola $H(f)$?

$$H(f) = \frac{X_2(f)}{X_1(f)}$$ idealmente →



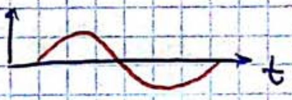


però $H(f)$ è molto instabile quando $X_1 \to 0$ poichè $H(f) \to \infty$
Inoltre è soggetta al LEAKAGE di potenza
↓
Il grafico che si ottiene deve essere interpolato per essere studiato.
→ Si ha un errore di interpolazione però trascurabile

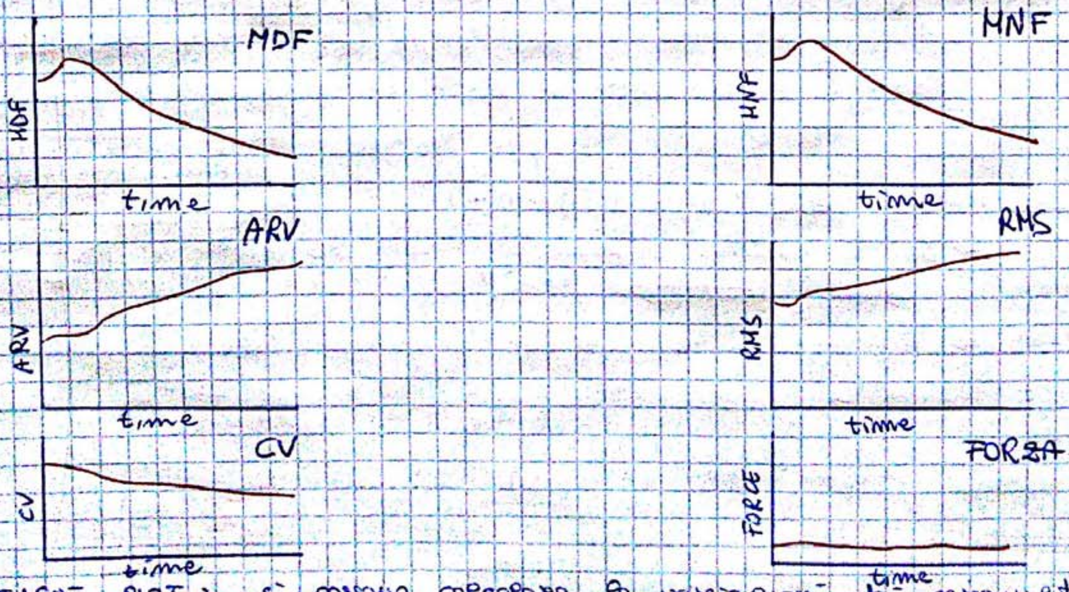
4) Quale tecnica è computazionalmente più semplice e veloce?
5) Quale tecnica può essere implementata online?
6) Quale tecnica è più adatta a piccoli valori di distanze interelettrodo?

- Ipotesi: contrazione isometrica a forza costante.
  - la CV diminuisce nel tempo
  - MDF e MNF diminuiscono anch'esse come conseguenza della dim. della CV.
    ↳ i pot. d'az. passano con minore f. sotto gli elettrodi.
  - AVR e RMS tendono ad avere andamento crescente durante la contrazione
    ↓
    il segnale perde in frequenza ma cresce in ampiezza. Perchè?

Non è mai stato dimostrato che ogni unità motoria dopo essere reclutata venga dereclutata. → NON SI HA CALO DI SORGENTI → n° di unità motorie è sempre lo stesso.
Nel caso di contrazioni volontarie potrebbe essere l'NSC a sincronizzare i segnali.
Però lo stesso comportamento di AVR e RMS si ha quando si stimola elettricamente il muscolo
↓
Dunque?
Quando CV è elevata →  velocità v

Quando si ha CV: v' << v 
↓
Aumenta l'area sottesa al grafico al calo della CV. Poichè AVR e RMS sono misure di area ($\int x$) al diminuire della CV si ha un calo innescamento.
↓
Nel caso di contrazioni volontarie sono meno marcati che nel caso di stimolazione elettrica.

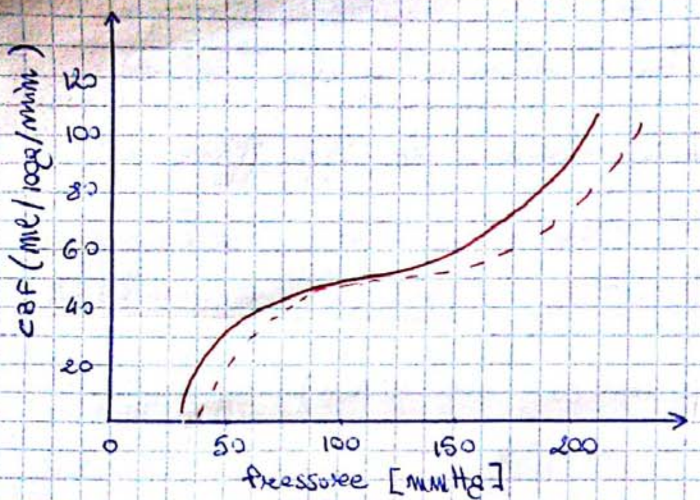
(*) CONTRAZIONI STIMOLATE ELETTRICAMENTE



- FATIGUE PLOT: si possono calcolare le variazioni dei parametri di contrazione in %. però si perde la conoscenza dei valori originari (non normalizzati) a meno che questi non vengono riportati.

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 112



→ Si nota come il flusso resta costante.

Limiti:
"Lower Limit of the Autoregulation"
- se p va sotto una certa soglia AR fallisce
LLA ≅ 80 mmHg
- se p è troppo alta AR fallisce
ULA ≅ 160 mmHg

PRESSIONE SISTOLICA
soggetto sano: 80 mmHg < p < 120 mmHg
iperteso: .. < p < 130-140 mmHg

- La pressione arteriosa determina la CCP ("PRESSIONE DI PERFUSIONE CEREBRALE"):

$$CCP = ABP - ICP$$

PRESSIONE DI PERFUSIONE CEREBRALE — PRESSIONE ARTERIOSA SISTEMICA — PRESSIONE INTRACRANICA

CCP è definita come la differenza di pressione tra flusso ematico in ingresso ed in uscita

⇒ DUNQUE CI SONO DEI LIMITI A CCP → SE NON SONO RISPETTATI L'AUTOREGOLAZIONE NON PUÒ PIÙ COMPENSARE.

Situazioni critiche:
- trauma cranico: ICP ↑, CCP ↓ poiché ABP non può compensare
- svenimento: ABP ↓ → Per compensare la persona si deve stendere per far sì che la gravità non incida su CCP.

AR → Variazione stato vascolare in base alla pressione
↓
Chi lo fa? CELLULE DELLA MUSCOLATURA LISCIA
↓
Sono presenti negli organi che hanno proprietà contrattili (volontarie o involontarie)

LISCE → sono cellule contrattili con corpo allungato in situazioni di riposo, avvolte in una rete proteica. Quando sono in contrazione la maglia si stringe.
↓
Grosso riduzione di volume in poco spazio.

Sono presenti nella parete vascolare di vene ed arterie.
↳ Quando queste cellule cambiano, cambia il diametro del "tubo".
Queste cellule sono le prime che degenerano
ATEROSCLEROSI → deposizione di lipidi sulle pareti del vaso → Riduzione diametro.
ARTERIOSCLEROSI → Modificazione con perdita delle proprietà contrattili delle pareti del vaso con sostituzione di fibre.

Scanned by CamScanner

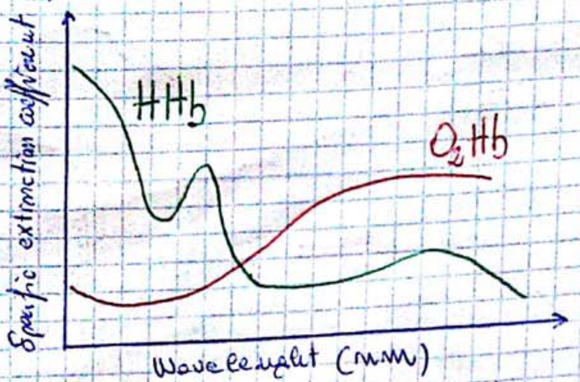
d → cammino ottico dei fotoni

α → coeff. di estinzione molare → quanto assorbe una molecola di composto (dB)

μ_a → coeff. di attenuazione lineare (per l'acqua*).

