NUMERO: 2097A- ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Marco Corino

MATERIA: Fisica 2 (Formulario + temi d'esame) - Prof. Lavagno

FORMULARIO

ELETTROSTATICA

FORZA di COULOMB

$$\vec{F} = k_e \frac{qq'}{r^2} \vec{u}_r \qquad k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$$

CAMPO ELETTROSTATICO

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \qquad \vec{E} = \vec{F}/q$$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$$

SOMMA VETTORIALE

DENSITÀ DI CARICA

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO

$$\Phi_E = \int \vec{E}\, \vec{u}_n\, dS$$

LEGGE DI GAUSS

$$\Phi_E = \int \vec{E}\, \vec{u}_n\, dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \Sigma q_i$$

I EQ MAXWELL

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \varepsilon_0$$

lega la densità di carica alla divergenza del campo elettrico.

ESEMPI DI APPLICAZIONE

FILO INFINITO

- DENSITÀ LINEARE DI CARICA

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

- CAMPO ELETTRICO

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\vec{u}_r$$

- POTENZIALE ELETTROSTATICO

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\log r + \text{COST}$$

DIPOLO

- MOMENTO DI DIPOLO

$$p = a \cdot r$$

- POTENZIALE

$$V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

- CAMPO ELETTRICO

$$\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta$$

$$\vec{E}_r = \frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$\vec{E}_\theta = \frac{p\,\mathrm{sen}\,\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

CONDUTTORI

DENSITÀ SUPERFICIALE DI CARICA

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$ → elemento di superficie

CARATTERISTICHE CONDUTTORE

- $E_{int} = 0$
- Superficie a $V = cost$

CAMPO ELETTRICO

- FUORI DAL CONDUTTORE MA COMUNQUE VICINO ALLA SUPERFICIE

posso considerare il conduttore come un piano di cariche

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

SE AVESSI UN FOGLIO CARICO: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

- SULLA SUPERFICIE

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

PRESSIONE ELETTROSTATICA

$$press = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

2 sfere cariche collegate con un filo che mantiene $V = cost$

SI NOTA CHE: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{p_{el_2}}{p_{el_1}} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

CAPACITÀ

$$C = \frac{Q}{V}$$

LAVORO COMPIUTO DAL GENERATORE

$$L = \frac{Q^2}{C}$$

E' doppio rispetto all'energia potenziale accumulata dal condensatore

RETI DI CONDENSATORI

- IN PARALLELO

$$V = V_1 = V_2 = \dots = V_n = COST$$

$$C_{TOT} = \sum_i C_i \qquad Q = V \sum_i C_i$$

- IN SERIE

$$\frac{1}{C_{TOT}} = \sum_i \frac{1}{C_i} \qquad V = Q \sum_i 1/C_i$$

DENSITÀ DI ENERGIA

$$w = \frac{W \rightsquigarrow \text{en. pot.}}{V \rightsquigarrow \text{volume}}$$

PER COND. PIANO : $w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

MATERIALE IMMERSO IN 2 SOSTANZE DIVERSE

$\vec{D}$ → VETTORE SPOSTAMENTO ELETTRICO → è insensibile al materiale

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} = \frac{q}{4\pi r^2}\,\vec{u}_r$$

CARICHE IN MOTO

CORRENTE ELETTRICA

$$i = \frac{dq}{dt}$$

DENSITÀ DI CORRENTE

$$\vec{J} = \frac{di}{dS}$$

$$\vec{J} = n q \vec{v}_s$$

↳ • $n = \dfrac{dN}{dV}$

↳ n° di cariche per unità di volume

• $\vec{v}_s$ = VELOCITÀ DI SCORRIMENTO

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

• σ CONDUCIBILITÀ

$$\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho}$$

• ρ RESISTIVITÀ

VELOCITÀ DI SCORRIMENTO

$$\vec{v}_s = \frac{q\vec{E}}{m}\langle t\rangle$$

CAMPO MAGNETICO

TEOREMA DI GAUSS

$$\oint \vec{B}\,\vec{u}_n \cdot dS = 0$$

$$K_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

II EQ. DI MAXWELL

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

FORZA DI LORENTZ

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

RAGGIO DI CURVATURA

$$m\vec{a} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \qquad a = \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

se ho moto ROTATORIO + moto TRASLATORIO $\Rightarrow$ ELICA

$$\Rightarrow r = \frac{mv}{\sin\alpha \, qB}$$

$$v = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{q}{m} B$$

Filo rettilineo percorso da corrente

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_r$$

$$\oint B \, \hat{u}_s \, ds = \mu_0 i$$ → RELAZ. AMPÈRE (~ GAUSS)

