



**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 2098A-**

**ANNO: 2017**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Marco Corino**

**MATERIA: Fondamenti di Ingegneria Nucleare - (Esercizi, temi d'esame + formulario) -Prof. Ravetto**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# FORMULARIO

①

## DIFETTO DI MASSA

$$\Delta = Z m_p + N m_n - m_A$$

dove  $m_A = m_{\text{ATOMO}} - Z m_{e^-}$

Energia di un amu : 931,478 MeV

## DECADIMENTO RADIOATTIVO

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

dove  $\lambda$  è LA COSTANTE di DECADIMENTO

$N$  è n° di NUCLIDI

## LEGGE DEL DECADIMENTO RADIOATTIVO

Integro l'espressione scritta sopra e ottengo:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

dove  $N_0$  è il n° di nuclidi che ho all'inizio

$N(t) \rightarrow$  NUCLIDI SOPRAVVISSUTI

## ATTIVITA'

$$A = \lambda N(t) \quad \text{E' il numero di decadimenti al secondo}$$

## POTENZA (legata all'attività)

Lo prodotto tra l'energia liberata dal singolo decadimento e il n° di decadimenti al secondo (ATTIVITA')

$$P = E \cdot A \quad \left[ \frac{\text{J}}{\text{dec}} \right] \left[ \frac{\text{dec}}{\text{s}} \right] = [\text{W}]$$

# SEZIONI D'URTO

3

UNITA' DI MISURA [cm]

## SEZIONE D'URTO MACROSCOPICA

E' quella sezione che si riferisce al bersaglio intero

$$\Sigma = N\sigma \quad [\text{cm}^{-1}]$$

## SEZIONE D'URTO MICROSCOPICA

$\sigma$   $\rightarrow$  riferita al singolo nucleo

$$[\text{barn}] = [10^{-24} \text{cm}^2]$$

## TIPOLOGIE:

### SEZIONE D'URTO DI ASSORBIMENTO

$$\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c \rightarrow \text{CATTURA}$$

$\hookrightarrow$  Fissione

### SEZIONE D'URTO DI SCATTERING

$$\sigma_{sc} = \sigma_{scE} + \sigma_{scIN} \rightarrow \text{SCATTERING ANELASTICO}$$

$\hookrightarrow$  SCATTERING ELASTICO

## LIBERO CAMMINO MEDIO

$$\bar{X} = \frac{1}{\sum}$$

(7)

# DIFFUSIONE

## DENSITA' DI FASE

$$N(\vec{r}, E, \vec{n}, t)$$

## N° PARTICELLE

$$\underbrace{N(\vec{r}, E, \vec{n}, t)}_{\int} \cdot \underbrace{d\vec{r} d\vec{n} dE}_{\text{Volume}}$$

## FLUSSO di PARTICELLE

$$\phi = v \cdot N(\vec{r}, E, \vec{n}, t)$$

## PERCORSO TOTALE

$$v N(\vec{r}, E, \vec{n}, t) d\vec{r} d\vec{n} dE dt \rightarrow \text{SEMPLIFICATO PER } \underbrace{\Sigma_f(\vec{r}, E)}_{\substack{\text{n° di} \\ \text{FISSIONI}}}$$

→ MOLTIPLICO PER  $E_f$  (Energia prodotta da 1 fissione)

→ INTEGRO IN  $d\vec{r} d\vec{n} dE$

OTTENGO: Energia prodotta dalle fissioni di tutte le particelle che stanno nel volume  $V$  del sistema, per  $\forall$  energia e  $\forall$  direzione nel tempo  $dt$

Se divido per  $dt \Rightarrow$  POTENZA TOTALE

(9)

EQUAZIONE DI CONTINUITA'

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = S(\vec{r}, t) - \sum_a \phi(\vec{r}, t) \cdot \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t)$$

↑

LEGAKE  $\vec{J}$  e  $\phi$

DENSITA' DI EMISSIONE

$$\Psi(\vec{r}, t) = \underbrace{S(\vec{r}, t)}_{\text{particelle prodotte dalle sorgente}} + \underbrace{\sum_s \phi(\vec{r}, t)}_{\text{particelle prodotte da scattering}}$$

Se assumo che lo scattering è il fenomeno principale

$$\Rightarrow \Psi(r) = \sum_s \phi(r)$$

(11)

## CASI NOTEVOLI

### LUNGHEZZA DI DIFFUSIONE

$$L^2 = \frac{D}{\sum a}$$

Equazione da risolvere:

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \frac{1}{L^2}\phi(x) + S_0\delta(x) = 0$$

### CASO (1) GEOM. PIANA, MEZZO $\infty$ , SORG. LOCALIZZATA

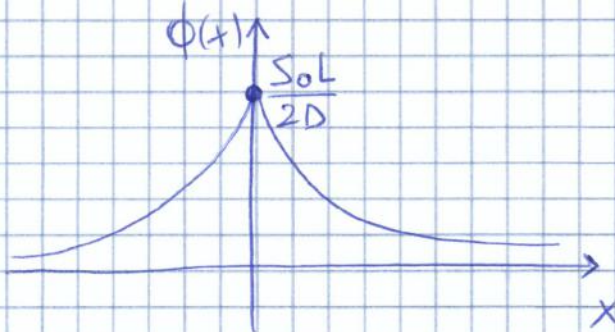
DELTA di DIRAC  $\delta(x) \rightarrow$  IMPULSO

Le 2 proprietà:

- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$

- $\delta(x) = \begin{cases} +\infty & \text{SE } x=0 \\ -\infty & \text{SE } x \neq 0 \end{cases}$

FUNZIONE PARI

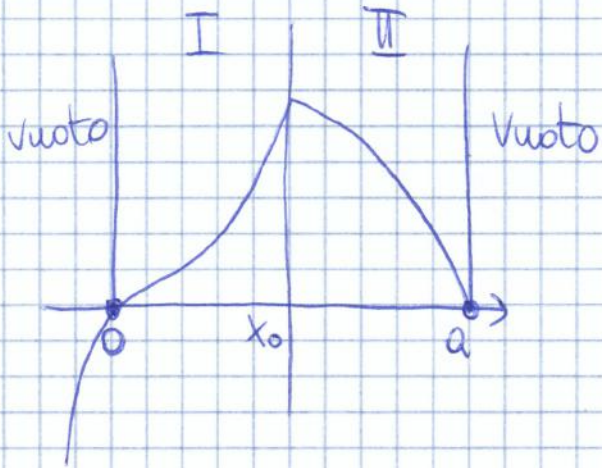




13

### CASO 3

GEOM. PIANA, MEZZO FINITO, Sorg. LOCALIZZATA



$$\phi = \begin{cases} E_I \sinh\left(\frac{x}{L}\right) \textcircled{I} \\ E_{II} \sinh\left(\frac{a-x}{L}\right) \textcircled{II} \end{cases}$$

(5)

## CASO (6)

GEOM. SFERICA, MEZZO SEMICO, SORG. LOCALIZZATA

$$\phi(r) = \frac{S_0}{4\pi D} e^{r/L} - \frac{S_0}{4\pi D e^{-2R/L}} e^{-r/L}$$

## COEFFICIENTI

(17)

### RIFLESSIONE:

$$R = \frac{J_-(0)}{J_+(0)} = \frac{\text{CORRENTE PARZIALE USCENTE}}{\text{CORRENTE PARZIALE ENTRANTE}}$$

$R < 1$  per via degli assorbimenti

### TRASMISSIONE:

$$T = \frac{\text{CORRENTE NETTA}}{I_0}$$

### ASSORBIMENTO

$$A = \frac{\text{n° NEUTRONI ASSORBITI (FOTONI)}}{\text{n° NEUTRONI INCIDENTI (FOTONI)}}$$

il  $\phi(x)$  è il flusso;  $\phi(x) dx$  è la lunghezza di traccia

$$A = \frac{1}{I_0} \int_0^a \phi(x) dx \Sigma_a$$

② CASO STAZIONARIO, NO SORGENTE, MEZZO OMOG. e FINITO

19

Qui tengo conto delle fughe

BILANCIO DIVENTA:

$$\Delta \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} - \Sigma_a \phi(x) + \nu \Sigma_f \phi(x) = 0$$

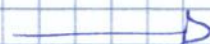
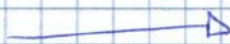
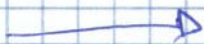
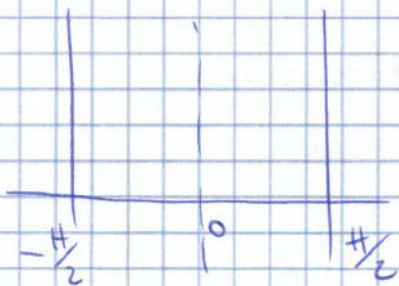
$K_{\text{mezzo finito}}$  SEMPRE  $< K_{\infty}$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \left[ \frac{(K_{\infty} - 1)}{L^2} \right] \phi(x) = 0 \rightarrow \phi(x) = A \cos(\alpha x)$$

OTTENGO ANCHE:

$$K = \frac{K_{\infty}}{1 + L^2 \left( \frac{\pi}{H} \right)^2} \rightarrow \text{Autovalore}$$

$\hookrightarrow \phi(x) = A \cos\left(\frac{\pi}{H} x\right) \rightarrow \text{Autofunzione stab.}$



→ risolvo con Helmholtz: trovo  $f_n(\vec{r})$  per poi ricavare  $A_n(t)$  sostituendo il risultato nell'equaz. della diffusione (21)

Noti  $f_n$  e  $A_n$  è poi immediato ricavare il flusso  $\phi$ .

