NUMERO: 2099A-

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Marco Corino

MATERIA: Fondamenti di macchine - (Esercizi, temi d'esame, formulario) - Prof. Nuccio

FORMULARIO

1

RICHIAMI DI TERMODINAMICA

I PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA SISTEMI CHIUSI

"FORMULAZIONE LAGRANGIANA"

FORMA DIFFERENZIALE

$$\partial Q + \partial \mathcal{L}_E = d\mathcal{E} = d\mathcal{U} + d\mathcal{E}_{c,g,cf}$$

c → CINETICA, g → GRAVITAZIONALE, cf → CENTRIFUGA

FORMA INTEGRALE (MAIUSCOLO CORSIVO)

$$\mathcal{Q} + \mathcal{L}_E = \Delta\mathcal{U} + \Delta\mathcal{E}_{c,g,cf}$$

FORMA MASSICA (MAIUSCOLO STAMPATELLO)

$$Q + L_E = \Delta U + \Delta E_{c,g,cf}$$

Sia L_e → Lavoro massico scambiato con l'esterno

$L_e > 0$ per macchine operatrici

$$\partial L_e = -p\,dv + dE_c + dE_g + \partial L_w$$

L_w → Lavoro delle F viscose, Lavoro passivo

ENERGIA

$E_c = \dfrac{c^2}{2}$ — c → VELOCITÀ ASSOLUTO

$E_g = gz$ — g → ACC. GRAVITAZIONALE

$E_{cf} = -\dfrac{u^2}{2}$ — u → VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO

$u = \omega r$ — ω VELOCITÀ ANGOLARE; r DISTANZA DA ASSE DI ROTAZ.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 194

FORMA MASSICA ESPLICITA I P.T

$$Q + L_i = (h_2 - h_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

TEOREMA DI BERNOULLI

HP : ρ = COST (FLUIDO INCOMPRIMIBILE) $\Rightarrow \int_1^2 v\,dp = \frac{p_2 - p_1}{\rho}$

- CONDOTTO $\rightarrow L_i = 0$
- CONDIZ. IDEALI $\rightarrow L_W = 0$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{c_1^2}{2} + g z_1 = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{c_2^2}{2} + g z_2$$

LAVORO DI TRASFERIMENTO

Confronto la formulazione Lagrangiana con quella Euleriana.

$$\partial L_e - \partial L_i = - d(pv)$$

$$\Uparrow$$

$$\begin{cases} \partial Q + \partial L_e = dU + dE_{c,g} \\ \partial Q + \partial L_i = dh + dE_{c,g} \rightarrow \partial Q = -\partial L_i + dh + dE_{c,g} \end{cases}$$

$$\rightarrow -\partial L_i + dh + \cancel{dE_{c,g}} + \partial L_e = dU + \cancel{dE_{c,g}}$$

$$\rightarrow \partial L_e - \partial L_i = \cancel{dU} - \cancel{dU} - d(pv)$$

$$L_e - L_i = \Delta(pv) = L_{tr}$$

L_e ed L_i sono $\neq$ per il contributo di L_{tr} (SALVO NEI PROCESSI CICLICI)

TRASFORMAZIONE POLITROPICA

5

$$c_p = R\frac{k}{k-1} \quad \text{da} \quad \begin{cases} c_p = R + c_v \\ k = \frac{c_p}{c_v} \end{cases}$$

$$pv^m = cost \qquad m = \frac{1}{1 - \frac{\ln(T_u/T_1)}{\ln(p_u/p_1)}}$$

$$c = cost$$

$$Tp^{\frac{1-m}{m}} = cost$$

$$\partial Q + \partial L_w = c\, dT$$

$$Tv^{m-1} = cost$$

$$m = \frac{c_p - c}{c_v - c}$$

$$\int_1^2 p\,dV \text{ = Risolvo sfruttando } pv^m = cost$$

$$L_o = \frac{p_1 v_1^m}{1-m}\left(v_2^{1-m} - v_1^{1-m}\right)$$

$$c = c_v \frac{m-k}{m-1}$$

$$\int_1^2 v\,dp = \frac{m}{m-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right]$$

TRASFORMAZIONE CHIUSA

$$L_e = L_i$$

$$Q + L_e = 0 \qquad L_e = -\oint p\,dv + L_w$$

$$Q + L_i = 0 \qquad L_i = \oint v\,dp + L_w$$

$$\oint T\,ds = Q + L_w$$

$$\oint T\,ds = -\oint p\,dv = \oint v\,dp$$

LAVORO – POTENZA

$L_i > 0$ MACCH. OPERATRICE $\qquad$ L_i LAVORO INTERNO

$L_i < 0$ MACCH. MOTRICE

POTENZA INTERNA

$P_i = \dot{m} L_i$ $\qquad$ $\dot{m}$ → PORTATA IN MASSA

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot \vec{v}$$

Rendimento IDRAULICO

$$\eta_y = \frac{L_i - L_w}{L_i}$$

$$\eta_y > \eta_c$$

In MACCHINE TERMICHE $L_{is} \neq L_i - L_w$ perché ho anche FENOMENI TH.

In MACCHINE IDRAULICHE $L_{is} = L_i - L_w$ (no FENOMENI TH)

LAVORO DI RECUPERO

MACCHINE TH MOTRICI

$$L_t = L_{t_{is}} - L_w + L_{REC}$$

Una parte del lavoro dissipato dalle $\vec{F}$ di attrito viene recuperato

Ecco perché $\eta_{\theta i} > \eta_y$

RENDIM IDRAULICO

$$\eta_y = \frac{\frac{k}{k-1}}{\frac{m}{m-1}}$$

LAVORO DI CONTRORECUPERO

MACCHINE TH OPERATRICI

Lavoro che devo spendere in + a causa delle $\vec{F}_{attr.}$

$$L_i = L_w + L_{is} + L_{c.REC}$$

$$\eta_{yc} > \eta_c$$

PORTATA

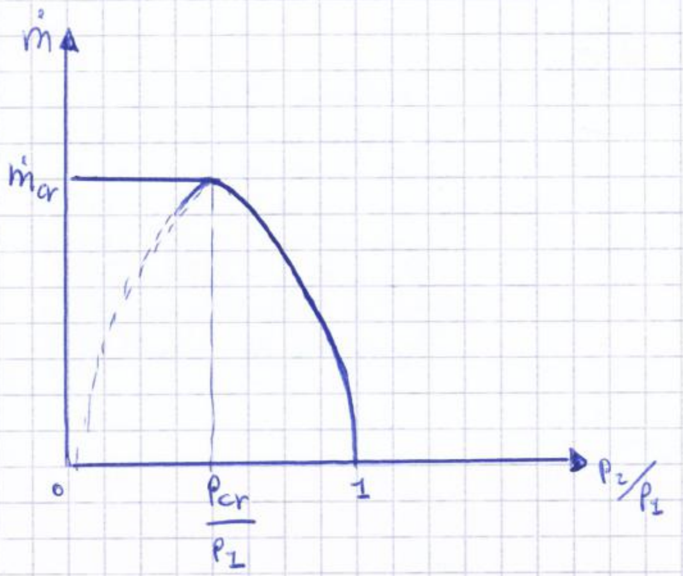
$$\dot{m} = \rho A c$$

$$\dot{m} = A \frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

PORTATA CRITICA

$$\dot{m}_{cr} = A_r \sqrt{p_1 \rho_1} \cdot \sqrt{k\left[\frac{2}{k+1}\right]^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

UGELLO SEMPLICEMENTE CONVERGENTE



VERIFICO SEMPRE SE SONO IN CONDIZIONI DI PROGETTO E IN CONDIZIONI FUORI PROGETTO (non adattate)

CALCOLO PRESSIONE CRITICA:

$$\frac{p_{cr}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

CALCOLO PORTATA

- 1° CASO $\frac{p_2}{p_1} \geq \frac{p_{cr}}{p_1}$ CONDIZ. ADATTATE

$$\dot{m} = A_r \frac{p_1}{\sqrt{p_1 v_1}} \sqrt{2\frac{k}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

- 2° CASO $\frac{p_2}{p_1} \leq \frac{p_{2cr}}{p_1}$ $\Rightarrow$ SONO FUORI PROG

$$\dot{m}_{cr} = A_r \frac{p_1}{\sqrt{p_1 v_1}} \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

CALCOLO PRESSIONE LIMITE : 2 MODI : (11)

(1) Uguaglio $\dot{m}$ con $\dot{m}_{cr}$

Le solut. fisicamente accettabili saranno p_{ad} e p_{lim}

$$A_r \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = A_2\sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

(2) Con l' APPROSSIMAZIONE ELLITTICA :

(va bene per trovare p_{lim} ma per trovare p_{ad} è poco precisa)

$$\left(\frac{\dot{m} A_r}{\dot{m}_{cr} A_2}\right)^2 + \left(\frac{p_2 - p_{cr}}{p_1 - p_{cr}}\right)^2 = 1$$ $\rightarrow$ le soluzioni sono p_{lim} e p_{ad}.

$$\rightarrow \boxed{p_{2lim} = p_{cr} + \sqrt{\left[1-\left(\frac{A_r}{A_2}\right)^2\right](p_1 - p_{cr})^2}}$$

$\rightarrow$ VELOCITA' IN CORRISP. DELLA p_{2lim} :

$$\boxed{c_{2lim} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1\left[1-\left(\frac{p_{2lim}}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}}$$

FLUSSO NON ISENTROPICO

$$c = \sqrt{2c_p(T_1 - T)} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1\left(1-\frac{T}{T_1}\right)}$$

$$c = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right]} \qquad \frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$$

COEFFICIENTE DI PERDITA di riduzione della $\vec{v}$

$$\varphi = \frac{c}{c_{is}} < 1$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{1-\left(p_2/p_1\right)^{\frac{m-1}{m}}}}{\sqrt{1-\left(p_2/p_1\right)^{\frac{k-1}{k}}}}$$

INTERPOLAZIONE

occhio alle unità di misura della Temperatura!
su MOLLIER sono in °C!

se voglio trovare una densità (ad esempio):

$$\frac{\rho - \rho_A}{T - T_A} = \frac{\rho_B - \rho_A}{T_B - T_A} \Rightarrow \rho = \rho_A + \frac{\rho_B - \rho_a}{T_B - T_A}(T - T_A)$$

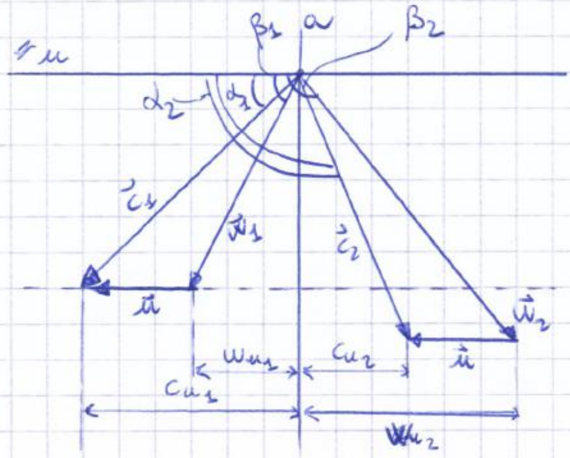
Dove:
- 'ρ' è la mia incognita
- 'T' è la Temperatura dato dal testo del problema compresa nell'intervallo $T_A < T < T_B$
- 'T_A' e 'T_B' sono i 2 valori di Temperatura presenti sulle tabelle
- 'ρ_A' e 'ρ_B' sono i 2 valori di densità che corrispondono rispettivamente alle temperature T_A e T_B sulle tabelle.