Dalla legge, noto d e noto α si calcola c!

Spettro EMOGLOBINA:



EM ha 2 spettri:

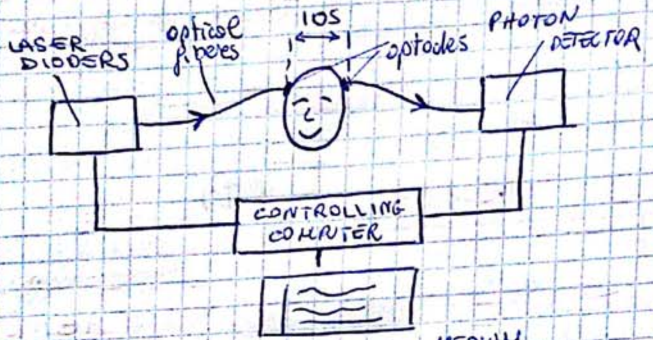
ROSSO → EMOGLOBINA LEGATA A O_2

VERDE → EMOGLOBINA LEGATA A CO_2
↳ carbossi emoglobina

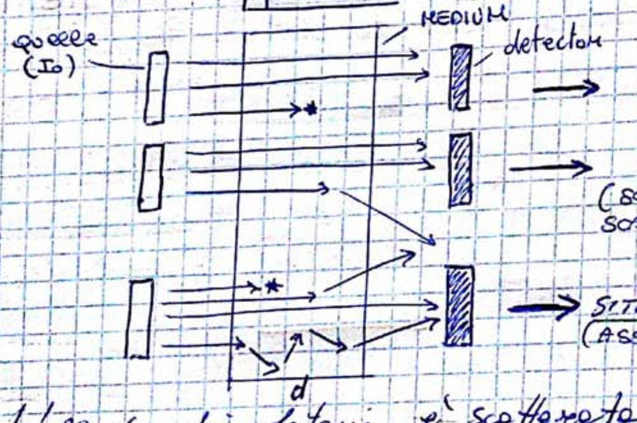
⇓

AVENDO SPETTRI DIFFERENTI, SI POSSONO CALCOLARE ENTRAMBI GLI SPETTRI

O_2Hb → comparto arterioso, HHb → comparto venoso



→ Struttura possibile solo sui neonati
↓
Per l'adulto l'osso è troppo spesso per rilevare un IR uscente a patto di mantenere una intensità sicura
↓
Si genera lo SCATTERING e l'ASSORBIMENTO.



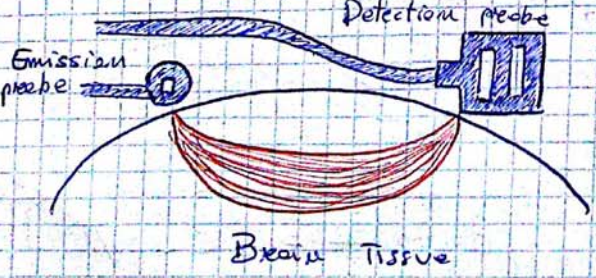
→ CASO IDEALE (SOLO ASSORBIMENTO)

→ REALE (SOLO SCATTERING) → I fotoni deviati non raggiungono il ricevitore
↓
Perdita fotoni

→ SITUAZIONE COMBINATA (ASSORBIMENTO + SCATTERING)

→ L'80% dei fotoni è scatterato. → PROBLEMA.

Per risolvere il problema si deve usare una geometria diversa che tiene conto della deflessione dei fotoni.



⇒ BANANA SHAPE
↓
Si catturano l'80% dei fotoni che entrano, deflettono ed escono

CO_2Hb → costante all'inizio

O_2Hb → dopo un certo valore si stabilizza → LIMITE DELLA VASODILATAZIONE

Superato questo limite anche la CO_2 aum...

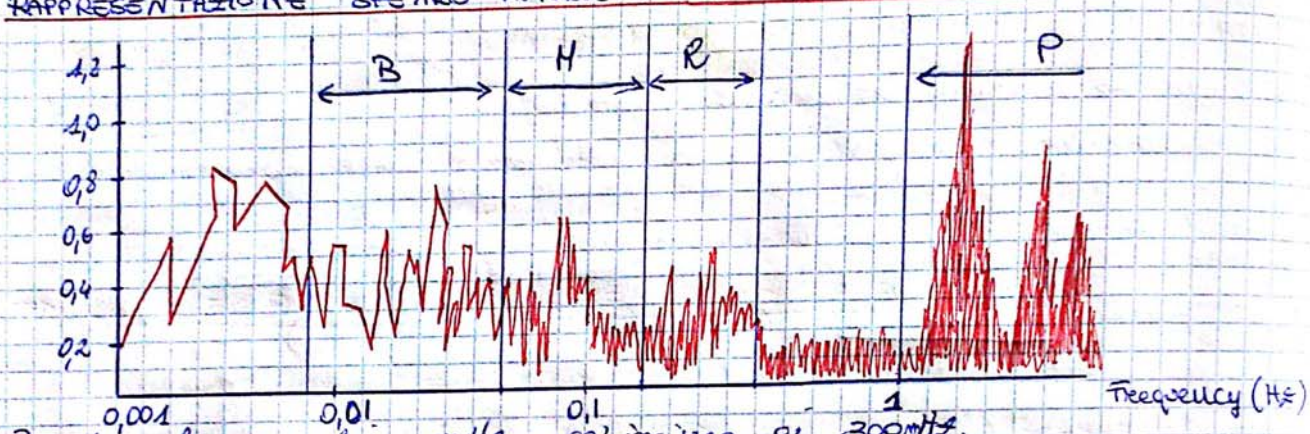
Questo aumento porta il soggetto a respirare di nuovo e a sve...
(si può arrivare al colpo diaframmatico)

- Iperventilazione

O_2 decresce e il soggetto sviene

Dovuto a respiri profondi e rapidi

RAPPRESENTAZIONE SPETTRO AUTOREGOLAZIONE NEL DOMINIO DI FOURIER.



Banda che va dai mHz all'incirca di 300mHz.

↳ si vuole una RISOLUZIONE SPETTRALE TEORICA = 1 mHz

Per avere questa risoluzione servirebbe un brano della durata di 15 min.

↳ IMPOSSIBILE CHE IL SEGNALE PER UN ARCO DI TEMPO COSÌ LUNGO SIA WSS.

NON SI POSSONO APPLICARE IL CORRELOGRAMMA O IL PERIODOGRAMMA.

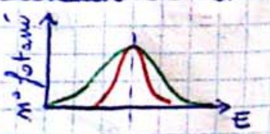
27/04/15

STRUTTURA DEL DISPOSITIVO NIRS

- LIGHT SOURCE → Emettitore: fornisce energia elettromagnetica nel campo dell'IR → Possono essere DIODI LASER o LED.
Potenza ottica emessa molto bassa → non c'è riscaldamento dei tessuti

LASER → I fotoni hanno un'energia ben definita
↳ gaussiana stretta.

LED → fotoni con gaussiana molto più larga



Quale sorgente è conveniente?
Per risolvere il sistema di eq sarebbe conveniente avere una sorgente laser. → Questo perché λ deve appartenere al cromoforo con una ben definita λ; quindi poiché la gaussiana è più stretta va meglio.
Ultimamente si usano LED a banda abbastanza stretta (costano €)
↳ poiché sono meno costosi e più facili da pilotare.

- SOURCE DRIVER → CIRCUITO DI PILOTAGGIO

- OPTICAL DETECTOR → fotodiodo → dispositivo che converte in corrente / trasforma l'energia ottica che riceve. → Si basa su quanti fotoni sono arrivati e non con quale energia.
↓
Quindi come si fa? → DISPOSITIVO TIME RESOLVED → Accendo la sorgente in momenti diversi.
Più corto è l'impulso, maggiore è f_c → però un breve impulso va bene

b) BANDA M $\Rightarrow$ $40-50\ mHz \leq f_M \leq 150\ mHz$

Comune a tutti i mammiferi → da l'idea di come è SNC controlla le cellule muscolari lisce.

Questa banda ha un "picco" a 100 mHz → costante di tempo meccanismo barocettori - SNC - cell. musc. lisce come rappresenta che nell SNC c'è un oscillatore che regola le cose.

c) BANDA R $\Rightarrow$ $150\ mHz \leq f_R \leq 300\ mHz$

Dovuta alla respirazione → frequenza degli atti respiratori

Respirando varia la pressione intratoracica, varia il ritorno venoso e quindi questo varia la pressione sanguigna

Banda di minore interesse.

d) BANDA P → $f_P \geq 1\ Hz$

Non interessa poiché è la banda della PULSATILITÀ CARDIACA

↳ Si studia con l'ECG.