OTTENGO

$$\phi(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) f_n(\vec{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \underbrace{A_n(0) e^{-\lambda_n t}}_{\text{CONTRIBUTO INIZIALE}} + \underbrace{\sigma \int_0^t dt' S_n(t') e^{-\lambda_n(t-t')}}_{\text{SORGENTE}} \right] f_n(\vec{r})$$

dove  $\lambda_n = \frac{k_n - 1}{\tau_n}$

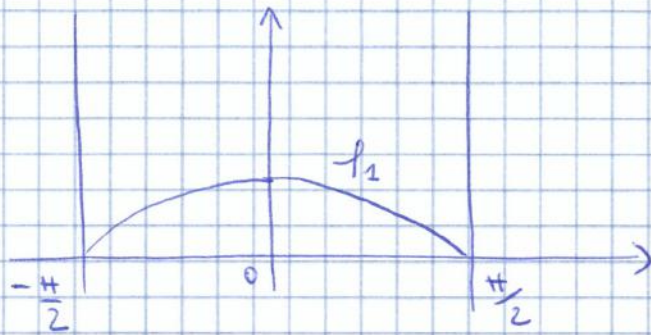
### PROBABILITÀ DI FUGA

$$P_L = \frac{DB^2}{DB^2 + \Sigma_a}$$

### PROBABILITÀ DI NON FUGA

$$P_{NL} = 1 - P_L = \frac{1}{L^2 B^2 + 1}$$

(23)

GEOMETRIE caso trasmissivo con HELMHOLTZA) GEOMETRIA PIANA MONODIMENSIONALE

$$f_n(x) = \sqrt{\frac{2}{H}} \cos\left[\left(\frac{2n-1}{H} \pi\right)x\right]$$

AUTOFUNZIONE FONDAMENTALE

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{2}{H}} \cos\left(\frac{\pi}{H} \cdot x\right)$$

B) GEOMETRIA PIANA 3D

$$f(x, y, z) = A_x A_y A_z \cos\left(\frac{2n-1}{a}\right) \cos\left(\frac{2m-1}{b}\right) \cos\left(\frac{2p-1}{c}\right)$$

## CASI PARTICOLARI

(25)

EQUAZIONE:

$$\phi(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n(0) e^{dn t} + v \int_0^t S_n(t') e^{dn(t-t')} dt' \right\} Y_n(r)$$

CONSIDERO IL CONTRIBUTO INIZIALE NULO

Ⓐ SORGENTE COSTANTE FATTA COME  $Y_1(\vec{r})$

$$S(\vec{r}, t) = S_0 Y_1(\vec{r})$$

$$\phi(\vec{r}, t) = v S_0 Y_1(\vec{r}) \frac{1}{d_1} (e^{d_1 t} - 1)$$

LE SORGENTI SONO FUNZIONI PARI! HO SOLO COSENI

Ⓑ SORGENTE IMPULSATA FATTA COME  $Y_1(\vec{r})$

Se mi dice sorgente fatta come l'armonica fondamentale uso questa:

$$S(\vec{r}, t) = S_0 \delta(t) Y_1(\vec{r})$$

$$\phi(r, t) = v S_0 Y_1(\vec{r}) e^{d_1 t}$$

$$[S(x, t)] = \left[ \frac{h}{cm^3 s} \right]$$

⑤ SORGENTE IMPULSATA NON FATTA COME  $\rho(\vec{r})$  (27)

$$S(\vec{r}, t) = S_0 \delta(t) \delta(r - r^*)$$

$$\phi(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} v S_0 Y_n(r^*) Y_n(r) e^{i\omega_n t}$$

SE SIST. SOTTOCRITICO SI SPEGNE

SE SIST. CRITICO HO  $\phi_{AS}$



(29)

FORMULA DEI SEI FATTORI

$$k = (\eta \cdot f \cdot \epsilon \cdot \rho) \frac{1}{1 + L^2 B^2} P_{NL}^{\text{Fast}} (B^2)$$

SEZIONE D'URTO MEDIA

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} g(T) \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{2}} \sigma(E_0)$$

$$L^2 = L_H (1 - f)$$

RAPPORTO DI MODERAZIONE MOLECOLARE

$$\Theta = \left( \frac{N_M}{N_P} \right)$$

BUCKLING

$$\text{SFERA : } B^2 = \left( \frac{\pi}{R} \right)^2$$

$$\text{SLAB : } B^2 = \left( \frac{\pi}{H} \right)^2$$

$$\text{CUBO : } B^2 = 3 \left( \frac{\pi}{H} \right)^2$$

$$\text{CILINDRO : } B^2 = \left( \frac{\pi}{H} \right)^2 + \left( \frac{j_{0,1}}{R} \right)^2$$

# INDICE

31

## ① DECADIMENTO

### • ESERCITAZ. 1 :

- ES. n° 1 → 2 nuclidi, decadimento di  $N_1$  produce  $N_2$ , grafico attività
- ES n° 2 → RUBINETTO, EQ. CONS. DELLA MASSA
- ES n° 3 → 2 nuclidi, termini di produzione e distruzione,  $N_{1AS}$   $N_{2AS}$  SPEGNIMENTO, MASSIMI DOPO SPEGNIMENTO?
- ES n° 4 → REATTORE, n° di GIRI NUCLIDE DENTRO (INGR.: USCITA)
- ES n° 5 → ANDAM. TEMPOR. NUCLIDI, MAX DI  $N_2$  ( $t_{max}$ ), DET  $N_{10}$  (nuclei e) AFFINCHÉ  $P=10$  W dopo  $\#$  ANNI;  $P_{max}$ ?  $t_{max}$ ?
- RAMPONI:
- ES n° 2 → TEMPO OTTIMO DI IRRAGGIAMENTO ( $\epsilon$ ), NUCLIDE B STABILE PRODUCE NUCLIDE A IN SEGUITO A CATTURA NEUTRONICA ( $\phi$  COST)
- ES n° 3 → NUCLIDE STABILE "A" IRRAGG DA FLUSSO PRODUCE B, LIBERO CAMMINO MEDIO, TEMPO  $\tau$  PER RAGGIUNGERE IL 90% DEI NUCLIDI TRASMUTATI, PER TAVOLETTI VALUTO MASSA NAT. RADIODAT. e MASSA GLOBALI. TRASMUTATA.

## ② DIFFUSIONE NON MOLTIPLICANTE STAZIONARIA

### • ESERCITAZ. 2

- ES n° 2 : MEZZO  $\infty$ , una FACCIA ESP. AL VUOTO, UNA IRRAGGIATA;
  - RISOLV. EQ. DIFFU
  - GRAFICO
  - DET  $d$  (COEFF. RIFL.)  $\begin{cases} \rightarrow d_{lim} \text{ con } \Sigma = 1,7 \text{ cm}^{-1} \\ \rightarrow L_{lim} \text{ con densità materiale } \downarrow \text{ dell' } 80\% \end{cases}$
  - SPIEGO PERCHÉ  $d$  INDIP. DA  $I_0$
  - DET  $\alpha$  PER SPESSORE = 2 CM
- ES. n° 1 : MEZZO  $\infty$ , SOGG COST TRA ZERO e  $\infty$ , 3 FLUSSI, 6 CONDIZ. AL CONT.
- ES. n° 3 : STRATO PIANO, RADIAZ. FOTONICA, FACCIA ESP AL VUOTO, FACCIA IRRAGGIATA CON CORRENTE ENTA. PARI A  $I_0$ 
  - SOLVZ. EQ. DIFFU
  - COEFF. R (rifless su faccia irragg ( $\frac{J^-}{J^+}$ ))
  - COEFF T e A
  - R, T, A per spessore  $\rightarrow \infty$
- ES. n° 4 : CONCENTRAZ. URANIO IN ROCCIA; SISTEMA SENI  $\infty$ ; SISTEMA ALIMENTATO DA FISSIO SPONT. DI  $U_{238} \approx$  DECADIM.; PARETE ESTERNA EIP. AL VUOTO
  - SOLVZ. EQ. DIFFU + GRAFICO
  - $J = 15 \text{ n/m}^2 \Rightarrow$  DET CONC. DI U ( $\text{g/cm}^3$ )
  - INCERTEZZA RISULTATO
- ES. n° 5 : MEZZO SENI  $\infty$ , SOGG. PIANA LOCALIZZ., RAPP. R TRA  $\frac{J(d)}{J(3d)}$  (nette)
  - SOLVZ. EQ. DIFFU
  - DET L INFUNZ. DI R e d
  - DET L per  $d = 3 \text{ cm}$  e  $R = 3$
  - DET ERRORE RELATIVO SU MISURA DI R

①

- ES n° 4 : ELEM di fuel in reattore  $\phi = \text{cost} = s \cdot \omega^{-1}$ ; fuel composto da: (33)
- NUCLIDE FISSILE 1
  - NUCLIDE FERTILE 2  $\rightarrow$  dalla cattura del nuclide 2 si genera il nuclide 3
  - TUTTI E 3 STABILI.
- DET:
- Eq bilancio ~~reattori~~ evolus. di  $N_1$  ( $\frac{dN_1}{dt} = \dots$ ) e det  $N_2(t)$
  - " " " "  $N_2$  ( $\frac{dN_2}{dt} = \dots$ ) " "  $N_2(t)$
  - " " " "  $N_3$  ( $\frac{dN_3}{dt} = \dots$ ) " "  $N_3(t)$
  - legge con cui varia DENSITA' di POTENZA dovuta a fissioni 1 e 3
  - det valore di  $p(0)$  e  $p(\tau)$   $N_1(\tau) N_2(\tau) N_3(\tau)$
  - E' autoperpetuante?

