



Appunti universitari
Tesi di laurea
Cartoleria e cancelleria
Stampa file e fotocopie
Print on demand
Rilegature

NUMERO: 2100A-

ANNO: 2017

A P P U N T I

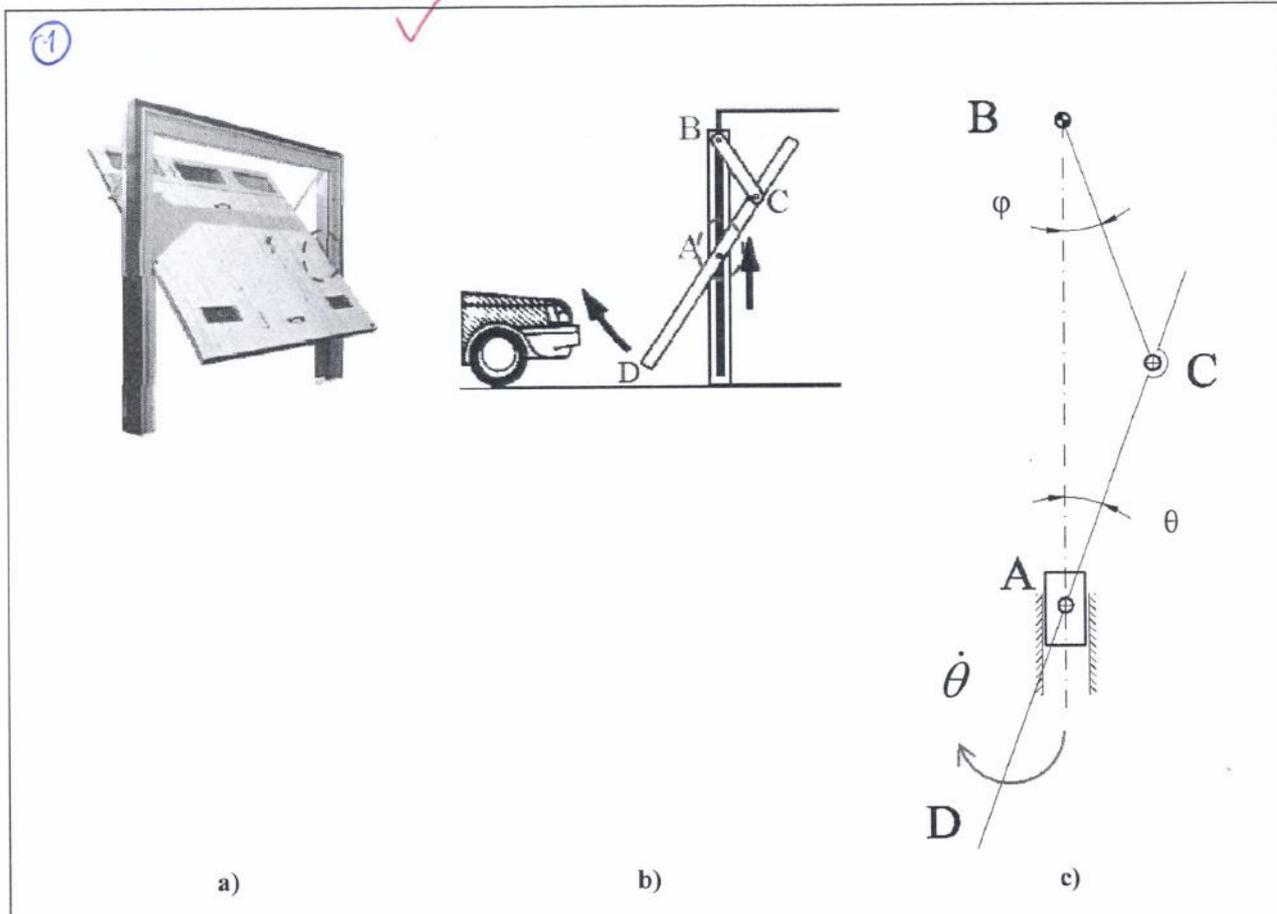
STUDENTE: Marco Corino

MATERIA: Meccanica delle macchine - Prof. Quaglia

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**



Porta basculante per garage

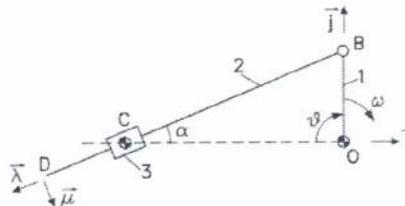
Una porta basculante da garage è movimentata mediante il meccanismo articolato in figura. Sono noti: $BC=CA=40\text{cm}$; $\theta=\varphi=20^\circ$. Assegnata una velocità di rotazione della porta oraria e costante $\dot{\varphi}=0,5\text{ rad/s}$, determinare velocità e accelerazione angolare della manovella CB.

Manovellismo di secondo genere

Nel meccanismo raffigurato la manovella 1 ruota in verso orario alla velocità $\omega_1=5\text{ rad/s}$ costante. L'asta 2 può scorrere all'interno del cursore 3, incernierato nel punto fisso C.

Sono noti: la lunghezza della manovella $OB=250\text{ mm}$ e l'interasse tra le cerniere fisse $OC=600\text{ mm}$.

Nell'istante in cui $\theta=90^\circ$ calcolare: la velocità di B; la velocità relativa del punto C rispetto al sistema di riferimento λ, μ solidale al cursore 3, la velocità di C intorno a B; la velocità angolare dell'asta 2 e l'accelerazione angolare dell'asta 2.



$[V_B = 1.25\text{ m/s}; V_{rC} = 1.154\text{ m/s}; V_{C/B} = 0.481\text{ m/s}; \omega_2 = 0.74\text{ rad/s}; \dot{\omega}_2 = 6.25\text{ rad/s}^2]$

5 ✓

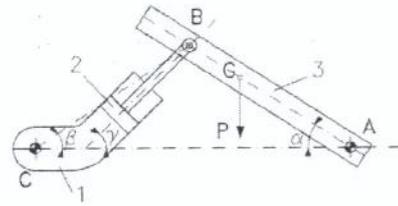
Sollevatore idraulico: statica

Nel meccanismo raffigurato l'elemento 1 può ruotare intorno alla cerniera fissa C. Il pistone 2 (di diametro 0.2 m) è vincolato nel punto B al pianale 3, incernierato a sua volta nel punto fisso A.

Determinare: la pressione con cui deve essere alimentato il cilindro per avere l'equilibrio statico del sistema e calcolare il modulo della reazione vincolare in B.

Dati:

$\alpha = \beta = 30^\circ$, $\gamma = 45^\circ$, $BA = 4$ m, $AG = 2.5$ m, $P = 20$ kN (peso del pianale 3).



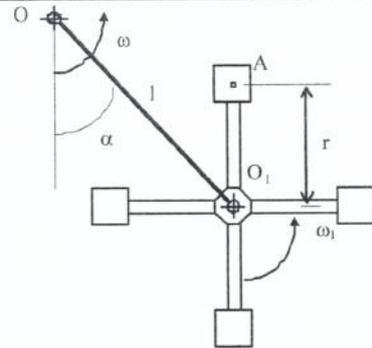
$[R_B = 12.5$ kN; $p = 384329$ N/m²]

6 ✓

Giostra

In figura è rappresentata in pianta una giostra. Il braccio OO_1 ruota a velocità angolare ω costante intorno ad un asse fisso passante per O. Alla sua estremità O_1 , tramite una cerniera, è vincolata una struttura a croce, la cui velocità angolare assoluta è ω_1 , portante ad ogni estremo i sedili. Sia A il centro di un sedile.

Nella configurazione di figura calcolare: 1) la velocità e l'accelerazione di A nell'ipotesi di assenza di moto angolare relativo nella cerniera O_1 ; 2) la velocità e l'accelerazione di A nell'ipotesi di velocità angolare ω_1 costante e pari a $\omega_1 = 3$ rad/s.



Dati:

$l = 5$ m; $r = 1$ m; $\alpha = 45^\circ$; $\omega = 1$ rad/s.

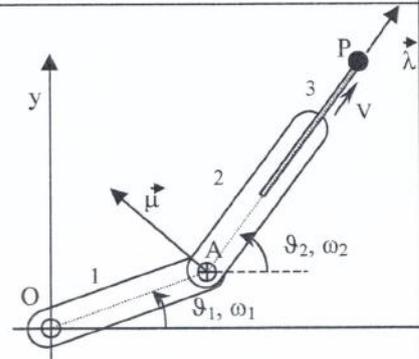
[1) $V_A = 4.35$ m/s, $a_A = 4.35$ m/s²; 2) $V_A = 3.57$ m/s, $a_A = 6.5$ m/s²]

7 ✓

Robot

In figura è rappresentato un braccio articolato di robot, costituito da tre corpi rigidi 1, 2 e 3. Il braccio 1 ruota intorno al punto fisso O; il braccio 2 è incernierato in A al braccio 1; il braccio 3 può scorrere in una scanalatura presente nel braccio 2. All'estremità del braccio 3 è posta la sfera P.

Nell'ipotesi che: il braccio 1 abbia una velocità angolare ω_1 costante, il braccio 2 abbia una velocità angolare assoluta ω_2 costante e il braccio 3 abbia una velocità di fuoriuscita V costante, rispetto al braccio 2, determinare nell'istante considerato la velocità e la accelerazione assolute della sfera P.



Dati:

$OA = 100$ mm, $AP = 200$ mm, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$; $\omega_1 = 1$ rad/s; $\omega_2 = 2$ rad/s; $V = 0.1$ m/s.

$[V_P = 0.5$ m/s; $a_P = 0.994$ m/s²]

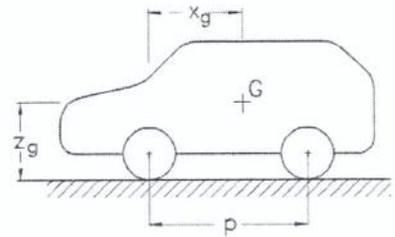
Automobile in partenza (12) ✓

Un'autovettura a trazione posteriore si trova in condizioni di partenza da fermo. Calcolare: la coppia massima applicabile all'assale delle ruote motrici per partire in condizioni di aderenza limite; l'accelerazione corrispondente; le reazioni del terreno corrispondenti.

Dati:

$M = 1360$ kg (massa totale della vettura); $p = 2.3$ m (passo delle ruote); $D = 650$ mm (diametro delle ruote); $X_g = 1.30$ m, $Z_g = 0.72$ m (coordinate del baricentro complessivo); $m = 10$ kg (massa di una ruota); $\rho = 0.2$ m (raggio di inerzia delle ruote); $f_a = 1$ (coefficiente di aderenza ruota/strada).

$[C_m = 3586$ Nm; $\ddot{x} = 8.02$ m/s² ;
 $N_A = 2.37$ kN; $T_A = 60.73$ N; $N_P = 10.97$ kN; $T_P = 10.97$ kN]



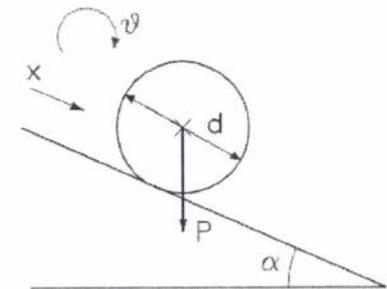
Rullo su piano inclinato (13) ✓

Un rullo si muove su un piano inclinato dell'angolo α rispetto all'orizzontale. Determinare per $\alpha=10^\circ$ e per $\alpha=45^\circ$ il tempo impiegato dal rullo a percorrere un tratto di piano inclinato lungo 200 m e il numero di giri effettuato in tale periodo. Il rullo parte con velocità iniziale nulla.

Dati:

$d = 1$ m (diametro del rullo); $P = 100$ kN (peso del rullo); $f_a = 0.20$ (coefficiente di aderenza), $f_d = 0.15$ (coefficiente di attrito), $u = 2$ cm (parametro di attrito di rotolamento).

$[\alpha = 10^\circ: t = 21.34$ s, $n = 63.66$ giri; $\alpha = 45^\circ: t = 8.24$ s, $n = 16.5$ giri]



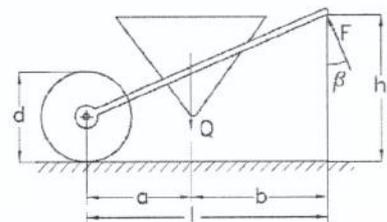
Carriola (14) ✓

Per la carriola rappresentata in figura determinare: la forza F necessaria a farla avanzare a velocità costante e l'angolo β di cui la forza è inclinata rispetto alla verticale.

Dati:

$M = 80$ kg (massa della carriola e del suo carico); $u = 10$ mm (parametro d'attrito volvente); $d_p = 30$ mm (diametro del perno); $f = 0.2$ (coefficiente di attrito nel perno); $l = 1.2$ m, $a = 0.7$ m, $b = 0.5$ m, $d = 0.4$ m, $h = 0.9$ m.

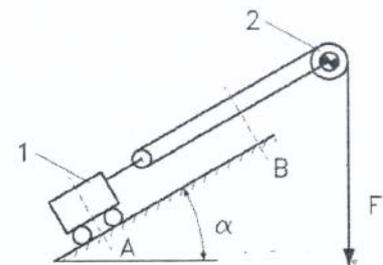
$[F = 444$ N; $\beta = 2.86^\circ]$



Carrello su piano inclinato (15) ✓

Il carrello 1, avente massa $m_1 = 50$ kg, si muove sul piano inclinato di un angolo $\alpha = 30^\circ$. Inizialmente, con carrello in posizione A, il sistema è in quiete. Nota la massa della puleggia 2, $m_2 = 4$ kg, trascurando gli attriti, determinare la velocità del carrello in corrispondenza del punto B ($\overline{AB} = 2$ m) quando viene applicata una forza costante $F = 250$ N.

