

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2093A-

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Aimar Mauro

**MATERIA: Teoria e progetto delle strutture in C.A e C.A.P. -
Prof. Giordano e La Mazza**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

CRITERI GENERALI DI PROGETTAZIONE

1. PREMESSA STORICA

Il calcestruzzo è stato usato dai Romani, che scoprirono che un materiale naturale, ridotto in polvere e miscelato con acqua, consentiva di realizzare strutture solide.

Esso era usato nelle fondamentazioni e nelle cupole, come il Pantheon (dove nella parte alta si usava calcestruzzo alleggerito con aggregati in tufo).

Nel Medio Evo cadde in disuso fino al 1750, dove si cominciò a introdurre il calcestruzzo nella realizzazione dei solai.

Questi non potevano essere fatti in muratura (è difficile fare strutture piane) e si facevano in legno o acciaio.

Il problema è che questi materiali sono sensibili agli incendi e x questo si introdusse il calcestruzzo.

Poi dal 1850 si cominciarono a introdurre dei brevetti sul cemento armato.

2. Conglomerato cementizio armato:

esso è un materiale composito che si basa su un legante conglomerato - armature in acciaio.

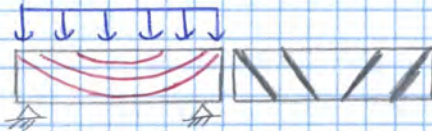
Il legante si ottiene grazie all'aderenza del legante cementizio e all'azione di ingranamento.



→ nelle strutture inflesse e in trazione serve ad assorbire la forza di trazione x sfruttare l'elevata resistenza a compressione del calcestruzzo.

Questo, infatti, ha un'elevata resistenza a compressione ma una piccola a trazione.

Nelle strutture inflesse, siccome le tensioni di trazione e compressione ^{sono simili} non appena si supera la resistenza a trazione, avviene una rottura di schianto e non conta più la resistenza a compressione.



Per questo, si annegano le barre di armatura, disponendole dal lato dove ci sono tensioni di trazione (x assorbirle) e, possibilmente, devono seguire la direzione delle isostatiche di trazione.

→ nelle strutture compresse serve ad aumentare la capacità portante a compressione.

L'armatura deve lavorare in modo corretto e necessita di particolari costruttivi x realizzare l'aderenza armatura - calcestruzzo (es. pieghe).
Se l'armatura fosse in un tubicino, essa non servirebbe.

L'ACCOPPIAMENTO CALCESTRUZZO - ACCIAIO funziona perché:

→ hanno ugual coefficiente di dilatazione termica ($\sim 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

→ il calcestruzzo protegge le barre d'acciaio dalla corrosione, poiché crea un ambiente basico che ne impedisce l'ossidazione (almeno fino alla carbonatazione).

→ il calcestruzzo protegge le barre d'armatura dal fuoco o, meglio, ritarda il raggiungimento di temperature elevate e la conseguente perdita di resistenza (è praticamente nulla a 900°C).

Il calcestruzzo, infatti, ha una grande inerzia termica e 5 cm di calcestruzzo possono proteggere l'armatura x quasi 1 ora.

3 Classificazione degli elementi strutturali:

gli elementi in cemento armato si possono classificare secondo diversi criteri

→ tipologia di acciaio

- elementi in cemento armato ordinario, dove l'acciaio ha resistenze sui 500 MPa
- elementi in cemento armato precompresso, dove l'elemento in acciaio ha resistenze tra 1000 MPa (barre) e 2000 MPa (trefoli).
Si possono avere diversi casi
 - pretensione
 - posttensione
 - precompressione esterna

VANTAGGI → si possono usare acciai ad elevato limite di snervamento

- il comportamento in esercizio è più soddisfacente, siccome si limitano fessure e spostamenti (piccoli spostamenti)
- in genere, si impiega un minor volume di calcestruzzo e dunque c'è meno peso proprio (con vantaggi in strutture dove la massa è un problema).
- elevata resistenza a fatica
- meno costo x opere con luci importanti (sopra i 10 m) e carichi importanti.

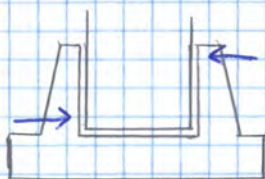
SVANTAGGI → essendo spesso elementi prefabbricati, c'è il problema della movimentazione di elementi di grosse dimensioni

- maggiore sensibilità dell'armatura precompressa alla corrosione.

→ luogo di getto

- elementi gettati in opera, dove si sfrutta il vantaggio di ottenere la forma desiderata.
- elementi gettati in stabilimento (prefabbricati):

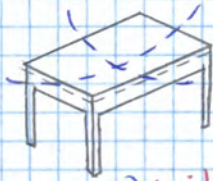
sono spesso usati in ambito industriale, come colonne, solai, travi a doppia pendenza e piatte e plinti.
Il prodotto finito ha buona qualità ma c'è la problematica legata al trasporto.



Ad es. si realizzano plinti a bicchiere, cioè plinti cavi in cui si cala il pilastro e si realizza poi un getto di compensazione (per sigillare elementi strutturali diversi) con calcestruzzo fluido espansivo (EMACO).

Se c'è un incastro al piede, il momento flettente è assorbito dalle forze orizzontali di contatto con la base.

→ **bidimensionale** (piastre, lastre e setti)



Aggiungendo alla lastra altre 2 travi di bordo, il carico si dirige nelle 4 direzioni e il comportamento è bidimensionale (2 curvature).

→ **tridimensionale** (comportamento spaziale)

2. Individuazione della soluzione strutturale

In genere, quando si cerca di capire come deve essere fatto un edificio x resistere alle azioni, le azioni sono divise in 2 famiglie

→ AZIONI VERTICALI

→ AZIONI ORIZZONTALI

I 2 sistemi strutturali che assorbono le azioni verticali e orizzontali possono essere ~~identici~~ gli stessi (allo stesso sistema strutturale si demanda il compito di assorbire entrambe le azioni) o diversi.

→ **azioni verticali** (più semplici)

Dato un oggetto soggetto a un'azione verticale, x prenderla ci sono più possibili soluzioni:

→ SOLAIO A COMPORTAMENTO MONODIMENSIONALE:

si possono avere più strutture a seconda della modalità con cui l'azione presa dall'impalcato è riportata all'esterno

→ si può fare un getto continuo dell'impalcato che poggia su due muri (questo ha deformata cilindrica)

→ anziché fare un getto continuo, si inseriscono n elementi monodimensionali affiancati tra di loro.

Questi portano il carico alla trave. Inoltre si è tolto il muro, lasciando un telaio in cui la trave passa il carico alle colonne

→ si usano elementi monodimensionali allargati (tegoli a T), in cui il carico verticale applicato si muove prima in direzione orizzontale x arrivare alle anime del tegolo. Poi questo si muove verso la trave

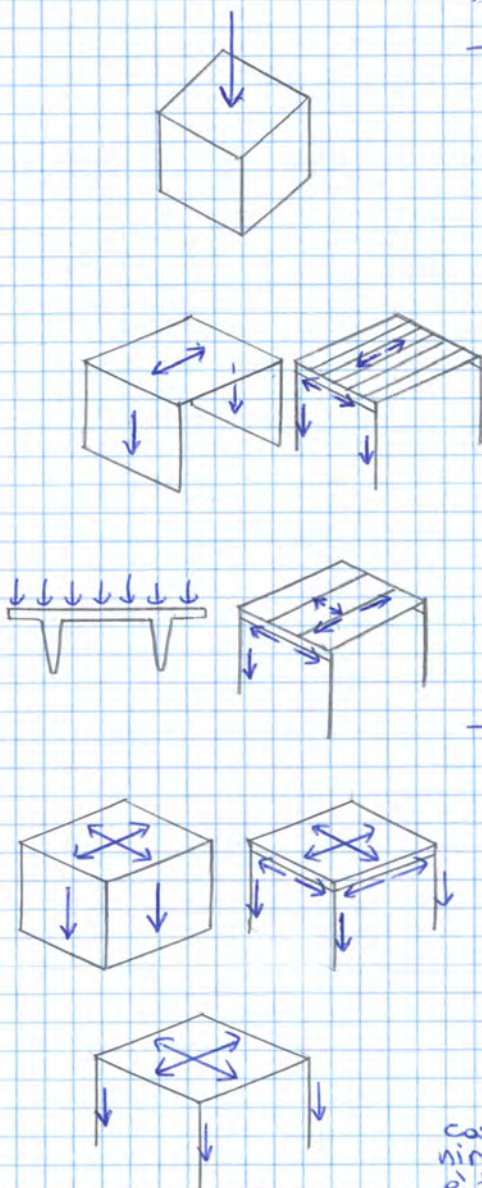
→ SOLAIO A COMPORTAMENTO BIDIMENSIONALE

→ si fa un getto continuo con appoggi su tutti i 4 lati.
Il carico applicato si distribuisce su tutti e 4 gli appoggi

→ l'impalcato poggia ora su travi e colonne

→ l'impalcato poggia direttamente sulle colonne e non c'è trave.

casì x assorbire l'azione verticale, occorre definire un sistema piano e poi capire come il carico è trasmesso alla fondazione.



3 Percorso dei carichi:

un elemento fondamentale x individuare la soluzione strutturale consiste nel trovare il percorso dei carichi, una volta scelta la struttura.

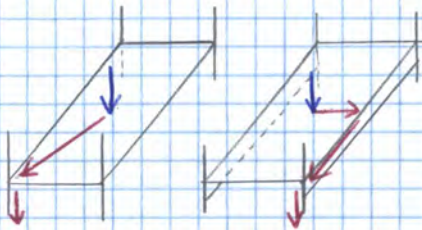
→ CARICHI VERTICALI: CARICHI VERTICALI NEL PIANO ORIZZONTALE

Essi sono applicati in corrispondenza dei solai, si muovono su di essi fino ad arrivare agli elementi verticali, dove i carichi sono trasmessi alle Fondazioni.

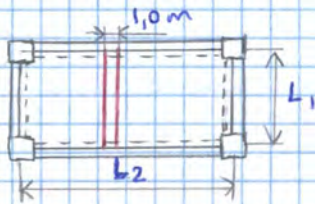
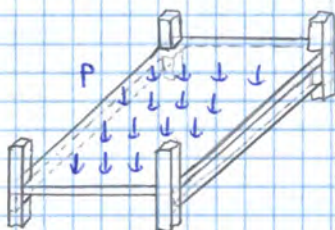
Le modalità di moto in un solai dipendono da come è concepita la struttura

→ se bidimensionale, il carico non si muove in direzione privilegiata e si muove direttamente verso le colonne

→ se monodimensionale, il carico non si muove verso le colonne ma segue una direzione privilegiata verso le travi.
Cio' si lega al fatto che il carico si muove verso le strutture più rigide, x questione di congruenza degli spostamenti.



Es



Si consideri una struttura allungata in una direzione avente le colonne ai vertici e che poggia su travi lungo 2 spigoli opposti. Essa è soggetta a un carico uniformemente distribuito p.

In questo caso, si ha una struttura bidimensionale che assume comportamento monodimensionale, poiché con questo carico la deformazione è monodimensionale. In tali condizioni, qualunque fetta di solai è uguale a tutte le altre. Pertanto, si isola una fetta di solai soggetta al carico di sua competenza, con la sua sezione resistente. Si immagina che la fetta abbia larghezza unitaria.

La fetta è vincolata agli estremi dalla trave, che impedisce gli spostamenti verticali (mentre non interessano quelli orizzontali) mentre non impedisce la rotazione, altrimenti la trave dovrebbe avere rigidità torsionale infinita.

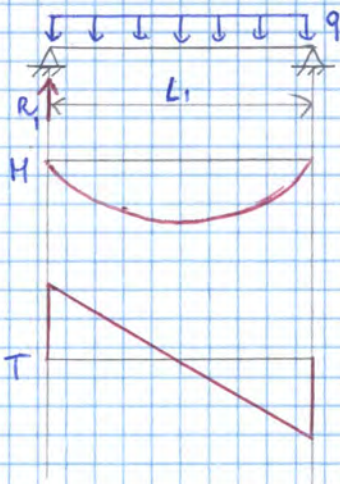
⇒ la fetta lavora sulla lunghezza L_1 come una trave semplicemente appoggiata.

Se la striscia è soggetta a un carico distribuito p, con

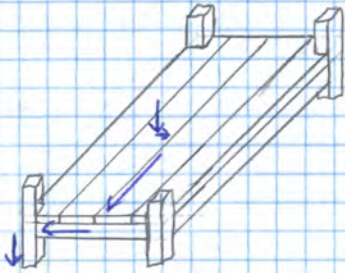
$$[p] = \text{KN/m}^2$$

allora il carico applicato sulla fetta vale

$$q = p \cdot 1,0 \quad \rightarrow 1,0 = \text{larghezza}$$



Es



Rispetto allo schema precedente, si può aggiungere un livello strutturale, nel caso che la luce L_1 (su cui deve lavorare il solido) sia troppo elevata. Pertanto, invece di una sola trave in corrispondenza delle colonne, si inseriscono più travi nella direzione di L_1 :

quelle in corrispondenza delle colonne sono collegate a esse; quelle che danno sul vuoto sono collegate a un'altra trave in direzione perpendicolare (nuovo livello strutturale).

Di conseguenza, la struttura si caratterizza di

→ piastra

→ travi principali, che lavorano sulla luce L_2 e sono collegate direttamente alle colonne

→ travi secondarie, con interasse i (T_s)

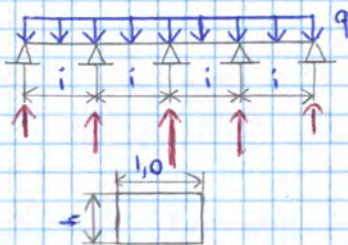
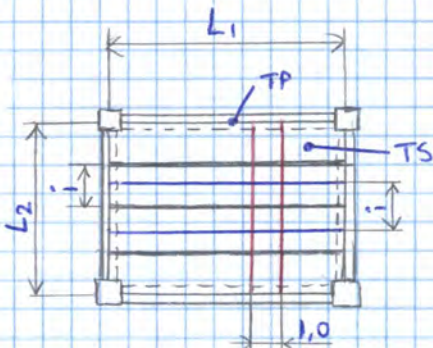
Nell'analisi del percorso dei carichi, si parte dalla struttura più secondaria, cioè il solido su cui è applicato direttamente il carico.