ESEMPIO:

voglio trovare la densità del vapore surriscaldato a 30 bar e alla $T = 503°C$. ① Vado su tabelle e prendo la tabella relativa a 30 bar; ② cerco 503°C, che non c'è; allora prendo i 2 valori + vicini a 503°C che sono, in questo caso, $\underset{T_A}{500°C}$ e $\underset{T_B}{510°C}$; ③ leggo le relative ρ_A e ρ_B;

④ sostituisco i valori nella formula scritta sopra.

TRIANGOLI DI VELOCITÀ



α_1 : ANGOLO COSTRUTTIVO

β_1 : ANGOLO CINEMATICO

α_2 : ANGOLO CINEMATICO

β_2 : ANGOLO DI PROGETTO

① INGRESSO GIRANTE

② USCITA GIRANTE

VELOCITÀ PERIFERICA

$$u = \pi \cdot d \cdot n \longrightarrow [\text{giri}/\text{sec}]\ !!$$

↳ VEL. ROTAZIONE

RENDIMENTO

$$\eta_{\theta i} = \frac{L_{tid}}{\Delta h_{is}} = \frac{L_{tid}}{h_0 - h_{1is}} = \frac{L_{tid}}{c_{1is}^2/2}$$

$$\eta_{\theta i} = 4\frac{u}{c_1}\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right)$$

RENDIMENTO MASSIMO

$\eta_{\theta i}^{MAX} = \cos^2\alpha_1$ → in queste condizioni c_2 E' ASSIALE

c_2 è min ⇒ Ho minimizzato le perdite.

PORTATA

$\dot{m} = A_1 \rho_1 c_{1a}$ dove: $c_{1a} = c_1 \operatorname{sen}\alpha_1$

$$A_1 = \xi\, l_1 \pi d\,(1 - \varepsilon)$$

- ξ → COEFF. DI INGOMBRO (tiene conto dello spazio occupato dalle palette)
  ↳ $\xi < 1$
- ε GRADO DI PARZIALIZZAZIONE → tiene conto della parte non alimentata dagli ugelli
- d DIAMETRO MEDIO
- l_1 LUNGHEZZA PALETTATURA

TURBINA SEMPLICE AD AZIONE ASSIALE

CASO REALE

Qui considero le perdite nel distributore e nella girante:

NEL DISTRIBUTORE:

$$\varphi = \frac{c_1}{c_{1is}} < 1$$

NELLA GIRANTE

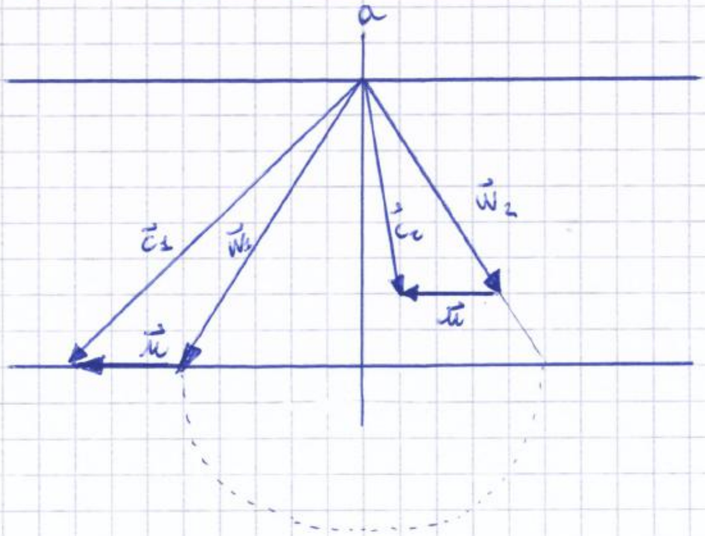
$$\psi = \frac{w_2}{w_1}$$

ENTALPIA

$$h_1 = h_0 - \frac{c_1^2}{2}$$ → mi permette di calcolarmi la portata; se ho p_1 o t_1 ⇒ det ρ_1

$$c_{1is} = \sqrt{2(h_0 - h_{1is})}$$ → $c_1 = \varphi c_{is}$

TRIANGOLI DI VELOCITA'



$c_{a1} > c_{a2}$

Se tengo conto dell'energia cinetica di scarico: 21

$$\eta_{\theta i} = \frac{L_t}{\frac{c_1^2}{2\varphi^2} - \frac{c_2^2}{2}}$$

c_2 la determino dai Δ di velocità.

SE TURBINA A VAPORE

Ho altre perdite (oltre a quelle di natura Fluidodinamica φ e ψ)

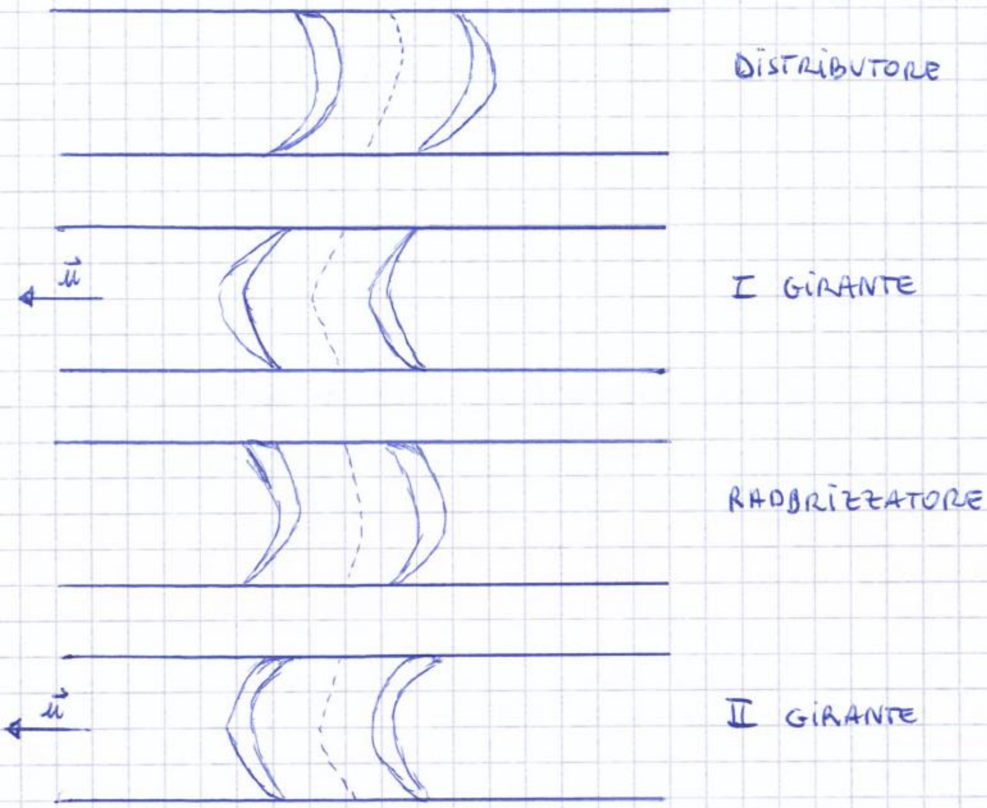
- ATTRITO SU DISCO : $P_{W_1} = K_1 u^3 \rho d^2$
  - ρ DENSITÀ VAPORE
  - K_1 COSTANTE EMPIRICA
  - u VELOCITÀ PERIFERICA
  - d DIAMETRO MEDIO

- PER EFFETTO VENTILANTE: $P_{W_2} = K_2 \varepsilon d \ell_1 u^3 \rho$
  - K_2 COST. EMPIRICA
  - ε GRADO DI PARZIALIZZAZ.
  - ℓ_1 LUNGH. PALETTA

Le turbine a vapore vengono parzializzate, quelle a gas no.
Posso parzializzare le turbine a vapore perché $P_{monte} = P_{valle}$.

$$\Delta h_{3-4} = \frac{P_{W_1} + P_{W_2}}{\dot{m}}$$

2 STADI :



LAVORO :

$$L_t = L'_t + L''_t$$

L'_t ↓ 1^ GIRANTE; L''_t → 2^ GIRANTE

$$L'_t = 2u \left(c'_1 \cos\alpha'_1 \right)$$

$$L''_t = u \left(2c'_1 \cos\alpha'_1 - 6u \right)$$

$$\eta_{\theta_i}^{max} = \cos^2 \alpha_1$$

HO $\eta_{\theta_i}^{max}$ per $\frac{u}{c_1} = \frac{\cos \alpha_1}{4}$

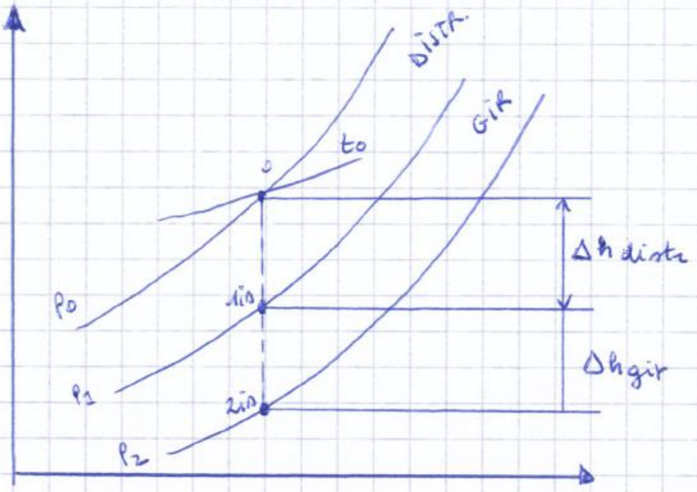
Nel caso reale ho ↑↑ perdite.