- ES n° 5 : in fuel : 2 FISSILI e 1 FERTILE, per cattura neutronica il 3 (fertile) genera il 2. Tutti stabili,  $\phi = \text{cost} = \dots$
- DET:
- Equas. + solus.  $N_1 N_2 N_3$
  - det  $N_3(0)$  per cui  $N_2$  abbia un max
  - det  $T$  dove viene raggi il max de  $N_2$  + valore di tale conc.
  - det  $p(t)$  densità di potenza
  - valore di  $p(T)$
  - det  $\epsilon$  necessario a trasmutare il 10% dei nuclei fertili

#### ④ REATTORI e STRUTTURE

##### • ESERCITAZIONE n° 4

- ES n° 0 : SIST MOLT SOTTOK generatore di neutroni  $\rightarrow$  produs. isotopi radiattivi; slab. bersaglio.
- DET
- $k_{\infty}$  tale che  $k_{eff} = 0,96$
  - SORG COME ARMONICA FONDA.
  - $\phi$  in risp a un impulso di tale sorg nel sist inizialmente privo di neutri.
  - intensità della sorgente necessaria affinché n° medio di nuclei radioatt prodotti sia  $10^{14}$ .
- ES n° 1 : SFERA
- DET:
- $k_{\infty}$  tale che  $k = 1$
  - quanto devo  $\downarrow R$  affinché  $k_{eff} = 0,98$
- STRUTT. SOTTOK  $\rightarrow$  SORG STAZIO COME ARM. FOND. DET
- Potenza della sorgente affinché in condiz. asintotiche  $J(R) = 10^{14} \frac{n}{s}$  (CORRENTE USCENTE)
- ES n° 2 : SIST SOTTOK GENERATORE di neutri  $\rightarrow$  applicat. tecnobg.
- SLAB
- DET:
- $k_{\infty}$  se  $k = 0,96$
  - SORG ARM. FOND.; DET:
  - $\phi$  in risposta a un impulso della sorg inizialmente privo di neutri.
  - ANOM. TEMPORALE di  $J$  uscente da una delle facce
  - INTENSITA' DELLA SORG affinché  $J(\text{MAX}) = \dots$
  - n° totale di neutroni rilasciati dalla faccia

ES. n°4 : SIST SOTTO K alimentato da SORG OSCILLATA secondo armonia per

$$S(\rho, t) = S_0(1 - \cos \omega t) \varphi_z(t)$$

(35)

INIZIALM. SPENTO

- soluz. analitica per flusso neutro di risp alla sorg dato
- " " " " sist in condiz. asintotiche
- valor medio risposta asintotica

Det = SFASAMENTO  $\theta$

## ESERCITAZ. 7

• ES n°1 : DIFFUSION MULTIP. MEZZO FINITO, <sup>2 STRATI</sup> MATERIALI  $\neq$

• ES n°2 : DIFFUSION MULTIP. MEZZO FINITO, 2 STRATI  $D_1 = D_2, L_1 \neq L_2$

• ES n°3 : NEUTRONI FREDDI, NON MULTIP. , 1) HELMOLTZ, 2) SORG IMPULS, 3) 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> armonica

ES 1

①  $\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$

$$\begin{cases} N_1(0) = N_{10} \\ N_2(0) = 0 \end{cases}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \underbrace{\lambda_1 N_1}_{R(t)}$$

$$N_2(t) = N_{20} e^{-\lambda_2 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2(t-t')} R(t') dt' =$$

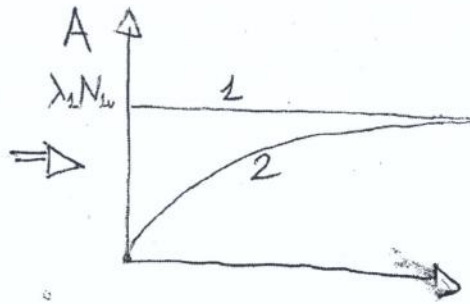
PROB. CHE I NUCLEI INTRODOTTI SOSTANZIARNO FINO A t      NUCLEI INTRODOTTI IN t'

$$= \int_0^t e^{-\lambda_2(t-t')} \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t'} dt' =$$

$$= \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_2 t} \int_0^t e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t'} dt' =$$

$$= \frac{\lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1 \right] = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right)$$

RADIO      RADIO  
 $\lambda_2 \gg \lambda_1$   
 $A_1 = \lambda_1 N_1$   
 $A_2 = \lambda_2 N_2$



$$N_2 \approx \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2} e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_2 = \lambda_2 N_2 \approx A_1$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 + R \quad N_1(0) = 0 \quad 1 = I^{135}$$

$$2 = Xe^{135}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 - D \quad N_2(0) = 0$$

EQUILIBRIO?

$$N_1(t) = \underbrace{N_{10}}_{=0} e^{-\lambda_1 t} + \int_0^t e^{-\lambda_1(t-t')} R(t') dt' =$$

$$= R e^{-\lambda_1 t} \int_0^t e^{\lambda_1 t'} dt' = \frac{R}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} (e^{\lambda_1 t} - 1)$$

$$N_1(t) = \frac{R}{\lambda_1} [1 - e^{-\lambda_1 t}]$$

$$N_{1AS} = \frac{R}{\lambda_1} = \lim_{t \rightarrow \infty} N_1(t) \quad \text{oppure} \quad \frac{dN_1}{dt} = 0 = -\lambda_1 N_1 + R$$

$$N_{2AS} ? \quad \frac{dN_2}{dt} = 0 = \lambda_1 N_{1AS} - \lambda_2 N_{2AS} - D$$

$$N_{2AS} = \frac{\lambda_1 N_{1AS} - D}{\lambda_2} = \frac{R - D}{\lambda_2}$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\lambda_2 N_2 + (\lambda_1 N_1 - D)$$

$$N_2(t) = \underbrace{N_{20}}_{=0} e^{-\lambda_2 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2(t-t')} S_2(t') dt' =$$

$$\frac{dN_2'}{dt} = -\lambda_2 N_2' + \lambda_1 N_1' = -\lambda_2 N_2' + R_2'(t)$$

$$N_2'(t) = N_{20}' e^{-\lambda_2 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2 (t-t')} R_2'(t') dt' =$$

$$= \frac{R-D}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_2 t} R \int_0^t e^{(\lambda_2 - \lambda_2) t'} dt' =$$

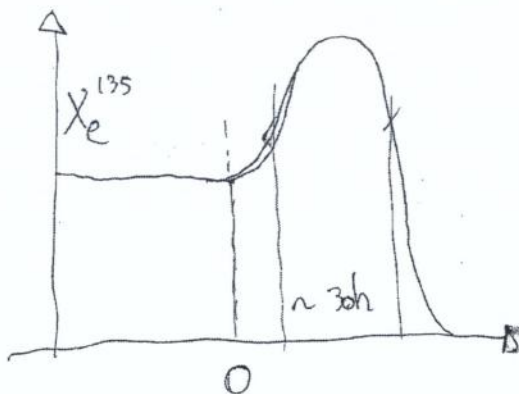
$$= \frac{R-D}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t} + \frac{R}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

ESISTONO MASSIMI DOPO LO SPORGIMENTO?

$$\left. \frac{dN_2}{dt} \right|_{0^+} = -\lambda_2 N_2(0^+) + \lambda_1 N_1(0^+) =$$

$$= -\frac{R-D}{\lambda_2} \cdot \lambda_2 - \frac{R \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (1-1) + \frac{R}{\lambda_1} \cdot \lambda_1 =$$

$$= -R + D + R = \underline{\underline{D > 0}}$$



2) secondo "giro"  $0 < t < t_1$

$$N_{02} = \underbrace{\frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_1})}_{\text{NUCLIDI ENTRATI}} e^{-\lambda t_2} \cdot \underbrace{e^{-\lambda t_1}}_{\substack{\text{PROB.} \\ \text{DI NON} \\ \text{DECADERE}}} + \underbrace{\frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2})}_{\substack{\text{NUCLIDI NUOVI} \\ \text{CHE NON SONO DECADUTI}}}$$

$$N_{02} = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2}) (1 + e^{-\lambda(t_1+t_2)})$$

$$N_{i2} = N_{02} \cdot e^{-\lambda t_2} = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_1}) (1 + e^{-\lambda(t_1+t_2)}) e^{-\lambda t_2}$$

$$\begin{aligned} 3) N_{03} &= \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2}) (1 + e^{-\lambda(t_1+t_2)}) e^{-\lambda t_2} \cdot e^{-\lambda t_2} + \\ &+ \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2}) = \\ &= \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2}) \left[ 1 + e^{-\lambda(t_1+t_2)} + e^{-2\lambda(t_1+t_2)} \right] \end{aligned}$$

$$N_{0n} = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2}) \left[ 1 + e^{-\lambda(t_1+t_2)} + \dots + e^{-(n-2)\lambda(t_1+t_2)} \right]$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} N_{0n} = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_2}) \frac{1}{1 - e^{-\lambda(t_1+t_2)}} \left( \sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q} \right) \quad (|q| < 1)$$