Si può notare che il carico va verso l'elemento più rigido, ossia si muove lungo la luce più corta (luce L_2). Una volta arrivata alla trave secondaria, viaggia su di essa.

Di conseguenza, nel solido si considera una striscia di larghezza unitaria, che è uno schema a trave continua su 5 appoggi (le travi secondarie) e soggetta al carico

$$q = p \cdot 1,0$$

La sezione resistente ha dimensioni $1,0 \times h$.



OSSERVAZIONE

In presenza di carichi variabili, questi devono essere disposti secondo le linee di influenza in modo da massimizzare le sollecitazioni.

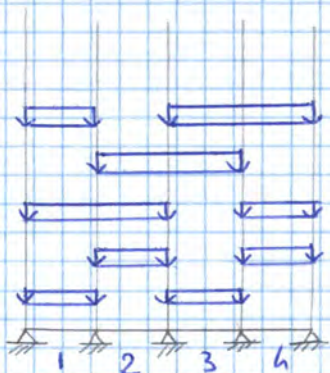
Se si ha una trave continua, un primo schema prevede una disposizione a scacchiera in cui:

→ il carico variabile è applicato nelle campate dispari

⇒ massimo momento nelle campate dispari

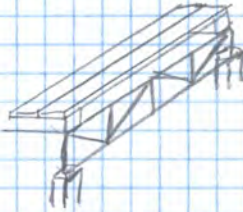
→ il carico variabile è applicato nelle campate pari

⇒ massimo momento nelle campate pari



Si considera poi la condizione di carico con le prime 2 campate caricate seguite da una disposizione a scacchiera, che dà momento minimo nel 2° appoggio. Segue la condizione, in cui si caricano le campate centrali seguite dall'alternanza a scacchiera, che

Es



Uno schema alternativo può prevedere l'aggiunta di un ulteriore livello, dove la trave principale trasmette un carico puntuale a una trave reticolare.

Il ragionamento è lo stesso di prima.

Questo è il *modus operandi* che si adotta in tutte le strutture e si basa su 2 principi

→ si parte dagli elementi secondari (quelli a cui si applica il carico) *passando via via ai livelli superiori*.

Questo è un metodo comodo, ma segue un'evoluzione opposta rispetto alla costruzione.

→ nel passaggio al livello superiore, le reazioni che si avevano nel livello precedente diventano carichi per il livello successivo.

Seguendo questo approccio, si trasforma una struttura complessa in n strutture semplici e ciò consente di avere controllo su quella che si fa, cioè permette di capire come funziona la struttura ed evidenziare l'insorgenza di problemi.

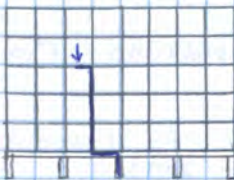
Si potrebbe ricorrere a un modello agli elementi finiti, ma si otterrebbe un modello complicato e poco gestibile con troppi valori.

↓ questo si può fare solo dopo uno schema di calcolo manuale

Da qui, capito il percorso strutturale, si possono calcolare tutti gli elementi strutturali che il carico incontra (piastra, travi secondarie, travi principali, colonne e fondazioni).

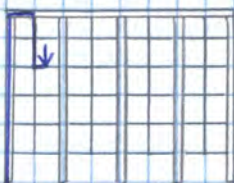
→ CARICHI VERTICALI: CARICHI VERTICALI NEL PIANO VERTICALE

Una volta che le forze arrivano alle colonne, queste scendono lungo esse in diversi modi e arrivare a terra, in funzione dello schema strutturale.



A volte si può avere un piano terra con grandi spazi e colonne distanziate, mentre ai piani superiori le colonne sono ravvicinate. Nella parte inferiore è presente una trave di ripartizione.

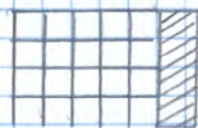
In questo caso, una volta arrivato alle colonne, il carico scende fino a trovare la trave di ripartizione. Da qui, il carico si muove lungo essa fino a incontrare le colonne principali.



A volte, la trave di ripartizione può essere in alto e, in questo senso, si adotta la stessa soluzione ~~strutturale~~ architettonica con una diversa disposizione degli elementi strutturali.

Essendo la trave di ripartizione in alto, le forze non scendono più nelle colonne. Anzi, le travi sono appese, poi i carichi si muovono lungo la trave e scendono verso il basso lungo le colonne principali.

In questo modo, non si hanno più tante colonne che lavorano in compressione ma quelle secondarie sono in trazione, mentre le principali sono in



Per realizzare questo, esistono più sistemi

→ si prendono le azioni orizzontali mediante un comportamento a telaio, cioè si realizza una struttura a telaio.

Essa è adatta a azioni orizzontali non elevate

→ il telaio può essere accorpato alla parete, in modo da ottenere una struttura molto più rigida.

Gli elementi a assorbire le azioni orizzontali possono essere

→ MURI DI TAGLIO (cemento armato)

→ STRUTTURE CONTROVENTATE (acciaio)

→ TELAI (cemento armato)

4 Criteri di costruzione

Finora si sono fatte delle considerazioni su strutture esistenti. Esistono poi dei criteri a definire la struttura, che sono assolutamente generali poiché non esiste un unico modo, ma è funzionale all'opera che si realizza.

I criteri così sono adatti a qualunque caso e spesso si provano più soluzioni, a vedere quale sia la più idonea.

Di sicuro, quando si realizza una struttura, occorre rispondere a 3 domande.

① Secondo quale schema occorre inserire gli elementi verticali?

⇒ disposizione degli elementi verticali

Gli elementi verticali possono essere

→ ELEMENTI PUNTUALI (colonne)

→ ELEMENTI BIDIMENSIONALI (pareti a taglio), che possono essere erosi. Se gli spazi sono molto grandi, si arriva a un sistema a telaio.

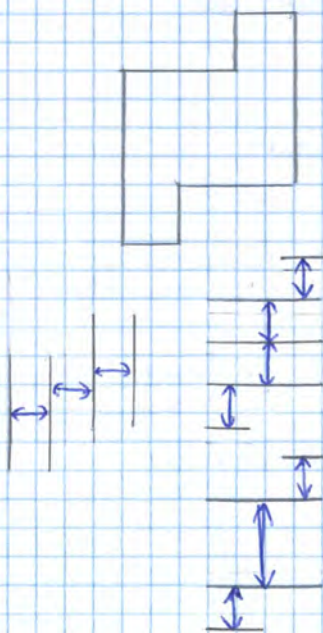
Occorre poi pensare a come si mettano gli impalcati (cioè i piani), che possono avere un comportamento monodimensionale (one way system) o bidimensionale (two way system).

Il dato di input fondamentale a la loro disposizione è rappresentato dalle **distanze funzionali minime**, cioè delle distanze minime tra gli elementi verticali che l'opera in progetto necessita.

Assegnate le distanze minime e noto il tipo di piano, si possono adottare diverse soluzioni

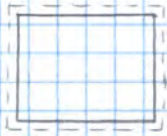
→ si usano pareti in una direzione con solai a comportamento monodimensionale nella direzione perpendicolare.

A volte, si può togliere la parete intermedia.



Nella soluzione, occorre poi operare una scelta tra elementi a comportamento monodimensionale o bidimensionale, ciò dipende essenzialmente da

→ FORMA DEL CAMPO



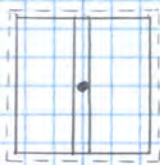
Se la forma è quadrata, si ottiene la massima efficienza con elementi a comportamento bidimensionale, ad es. una lastra quadrata appoggiata su 4 lati. Viceversa, se la forma è allungata, non c'è differenza tra appoggiare la lastra solo su 2 lati o su 4 lati. Assumendo $L_2 > L_1$, conviene un elemento a comportamento bidimensionale se

$$\frac{L_2}{L_1} < 1,5$$

→ DIMENSIONI DEL CAMPO

I campi aventi dimensioni inferiori a $10 \div 12$ m si possono coprire efficacemente con elementi bidimensionali. Oltre, conviene ricorrere a elementi monodimensionali.

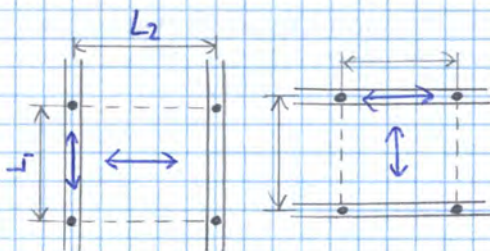
→ TIPO DI CARICO



In presenza di carichi distribuiti, sono preferibili elementi bidimensionali. Se ci sono forze concentrate e fisse, conviene collocare in corrispondenza di esse elementi monodimensionali. Ad es. in presenza di una lastra quadrata, invece di fare grossi spessori x prendere il carico, si mette una trave fuori spessore. Se il carico concentrato è mobile, conviene lo schema bidimensionale.

Quell'ora si sceglie se elementi monodimensionali, occorre stabilirne la disposizione:

la trave principale si pone sulla campata più lunga o più corta?



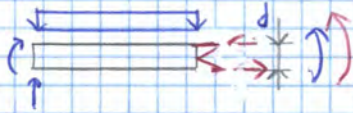
Date 2 luci L_1 e L_2 , si dispone di elementi prefabbricati e di travi gettate in opera. Le travi gettate in opera potrebbe essere inserite nella direzione corta con gli elementi prefabbricati nella direzione lunga o viceversa.

Per luci L_2 GRANDI, conviene disporre le travi principali nella direzione corta e avere tanti elementi secondari lunghi che sono però soggetti a piccoli carichi (essendo in tanti, si dividono il carico).

Per luci L_2 PICCOLE, meglio invertire l'orditura tra travi principali e secondarie.

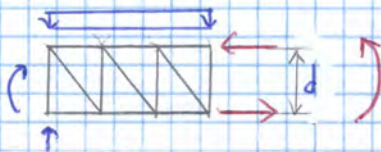
Per essere sicuri, si predimensionano entrambe le soluzioni e poi si confrontano.

OSSERVAZIONE: nella scelta del sistema di piani, la **luce della campata** ha un ruolo fondamentale perché è il fattore principale a individuare il sistema strutturale. In genere, gli elementi strutturali sono soggetti a un carico perpendicolare e dunque sono soggetti a flessione. Per tutte le tipologie, tale sollecitazione è assorbita nello stesso modo, ossia creando delle forze di compressione e trazione all'interno della sezione.

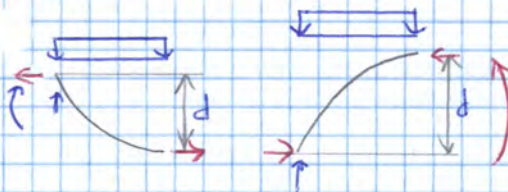


→ **TRAVE:** nasce una coppia interna di trazione e compressione che va a equilibrare il momento flettente.

→ **TRAVATURA RETICOLARE:**



come prima, nascono 2 forze di trazione e compressione. Le forze però sono più lontane e dunque aumenta la coppia. Dunque, per avere un valore di forza compatibile con la resistenza del materiale, occorre allontanare le forze interne, all'aumentare della luce della trave.

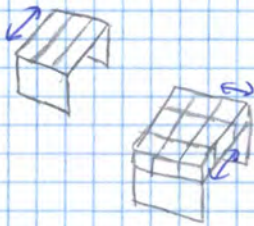


→ **FUNI:** ci sono 2 forze orizzontali che però non sono nella stessa posizione.

→ **ARCHI:** funzionano all'opposto delle funi.

⇒ all'aumentare della luce, gli elementi atti ad assorbire i carichi ~~si~~ cambiano e si cerca di allontanare la risultante delle tensioni di trazione dalla risultante delle tensioni di compressione.

Tra i diversi sistemi, è assurdo, la scelta è immediata in presenza di grandi luci, perché ci sono poche possibilità. Viceversa, per pochi metri di luce, ci sono tante soluzioni e la scelta è complicata. La soluzione più adatta si trova solo sviluppando le alternative e scegliendo in base alla struttura, ai costi e agli aspetti funzionali.



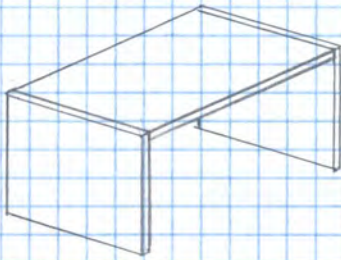
+
all'aumentare della luce, si incrementa il numero di livelli strutturali.

III. Come si realizzano i piani?

Realizzazione dei solai

Esistono più soluzioni

→ **Piastra a spessore costante** (più semplice)

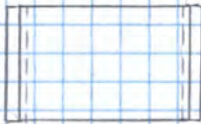


Un solaio a comportamento monodimensionale poggia su 2 pareti di appoggio. La piastra è a spessore costante.

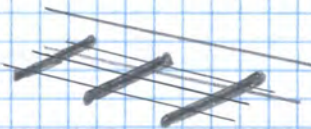
PROPRIETÀ

→ i casseri (elementi x contenere il calcestruzzo fluido) molto semplici, con tavole in legno affiancate sono

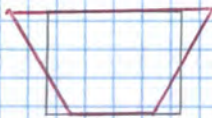
→ va bene x luci contenute; x luci grandi lo spessore e dunque il peso proprio diventano eccessivi



→ la struttura presenta un comportamento monodimensionale perché lavora x strisce perpendicolari alle pareti, x cui l'armatura disposta è perpendicolare alle pareti. In realtà la struttura è bidimensionale e, con la sola armatura principale, si svilupperebbero nel tempo delle fessure parallele all'armatura. Il solaio sta in piedi, ma le fessure lo dividono in fette indipendenti che corrispondono a quelle con cui si è calcolato il solaio (tengono perché sono state calcolate). Del resto, se lo stato deformativo è piano, non lo è lo stato tensionale (si è assunto piano x semplicità) ed esiste una tensione nell'altra direzione.