$[V = 4.19$ m/s]



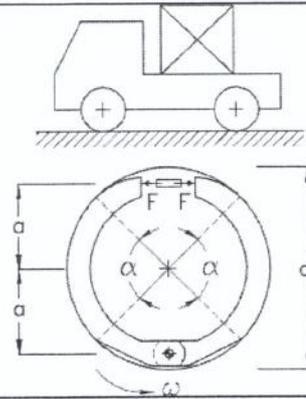
Frenatura di un autocarro 20

Un autocarro compie una brusca frenata con una decelerazione costante di 3 m/s^2 , partendo da una velocità iniziale di 50 km/h . Sul pianale dell'autocarro è posta una cassa. L'azione frenante è ottenuta mediante due coppie di freni a ceppi posti sulle ruote posteriori; ogni coppia ha le dimensioni indicate in figura.

Calcolare: tempo e spazio di frenata dell'autocarro; il minimo valore del coefficiente di aderenza cassa/pianale affinché in frenata la cassa non scivoli in avanti; la forza F che deve essere applicata all'estremità di ogni ceppo.

Dati: massa dell'autocarro $M = 3600 \text{ kg}$; massa della cassa $m = 400 \text{ kg}$; coefficiente di attrito ceppo/tamburo $f = 0.25$; diametro ruote autocarro $D = 0.8 \text{ m}$; $d = 60 \text{ cm}$; $a = 20 \text{ cm}$; $\alpha = 90^\circ$.

$[t = 4.63 \text{ s}; x = 32.15 \text{ m}; f_{\text{min}} = 0.306; F = 6035 \text{ N}]$

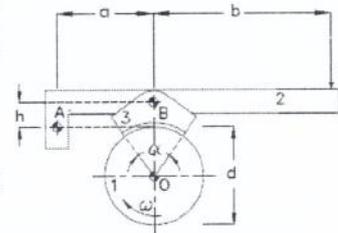


Freno a ceppi ad accostamento libero 21

Il tamburo 1 è soggetto all'azione frenante del peso P agente tramite la leva 2 ed il ceppo 3. Calcolare: la coppia C da applicare affinché il tamburo ruoti a velocità costante e la reazione vincolare in A .

Dati: $P = 100 \text{ N}$; $f = 0.4$ (coefficiente di attrito ceppo/tamburo); $a = 15 \text{ cm}$; $b = 30 \text{ cm}$; $d = 22 \text{ cm}$; $h = 5 \text{ cm}$; $\alpha = 80^\circ$.

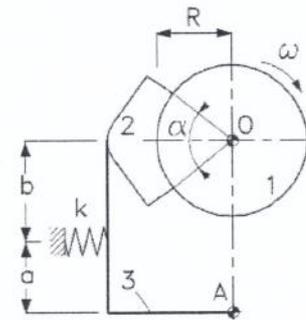
$[C = 13.88 \text{ Nm}; R_A = 244.78 \text{ N}]$



Freno a ceppi ad accostamento rigido 22 ✓

In figura è rappresentato un freno a ceppi ad accostamento rigido. Esso agisce su un tamburo 1, mediante l'azione della molla precaricata che fornisce una forza F_0 . La molla è collegata alla leva 3, incernierata in A , cui è solidale il ceppo 2. Nota la geometria del sistema, il coefficiente di attrito ceppo-tamburo f , il momento di inerzia I del tamburo 1, la velocità di rotazione iniziale ω_0 , disegnare il diagramma di corpo libero del tamburo 1 e del sistema leva 3 + ceppo 2 e calcolare il valore della forza F_0 per ottenere l'arresto del tamburo in 10 s .

Dati: $R = 200 \text{ mm}$; $a = 150 \text{ mm}$; $b = 250 \text{ mm}$; $\alpha = 80^\circ$; $I = 0.5 \text{ kgm}^2$; $f = 0.35$; $\omega_0 = 1200 \text{ giri/min}$.

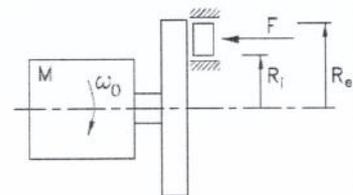


Freno a disco ad accostamento rigido 23

E' dato il freno a disco di figura. Calcolare la forza F che deve essere applicata per arrestare il sistema in un tempo pari a 10 secondi .

Dati: $M = 100 \text{ kg}$, $\rho = 0.3 \text{ m}$ (massa e raggio di inerzia delle parti rotanti); $\omega_0 = 1500 \text{ giri/min}$; $R_i = 15 \text{ cm}$, $R_e = 20 \text{ cm}$ (raggio interno e raggio esterno pastiglia); $f = 0.3$ (coefficiente di attrito pastiglia/disco).

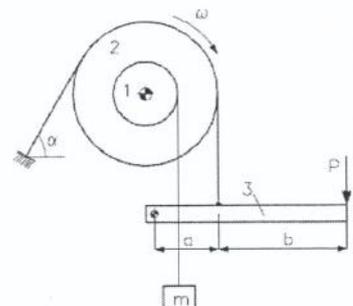
$[F = 2.69 \text{ kN}]$



Freno di emergenza a nastro 24 ✓

Un apparecchio di sollevamento è costituito da un tamburo 1, su cui si avvolge una fune a cui è appeso un carico di massa m . Sullo stesso asse del tamburo 1 è calettato il tamburo 2, facente parte di un freno di emergenza a nastro che deve intervenire in caso di mancanza di corrente al motore. In tale caso viene applicata la forza P , tramite la leva 3, ad un'estremità del nastro del freno che così interviene. Supponendo che, quando i tamburi 1 e 2 stanno ruotando ad una velocità $n_0 = 32 \text{ giri/min}$, nel verso indicato (carico in discesa) manchi corrente al motore e intervenga istantaneamente il freno, calcolare la coppia frenante C_f del freno e il tempo T necessario affinché il carico m si arresti.

Dati: $D_1 = 350 \text{ mm}$ (diametro tamburo 1); $D_2 = 800 \text{ mm}$ (diametro tamburo 2); $P = 800 \text{ N}$; $m = 420 \text{ kg}$; $I = 52 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (momento di inerzia delle parti rotanti); $f = 0.22$ (coefficiente di attrito nastro/tamburo); $a = 300 \text{ mm}$; $b = 650 \text{ mm}$; $\alpha = 60^\circ$.



25

Sospensione di autoveicolo

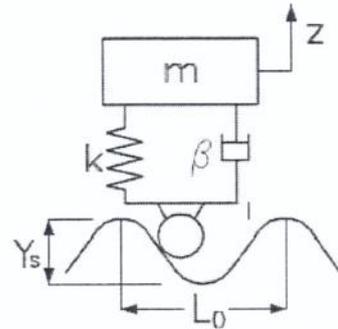
In figura è rappresentato uno schema equivalente di una sospensione automobilistica, su cui grava la massa m . Si suppone che la vettura percorra a velocità costante v una strada uniformemente ondulata, caratterizzata da un passo L_0 e da un'altezza Y_S delle ondulazioni.

Ricavare il moto assoluto della massa, indicandone l'ampiezza e lo sfasamento delle oscillazioni rispetto alle ondulazioni della strada.

Dati:

$m = 250 \text{ kg}$; $k = 80000 \text{ N/m}$; $\beta = 5000 \text{ Ns/m}$; $L_0 = 8 \text{ m}$, $Y_S = 0.02 \text{ m}$ (passo e altezza "picco-picco" delle ondulazioni); $v = 72 \text{ km/h}$.

$[z_0 = 0.0139 \text{ m}; \varphi = 32.4^\circ]$



26

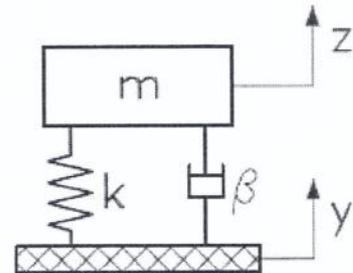
Massa su piano vibrante

Una massa m è collegata ad un piano vibrante mediante una molla di rigidezza k ed uno smorzatore con costante di smorzamento β . Il piano vibra con una pulsazione Ω e ampiezza A . Determinare: il moto a regime della massa, relativo al piano vibrante, l'ampiezza x_0 e lo sfasamento φ dell'oscillazione.

Dati:

$m = 10 \text{ kg}$; $k = 100 \text{ kg/mm}$; $\beta = 10 \text{ kgs/mm}$; $\Omega = 10 \text{ rad/s}$; $A = 2 \text{ mm}$.

$[x_0 = 1.44 \cdot 10^{-3} \text{ mm}; \varphi = 45^\circ]$



27

Oscillazioni libere

È assegnato il sistema massa-molla-puleggia rappresentato in figura.

Si ipotizzi aderenza fra fune e puleggia ed attrito nullo nel perno 0.

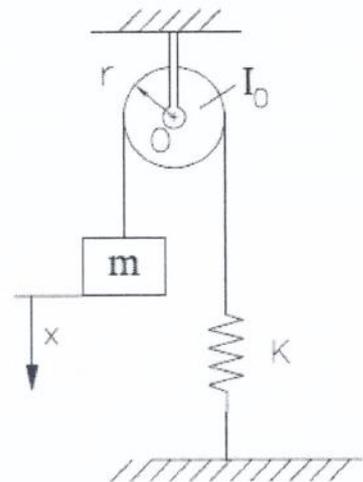
Calcolare la pulsazione naturale del sistema.

Dati:

$r = 150 \text{ mm}$, $I_0 = 0,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (raggio e momento d'inerzia baricentrico della puleggia);

$m = 5 \text{ kg}$ (massa sospesa); $K = 540 \text{ N/m}$ rigidezza della molla.

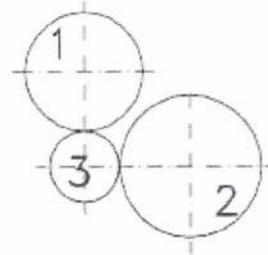
$[\omega_n = 6.24 \text{ rad/s}]$



28

Trasmissione con ruote dentate a denti diritti

La trasmissione schematizzata in figura è costituita da tre ruote dentate a denti diritti 1, 2, 3, in cui la ruota 3 è oziosa. Calcolare, nei due casi di rotazione oraria ed antioraria della ruota conduttrice 1, la forza R agente sull'albero della ruota 3.



Si considerino trascurabili gli attriti e i pesi delle ruote.

Dati:

$z_3 = 40$ (numero di denti della ruota 3); $n_3 = 360$ giri/min (numero di giri della ruota 3);

$m = 6$ mm (modulo delle ruote dentate); $\alpha = 20^\circ$ (angolo di pressione); $P = 5$ CV (potenza trasmessa dalla ruota 1).

$[R_{\text{orario}} = 1567 \text{ N}; R_{\text{antiorario}} = 730.7 \text{ N}]$

29

Riduttore a denti diritti

Il sistema in figura trasmette il moto da un gruppo motore ad un gruppo utilizzatore.

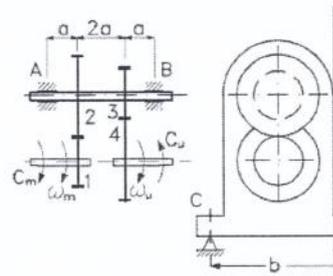
Determinare: il rapporto di trasmissione i ; le reazioni in A e B; la coppia di reazione vincolare C_S e le forze R_C e R_D sui supporti.

Dati:

$z_1 = z_3 = 17$, $z_2 = z_4 = 52$ (numero di denti delle ruote); $m = 2.5$ mm (modulo delle ruote), $\alpha = 20^\circ$ (angolo di pressione); $C_M = 10$ Nm (coppia motrice);

$\omega_m = 3000$ giri/min (velocità del motore); $b = 180$ mm.

$[i = 9.356; R_A = 259.5 \text{ N}; R_B = 1056 \text{ N}; C_S = 83.56 \text{ Nm}; R_C = R_D = 464 \text{ N}]$



30

Riduttore epicicloidale 1

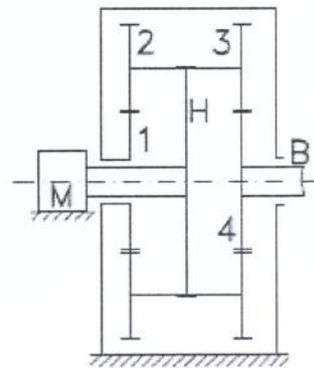
Un motore M eroga una potenza P ad una velocità n. L'albero B viene posto in rotazione attraverso un rotismo epicicloidale, formato dal portatreno H e dalle ruote dentate cilindriche a denti diritti 1, 2, 3 e 4. Al portatreno sono collegate complessivamente due coppie di ruote satelliti.

Calcolare: il rapporto di trasmissione $i = \omega_M/\omega_B$ realizzato dal riduttore; le forze scambiate tra le coppie di ruote z_1-z_2 e z_3-z_4 supponendo un solo dente in presa per ogni ruota; la coppia di reazione della struttura di sostegno C_R .

Dati:

$z_1 = 97$, $z_2 = 17$, $z_3=18$ (numero di denti delle ruote dentate); $m = 5$ mm (modulo di tutte le ruote dentate), $\alpha = 20^\circ$ (angolo di pressione); $P = 1.2$ kW; $n = 300$ giri/min.