5) P-238  $t_{0,5} = 20y$ ;  $N_{10}$  nuclide "1"

nuclide "2"  $\rightarrow$   $t_{0,5} = 45y$  generato dal decadimento di "1"  
 energia termica generata da particelle  $\alpha$  emesse da "2"  
 con energia 4 MeV.  $N_{20} = \phi$

• ANDAMENTO TEMPORALE DEI NUCLIDI

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \rightarrow N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1$$

$$N_2(t) = \cancel{N_{20}}_{=0} e^{-\lambda_2 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2(t-t')} \cdot \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t'} dt' =$$

$$= \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_2 t} \int_0^t e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t'} dt' = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1)$$

$$= \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

• A CHE ISTANTE  $N_2 = N_{2max}$ ?  $\rightarrow t_{max}^*$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 = 0$$

$$-\frac{\lambda_2 \lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} = 0$$

$$t_{0,5} \text{ di } "1" = 204 \quad \frac{N(t_{0,5})}{N_0} = 0,5 = e^{-\lambda_1 t_{0,5}^2}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda_1 t_{0,5}^2 = -\ln 2$$

$$\lambda_1 = \frac{\ln 2}{t_{0,5}^2} = \frac{\ln 2}{204^2} = 3,466 \cdot 10^{-2} \left[\frac{1}{4}\right] \quad \lambda_2 = \frac{\ln 2}{t_{0,5}^2} = 1,54 \cdot 10^{-2} \left[\frac{1}{4}\right]$$

8204                      0454

$$N_{10} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1 \cdot 10^{13} \cdot 1}{\lambda_2 \lambda_1 \cdot 4 \cdot 1,6 \cdot (e^{-\lambda_1 \cdot 10} - e^{-\lambda_2 \cdot 10})}$$

$$= \frac{3600 \cdot 24 \cdot 365 \cdot (1,54 - 3,466) \cdot 10^{-2} \cdot 10^{15} \cdot 1}{1,54 \cdot 3,466 \cdot 10^{-42} \cdot 4 \cdot 1,6 \cdot (-0,1501372)} \approx 1.184 \cdot 10^{22} \text{ [moleci]}$$

$$N_{10} [\text{atomi}] \cdot \frac{1}{N_A} \left[\frac{\text{mol}}{\text{atomi}}\right] \cdot 238 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right] = 0,1484 \mu\text{g}$$

$P_{\max} ? \quad P_{\max} = P(t_{\max}^*)$        $t_{\max}^* = \frac{\ln \lambda_1 - \ln \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 42,124$

$$P_{\max} = 1,935 \text{ W}$$



Si consideri un sistema a strato piano entro il quale diffonde una radiazione fotonica. Il sistema ha caratteristiche tali da poter essere descritto dalla teoria della diffusione monocinetica. Sono noti i valori della lunghezza e del coefficiente di diffusione. Il sistema viene irraggiato su uno dei due contorni da una sorgente che stabilisce il valore della corrente entrante pari a  $I_0$ . L'altro contorno è affacciato al vuoto.

Si scriva l'espressione della soluzione dell'equazione della diffusione per il problema in esame.

Si richiede quindi di calcolare le espressioni del coefficiente di riflessione  $R$  sulla faccia irraggiata (rapporto fra il numero di fotoni che escono dal sistema dalla faccia irraggiata e il numero di quelli entranti), del coefficiente di trasmissione (rapporto fra il numero di fotoni che escono dal sistema  $S$  dalla faccia non irraggiata e il numero di quelli entranti) e del coefficiente di assorbimento (rapporto fra il numero di fotoni assorbiti dal sistema e il numero di quelli entranti). Si studi il comportamento di questi parametri al variare dello spessore dello strato, giustificandolo con considerazioni fisiche e verificando il rispetto del bilancio integrale. E' richiesto in particolare il valore di questi parametri al tendere dello spessore ad infinito. Si richiede infine il valore numerico di tali parametri assumendo  $D=0.1$  cm,  $L=5$  cm e lo spessore del sistema pari a 20 cm.

Si ricordi che in teoria della diffusione le correnti parziali sono date dalle seguenti formule:

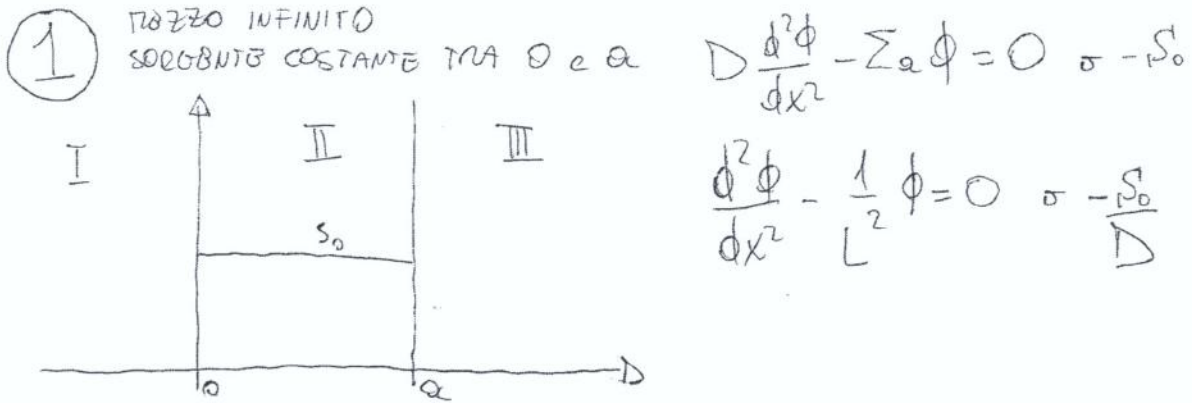
$$J_+ = (1/4)\Phi - (D/2) (d\Phi/dx);$$

$$J_- = (1/4)\Phi + (D/2) (d\Phi/dx).$$



Una società di consulenza viene incaricata da una multinazionale mineraria di stimare la concentrazione di uranio in una roccia. Vengono effettuate delle misure di corrente neutronica netta sulla superficie esterna della parete di roccia che può essere considerata un sistema omogeneo, non moltiplicante, piano, semi-infinito. Si può supporre che il sistema sia alimentato dai neutroni emessi (in modo spazialmente uniforme) nel processo di fissione spontanea dell' $^{238}\text{U}$ , assimilabile a un decadimento radioattivo caratterizzato da una costante di decadimento di  $2.2371 \times 10^{-10}$  anni $^{-1}$ . Ogni fissione spontanea emette mediamente 2.5 neutroni. La popolazione neutronica è descrivibile mediante la teoria della diffusione monocinetica e sulla parete esterna della roccia si può assumere una condizione di annullamento per il flusso neutronico. Si determini l'espressione della soluzione dell'equazione della diffusione e se ne tracci un grafico qualitativo.

La misura effettuata fornisce un valore per la corrente neutronica pari a 15 n/cm $^2$ /s. Questa misura è affetta da un'incertezza del 5%. Si determini il valore stimato della concentrazione di uranio (in g/cm $^3$ ), sapendo che il valore della lunghezza di diffusione della roccia è pari a 15 cm (valore noto con un'incertezza del 10%). Si determini inoltre l'incertezza del risultato ottenuto.



SOLUZIONE TRAMITE EQ. DELLA DIFFUSIONE

$$\phi_I(x) = A e^{\frac{x}{L}} + B e^{-\frac{x}{L}}$$

$$\phi_{II}(x) = C e^{\frac{x}{L}} + D_1 e^{-\frac{x}{L}} + E$$

$$\phi_{III}(x) = F e^{\frac{x}{L}} + G e^{-\frac{x}{L}}$$

E si trova tramite integrale part. colore imponendo il flusso costante, come costante è la sorgente  $S_0$

$$-\Sigma_a E = -S_0 \Rightarrow E = \frac{S_0}{\Sigma_a}$$

6 incognite  $\rightarrow$  6 condizioni al contorno

$$\phi(+\infty) = 0 \Rightarrow \phi_{III}(+\infty) = 0 \Rightarrow F = 0$$

$$\phi(-\infty) = 0 \Rightarrow \phi_I(-\infty) = 0 \Rightarrow B = 0 \text{ perché qui } x < 0!$$

$$\phi(0^+) = \phi(0^-) \Rightarrow C + D_1 + E = A$$

$$\phi(a^+) = \phi(a^-) \Rightarrow G e^{-\frac{a}{L}} = C e^{\frac{a}{L}} + D_1 e^{-\frac{a}{L}} + E$$