⇒ LE VERE BANDE DI INTERESSE SONO LA B E LA M.

Problema lunghezza segnale:

$\Delta f = 1\ mHz \rightarrow \Delta t \simeq 15\ min$ ⇒ SEGNALE NON WSS → NON SI PUÒ USARE PSD TRADIZIONALE

STIMA SPETTRALE PARAMETRICA

Viene usata tutte le volte in cui la stima spettrale tradizionale funziona male.

↳ Segnale corto o incompatibile con la risoluzione spettrale teorica necessaria

↳ Frequenza di campionamento non costante: alcuni segnali hanno f_c variabile (es → misurazione conc. di CO_2 in un soggetto che corre → il ritmo varia!)

⇓

Questo 2 motivo non viola comunque il Teorema di Nyquist: $f_c \geq 2 f_s$

Problema: Matlab usa f. normalizzate rispetto a f_c → Quindi come si fa a dare una f_c variabile

Perciò conviene usare la stima parametrica → È un processo che usa il segnale per costruire un modello con dei parametri su cui farò la stima
→ Non si fa la stima dei parametri!

I modelli sono lineari tempo invarianti → AR, MA, ARMA

Per ogni modello ho dei parametri → vettori 'a' e 'b'

È più facile commettere errori di scelta → modello, parametri...

⇓

APPROCCIO MODELLISTICO:

29/04/15

1) SCELTA DEL MODELLO APPROPRIATO PER RAPPRESENTARE IL SEGNALE

↳ Sistemi LTI → $H(z)$ → AR, MA, ARMA

2) SCELTA DELL'ORDINE DEL MODELLO ($\propto$ al n° di radici)

Scanned by CamScanner

La PSD si ottiene tramite l'equazione del modello ARMA

$$P_{xx}(z) = P_{uu}(z) \cdot \underbrace{H(z) \cdot H(1/z^*)}_{|H(f)|^2} \Longleftarrow \underbrace{P_{xx}(f) = P_{uu}(f) \cdot |H(f)|^2}_{\text{Fourier}}$$

$\Downarrow$

$$P_{xx}(z) = P_{uu}(z) \cdot \frac{B(z)\,B^*(1/z^*)}{A(z)\,A^*(1/z^*)} \xrightarrow{\text{si ricava la PSD nel dominio di Fourier trasformando } z = e^{j2\pi fT} \text{ e scalando la potenza}} P_{ARMA}(f) = T\rho_u |B(f)/A(f)|^2$$

Però noi è la varianza di u poiché è gaussiano bianco!

E la PSD dei casi particolari AR e MA sono:

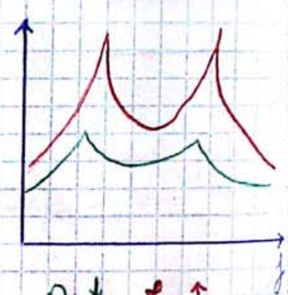
ρ_u = varianza

AR $\rightarrow$ $P_{AR}(f) = T\rho_u / (|A(f)|^2)$

MA $\rightarrow$ $P_{MA}(f) = T\rho_u \cdot |B(f)|^2$

Problemi: - si deve costruire $H(z)/H(f)$
- ρ_u è una variabile casuale

Lo spettro riporta solitamente errori sulla scala verticale:
$\Downarrow$
PORTA AD UN CALCOLO ERRATO DELLE POTENZE ASSOLUTE SE NON SI CONSIDERA ATTENTAMENTE ρ_u.
SI POSSONO INVECE CALCOLARE IN MODO PIÙ CORRETTO LE POTENZE RELATIVE
$\Downarrow$
DIFFERENZA DA UNA PSD TRADIZIONALE



$\rho_u \downarrow$ $\rho_u \uparrow$

③ SCELTA DEL MODELLO:

La scelta tra AR, MA o ARMA è abbastanza equivalente $\rightarrow$ L'unica differenza è l'ordine!
$\Downarrow$
$H(z)$ può essere ottenuta con tutti i tipi di modello.

$\rightarrow$ Però si scelgono sempre modelli AUTOREGRESSIVI (AR) $\rightarrow$ Perché?
- $\rightarrow$ Perché con un AR si utilizza solo $x[n]$, che ci permette il calcolo dei coeff. $a[i]$ conoscendo $x[n]$
  - $\hookrightarrow$ FACILITAZIONE ALGORITMICA

e se si volessero usare un MA o ARMA?

$\rightarrow$ Si definisce il denominatore polinomiale di un modello AR(∞) come:

$$C(z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} c(k)\, z^{-k} \qquad H(z) = 1/C(z)$$

$c(k) \rightarrow$ vettore dei coeff.

I parametri $c[k]$ sono equivalenti a quelli di un modello ARMA(p,q) in modo che:

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{1}{C(z)} \longrightarrow C(z)\,B(z) = A(z) \Rightarrow$$

$B(z) \rightarrow$ ordine q; $A(z) \rightarrow$ ordine p

È UN SISTEMA LINEARE, IN TEORIA DI ORDINE ∞

Scanned by CamScanner

I parametri del modello sono collegati anche alla funzione di autocorr.
→ Data la relazione:

$$x[n] = -\sum_{k=1}^{p} a[k]\, x[n-k] + \sum_{k=0}^{q} b[k]\, u[n-k]$$

si moltiplichino ambo i membri per $x^*[n-m]$ e si consideri il valore atteso:

$$E\{x[n]\cdot x^*[n-m]\} = -\sum_{k=1}^{p} a[k]\, E\{x[n-k]\, x^*[n-m]\} +$$

$$+ \sum_{k=0}^{q} b[k]\, E\{u[n-k]\, x^*[n-m]\}$$

$$r_{xx}[m] = E\{x[n]\cdot x^*[n-m]\}$$

$$\underbrace{r_{xx}[m-k] = r_{xx}[k-m]}_{\text{poiché } r_{xx} \text{ è hermetiana}} = E\{x[n-k]\cdot x^*[n-m]\}$$

$$r_{ux}[m-k] = E\{u[n-k]\, x^*[n-m]\}$$

e riportando la formula in funzione dell'auto/cross-correlazione si ha:

$$r_{xx}[m] = -\sum_{k=1}^{p} a[k]\, r_{xx}[m-k] + \sum_{k=0}^{q} b[k]\, r_{ux}[m-k]$$

Se si assume $u[k]$ rumore bianco:

$$r_{ux}[i] = E\{u[n+i]\, x^*[n]\} = E\{u[n+i]\left[\sum_{k=1}^{\infty} h^*[k]\, u^*[n-k] + u^*[n]\right]\}$$
$$= r_{uu}[i] + \sum_{k=1}^{\infty} h^*[k]\, r_{uu}[i+k]$$

$$\Downarrow$$

$$r_{ux}[i] = \begin{cases} 0 & i>0 \\ \rho_u & i=0 \\ \rho_u\, h^*[-i] & i<0 \end{cases}$$

L'equazione precedente si traduce nel sistema lineare

$$r_{xx}[m] = \begin{cases} r_{xx}[-m] & m<0 \\ -\sum_{k=1}^{p} a[k]\, r_{xx}[m-k] + \rho_u \sum_{k=0}^{q} b[k]\, h^*[k-m] & 0\le m\le q \\ -\sum_{k=1}^{p} a[k]\, r_{xx}[m-k] & m>q \end{cases}$$

→ idealmente $e^f[n] = 0$ ma impossibile realmente → Quindi si guarda il contenuto di e^f, cioè se ha elementi grandi (non va bene) o piccoli (ragionevoli).