$[i = -14.32; F_{1-2} = 1284 \text{ N}; F_{3-4} = 1212 \text{ N}; C_R = 585 \text{ Nm}]$



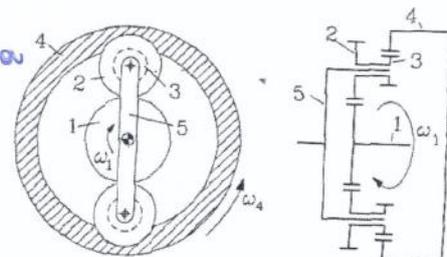
31

Riduttore epicicloidale 2

Nel riduttore epicicloidale in figura, il solare 1 ruota a 400 giri/min e la corona 4 ruota a 50 giri/min. I versi di rotazione sono quelli indicati (opposti)

Le ruote hanno i numeri di denti seguenti: $Z_1=15$, $Z_2=25$, $Z_3=15$, $Z_4=55$. Le ruote 2 e 3 sono rigidamente collegate tra di loro.

Calcolare la velocità angolare del portatreno 5, la velocità angolare della ruota 2 e il rapporto di trasmissione $i_{1/5}$.



35 **Sistema a regime periodico**

Un motore bicilindrico fornisce una coppia motrice C_M , in funzione dell'angolo di rotazione ϑ , approssimabile secondo il diagramma indicato in figura. Si conosce la potenza media sviluppata P alla velocità media di rotazione ω . Al motore è collegato un utilizzatore che assorbe una coppia C_R costante. Sull'albero motore è calettato un volano in acciaio, (rappresentato in figura.)

Calcolare: la coppia resistente dell'utilizzatore; la coppia massima fornita dal motore; il momento d'inerzia del volano; il grado di irregolarità periodica; la velocità massima e minima del motore.

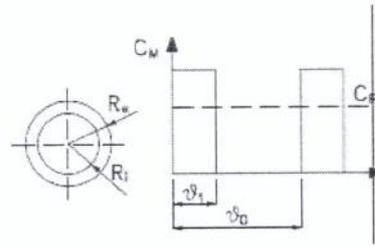
Dati:

$P = 24 \text{ CV}$; $\omega = 4000 \text{ giri/min}$;

$\theta_0 = 2\pi$, $\theta_1 = \theta_0 / 3$;

$R_i = 90 \text{ mm}$, $R_e = 120 \text{ mm}$ (raggio interno e raggio esterno del volano); $s = 40 \text{ mm}$ (spessore assiale del volano); $\gamma = 7860 \text{ kg/m}^3$ (densità del materiale del volano).

$[C_R = 42.16 \text{ Nm}$; $C_{\max} = 126.5 \text{ Nm}$; $I = 0.07 \text{ kgm}^2$;
 $i = 0.0143$; $\omega_{\min} = 415.87 \text{ rad/s}$; $\omega_{\max} = 421.89 \text{ rad/s}]$



36 **Trasmissione a cinghie**

Un argano è costituito da un motoriduttore M e da un tamburo T . Il motoriduttore M è solidale ad una puleggia 1, su cui è montata una cinghia piana che comanda una puleggia 2, solidale al tamburo T su cui si avvolge la fune di sollevamento del carico P . L'argano è montato su un'intelaiatura con due appoggi A e B distanti L .

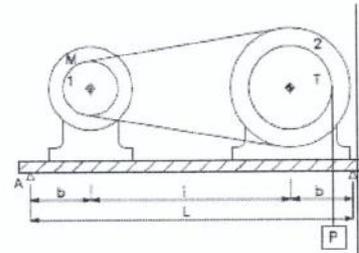
Per semplicità, si considerino uguali le velocità periferiche delle due pulegge.

Determinare: l'accelerazione del carico durante l'avviamento; le reazioni sui supporti A e B durante l'avviamento; la tensione di forzamento T_0 necessaria affinché la puleggia più critica sia in condizioni di aderenza limite.

Dati:

$C_M = 600 \text{ N}\cdot\text{m}$ (coppia motrice sulla puleggia 1, costante all'avvio); $P = 3000 \text{ N}$ (peso del carico); $L = 1.2 \text{ m}$ (distanza tra gli appoggi A e B); $i = 0.6 \text{ m}$ (interasse tra le pulegge 1 e 2); $d_1 = 250 \text{ mm}$ (diametro puleggia 1); $d_2 = 500 \text{ mm}$ (diametro puleggia 2); $d_T = 400 \text{ mm}$ (diametro del tamburo T); $I_1 = 0.05 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (momento inerzia parti rotanti asse motore 1); $I_2 = 0.25 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (momento inerzia parti rotanti asse condotto 2); $f_a = 0.4$ (coefficiente di aderenza cinghia/puleggia); $f = 0.2$ (coefficiente di attrito cinghia/puleggia); $m = 50 \text{ kg}$ (massa complessiva motore-puleggia 1); $m_c = 50 \text{ kg}$ (massa complessiva tamburo-puleggia 2).

$[a = 9.46 \text{ m/s}^2$; $R_A = 968 \text{ N}$; $R_B = 5907 \text{ N}$; $T_0 = 4800 \text{ N}]$



37 **Ascensore**

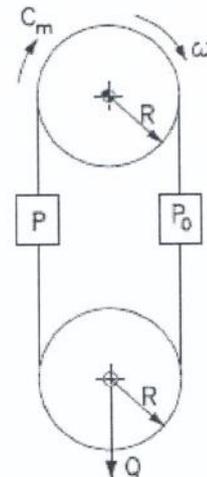
In figura è rappresentato schematicamente un ascensore con funi metalliche.

Calcolare: la potenza richiesta al motore per sollevare a velocità costante V il carico P e l'angolo di scorrimento sulla puleggia motrice, in base ai valori di tensione calcolati.

Dati:

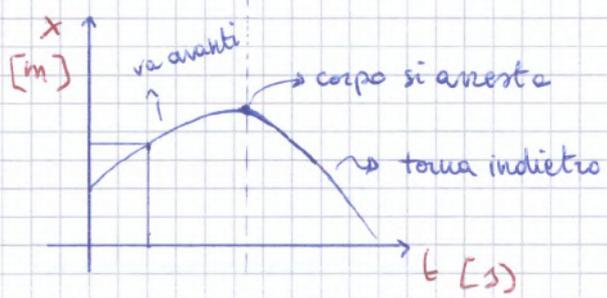
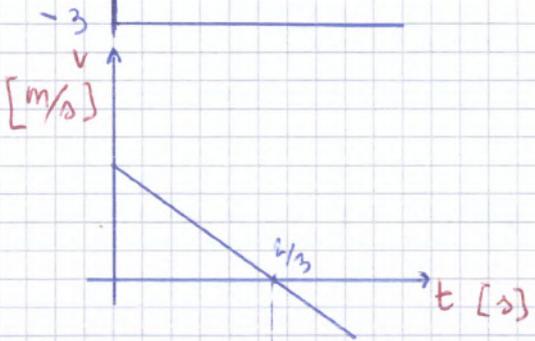
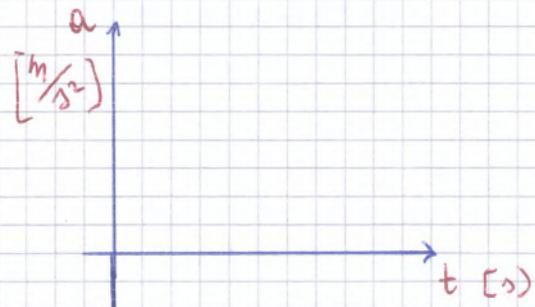
- $e = 3 \text{ mm}$ (rigidezza elastica della fune);
- $e_1 = 5 \text{ mm}$ (rigidezza anelastica tratto avvolgente);
- $e_2 = 7 \text{ mm}$ (rigidezza anelastica tratto svolgente);
- $R = 300 \text{ mm}$ (raggio pulegge);
- $f = 0.25$ (coefficiente di attrito fune/puleggia);
- $P = 600 \text{ kg}$ (peso del carico);
- $P_0 = 300 \text{ kg}$ (peso del contrappeso);
- $Q = 1500 \text{ kg}$ (forza del tenditore);
- $V = 0.6 \text{ m/s}$ (velocità di salita del carico).

$[P_m = 2.23 \text{ kW}$; $\theta = 63.38^\circ]$



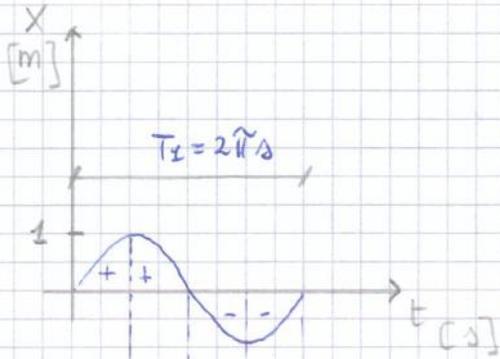
2

- NB**
- Impo il processo, il metodo, non le formule
 - Inserire i valori numerici solo alla fine, x non xdere il modello matematico e x verificare le unità di misura e verificare se è giusta l'equazione dimensionalmente
 - Incolonna i grafici



④

$\boxed{1} \quad \omega_1 = 1 \text{ rad/s}$

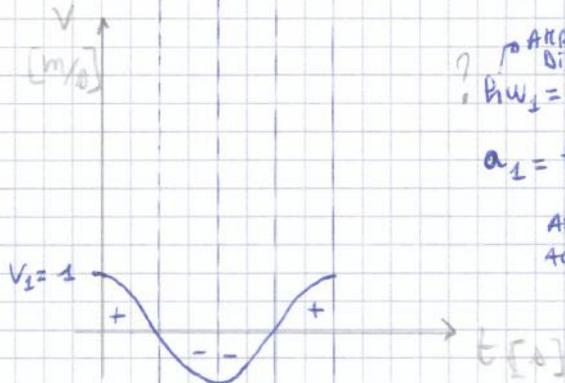


- $\omega = \text{PULSAZIONE} = [\text{rad/s}]$
 $\omega \cdot t = [\text{rad/s}] \cdot [\text{s}] = [\text{rad}]$

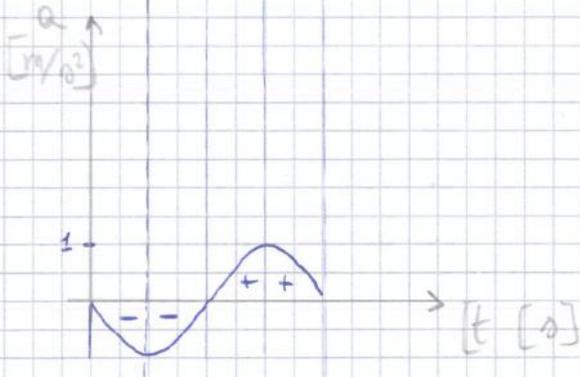
- $\omega = 2\pi F \rightarrow \text{FREQUENZA}$
 $\boxed{F = \frac{\omega}{2\pi}} = \frac{[\text{rad/s}]}{[\text{rad}]} = \left[\frac{1}{\text{s}}\right] = \text{Hz}$

AMPIEZZA di v
 $v_1 = \omega_1 = 1 \text{ m/s}$
 $a_1 = \omega_1^2 = 1 \text{ m/s}^2$
 AMPIEZZA di ACCELERAZ.

si dicono anche cicli AL SECONDO
 HERTZ



- PERIODO $\boxed{T = \frac{1}{F}} = [\text{s}]$



$\omega_2 = 2\omega_1$
 $F_2 = 2F_1$
 $T_2 = \frac{T_1}{2}$

ho ↑ la pulsazione
 e 1/2 periodo

6

Esercizio 3 (COORD. POLARI)

$r = \cos t = 2 \text{ m}$

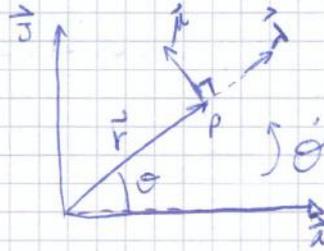
$\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

$\dot{\theta} = 2 \text{ rad/s}$

$\ddot{\theta} = 3 \text{ rad/s}^2$

$\vec{r} = r \vec{\lambda}$

DET: $v(t)$?
 $a(t)$?