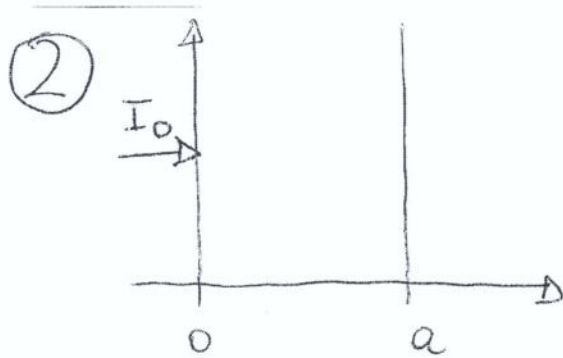
CONTINUITÀ  
D&S  
FLUSSI

PER SEMPLICITÀ DEL PROBLEMA:  $\phi'(\frac{a}{2}) = 0 \Rightarrow C e^{\frac{a}{2L}} - D_1 e^{-\frac{a}{2L}} = 0$

CONTINUITÀ DELLA CORRENTE

IN 0 e in a

$$J(0^-) = J(0^+) \Rightarrow C - D_1 = A$$



$$J^+(0) = I_0$$

$$L = 5 \text{ cm}$$

$$\phi(a) = 0$$

$$\Sigma = 17 \text{ cm}^{-1}$$

$$D = \frac{1}{3\Sigma}$$

$$a = 2 \text{ cm}$$

No sorgente  $\rightarrow$  2 esponenziali che si azzerano in a

$$\phi(x) = A \sinh\left(\frac{a-x}{L}\right) = A \frac{e^{\frac{a-x}{L}} - e^{-\frac{a-x}{L}}}{2}$$

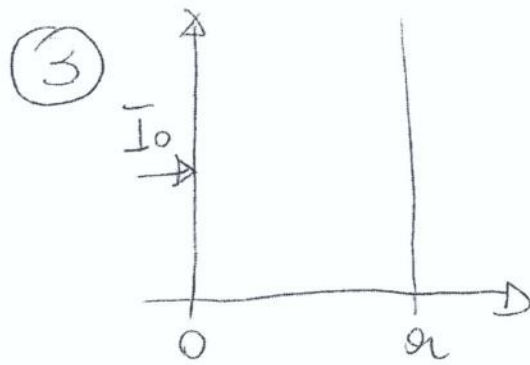
$$J^+(0) = I_0 = \frac{1}{4} \phi(0) - \frac{D}{2} \phi'(0) =$$

$$= \frac{1}{4} A \sinh\left(\frac{a}{L}\right) - \frac{D}{2} \cdot \left(-\frac{A}{L} \cosh\left(\frac{a}{L}\right)\right) = I_0$$

$$A \sinh\left(\frac{a}{L}\right) + \frac{2DA}{L} \cosh\left(\frac{a}{L}\right) = 4I_0$$

$$A = \frac{4I_0}{\sinh\left(\frac{a}{L}\right) + \frac{2D}{L} \cosh\left(\frac{a}{L}\right)}$$

$$\alpha = \frac{J^-(0)}{J^+(0)} = \frac{\frac{1}{4} \phi(0) + \frac{D}{2} \phi'(0)}{\frac{1}{4} \phi(0) - \frac{D}{2} \phi'(0)} =$$



$a, D, \Sigma$  noti

$$\phi(a) = 0$$

$R, T, A$  ?  
 ↓ riflessione      ↓ trasmissione      ↘ assorbimento

$$\phi(x) = C \operatorname{sinh}\left(\frac{a-x}{L}\right)$$

$$\Sigma^+(0) = I_0 = \frac{1}{4} \phi(0) - \frac{D}{2} \phi'(0) = \frac{1}{4} C \operatorname{sinh}\frac{a}{L} + \frac{DC}{2L} \operatorname{cosh}\frac{a}{L}$$

$$C = \frac{4 I_0}{\operatorname{sinh}\frac{a}{L} + \frac{2D}{L} \operatorname{cosh}\frac{a}{L}}$$

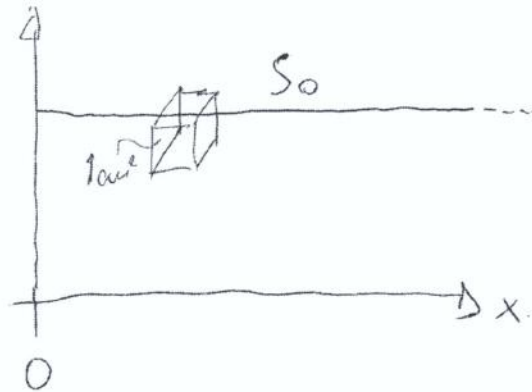
$$R = \frac{\Sigma^-(0)}{\Sigma^+(0)} = \frac{\phi(0) + 2D \phi'(0)}{\phi(0) - 2D \phi'(0)} =$$

$$= \frac{\operatorname{sinh}\frac{a}{L} - \frac{2D}{L} \operatorname{cosh}\frac{a}{L}}{\operatorname{sinh}\frac{a}{L} + \frac{2D}{L} \operatorname{cosh}\frac{a}{L}} = \frac{\operatorname{tanh}\frac{a}{L} - \frac{2D}{L}}{\operatorname{tanh}\frac{a}{L} + \frac{2D}{L}}$$

$$N_{\text{Ass}} = \Sigma a \int_0^a \phi(x) dx = \Sigma a \cdot C \int_0^a \operatorname{sinh}\left(\frac{a-x}{L}\right) dx =$$

↳ numero di fotoni  
 assorbiti tra 0 e  $a$

④



$S_0$  dovuta a fissione spontanea U-238

$$\lambda = 2.2371 \cdot 10^{10} \text{ y}^{-1}$$

$$2.5 \frac{\text{neutroni}}{\text{fissione}} = \mu$$

$$\phi(0) = 0$$

$$S_0 \rightarrow \lambda \overbrace{N \cdot \mu}^{\text{ATTIVITÀ}} = S_0$$

$$D \frac{d^2 \phi}{dx^2} - \Sigma_a \phi + S_0 = 0$$

SOLUZIONI OMOGENEA

$$\phi_h(x) = A e^{-\frac{x}{L}} + B e^{\frac{x}{L}}$$

INT. PARTICOLARE  $\rightarrow$  stessa natura della forzante (costante in questo caso)

$$\phi_{mh}(x) = C \rightarrow -\Sigma_a \cdot C = -S_0 \Rightarrow C = \frac{S_0}{\Sigma_a}$$

$$\phi(x) = A e^{-\frac{x}{L}} + B e^{\frac{x}{L}} + \frac{S_0}{\Sigma_a}$$

$$\frac{\delta \sigma_0}{\sigma_0} = 0.05 \quad \frac{\delta L}{L} = 0.1$$

$$\frac{\sigma_0 \sum a L}{D \lambda m} = N$$

$$\delta N = \left| \frac{\partial N}{\partial \sigma_0} \right| \delta \sigma_0 + \left| \frac{\partial N}{\partial L} \right| \delta L =$$

$$= \frac{\sum a L}{D \lambda m} \delta \sigma_0 + \frac{\sigma_0 \sum a}{D \lambda m} \delta L$$

$$\frac{\delta N}{N} = \frac{\sigma_0}{N} \left| \frac{\partial N}{\partial \sigma_0} \right| \frac{\delta \sigma_0}{\sigma_0} + \frac{L}{N} \left| \frac{\partial N}{\partial L} \right| \frac{\delta L}{L} =$$

$$= \frac{\sigma_0}{\sigma_0 \sum a L} D \lambda m \cdot \frac{\sum a L}{D \lambda m} \frac{\delta \sigma_0}{\sigma_0} \quad \frac{\delta L}{L} = 0.05 + 0.1 = 0.15$$



$$\phi_I(x) = \frac{L S_0}{D} e^{-\frac{a}{L}} \sinh \frac{x}{L}$$

$$J(x) = -D \phi_I'(x) = -\cancel{L} \frac{S_0 \cancel{L}}{D} e^{-\frac{a}{L}} \cdot \frac{1}{L} \cdot \cosh \frac{x}{L} \Big|_0$$

$$J(x) = -S e^{-\frac{a}{L}}$$

$$R = \frac{J(x)_a}{J(x)_{3a}} = \frac{-S e^{-\frac{a}{L}}}{-S e^{-\frac{3a}{L}}} = e^{\frac{2a}{L}}$$

$$\ln R = \frac{2a}{L} \quad L = \frac{2a}{\ln R}$$

$$\frac{\delta a}{a} = 0. \quad \frac{\delta R}{R} = 0.1 \quad \frac{\delta L}{L} ?$$

$$\delta L = \left| \frac{\partial L}{\partial R} \right| \delta R = 2a \left( \frac{1}{\ln^2 R} \frac{1}{R} \right) \delta R$$

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\cancel{2a}}{\ln^2 R} \frac{\delta R}{R} \cdot \frac{\ln R}{\cancel{2a}} = \frac{1}{\ln R} \frac{\delta R}{R}$$

2

Un mezzo materiale piano, semi-infinito, esposto al vuoto contiene una piccola quantità di un nuclide fissile. Si supponga che sia presente nel mezzo una sorgente neutronica distribuita uniformemente e costante nel tempo.

Si richiede di scrivere la soluzione dell'equazione della diffusione monocinetica per il problema considerato e di tracciarne il grafico.