↓

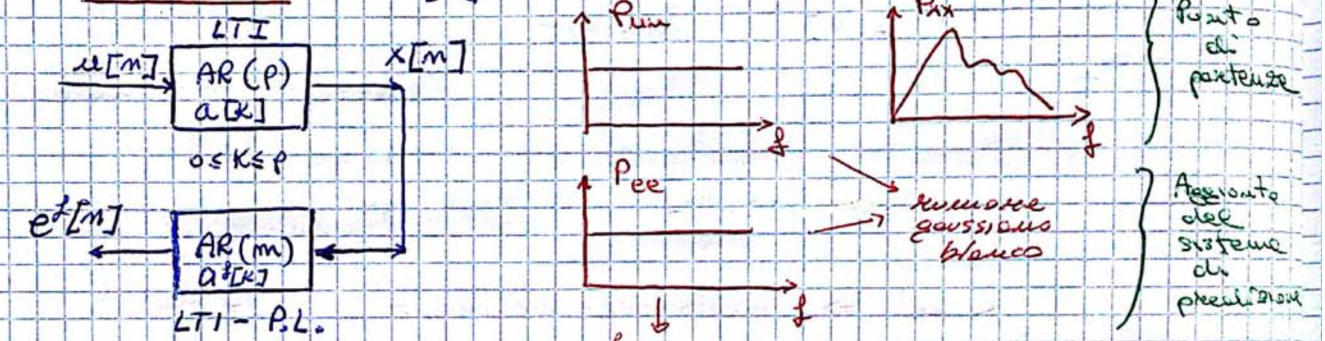
Quindi per valutare $e^f[n]$ si valutano le sue caratteristiche:

- ordine
- varianza: $\rho^f = E\{|e^f[n]|^2\}$

→ Si ottiene quindi:

$$x[n] = \hat{x}^f[n] + e^f[n] \rightarrow x[n] = -\sum_{k=1}^{m} a^f[k]\, x[n-k] + e^f[n]$$

⇒ ORA È UN AR → $e^f[n]$ è simile ad un ingresso!



↓ $e^f[n]$ non contiene info freq.

⇓

Si riscontra che la FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DEI 2 SISTEMI È LA MEDESIMA CHE FUNZIONA INVERSAMENTE DALL'UNO ALL'ALTRO.

⇓

AR(p) e AR(m) COINCIDONO ⇒ ORDINE: $m = p$

Quindi l'ordine si definisce come segue: data una sequenza numerica e fatta l'estrazione del predittore lineare, si sarà trovato l'ordine giusto quando l'errore di predizione è un rumore gaussiano bianco.

⇘ METODO TEORICO

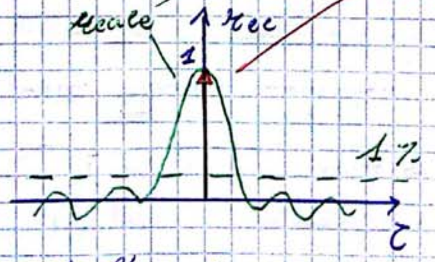
Inoltre $a[k] = a^f[k]$

Si dice che il predittore ottenuto è un FILTRO SBIANCANTE.

Come si fa a capire se una sequenza numerica è assimilabile ad un rumore gaussiano bianco?

Ci sono 2 metodi:

1) r_{ee}



Si ottiene tramite uno stimatore non polarizzato

Nel caso teorico basta vedere che si ha tutto concentrato in 0.

Nel caso pratico, posta una soglia (1%) si ricava che la sequenza è un r.g.b. se tutte le oscillazioni tranne quella max stanno al di sotto di quella soglia.

Inoltre si pone attenzione alle bande del segnale.

Punti critici:
- numero di campioni
- finestra
- consistenza → se aumenta, aumentano i valori dei picchi delle oscillazioni.

Calcolo dei coefficienti:

Si dimostra che la soluzione per un filtro predittore di ordine m (m coeff.) è data in forma ricorsiva:

$$\Delta_m = \begin{cases} r_{xx}[1] & \text{se } m=1 \\ \sum_{k=1}^{m-1} a^f_{m-1}[k]\, r_{xx}[m-k] + r_{xx}[m] & \text{se } m>1 \end{cases}$$

dove

$$a^f_m[k] = \begin{cases} -\Delta_m / (\rho^f_{m-1}) & \text{se } k=1 \\ a^f_{m-1}[k] + a^f_m[m]\,(a^f_{m-1}[m-k])^* & \text{se } 1 \le k \le m-1 \text{ e } m > 1 \end{cases}$$

ULTIMO VALORE CALCOLATO

→ Varianza: $\rho^f_m = \rho^f_{m-1}(1 - |a^f_m[m]|^2)$

- $k > m$ → VARIANZA COSTANTE
- c.i.: $\rho^f_0 = r_{xx}[0]$

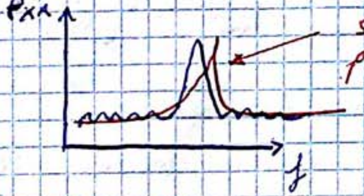
Algoritmo di Levinson → RICORSIVO → Calcolo del nuovo coeff. e aggiornamento del valore della varianza!

I parametri si calcolano solo per un preciso ordine!

- Ci sono altri metodi per il calcolo dei parametri:

(1) YULE - WALKER: Vengono calcolati direttamente i parametri AR risolvendo il sistema lineare (es → algoritmo di Levinson).
Questo metodo ha scarsa risoluzione se applicato a blocchi di dati di lunghezza limitata.

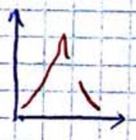
(2) METODO DI BURG → Criterio a massima entropia → dato un sistema la possibilità di ottenere lo stesso risultato è molto bassa.
↓
Calcolo dell'istogramma (o densità di probabilità)



si ha uno spostamento delle frequenze soprattutto per ordini troppo alti
⇓
INTRODUZIONE BIAS

(3) METODO DELLA COVARIANZA: simile al criterio di Burg ma invece di massimizzare l'entropia si minimizza l'errore quadratico.

(4) METODO DELLA COVARIANZA MODIFICATA: Minimizzazione degli errori di predizione diretta e inversa passo-passo (e non alla fine come Burg)
Può non essere garantita la stabilità del filtro →



Calcolo spettro tramite i parametri

$$P_{AR}(f) = \frac{T\rho_m}{\left|1 + \sum_{k=1}^{p} a[p]\, e^{-j2\pi k f T}\right|^2} = T \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r_{xx}[k]\, e^{-j2\pi f k T}$$

→ Data la $r_{xx}[m]$ per ritardi da 0 a p si risolvono le equazioni di Yule-Walker, si ottengono i coefficienti $a[k]$ e si calcola $P_{AR}(f)$.

→ Si estrapolano i valori dell'ACS $r_{xx}[m] = -\sum_{k=1}^{p} a[k]\, r_{xx}[m-k]$ per $m > p$ e si ricalcola il correlogramma a maggiore risoluzione
⇓
STIMA SPETTRALE AD ALTA RISOLUZIONE
(o A RISOLUZIONE INFINITA)

tramite r_{xx} ottengo i coeff., dopodiché allungo r_{xx} con i coeff. predetti.
↓
PERÒ GLI ELEMENTI INTERPOLATI NON SONO REALI, MA FITTIZI → Aumento "apparente" di risoluzione

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 112

Il segnale che maggiormente si studia con la stima parametrica è la VARIABILITÀ CARDIACA (HVR)

↳ il battito cardiaco non è un PROCESSO PERIODICO → la distanza tra 2 battiti è una VARIABILE CASUALE

↓

$d_1 \neq d_2$

La variabilità deriva da fattori che influenzano la pompa cardiaca:
- metabolici
- vascolari
- respiratori

} anche in condizioni di riposo

↓

Variazioni in base all'esigenza del soggetto

Come si capisce se la variabilità cardiaca è corretta? V.C. = fenomeno fisiologico

Tramite stimolo → si tiene in piedi un soggetto sdraiato

Come si misura?