CASO REALE

$$\eta_{\theta_i}^{max} = \varphi^2 (1 + \psi) \frac{\cos^2 \alpha_1}{2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 194

ENTALPIA



LAVORO

$$L_{tid} = u\,(2c_1 \cos\alpha_1 - u)$$ Per simmetria cinematica

RENDIMENTO

$$\eta_{\theta i} = \frac{L_{tid}}{\Delta h_{tot}} = \frac{L_{tid}}{h_0 - h_{2is}}$$

$$\eta_{\theta i} = \frac{2\frac{u}{c_1}\left(2\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}\right)}{1 - \left(\frac{u}{c_1}\right)^2 + 2\frac{u}{c_1}\cos\alpha_1}$$

CASO REALE

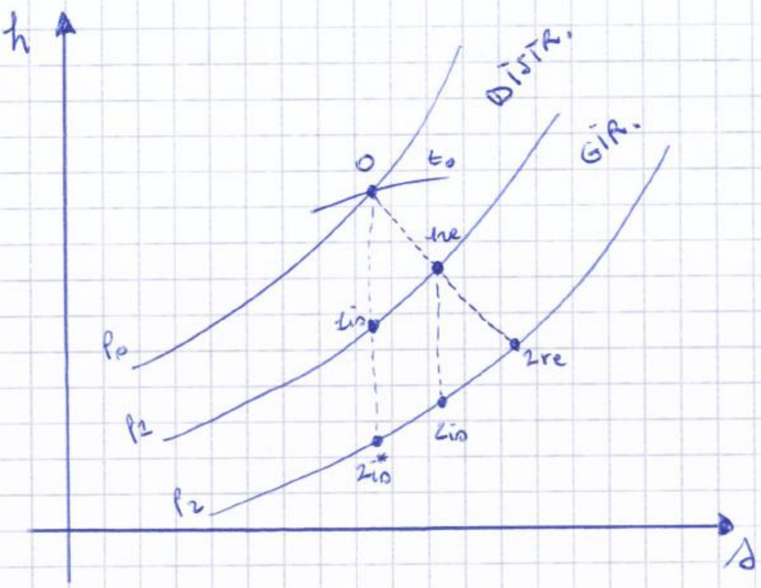
$$L_{t_{re}} = u\,(2c_1 \cos\alpha_1 - u)$$

RENDIMENTO :

$$\eta_{\theta_i} = \frac{L_{t_{re}}}{\Delta h_{TOT}}$$

$$\eta_{\theta_i} = \frac{u\,(2c_1 \cos\alpha_1 - u)}{\frac{c_1^2}{2\varphi^2} + \frac{w_2^2}{2\psi^2} - \frac{w_1^2}{2}}$$

ENTALPIA



3) Se conosco 2 lati e un angolo NON COMPRESO TRA ESSI procedo così:

ad esempio conosco 'a', 'c' e 'β'

1) applico TEOR. dei SENI:

$$\frac{c}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{a}{\operatorname{sen}\gamma} \Rightarrow \operatorname{sen}\gamma = \frac{a \operatorname{sen}\beta}{c}$$

$$\Rightarrow \gamma = \operatorname{arcsen}\left(\frac{a \operatorname{sen}\beta}{c}\right)$$

2) calcolo per differenza il 3° angolo.

3) con T. di Carnot trovo poi il 3° lato.

4) Conosco tutti e 3 i lati

$\Rightarrow$ Applico formula inversa Teo di Carnot

$$\cos\alpha = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\right)$$

TURBOMACCHINE OPERATRICI

LAVORO:

$Q = 0$

$\Delta E_c = 0$ (tra ingresso e uscita macchina) 1 – u

Per TRASFORMAZIONE ISENTROPICA:

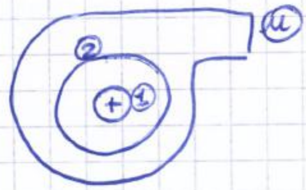
$$L_{i_{is}} = \frac{k}{k-1} R T_1 \left(\frac{T_{u_{is}}}{T_1} - 1 \right) = c_p \left(T_u - T_1 \right)$$

$$L_{i_{is}} = \frac{k}{k-1} R T_1 \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)$$

1 INGRESSO GIRANTE

2 USCITA GIRANTE

u AMB. DI MANDATA



CASO REALE

$$Q_e + L_i = \frac{k}{k-1} R T_1 \left(\frac{T_u}{T_1} - 1 \right) \qquad (T_u > T_{u_{is}})$$

$$Q_e + L_i = \frac{k}{k-1} R T_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) \qquad (m > k)$$

$$\beta = \frac{p_u}{p_1}$$

$$L_i = \frac{m}{m-1} R T_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) + L_w$$

$$L_i = L_{is} + L_w + L_{crec}$$

LAVORO ISOTERMO

$$L_{i_{isot}} = R T_1 \ln \left(\frac{p_u}{p_1} \right) \qquad L_{i_{isot}} < L_{i_{is}}$$

⇒ Ecco perché si usa la compressione interrefrigerata

$$L_i = \dot{m} P_i \quad \rightarrow \quad P_{ass} = \frac{P_i}{\eta_m}$$

TURBOCOMPRESSORI CENTRIFUGHI

Il Flusso è radiale da raggio minore a raggio maggiore

Se palettature in uscita sono RADIALI $\Rightarrow \beta_2 = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \cot g\, \beta_2 = 0$

CONDIZIONI INGRESSO/USCITA GIRANTE:

- SISTEMA DI RIF. INERZIALE:

$$L_i = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

- SISTEMA DI RIF. NON INERZIALE (solidale alla girante)

$$L_i = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

GRADO DI REAZIONE

$$\chi = \frac{\Delta h_{gir}}{\Delta h_{gir} + \Delta h_{diff}} \qquad \text{se } \chi \uparrow \Rightarrow \eta \uparrow$$

$$\chi = 1 - \frac{c_2^2}{2L_i} = 1 - \frac{c_2^2}{2u_2 c_{u2}} = 1 - \frac{c_{u2}^2 + \varphi^2 u_2^2}{2u_2 c_{u2}} = \boxed{1 - \frac{1}{2}\frac{c_{u2}}{u_2} - \frac{\varphi^2}{2}\frac{u_2}{c_{u2}} = \chi}$$

sostituisco $\boxed{\chi = 1 - \frac{\psi}{4} - \frac{\varphi^2}{\psi}}$

LAVORO:

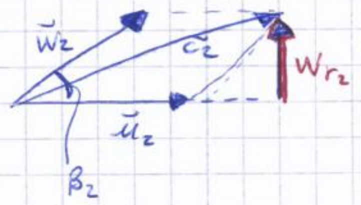
$$L_i = u_2 c_{u2} - u_1 \cancel{c_{u1}}^{=0}$$

$c_{u1} = 0$ (non ho componente in questa direz.)

$$L_i = u_2 c_{u2}$$

$$L_i = \frac{L_{is}}{\eta_c}$$

$$L_i = u_2 (u_2 + W_{r2} \cot g\, \beta_2)$$



W_{r2} COMPONENTE di PORTATA

lo smaltisce portata in uscita dalla girante.

COEFFICIENTI ADIMENSIONALI

1 COEFFICIENTE di PORTATA

$$\varphi = \frac{W_{r2}}{u_2}$$

2 COEFFICIENTE di PRESSIONE

$$\psi = \frac{L_i}{u_2^2/2}$$

3 COEFFICIENTE di PERDITA

$$\zeta = \frac{L_w}{u_2^2/2}$$

→ PERDITE CONTINUE nei canali del compressore : $\zeta_1 = \frac{L_{w1}}{u_2^2/2}$

→ PERDITE x IMBOCCO : $\zeta_2 = \frac{L_{w2}}{u_2^2/2}$

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2$$

4 COEFFICIENTE TERMOMETRICO

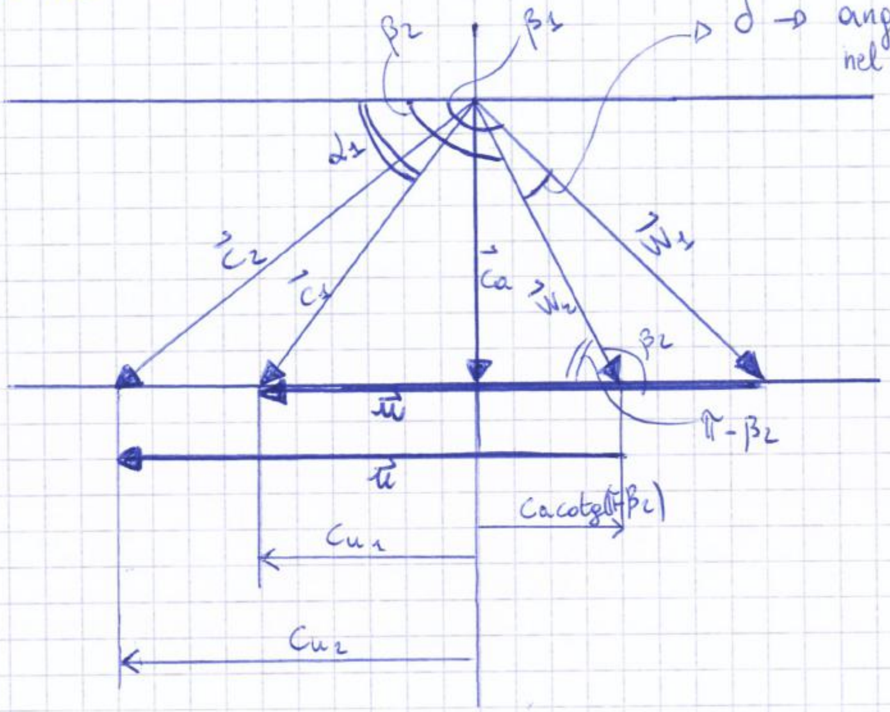
$$\tau_1 = \frac{c_p T_1}{u_2^2/2}$$

$$u_2 = \pi d_2 n$$

$$L_i - L_w = \frac{m}{m-1} R T_1 \left(\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) \Rightarrow \psi - \zeta = \eta_{yc} \tau_1 \left(\beta^{\frac{k-1}{k} \cdot \frac{1}{\eta_y}} - 1 \right)$$