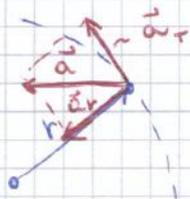


$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r} \vec{\lambda} + r \dot{\theta} \vec{\mu} \Rightarrow v = r \cdot \dot{\theta} = r \cdot \omega = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m/s}$
 $\vec{\mu}$ tangenziale

$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{r} \vec{\lambda} + r \dot{\theta} \dot{\mu} + \dot{r} \dot{\theta} \vec{\mu} + r \ddot{\theta} \vec{\mu} - r \dot{\theta}^2 \vec{\lambda}$

$\vec{a}(t) = \underbrace{(\dot{r} - r \dot{\theta}^2)}_{\text{ACC-CENTRIP.}} \vec{\lambda} + \underbrace{(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})}_{\text{ACC-CORIOUS}} + \underbrace{r\ddot{\theta}}_{\text{ACC-TANGENZIALE}} \vec{\mu}$

$\vec{a}(t) = r \dot{\theta}^2 \vec{\lambda} + r \ddot{\theta} \vec{\mu} = -8 \vec{\lambda} + 6 \vec{\mu}$



sono vettori! non posso semplicemente sommarli
 $\rightarrow a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \left(\sqrt{8^2 + 6^2} \right) \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2$

8

SVOLGIMENTO :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_C + \vec{V}_{A/C}$$

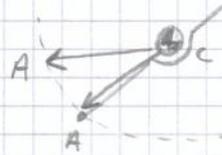
FORMULA FOND. CINEM.

$$\vec{V}_A = \vec{V}_C + i\dot{\theta}\vec{CA}$$

C ∈ 1 → corpo 1

$$\vec{V}_{A/C} = \dot{\theta} \times \vec{CA}$$

→ vett. posit. che mi dice dove è A risp. a C
← questa utile sempre



$$V_e = \int_{t=0}^{\dots} \vec{V}_B + \vec{V}_{C/B} = i\dot{\phi}\vec{BC}$$

mi individua la posit. di C vista da B

Altro modo per esprimere $\vec{V}_{A/C}$

$$\vec{V}_{A/C} = i\dot{\theta}\vec{CA}$$

← questa vale solo x la cinem. piano
↑ useremo questa

$$\rightarrow \vec{V}_A = \vec{V}_C + \vec{V}_{A/C}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$i\dot{\phi}\vec{BC} \quad i\dot{\theta}\vec{CA}$$

→ devo risolvere un'equaz. vettoriale →
risolvo graficamente

→ TABELLA

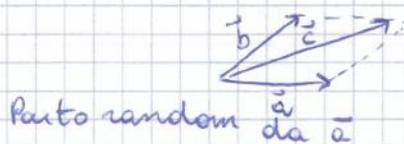
	Modulo	Diret.	Verso
\vec{V}_A	?		?
\vec{V}_C	?	⊥ a BC	?
$\vec{V}_{A/C}$	$\dot{\theta} \cdot CA$	⊥ CA	COERENTE CON $\dot{\theta}$

→ posso det il verso: $i\vec{CA}$ ma $\dot{\theta} < 0$

l'operatore "i" mi fa ruotare di 90° in senso antiorario di 90° → **PER DEFINIZ.**

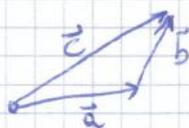
Ora devo sommare i vettori \vec{V}_C e $\vec{V}_{A/C}$ per trovare \vec{V}_A

Esempio di somma di vettori $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$



→ regola parallelogr. comoda se ho 2 vettori. Spesso ne avrò 3 o 4

→ Disegno VETTORI IN MODO CHE SI MORDANO LA CODA



10

ANALIZZO ORA LE ACCELERAZIONI

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}$$

$$\vec{a}_A = \frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_C}{dt} + i\dot{\theta}'\vec{c}_A + i\dot{\theta}(i\dot{\theta}\vec{c}_A)$$

$\dot{\theta} = \text{cost}$ (dai dati)

(in generale le velocità variabili sono mis \vec{AC} che $\dot{\theta}$)

$$= \vec{a}_c + (-\dot{\theta}^2\vec{c}_A)$$

$$= \vec{a}_c + \vec{a}_{A/cm}$$



Ora passo ad analizzare \vec{a}_c

$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt} = i\dot{\phi}''\vec{b}_C + i\dot{\phi}'(i\dot{\phi}'\vec{b}_C) =$$

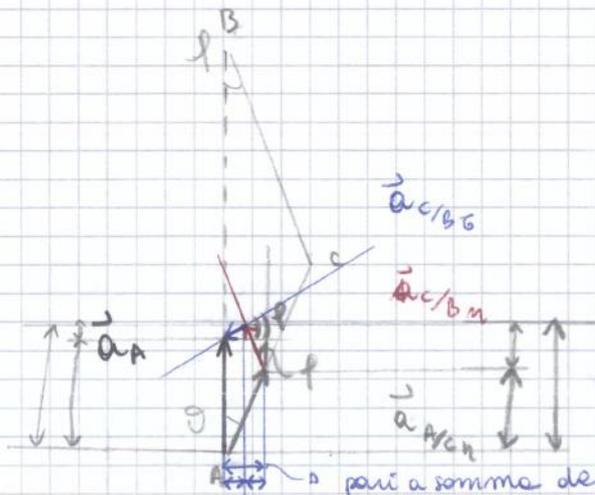
$$= i\dot{\phi}''\vec{b}_C - \dot{\phi}'^2\vec{b}_C = \vec{a}_{c/B_C} + \vec{a}_{c/cm}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{c/B_C} + \vec{a}_{c/cm} + \vec{a}_{A/cm}$$

	M	D	V
\vec{a}_A	?		?
\vec{a}_{c/B_C}	?	$\perp BC$?
$\vec{a}_{c/cm}$	$\dot{\phi}''\vec{b}_C$	$\parallel BC$	DA C VERSO B
$\vec{a}_{A/cm}$	$\dot{\theta}^2\vec{c}_A$	$\parallel CA$	DA A VERSO C

ora ricavo

poligono delle accelerazioni



se trovo un vettore con modulo negativo vuol dire che nel poligono ho sbagliato verso

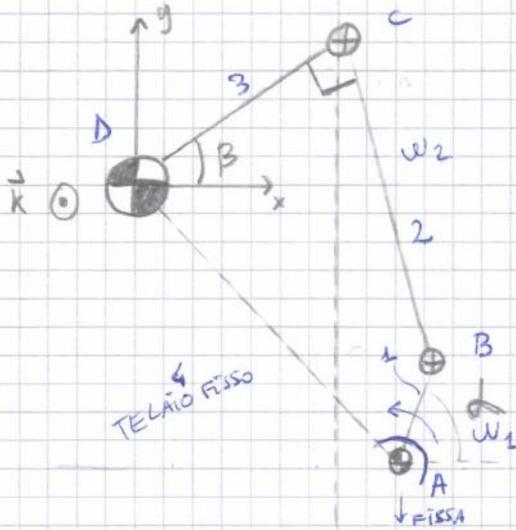
vettore blu \perp a BC che so che con la verticale $\phi = 0$ vett. blu formerà ϕ con l'orizz.

pari a somma delle comp. orizz. del vett rosso e blu

ES n° 3

12

quadrilatero articolato



$$\overline{AB} = 0,356 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 2,032 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 1,3 \text{ m}$$

$$w_1 = 10 \text{ rpm} \quad \text{COST}$$

$$\vec{w}_1 = w_1 \vec{k}$$

$$w_1 > 0$$

Passo sempre in unità di misura del SI.

$$w_1 = 10 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \cdot \frac{1}{60} \frac{\text{min}}{\text{s}} \cdot 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{giro}}$$

$$= \frac{2\pi}{60} \cdot 10 = 1,047 \text{ rad/s}$$

DET:

$$w_2, \dot{w}_2, w_3, \dot{w}_3$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\beta = 20^\circ$$

SVOLGIMENTO $B \in 1$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} = i w_1 \overline{AB}$$

$C \in 2$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{C/B} = \vec{v}_B + i w_2 \overline{BC}$$

$C \in 3$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_{C/D} = i w_3 \overline{DC}$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{C/D} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{C/B} \quad \rightarrow \boxed{\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}}$$

	M	D	V
\vec{v}_C	?	$\perp \overline{CD}$?
\vec{v}_B	$w_1 \cdot \overline{AB}$	$\perp \overline{AB}$	coerente con w_1
$v_{C/B}$?	$\perp \overline{BC}$?

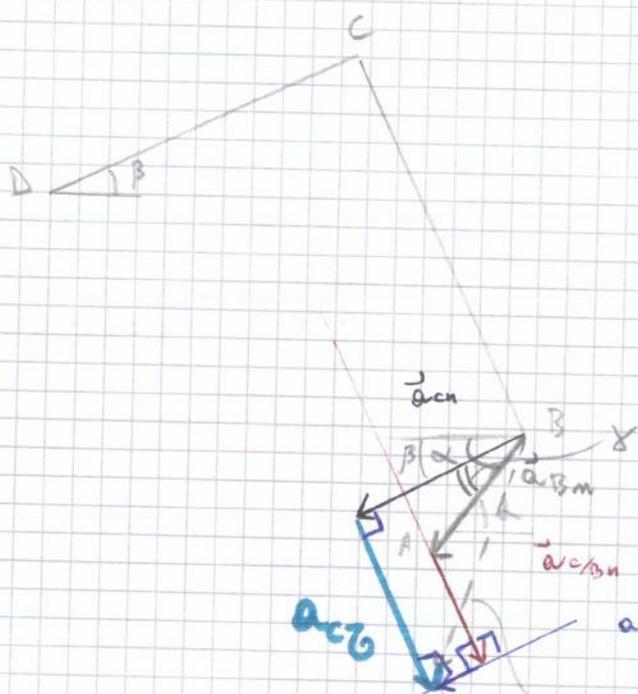
(41)

	M	D	V
$\vec{a}_{c/B}$?	$\perp DC$?
$\vec{a}_{c/A}$	$\omega_3^2 DC$	$\parallel DC$	Da C verso D
$\vec{a}_{B/M}$	$\omega_1^2 AB$	$\parallel AB$	Da B ad A
$\vec{a}_{c/B}$?	$\perp BC$?
$\vec{a}_{c/B/M}$	$\omega_2^2 BC$	$\parallel BC$	Da C verso B

Somma di questi 2
 =
 la somma di questi 3

S
T
E
S
S
A

R
I
S
U
L
T
A
N
T
E



D risultante di nero e verde che si annullano la coda

RISULTATI: faccio i 0 a caso

$a_{c/B} = 0,477 \text{ m/s}^2$

$a_{c/B/M} = -0,265 \text{ m/s}^2$

$\omega_3 = 0,436 \text{ rad/s}^2$ ORARIA

$\omega_2 = 0,43 \text{ rad/s}^2$ ORARIA

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A}$$

			H
	? $ \vec{I}_{AO} $?		D
			V

NOTA

→ non conosco abbastanza cose per poter studiare.
Ed è ovvio! Collegato ad A c'è un altro corpo che non ho considerato, e il corpo AB dipende anche dalla legge del moto di AO.

(16)

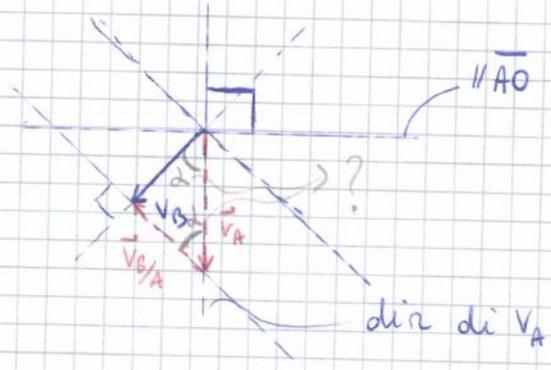


$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{A/O}$$

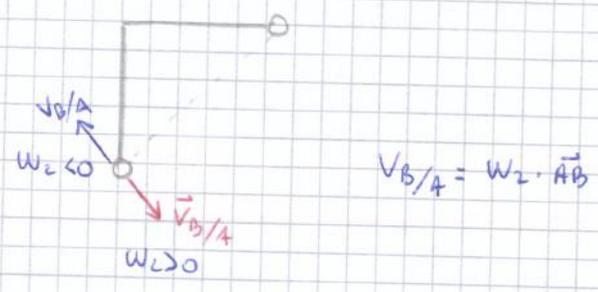
			H
	$ \vec{I}_{AO} $		D
			V

→ ripeto questa info sopra

D'AGRAMMA VETTORIALE



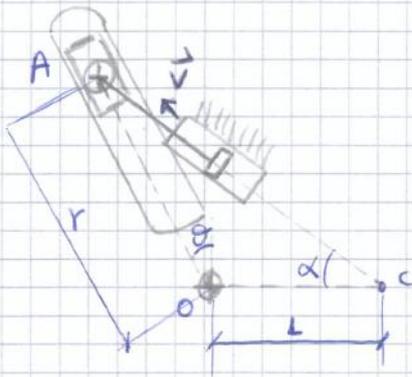
Dalla figura vedo che
 $|\vec{V}_{B/A}| = |\vec{V}_B|$
 \downarrow
 $|\omega_2 \cdot \vec{AB}| = \omega_1 \vec{BC}$
 $|\omega_2| = \omega_1 \frac{BC}{AB} = 2,5 \text{ rad/s}$



⇒ $\omega_2 < 0$?