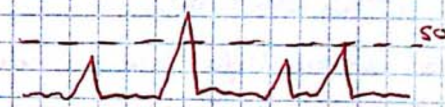
Il segnale base è l'ECG → si prendono in considerazione le distanze tra vari battiti → distanza in ms.

freq. cardiaca soggetto sano: ~ 850 - 900 ms (60 battiti/min medie)

Per il calcolo delle distanze si utilizza l'ONDA R → L'onda R si trova tramite una soglia che evidenzia l'onda max

↳ Istruzioni matlab: diff., sigm

Però le onde R hanno altezze variabili



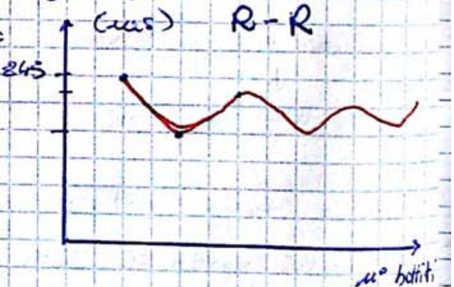
↳ Si rischiano di perdere delle onde R (sottosoglia)

Dal calcolo delle distanze si crea un grafico:

asse y → distanza in ms
asse x → n° battiti

↓

Si costruisce il grafico delle distanze R-R



↓

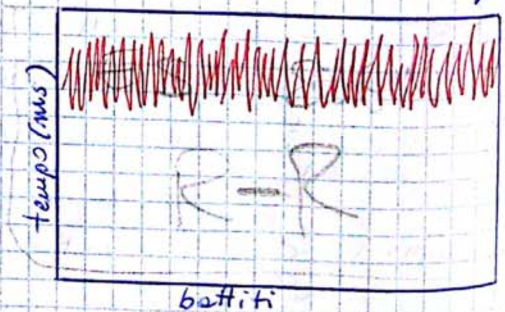
QUESTO SEGNALE È DETTO SEGNALE R-R

↳ È UN PROCESSO CASUALE CON VALOR MEDIO NON NULLO

Se la f cardiaca aumenta il segnale R-R diminuisce → onde R più vicine.

Si studia la VARIABILITÀ del segnale R-R!

Valore medio: ~ 850 ms



[Si studia tramite STIMA PARAMETRICA:]

· la fc non è costante: i battiti non sono equidistanti

⊙ Nella stima parametrica è obbligatorio rimuovere il VALOR MEDIO?

⊙ STIMA SPETTRALE TRADIZIONALE → Si rimuove poiché se no si ha LEAKAGE DI POTENZA IN CONTINUA

⊙ STIMA SPETTRALE PARAMETRICA → Non si usano i concetti di polarizzazione e consistenza → lasciare il valore medio non è un problema → si avrà una componente continua e quindi una radice in più

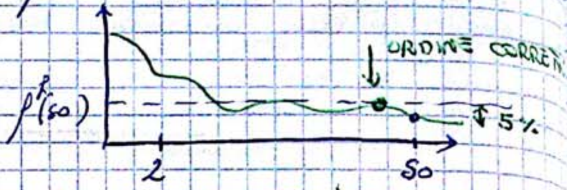
↳ Tra un segnale a valore medio nullo e uno no, il modello avrà ordine diverso

Scanned by CamScanner

Si calcola p^t tra 2 e 50, considerando $p^t(50)$ = VARIANZA ASINTOTICA
Si trova l'ordine.

Ordine 50 e soglia 5% sono consigli -> se non si ottiene il risultato voluto variarle.

Solitamente: m < 20



L'ORDINE È CORRETTO SE IN QUESTO RANGE DI m LO SPETTRO È SIMILE ⇐ Range di m corretto

2- SPETTRO: cicli/battito -> ciclo/s usando il valore medio di R-R
↓ divido l'asse per $\frac{\text{valore medio}}{\text{N° campioni}}$

arburg -> calcolo coeff. e varianza
ar...

NFFT -> indipendente dalla lunghezza del segnale R-R -> SEMPRE: NFFT = 2^i
↳ l'aumento di NFFT si può incrementare a piacere senza causare variabilità

11/05/15

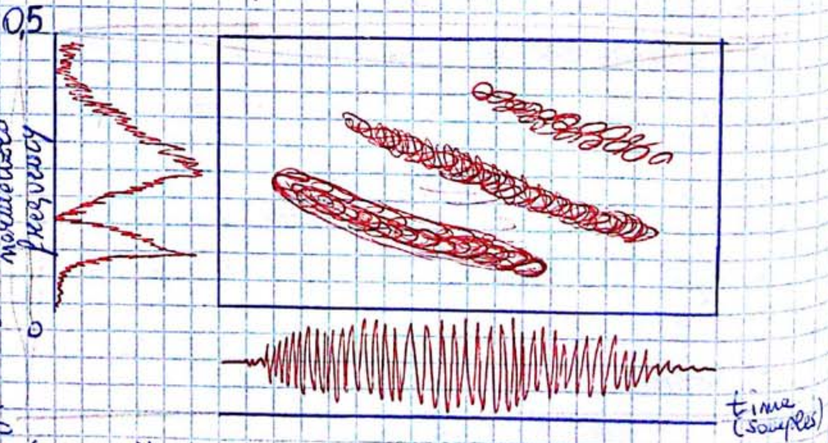
Segnali che non sono stazionari in senso lato -> esempio: EMG a forza non costante e non isometrica
↳ NON VALE PIÙ IL TEOREMA DI WIENER-KINTCHINE
↓
Come si effettua stima spettrale in questo caso?

Esempio di partenza: segnale ultrasonico emesso da un pipistrello
↳ il pacchetto di ultrasuoni emesso è un processo non stazionario.

Si costruisce un grafico TEMPO (s/samples) - FREQUENZA (volendo normalizzata)
-> Poiché il segnale non è WSS allora anche nel tempo si hanno caratteristiche rilevanti e variabili
↳ ≠ dal teorema di W-K dove si ipotizzavano le informazioni temporali costanti e quindi di poca importanza.

Si riscontrano frequenze variabili nel tempo -> ad ogni istante di tempo si ha una f diversa.
↘ implica necessariamente la non stazionarietà

BAT CRY -> 3 bande
↓
Segnale tricomponente che si innestano a tempi e frequenze diverse / decrescenti nel tempo.



ULTRASUONI: più è alta la f degli impulsi più si ha attenuazione del mezzo di prop. ↓

Le f più basse sono inviate prima di tutte poiché devono avere il tempo di allontanarsi a suff. e tornare, poi le f medie e infine f più alte che giungono a poca distanza.
↳ le 3 bande corrispondono proprio a questi 3 metodi di scansione

La modulazione di f è utilizzata dal pipistrello per capire quale componente ha inviato e ricevuto in un ambiente rumoroso.

SHORT-TIME FOURIER TRANSFORM

Si stringe il più possibile la finestra di osservazione di un segnale non WSS così da renderlo WSS in quella finestra.

↳ Si sacrifica la risoluzione teorica della PSD.

variabile per convoluzione

$$STFT_x^\gamma(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t')\,\gamma(t'-t)\,e^{-j2\pi f t'}\,dt'$$

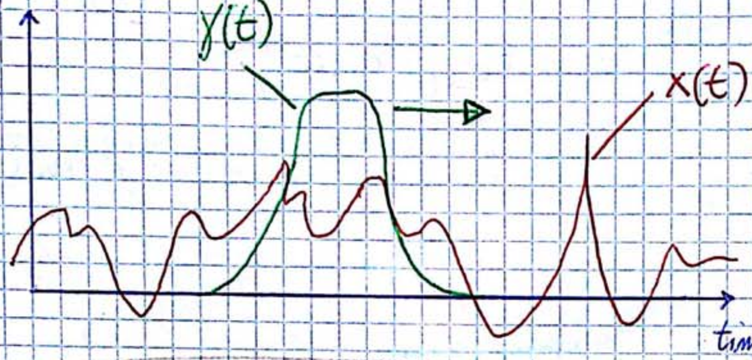
La finestra viene scorrere sul segnale e per ogni istante si calcola la trasformata di Fourier.

⇓

Il segnale risulta una somma tante f impacchettate tra di loro

⇓

Si ottengono tante f quanti sono gli istanti temporali del segnale.



⟹ MATEMATICAMENTE SI HA UNA CONVOLUZIONE → funzione bidimensionale (f,t)

⇓

GRAFICO TEMPO-FREQUENZA

LA STFT è lineare? SI! POICHÈ SIA LA TRASFORMATA DI FOURIER SIA LA CONVOLUZIONE SONO OPERAZIONI LINEARI E QUINDI IL PRODOTTO DI DUE OPERATORI LINEARI È ANCORA UN OPERATORE LINEARE.

Come si dimostra se un operatore è lineare? Se vale la SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.

↳ Quindi se $x(t)$ è la somma di 2 segnali la sua STFT sarà la somma delle 2 STFT delle 2 componenti del segnale $x(t)$.

Finestra molto piccola → Segnale WSS → Non si viola W-K

Svantaggi tecnica:

- Calo molto brusco della risoluzione teorica
- Difficile trovare la giusta dimensione della finestra di un segnale che non si conosce senza violare il teorema di W-K.