Si richiede di determinare l'espressione analitica per il flusso asintotico (lontano dal contorno con il vuoto) e per la corrente neutronica in ogni punto del sistema e di tracciarne il grafico.

Attraverso delle misure sperimentali eseguite dall'espertissimo Dr. Max Expos sotto l'illuminata direzione della Prof.ssa S. Dulles è possibile determinare il rapporto R fra la corrente all'interfaccia con il vuoto e il flusso asintotico. Si determini la relazione fra la concentrazione del nuclide fissile e il rapporto R.

Si determini, infine, la concentrazione del nuclide fissile assumendo i seguenti dati:  
lunghezza di diffusione del mezzo: 28.28 cm  
coefficiente di diffusione del mezzo: 0.8 cm  
rapporto R: 0.01  
numero di neutroni emessi per fissione: 2.5  
sezione d'urto microscopica di fissione: 570 b

Si studi il comportamento al variare della concentrazione del nuclide fissile della corrente all'interfaccia con il vuoto, del flusso asintotico e del rapporto R.

4

Un elemento di combustibile è inserito in un reattore nucleare in una posizione in cui il flusso neutronico è mantenuto costante nel tempo e pari al seguente valore medio:  $\Phi = 3 \cdot 10^{13} \text{ n cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Nel materiale costituente il combustibile sono presenti i seguenti elementi:

- Il nuclide fissile 1, di densità iniziale pari a  $N_1(0) = 4 \cdot 10^{20} \text{ atomi cm}^{-3}$ , di cui sono note le sezioni d'urto microscopiche di cattura  $\sigma_{c1}=100 \text{ b}$  e di fissione  $\sigma_{f1}=500 \text{ b}$ ;
- Il nuclide fertile 2, di densità iniziale pari a  $N_2(0) = 2 \cdot 10^{22} \text{ atomi cm}^{-3}$ , di cui è nota la sezione d'urto microscopica di cattura  $\sigma_{c2}=3 \text{ b}$ .

Dalla cattura neutronica del nuclide 2 si genera il nuclide 3, di densità iniziale nulla,  $N_3(0) = 0$ , di cui sono note le sezioni d'urto microscopiche di cattura  $\sigma_{c3}=200 \text{ b}$  e di fissione  $\sigma_{f3}=800 \text{ b}$ .

Tutti i nuclidi possono essere considerati stabili, quindi non soggetti a decadimento radioattivo.

Si richiede:

- di scrivere l'equazione di bilancio che descrive l'evoluzione della concentrazione del nuclide 1 (la variazione temporale della concentrazione è dovuta solo all'assorbimento neutronico...) e di determinarne la soluzione per  $N_1(t)$ ;
- di scrivere l'equazione di bilancio che descrive l'evoluzione della concentrazione del nuclide 2 e la sua soluzione  $N_2(t)$ ;
- di scrivere l'equazione di bilancio che descrive l'evoluzione della concentrazione del nuclide 3 e la sua soluzione  $N_3(t)$ ;
- di determinare la legge con cui varia la densità di potenza  $p(t)$  generata dalle fissioni di 1 e 3, durante il funzionamento del reattore;
- di determinare il valore di  $p$  all'istante iniziale e i valori di  $p$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  e  $N_3$  dopo un anno di funzionamento. Si può dire che il sistema sia autofertilizzante?



$$\sum a_{i,B} = \sigma_{c,B} N_B$$

$$\sum a_{i,TOT} = \sum a_{i,H_2O} + \sum a_{i,B}$$

$$\sum a_{i,TOT} = \frac{D}{L^2} = \sum a_{i,H_2O} + \sigma_{c,B} \cdot N_B$$

$$N_B = \left( \frac{D}{L^2} - \sum a_{i,H_2O} \right) / \sigma_{c,B} = \left( \frac{0.15}{1.888^2} - 0.0222 \right) / 10^{-24} \cdot 659$$

$$N_B = 3.0168 \cdot 10^{19} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3} \Rightarrow N_B \cdot \frac{1}{N_A} \cdot \bar{M}_B = 5.4104 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\phi(x) = \frac{S}{\alpha^2 D} (1 - e^{-\alpha x}) \quad \phi_{AS} = \frac{S}{\alpha^2 D}$$

$$J(x) = -D \phi'(x) = -\frac{S}{\alpha} e^{-\alpha x}$$

$$|J(0)| = \frac{S}{\alpha} \rightarrow R = \frac{|J(0)|}{\phi_{AS}} = \frac{S/\alpha}{S/\alpha^2 D} = \alpha D$$

$$R = D \sqrt{\frac{\sum a - \sqrt{\sum f}}{D}} = \sqrt{D(\sum a - \sqrt{\sum f})}$$

$$\frac{R^2}{D} = \sum a - \sqrt{\sum f} = \sum a - \sqrt{\omega_f^s N} = \frac{D}{L^2} - \sqrt{\omega_f^s N}$$

$$\sqrt{\omega_f^s N} = \frac{D}{L^2} - \frac{R^2}{D} = \frac{D^2 - (LR)^2}{DL^2} \rightarrow N = \frac{D^2 - (LR)^2}{\omega_f^s DL^2}$$

$$N = 6,1425 \cdot 10^{17} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$$

$$J(0) = -\frac{S}{\alpha} = -\frac{S}{\sqrt{\frac{\sum a - \sqrt{\sum f}}{D}}} = -\frac{S \sqrt{D}}{\sqrt{(\sum a + \omega_a^s N - \sqrt{\omega_f^s N})}} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$R = \sqrt{D(\sum a - \sqrt{\sum f})} \propto \sqrt{N}$$

$$\phi_{AS} = \frac{S}{\alpha^2 D} \propto \frac{1}{N}$$

$$N_2(t) = \int_0^t dt' \sigma_1^c \bar{\phi} N_{10} e^{-\sigma_1^c \bar{\phi} t'} e^{-\lambda(t-t')} =$$

$$= \sigma_1^c \bar{\phi} N_{10} e^{-\lambda t} \int_0^t e^{(\lambda - \sigma_1^c \bar{\phi}) t'} dt' =$$

$$= \sigma_1^c \bar{\phi} N_{10} e^{-\lambda t} \frac{1}{\lambda - \sigma_1^c \bar{\phi}} \left( e^{(\lambda - \sigma_1^c \bar{\phi}) t} - 1 \right) =$$

$$= \frac{\sigma_1^c \bar{\phi} N_{10}}{\lambda - \sigma_1^c \bar{\phi}} \left( e^{-\sigma_1^c \bar{\phi} t} - e^{-\lambda t} \right)$$

$$|t = 14|$$

$$\begin{aligned} \text{NUCLEI TRASFORMATI} &= N_{10} - N_1(14) = N_{10} \left( 1 - e^{-\sigma_1^c \bar{\phi} \cdot 14} \right) = \\ &= 1,1394 \cdot 10^{20} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

$$\text{MASSA PER UNITÀ DI VOLUME} = 0,01892 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$N_2(14) = 8,0144 \cdot 10^{19} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$$

$$A_2(14) = \lambda_2 N_2(14) = 1,2707 \cdot 10^{12} \frac{\text{secondimenti}}{\text{cm}^3 \text{ s}}$$

$$P(t) = \left[ \sigma_{f1} N_1(t) \phi + \sigma_{f3} N_3(t) \phi \right] \cdot E_f =$$

$$= \phi \left[ \sigma_{f1} N_{10} e^{-\phi \sigma_{a1} t} + \frac{\sigma_{f3} \sigma_{c2} N_{20}}{\sigma_{a3} - \sigma_{c2}} \left( e^{-\sigma_{c2} \phi t} - e^{-\sigma_{a3} \phi t} \right) \right] E_f$$

$$P(0) = ? = \phi \sigma_{f1} N_{10} = 3 \cdot 10^{13} \cdot 500 \cdot 10^{-24} \cdot 4 \cdot 10^{20} \cdot 200 \cdot 16 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 = 192 \frac{\text{W}}{\text{cm}^3}$$

$$N_1(14) = 2.2674 \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$N_2(14) = 1.9943 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$N_3(14) = 3.6644 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

Neutrons total  $N_1 + N_3 = 2.6338 \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{cm}^3} > N_{10}$

$$P(14) = \phi \left( \sigma_{f1} N_1(14) + \sigma_{f3} N_3(14) \right) \cdot E_f = 137 \frac{\text{W}}{\text{cm}^3}$$



$$= e^{-\sigma_{a2}\phi t} \left( \frac{\sigma_{a2}\sigma_{a3}N_{30} - \sigma_{a2}N_{20}}{\sigma_{a2} - \sigma_{a3}} \right) - \frac{\sigma_{a3}^2 N_{30}}{\sigma_{a2} - \sigma_{a3}} e^{-\sigma_{a3}\phi t}$$