TURBOCOMPRESSORE ASSIALE MULTISTADIO

Δ di $\vec{v}$



α_1 e β_2 ANGOLI COSTRUTTIVI

c_a COMPONENTE di PORTATA

LAVORO

$$L_i = u\left[u + c_a\left(\cot g\,\beta_2 - \cot g\,\alpha_1\right)\right]$$

$$\frac{L_i}{u_2^2/2} = \psi = 2\left[1 + \varphi\left(\cot g\,\beta_2 - \cot g\,\alpha_1\right)\right]$$

TURBOPOMPE (macch.-idrauliche operatrici)

CENTRIFUGHE

LAVORO

APICE ' → INGR. GIRANTE ①

APICE '' → USC. GIRANTE ②
→ usc. diffu

$L_i = u'' C_{u''} - u' C_{u'}$

$(Q = 0 \ ; \ \rho = \text{cost})$

$L_i = \int v\,dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_{w_p} + L_{w_c}$

→ Lavoro resistenze passive pompa (L_{w_p})

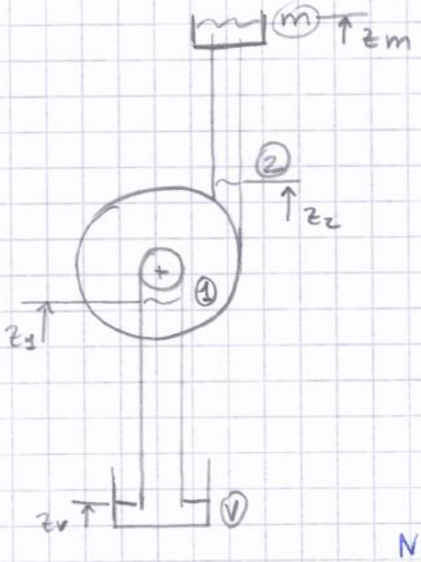
→ (se c'è) (L_{w_c})

$$L_i = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + L_{w_p} + L_{w_c}$$

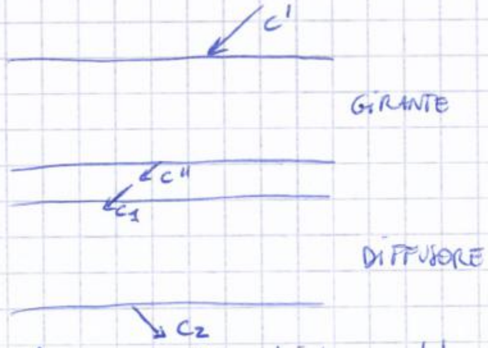
Se divido per g ottengo la PREVALENZA MANOMETRICA

$$\frac{L_i - L_{w_p}}{g} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + \underbrace{(z_2 - z_1)}_{\Delta z} \overset{+g \cdot Y}{} = H_2^0 - H_1^0 = H$$

CIRCUITO CON DISLIVELLO



m = monte



Nel diffusore non ho scambio di Lavoro!!

La velocità in uscita dalla girante $c'' = c_1$ = vel. ingr. diffusore

POTENZE

$$P_i = L_i \cdot (\dot{m} + \Delta\dot{m})$$

$\Delta\dot{m}$ PORTATA PERSA PER FUGHE

$\dot{m}$ PORTATA ALL'UTILIZZATORE

$(\dot{m} + \Delta\dot{m})$ PORTATA TOTALE ELABORATA DAL FLUIDO.

$$P_i = \frac{1}{\eta_y} g H \cdot (\dot{m} + \Delta\dot{m})$$

$$P_{ass} = \frac{P_i}{\eta_m} = \frac{\rho Q g H}{\eta_p}$$

$$\boxed{1\ KW = 1{,}36\ CV}$$

$$P_{ass} = \frac{\rho Q \cdot g \cdot H_t}{\eta_p \cdot \eta_c}$$

RENDIMENTI

- IDRAULICO : $\eta_y = \dfrac{L_i - L_{wp}}{L_i} = \dfrac{gH}{L_i} = \dfrac{\psi - \xi}{\psi}$

- VOLUMETRICO : $\eta_v = \dfrac{\dot{m}}{\dot{m} + \underbrace{\Delta\dot{m}}_{\text{portata persa per Fughe}}}$

- MECCANICO : $\eta_m = \dfrac{P_i}{P_{ass}}$

- DELLA POMPA : $\eta_p = \eta_y \cdot \eta_v \cdot \eta_m$

- DELLE CONDOTTE : $\eta_c = \dfrac{H - Y}{H}$

- GLOBALE : $\eta_g = \eta_p \cdot \eta_c$

PORTATA IN VOLUME

$$Q = A \cdot w''_r = A \cdot \varphi u'' \qquad A = \xi \pi \ell'' d''$$

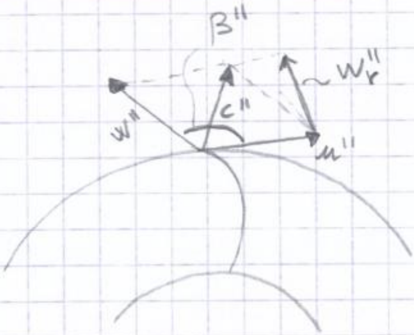
$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} \qquad (\rho = \text{cost})$$

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot c_1$$

$d \rightarrow$ $\boxed{\text{diametro condotto}}$

$$u'' = \pi d'' n$$

SCHEMA VELOCITÀ



CAVITAZIONE

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} - \frac{c_1^2}{\rho g} - z_1 - \frac{L_{wc}}{g} - \frac{\Delta p_{gir}}{\rho g} \geq \frac{p_{vap}}{\rho g}$$

$L_{wc} \rightarrow$ condotto

$\Delta p_{gir} \rightarrow$ termine che ho aggiunto che dipende dal costruttore

Espressione che mi permette di capire se una pompa, installata a una certa altezza da un serbatoio di aspirare, è in condizioni di cavitazione.

$$\Delta p_{gir} = \frac{1}{2} \rho \lambda w^2 \qquad \lambda \text{ COEFF. DI PRESSIONE}$$

$$\underbrace{\frac{p_a - p_{vap}}{\rho g} - z_1 - \frac{L_{wc}}{\rho g}}_{NPSH_{circ}} \geq \underbrace{\frac{c_1^2}{2g} + \frac{1}{2}\frac{\lambda w^2}{g}}_{NPSH_{min}}$$

se è $=$ $\rightarrow$ sono in CONDIZIONI DI INCIPIENTE DI CAVITAZIONE

$$NPSH_{circ} \geq NPSH_{min}$$

se è rispettata allora non ho cavitazione

CARATTERISTICA ESTERNA

$H_{est} = \Delta z + KQ^2$

procedo per punti e traccio H_{est} qualitativamente sul grafico l'intersezione con h sarà il punto di funzionamento della macchina. Da quel punto leggo i valori di NPSH che sarà il mio $NPSH_{min}$, η_p, Q e H vedi esercizio 5.3.

COEFFICIENTE DI RIEMPIMENTO

$$\lambda_v = \frac{m_m}{\rho_1 V} \qquad \text{per ciclo ideale}$$

$$\lambda_{vid} = \frac{V_B - V_A}{V} \qquad \text{essendo} \quad V_B = (1+\mu)V$$

$$V_A = \mu \cdot V \beta^{1/k}$$

$$\lambda_{vid} = 1 - \mu \left(\beta^{1/k} - 1 \right) < 1$$

PORTATA:

$$\dot{m} = m_{asp} \cdot i \cdot n \qquad i = n° \text{ di cicli ad } \forall \text{ giro}$$

$$m_{asp} = \lambda_{vid} \cdot \rho_1 \cdot V$$

$$\dot{m} = \lambda_v \cdot \rho_1 \cdot i \cdot V \cdot n$$

LAVORO AL CICLO [J/ciclo]

$$\mathcal{L}_{cid} = \frac{k}{k-1} \, p_1 (V_B - V_A) \left[\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

$$\mathcal{L}_{cid} = \frac{k}{k-1} \, p_1 \lambda_{vid} V \left[\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

LAVORO AL CICLO

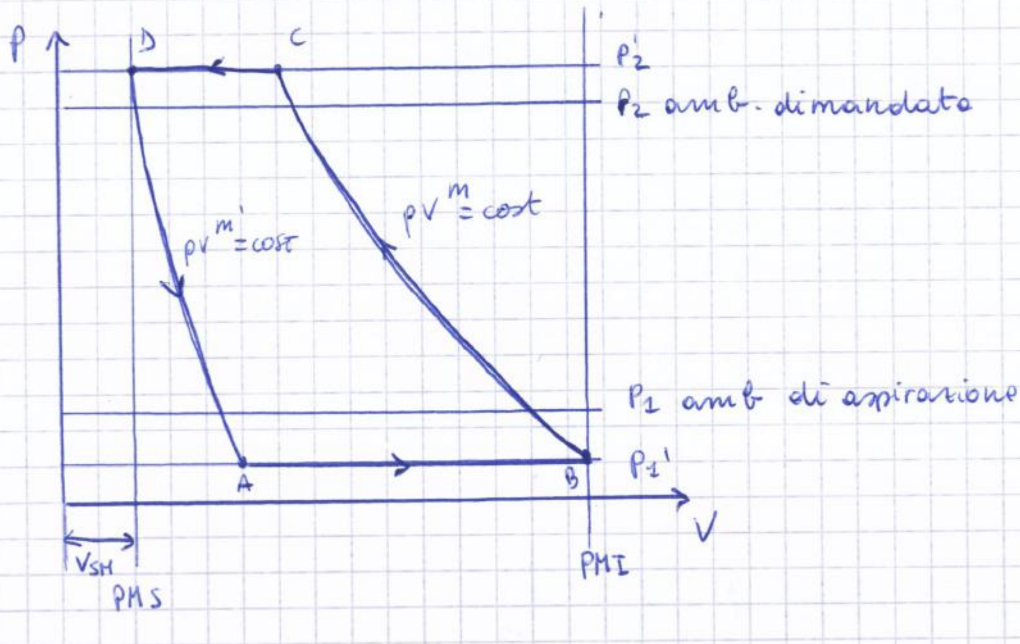
$$\mathcal{L}_c = \frac{m}{m-1} p_1' V_B \left(\beta'^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right) - \frac{m'}{m'-1} p_1' V_A \left(\beta'^{\frac{m'-1}{m'}} - 1 \right)$$