La STFT:
- Non è reale e quindi non è positiva (complesso)
- è simmetrica (poiché è una trasformata di Fourier)

⇓

Per trovare la PSD della STFT si deve prendere il MODULO QUADRO:

SPECTOGRAM

$$\boxed{SPEC_x^\gamma(t,f) = \left| STFT_x^\gamma(t,f) \right|^2}$$

è reale, positiva e simmetrica.

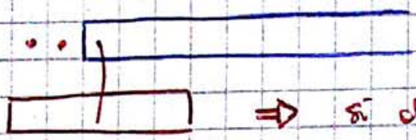
Si deve rimuovere il valore medio ed il trend!

→ Se un segnale ha rapide variazioni temporali si vorrebbe avere una finestra molto piccola, che però come abbiamo detto impatta del tutto la risoluzione teorica che ricercherebbe una finestra grande.

↳ Di solito si prende una finestra intermedia che però non è detto funzionino adeguatamente.

Tipo di finestre? Tutte quelle di stima spettrale → Hamming, hanning...

Punti critici:



⇒ si deve fare ZERO PADDING

Quante righe ha la matrice S? $\boxed{\frac{NFFT}{2}+1}$ → Solo il semiasse positivo delle f, quello negativo è troncato

Come si implementa? CICLO FOR

for
  if — blocco decisionale per gestire la criticità rispetto a se ci si trova all'inizio, in mezzo o alla fine di x.
  X.*W → calcolo elemento x elemento con il pezzo corretto di x[n]
  fft(...., NFFT) → Calcolo fft
  S(....) = → Posizionamento del valore in S.
  → inizio
  → centro
  → fine
end

$t = [1 : size(S,2)] \cdot \frac{1}{f_c}$, $t = [1 : length(x)] \cdot 1/f_c$

L'asse temporale non parte da 0, ma da $1/f_c$

$f = [\underbrace{0 : size(S,1) - 1}] \cdot \frac{f_c}{NFFT}$

Si pone così e non $[1 : size(S,1)]$ poiché serve la componente continua $f = 0$!

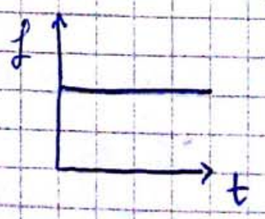
• ATTENZIONE: vettore incrementale

for $a \le k \le b$, avendo già definito un $a = [\,\dots\,]$

$a = [a \quad k]$

Il problema si complica con l'aggiunta di righe e colonne ad una matrice.

Sinusoide in forma analitica



BILINEAR TIME - FREQUENCY DISTRIBUTIONS

- Stationary case

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{x(t-\tau) \cdot x^*(\tau)}_{\text{è il prodotto che da la misura della correlazione}} d\tau$$

$$P_{xx}(f) = F_{\tau \to f}\{r_{xx}(\tau)\}$$

$$P_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

- Non-stationary case

la funz. di autocorrelazione dipende sia dal tempo che dal ritardo.

$$R_{xx}(t,\tau) = x\left(t+\frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$ FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE ISTANTANEA

Misura di correlazione dipendente dal tempo → Non si ha più l'integrale

il ritardo è dimezzato → si sposta un pezzo a destra e uno a sinistra → alla fine il ritardo è sempre τ.

→ ritardo DIMEZZATO e SIMMETRICO

$$P_{xx}(t,f) = F_{\tau \to f}\{R_{xx}(t,\tau)\}$$

↳ si trasforma il ritardo in frequenza

Questa trasformata è detta Wigner - Ville transform (WV)

$$WV_{xx}(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

$$WV_{xx}(t,f) = F_{\tau \to f}\{R_{xx}(t,\tau)\}$$

Non è altro che il teorema di W-K applicato in un tempo-istantaneo.

Esempio: si ha una sinusoide scritta in forma analitica

$$x(t) = e^{j2\pi f_0 t}$$

WV calculation:

$$R_{xx}(t,\tau) = x\left(t+\frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) = e^{j2\pi f_0 \left(t+\frac{\tau}{2}\right)} \cdot e^{-j2\pi f_0 \left(t-\frac{\tau}{2}\right)}$$

$$= e^{j2\pi f_0 \tau}$$

Per calcolare $WV_{xx}(t,f)$ si deve trasformare $\tau \to f$.

$$\Rightarrow WV_{xx}(t,f) = F_{\tau \to f}\{e^{j2\pi f_0 \tau}\} = \delta(f-f_0)$$ ⇒ È UNA DELTA CENTRATA IN f_0

Il vantaggio rispetto alla STFT è che non si ha più un'operazione di finestratura.

↳ SI LAVORA A PIENA RISOLUZIONE

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 112

- Come si possono attenuare questi termini oscillanti?

Si introduce la FUNZIONE DI AMBIGUITÀ: → funzionamento base del radar

$$AF_{xx}(\tau,\vartheta) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau,t)\, e^{+j2\pi\vartheta t}\, dt$$

ANTITRASFORMATA DI FOURIER DELL'ACS DALLA VARIABILE ϑ (frequenza) DALLA VARIABILE t

$$AF_{xx}(t,\vartheta) = F^{-1}_{t\to\vartheta}\{R_{xx}(t,\tau)\}$$

ϑ = RITARDO DI FREQUENZA

Con questa operazione, nel piano dell'AF sono facilmente individuabili i termini oscillanti.

$$x(t) \xrightarrow{} R_{xx}(t,\tau) \begin{cases} \xrightarrow[3]{\mathcal{F}_{\tau\to f}} WV_{xx}(t,f) \\ \xrightarrow[1]{\mathcal{F}^{-1}_{t\to\vartheta}} AF_{xx}(\vartheta,\tau) \xrightarrow[2]{\mathcal{F}_{\vartheta\to t}} \ \mathcal{F}_{\tau\to f} \to WV_{xx}(t,f) \end{cases}$$

3: metodo diretto

1, 2: metodo indiretto

ϑ → Dimensioni di f. È il duale di τ → τ = ritardo in tempo; ϑ = ritardo in f.

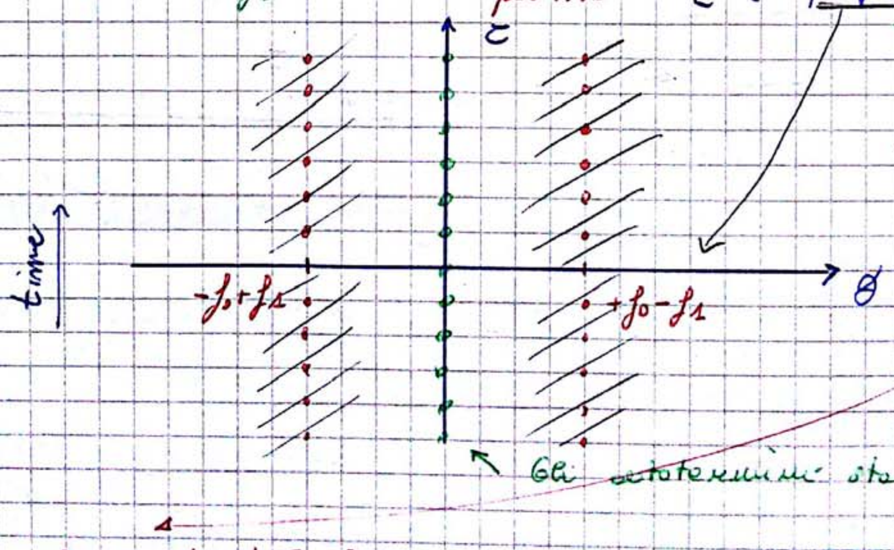
Si riprende l'esempio delle sinusoidi che generano interferenza.

$$x(t) = e^{j2\pi f_0 t} + e^{j2\pi f_1 t}$$

$$R_{xx}(t,\tau) = e^{j2\pi f_0\tau} + e^{j2\pi f_1 \tau} + \cos(2\pi(f_0-f_1)t)\, e^{j2\pi\frac{f_0+f_1}{2}\tau}$$ → Si è passati da t e τ

$$AF_{xx}(\tau,\vartheta) = [\underbrace{e^{j2\pi f_0\tau}}_{\text{autotermine a } f_0} + \underbrace{e^{j2\pi f_1\tau}}_{\text{autotermine a } f_1}]\,\underbrace{\delta(\vartheta)}_{\text{Semiasse positivo}} + e^{j2\pi\frac{f_0+f_1}{2}\tau}\cdot[\delta(\vartheta-f_0+f_1)+\delta(\vartheta+f_0-f_1)]$$