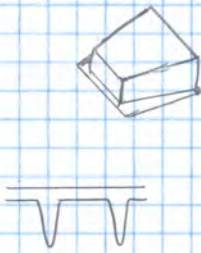
In particolare, la sezione vorrebbe deformarsi trasversalmente ma è ostacolata da quelle adiacenti. Nasce così una tensione trasversale che è ignorata nel calcolo. In realtà tale tensione esiste e si tiene conto in modo indiretto, disponendo l'armatura secondaria:



x convenzione, essa ha dimensione pari al 25% della dimensione dell'armatura principale ma, in genere, il ferro fuori calcolo è dettato dall'esperienza o da criteri

anche se la struttura ha comportamento monodimensionale, si posiziona sempre l'armatura in 2 direzioni

→ Pan joist system



È un'alternativa che consente di semplificare la realizzazione:

il cassero, anziché seguire la forma della nervatura, è mantenuto a livello più basso, facendo un semplice cassero piano.

Sopra il cassero si posizionano poi degli ALLEGGERIMENTI in acciaio o vetroresina, cioè zone x creare dei vuoti.

In seguito, si getta e si riempiono le zone comprese tra i vuoti. Dunque si scassera e si rimuovono gli alleggerimenti, che sono elementi modulari riutilizzabili in dimensioni standard.

In questo modo, si ottiene una struttura nervata.

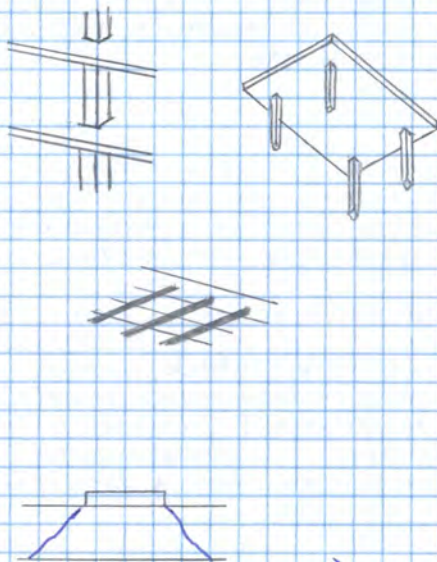
PROPRIETÀ → si possono creare travi trasversali più importanti della singola costola semplicemente eliminando una fila di alleggerimenti (si riempie tutto)

→ si possono creare travi di collegamento semplicemente distanziando in maniera opportuna gli elementi di alleggerimento

→ si calcolano come singole travi a T affiancate (come nelle piastre nervate)

→ soluzione valida x LUCI IMPORTANTI e CARICHI PESANTI

→ Piatra a spessore costante appoggiata alle colonne



Dal punto di vista della realizzazione, è simile alla piastra a spessore costante. Ora però non c'è più appoggio su muri (vincolo lineare) ma in pochi punti, x cui il comportamento è bidimensionale.

PROPRIETÀ

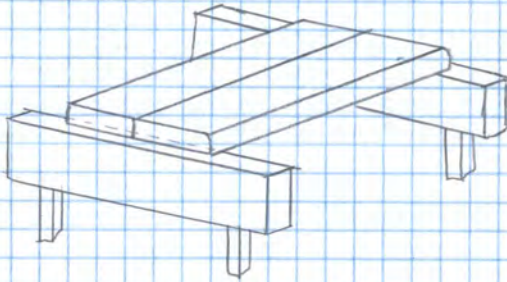
→ soluzione valida x PICCOLE LUCI e CARICHI LIMITATI (civile abitazione)

→ il sistema non consente di trasferire ^{un} momento significativo alle colonne, x cui occorrono pareti controvento x resistere alle azioni orizzontali

→ lo spessore contenuto rende sensibile la struttura al punzonamento

è un meccanismo di rottura che si ha in presenza di carico concentrato sulla lastra e, in questo caso, si apre una superficie conica in tutte le direzioni e si stacca una porzione limitata. In questo caso, la forza concentrata è trasmessa dai pilastri.

→ Hollow core



Essi sono elementi estrusi ottenuti mediante macchine vibrofinitrici che, avanzando, fanno venire fuori degli elementi modulari. Questi presentano degli allegerimenti, in modo da risparmiare materiale e peso, rimuovendo il materiale che non lavora.

Gli elementi vengono appoggiati su un telaio piano affiancati uno a uno.

Sopra si realizza poi un getto in opera di collegamento dello spessore di 5-10 cm in funzione della luce.

Il calcestruzzo si infila nei lati e realizza delle chiavi di taglio che fanno sì che ci sia collaborazione di carico (si realizza un piano rigido in cui gli spostamenti sono gli stessi).

Gli elementi poi lavorano, a seconda delle armature, con un certo schema statico

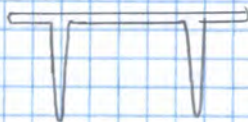
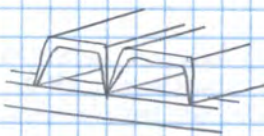
→ schema con semplice appoggio

→ si può anche far lavorare con continuità una, in questo caso, la realizzazione è più complicata.

Per ripristinare la continuità strutturale, allora, una soluzione semplice può essere il realizzare un comportamento a diaframma facendo un getto continuo (da un diaframma rigido).

PROPRIETÀ → soluzione valida x CARICHI LIMITATI (civile abitazione)

→ Channels & Double Tees



Essi sono elementi a T di altezza variabile tra 35 e 100 cm e di diverse tipologie, in funzione di larghezza e nervatura.

Spesso la larghezza vale 250 cm, siccome questa è la massima larghezza trasportabile (pari alla larghezza del camion).

Se il solaio non fosse un multiplo di 2,50, occorrerebbero elementi particolari x completare lo spazio. Spesso si taglia la trave o si crea una sponda (mediante getto) x occupare tale porzione.

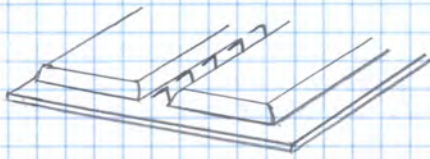
In seguito, in opera si realizza un getto di completamento.

→ esigenze funzionali

PROPRIETÀ → in corrispondenza delle nervature c'è un ponte termico, in cui si muove il calore che si porta dietro l'umidità

→ a volte si può realizzare un sistema di tipo waffle slab con le pignatelle, in modo che le nervature siano perpendicolari tra di loro.

→ predalles



È un'altra soluzione tipica, usata anche in Italia, e presenta delle lastre prefabbricate in calcestruzzo tralicciate, che formano dei casseri a perdere. La larghezza tipo è 1,20 m o 2,40 m. Guardando in sezione, si notano degli elementi di alleggerimento a perdere ad es. in polistirolo.

Rispetto alle altre soluzioni, la lastra in calcestruzzo fa da cassero e si ottiene così una struttura autoportante che non necessita di puntelli e banchinaggi su cui poggiare.

In questo caso, per realizzare il solaio, si crea un cassero puntellato da sotto, nel quale si realizzerà la trave.

Al bordo del cassero si poggia la predalles.

Si come è poco spessa (in genere 4 cm) e su di essa si realizzerà un getto di calcestruzzo e dovrà poi portare i carichi, essa non può stare in piedi con quella luce.

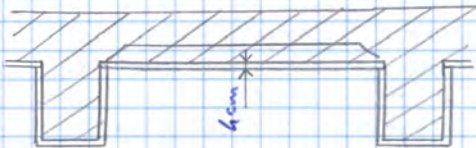
Per tanto, la si rinforza annegando in essa un traliccio, ossia un reticolare in acciaio con barre.

Esso si costituisce di 3 fili e fa sì che la predalles sia portante lungo la luce.

→ il filo superiore è libero e più grande ($\phi = 10-12 \text{ mm}$)

→ 2 fili inferiori più piccoli sono annegati nella luce.

I fili sono collegati da ulteriore ferro.



Si come la struttura non dev'essere piena, sopra la lastra prefabbricata si incollano degli elementi che realizzano i vuoti.

Quando poi si fa il getto, si ottiene un insieme di sezioni a T affiancate che lavorano in una certa direzione e lungo esse ci sono dei tralicci.

PROPRIETÀ: tralicci

Fondamentalmente, i tralicci servono solo nella fase di costruzione per portare il peso del calcestruzzo fluido (durante la costruzione, il calcestruzzo è solo un peso e non porta resistenza).

Il ferro può però anche essere usato nelle fasi successive, visto che è comunque presente.





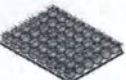
La sua utilizzabilità però dipende dallo **SPESORE DEL COPRIFERRO**:

il calcestruzzo protegge le barre di armatura dalla corrosione ed è tanto più efficiente quanto lo spessore è maggiore.

⇒ se la predalles è sufficientemente spessa, si può considerare il traliccio come un ferro resistente nella struttura.

Criteri generali di progettazione

SCHEMI RIASSUNTIVI DI UTILIZZO

Concrete option	Span range				Speed of construction	Economy	Ease of service distribution	Minimises storey height	Flexibility for partitions	Suitability for holes	Punching shear capacity	Deflection control	Minimises self-weight	Soffit can be exposed	Suitable for open plan space	Diaphragm action of floor	Inherent robustness of frame	Off-site construction
	Reinforced or prestressed conc.		Post-tensioned concrete															
	Min	Max	Min	Max														
	Flat slabs																	
Solid flat slab (Continuity improves economy)	4	10	7	13	✓	✓	✓	✓	✓	○	○	○	○	✓	✓	✓	✓	✓
Solid flat slab with drops	4	12	7	14	✓	✓	✓	✓	✓	○	✓	✓	✓	○	✓	✓	✓	✓
Solid flat slab with column heads (Forming column head disrupts cycle times and interferes with holes adjacent to columns)	4	10	7	13	✓	✓	✓	✓	✓	○	✓	○	○	✓	✓	✓	✓	✓
Waffle slab	9	12	9	14	○	○	✓	✓	○	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Bi-axial voided slab (Can be used with in-situ or with precast soffit slab, which would act as permanent formwork)	4	14	7	16	✓	✓	✓	✓	✓	○	○	○	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Key ✓✓ Excellent ✓ Good ○ Can be used, but may require further consideration ✗ Not applicable or not appropriate a Requires 100 'tunnels' for maximum economy. Special curing methods required to obtain early age concrete strengths b Temporary props required																		
Flat slabs																		
																		
Solid flat slab																		
																		
Solid flat slab with drops																		
																		
Solid flat slab with column heads																		
																		
Waffle slab																		
																		
Bi-axial voided slab																		





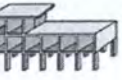


POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

55

Criteri generali di progettazione

Concrete option	Span range				Speed of construction	Economy	Ease of service distribution	Minimises storey height	Flexibility for partitions	Suitability for holes	Punching shear capacity	Deflection control	Minimises self-weight	Soffit can be exposed	Suitable for open plan space	Diaphragm action of floor	Inherent robustness of frame	Off-site construction
	Reinforced or prestressed conc.		Post-tensioned concrete															
	Min	Max	Min	Max														
One-way slabs																		
Solid one-way slab with beams	4	12	6	14	✓	○	○	○	✓	✓	✓	✓	✓	○	✓	✓	✓	✓
Solid slab with band beams	7	12	7	13	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	○	✓	✓	✓	✓
Ribbed slab with beams	7	11	8	12	○	○	✓	○	✓	○	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Ribbed slab with integral band beams	6	11	8	12	○	✓	✓	✓	○	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Tunnel form (One-way slab on walls) ^a	4	10	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓
Key																		
✓✓ Excellent																		
✓ Good																		
○ Can be used, but may require further consideration																		
✗ Not applicable or not appropriate																		
a Requires 100 'tunnels' for maximum economy. Special curing methods required to obtain early age concrete strengths																		
b Temporary props required																		
One-way slabs																		
																		
Solid one-way slab with beams																		
																		
Solid flat slab with band beams																		
																		
Ribbed slab with beams																		
																		
Ribbed slab with integral band beams																		
																		
Tunnel form (One-way slab on walls)																		

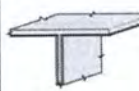
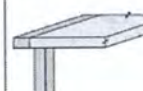
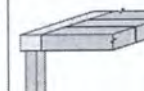
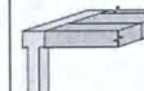



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

56

Criteri generali di progettazione

Concrete option	Span range				Speed of construction	Economy	Ease of service distribution	Minimises storey height	Flexibility for partitions	Suitability for holes	Punching shear capacity	Deflection control	Minimises self-weight	Soffit can be exposed	Suitable for open plan space	Diaphragm action of floor	Inherent robustness of frame	Off-site construction
	Reinforced or prestressed conc.		Post-tensioned concrete															
	Min	Max	Min	Max														
Hybrid concrete construction (combination of in-situ and precast concrete)																		
Precast twin wall and lattice girder soffit slab with in-situ infill and topping	4	7.5	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓
Precast columns and edge beams with in-situ floor slab	4	10	6	12	✓	✓	✓	✓	✓	✓	○	✓	○	✓	✓	✓	○	✓
Precast columns and floor units with in-situ beams ^b	4	14	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	○	✓	✓	✓	✓
In-situ columns and beams with precast floor units ^b	4	14	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	○	○	✓	✓	✓
In-situ columns and floor topping with precast beams and floor units	4	7.5	X	X	✓	✓	○	○	✓	✓	X	✓	✓	○	○	✓	✓	✓
Key ✓✓ Excellent ✓ Good ○ Can be used, but may require further consideration X Not applicable or not appropriate ^a Requires 100 'tunnels' for maximum economy. Special curing methods required to obtain early age concrete strengths ^b Temporary props required																		
Hybrid concrete construction (Combination of in-situ and precast concrete)																		
																		
Precast twin wall and lattice girder soffit slab with in-situ infill and topping		Precast columns and edge beams with in-situ floor slab		Precast columns and floor units with in-situ beams		In-situ columns and beams with precast floor units		In-situ columns and floor topping with precast beams and floor units										