dove $p_1' = (1 - \delta_1) p_1$ $\quad V_B = V + V_{SM} = V(1+\mu)$

$p_2' = (1 + \delta_1) p_2$ $\quad V_A = V_D \beta'^{1/m'}$

m' esponente politropica di espans. $\quad V_D = V_{SM} = \mu V$

m " " " compressione



RAPP. COMPR. MANOMETRICO

$$\beta' = \frac{p_2'}{p_1'}$$

PORTATA IN MASSA

$$\dot{M} = m_{man} \cdot n$$

$$\dot{m} = \eta_f \, m_{asp} \cdot n$$

$$\dot{m} = \eta_f \cdot \lambda_v \cdot \rho_1 \cdot V \cdot n$$

RENDIMENTO VOLUMETRICO

$$\eta_v = \eta_f \cdot \lambda_v$$

$$\eta_v = \frac{m_{mand}}{\rho_1 V}$$

PRESSIONE LIMITE

$$\beta_{lim} = \frac{p_{2lim}}{p_1} = \rho^m = \left(\frac{V_B}{V_D}\right)^m$$

$$\beta_{lim} = \left(\frac{1+\mu}{\mu}\right)^m$$

COMPRESSORI VOLUMETRICI ROTATIVI

1 A PALETTE

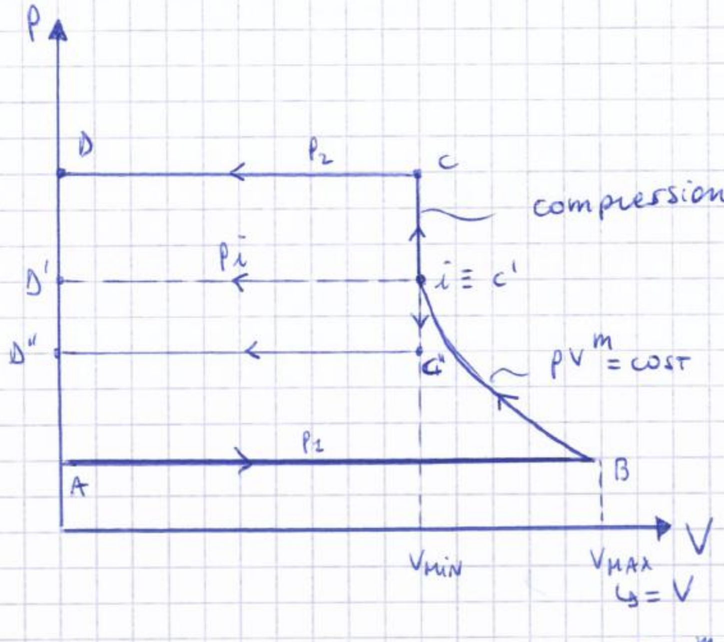
$\lambda_v \approx 1$ $\qquad V_{sm} = 0$

$\eta_f = 1$

β_{max} 6

Q_{MAX} = qualche m^3/s

CICLO DI LAVORO



$\beta = \dfrac{p_2}{p_1}$ RAPP. COMPR. MANOM

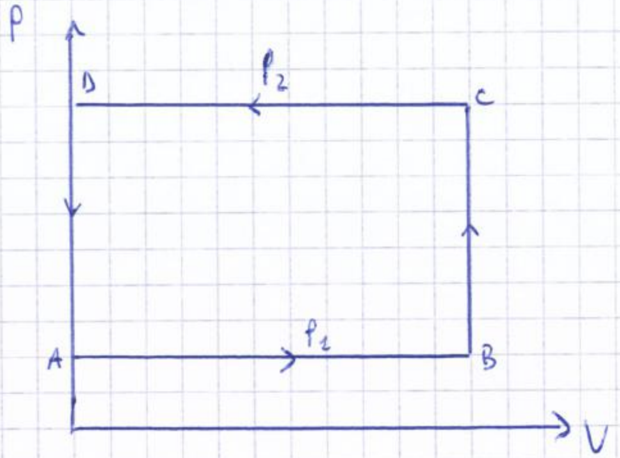
$\rho = \dfrac{V_1}{V_i}$ RAPP. COMPR. VOLUMETRICO

$$\mathcal{L}_c = p_1 V \left[\frac{m}{m-1} \left(\rho^{m-1} - 1 \right) + \frac{\beta - \rho^m}{\rho} \right]$$

$$\mathcal{L}_c = \frac{m}{m-1} p_1 V \left[\rho^{m-1} - 1 \right] + \frac{V}{\rho} \cdot p_1 \left(\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_i}{p_1} \right) \qquad \frac{p_i}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_i} \right)^m = \rho^m$$

② COMPRESSORE ROOTS

LAVORO AL CICLO



$$\mathcal{L}_c = V(p_2 - p_1)$$

$\eta_v \neq 1$, il compressore non ha tenute, può passare il gas tra:

ROTORE - ROTORE
ROTORE - STATORE

PORTATA

$$\dot{m} = \lambda_v \rho_1 \, i \, V \, n$$

i = n° totale di lobi

POTENZA

$$P_{ass} = \frac{i \cdot \mathcal{L}_c \cdot n}{\eta_m}$$

$$P_i = i \cdot \mathcal{L}_c \cdot n$$

LAVORO MASSICO [J/kg]

$$L_i = \frac{RT_1}{\lambda} \cdot (\beta - 1) = c_p (T_2 - T_1)$$

TEMPERATURA DI MANDATA NEL COMPRESSORE

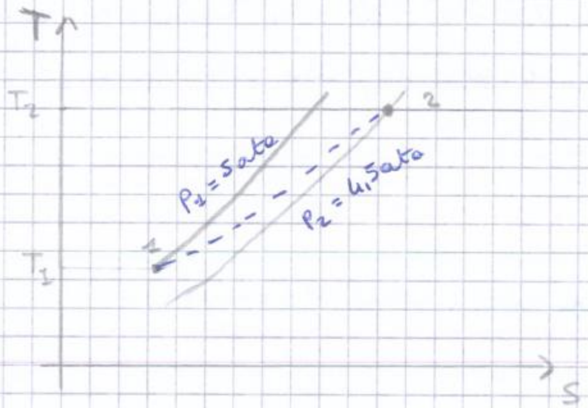
$$T_2 = T_1 \left[1 + \frac{k-1}{k} \cdot \frac{1}{\eta_v} (\beta - 1) \right]$$

(2)

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} = \frac{T_2}{T_1}$$ → passo ai logaritmi ed esplicito m

$$\rightarrow m = \frac{1}{1 - \frac{\ln T_2/T_1}{\ln p_2/p_1}} = \frac{1}{1 - \frac{\ln(1183/483)}{\ln\left(\frac{4{,}5}{5}\right)}}$$

$m = 0{,}11103$ → Trasformazione particolare
(NÈ ISCORA, ISOBARA, ISOT., ADIAB.)



Il pto 2 è su un'altra isobara

TRASF 1-2

Det Q Applico I PT Forma EULERIANA

$$Q + \underbrace{L_i}_{=0} = \Delta h + \Delta E_c$$

↳ non è una macchina, non ho parti in movimento
è uno scambiatore

$$Q = c_p(T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$ → Ho aria, GAS IDEALE
(fosse stato un vapore non posso; dovrei prendere DIAGR. MOLLIER e leggere i 2 valori di h e calcolare Δh)

$$Q = 0{,}26\,(1123 - 483) + \frac{120^2 - 50^2}{2 \cdot 4186}$$

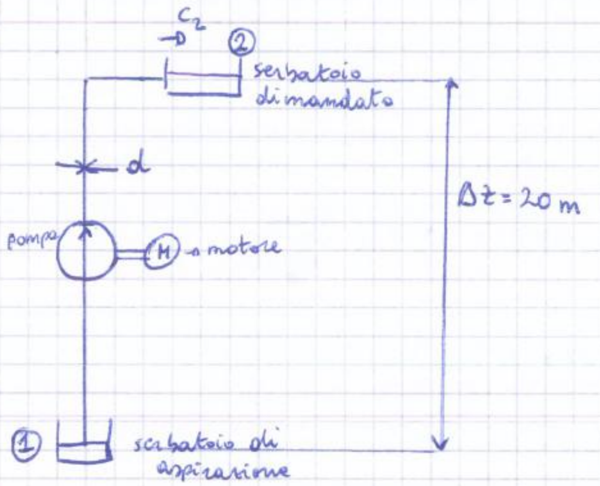
↳ il c_p è in kcal, ΔE_c è in J

$$Q = 167{,}82\ \frac{kcal}{kg} = 702{,}5\ \frac{kJ}{kg}$$

ES. 1.2

4

Una turbopompa deve sollevare acqua da un pozzo fino ad un serbatoio aperto posto 20 m sopra il pelo libero dell'acqua del pozzo. Il condotto in cui è inserita la pompa ha diametro 10 cm e l'acqua ha velocità di 2 m/s. Ammettendo che le resistenze passive -complessive circuito-pompa ammontino globalmente a 4 m d'acqua, calcolare la potenza del motore che aziona la pompa. ($\eta_m = 0{,}97$) ($\dot{m} = 15{,}71$ kg/s;)
($P_{ass} = 3.85$ kW)



$\frac{L_{W_{TOT}}}{g} = 4$ m → perdo 4 m di colonna d'acqua

$c_2 = 2$ m/s

$\eta_m = 0{,}97$ perdita per attriti

DET: P_{ass}

MOTO PERMANENTE, FLUIDO H_2O

Assumo $\rho_{H_2O} = 1000 \frac{kg}{m^3}$ (salvo altre indicazioni

$$L_i = \int_{p_1}^{p_2} v\,dp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_{W_{TOT}}$$

→ per 20 m di dislivello

→ $p_1 \approx p_2 \approx p_{atm}$

$$L_i = \underbrace{\frac{p_2 - p_1}{\rho}}_{=0} + \frac{c_2^2}{2} + g\Delta z + L_{W_{TOT}}$$

Applicazioni con serbatoi aperti → $\Delta p \approx 0$ TRASCURO.
Se i serbatoi fossero chiusi, altro discorso.

$$L_i = \frac{2^2}{2} + 9{,}81 \cdot 20 + 9{,}81 \cdot 4 = 237{,}44 \text{ J/kg}$$ Anche qui ΔE_c piccolo

Per trovare la Potenza ho bisogno della portata

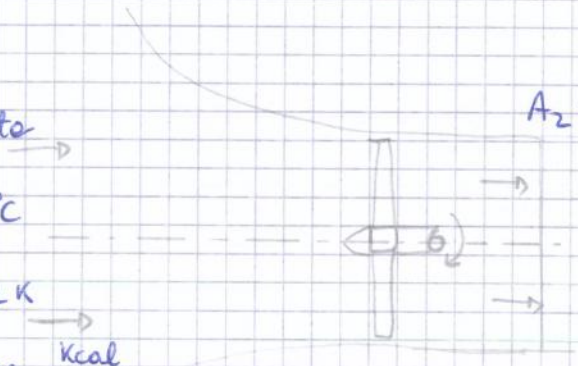
ES. 1.3

6

Un ventilatore aspira aria $\left(R^* = 0{,}069 \ \frac{Kcal}{Kg\,K}\right)$ a 1 ata e 18°C e la manda a 1,02 ata alla velocità media di 50 m/s. Sapendo che le resistenze passive ammontano al 15% del lavoro massico compiuto, valutare la potenza del motore, accettando l'ipotesi di "Fluido incompressibile", nota l'area della sezione di mandata 240 cm² e noto $\eta_m = 0{,}97$.