- AUTOTERMINI ↓ SONO OSCILLANTI (CROSS TERMINI)
- TERMINI INTERFERENTI ↓ SONO SIMMETRICI, OSCILLANTI E NON SI TROVANO MAI SULL'ASSE τ



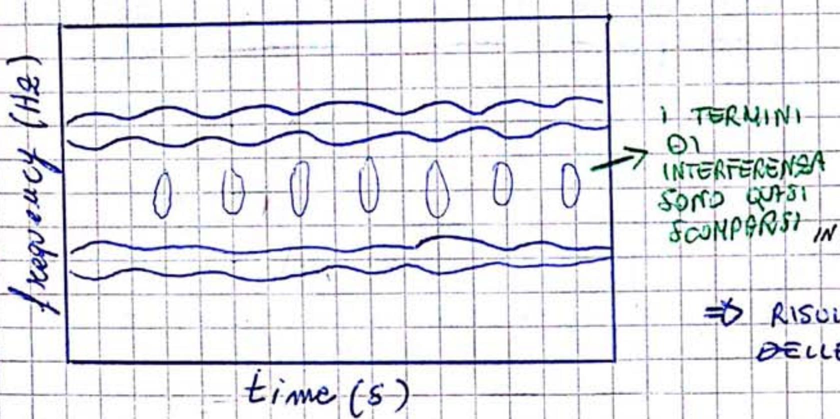
Gli autotermini stanno sul piano τ

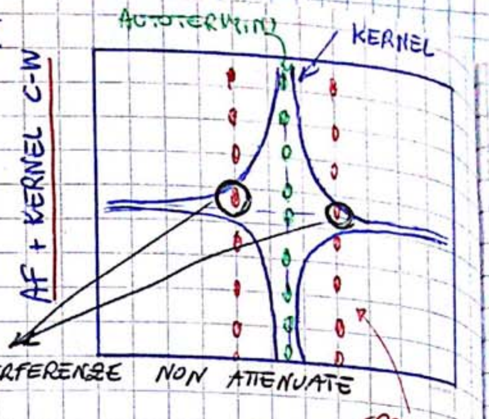
Sul piano dell'AF i term. osc. possono essere attenuati eliminando ciò che si trova al di fuori degli assi.

↳ IL CONTENUTO INFORMATIVO DI INTERESSE SI TROVA SICURAMENTE SULL'ASSE τ.

Dopo questa operazione (ottenuta tramite un filtro) si ritorna nel piano t,f.

Anche effettuando l'attenuazione restano dei termini interferenti che non vengono "eliminati".





⇒ RISULTATO FINALE, DOPO ATTENUAZIONE DELLE 2 SINUSOIDI

- Si hanno meno termini interferenti
- Le righe non sono più ampie 1 Hz, ma di più → si è persa della risoluzione spettrale!

↓

Come?

CORRELOGRAMMA: $P_{xx}(f) * D_L(f)$ → KERNEL DI DIRICHLET ⇒

Kernel unitario

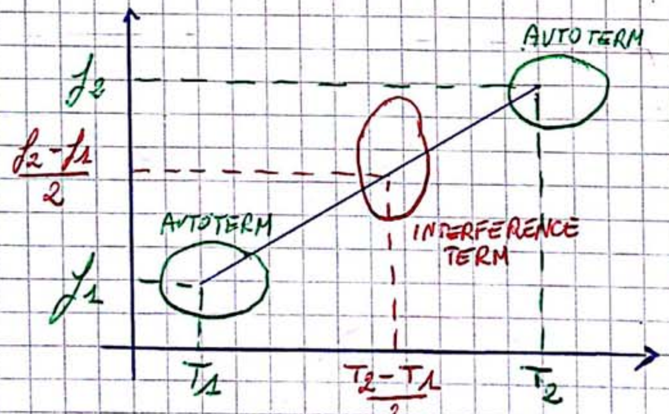
LA LARGHEZZA DEL LOBO PRINCIPALE DETERMINA LA RISOLUZIONE SPETTRALE

Nel caso del Kernel di C-W più σ è piccolo, più si perde di risoluzione.

↓

Più si ha attenuazione, più si perde risoluzione

Per $\sigma \to \infty$ non si ha attenuazione e non si perde risoluzione.



⇒ OGNI VOLTA CHE CI SONO PIÙ SEGNALI A t ed f DIVERSE, A METÀ TRA LE DUE SI POSIZIONANO I TERMINI INTERFERENTI

- Cambiando ϱ si cambia la rappresentazione:

BILINEAR TRANSFORMS OF THE COHEN CLASS

Questa espressione contiene ogni trasformata tempo-frequenza ottenibile con qualsiasi $\varrho(\tau,\vartheta)$:

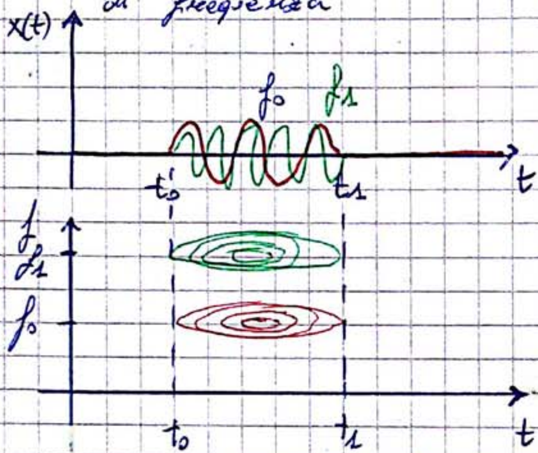
$$TF_{xx}(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t'+\frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t'-\frac{\tau}{2}\right) \varrho(\tau,\vartheta)\, e^{-j2\pi\vartheta(t'-t)}\, e^{-j2\pi f\tau}\, dt'\, d\vartheta\, d\tau$$

Questa definizione parte dalla funzione di autocorrelazione fino al piano t,f.

P0 → La trasformata deve essere positiva (come detto dal teorema di W-K)
↓
il segnale x deve esistere nel dominio del tempo e avere AF identica al kernel.
Ad esempio la WV_{xx} rispecchia questa proprietà, mentre la trasf. C-W non lo è.
Nel caso la trasf. non fosse positiva se ne prende il modulo.

P1 → distribuzione reale → Kernel: $g(\tau,\vartheta) = g^*(\tau,\vartheta)$
↳ g deve essere una funzione reale! C-W sì!

P2, P3 → Permettono alla distr. di rispettare i ritardi temporali e le modulazioni di frequenza



$g(\vartheta,\tau) = e^{-\frac{\vartheta^2\tau^2}{\sigma}}$
↓
gode di P2 poiché non dipende dal tempo.

→ se vale per x(t) deve valere anche per $x(t-\vartheta)$

P4, P5 → Proprietà energetiche.

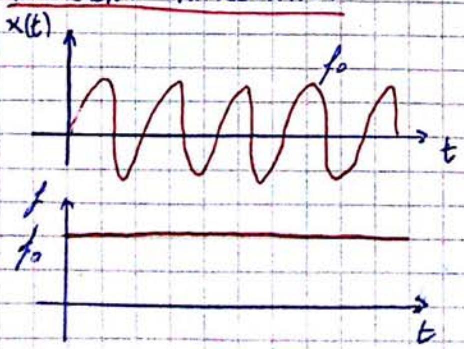
Dopo aver calcolato la distr. t-f di un segnale, ne posso ricavare la PSD? Sul piano t,f si ha dovrebbe tutta la potenza o se ne perde parte nei passaggi matematici?

$\underline{g(\tau,0) = 1 \;,\; g(0,\vartheta) = 1}$ → sugli assi non si hanno attenuazioni

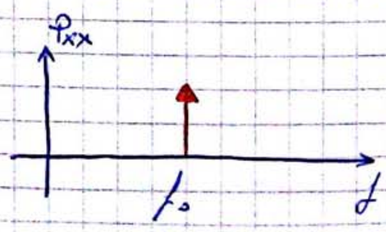
Kernel UNITARI → NON SI PERDONO CONTENUTI ENERGETICI NELLA TRASFORMAZIONI

↳ Queste proprietà sono rispettate sia da W-V sia da C-W.

FUNZIONI MARGINALI



x(t) è stazionario in senso lato e periodico.
↓
PSD?