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO

Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

59

Criteri generali di progettazione

PRE-DIMENSIONAMENTO

⇒ Beams

Condition	Span-to-depth ratio
Simply supported	15 (20)
End-bay	17 (25)
Cantilever	6 (8)
Campata intermedia di trave continua	20 (30)

⇒ One-way spanning slabs (tabella valida per $4\text{m} \leq L \leq 10\text{m}$)

Imposed load, Q_k (kN/m ²)	Single span	Multiple span	Cantilever
2.5	27	32	10
5.0	25	30	9
7.5	24	28	8
10.0	23	27	7

⇒ Two-way spanning slabs ($4\text{m} \leq L \leq 10\text{m}$)

Imposed load, Q_k (kN/m ²)	1:1 panel		2:1 panel (based on shorter span)	
	Single span	Multiple span	Single span	Multiple span
2.5	34	39	30	34
5.0	32	37	28	32
7.5	30	35	26	30
10.0	28	34	25	29



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

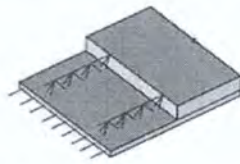
Luca GIORDANO

Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

60

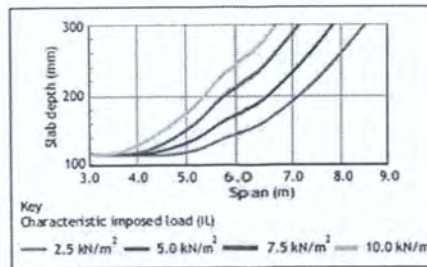
Criteri generali di progettazione

⇒ Composite lattice girder slabs

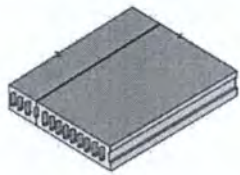


Notes

- 1 Depth includes topping
- 2 Props required at mid-point

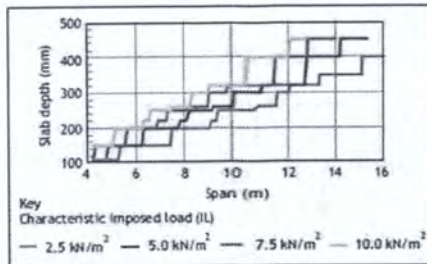


⇒ Precast hollowcore slabs



Note

- Depth excludes topping



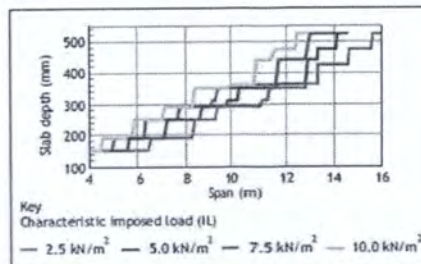
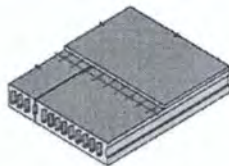
POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

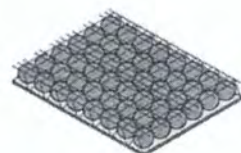
63

Criteri generali di progettazione

⇒ Composite hollowcore slabs

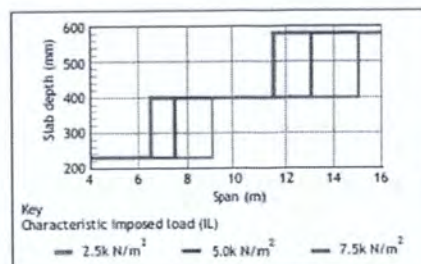


⇒ Voided slabs



Notes

- 1 Depth includes topping
- 2 Props required



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

64

Predimensionamento degli elementi strutturali

1 Si sa che il predimensionamento è importante nelle strutture in cemento armato, poiché il peso proprio ha ruolo importante nei carichi.

2 In mancanza di esperienza, occorre fissare dei CRITERI:

un criterio di dimensionamento universalmente accettato x le strutture in cemento armato si basa sul **rapporto di snellezza**, cioè il rapporto luce dell'elemento strutturale - altezza dell'elemento strutturale.

$$\lambda = \frac{l}{h}$$

In fatti, nota la snellezza e assegnata la luce, si può stabilire subito l'altezza.

Esistono tante soluzioni utili x il predimensionamento, con vantaggi e svantaggi, i cui valori non sono assoluti ma utili.
Del resto, non esiste un'unica soluzione perché si ottiene la stessa resistenza con

→ snellezza superiore e minore armatura

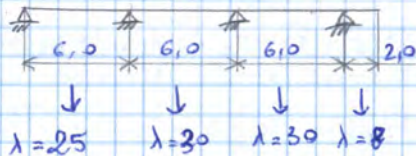
→ snellezza inferiore e maggiore armatura.

Detto ciò, si valutano i diversi casi strutturali

① **Trave**: il rapporto di snellezza di riferimento (valore iniziale che al termine dei calcoli può essere modificato oppure no) dipende dallo schema statico

Semplice appoggio	$\lambda = 15 \div 20$
Campata terminale di una trave continua	$\lambda = 17 \div 25$
Campata intermedia di una trave continua	$\lambda = 20 \div 30$
Sbalzi	$\lambda = 6 \div 8$

Es



Si consideri una trave avente un certo schema statico.
In essa si riconoscono 3 situazioni

- Ⓐ Campata terminale di una trave continua in cui, considerando il massimo, si ha $\lambda = 25$
- Ⓑ Campata intermedia di una trave continua con $\lambda = 30$ (ai suoi estremi ha momento negativo e non nullo)
- Ⓒ Sbalzo con $\lambda = 8$

In base alle luci, si ottengono i seguenti valori di altezza

- Ⓐ $h = 24 \text{ cm}$
- Ⓑ $h = 20 \text{ cm}$
- Ⓒ $h = 25 \text{ cm}$

⑤ Colonne

Il meccanismo è lo stesso, ma ora ci sono più variabili perché si aggiunge anche la quantità di armatura.

Ragionando x telai a nodi fissi e colonne corte (in cui sono trascurabili gli effetti del secondo ordine), i valori sono definiti x

→ colonne centrali

→ colonne di bordo

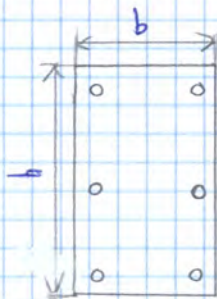
→ colonne di spigolo

→ si portano aree diverse e diversi momenti flettenti sulle colonne

Le tabelle sono distinte in funzione di

→ CLASSE DI RESISTENZA DEL CALCESTRUZZO

→ PERCENTUALE LONGITUDINALE DI ARMATURA:



dato un pilastro rettangolare di dimensioni $b \times h$ e armato con un certo numero di barre di armatura, se si indicano con A_s l'area delle armature e con A_c l'area del calcestruzzo, la **percentuale di armatura** si definisce come

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

Tipicamente, il calcestruzzo è armato con una quantità di 1-2% di armature. Se il costo è piccolo, si va sotto il 1%; x alleggerire, si può superare il 1% ma aumentano i costi.

La scelta della snellezza si opera in base ai carichi ultimi (sono noti gli sforzi normali che ricadono sulle colonne in ogni piano) e alla percentuale di armatura.

Secondo le norme europee e italiane, l'analisi strutturale del cemento armato si esegue attraverso 4 modalità:

- calcolo elastico lineare
 - calcolo elastico lineare con redistribuzione
 - calcolo elasto-plastico
 - calcolo non lineare
- } modi non lineari con diversi gradi di complicazione

Nel calcolo delle sollecitazioni, si ignorano i modelli non lineari (intervengono solo nella resistenza) e si usa solo il modo elastico lineare.

Del resto, tutti i metodi di calcolo non lineare non sono metodi di progetto ma METODI DI VERIFICA. Infatti, a fare un'analisi non lineare, non solo occorrono le dimensioni del pilastro o della trave ma anche esattamente quali armature si inseriscano. Solo da lì si può avviare l'analisi non lineare.

⇒ l'analisi non lineare è uno strumento di verifica a vedere se la struttura funziona bene

Al più, si può fare il progetto con un calcolo elastico lineare ed eventualmente raffinare i calcoli con un'analisi non lineare. Più tipicamente, l'analisi non lineare si usa con strutture esistenti a giustificare o meno la demolizione.

Inoltre, con l'analisi lineare vale il **principio di sovrapposizione degli effetti** che fa sì che la combinazione delle azioni equivalga alla combinazione delle sollecitazioni.

Così, moltiplicare il peso $\times \gamma_G$ equivale a moltiplicare le sollecitazioni indotte dal peso $\times \gamma_G$, siccome si analizza in un modello lineare.

In tal modo, con l'analisi lineare si ottengono le sollecitazioni che sono usate sia a lo SLE che a lo SLU.

In particolare, le verifiche fatte confrontano resistenze e sollecitazioni.

$$R \geq S$$

Più nel dettaglio, nella valutazione delle sollecitazioni si fanno delle assunzioni semplificative

→ SEZIONE NON FESSURATA

→ LEGGE COSTITUTIVA LINEARE

→ si usa il valor medio del modulo elastico del calcestruzzo

Da qui, con gli strumenti della Scienza delle Costruzioni, dalle azioni si definiscono le sollecitazioni.

Note le sollecitazioni, si definiscono le combinazioni di carico

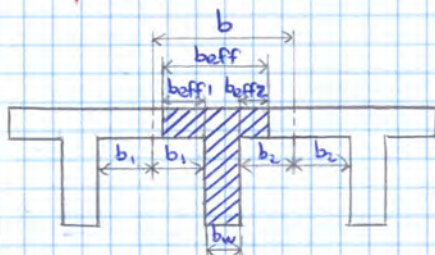
→ COMBINAZIONE FONDAMENTALE

→ combinazioni relative allo SLE → azioni caratteristiche

→ azioni frequenti

→ azioni quasi permanenti

→ piastra nervata



In una piastra a due elementi in sporgenza rispetto al piano di calpestio (cui si applica il carico), si trova una porzione di soletta che collabora con ciascuna nervatura nell'assorbimento degli sforzi.

La porzione di soletta collaborante si dice **larghezza efficace** b_{eff} .

⇒ la sezione resistente è una SEZIONE A T costituita da nervatura e porzione di soletta

La larghezza efficace si calcola a partire da dati geometrici di base e dati strutturali

$$b_{eff} = b_w + \sum b_{eff,i}$$

b_w = larghezza dell'anima

$b_{eff,i}$ = semilarghezza efficace, che vale

$$\begin{cases} b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1\ell_0 \leq 0,2\ell_0 \\ b_{eff,i} \leq b_i \end{cases}$$

b_i = larghezza disponibile dal lato i (metà della luce netta o, meglio, semidistanza tra i fili interni della nervatura).
Il termine $b_{eff,i}$ parte dal 20% di b_i e non può superare b_i , altrimenti si avrebbe un pezzo che collabora con 2 anime.

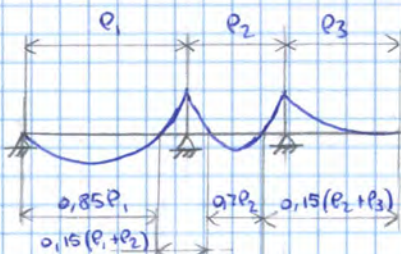
ℓ_0 = distanza tra i punti a momento nullo.
Infatti la sezione appartiene a una trave avente un certo schema statico e caricata in un certo modo e, dal diagramma di momento, si determina ℓ_0 .

⇒ in linea di principio, LA LUNGHEZZA EFFICACE DIPENDE DALLE CONDIZIONI DI CARICO.

Infatti, se la lunghezza ℓ_0 varia lungo lo sviluppo della trave, allora la lunghezza efficace ℓ_{eff} varia lungo la trave.

Si trova così una trave a T avente sezione resistente che varia di zona in zona.

In realtà, siccome intervengono carichi variabili, non è semplice individuare i punti a momento nullo. Esiste dunque un metodo approssimato che fornisce il valore di ℓ_0 nelle diverse campate di una struttura tipo, che ha



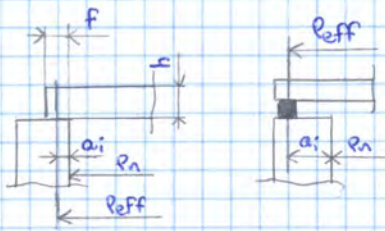
→ luce dello sbalzo, se esiste, ~~non~~ inferiore a metà della luce adiacente (lo sbalzo non è troppo importante)

$$\ell_3 < \frac{1}{2}\ell_2$$

→ il rapporto tra luci adiacenti è compreso tra $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{2}$, cioè le luci sono simili

3 Lunghezza efficace di travi e pilastri

Il problema della lunghezza di travi e pilastri è importante poiché i vincoli non sono vincoli teorici.



Ad es., l'intersezione trave-colonna non è un punto, ma in realtà ha un'area. C'è dunque il problema di dove collocare il nodo in tale area.

La lunghezza efficace si calcola come

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2$$

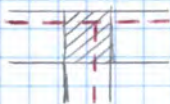
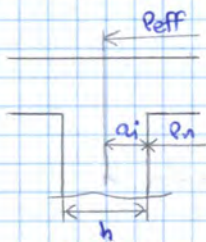
l_n = lunghezza netta, valutata tra i fili interni degli appoggi

a_i = termine aggiuntivo x l'appoggio a sinistra o destra, pari a

$$a_i = \min\left(\frac{h}{2}; \frac{t_i}{2}\right)$$

h = spessore della trave

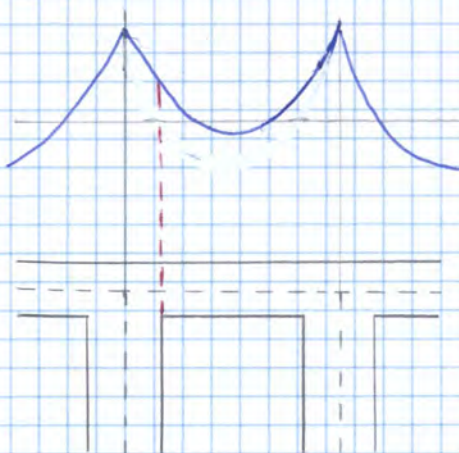
t_i = lunghezza dell'appoggio x elementi non continui (non c'è un unico getto); lunghezza totale dell'elemento che dà l'appoggio x elementi continui



Per semplicità, si assume che il nodo coincida con l'intersezione tra gli assi delle travi e delle colonne e dunque la luce della trave sia pari alla distanza tra gli assi delle colonne. Ovviamente, si varia il risultato di qualche cm ma almeno si semplifica.