$(P_{ass} = 4{,}98\,KW)$

aria
$c_1 \approx 0$
$p_1 = 1\,ata$
$t_1 = 18°C$
$T_1 = 291\,K$
$R = 0{,}069 \ \frac{Kcal}{Kg\,K}$



$A_2 = 240\,cm^2$
$p_2 = 1{,}02\,ata$
$c_2 = 50\,m/s$

$\rho \approx cost \Rightarrow p_1 \approx p_2$
$\eta_m = 0{,}97$

Il ventilatore è una macch. a fluido ~ a compressore (come funzionam) ma l'obiettivo è di ↑ la velocità dell'aria (l'↑ di p è basso perché l'energia data all'aria non è sottoforma di "h" ma "E_k") non aum. la pressione

$L_w = 15\%\ L_i \Rightarrow L_w = 0{,}15\,L_i$

DET $P_{ass} = \frac{P_i}{\eta_m} = \frac{L_i \cdot \dot{m}}{\eta_m}$

$L_i > 0 \Rightarrow$ MACCHINA OPERATRICE

Devo trovare il Lavoro interno e la portata in massa
La densità posso considerarla COSTANTE per piccoli incrementi di pressione.

ES 1.4

Una portata d'aria ($c_p = 0{,}24 \frac{Kcal}{Kg\,K}$, $K = 1{,}4$) è compressa politropicamente con $m = 1{,}45$, da 1 ata e 15°C fino a 450°C. Sapendo che $L_w = 25$ Kcal/Kg, trovare Qe e la pressione di mandata.

$m = 1{,}45 \qquad K = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}4 \qquad m > K$

$p_1 = 1$ ata $\qquad t_2 = 450°C$

$t_1 = 15°C \qquad T_1 = 288\,K \qquad T_2 = 723\,K$

$L_w = 25 \frac{Kcal}{Kg}$

DET :

Qe e p_2

$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}$ → espressione che lega p e T per la politropica

$$p_2 = 1 \left(\frac{723}{288}\right)^{\frac{1{,}45}{1{,}45-1}} = 19{,}39 \text{ ata} \sim 19{,}02 \text{ bar}$$

$$Q + L_w = C\Delta T$$

$$C = C_v \cdot \frac{m-K}{m-1} \qquad C_v = \frac{c_p}{K} = \frac{0{,}024}{1{,}4} = 0{,}1714 \frac{Kcal}{kg \cdot K}$$

$$C = 0{,}1714 \, \frac{1{,}45 - 1{,}4}{1{,}45 - 1} = 0{,}01905 \frac{Kcal}{Kg\,K}$$

$$Q = C\Delta T - L_w = 0{,}01905\,(723 - 288) - 25$$

$$Q = -16{,}71 \frac{Kcal}{Kg} = -70 \frac{KJ}{Kg}$$

→ $Q < 0$ → Q SOTTRATTO

⇒ compressione refrigerata

ES. 1,5

10

Con le proprietà del precedente esercizio, una portata di aria di 10 kg/s si espande politropicamente in turbina da 600 °C a 300 °C con esponente $m = 1,3$. Sapendo che lungo l'espansione sono sottratte 10 kcal/kg in calore massico, determinare L_w e la pressione iniziale, essendo la pressione di scarico a 1 ata. Calcolare inoltre il rendimento idraulico η_y, il rendim. termodinamico $\eta_{\theta i}$ e la potenza interna P_i.

ARIA (PROPRIETÀ DELL'ES. 1.4)

$k = 1,4$

$c_p = 0,024 \ \frac{kcal}{kg \cdot K}$

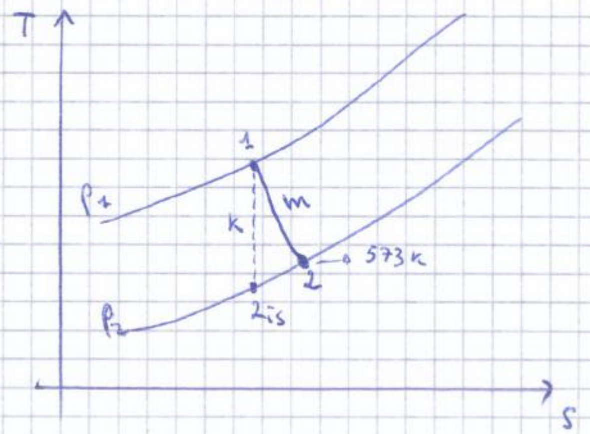
$\dot{m} = 10 \ kg/s$

$t_1 = 600\ °C$ $\quad t_2 = 300\ °C$ $\quad p_2 = 1$ ata

$T_1 = 873\ K$ $\quad T_2 = 573\ K$

$m = 1,3$ $\quad$ 10 kcal/kg sottratte $\Rightarrow Q = -10$ kcal

DET L_w, p_1, η_y, $\eta_{\theta i}$, $P_i = L_t\, \dot{m}$



$$L_t = -L_i = 259,5 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$P_i = \dot{m} L_t = 10 \cdot 259,5 = 2595,3 \ KW \ \cong 2,6 \ MW$$

Si vede già una peculiarità delle turbomacchine; ho una potenza molto elevata per un motore alternativo 2,6 MW ≃ 3'500 cavalli di potenza
Richiedono potenze ↑ ma possono anche smaltire POTENZE ELEVATE

$$\eta_{y_t} = \frac{62}{62 + 27,14} = 0,696$$

Lo sommo al lavoro ottenuto, quello perso a causa delle resistenze passive.

N.B. una parte di L_w lo recupero $\Rightarrow L_{is} \neq L_i + L_w$

$$\eta_{\theta i} = \frac{L_t}{L_{tis}}$$

$$L_{tis} = c_p \left(T_{2is} - T_1 \right) = c_p T_1 \left(\frac{T_{2is}}{T_1} - 1 \right) = c_p T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

$(Q = 0, \ L_w = 0)$ (esp. K)

$$L_{is} = 0,24 \cdot 873 \left[\left(\frac{1}{6,2} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right] = -85,12 \ \frac{kcal}{kg}$$

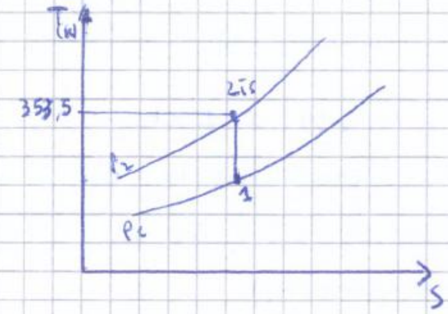
$$L_{tis} = 85,12$$

$$\eta_{\theta i} = \frac{62}{85,12} = 0,728$$

$\eta_{\theta i} > \eta_y \Rightarrow L_t + L_w > L_{tis} \Rightarrow$ una parte del lavoro delle resistenze passive viene recuperato

a) $Q = 0$, $L_w = 0$ (ISENTROPICA)

14



$$L_{i_{is}} = c_p (T_{2is} - T_1)$$

$$\begin{cases} c_p - c_v = R \\ \frac{c_p}{c_v} = k \end{cases} \qquad c_p = \frac{k}{k-1} R$$

$$L_{i_{is}} = \frac{k}{k-1} R T_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) =$$

$$T_{2is} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} =$$

$$= 353,5 \text{ K}$$

$$= \frac{1,4}{1,4-1} \, 288,9 \cdot 290 \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right]$$

$$= 64,21 \frac{kJ}{kg} > 0$$

---

b) $Q = 0$ $\quad m = 1,55$ adiabatica con attriti $\Rightarrow L_w \neq 0$

$$L_i = c_p (T_{2b} - T_1) = \frac{k}{k-1} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] = \frac{1,4}{1,4-1} \, 288,9 \cdot 290 \left[\left(\frac{2}{1}\right)^{\frac{1,55}{1,55-1}} - 1 \right]$$

$$L_i = 81,75 \frac{kJ}{kg}$$

$$T_{2b} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} = 371 \text{ K}$$

$$L_i = \int_{p_1}^{p_2} v \, dp + L_w + \underbrace{\Delta E_c}_{=0} \Rightarrow L_w = L_i - \int_{p_1}^{p_2} v \, dp$$

$$L_w = L_i - \underbrace{\boxed{\frac{m}{m-1} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]}}_{\int_{p_1}^{p_2} v \, dp} = 15,93 \frac{kJ}{kg}$$

CONSIDERAZIONI

$$L_i - L_w = 81,75 - 15,93 = 65,82 \frac{kJ}{kg}$$

$$L_{i_{is}} = 64,21 \frac{kJ}{kg}$$

$L_i - L_w > L_{i_{is}}$ → qui il lavoro delle perdite passive dà luogo a un'altra quota di lavoro che devo spendere

OSSERVAZIONE

$L_{i_{is}} = 64{,}21 \ \frac{kJ}{kg}$

$L_{i_{(Q<0)}} = 62{,}7 \ \frac{kJ}{kg}$

$\Rightarrow$ Ho speso meno lavoro sottraendo Q durante la compressione. Se raffreddo, spendo meno lavoro.