$A$ 
 $B$

$$e^{-\sigma_{a2}\phi t} \cdot A = B \cdot e^{-\sigma_{a3}\phi t}$$

$$e^{(\sigma_{a2} - \sigma_{a3})\phi t} = \frac{A}{B}$$

$$T_{max} = \ln\left(\frac{A}{B}\right) \cdot \frac{1}{(\sigma_{a2} - \sigma_{a3})\phi} = 5.5005 \cdot 10^7 \text{ s} = 636.6 \text{ days}$$

$$\sigma_{a2} > \sigma_{a3} \Rightarrow \frac{A}{B} > 1$$

$$\sigma_{a2} \left( \frac{\sigma_{a3}N_{30}}{\sigma_{a2} - \sigma_{a3}} - N_{20} \right) \cdot \frac{\sigma_{a2} - \sigma_{a3}}{\sigma_{a3}^2 N_{30}} > 1$$

$$\sigma_{a2} \left( \frac{\sigma_{a3}N_{30} - \sigma_{a2}N_{20} + \sigma_{a3}N_{20}}{\sigma_{a2} - \sigma_{a3}} \right) \cdot \frac{\sigma_{a2} - \sigma_{a3}}{\sigma_{a3}^2 N_{30}} > 1$$

$$\sigma_{a2}\sigma_{a3}N_{30} - \sigma_{a2}^2 N_{20} + \sigma_{a2}\sigma_{a3}N_{20} > \sigma_{a3}^2 N_{30}$$

$$(\sigma_{a2}\sigma_{a3} - \sigma_{a3}^2)N_{30} > (\sigma_{a2}^2 - \sigma_{a2}\sigma_{a3})N_{20}$$

ES. 4

⑥

Un sistema moltiplicante sottocritico è utilizzato come un generatore di neutroni per la produzione di isotopi radioattivi mediante trasmutazione dovuta a cattura neutronica in un bersaglio. L'apparecchiatura può essere trattata in teoria della diffusione monocinetica considerando la geometria a slab.

Si assumano i seguenti dati geometrici e materiali:

coefficiente di diffusione: 0.2 cm

lunghezza di diffusione 10 cm

velocità dei neutroni: 220000 cm/s

spessore della struttura: 100 cm

Il bersaglio ha lo spessore di 4 cm ed è inserito al centro del reattore sottocritico. Le sue caratteristiche neutroniche sono tali da non perturbare sensibilmente la distribuzione neutronica instaurata nella struttura sottocritica. La sua sezione d'urto di trasmutazione è pari a  $0.0001 \text{ cm}^{-1}$ .

Si determini il valore della costante di moltiplicazione infinita del mezzo in modo tale che la struttura sia caratterizzata da una costante di moltiplicazione effettiva di 0.96.

La struttura è alimentata da una sorgente distribuita spazialmente come l'armonica fondamentale del sistema. Si determini il flusso neutronico di risposta a un impulso di tale sorgente nel sistema inizialmente privo di neutroni. Si determini inoltre l'intensità della sorgente necessaria affinché il numero medio di nuclei radioattivi prodotti dalla trasmutazione in un  $\text{cm}^3$  del bersaglio durante tutto il transitorio seguente un impulso di sorgente sia pari a  $10^{11}$ .

⑦

Una sfera di raggio pari 50 cm è costituita da materiale moltiplicante che ha le seguenti caratteristiche nucleari:  $D=0.2 \text{ cm}$ ,  $L=5 \text{ cm}$ .

Si determini il valore del coefficiente di moltiplicazione del mezzo infinito che rende critica la struttura. Si determini quindi di quanto debba essere ridotto il raggio affinché il sistema sia caratterizzato da un valore del coefficiente di moltiplicazione effettiva pari a 0.98. Tale struttura sottocritica viene iniettata da una sorgente stazionaria distribuita secondo l'armonica fondamentale del sistema. Si determini la potenza della sorgente affinché in condizioni asintotiche la corrente uscente dal sistema sia pari a  $10^{11}$  neutroni/s.

4

Un reattore di ricerca viene avviato mediante una sorgente neutronica che può essere assunta spazialmente distribuita secondo l'armonica fondamentale del sistema. Il reattore è omogeneo e di forma sferica. Per la descrizione fisica del reattore si assume la teoria della diffusione monocinetica. Sono noti i seguenti dati:

$$k_{\infty} = 1.08$$

$$L = 3 \text{ cm}$$

$$D = 0.2 \text{ cm}$$

$$v = 2.2 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$$

$$v = 2.5$$

Si determini il raggio della struttura che ne assicura la criticità.

Per procedere all'accensione del sistema privo di neutroni, la sorgente viene attivata e mantenuta costante per un tempo  $T = 0.1 \text{ s}$  e quindi spenta.

Si determini l'espressione della sorgente che permette di raggiungere uno stato stazionario, dopo il suo spegnimento, alla potenza di  $100 \text{ W}$ .

Si studi ora una possibile situazione incidentale. Per un errore di manovra la sorgente al tempo  $T$  non viene immediatamente spenta ma la sua intensità viene ridotta linearmente nel tempo fino allo spegnimento che si raggiunge al tempo  $2T$ .

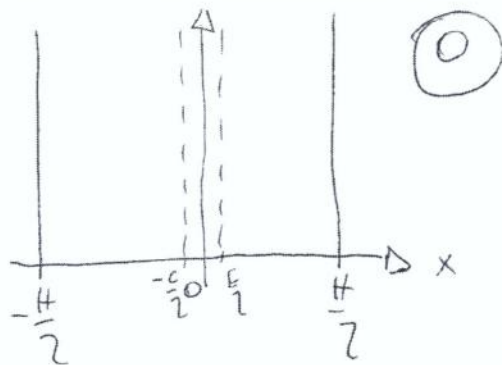
Si determini in questo caso l'espressione analitica del flusso neutronico in funzione del tempo, a partire dall'istante iniziale fino al raggiungimento dello stato asintotico.

Si tracci il grafico della potenza in funzione del tempo nella situazione incidentale.

Si determini infine il valore della potenza asintotica raggiunta.

Introduzione all'ingegneria dei reattori a fusione:

illustrare i principi fisici alla base del funzionamento di un reattore a fusione.



$D = 0.2 \text{ } \mu\text{m}$     $L = 10 \text{ } \mu\text{m}$

$v = 220000 \text{ } \mu\text{m/s}$

$H = 100 \text{ } \mu\text{m}$

$C = 4 \text{ } \mu\text{m}$

$\Sigma_t = 0.0001 \text{ } \mu\text{m}^{-1}$

$K_{\text{eff}} = 0.96$

$\Sigma_a = \frac{D}{L} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ } \mu\text{m}^{-1}$

$K_{\infty} ?$     $K_{\text{eff}} = \frac{K_A}{1 + C^2 B^2} \Rightarrow K_{\infty} = K_{\text{eff}} \left( 1 + C^2 \left( \frac{\pi}{H} \right)^2 \right)$

$K_{\infty} = 1.05475$

$S(x,t) = S_0 S(t) \varphi_1(x)$

$S_m = \int_D S(x,t) \varphi_m(x) = \int_D S_0 \varphi_1(x) \varphi_m(x) \rightarrow S_1!$  (nota SOC 0)

$\phi(x,t) = v \int_0^t S_0 S(t') e^{\alpha_1(t-t')} \varphi_1(x) dt' = v S_0 e^{\alpha_1 t} \sqrt{\frac{2}{H}} \cos\left(\frac{\pi x}{H}\right)$

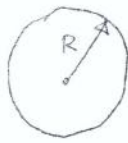
$\phi(-2 \leq 0 \leq 2, t) \approx v S_0 e^{\alpha_1 t} \sqrt{\frac{2}{H}}$    vicino a "0" il coseno  $\approx 1$

$N_{\text{TRANS}} = 4 \cdot \int_0^{+\infty} \phi(-2:2, t) \cdot \Sigma_T = 4 \Sigma_T v S_0 \sqrt{\frac{2}{H}} \int_0^{+\infty} e^{\alpha t} dt =$

$= 4 \Sigma_T v S_0 \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{1}{\alpha} \left[ e^{\alpha t} \right]_0^{+\infty} = -4 \Sigma_T v S_0 \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{1}{\alpha}$

$\alpha = \frac{k-1}{C} \quad \ell = \frac{1}{v \Sigma_a} \cdot \frac{1}{1 + C^2 B^2} = 0.0070686$

①



$R = 50 \text{ cm} \quad D = 0.2 \text{ cm} \quad L = 5 \text{ cm}$

$K_{\infty} ?$

$K_{\infty} = 1 + L^2 B^2 = 1 + L^2 \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 = 1.098696$

$K_{\text{eff}} = \frac{K_{\infty}}{1 + L^2 B^2} = 0.98 \rightarrow K_{\infty} = 0.98 + 0.98 L^2 B^2$

$\rightarrow B^2 = \frac{K_{\infty} - 0.98}{0.98 L^2} = 0.0048447 \text{ cm}^{-2}$

$B^2 = \frac{\pi^2}{R^2} \rightarrow R = \sqrt{\frac{\pi^2}{B^2}} = 45.1351 \text{ cm}$

$S(\nu, t) = S_0 \varphi_{\pm}(\nu)$

$\rightarrow$  BASTA SOLO  $S_{\pm} = S_0$

$\phi(\nu, t) = \nu \int_0^t S_{\pm} e^{-\alpha_{\pm}(t-t')} dt' \varphi_{\pm}(\nu) =$

$= \nu S_0 e^{-\alpha_{\pm} t} \int_0^t e^{\alpha_{\pm} t'} dt' \varphi_{\pm}(\nu) =$