In questi schemi, inoltre, esiste una serie di situazioni in cui si possono ridurre le sollecitazioni

→ TRAVI MONOLITICHE NEGLI APPOGGI



Si consideri una trave collegata alle colonne. Si è visto che il nodo coincide con l'intersezione degli assi e su questo si traccia il diagramma delle sollecitazioni.

Siccome c'è una colonna, il momento continua senza variare tra prima e dopo la colonna.

Nel calcolo della trave, si può non prendere il momento massimo al centro dell'asse ma riferirsi al MOMENTO CALCOLATO A FILO DELLA COLONNA. Siccome ci si sposta dal picco, si ottiene un momento più piccolo.

È richiesto che però quel momento non sia inferiore al 65% del momento che si ottiene nella schemata di incastro perfetto.

Tipicamente, si ottiene una riduzione del 5-6% e dunque non conviene tanto questo passaggio.

Edifici alti

DEFINIZIONE : cos'è un edificio alto?

Il Council of Tall Buildings ha definito diverse "fonti di altezza"

→ CONTESTO :



L'edificio può avere un'altezza molto superiore rispetto agli altri, tenendo conto che così l'azione del vento non è schermata

→ PROPORZIONE :



ci si basa sul rapporto base-altezza x definire se un edificio è alto, poiché insorgono problemi diversi

→ TECNOLOGIE ALL'INTERNO DELL'EDIFICIO (funzionalità) :

un edificio alto presenta determinate tecnologie (es. movimentazione verticale di persone) diverse da quelle presenti negli edifici normali.

In generale, si definisce come edificio alto un edificio in cui l'altezza determina aspetti di comportamento strutturale e non e/o problemi progettuali e costruttivi che negli edifici ordinari non intervengano o siano in genere trascurabili.

Ad es. nelle strutture in cemento armato, gli effetti del II ordine sono trascurabili se controventate. oltre una certa altezza, tali effetti sono più importanti.

Tipicamente, si parla di

- edificio alto $h > 100 \text{ m}$
- edificio super-alto $h > 300 \text{ m}$
- edificio mega-alto $h > 600 \text{ m}$

COSTRUZIONE : in genere, gli edifici alti sono realizzati in

- acciaio (dominò fino al 1980 - oggi è solo x il 20%)
- calcestruzzo
- composti acciaio-calcestruzzo

Gli ultimi 2 materiali si sono imposti perché si sono sviluppate tecnologie importanti che hanno permesso di ottenere calcestruzzi a elevata resistenza senza troppe difficoltà

⇒ il calcestruzzo è diventato paragonabile in termini di resistenza con l'acciaio



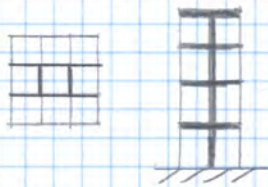
Si consideri ad es. l'altezza H_{max} di colonna che può determinare rottura, immaginando che la rottura avvenga solo x peso proprio, x cui

$$H_{max} = \frac{F_{cd}}{\gamma} \quad \gamma = \text{peso specifico}$$

→ TELAI 3D :

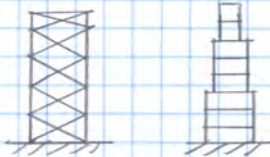
è lo schema più semplice il calcestruzzo e si può usare fino a 20 piani (escludendo azioni sismiche).
Oltre, si usano pareti a taglio

→ STRUTTURA A NUCLEO :



essa presenta degli **outriggers**, cioè strutture molto rigide usate in un numero di piani crescente, in modo da usare efficacemente le colonne laterali. Infatti, quando il nucleo si inflette x le azioni laterali, le fibre vanno in trazione. Se al nucleo si aggiunge una traversa infinitamente rigida, nell'inflessione le colonne d'acciaio vanno in trazione e limitano gli spostamenti.

⇒ grazie all'irrigidimento, il momento si riduce



→ strutture periferiche :

la maggioranza del sistema strutturale che resiste alle azioni laterali è lungo la periferia.
Però, portare la resistenza alla periferia dell'edificio è più complicato.

5 Edifici industriali :

sono edifici che presentano caratteristiche particolari

→ in genere sono edifici monopiano, in cui si realizza semplicemente una copertura

→ diventa importante ciò che si fa dentro, ossia **la struttura è in subordine rispetto alle attività che si svolgono al suo interno.**

In particolare, nel progetto strutturale, occorre tenere conto del **plant layout**, che indica la presenza di macchinari, uffici, zone di servizio, vie di corsa e mezzi di trasporto sopraelevati, eventuale presenza di carichi appesi, eventuale presenza di banchine di carico e scarico (c'è materiale che entra ed esce e ciò condiziona le chiusure laterali e i sistemi di controvento), carichi su pavimento

+

possibilità di futuri ampliamenti (bisogna prevedere che lo stabilimento si amplierà)

PROGETTAZIONE

La prima cosa da fare quando si definisce la struttura di un edificio industriale è definire

→ **maglia** = distanziamento delle colonne nelle 2 direzioni perpendicolari (spaziatura che è mantenuta nello sviluppo)

→ **altezza sotto il filo della catena** = altezza limite al di sotto del filo inferiore della struttura portante della copertura (definisce lo spazio libero).

6 Edifici industriali monopiano:

queste strutture (cioè le coperture) si devono portare

→ PESO PROPRIO

→ NEVE sulla copertura

→ eventuali carichi appesi

Fondamentalmente, queste strutture sono suddivise in funzione di

→ TIPOLOGIA DELLA TRAVE PRINCIPALE

→ TIPOLOGIA DI COPERTURA, realizzata con tegoli appoggiati sulla trave principale

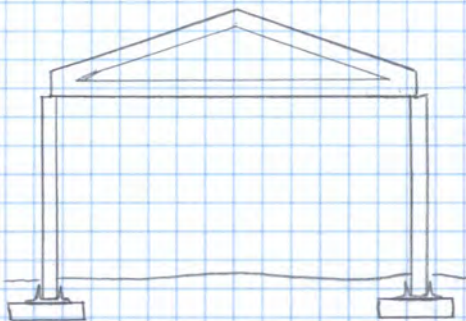
In fatti, la struttura si caratterizza tipicamente di colonne prefabbricate che finiscono in plinti a bicchiere prefabbricati, collegate in una direzione tramite una trave a I.

Sopra ci sono degli elementi secondari di copertura (tegoli), posizionati in direzione perpendicolare alla trave e che poggiano sulla trave.

Si nota che gli edifici industriali sono concepiti solo x azioni verticali, ma non x azioni laterali importanti come i sistemi (il vento conta poco perché l'altezza è piccola).

Esistono diverse soluzioni strutturali:

→ **trave a doppia pendenza** (soluzione più usata)



Essa è una trave a intradosso piano ed estradosso a doppia pendenza e altezza variabile, in modo da seguire il diagramma di momento.

In fatti questa è una trave a 2 appoggi, avente massimo momento al centro, x cui si dà maggiore altezza e dunque maggiore resistenza al centro

⇒ si coniugano esigenze funzionali (allontanamento delle acque) ed esigenze strutturali

La trave è precompressa e presenta una sezione a I, avente

→ BULBO INFERIORE, che è allargato x ospitare tutta l'armatura (zona tesa)

→ ANIMA, che porta il carico

→ BULBO SUPERIORE, allargato poiché serve a dare del calcestruzzo compresso (occorre grande resistenza)

Le travi sono posizionate con un interasse tipico di $6 \div 12$ m e portano luci x un range ampio, da 10 m a 40 m (vincolo di trasporto). La luce è tarata in base ad altezza, precompressione, etc.

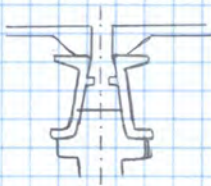
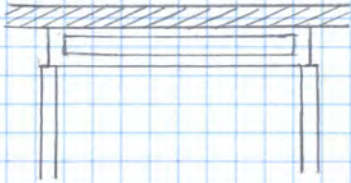
→ travi piane ad altezza costante

Esse sono travi a I o a H (base più ampia) prive di doppia pendenza, a cui

→ strutturalmente, non si sfrutta l'altezza variabile e dunque funziona di meno, infatti essa si usa a luci minori

→ è più pesante (l'altezza è unica)

→ occorre concepire l'allontanamento delle acque in modo diverso (ad es. conferendo una pendenza longitudinale)



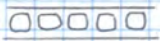
A volte si può usare una trave a H realizzata in modo tale che si forma una cupessa. Qui l'acqua è convogliata con un massetto di pendenza realizzato anche in calcestruzzo alleggerito non strutturale (con aggregati in argilla espansa - fa solo da materiale di riempimento a fare pendenza, con $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$) o strutturale ($\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$).

La copertura si realizza con elementi secondari impermeabilizzati

→ tegoli a T



→ tegoli con profilo ad arc (possono anche essere usati su travi a doppia pendenza, ma lì hanno problemi di ribaltamento)



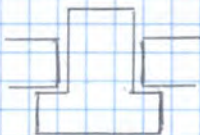
→ pannelli alveolari

→ TRAVI A Y, su cui possono poggiate dei lucernari. Però hanno problemi di collegamento, carenze nell'effetto diaframma e ridotta rigidità torsionale poiché sottili

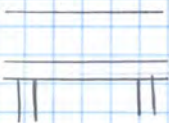


→ ELEMENTI SHED, cioè elementi prefabbricati che permettano l'illuminazione ma hanno bassa resistenza a torsione.

→ trave rovescia (soluzione molto usata)



Essa è una trave a T rovescia e funziona in modo sbagliato dal punto di vista strutturale. Infatti, in una struttura in cemento armato che lavora in semplice appoggio, occorre avere tanto materiale nella zona compressa e poco in quella tesa (qui lavora poco), in modo da ottimizzare la risposta strutturale.



Facendo una sezione, si nota che il tegolo poggia direttamente sull'alz della trave e dunque si riduce il pacchetto della struttura, poiché il tegolo sta all'interno della trave e non poggia sopra

⇒ SI RIDUCE L'ALTEZZA COMPLESSIVA DELL'OPERA

DURABILITÀ DELLE STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO

1. Esso è un aspetto fondamentale, che si è però introdotto solo negli ultimi 20 anni, mentre prima non si immaginava che il cemento armato avesse problemi di durabilità.
Il grosso del problema, in questo caso, si lega alla corrosione delle armature presenti al suo interno.

2. Durabilità:

essa indica la conservazione nel tempo delle caratteristiche fisiche e meccaniche del materiale e della struttura e si parla di:

→ durabilità del materiale:

essa è la capacità di durare nel tempo e di resistere alle azioni aggressive dell'ambiente in cui si trova.

Un calcestruzzo di buona qualità, se non ci sono aggressioni, migliora lentamente nel tempo a livello di modulo elastico e resistenza (crescono di un ordine del 10%), grazie al continuo processo di reazione acqua-cemento che produce sempre più cemento idratato.

→ durabilità della struttura (interessa di più):

essa è la capacità di garantire il servizio per cui la struttura è progettata e la relativa sicurezza per il periodo di vita atteso.

La struttura infatti deve avere determinate caratteristiche di deformabilità, fessurazione, probabilità di insuccesso, etc. e deve mantenerle nel tempo e essere durevole.

Il tempo non è illimitato ma si progetta la struttura per una certa durata di vita attesa, relativamente a cui si definiscono azioni e resistenze.

PERIODO DI VITA ATTESA → strutture ordinarie 50 anni

→ strutture importanti 100 anni

→ strutture fondamentali (es. centrali nucleari) 200 anni

OSSERVAZIONE: la durabilità del materiale è condizione necessaria ma non sufficiente a garantire la durabilità della struttura.

Ciò è dovuto alla presenza di cause di degrado strutturali non imputabili alla bassa durabilità del materiale.

In riferimento alle strutture esistenti, esistono diverse cause di degrado e i vari casi:

→ 42% x calcestruzzo non ben confezionato

→ 22% x cattiva messa in opera

→ 12% x errori di progettazione

→ 8% x sovraccarichi non adeguati

→ 7% x fondazioni

→ 4% x incendi

→ 5% x altro

Scelta del calcestruzzo

1 Innanzitutto, il calcestruzzo è composto (se è 1 m³) da

- 300 kg di cemento
- aggregati (quantità non univoca)
- 150 kg di acqua
- additivi, cioè sostanze aggiunte a variare le caratteristiche fisiche o chimiche del calcestruzzo.

Queste quantità sono definite dal confezionatore (che progetta la miscela), il quale necessita di alcuni dati che devono essere specificati dal progettista e riportati nella tavola progettuale

- **classe di resistenza** (il confezionatore non sa la resistenza voluta)
- **classe di esposizione** (il confezionatore non sa in quale ambiente si trova)
- **dimensione nominale massima degli aggregati** (il confezionatore non sa la dimensione dell'elemento strutturale)
- **classe di consistenza**
- **classe di contenuto di cloruri**

Il confezionatore, in base a queste indicazioni e alle norme, progetta la ricetta definendo il calcestruzzo.

Il progettista poi controlla se esso è messo in opera in modo adeguato.

2 **Classe di resistenza**

Il calcestruzzo è un materiale avente un ampio range di resistenza e si classifica in funzione della **resistenza a compressione**.
Questa è misurata sperimentalmente su dei campioni che, a livello di norma (essa fissa le condizioni al contorno x confrontare le diverse prove), hanno diverse dimensioni

→ CILINDRO $h = 300 \text{ mm}$ $\phi = 150 \text{ mm}$

⇒ si misura la **resistenza cilindrica** f_c

→ CUBO $\ell = 150 \text{ mm}$

⇒ si misura la **resistenza cubica** R_c

In realtà, dal punto di vista progettuale, si usano i valori caratteristici f_{ck} e R_{ck} , ossia il frattile al 5% della distribuzione delle resistenze del calcestruzzo (il 95% dei provini supera quel valore).