Non fattibile in modo continuo.

Prima comprimo, poi raffreddo $\rightarrow$ COMPR.-RAFFR.-COMPR.-RAFFR. IN + STADI (COMPRESSIONE REFRIGERATA) INTER-REFRIGERAZIONE

Se fornissi Q invece che sottrarlo, otterrei l'effetto opposto.

Con una compressione isoterma spenderei ancora meno lavoro

---

d) $T = \text{cost}$ $\quad L_w = 0$

$Q \neq 0$ $\qquad T_i = T_f$ $\quad$ ISOTERMA $\quad m = 1$

$Q + L_i = 0$

$$L_i = \int_{p_1}^{p_2} v\,dp = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = R T_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = 58{,}06 \ \frac{kJ}{kg}$$

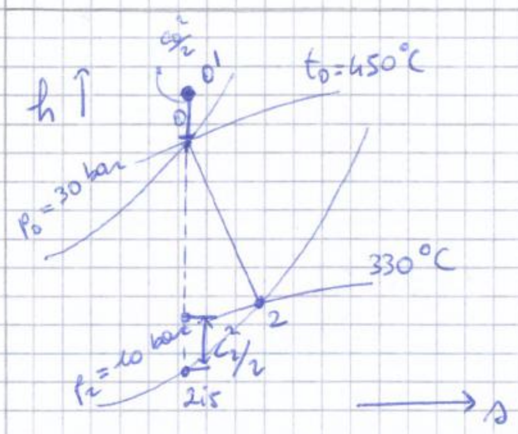
MINOR LAVORO POSSIBILE IN COMPRESSIONE date p_1 e p_2

$L_{i_{is}} = 64{,}21 > L_i$

Al limite posso arrivare a una trasf. isoterma

Qui non posso + parlare di perchè ho gli scambi termici

18



$P_i = 10$ MW $\quad P_i = L_t \cdot \dot{m}$

det $\dot{m}$ $\quad L_i = \Delta h + \Delta E_c \quad Q = 0$

$L_t = -L_i$

$h_0 = 3344 \ \frac{kJ}{kg}$

$h_2 = 3115 \ \frac{kJ}{kg}$ leggo su Mollier

$h_{2is} = 3028,7 \ kJ/kg$

$$L_i = h_2 - h_0 + \frac{c_2^2 + c_0^2}{2} = -224,2 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$L_t = -L_i = 224,2 \ \frac{kJ}{kg}$$

→ ora posso det $\dot{m}$

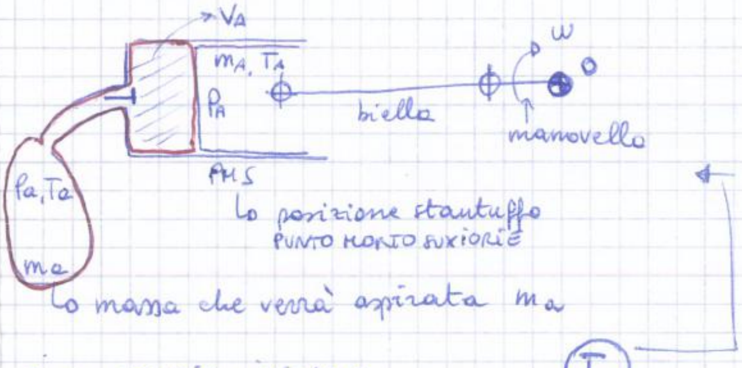
$$\dot{m} = \frac{P_i}{L_t} = 44,6 \ kg/s$$

$$\eta_{\theta i} = \frac{L_t}{L_{t_{is}}} = \frac{224,2}{310,5} = 0,722$$

$$L_{tis} = h_0 - h_{2is} + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2} = 310,5 \ \frac{kJ}{kg}$$

APPLICAZIONE I P.T. FORMA LAGRANGIANA

Determinazione Temperatura finale di aspirazione in una macchina volumetrica alternativa



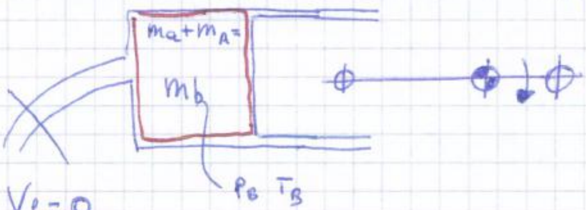
Lo posizione stantuffo
PUNTO MORTO SUPERIORE

Lo massa che verrà aspirata m_a

$a \to$ CONDIZ. INIZIALE

PMF e PMI $\to$ punti dove si inverte moto stantuffo

PMI $\to$ Punto morto inferiore



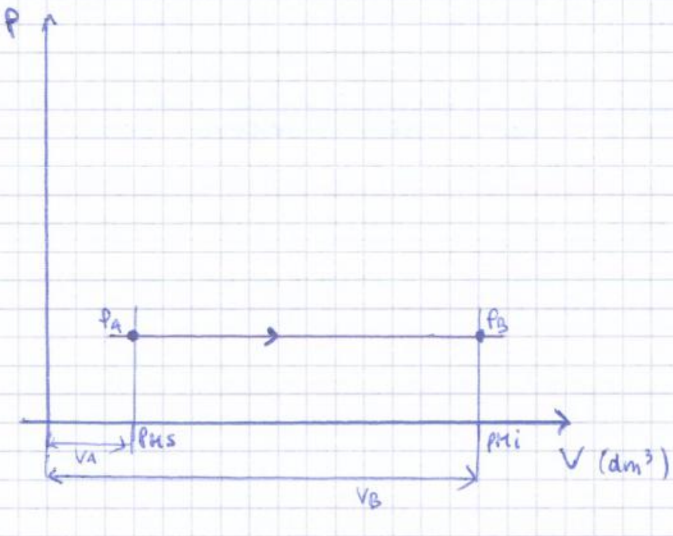
$V_f = 0$
lo massa completam. aspirata

$p_A = p_B$

DET $\boxed{T_B}$

$\Phi = 0$

$\Delta E_K = 0$



La differenza tra V_A e V_B si chiama CILINDRATA

$m_a + m_A = m_B$ CONS. MASSA

22

la precente relazione posso usarla sia per trovare T_{finale} adiabatica che per trovare la massa.

mappo

APPLICAZIONE I PT forma LAGRANGIANA quando MOTO NON E' STAZIONARIO

No esercizi di qsto tipo nell'esame

$$C_s = \sqrt{k R T_{cr}} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \cdot 352{,}625} = 376{,}41 \ m/s$$

$$\left[p_{cr} = p_1 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 2{,}64 \ ata > p_2' \right]$$

ambiente di valle

non è richiesto nell' es.

B) DET $\dot{m}'$, nuove condizioni:

$p_1' = 10$ ata , $T_1' = 573$ K

$p_2' = 4$ ata $\quad \frac{p_2'}{p_1'} = 0{,}4$

sezione di uscita critica:

$$\dot{m}_{cr} = A_r \frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

La nuova portata

$$\dot{m}'_{cr} = A_r \frac{p_1'}{\sqrt{RT_1'}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

Potevo anche calcolarmi A_r;

Uguaglio le espressioni

$$\dot{m}'_{cr} = \dot{m} \frac{p_1'}{p_1} \sqrt{\frac{T_1}{T_1'}} = 3 \ \frac{10}{5} \sqrt{\frac{423}{573}} = 5{,}155 \ Kg/s$$

$p_{cr} = 16,38$ bar

Posso poi continuare ad espandere nella parte di condotto divergente perché $p_{cr} > p_2$.

$$A_r = \frac{\dot{m}_{cr}}{\frac{p_1}{\sqrt{p_1 v_1}} \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \qquad \dot{m}_{cr} = \dot{m}$$

$\sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$

Posso usare questa espressione perché ho $c_1 = 0$

Dobbiamo trovare dalle tabelle o dal diagr. di Mollier v_1.
Devo interpolare su un isocoro che passa per il punto 1.

Da tabelle $\Rightarrow$ $v_1 = 0,1162 \ \frac{m^3}{kg}$

$$A_r = \frac{3,5}{\sqrt{\frac{30 \cdot 10^5}{0,1162}} \cdot \sqrt{1,3\left(\frac{2}{1,3+1}\right)^{\frac{1,3+1}{1,3-1}}}} = 1,0323 \cdot 10^{-3} \ m^2$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}_2}{\sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}} = \frac{3,5}{\sqrt{\frac{30 \cdot 10^5}{0,1162}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,3}{1,3-1}\left[0,3^{2/1,3} - 0,3^{\frac{1,3+1}{1,3}}\right]}}$$

$p_2 \rightarrow$ Pa

$$A_2 = 1,151 \cdot 10^{-3} \ m^2$$

Le 2 aree sono abbastanza simili

Avrei anche potuto procedere così:
Det A_2
$\rightarrow \dot{m} = A \rho_2 c_2$

Applicando I P T

$$\underbrace{Q}_{=0} + \underbrace{L_i}_{=0} = \Delta h + \Delta E_c$$

TESTO ES. 2.1

In un ugello convergente - divergente del distributore di una turbina a vapore si fanno espandere 3,5 kg/s di vapore d'acqua a 30 bar e 500 °C ($c_{in} = 0$) fino a 10 bar. Ammettendo isentropica l'espansione, calcolare la sezione finale del condotto e valutare l'area della sezione ristretta (assumere per il vapore surriscaldato $k = 1,3$).

ES 2.3

Ad un ugello adiabatico, ma con resistenze passive, perviene azoto ($k = 1,4$, $M = 28$) a 7 ata e 500 °C ($c_1 = 100$ m/s). Sapendo che la sezione di sbocco è pari a 2 cm² e che le condizioni di adattamento si verificano per pressione di sbocco di 2 ata e 300 °C, trovare la portata, la velocità di sbocco e il valore di L_w.