Fili percorsi da corrente

Solenoide percorso da corrente

$$B = \mu_0 i n \qquad n = \frac{N}{\ell}$$

N → n° spire

ℓ → lunghezza totale

FORZA ELETTRO MOTRICE

$-\omega B S \sin(\omega t) = \mathcal{F}em$ se $\vec{B}$ dipende dal tempo

↳ mi permette di avere corrente anche a circuito aperto

3^ EQUAZIONE di MAXWELL

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$ → LEGGE DI FARADAY - HENRY

$$\oint \vec{E} \cdot u_e \, dl = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \hat{u}_n \, dS$$

SOLENOIDE

$$L = \frac{\phi_{auto}}{i}$$

$\to$ n° spire $N = n \cdot l$

$$\phi_{auto} = \mu_0 n S N i$$

$$L = \frac{\phi_{auto}}{i} = \mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot S$$

DENSITÀ DI ENERGIA

$$w_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

MUTUA INDUZIONE

Dato un sistema di più circuiti non collegati elettricamente, esiste un coefficiente di mutua induzione che dipende dalla somma di tutti gli elementi e dalla posizione reciproca degli uni rispetto agli altri.

M_{12} COEFF. di mutua induzione

$$fem_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$\phi_e = M_{12} i_2 \to$ FLUSSO ESTERNO dovuto all'altra corrente

$$fem_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

ENERGIA DI INTERAZIONE TRA I 2 CIRCUITI

$$w_{12} = \frac{B_1 \cdot B_2}{\mu_0} = \frac{dW_2}{dV}$$

se integro sul volume $\Rightarrow W_{12} = W_{21} \Rightarrow M_{12} = M_{21} = M$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ V_2 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{aligned}\right\}$$

SE NON SONO IN REGIME STAZIONARIO

DIAMAGNETI

$B = \mu H$ con $\mu = (1 + \chi_m)\mu_0$

$\chi_m < 0 \Rightarrow \mu < \mu_0$

EQUAZIONI DI MAXWELL

I $\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ Legge di Gauss per $\vec{E}$; vale sempre

II $\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ $\vec{B}$ elicoidale; linee chiuse su sé stesse

III $\quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ se $\vec{B}$ varia in $t \Rightarrow$ compare $\vec{E}$

IV $\quad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ è come se avessi una densità di corrente aggiuntiva rispetto a quella fisica.

CAMPO INDOTTO FUORI DAL SOLENOIDE QUANDO i VARIA NEL TEMPO:

$$\vec{E} = -\frac{\mu_0}{2\pi} n \frac{S}{r} \frac{di}{dt}$$

In $P_1 = \left(R_a/2 \,;\, 0\right) \rightarrow \vec{E}(P_1) = \left(E_{sfera\,\rho_{int}} + E_{P_q}\right)\vec{u}_x$

$$\vec{E}(P_1) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_{int}}{(R_a/2)^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{\sqrt{R_a^2+\left(\frac{7}{2}R_a\right)^2}}\right)\hat{u}_x$$

$$\hookrightarrow \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R_a^3} = \frac{Q_{int}}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{R_a}{2}\right)^3} \Rightarrow Q_{int} = \frac{Q\cdot\cancel{\frac{4}{3}\pi}\frac{\cancel{R_a^3}}{8}}{\cancel{\frac{4}{3}\pi R_a^3}} \rightarrow Q_{int} = \frac{Q}{8}$$

$$\Rightarrow E(P_1) = \left(\frac{Q}{32\pi\varepsilon_0\left(\frac{R_a}{2}\right)^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{R_a^2+\left(\frac{7}{2}R_a\right)^2}}\right)\hat{u}_x$$

$$\vec{E} = \frac{4\rho_+ R_a^3}{3\varepsilon_0 d^2}\,\hat{u}_x$$

$$\vec{E}(P_2) = \left(E_{sfera\,\rho_+} + E_q\right)\hat{u}_x$$

$$\hookrightarrow \vec{E}_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\,\hat{u}_x$$