La classe di resistenza del calcestruzzo si identifica dunque come

$$C [f_{ck}] / [R_{ck}]$$

L'Eurocodice prevede diverse classi di resistenza e, siccome in molti paesi europei ci si riferisce a f_{ck} , le classi di resistenza vanno divisi di 5 in 5 nella f_{ck} (eccetto le prime).

Durabilità delle strutture in cemento armato

EN1992.1 - EN206



Classe di resistenza a compressione	Resistenza caratteristica cilindrica minima $f_{ck,cyl}$ N/mm ²	Resistenza caratteristica cubica minima $f_{ck,cube}$ N/mm ²
C8/10	8	10
C12/15	12	15
C16/20	16	20
C20/25	20	25
C25/30	25	30
C30/37	30	37
C35/45	35	45
C40/50	40	50
C45/55	45	55
C50/60	50	60
C55/67	55	67
C60/75	60	75
C70/85	70	85
C80/95	80	95
C90/105	90	105
C100/115	100	115

NTC2008



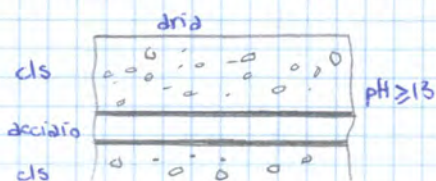
CLASSE DI RESISTENZA
C8/10
C12/15
C16/20
C20/25
C25/30
C28/35
C 32/40
C35/45
C40/50
C45/55
C50/60
C55/67
C60/75
C70/85
C80/95
C90/105



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

7

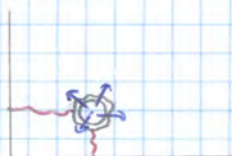


Quando il pH scende a 12, lo strato passivante che si forma sulla barra può essere alterato e può causare la rottura del film protettivo. Da qui, in determinate condizioni ambientali, può avvenire corrosione.

La corrosione consiste nell'ossidazione della barra d'armatura (arrugginimento) e l'ossido occupa un volume maggiore rispetto all'acciaio originale.

⇒ man mano che l'ossidazione progredisce, nascono delle pressioni verso l'esterno dovute all'aumento di volume delle barre ossidate. Tali pressioni mandano localmente in compressione il calcestruzzo e nascono delle FESSURE LONGITUDINALI PARALLELE ALLE BARRE.

↳ la fessura è conseguenza della corrosione e non il motivo.



Alla lunga, avvengono rigonfiamenti e distacchi del copri ferro originale che espongono maggiormente l'armatura e peggiorano la situazione.

Esistono 2 fattori ambientali importanti che promuovono il processo di corrosione.

→ **carbonatazione:**

è un fenomeno chimico che varia la composizione chimica del calcestruzzo a diretto contatto con l'anidride carbonica.

Di x se il calcestruzzo carbonatato non è meno resistente rispetto a quello normale (anzi è più duro), ma c'è una RIDUZIONE DEL pH.

Pertanto, può avvenire la rottura del film passivante e, in presenza di altre condizioni ambientali, può determinare la corrosione.



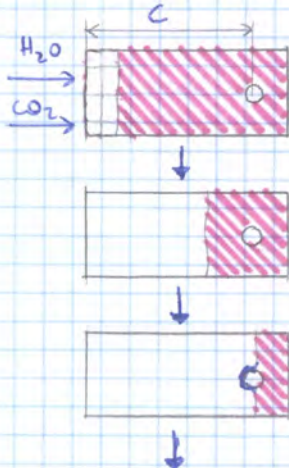
↳ la carbonatazione non crea problemi se non c'è l'armatura.

Si dimostra che l'anidride carbonica penetra all'interno del calcestruzzo secondo una legge di radice.

$$s = k\sqrt{t}$$

k = costante dipendente dalle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo (porosità).

Sperimentalmente, la carbonatazione si valuta con il test della fenolftaleina:



si tratta una carota di calcestruzzo con la sostanza e la zona non carbonatata assume colore rosa, mentre la zona carbonatata non cambia colore. In tal modo, si legge visivamente la zona di penetrazione.

Nella carbonatazione, l'acqua e l'anidride carbonica presenti nell'atmosfera penetrano gradualmente all'interno della struttura e si accresce la parte carbonatata. Quando arriva

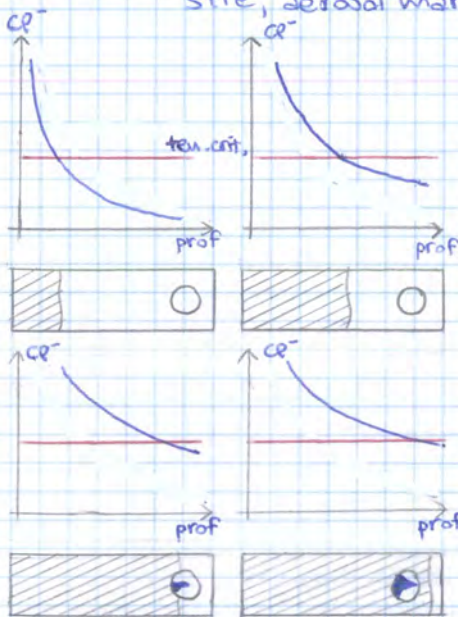
→ cloruri:

è un altro fenomeno che rompe il film protettivo e causa la corrosione delle armature.

I cloruri sono presenti all'interno del calcestruzzo x 2 motivi

→ all'interno x via del confezionamento, poiché sono presenti in una componente (acqua, aggregati non lavati in modo da rimuovere i sali, additivi non conformi).
Il confezionamento deve garantire che non ci sia una grande quantità di cloruri.

→ PENETRAZIONE DALL'AMBIENTE ESTERNO (più tipico) poiché la struttura può essere a diretto contatto con acque marine o salmastre, aerosol marino o sali disgelanti.



La situazione è simile alla carbonatazione e si definisce un **tensione critica di cloruri**.

quando gli ioni cloruri sono al di sotto di tale tensione, non c'è corrosione perché il film non è intaccato.

Quando penetrano, la zona in cui si supera il tensione aumenta sempre di più, fino ad arrivare in corrispondenza dell'armatura e innescare la corrosione.

Tra l'altro, se nella carbonatazione la corrosione è diffusa e uniforme, con i cloruri avviene una **corrosione localizzata** (pitting) in cui c'è un danneggiamento localizzato.

Il pericolo è maggiore poiché, se la corrosione è graduale e uniforme nella carbonatazione, ora è locale (difficile da trovare) e insidiosa.

questa è la situazione tipica, ma se ci sono molti cloruri, la corrosione è più uniforme

Questo problema si verifica nelle zone a intermittenza (ZONA DI SPLASH)

III Cicli di gelo-disgelo:

nel passaggio liquido-solido, l'acqua aumenta il suo volume del 9%.
I cicli di variazione di volume possono danneggiare il calcestruzzo.

Il problema è difficile da risolvere

→ si può impedire l'ingresso d'acqua e evitare eccedenze d'acqua durante la costruzione

→ si inserisce un adeguato SISTEMA DI MICROBOLLE D'ARIA, che lascia uno spazio che sarà occupato dall'acqua quando aumenterà di volume.

→ Fondazioni: XC2

In realtà, le diverse strutture possono essere raggruppate

→ XD: le sottoclassi si definiscono in base all'UMIDITÀ

→ XD1: umidità moderata

→ XD2: bagnato

→ XD3: bagnatura ciclica

In base alla classe di esposizione ambientale, la norma impone dei limiti in

QUANTITÀ
→ TIPO DI CEMENTO

→ RAPPORTO a/c

} definiti dal confezionatore

→ **copriferro** → definito dal progettista

In generale, all'aumentare dell'intensità delle azioni ambientali, si ha

→ AUMENTO DELLA QUANTITÀ DI CEMENTO

→ MINOR RAPPORTO a/c (così il calcestruzzo è meno poroso)

→ AUMENTO DELLO SPESSORE DEL COPRIFERRO



su questi parametri si agisce x aumentare la durabilità

In particolare, la norma EN206 definisce in funzione della classe di esposizione

→ massimo rapporto a/c che il confezionatore può usare

→ minima classe di resistenza:

se si usasse una classe inferiore, nascerebbero problemi contabili poiché tale miscela sarebbe bocciata e il progettista dovrebbe pagare la resistenza.

Pertanto, quando si seleziona il calcestruzzo, dalla classe di esposizione si trova la classe minima di resistenza

→ contenuto minimo di cemento

→ contenuto minimo di aria

$\Delta C_{dur, \gamma}$ = incremento legato a un contributo \times la sicurezza dell'elemento (in Italia, il valore raccomandato è 0), \times acciaio inox (vale 0) e protezioni aggiuntive (vale 0)

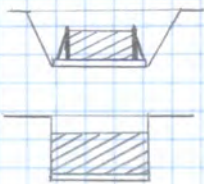
ΔC_{dev} = TOLLERANZA tipicamente compresa tra 0 e 10 mm e legata ai controlli di qualità

→ controlli sulla misura del copriferro in fase di realizzazione

$$\Delta C_{dev} = 5 \div 10 \text{ mm}$$

→ controlli di qualità con eliminazione dell'elemento, se non conforme

$$\Delta C_{dev} = 0 \div 10 \text{ mm} \rightarrow \times \text{gli elementi prefabbricati si parte da 5 mm}$$



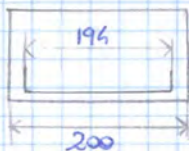
→ getti a contatto con superfici irregolari, dove la deviazione è importante (es. magrone e fondazioni senza casseri o pali di fondazione).

$$\Delta C_{dev} = 60 \div 75 \text{ mm}$$

Tipicamente, il copriferro vale $20 \div 40 \text{ cm}$.

Come si assicura il copriferro?

Sui casseri si mettono dei **distanziali**, cioè elementi che staccano il ferro dalla base e danno una certa distanza da esso.



$$\Rightarrow c = 30 \text{ mm}$$

In altre situazioni, ciò è già garantito dalla lunghezza del ferro che, in progetto, tiene conto del copriferro.

4 Errori progettuali e costruttivi.

la durabilità non è determinata solo dall'ambiente ma anche da errori progettuali (dal progettista) e costruttivi (interessano come costruttori).

Esistono alcuni problemi tipici

→ **sistemi di raccolta acque:**

esso è un problema tipico delle strutture aventi parti esposte.

Ogni volta che si costruisce una struttura all'aperto e che è soggetta a pioggia, infatti, occorre pensare come raccogliere le acque e allontanarle, tenendo poi conto che le opere strutturali preposte alla gestione dell'acqua debbano avere una durata di vita ben inferiore rispetto alla struttura.

Inoltre, occorre anche gestire l'allontanamento delle acque, evitando che ci sia percolazione lungo i pilastri e cercando di trattare le acque sporche prima di rilasciarle.

Durabilità delle strutture in cemento armato

prospetto 4.3N Classificazione strutturale raccomandata

Classe Strutturale							
Criterio	Classe di esposizione secondo il prospetto 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1	XD2 / XS1	XD3 / XS2 / XS3
Vita utile di progetto di 100 anni	aumentare di 2 classi	aumentare di 2 classi	aumentare di 2 classi	aumentare di 2 classi	aumentare di 2 classi	aumentare di 2 classi	aumentare di 2 classi
Classe di resistenza ^{1) 2)}	≥C30/37 ridurre di 1 classe	≥C30/37 ridurre di 1 classe	≥C35/45 ridurre di 1 classe	≥C40/50 ridurre di 1 classe	≥C40/50 ridurre di 1 classe	≥C40/50 ridurre di 1 classe	≥C45/55 ridurre di 1 classe
Elemento di forma simile ad una soletta (posizione delle armature non influenzata dal processo costruttivo)	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe
È assicurato un controllo di qualità speciale della produzione del calcestruzzo	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe	ridurre di 1 classe

Note al Prospetto 4.3N

- 1) Si considera che la classe di resistenza e il rapporto a/c siano correlate. È possibile considerare una composizione particolare (tipo di cemento, valore del rapporto a/c, fini) con l'intento di ottenere una bassa permeabilità.
- 2) Il limite può essere ridotto di una classe di resistenza se si applica più del 4% di aria aggiunta.

POLITECNICO
DI TORINO
DISEGLuca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

31

Durabilità delle strutture in cemento armato

prospetto 4.4N Valori del copriferro minimo, $c_{min,dur}$, requisiti con riferimento alla durabilità per acciai da armatura ordinaria, in accordo alla EN 10080

Requisito ambientale per $c_{min,dur}$ (mm)							
Classe strutturale	Classe di esposizione secondo il prospetto 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

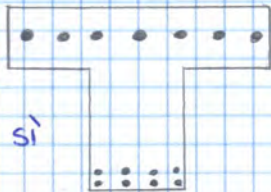
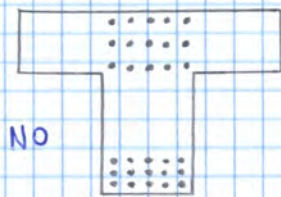
prospetto 4.5N Valori del copriferro minimo, $c_{min,dur}$, requisiti con riferimento alla durabilità per acciai da precompressione

Requisito ambientale per $c_{min,dur}$ (mm)							
Classe strutturale	Classe di esposizione secondo il prospetto 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
S1	10	15	20	25	30	35	40
S2	10	15	25	30	35	40	45
S3	10	20	30	35	40	45	50
S4	10	25	35	40	45	50	55
S5	15	30	40	45	50	55	60
S6	20	35	45	50	55	60	65

POLITECNICO
DI TORINO
DISEGLuca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

32

→ disposizione delle armature



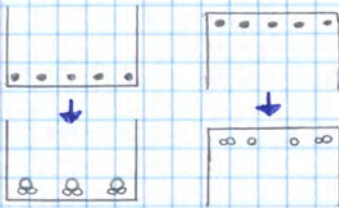
Se si addensano le armature, il sistema funziona dal punto di vista teorico ma non da quello pratico in quanto, essendo le armature troppo vicine e in numero eccessivo, il calcestruzzo non riesce a coprire l'intera sezione.