$(L_w \neq 0 \; ; \; Q = 0)$

$A_2 = 2 \text{ cm}^2$; $p_2 = 2$ ata, $t_2 = 300$ °C — COND. DI ADATTAM

$p_1' = 7$ ata

$t_1' = 500$ °C — DET: $\dot{m}$, c_2

$c_1 = 100$ m/s

FLUIDO: AZOTO — $k = 1,4$ — PM $= 28$ g/mol

$$R = \frac{R_0}{M} = \frac{8310}{28} \simeq 297 \frac{J}{kg\,K}$$

31

$$c = c_v \frac{m-k}{m-1} = \underbrace{\boxed{\frac{R}{k-1}}}_{c_v} \frac{m-k}{m-1}$$

Trovo m

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} = \frac{T_2}{T_{1'}} \rightarrow \frac{m-1}{m} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \ln\left(\frac{T_2}{T_{1'}}\right)$$

$$\rightarrow m = \frac{1}{1 - \frac{\ln(T_2/T_{1'})}{\ln(p_2/p_1)}} = 1{,}314$$

Quando ho p e T di 2 pti estremi di una trasf, se è un gas posso metterli in relazione e trovare m !

$$\Rightarrow c = \frac{297}{1{,}4-1} \cdot \frac{1{,}314-1{,}4}{1{,}314-1} = -203{,}383 \ \frac{J}{kg\,K}$$

$c < 0$ perché ΔT è < 0

$$L_w = -203{,}383\,(573-773) = 40{,}677 \ \frac{kJ}{kg}$$

N.B.

per trovare $\dot m$ non avrei potuto usare le formula

$$A_2 = \frac{\dot m}{\frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} \sqrt{\underbrace{\frac{2k}{k-1}}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/m} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m+1}{m}}\right]}} \longrightarrow \boxed{\text{posso usare queste se } c_1 = 0}$$

$\hookrightarrow$ p_1 e T_1 non sono costanti perché ho $c_1 \neq 0$

Non posso usare $p_{1'}$ e $T_{1'}$ perché non sono condizioni totali; dovrei arrestare la corrente in modo reversibile e adiabatico, senza scambio di lavoro.

Valori totali p_1, T_1, $c_1 = 0$

$$\Delta h + \Delta E_c = 0$$

$$h_1 - h_{1'} + \frac{\overbrace{\cancel{c_1^2}}^{=0} - c_{1'}^2}{2} = 0$$

Immagino quindi di arrestare questa trasf con Q = 0 e L = 0;

$$\dot{m}_{cr} = A_r \frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

$$\frac{T_{cr}}{T_1} = \frac{2}{k+1} \quad ; \quad T_1 = T_{cr}\,\frac{k+1}{2}$$

$$M = 1 \Rightarrow c_{s_r} = \sqrt{kRT_{cr}} \rightarrow T_{cr} = \frac{c_{s_r}^2}{kR}$$

$$T_1 = \frac{c_{s_r}^2}{kR} \cdot \frac{k+1}{2} \qquad \text{dove } \boxed{R = \frac{k-1}{k}\,c_p} \cong 287 \frac{J}{kg\,K}$$

$$T_1 = \frac{c_{s_r}^2}{kR}\,\frac{k+1}{2} = 477{,}85\ K$$

$$p_1 = p_{cr}\underbrace{\left(\frac{T_1}{T_{cr}}\right)}_{\frac{k+1}{2}}^{\frac{k}{k-1}} = 1{,}02\left(\frac{1{,}4+1}{2}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}}$$

$$p_1 = 1{,}9308 \text{ ate}$$

Ora ho le condizioni TOTALi (Calcolate per $c_1 = 0$)

$$\Rightarrow \dot{m}_{cr} = 100 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\overbrace{1{,}9308 \cdot 10^4 \cdot 9{,}81}^{\text{da ata} \rightarrow \text{Pascal}}}{\sqrt{287 \cdot 477{,}85}} \sqrt{1{,}4\left(\frac{2}{1{,}4+1}\right)^{\frac{1{,}4+1}{1{,}4-1}}} \cong 3{,}5 \frac{kg}{s}$$

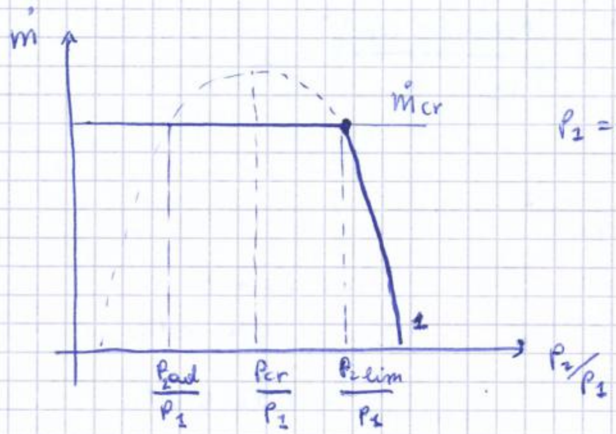
?

$$c_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = 738{,}68 \frac{m}{s}$$

$$\dot{m}_{cr} = A_r \frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

$$\dot{m} = A_2 \frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_{2\,lim}}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_{2\,lim}}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

$$\dot{m} = \dot{m}_{cr}$$



$p_1 = cost$

Io so che $p_{ad} = 0{,}102$
e $p_1 = 1{,}931$ ata
$\Rightarrow$ conosco $\frac{p_{ad}}{p_1}$

Uguagliando le 2 espressioni sopra trovo $p_{2\,lim}$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{p_{2\,lim}}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_{2\,lim}}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}} = \underbrace{\left(\frac{A_r}{A_2}\right)^2 \frac{k-1}{2} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}_{\text{E' NOTO}}}$$

$$\left(\frac{100}{280{,}84}\right)^2 \frac{1{,}4-1}{2} \left(\frac{2}{1{,}4+1}\right)^{\frac{1{,}4+1}{1{,}4-1}} = 0{,}008492$$

Devo risolvere un'equaz. di questo tipo:

$$X^{1{,}4286} - X^{1{,}7143} - 0{,}008492 = 0$$

Per tentativi! Il primo ovviamente deve essere $> \frac{p_{cr}}{p_1}$

$X = 0{,}9693$ $\qquad \frac{p_{2\,lim}}{p_1} = 0{,}9693$

$\rightarrow p_{2\,lim} = 1{,}8715$ ata

ES. 2.5

Un diffusore adiabatico riceve aria ($K = 1{,}4$; $R = 287 \frac{J}{kg \cdot K}$) a pressione 1.4 ata e 320 K, con velocità di 250 m/s. Volendo ridurre la velocità a soli 50 m/s, calcolare la pressione in uscita del diffusore raggiunta dall'aria, sia nell'ipotesi di compressione isentropica, sia nell'ipotesi di compressione reale con rendimento isentropico del diffusore pari a $\eta_d = 0{,}9$.

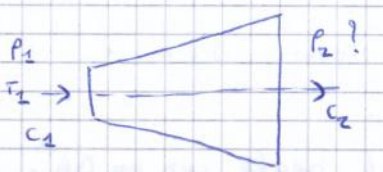
DIFFUSORE ADIABATICO, aria $K = 1{,}4$ $R = 287 \frac{J}{kg\,K}$

ingresso : $c_1 = 250$ m/s, $p_1 = 1{,}4$ ata, $T_1 = 320$ K
uscita : $c_2 = 50$ m/s

DET p_2 con trasf isentr.
p_2 con trasf reale

$\vec{V}$ del suono $c_{s_1} = \sqrt{KRT_1} = 385{,}6$ m/s

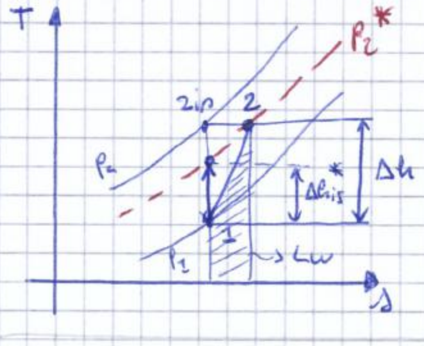
$\rightarrow M \simeq 0{,}7$ CORRENTE SUBSONICA



$Q \simeq 0$ MOTO STAZIONARIO

1) COMPRESS. ISENTROPICA

$\underbrace{Q}_{=0 \text{ ADIAB.}} + \underbrace{L_i}_{=0 \text{ CONDOTTO}} = \Delta h + \Delta E_c$ oppure posso usare $L_i = \int_{p_1}^{p_2} v\,dp + \Delta E_c + \underbrace{L_w}_{=0 \text{ ISENTROP.}}$



$$\Rightarrow h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = 0$$

$$c_p (T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = 0$$

$\longrightarrow$

$$\frac{p_{2io}^*}{p_1} = \left[\eta_d \frac{c_1^2 - c_2^2}{2\frac{k}{k-1}RT_1} + 1\right]^{\frac{k}{k-1}} = \left[0{,}9\,\frac{250^2 - 50^2}{2\cdot\frac{1{,}4}{1{,}4-1}\,287\cdot320} + 1\right]^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} =$$

$$\frac{p_{2is}}{p_1} = 1{,}3262 \quad \longrightarrow \quad p_{2is} = p_1 \cdot 1{,}3262 = 1{,}86 \text{ ata}$$

Trasf non isen → n?

ES. 2.6 TURBINA A GAS

Un effusore deve essere alimentato con gas combusti ($k = 1{,}37$, $R = 290 \frac{J}{kg\cdot K}$) in condizioni di $p_1 = 10$ bar, $t_1 = 1200\,°C$ ($c_1 \cong 0$) e deve smaltire una portata di 3,5 kg/s. Sapendo che nell'ambiente di valle all'effusore regna una pressione $p_2 = 1$ bar, stabilire, considerando tali condizioni di "progetto", se il condotto dovrà essere semplicemente convergente o converg-diverg e determinarne la geometria considerando il flusso isentropico. Calcolare inoltre la temperatura e il n° di Mach allo sbocco nelle precedenti condizioni di "progetto". Determinare infine la nuova portata attraverso il medesimo effusore con pressione di monte p_1 diminuita a 2 bar, a parità di t_1 e p_2.

GAS COMBUSTI $\quad k = 1{,}37$, $R = 290 \frac{J}{kg\,K}$

$$\left(k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v}\right)$$

$T\uparrow \quad c_v, c_p \uparrow \quad R_{cost}$

$T\uparrow \quad k\downarrow$

$p_1 = 10$ bar $\qquad t_1 = 1200\,°C$

$c_1 \cong 0 \qquad T_1 = 1473\,K$

$\dot m = 3{,}5$ kg/s

$p_2 = 1$ bar

FLUSSO ISENTR

DET: GEOMETRIA;

Area sez. principali: $\begin{cases} A_r \\ A_r, A_2 \end{cases}$

$T_2 \; M_2$