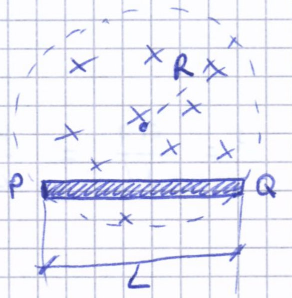
$$\vec{E}(P_3) = \left(E_{sfera\,\rho_+} + E_{sfera\,\sigma_-} + E_q\right)\hat{u}_x$$

$$\hookrightarrow \vec{E}_{sfera\,\sigma_-} = \frac{\sigma_-\cdot 9 R_a^2}{\varepsilon_0 d^2}\,\hat{u}_x$$

E' sufficiente per $\vec{E}(P_2)$ ed $\vec{E}(P_3)$ sostituire le relative distanze a "d".

ES n° 2

Si consideri un campo magnetico di modulo $B(t) = \alpha t^2$, perpendicolare al foglio, verso entrante e confinato in un volume cilindrico di raggio R (sia α una costante nota). Supponendo di porre una barra metallica di lunghezza $L = \overline{PQ}$ all'interno della regione con $B \neq 0$ come in figura, determinare al tempo $t > 0$ la f.e.m. indotta tra le estremità PQ della barra.



Applico legge di Faraday - Henry:

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{u}_\ell \, d\ell = \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \hat{u}_n \, dS$$

$$\rightarrow \quad 2\pi r \, E(r) = \pi r^2 \frac{dB}{dt} \quad \rightarrow \quad E(r) = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$E_x = E(r) \cos\theta = E(r) \frac{y}{r} = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \sqrt{R^2 - (L/2)^2}$$

$$\mathcal{E} = \int_{-L/2}^{L/2} E_x \, dx = E_x \cdot L = \frac{L}{2} \frac{dB}{dt} \sqrt{R^2 - (L/2)^2}$$

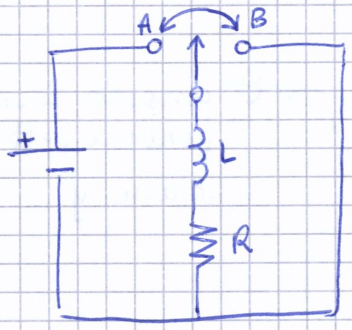
ES n° 2

Un induttore caratterizzato da un coefficiente $L = 140\ mH$ ed un resistore $R = 4,9\ \Omega$ sono collegati in serie con un interruttore T ad una batteria da 6 V, come mostrato in figura

1) Se al tempo $t_0 = 0$ l'interruttore viene chiuso a sinistra collegando la batteria (T chiuso su A) quanto tempo passa prima che la corrente raggiunga il valore di 220 mA?

2) Qual è la corrente nell'induttore dopo un tempo $t_s = 10\ s$ dopo la chiusura dell'interruttore?

3) Se al tempo t_s l'interruttore viene spostato rapidamente da A a B, quanto tempo passa prima che la corrente raggiunga il valore di 160 mA?



①
$$V = R\cdot i + L\frac{di}{dt} \rightarrow V - R\cdot i = L\frac{di}{dt}$$

$$\int \frac{1}{L}\,dt = \int \frac{1}{V - R\cdot i}\,di \rightarrow \text{integro} \rightarrow \ln(V - R\cdot i) = -\frac{R}{L}t + \text{cost}$$

$$V - R\cdot i = A e^{-\frac{R}{L}t} \rightarrow i(t_A) = \frac{V}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right]$$

$$\Rightarrow t_A = 5,66\ ms$$

② $i(t_s) = 1,22\ A$

③ $i(t_B) = 160\ mA \rightarrow i(t_B) = \frac{V}{R}\exp\left(-t_B/\tau\right) \rightarrow t_B = 58\ ms$, $\tau = \frac{L}{R}$