Il calcestruzzo, infatti, non scorre come l'acqua (anche nel caso che sia ben lavorabile), ma è sempre un materiale viscoso e fatica a superare determinati ostacoli e ad arrivare agli angoli.

In particolare, quando arriva al cantiere, il calcestruzzo presenta il 10% di volumetria di aria a causa del continuo rimesciamento durante il trasporto.

Questa è eliminata dopo il getto nella vibrazione e del calcestruzzo, in cui si inserisce un ago in modo che il calcestruzzo occupi tutto lo spazio a disposizione e l'aria intrappolata fuoriesca (questa non è gradita perché non ha resistenza). Perché avvenga la vibrazione, deve poter entrare nella sezione uno spillo avente diametro di 4 cm. Se l'armatura fosse distanziata a meno di 4 cm, questa impedirebbe la vibrazione.

⇒ SI DISPONE L'ARMATURA SUPERIORE IN MODO CHE PASSI IL VIBRATORE;
SI DISPONE L'ARMATURA INFERIORE IN MODO CHE SI INFILI IL CALCESTRUZZO.



Per allontanare le barre, si cerca di creare dei GRUPPI DI BARRE DISTANZIATE sia nell'armatura inferiore che in quella superiore.

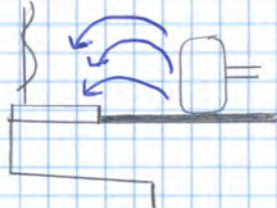
Queste saranno penalizzate x via della minore aderenza (occorre mettere più barre) ma la struttura funziona molto meglio.

→ spigoli



Questi sono elementi che, negli ambienti costruttivi, devono essere possibilmente eliminati.

→ banchina



Siccome il blocco costruttivo è impermeabilizzato, il corbello laterale è soggetto a schizzi e si trova nella situazione peggiore (occasionalmente bagnato). Occorre dunque utilizzare calcestruzzi a maggiori prestazioni e copriferro più alto.

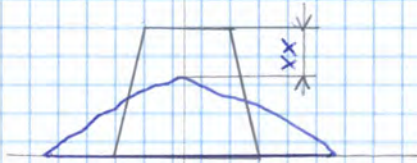
⇒ accorgimenti progettuali che anticipano le problematiche

6 Classe di consistenza:

essa è direttamente collegata alla lavorabilità.

Il calcestruzzo deve essere di buona qualità, sia dal punto di vista della risposta nei confronti della carbonatazione o dell'ingresso di sostanze aggressive. Per questo motivo, deve presentare un massimo rapporto a/c , che si riduce in funzione della classe di esposizione. In questo modo, però, il calcestruzzo è meno fluido ed è più difficile fargli assumere la configurazione finale.

Esistono tanti metodi standard x misurare la lavorabilità, tra cui c'è l'abbassamento del cono.



Il metodo prevede di riempire un cono con il calcestruzzo e successivamente di guastarlo. Sotto il peso proprio, il cono si abbassa e spaccia.

In funzione dell'entità dell'abbassamento, si definisce la classe di consistenza e la si indica come

S xx

xx = abbassamento in mm

Esistono diverse classi di consistenza, da quelle asciutte a quelle più umide.

Si può notare che l'aggiunta di acqua comporta un incremento della lavorabilità, a scapito di una serie di prestazioni. Per gestire questo problema, a partire dalla classe di esposizione si definisce il massimo rapporto a/c . In base poi al contesto in cui si lavora, si ricava la classe di consistenza. Sapendo che il rapporto a/c è vincolato a un valore massimo, occorre inserire dei FLUIDIFICANTI.

- ↳ costo maggiore
- ↳ evitare problemi, occorre dare tutti i parametri
 - se ci si focalizza sulla sola classe di esposizione, si ottiene un calcestruzzo troppo duro
 - se ci si focalizza sulla sola classe di consistenza, si ottiene un calcestruzzo poco resistente e poco durevole.

TIPICHE CLASSI DI CONSISTENZA

- solette di rampe di scale
- elementi orizzontali
- pilastri

S3 ÷ S4

S4 ÷ S5

S4 → facile da vibrare

→ Calcestruzzi autocompattanti (SCC):

un calcestruzzo, x essere compattato in maniera adeguata, necessita della vibrazione.

Negli SCC non è necessario perché questi sono molto fluidi (simili all'acqua) e possono occupare liberamente tutti gli spazi compresi tra i casseri.

Essi presentano un cemento a granulometria molto fine con superfluidificante.

Siccome sono molto fluidi, non si usa la prova del cono x valutare la consistenza poiché non si può misurare l'altezza del calcestruzzo dopo lo spandimento. Si misura invece il diametro del cono.

VANTAGGI → risparmio di tempo

→ risparmio di manodopera

→ minori rischi x la salute degli operatori

} poiché non c'è vibrazione

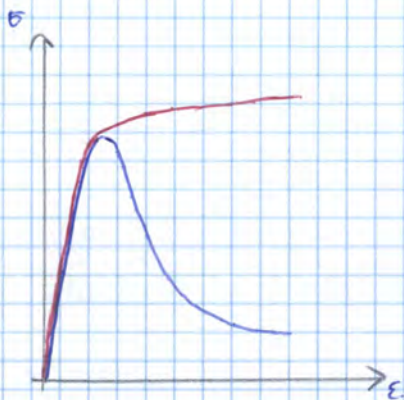
SVANTAGGI → il costo superiore (30 ÷ 40% in più rispetto di calcestruzzi ordinari) si può recuperare con il risparmio che si ha x la mancata vibrazione

SVANTAGGI → calcestruzzi più sensibili, ossia questi presentano una dispersione maggiore rispetto a quelli tradizionali tra il calcestruzzo che entra nella betoniera e il calcestruzzo che esce.

→ Calcestruzzi Fibro-rinforzati:

Sono calcestruzzi in cui, x risolvere il problema della bassa resistenza a trazione del calcestruzzo, si inseriscono fibre di acciaio, vetro o polimeriche. Le fibre hanno diverse dimensioni e diverse forme.

Ciò consente di AUMENTARE LA DUTILITÀ A TRAZIONE del calcestruzzo



→ serve sempre un'armatura, ma si migliorano alcune caratteristiche come il comportamento a trazione, non tanto a livello di resistenza massima ma come duttilità a trazione del calcestruzzo

→ senza le fibre, si ha comportamento fragile. In particolare, si ha un picco ma poi cominciano a nascere fessure e la resistenza a trazione diminuisce

→ con le fibre, se queste hanno un determinato comportamento e riescono a "coprire" le fessure in modo adeguato, si ottiene un comportamento praticamente plastico e duttile in trazione

Il comportamento dipende poi da quantità e tipo di fibre.

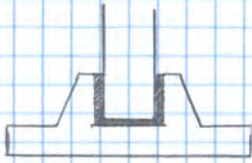
VANTAGGI → resistenza a fessurazione

→ maggiore tenacità

→ maggiore resistenza agli urti

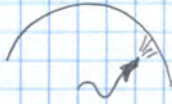
SVANTAGGI → nel caso delle fibre in acciaio, ci sono problemi con il fuoco

APPLICAZIONI



Essi si usano ogni volta che occorre fare un **GETTO** di **COMPLETAMENTO**.
In questo caso, si usa una malta espansiva che, essendo fluida, occupa tutto lo spazio disponibile e poi si espande. Così si garantisce il perfetto contatto tra gli elementi.

→ **calcestruzzo proiettato**



Esso è un calcestruzzo molto fluido e a comportamento **tixotropico** (ad attacco verticale) e con aggregato molto fine.
Esso è iniettato da un ugello e con esso si realizzano strati di calcestruzzo di piccola spessore ($2 \div 3$ cm).
Nel caso di pareti più spesse, si fanno più passate.

Esso si usa tipicamente nelle **GALLERIE** durante la fase di scavo, siccome occorre gettare subito in modo da evitare il distacco di porzioni di roccia.

VANTAGGI → non servono casseri

SVANTAGGI → Forte variabilità delle caratteristiche meccaniche e, a questo, il calcestruzzo proiettato va bene solo a un transitorio.

8 Acciaio

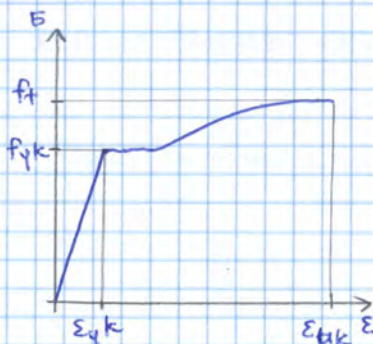
È il **I** materiale che interviene nelle strutture in cemento armato.
Ci si focalizza sugli acciai ordinari.

Gli acciai ordinari sono definiti nell'EN 10080 e l'EC2 riporta una tabella con le caratteristiche degli acciai.

→ **TENSIONE DI SNERVAMENTO**

$$f_{yk} = 400 \div 600 \text{ MPa}$$

→ **CLASSE DI DUTTILITÀ**, indicata con una lettera alla fine (es. B450 B) che si lega all'allungamento a rottura.



La legge costitutiva è una legge di tipo elasto-plastico con un tratto elastico fino a f_{yk} .
Segue un tratto a tensione costante dove la deformazione aumenta.
C'è poi un tratto di incrudimento fino a una tensione di rottura.

$$f_t = k f_{yk}$$

e una deformazione caratteristica ultima ϵ_{tk} .
Il tratto discendente finale è fittizio perché, durante la prova, una barra in acciaio di sezione A_0 è soggetta a una forza F .
La tensione che si calcola è

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

In funzione della duttilità, si individuano 2 tipi di acciaio

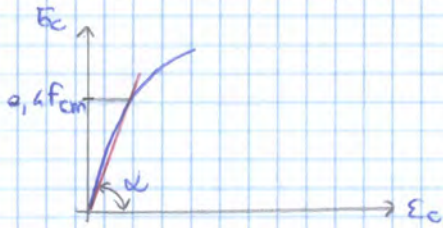
→ B450C: si usa in barre di diametro $6 \div 40$ mm e x le strutture principali
(è molto duttile ed è idoneo nelle zone sismiche)

→ B450A

→ B450A: si usa solo in barre di diametro $5 \div 10$ mm e x le reti

In genere, si usano barre aventi diametro compreso tra 6 mm e 40 mm.
Tipicamente, si usano diametri fino a 26 mm; oltre i 30 mm, è difficile trovare tutti i diametri.

→ MODULO ELASTICO



Per convenzione, non ci si riferisce al modulo tangente iniziale ma al modulo secante corrispondente al valore di tensione σ_c .
Il modulo elastico vale

$$E_{cm} [\text{GPa}] = 22 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3}$$

GRANDEZZE CARATTERISTICHE DI DEFORMAZIONE

I valori in campo strutturale sono negativi, (corrispondono ad accorciamenti - lo stesso vale x le resistenze) e sono valutati in %

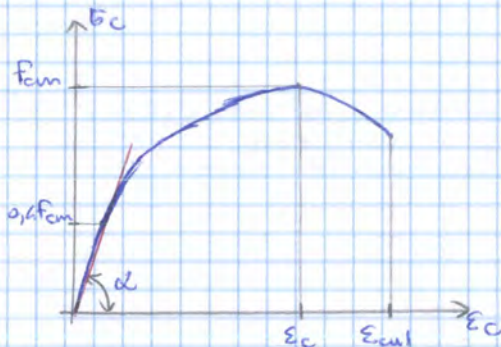
→ DEFORMAZIONE ALLA MASSIMA TENSIONE

$$\epsilon_{ci} = 0,7 f_{cm}^{0,31} < 2,8$$

→ DEFORMAZIONE ULTIMA

$$\epsilon_{cul} = \begin{cases} 2,8 + 27 \left(\frac{98 - f_{cm}}{100} \right)^4 & f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \\ 3,5 & f_{ck} < 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

LEGGE COSTITUTIVA



La legge costitutiva del calcestruzzo è complessa. Se si valuta in compressione, si nota che il legame è non lineare anche a bassi livelli di carico. D'altra parte, fino a una tensione di circa $0,5 f_{ck}$, la non linearità può essere trascurata dal punto di vista del calcolo.

in realtà, nella SUE si considera la non linearità fin dall'inizio; nella SLE, siccome si è in esercizio, si considera comportamento elastico-lineare.

Il legame costitutivo presenta poi un ramo di SOFTENING, cioè a un certo punto si riduce la tensione necessaria a applicare la deformazione. Per ottenere una curva dente questa forma, si ricorre alla prova a controllo di deformazione:

si schiaccia il campione tra 2 piatti e si impone un accorciamento del provino (controllo degli spostamenti). La macchina dà poi la tensione di risposta (letta dalla pressione dell'olio) che è necessaria a ottenere quello spostamento. Per questo motivo, la deformazione è la variabile indipendente.

Per questo motivo, la deformazione si trova sull'asse delle ascisse in quanto è la variabile indipendente. Del resto, il legame deformazione - tensione $\epsilon = \epsilon(\sigma)$ non è una funzione (a una tensione non si associa un unico valore di deformazione). Viceversa, il legame $\sigma = \sigma(\epsilon)$ è una funzione.

Se si eseguisse una prova a controllo di tensione, non si vedrebbe il ramo di softening.