Es in aula con QUAGLIA 11/03/2016

(18)



$$\theta = 30^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

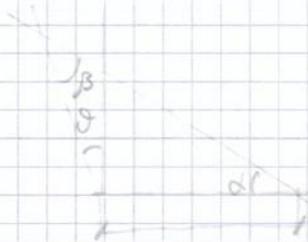
$$v = 4 \text{ m/s} = \text{cost}$$

$$L = 300 \text{ mm}$$

$$\dot{r}, \ddot{r}, \dot{\theta}, \ddot{\theta} ?$$

$\dot{r} \rightarrow$ è la v di A relativa al glifo

mi serve \overline{AO}



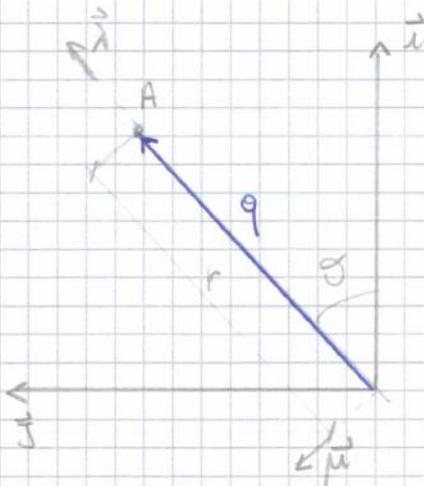
$$\beta = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \theta) = \frac{\pi}{6} = \alpha$$

$\Rightarrow \Delta$ isoscele

$$r = L = 0,3 \text{ m}$$

IL PUNTO A si muove nel glifo e il glifo stesso si muove

\Rightarrow CINEMATICA MOTI RELATIVI



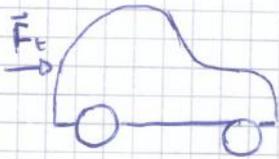
\hat{i}, \hat{j} FISSI

\hat{i}, \hat{j} MOBILI SOLIDALI AL GLIFO

In questo caso S.R. FISSO
ha la stessa origine del
S.R. MOBILE

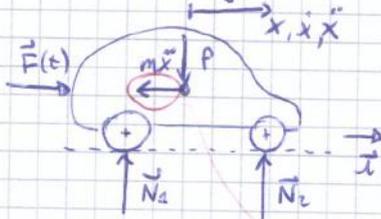
ES in aula 16/03/2016

(22)



Note \vec{F} applicate devo capire cosa succede al veicolo (DINAMICA DIRETTA)

Faccio diagramma di corpo libero



(NO ATTRITO) (TRASCURO DINAMICA delle ruote)
 è come se avessi 2 appoggi semplici (Ho solo \vec{F} NORMALI)

Scelgo S.R.

$$\vec{X} = \dot{X} \vec{i}$$

$$\vec{F}_i = -m\ddot{X} = -m\ddot{X} \vec{i}$$

metto sempre risultante delle \vec{F} d'inerzia

$$\sum \vec{F}_e + \vec{F}_i = 0$$

$$F(t) \vec{i} - \underbrace{m\ddot{X} \vec{i}}_{\vec{F}_i} + (N_1 + N_2 - P) \vec{j} = 0$$

scrivo ora le equaz. di equilibrio

$$\rightarrow F(t) - m\ddot{X} = 0 \rightarrow \boxed{\ddot{X} = \frac{F(t)}{m}} \rightarrow \text{vale } x \text{ tutti casi}$$

($\ddot{F} = \text{cost}$, $F \neq \text{cost}$, $F = 0$ ecc.)

le \vec{F} d'inerzia non conosco e priori verso; la risultante delle \vec{F} d'inerzia dipende dalle scelte operative che faccio.

ESERCIZIO DINAMICA 22/03/2016 + RIPASSO CONCETTI

(24)



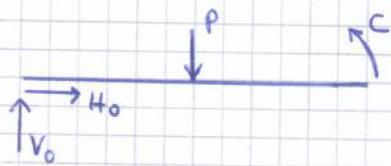
EQUAZ. della DINAM. $\begin{cases} \sum \vec{F}_e + \vec{F}_a = 0 \\ \sum \vec{M}_e + \vec{M}_i = 0 \end{cases}$

Asta omogenea, noti l e ρ' e $C = \text{cost}$

$\rho' = \frac{m}{l} = [\text{kg/m}]$

Piano orizzontale (ruota nel piano orizz.)

$\dot{\omega}$? e REAZ. VINC?



→ mi metto "sopra" → ⇒

MOM. D'IN : I



$I_G = m \frac{l^2}{12}$



$dm = \rho' dx$

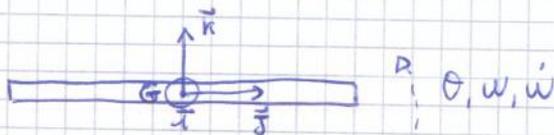
$I_O = \int_0^l x^2 dm$

$\rho' l = m$

$I_O = \int_0^l \rho' x^2 dx = \rho' \frac{l^3}{3} = m \frac{l^2}{3}$

Ho 2 STRADE
A e B

A) → RIDUR. AZ. INERZIA G



$\vec{\omega} = \omega \vec{i}$ → Terna centrale d'inerzia

$\vec{F}_i = -m \vec{a}_G$

$\vec{a}_G = \underbrace{\vec{a}_O}_{=0} + \underbrace{a_{O/G}}_{\omega^2 \frac{l}{2}} + \underbrace{a_{G/O}}_{\dot{\omega}^2 \frac{l}{2}}$

CASO B) RIDUZ. AZIONI D'INERZIA RISPETTO a O

(26)

$$\vec{k}_0 = a p \vec{i} + B q \vec{j} + C r \vec{k}$$

$$\dot{\vec{k}}_0 = \vec{i} I_0 \dot{\omega}$$

$$\vec{M}_{i0} = - \frac{d\vec{k}_0}{dt} = - I_0 \dot{\omega} \vec{i}$$

DIAGRAM. C. LIBERO

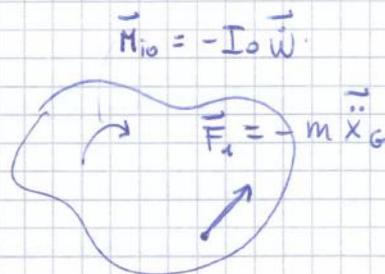
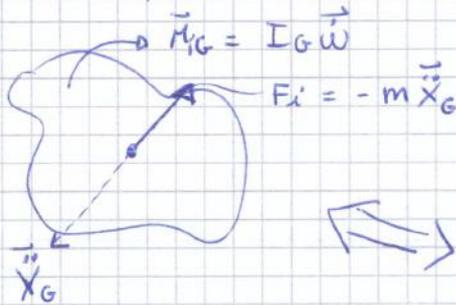


$$\sum \vec{M}_e + \vec{M}_i = 0 \Rightarrow C - I_0 \dot{\omega} = 0$$

$$\dot{\omega} = \frac{C}{I_0} = \frac{C}{m l^2 / 3} \rightarrow \text{uguale all'equaz. ricavata da A)}$$

NB. RICORDO DI METTERE NEL DIAGR. DI CORPO LIBERO LA RISULTANTE DELLE F' D'INERZIA! ALTRIMENTI NON VEDO LE REAZ. VINCOLARI!

In un corpo V



Sono uguali! uso quello che mi è + comoda

Ho avuto un ↑ di E_{cin} a spesa di ↓ E_p

(28)

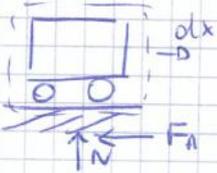
3-4



$$E + L_e + L_i = \Delta E_c + \Delta E_e + \Delta E_g$$

$\Delta E_c = 0 \rightarrow E_{cin}$ si conserva; se avessi avuto un lavoro delle $F_i \rightarrow E_{cin}$ sarebbe ↓

4-5



$$L_e = -F_A \cdot s'$$

$$-F_A \cdot s' = \frac{1}{2} m (v_5^2 - v_4^2) < 0 \Rightarrow v_5 < v_4$$

$v_4 = v_3 \Rightarrow$ determino v_5

5-6



$$dL_e = -\vec{F} \cdot \frac{dx}{\cancel{\phi}} + \vec{N} \cdot dx \Rightarrow L_e = 0$$

NON SI SPOSTA IL MURO!!!!!!!
Lavoro è $F \cdot$ spostam. pto applicazione

$$\underbrace{\frac{1}{2} m (v_6^2 - v_5^2)}_{< 0} + \underbrace{\frac{1}{2} k (\Delta x)^2}_{> 0} = 0$$

posso det. il Δx

risolvo stex problema considerando cm sist. il solo carrello
→ la molla compirà lavoro

Risolvere l'es. con le equaz. della dinamica.

30

$\vec{\lambda}, \vec{\mu}$ SOLIDALE AL MANICOTTO \rightarrow può ruotare con lui!
 RUOTA ATTORNO A C con una vel ang ω_2

$$\vec{V}_T = \underset{\substack{\vec{\lambda}, \vec{\mu} \\ \angle = 0}}{V_{ORIGINE}} + V_{P/ORIGINE}$$

MOTO RELATIVO: MOTO di TRASLAZIONE // a DB (// a $\vec{\lambda}$)

MOTO di TRASCINAM: MOTO di ROTAZIONE ATTORNO a C' A VEL ω_2

- 1) capisco che ho un moto composto
- 2) Piatto SR
- 3) Individuo MOTO REL e MOTO TRASCIN.

$$\vec{V}_{ASSOLUTA} = \vec{V}_R + \vec{V}_T$$

$\vec{V}_{C'R}$?

$$\vec{V}_{C'} = \vec{V}_{C'R} + \vec{V}_{C'T}$$

$$\vec{V}_{C'T} = \underset{\substack{\vec{V}_C \\ \angle = 0}}{\vec{V}_C} + V_{C'/C} = i\omega_2 \vec{r}_{C'C'} = 0 \quad \text{VETT. POSIZ. è nullo!}$$

$C \equiv C'$

$V_{C'T} = 0$ risono su C \Rightarrow per me è come se fosse fermo $\Rightarrow V_C = 0$

$$\vec{V}_{C'} = \vec{V}_{C'R} \rightarrow \text{so dire poco } ; \Rightarrow \text{lavoro su } V_{C'}$$

$C' \in BD$

$$\vec{V}_{C'} = \vec{V}_B + \vec{V}_{C'/B} = \vec{V}_B + i\omega_2 \vec{BC}'$$

	M	D	V
$V_{C'R} = \vec{V}_{C'}$?	// DB	?
V_B	NOTA	$\perp OB$	COERENTE CON ω_1 \rightarrow
$V_{C'/B}$?	$\perp BC'$?

\Rightarrow costruisco Δ di velocità

$$\vec{a}_{c'} = \vec{a}_{c'R} + \vec{a}_{c'T} + \vec{a}_{c'c}$$

(34)

$$\vec{a}_{c'T} = i\omega_2 \underset{L=0}{cc'} - \omega_2^2 \underset{L=0}{cc'} = 0$$

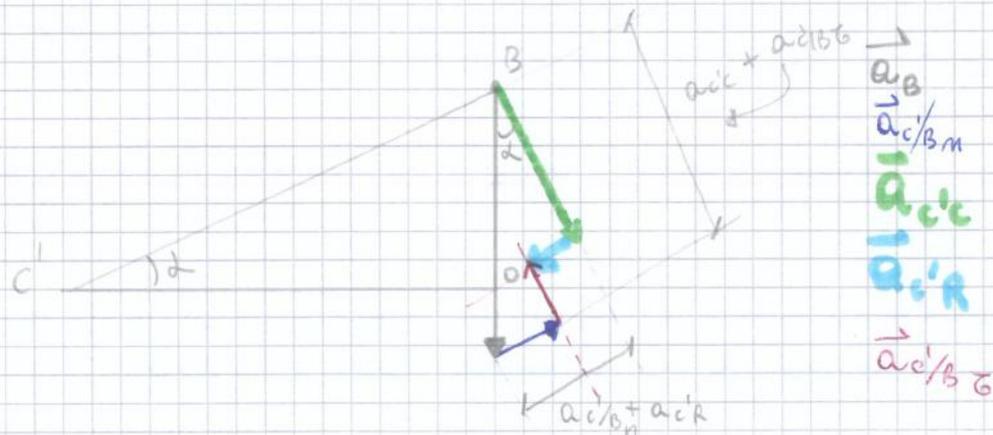
$$\vec{a}_{c'c} = 2i\omega_2 \vec{v}_{c'R}$$

W TRASCINAMENTO

$$\rightarrow \vec{a}_B + \vec{a}_{c'/B_0} + \vec{a}_{c'/B_m} = \vec{a}_{c'R} + \vec{a}_{c'c}$$

EQUAZ. che VOGLIO
RISOLVERE GRAFICAM.

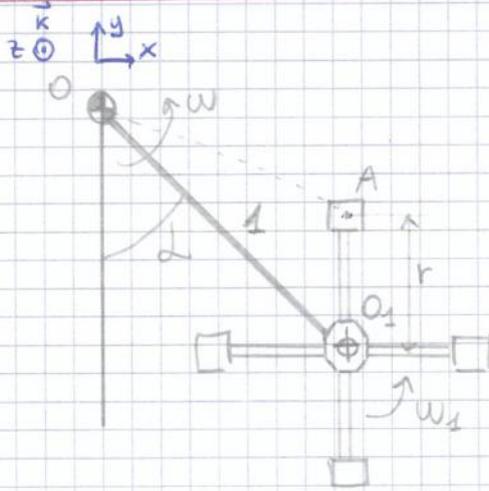
	M	D	V
\vec{a}_B	$\omega_1^2 OB$	$\parallel OB$	DA B verso O
\vec{a}_{c'/B_0}	?	$\perp BC'$?
\vec{a}_{c'/B_m}	$\omega_2^2 BC'$	$\parallel BC'$	DA C' VERSO B
$\vec{a}_{c'R}$?	$\parallel c'B$?
$\vec{a}_{c'c}$	$2\omega_2 \vec{v}_{c'R}$	$\perp c'B$	COERENTE CON ω_2



ESERCITAZIONE 5/04/2015

36

Es pag 3 GIOSTRA ES. m° 6



$$\overline{OO_1} = l = 5 \text{ m}$$

$$\overline{O_1A} = r = 1 \text{ m}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$|\omega| = 1 \text{ rad/s}$$

ω_1 ASSOLUTA

DET:

1) \vec{v}_A, \vec{a}_A

2) \vec{v}_A, \vec{a}_A

ω_1 tiene conto di tutti i movim. in gioco

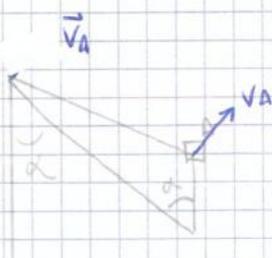
1) Considero O_1 come l'incastro e studio cosa succede in A

$$\vec{v}_A = \sum_{L=0} \vec{v}_O + \vec{v}_{A/O} = \omega \cdot \vec{OA}$$

$$v_A = \omega \overline{OA}$$

$$\vec{\omega} = |\omega| \cdot \vec{k}$$

$$\vec{\omega}_1 = |\omega_1| \cdot \vec{k}$$



APPLICO T. CARNOT:

$$\overline{OA}^2 = \overline{OO_1}^2 + \overline{O_1A}^2 + 2\overline{OO_1} \overline{O_1A} \cdot \cos \alpha$$

$$\rightarrow OA = \sqrt{\dots} = 4,35 \text{ m}$$

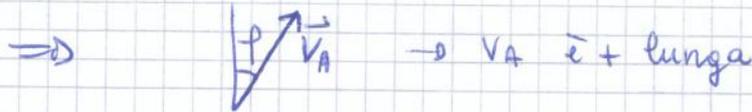
$$\Rightarrow v_A = 4,35 \cdot 1 = 4,35 \text{ m/s} \quad \vec{v}_A \perp OA \quad ? \rightarrow \text{immagino di congelare la ruota}$$

$$\vec{a}_A = \frac{d\vec{v}_A}{dt} = \vec{a}_{A/O} = \vec{a}_{A/O_1} + \vec{a}_{A/O_1} = \sum_{L=0} \vec{a}_{A/O_1} = \omega \dot{\omega} \vec{OA} - \omega^2 \vec{OA}$$

$$a_A = \omega^2 \overline{OA} = 4,35 \text{ m/s}^2 \quad (\parallel OA \text{ da } A \text{ verso } O) \rightarrow \text{comp normale}$$

$$\Rightarrow f = -8,61^\circ$$

(38)



$$v_A = 3,57 \text{ m/s}$$

Passo alle accelerazioni:

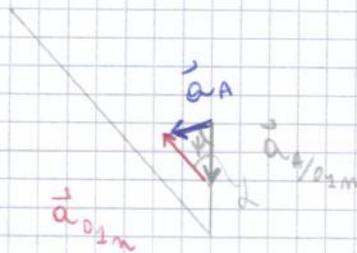
$$\vec{a}_A = \frac{d\vec{v}_A}{dt} = \vec{a}_{O_1} + \vec{a}_{A/O_1}$$

$$\vec{a}_{O_1} = \frac{d\vec{v}_{O_1}}{dt} = i \dot{\omega}_{O_1} \vec{OO}_1 - \omega_{O_1}^2 \vec{OO}_1 = \vec{a}_{O_1,m} \quad \boxed{|\omega, \omega_1 \text{ cost}|}$$

$$\vec{a}_{A/O_1} = \frac{d\vec{v}_{A/O_1}}{dt} = i \dot{\omega}_{O_1 A} \vec{AO}_1 - \omega_{O_1 A}^2 \vec{AO}_1 = \vec{a}_{A/O_1,m}$$

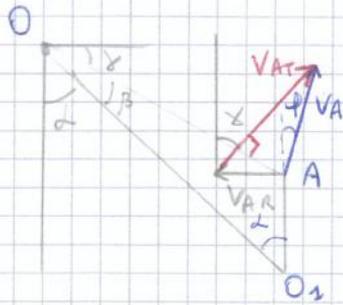
$$\vec{a}_A = \vec{a}_{O_1,m} + \vec{a}_{A/O_1,m}$$

	M	D	V
\vec{a}_A	?	?	?
$\vec{a}_{O_1,m}$	$\omega^2 \vec{OO}_1$	$\parallel \vec{OO}_1$	DA $O_1 \rightarrow O$
$\vec{a}_{A/O_1,m}$	$\omega_{O_1 A}^2 \vec{AO}_1$	$\parallel \vec{AO}_1$	DA $A \rightarrow O_1$



- \vec{a}_A COMPLETAM. INCOGNITO
- DIREZIONE DATA da DISEGNO
 - DEVO DET ψ e $|a_A|$

40



$$\alpha = 90^\circ - \alpha - \beta$$

lavoro sul $\Delta O O_1 A$

-> Teo Carnot:

$$\overline{AO_1}^2 = \overline{OO_1}^2 + \overline{OA}^2 - \overline{OO_1} \overline{OA} \cos \beta$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos \left(\frac{\overline{AO_1}^2 - \overline{OO_1}^2 - \overline{OA}^2}{\overline{OO_1} \overline{OA}} \right) = 9,35^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 35,65^\circ$$

$$\downarrow V_{AT} = \cos \alpha = V_A \cos \alpha$$

$$\leftrightarrow V_{AT} \cdot \sin \alpha = V_{AR} + V_A \sin \alpha$$

} $\alpha?$ $V_A?$

$$\Rightarrow \alpha = 8,61^\circ$$

$$V_A = 3,57 \text{ m/s}$$

Calcolo le accelerazioni

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{AR} + \vec{a}_{AT} + \vec{a}_{AC}$$

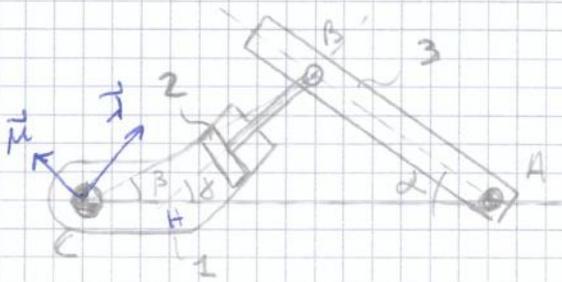
$$\vec{a}_{AR} = \frac{d\vec{v}_{AR}}{dt} = -\omega_{REL}^2 \cdot \vec{O_1 A} = \vec{a}_{ARn}$$

$$\vec{a}_{AT} = \frac{d\vec{v}_{AT}}{dt} = -\omega_{OA}^2 \cdot \vec{OA} = \vec{a}_{Tn}$$

$$\vec{a}_{AC} = 2i\omega \vec{v}_{AR}$$

ES SOLEVATORE IDRAULICO (cinematica) ES. n° 4

42



$$\alpha = \beta = 30^\circ$$

$$\gamma = 45^\circ$$

$$\overline{BA} = 4 \text{ m}$$

$$Q = 0,0157 \text{ m}^3/\text{s} \quad \omega_3 ?$$

$$\varnothing_{\text{DIAM}} = 0,2 \text{ m}$$

$$Q = A \cdot v \Rightarrow v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi \phi^2}{4}} = 0,5 \text{ m/s} \quad \vec{v} \text{ pistone nel cilindro}$$

B ∈ AB

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A} = i \omega_3 \overline{AB}$$

$$V_B = \omega_3 \cdot AB \Rightarrow \omega_3 = \frac{V_B}{AB}$$

B ∈ PISTONE

($\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{\nu}$) SOLDAVE a 1 (ruota attorno a C con ω_1)

MOTO RELATIVO: Traslazione // $\vec{\lambda}$ ($\lambda // HB$)

" TRASCINAM: Rotazione attorno a C (ω_1)

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{BR} + \vec{V}_{BT}$$

$$\vec{V}_{BT} = \sum_{C=O} \vec{V}_{B/C} = i \omega_1 \overline{CB}$$

↳ come ho poriz. il sist. rif. $\vec{\mu}$

ESERCITAZIONE 12/04/2016

48

ES. SOLEVATORE IDRAULICO (STATICA) ES. n° 5

(vedi figura sul testo)

DATI:

$$\varnothing = 0,2 \text{ m}$$

$$\alpha = \beta = 30^\circ$$

$$\gamma = 45^\circ$$

$$\overline{AB} = 4 \text{ m}$$

$$\overline{AG} = 2,5 \text{ m}$$

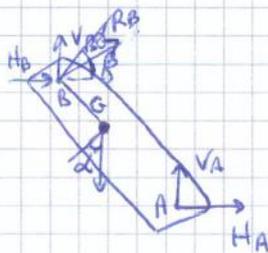
$$P = 20.000 \text{ N}$$

R_B ?

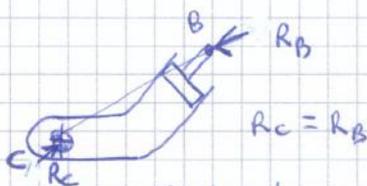
.....

$$\begin{aligned} \text{Cio' che so e': } \quad \Sigma \vec{F}_e + \vec{F}_i &= \vec{0} \\ \Sigma \vec{M}_e + \vec{M}_i &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_{ex} = 0 \\ \Sigma F_{ey} = 0 \end{cases}$$

D. C. LIB. PIANALE



Scelgo A come polo di riduzione per calcolare le mom. che tutte le F_{est} esercitano



R_C ed R_B devono equilibrarsi

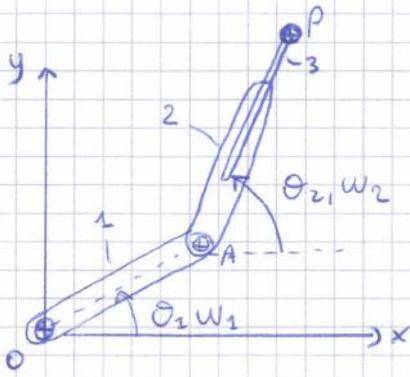
Forza peso cilindro trascurabile

$$A) P \cdot \cos \alpha \cdot \overline{AG} - R_B \cos \theta \cdot \overline{AB} = 0$$

$$\theta = 90 - \beta - \alpha \Rightarrow R_B = \frac{P \cos \alpha \cdot \overline{AG}}{\overline{AB} \cos \theta} = 12,5 \text{ KN}$$

ES. ROBOT (CINEMATICA) ES. n°7

50



$\overline{OA} = 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$

$\overline{AP} = 0,2 \text{ m}$

$\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 60^\circ$

$\omega_1 = 1 \text{ rad/s} = \text{cost}$

$\omega_{2 \text{ ASS}} = 2 \text{ rad/s}$

DET: \vec{v}_p ? \vec{a}_p ?

Metto S.R. AUXIL. su braccio 2 (\vec{i}, \vec{j}) \rightarrow Ruota come 2 con ω_2

MOTO RELATIVO: traslazione // AP

MOTO TRASCINAMENTO: rotazione attorno ad A con ω_2

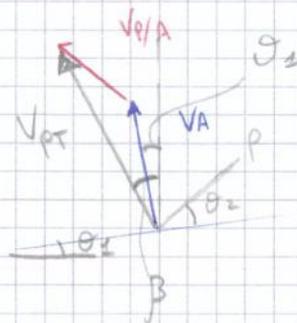
$\vec{v}_p = \vec{v}_{pA} + \vec{v}_{pT}$

$\vec{v}_{pT} = \vec{v}_A + \vec{v}_{p/A}$

$\vec{v}_A = \vec{v}_O + v_{A/O} = i\omega_1 \vec{OA}$

$v_{p/A} = i\omega_2 \vec{AP}$

	M	D	V
\vec{v}_{pT}	?	?	?
\vec{v}_A	$\omega_1 \cdot OA$	$\perp OA$	coerente con ω_1
$v_{p/A}$	$\omega_2 \cdot AP$	$\perp AP$	concorde con ω_2



(52)

Ora passo alle accelerazioni:

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{PA} + \vec{a}_{PT} + \vec{a}_{PC}$$

$$a_{PA} = 0 \quad (v_{PA} = \text{cost})$$

$$\vec{a}_{PT} = \frac{dV_{PT}}{dt} = \vec{a}_A + \vec{a}_{P/A} = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{P/An}$$

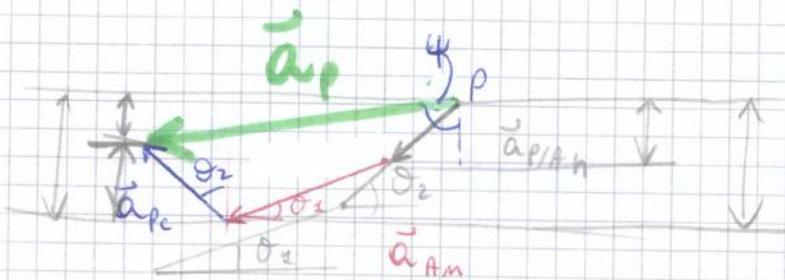
$$\vec{a}_A = \underbrace{i\omega_2}_{=0} \vec{OA} - \omega_2^2 \vec{OA} = \vec{a}_{An}$$

$$\vec{a}_{P/An} = \underbrace{i\omega_2}_{=0} \vec{AP} - \omega_2^2 \vec{AP} = \vec{a}_{P/An}$$

$$\vec{a}_{PC} = 2i\omega_2 \vec{V}_{PA}$$

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{P/An} + \vec{a}_{PC}$$

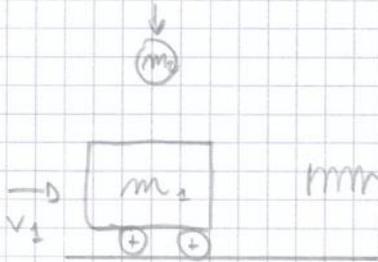
	M	D	V
\vec{a}_P	?	?	?
\vec{a}_{An}	$\omega_2^2 OA$	$\parallel OA$	DA A verso O
$\vec{a}_{P/An}$	$\omega_2^2 AP$	$\parallel AP$	DA P verso A
\vec{a}_{PC}	$\omega_2 \cdot V$	$\perp AP$	coerente con ω_2 (↺)



ES. Massa in caduta libera su un carrello in movimento

ES. n° 17

54



$$m_1 = 130 \text{ kg}$$

$$m_2 = 40 \text{ kg}$$

$$v_1 = 0,5 \text{ m/s}$$

$$k = 0,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 1000 = 800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$v_2 ? F_e ?$

$$\sum \vec{F}_e + \vec{F}_i = 0 \iff \sum F_e = \frac{d\bar{Q}}{dt}$$

$$\sum F_{ex} = \frac{dQ_x}{dt} = 0 \quad \text{ATTRITI TRASCURABILI}$$

$$Q_x = \text{cost} \quad Q_x(t_i) = Q_x(t_f)$$

$$Q_{xi} = Q_{xf}$$

$t_i \rightarrow m_1 \text{ e } m_2 \text{ DISTINTI}$

$t_f \rightarrow m_1 \text{ e } m_2 \text{ SOLIDALI}$

$$Q_{xi} = m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 v_1$$

$$Q_{xf} = (m_1 + m_2) \cdot v_2$$

$$Q_{xi} = Q_{xf}$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$$

$$v_2 = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0,382 \text{ m/s}$$

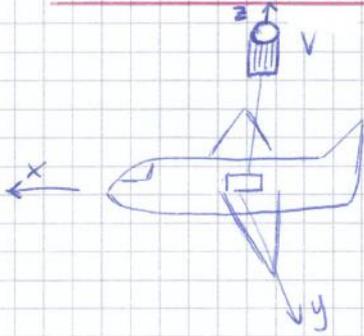
Uso il principio di cons. dell'en. meccanica:

$$\int_{L=0}^{L_1} \dot{V}_e + \int_{L=0}^{L_2} \dot{V}_e = \Delta E_c + \cancel{\Delta E_g} + \Delta E_e$$

Lo tiene conto anche delle coppie motrici

$$\Delta E_c + \Delta E_e = 0$$

ES. Navicella - satellite ES. n° 16



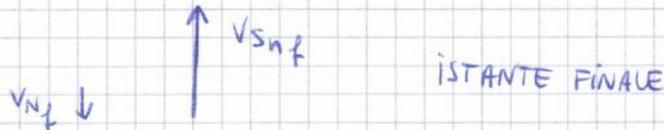
$m_s = 800 \text{ kg}$
 $m_m = 90'000 \text{ kg}$
 $\Delta t = 4 \text{ s}$
 $v_{sfr} = 0,3 \text{ m/s}$
 CO RELATIVA

DET: v_{nf} ? F_m ?