$= \nu S_0 \frac{e^{-\alpha_{\pm} t}}{\alpha_{\pm}} (1 - e^{-\alpha_{\pm} t}) \varphi_{\pm}(\nu) =$

$= \frac{\nu S_0}{\alpha_{\pm}} (e^{-\alpha_{\pm} t} - 1) \varphi_{\pm}(\nu)$

$\phi_{As}(\nu) = -\frac{\nu S_0}{\alpha_{\pm}} \varphi_{\pm}(\nu) = \frac{\nu S_0 l_1}{1 - K_{\pm}} \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \frac{\text{sen} B R}{\nu}$

$J(\nu) = -D \nu S_0 l_1 \frac{1}{1 - K_{\pm}} \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \left( \frac{B \cos B R}{\nu} - \frac{1}{\nu^2} \text{sen} B R \right)$

$J(R) = +D \nu S_0 l_1 \frac{1}{1 - K_{\pm}} \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \frac{B}{R}$

$N = J(R) \cdot 4\pi R^2 = 10^4 \rightarrow S_0$

$$J(x,t) = -D \frac{\partial \phi}{\partial x} = Dv S_0 e^{\alpha_1 t} \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{\pi}{H} \sin\left(\frac{\pi}{H} x\right)$$

$$J\left(\frac{H}{2}, t\right) = Dv S_0 e^{\alpha_1 t} \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{\pi}{H}$$

$$J\left(\frac{H}{2}, t\right)_{\max} = Dv S_0 \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{\pi}{H} = 10^{10} \frac{m}{cm^2 s}$$

$$S_0 = \frac{10^{10} H \sqrt{H}}{Dv \sqrt{2} \pi} = 5.1 \cdot 10^7 \frac{m}{cm^2 s}$$

$$N_{\text{rilasciati}} = \int_0^{+\infty} J\left(\frac{H}{2}, t\right) dt = Dv S_0 \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{\pi}{H} \int_0^{+\infty} e^{\alpha_1 t} dt =$$

$$= Dv S_0 \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{\pi}{H} \cdot \frac{1}{\alpha_1} \left[ e^{\alpha_1 t} \right]_0^{+\infty} =$$

$$= Dv S_0 \sqrt{\frac{2}{H}} \frac{\pi}{H} \frac{e_1}{1 - k_1} \quad \rightarrow [0 - 1]$$

Rilevatore 1:  $|\mathcal{J}(0)|$       Rilevatore 2:  $\phi(c)$

$$Q = \frac{|\mathcal{J}(0)|}{\phi(c)} = \frac{\frac{DA}{L}}{A \operatorname{sinh} \frac{c}{L}} = 0.3 \rightarrow D = L Q \operatorname{sinh} \frac{c}{L} = 1.7628 \text{ cm}$$

$$\delta D = \left| \frac{\partial D}{\partial Q} \right| \delta Q + \left| \frac{\partial D}{\partial L} \right| \delta L$$

$$Q = \frac{R_1}{R_2} \quad \delta Q = \frac{1}{R_2} \delta R_1 - \frac{R_1}{R_2^2} \delta R_2 = \left( \frac{R_1}{R_2} \right) \frac{\delta R_1}{R_1} - \frac{R_1}{R_2} \frac{\delta R_2}{R_2}$$

$$= Q \left( \frac{\delta R_1}{R_1} - \frac{\delta R_2}{R_2} \right) = Q \cdot 0.03$$

$$\frac{\partial D}{\partial L} = Q \left( \operatorname{sinh} \frac{c}{L} - \frac{c}{L^2} \cosh \frac{c}{L} \right)$$

$$\delta D = \underbrace{L \operatorname{sinh} \frac{c}{L}}_{=D!} \cdot Q \cdot 0.03 + Q \left( \operatorname{sinh} \frac{c}{L} - \frac{c}{L} \cosh \frac{c}{L} \right) \delta L$$

$$\frac{\delta D}{D} = 0.03 + \underbrace{\left| \frac{Q}{D} \left( L \operatorname{sinh} \frac{c}{L} - c \cosh \frac{c}{L} \right) \right|}_{0.313} \frac{\delta L}{L}$$

$$\frac{\delta D}{D} \leq 0.03313 = 3,31 \%$$

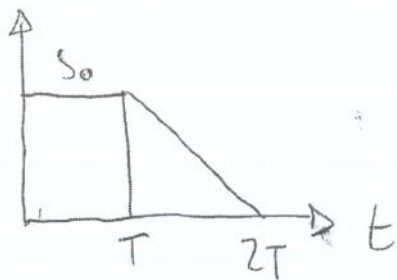
$$P_{STAZ} = \sum_f E_f \int_D \phi_{AS} d\vec{r} = v S_0 T \frac{\sum_f E_f}{\sqrt{2\pi R}} \int_0^R 4\pi r^2 dr \frac{\sin Br}{r}$$

$$\int_0^R r \sin Br dr = -r \frac{1}{B} \cos(Br) \Big|_0^R + \frac{1}{B} \int_0^R \cos Br dr =$$

$$= \frac{1}{B} \cdot R + \frac{1}{B^2} \sin Br \Big|_0^R = \frac{R^2}{\pi} \quad B = \frac{\pi}{R}$$

$$P_{STAZ} = \sum_f E_f v T S_0 \cdot 4\pi \frac{R^2}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi R}}$$

$$S_0 = \frac{P_{STAZ} \cdot \sqrt{2\pi R}}{v T 4 R^2 \sum_f E_f} = 4.82 \cdot 10^7$$

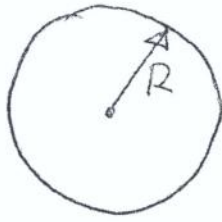


$$t < T$$

$$\phi(r,t) = v \int_0^t dt' S_0 \phi_1(r) = v t S_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \frac{\sin(\frac{\pi}{R} r)}{r}$$



5



$D = 0.15 \text{ cm} \quad \bar{v} = 2.5 \quad \Sigma_f = 0.00795 \text{ cm}^{-1}$

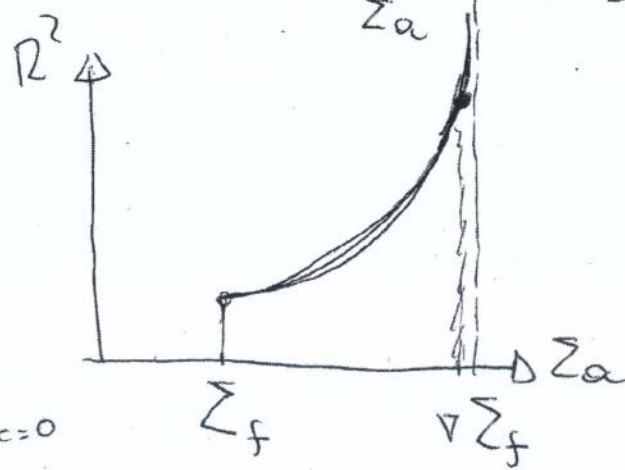
$$K_{eff} = \frac{K_{\infty}}{1 + L^2 B^2} = \frac{\bar{v} \Sigma_f}{\Sigma_a (1 + L^2 B^2)} = 1$$

combinare  $\Sigma_a$  mantenendo criticità

$$\phi = A \frac{\sin\left(\frac{\pi}{R} r\right)}{r}$$

$$\frac{\bar{v} \Sigma_f}{\Sigma_a (1 + L^2 B^2)} = 1 \quad ; \quad \left(\frac{\pi}{R}\right)^2 = \frac{K_{\infty} - 1}{L^2} = \frac{\frac{\bar{v} \Sigma_f}{\Sigma_a} - 1}{\frac{D}{\Sigma_a}} = \frac{\bar{v} \Sigma_f - \Sigma_a}{D}$$

$$R^2 = \pi^2 \frac{D}{\bar{v} \Sigma_f - \Sigma_a}$$



Il valore minimo di  $\Sigma_a$  è quello per cui non ho cattura  $\Sigma_c = 0$  ma solo fissione

Valore minimo:  $\Sigma_a = \Sigma_f \rightarrow R^2 = \frac{\pi^2 D}{\Sigma_f (\bar{v} - 1)}$

$R_{min} = 11.142 \text{ cm}$

$$\phi_{\max}(2R) = \frac{A(2R)}{4} \frac{\pi}{2R} = 8.083968 \frac{m}{m^2}$$

FATTORIO DI PICCO =  $\frac{\phi_{\max}}{\bar{\phi}}$

$$\bar{\phi} = \frac{\int_0^R \phi(r) 4\pi r^2 dr}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\int_0^R A \pi r \sin\left(\frac{\pi}{2}r\right) dr}{\frac{4}{3}\pi R^3} =$$

$$= \frac{A}{3R^3} \cdot \frac{R^2}{\pi} = \frac{A(2R)}{3R\pi}$$

$$\text{FATT. PICCO} = \frac{A \cdot \pi}{R} / \frac{A}{3R\pi} = \frac{\pi^2}{3} = 3.289868$$

$$\text{FATT. PICCO}(R=2R) = \frac{\frac{A}{4} \frac{\pi}{2R}}{\frac{A}{4} \cdot \frac{1}{2R \cdot 3\pi}} = \frac{\pi^2}{3}$$