Come si calcola P_{xx} dal piano t-f

⇒ $D_{xx}(f) = \int TF_{xx}(t,f)\,dt$ → semplice integrale

FUNZIONE MARGINALE IN FREQUENZA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 112

→ Dunque: OPERAZIONI OBBLIGATORIE ⇒ 1) x = x - mean(x)

2) x = hilbert(x)

FORAME OVALE PERVIO (PFO)

Forame ovale = foro ovale presente nel setto interatriale alla nascita
→ atrio destro e sinistro sono collegati.

Perché avviene?
Perché finché si è in condizione di feto non è necessario respirare, dato che l'ossigeno è convogliato dalla madre, e il sistema circolatorio respiratorio è trascurato.
Alla nascita il foro si chiude tramite membrana (valvola del forame ovale) → si chiude per un processo dovuto alla pressione che fa sì che la valvola si chiuda dato che alla nascita la pressione si ristabilisce → Come? Tramite pianto.
→ innalzamento pressione intratoracica.
Succede che il 25% dei neonati presentano il forame ovale pervio.
↳ Causa un mix di sangue ossigenato e deossigenato.

Sintomatologia quasi assente o molto sfumata:
- Debolezza o intorpidimento di un arto
- Perdita dell'acume visivo
- Attacchi di cefalea improvvisa
- difficoltà di parlare o capire qualcuno
- instabilità o cammino sbilanciato.

PFO è stato riscontrato nei sommozzatori → Problema di decompressione → le bolle che si formano può attraversare il forame ovale e entrare in arteria cerebrale → ictus.

Come si agisce per tenerlo? Intervento tramite guida radiologica nel quale si chiude il forame ovale con una membrana.

Diagnosi:
- Patologia invisibile all'ECG (PFO non intacca la conduzione elettrica del cuore).
→ DIAGNOSTICA PER IMMAGINI
- Si utilizza l'ecografia transesofagea (immagini) → Nel caso si può usare un mezzo di contrasto.

Problemi: dopo la chiusura è possibile che il forame ovale si riapra parzialmente.
↳ Poiché non si può fare sempre l'eco-transesofagea come si può procedere?

→ DOPPLER INTRACRANICO

⇒ Vincolo sul naso, due tappi, sonde sulle tempie (zona temporale)

L'osso è più sottile, le trabecole sono orientate dall'ext all'int.

Si fa flussimetria doppler misurando la velocità ematica all'interno dell'arteria cerebrale.

Scanned by CamScanner

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 112

cc-TCD -> Metodica in test / TEE -> Metodica di riferimento

		TEE Positive	TEE Negative	Totale
cc-TCD	Positive	6	15	21
	Negative	0	47	47
	Totale	6	62	68

Si hanno 4 risultati: veri positivi, falsi positivi, veri negativi, falsi negativi

METODICA IN ANALISI \ GOLD STANDARD		
	VERI POSITIVI	FALSI POSITIVI
	FALSI NEGATIVI	VERI NEGATIVI

- Sensibilità esame: probabilità di dare un risultato positivo per un paziente positivo.

$$Sens = \frac{VP}{VP + FN}$$ → n° di volte in cui l'esito dovrebbe essere positivo

- Specificità esame: prob. di dare esito negativo quando un paziente è veramente negativo.

$$Spec = \frac{VN}{VN + FP}$$

Nel nostro caso: Sens = 100%, Spec = 75,8%

Con questi esiti come è valutato l'esame?
- il forame ovale aperto è sempre riscontrato (100%)
- il forame ovale chiuso invece non è sicuro (75,8%).

⇒ UN ESAME CHE SIA ACCETTATO SICURAMENTE DEVE AVERE MINIMO Spec ≥ 90%
↓
Nel caso non sia verificato si fanno accertamenti più approfonditi

- Accuratezza diagnostica: probabilità di ottenere la diagnosi corretta

$$DA = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} = 78\%$$ accuratezza bassa.

- Positive predict Value: n° di volte in cui si ha un vero positivo rispetto a quando se ne ha uno falso.

$$PPV = \frac{VP}{VP + FP} = 28,6\%$$

- Negative predict value: $$NPV = \frac{VN}{VN + FN} = 100\%$$

⇒ Si riscontra che il problema della metodica riguarda gli esiti positivi → poche volte sono veritieri.

Crosstable NIRS vs TCD → Attenzione: ci si riferisce alla TCD che non è ottima.

		TCD PFO	TCD NO PFO
NIRS	PFO	38	4
NIRS	NO PFO	10	36

⇒ Sens: 79%

Spec: 90%

⇒ Quando la NIRS da risultato negativo si è abbastanza certi, mentre quando è positivo è meglio approfondire.

DA ≅ 84% → migliore della TCD ma non eccellente.

Quando si interviene? Se oltre all'emicrania c'è un altro disturbo neurologico → l'aura è a sé stante o no? Poco chiaro.

Amaurosi fugace → perdita della vista temporanea

↳ sintomo dell'aura.

22/05/15

BILINEAR CROSS-TRANSFORM OF THE COHEN CLASS

Lo spettro mutuo indica la relazione energetica di due segnali. Si può estendere il concetto alla definizione della distribuzione tempo frequenza:

$$XTF_{xy}(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t'+\frac{\tau}{2}\right) y^*\left(t'-\frac{\tau}{2}\right) g(\tau,\vartheta)\, e^{-j2\pi\vartheta(t'-t)} \cdot e^{-j2\pi f t}\, dt'\, d\vartheta\, d\tau$$

XTF ha le stesse proprietà delle TF (P0 → P8). Però si ha un'eccezione

→ XTF non è mai reale. (non vale $XTF[-m] = XTF[m]$)

• Si prendono due segnali generici:

$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$, $y(t) = x_1(t)$ → i 2 segnali hanno un termine in comune e uno no

Si calcola $ACF_{xy}(t,\tau)$:

$$ACF_{xy}(t,\tau) = x\left(t'+\frac{\tau}{2}\right) y^*\left(t'-\frac{\tau}{2}\right)$$
$$= \left[x_1\left(t'+\frac{\tau}{2}\right) + x_2\left(t'+\frac{\tau}{2}\right)\right] \cdot x_1^*\left(t'-\frac{\tau}{2}\right)$$
$$= ACF_{x_1x_1}(t,\tau) + XCF_{x_1x_2}(t,\tau)$$

e passando alle trasformate

$$XWV_{xy}(t,f) = WV_{x_1x_1}(t,f) + XWV_{x_1x_2}(t,f)$$
$$XAF_{xy}(\tau,\vartheta) = AF_{x_1x_1}(\tau,\vartheta) + XAF_{x_1x_2}(\tau,\vartheta)$$

Il cross-spettro ha il problema della varianza con l'autocorrelazione.

Statistica

2 variabili casuali → coeff. di correlazione?

→ $\frac{\text{rapporto tra la covarianza dei 2 segnali}}{\text{prodotto tra le 2 deviazioni standard}}$

COVARIANZA = quanto una variabile varia rispetto all'altra

↳ Alto livello di covarianza implica un alto grado di correlazione
La covarianza può essere negativa.
Quindi si potrebbe usare la covarianza, però conviene usare il coeff. di correlazione poiché ha un intervallo limitato:

$[-1, 1]$ → è una misura comoda della correlazione rispetto alla covarianza.

Cross-spettro → è come la covarianza → non è normalizzato

Si usa la FUNZIONE DI COERENZA: $CF(f) = \frac{P_{xy}(f)}{\sqrt{P_{xx}(f)\,P_{yy}(f)}}$

densità di potenza mutua tra x e y

prodotto delle dev. standard di x e y

$dev = \sqrt{\sigma}$

⇓

È un numero ADIMENSIONATO

↓

Assume valori limitati:

$[-1, 1]$ → Coerenza negativa.

↳ Perfetta coerenza tra i due segnali

$CF(f) = 0$ → Non si ha correlazione tra x e y $(P_{xy}(f) \to 0)$

Dal punto di vista della stima spettrale il segno non è importante

↳ Si usa il quadrato della $CF(f)$:

SQUARE COHERENCY FUCTION: $SCF(f) = \frac{P_{xy}^2(f)}{P_{xx}(f)\,P_{yy}(f)}$

↓

$[0, 1]$

Per allargare l'intervallo si usa:

LOG-SQUARE COHERENCY FUCTION: $LSCF(f) = \log\left[\frac{P_{xy}^2(f)}{P_{xx}(f)\,P_{yy}(f)}\right]$

↳ $\log 1 = 0$ fino a $\log 0 \to \infty$.

Esempio