$\sum F_{ez} = \frac{dQ_z}{dt} \Rightarrow Q_z = \cos t$
 $L = 0$

$Q_{zi} = Q_{zf}$

$Q_{zi} = 0 \Rightarrow Q_{zf} = 0$



$Q_{zf} = m_s v_{sfr} - m_N v_{nf}$

$\vec{v}_{sfr} = \vec{v}_{sr} + \vec{v}_{st} \sim v_{nf}$

$v_{sfr} = v_{sr} - v_{nf}$

$Q_{zf} = m_s (v_{sr} - v_{nf}) - m_N v_{nf} = 0$

$m_s v_{sr} = v_{nf} (m_s + m_N)$

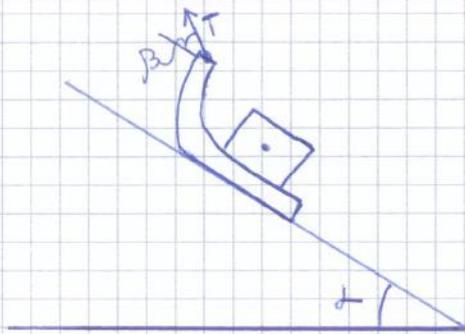
$v_{nf} = \frac{m_s}{m_s + m_N} \cdot v_{sr} \rightarrow$

ESERCITAZIONE

19/04/2016

ES. n° 8

58



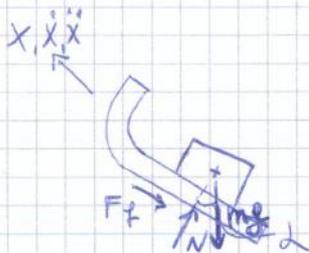
ES. SLITTA (Attrito)

$m = 500 \text{ kg}$
 pendenza 30%
 $f = 0,2$

DET:

$\beta |_{T_{\min}} ? \quad T_{\min} ?$

DIAGR. C. LIBERO SLITTA



→ Diraz. // al piano inclinato

① // $T \cos \beta - F_f - mg \sin \alpha = 0$

INCOGNITE: T, N, F_f, β

→ diraz. ⊥ al piano inclinato

② ⊥ $T \sin \beta + N - mg \cos \alpha = 0$

So anche che la slitta scorre sul piano con attrito

③ $fN = F_f$

Voglio trovare β per minimizzare $T \Rightarrow$ impongo $\frac{dT}{d\beta} = 0$

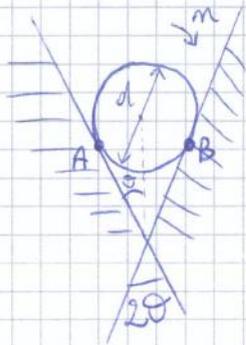
→ Troverò il max o il minimo

$N = mg \cos \alpha - T \sin \beta$

$T \cos \beta - f \cdot N - mg \sin \alpha = 0$
 $T \cos \beta - f mg \cos \alpha + f T \sin \beta - mg \sin \alpha = 0$

ES CUSCINETTI ES. n° 9

(8)



$d = 30 \text{ mm} = 0,03 \text{ m}$

$n = 100 \text{ giri/min}$

$\theta = 30^\circ$

DET:

$C/w = \text{cost}$

La coppia

$Q \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}} \right] ?$

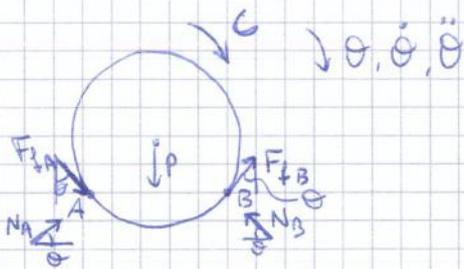
$T = ?$

$P = 981 \text{ N}$

$f = 0,25$

$f_i = 0,2 \text{ m} \rightarrow$ RAGGIO D'INERZIA $(\text{MASSA} \times (\text{RAGGIO D'IN.})^2 = \text{MOM. D'IN.})$

D. CORPO LIBERO ALBERO



Forze tang d'attrito formano θ con la verticale, mentre N_A e N_B formano θ con l'orizzontale.

$\leftrightarrow) F_{fA} \sin \theta + F_{fB} \sin \theta - N_B \cos \theta + N_A \cos \theta = 0$

$\updownarrow) P + F_{fA} \cos \theta - N_A \sin \theta - F_{fB} \cos \theta - N_B \sin \theta = 0$

$\circ) C = (F_{fA} + F_{fB}) \frac{d}{2} = f(N_A + N_B) \frac{d}{2}$

INCOGNITE : $C, N_A, F_{fA}, N_B, F_{fB}$

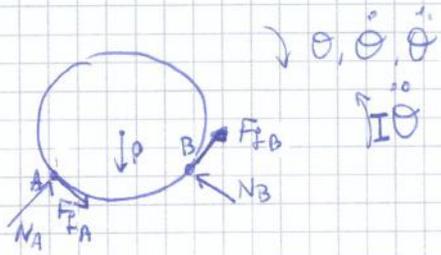
(5) Ma aggiungo l' info dello strisciamento.

$F_{fA} = f \cdot N_A$

$F_{fB} = f \cdot N_B$

Una volta rimossa la coppia, l'albero decelera \Rightarrow ricavo la decelerazione da cui posso poi valutare il tempo.

(62)



$\int I \ddot{\theta}$ \rightarrow azioni d'inerzia che si oppongono a $\ddot{\theta}$
 \Rightarrow le ho xkè ho una massa.

$$0 \int I \ddot{\theta} + (F_{fA} + F_{fB}) \frac{d}{2} = 0$$

$$\ddot{\theta} = - f \frac{(N_A + N_B)}{I} \frac{d}{2}$$

$$\boxed{g_i = \sqrt{\frac{I}{m}}}$$

$$I = m g_i^2 = \frac{P}{g} g_i^2 = 4 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Formula del RAGGIO D'INERZIA

$$\dot{\theta}(t) = \int_0^t \ddot{\theta}(t) dt + \dot{\theta}(0)$$

$$\dot{\theta}(t) = \int_0^t \left[-f \frac{(N_A + N_B)}{I} \frac{d}{2} \right] dt + \omega$$

$$\dot{\theta}(t) = -at + \omega$$

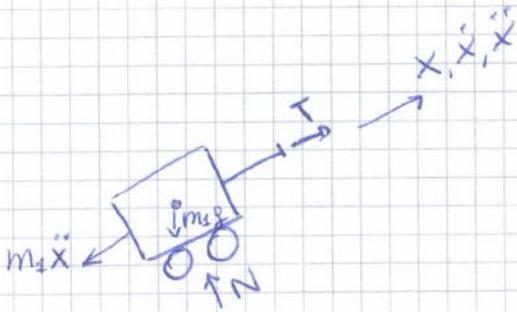
$$\dot{\theta}(T) = 0$$

$$0 = -aT + \omega \Rightarrow T = \frac{\omega}{a} = 6,05 \text{ s}$$

D. C. L. CARRELLO

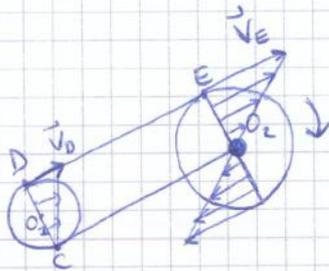
(64)

Non ho info sulla massa delle ruote \Rightarrow non aggiungo info.



//) $m_1 \ddot{x} + m_1 g \sin \alpha = T$

INCOGNITE: $T_1, T_2, T, \ddot{x}, \ddot{\theta}_2$



$v_{O_2} = \dot{x}$

$x_{O_2}(t) = x(t)$

$\vec{v}_{E \text{ FUNE}} = \vec{v}_{E \text{ PULEGGIA}}$

$\vec{v}_E = \vec{v}_{O_2} + v_{E/O_2}$

$\vec{v}_E = \dot{\omega}_2 \vec{O_2 E}$

$\dot{v}_E = \omega_2 r_2 = \dot{\theta}_2 r_2$

$\vec{v}_D = \vec{v}_E$ (funne inestensibile)

$\vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_{D/C} = \dot{\omega}_1 \vec{CD}$

$v_D = \omega_1 CD = \omega_1 \cdot 2r_1 = \dot{\theta}_1 2r_1$

RISOLUZIONE ESERCIZIO CON TEOREMA DELL'ENERGIA

(66)

$$L_i + L_e = \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_e \quad \left(\begin{array}{l} L_i \\ L_e \end{array} \right)_{L=0}$$

$$L_e = F \cdot r_2 \theta_2(t^*) = F \cdot r_2 \frac{\overline{AB}}{r_2}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= E_{c_f} - E_{c_i} \stackrel{=0}{=} = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{2} I_2 [\dot{\theta}_2(t^*)]^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{2} I_2 4 \frac{v_B^2}{r_2^2} = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{1}{2} \frac{m_2 r_2^2}{2} \cdot 4 \frac{v_B^2}{r_2^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta E_c = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + m_2 v_B^2$$

$$\Delta E_g = E_{g_f} - E_{g_i}$$

$$E_{g_f} = m_1 g h_B + m_2 g h_{O_2}$$

$$E_{g_i} = m_1 g h_A + m_2 g h_{O_2}$$

$$\Delta E_g = m_1 g \underbrace{(h_B - h_A)}_{\Delta h(t^*)} = m_1 g \overline{AB} \sin \alpha$$

68

Faccio l'ipotesi di puro rotolamento



$$\dot{x}_G = v_G = \omega \cdot r = \dot{\theta} r$$

$$\vec{v}_G = \vec{v}_C + \vec{v}_{G/C} \quad \underbrace{\vec{v}_C}_{=0} = i\omega \vec{c}_G$$

$$v_G = \omega r$$

Devo verificare che la mia h_p sia veritiera, ovvero che C sia centro di istantanea rotazione: $\Rightarrow F_f \leq f_a \cdot N$

$$F_f = P \sin \alpha - m \ddot{x}$$

$$I \ddot{\theta} - P \sin \alpha \frac{d}{2} + m \ddot{x} \frac{d}{2} + P \cos \alpha \cdot \mu = 0$$

$$I \frac{\ddot{x}}{d} - P \sin \alpha \frac{d}{2} + m \ddot{x} \frac{d}{2} + P \cos \alpha \cdot \mu = 0$$

$$\ddot{x} \left(\frac{2I}{d} + \frac{md}{2} \right) = P \left(\sin \alpha \cdot \frac{d}{2} - \mu \cos \alpha \right)$$

$$\ddot{x} = \frac{P \left(\sin \alpha \frac{d}{2} - \mu \cos \alpha \right)}{\left(\frac{2I}{d} + m \frac{d}{2} \right)}$$

CASO ① $\alpha = 10^\circ$

$$\ddot{x} = 0,878 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{\theta} = 1,756 \text{ rad/s}^2$$

$$N = 98,481 \text{ N}$$

$$F_f = 8414 \text{ N}$$

$$F_f \leq f_a \cdot N \Rightarrow 8414 < 19696 \text{ Si!}$$

$$\dot{x}(t) = \int_0^t \ddot{x} dt + \dot{x}(0) = \ddot{x} t$$

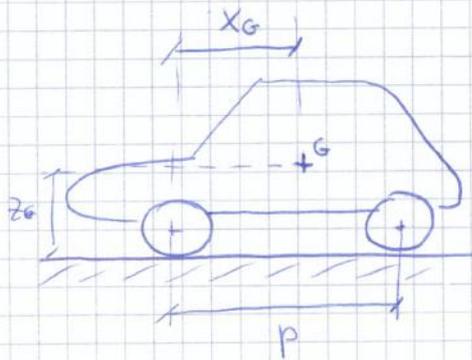
$$x(t) = \int_0^t (\ddot{x} t) dt + x(0) = \frac{\ddot{x} t^2}{2}$$

$$x(t) = AB = \frac{\ddot{x} t^{*2}}{2} \Rightarrow t^* = \sqrt{\frac{2AB}{\ddot{x}}} = 21,34 \text{ s}$$

ES. Automobile in partenza (pag 5)

ES. n° 12

70



$M = 1360 \text{ kg}$

$p = 2,3 \text{ m}$

$X_G = 1,3 \text{ m}$

$z_G = 0,72 \text{ m}$

RUOTE: $m = 20 \text{ kg}$

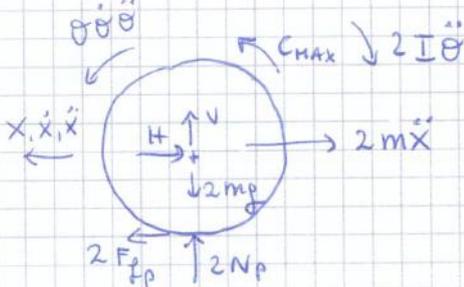
$r_i = 0,2 \text{ m}$

$D = 0,65 \text{ m}$

DET:

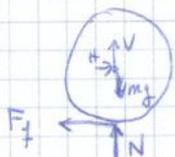
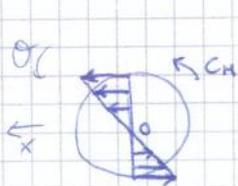
- C_{max} | PARTENZA ADERENZA LIMITE ?
- REAZ. TERRENO ?
- \ddot{x} ?

D. C. L. ASSIALE POSTERIORE



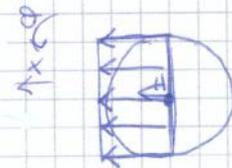
STAZIONARIE - NO ATRITO VOLVENTE

RUOTA MOTRICE



$C_H = F_f \cdot r$

RUOTA CONDOTTA

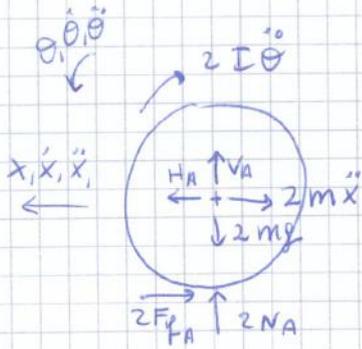


$\circlearrowright) F_f \cdot r = 0$

$F_f = 0$

D.C.L. ASSIAVE ANTERIORE

72



$$O_A \uparrow 2I\ddot{\theta} - 2F_{fA} \frac{D}{2} = 0$$

ADERENZA LIMITE RUOTE POSTERIORI

$$F_{fp} = f_a \cdot N_p$$

PURO ROTOLAMENTO

$$\ddot{x} = \frac{D}{2} \cdot \ddot{\theta}$$

$$\rightarrow \ddot{\theta} = \frac{f_a M g x_G}{\left(M \frac{D}{2} + 4 \frac{I}{D} \right) - \left(4I + \frac{MD}{2} z_G \right) \frac{f_a}{p}} = 24,69 \text{ rad/s}^2$$

$$N_p = 5487 \text{ N}$$

$$N_A = 1483 \text{ N}$$

$$\ddot{x} = 8,02 \text{ m/s}^2$$

$$F_{fp} = 5487 \text{ N}$$

$$F_{fA} = 30,39 \text{ N}$$

$$C_{MAX} = 3586 \text{ N} \cdot \text{m}$$

CASO 2

$$V = 200 \text{ km/h} = 55,55 \text{ m/s}$$

(74)

$$L = \frac{60}{100} mg$$

$$f_v = 0,01 + 1,5 \cdot 10^{-6} \omega^2 = 0,023$$

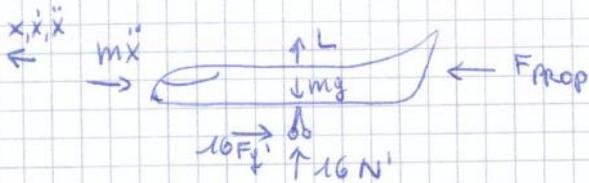


$$V = \omega \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2V}{d} = 93,06 \text{ rad/s}$$

(se non viene detto nulla di solito è un puro rotolamento)

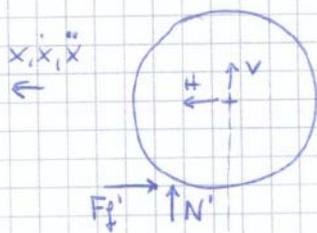
D.C.L. AEREO



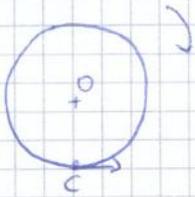
$$\updownarrow) mg - L - 16N' = 0$$

$$N' = \frac{mg - L}{16} = 88290 \text{ N}$$

DCL RUOTA



$$F_f' \frac{d}{2} = N' u \Rightarrow F_f' = 2030 \text{ N}$$



46

$$\vec{V}_c = \vec{V}_0 + \vec{V}_{c/o} = \vec{V} + \omega \vec{c}$$

$$V_c = V - \omega \frac{d}{2}$$

$$V_c(t^*) = 0$$

$$V(t^*) - \omega(t^*) \frac{d}{2} = 0$$

$$V(t^*) = \omega(t^*) \frac{d}{2}$$

$$V(t) = \dot{x}(t) = \int_0^t \ddot{x} dt + \dot{x}(0) = \ddot{x}t + V_0$$

$$V(t^*) = \ddot{x}t^* + V_0$$

$$\omega(t) = \dot{\theta}(t) = \int_0^t \ddot{\theta} dt + \dot{\theta}(0) = \ddot{\theta}t$$

$$\dot{\theta}(t^*) = \ddot{\theta}t^*$$

$$\ddot{x}t^* + V_0 = \ddot{\theta}t^* \frac{d}{2} \Rightarrow t^* = \frac{V_0}{\frac{\ddot{\theta}d}{2} - \ddot{x}}$$

$$t^* = 1,228 \text{ s}$$

$$x(t) = \ddot{x} \frac{t^2}{2} + V_0 t$$

$$\Rightarrow x(t^*) = 63 \text{ m}$$

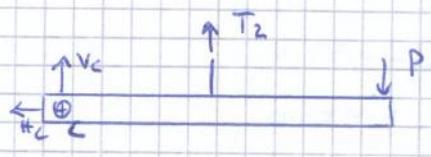
$$\theta(t) = \ddot{\theta} \frac{t^2}{2}$$

$$\theta(t^*) = \frac{\ddot{\theta} t^{*2}}{2} \Rightarrow n^\circ \text{ giri} = \frac{\theta(t^*)}{2\pi} = 5,13 \text{ giri}$$

FOTO SU PREFERITI

D.C.L. BARRA

79



$$\curvearrowleft T_2 \cdot a - (P \cdot (a+b)) = 0$$

Ho 3 equazioni e 5 incognite: $T, T_1, T_2, \ddot{\theta}, \ddot{x}$

Posso aggiungere: $\ddot{x} = \frac{D_1}{2} \ddot{\theta}$ se FUNE E' IN ADERENZA SUL TAMBURO

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\pm \theta_A} \rightarrow \text{ANGOLO AVVOLGIMENTO NASTRO SU TAMBURO}$$

Ora posso risolvere per sostituzione

$$\theta_A = 90^\circ + \alpha \rightarrow \text{vedi D.C.L. TAMBURO} \Rightarrow [\theta_{AVV}] = [\text{rad}]$$

$$\ddot{\theta} = -1,05 \text{ rad/s}^2$$

$$\theta_{AVV} = 2,677 \text{ rad}$$

$$\ddot{x} = -0,484 \text{ m/s}^2$$

$$T = 4197,5 \text{ N}$$

$$T_1 = 4505,4 \text{ N}$$

$$T_2 = 2533,3 \text{ N}$$

$$C_f = 789 \text{ N}$$

$$= \int k' 2\pi \frac{r^2}{2} \Big|_{R_i}^{R_e} = \int k' \frac{2\pi}{2} (R_e^2 - R_i^2) = \int k' 2\pi (R_e - R_i) \cdot \frac{(R_e - R_i)}{2} \quad \textcircled{BI}$$

$$F = N = \int_A dN = \int_A p \cdot dA = \int_A \frac{k'}{\pi} r d\theta dr = k' \int_{R_i}^{R_e} dr \int_{-\pi}^{\pi} d\theta$$

$$= k' 2\pi (R_e - R_i)$$

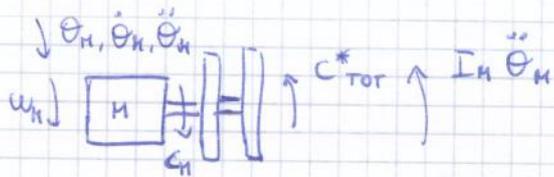
$$C^* = \int F \frac{(R_e + R_i)}{2} = 55,18 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$F = 150 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1471,5 \text{ N}$$

2^a PARTE

DET : $w^* ? \rightarrow$ NO SLITTAMENTO
 $t^* ?$

D.C.L.



$$1) C_H - C_{TOR}^* - I_M \ddot{\theta}_M = 0$$

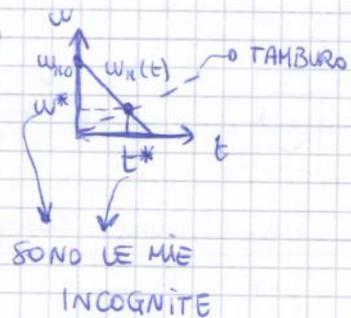
$$C_H = 9,81 \cdot 5 = 49,05 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$I_M = M \cdot r_{CM}^2 = 2,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}_M = \frac{C_H - C_{TOR}^*}{I_M} = -27,25 \text{ rad/s}^2$$

$$\dot{\theta}_M(t) = \omega_M(t) = \int_0^t \ddot{\theta}_M(t) dt + \dot{\theta}_M(0) = \ddot{\theta}_M \cdot t + \omega_{M0}$$

$\omega_{M0} < 0$



83

$$\ddot{\theta}_H(t) = \ddot{\theta}_H t + \omega_{H0}$$

$$\dot{\theta}_H(t) = \int (\ddot{\theta}_H t + \omega_{H0}) dt + 0 = \ddot{\theta}_H \frac{t^2}{2} + \omega_{H0} t$$

$$\theta_H(t^*) = \ddot{\theta}_H \frac{t^{*2}}{2} + \omega_{H0} t^* = \boxed{49,23 \text{ rad}}$$

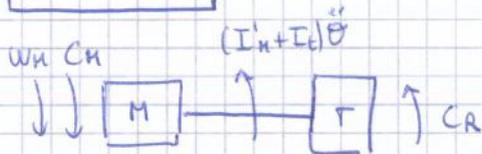
$$\ddot{\theta}_T(t) = \int_0^t \ddot{\theta}_T(t) dt = \int \ddot{\theta}_T t dt = \frac{\ddot{\theta}_T t^2}{2}$$

$$\theta_T(t^*) = \ddot{\theta}_T \frac{t^{*2}}{2} = \boxed{7,94 \text{ rad}}$$

$$L_e = C_H \theta_H(t^*) - C_R \theta_T(t^*) = 2292,7 \text{ J}$$

$$\Rightarrow L_i = -4452 \text{ J}$$

4^a PARTE



$$C_H - C_R - (I_H + I_T) \ddot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} = 2,27 \text{ rad/s}^2$$

$$\dot{\theta}(t) = \int_{t^*}^t \ddot{\theta} dt + \dot{\theta}(t^*) = \ddot{\theta} \frac{t-t^*}{1} + \omega^*$$

$T \rightarrow \omega_{H0}$ (T è l'istante in cui raggiunge di nuovo ω_{H0})

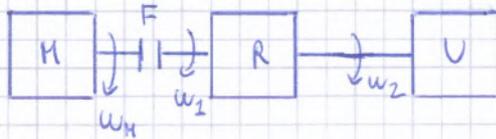
$$\dot{\theta}(T) = \omega_{H0}$$

$$\ddot{\theta} T - \ddot{\theta} t^* + \omega^* = \omega_{H0}$$

$$T = \frac{\omega_{H0} - \omega^* + \ddot{\theta} t^*}{\ddot{\theta}} = 20 \text{ s}$$

ES n° 34 (SISTEMA MOTORE- RIDUTTORE - CARICO CON INNESTO A FRAZIONE)

85



DATI:

- ω_{H0}
- $\omega_2 = 0$
- C_H COST
- C_U COST
- C_f
- I_H, I_U

DET:

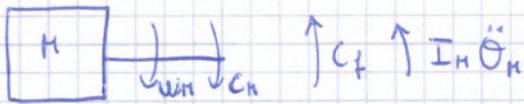
$\ddot{\theta}_H ?$

$\ddot{\theta}_2 ?$

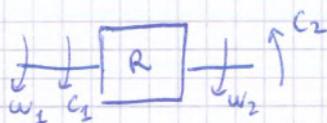
$t^* ?$

$\omega_H(t^*) ?$

$\omega_2(t^*) ?$



1) $C_H - C_f - I_H \ddot{\theta}_H = 0 \Rightarrow \ddot{\theta}_H = \frac{C_H - C_f}{I_H} = -50 \text{ rad/s}^2$



2) $\eta = \frac{P_U}{P_i} = \frac{C_2 \omega_2}{C_1 \omega_1} = \frac{C_2}{C_1 i}$



3) $C_2 - C_U - I_U \ddot{\theta}_2 = 0$

$C_2 = \eta \cdot i \cdot C_1$