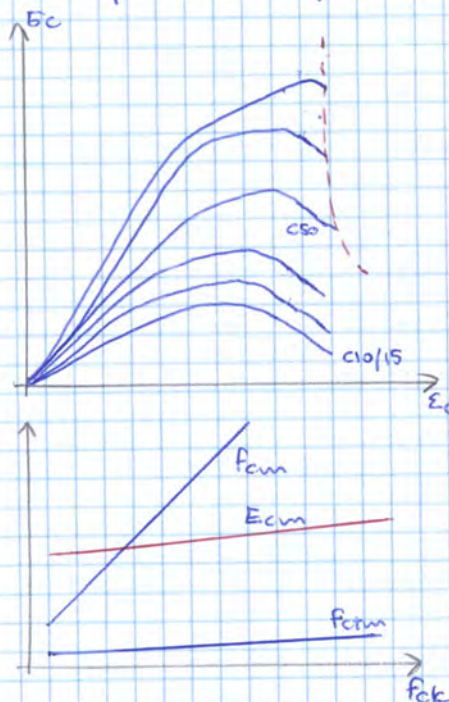
La curva sforzo-deformazione è descritta dall'equazione di Sargin

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad \text{per } 0 < |\epsilon_c| < |\epsilon_{cu}|$$

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{ci}}$$

$$k = 1,05 E_{cm} \frac{|\epsilon_{ci}|}{f_{cm}} \rightarrow \text{basta conoscere } f_{ct}$$

L'equazione è tipicamente usata x il calcolo non lineare.



Se si traccia la legge costitutiva di Sargin, si ottiene un grafico che varia al variare della resistenza a compressione, cioè di f_{ck} . In particolare, all'aumentare della classe di resistenza

→ aumenta il modulo elastico

→ aumenta la deformazione a cui si arriva al picco di resistenza e aumenta il massimo ($f_{cm} = f_{ck} + 8$)

→ diminuisce la deformazione ultima, cioè quella a cui avviene rottura. Il materiale è dunque più fragile

Valutando nel dettaglio la variazione dei parametri di resistenza in funzione della resistenza caratteristica f_{ck} , si ha

→ f_{cm} : varia da 1 a 5 MPa in modo quasi lineare

→ E_{cm} : varia da 27 a 44 GPa in modo quasi lineare

→ f_{cm} : varia linearmente poiché essa vale $f_{ck} + 8$

INVECCHIAMENTO

Il calcestruzzo è un materiale invecchiante e i parametri di resistenza variano nel tempo.

Infatti, i valori con cui si definiscono le classi di resistenza e si fanno le verifiche, sono riferite a un tempo convenzionale di 28 giorni.

Se si volesse sapere come evolve la resistenza del calcestruzzo e dunque avere la resistenza in tempi diversi (sia superiori che inferiori a 28 giorni), si può usare la relazione

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$$

f_{cm} = resistenza a 28 giorni

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right]}$$

s = coefficiente che è funzione del tipo di calcestruzzo.

I calcestruzzi confezionati hanno una diversa evoluzione della resistenza nel tempo e, a questo, si definiscono le classi NORMALE N, RAPIDO R e LENTO S.

A 3 giorni, il rapido ha già il 66% della resistenza a 28 giorni, il normale ne ha il 60% e il lento il 53%.

A 28 giorni, tutti hanno la resistenza f_{ck} .

A 1 anno, il rapido ha il 15% di resistenza in più rispetto a f_{ck} , il normale ne ha il 14% e il lento ne ha il 31%.

LEGGE COSTITUTIVA DI RIFERIMENTO



Nel calcolo allo SLD, si considera un legame costitutivo di tipo semplificato rispetto a Sargini, con la **legge parabolo-rettangolo**. Essa presenta un tratto parabolico da 0 a deformazione ϵ_{c2} , seguito da un tratto a tensione costante pari a f_{cd} fino alla deformazione ϵ_{cu2} .

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] & \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \\ f_{cd} & \epsilon_{c2} < \epsilon_c < \epsilon_{cu2} \end{cases}$$

$$\epsilon_{c2} = \begin{cases} 2,0 + 0,085 (f_{cm} - 50)^{0,53} & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \\ 2,0 & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\text{‰}]$$

$f_{ck} > 50 \text{ MPa}$

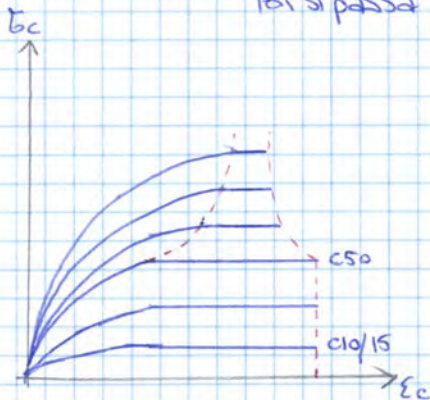
$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$

$$\epsilon_{cu2} = \begin{cases} 2,6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \\ 3,5 & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\text{‰}]$$

$f_{ck} > 50 \text{ MPa}$

$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$

n : fino a $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$, essa vale 2 e si ha una parabola. Poi si passa a una curva con potenza inferiore a 2.



Questa è una legge costitutiva riferita non ai valori caratteristici ma ai valori di calcolo e tiene conto degli effetti a lungo termine e del coefficiente di sicurezza, che intervengono nell'approccio semiprobabilistico.

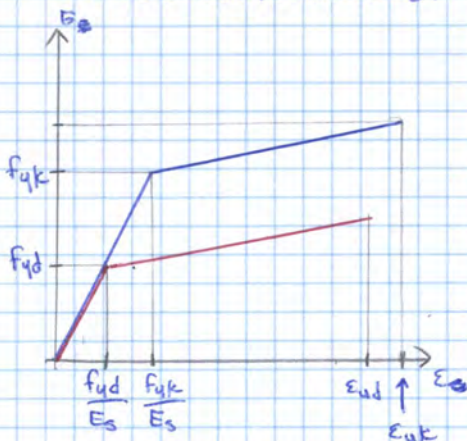
Tipicamente, si opera con calcestruzzi sotto C50, a cui si ha

$$\epsilon_c = 2,0 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$$

2 Acciaio

LEGGE COSTITUTIVA DI RIFERIMENTO



La legge costitutiva che si considera è di tipo elasto-plastico.

Se ci si riferisce ai valori caratteristici, il comportamento è elastico lineare fino a f_{yk} . In seguito, la pendenza si riduce e ciò indica che si è passati a un comportamento plastico.

La curva procede con andamento lineare fino alla deformazione ultima ϵ_{uk} .

Si può anche ragionare con i valori di calcolo, dividendo le tensioni caratteristiche x γ_s , con

$$\gamma_s = 1,15$$

Nel calcolo, infatti, si usa f_{yd} . Il modulo elastico vale tipicamente

$$E_s = 200.000 \text{ MPa}$$

Stato limite ultimo per flessione e sforzo normale

Come in tutti i modelli resistenti che si usano, esistono delle IPOTESI BASE che devono essere rispettate

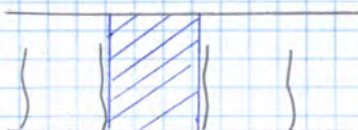
→ conservazione della planarità delle sezioni fino a collasso:

è un'ipotesi tipicamente fatta in campo elastico, come anche in campo plastico e x le strutture in cemento armato.

In realtà, x le strutture in cemento armato c'è qualche dubbio sulla correttezza dell'ipotesi:

se si considera un concio di trave in cemento armato soggetto a momento costante, sperimentalmente si può vedere che nasce una serie di fessure.

Il comportamento della sezione è diverso a seconda che si consideri la sezione in corrispondenza della fessura o la sezione dove non c'è.



→ in corrispondenza della fessura, la sezione non è piana perché c'è uno scorrimento relativo tra armatura e calcestruzzo per poter creare la fessura. Inoltre, non vale l'ipotesi di continuità.

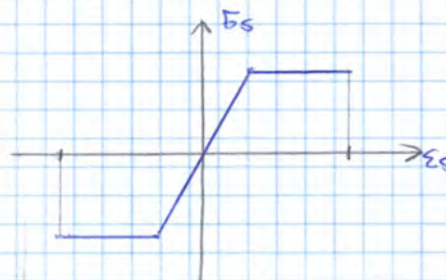
→ quando ci si allontana dalla fessura, l'ipotesi di planarità è sempre più valida.

Con buona approssimazione, se si media che cosa succede nel campo compreso tra 2 fessure consecutive, l'ipotesi di planarità è verificata fino a collasso. In questo senso, l'ipotesi non è valida puntualmente in corrispondenza di tutte le sezioni, ma è valida globalmente come comportamento medio sul tratto compreso tra 2 fessure.

→ l'ipotesi di planarità implica una coincidenza della deformazione tra acciaio e calcestruzzo circostante, sia in trazione che in compressione. Ciò è dovuto alla perfetta aderenza calcestruzzo-acciaio. Tale aspetto vale mediamente ma non localmente poiché, in corrispondenza delle fessure, avviene uno scorrimento relativo.

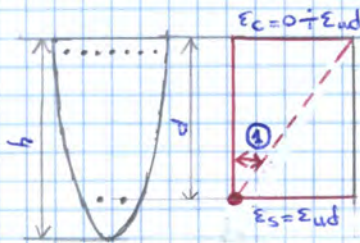
→ nonostante il calcestruzzo abbia una deformazione a trazione, si ignora la resistenza a trazione del calcestruzzo.

→ la risposta del materiale avviene in termini delle leggi costitutive di progetto (legge parabola-rettangolo x il calcestruzzo; legge elastica-perfettamente plastica in trazione e compressione x l'acciaio)



In base a questo, si può definire una serie di configurazioni di SLU che delimitano una serie di **campi**, cioè diverse situazioni dove può lavorare la sezione in cemento armato.

→ Campo 1



Si consideri una sezione simmetrica rispetto all'asse verticale e armata superiormente e inferiormente.
Si assume che il lato più teso sia quello inferiore.
Si indicano con h l'altezza complessiva della sezione e con d la distanza tra l'armatura più tesa e il lembo opposto della trave.

Un campo non è altro che un campo compreso tra 2 configurazioni deformate

→ la prima corrisponde ad avere tutte le fibre della sezione che lavorano a ϵ_{ud}

→ la seconda corrisponde ad avere l'armatura inferiore che lavora a ϵ_{ud} e il calcestruzzo superiore che non lavora.

Qualunque configurazione deformata passata tra ϵ_{ud} e compresa tra le 2 configurazioni di riferimento è una configurazione deformata di campo 1.

In questo senso, si parla di **campo 1** quando l'acciaio teso lavora a ϵ_{ud} e la fibra di calcestruzzo meno tesa lavora a una deformazione compresa tra 0 e ϵ_{ud} .

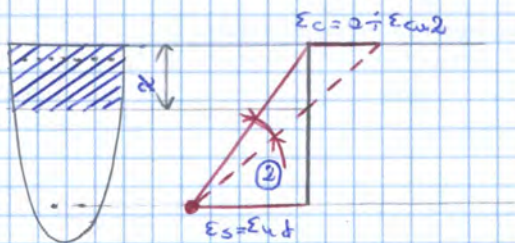
↓ il campo 1 è definito dalla variazione tra ϵ_{ud} e 0 nel calcestruzzo

PROPRIETÀ → la sezione lavora in campo 1 quando è soggetta a SFORZO NORMALE DI TRAZIONE CON PICCOLA ECCENTRICITÀ

→ la SLU è raggiunto lato acciaio

→ si ha massimo sfruttamento dell'acciaio inferiore, poiché lavora oltre lo snervamento

→ Campo 2

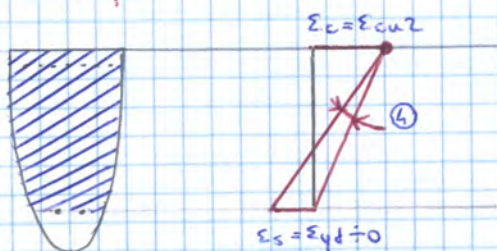


Esso inizia quando si supera il campo 1.
In particolare, la configurazione deformata di inizio del campo 2 corrisponde alla configurazione deformata di fine campo 1, dove l'acciaio inferiore lavora a ϵ_{ud} e il calcestruzzo superiore lavora a 0.

Nel campo 2, questa deformazione varia tra 0 e ϵ_{c2} .

In questo senso, la sezione di cemento armato lavora in campo 2 quando l'acciaio inferiore lavora a ϵ_{ud} e il calcestruzzo superiore lavora tra 0 e ϵ_{c2} (deformazione negativa).

→ campo 4

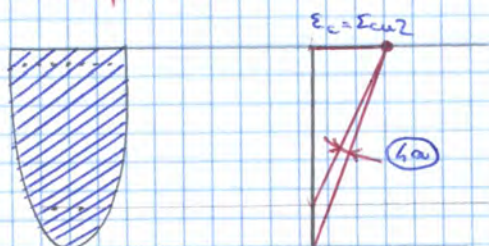


La deformazione nell'acciaio continua a diminuire, ~~ma~~ varia tra ϵ_{yd} e 0, mentre x il calcestruzzo non varia. In questo senso, la sezione in cemento armato lavora in campo 4 quando il calcestruzzo lavora a ϵ_{cu2} e l'acciaio lavora a una deformazione compresa tra 0 e ϵ_{yd} .

PROPRIETÀ → l'asse neutro è interno alla sezione

- il campo 4 si ha a SFORZI NORMALI DI COMPRESSIONE MOLTO ECCENTRICI o a flessione semplice con eccessiva percentuale di armatura, cioè con GRANDE ARMATURA
- la SLU è raggiunta lato calcestruzzo
- si ha massimo sfruttamento del calcestruzzo, le cui fibre lavorano alla tensione massima, mentre l'acciaio non è sfruttato e lavora a una deformazione inferiore a quella massima (con rischio di problemi di duttilità)

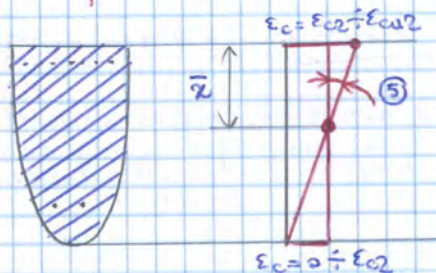
→ campo 4a



Esso corrisponde al campo dove non c'è più porzione tesa (nel campo 4 c'era la piccola porzione di calcestruzzo sotto la barra) ma tutta la sezione è portata in compressione, mentre la deformazione dell'acciaio inferiore diventa negativa. Il campo 4a si ha quando l'asse neutro si trova in corrispondenza di h , cioè tutta la sezione è compressa.

Valgono le stesse proprietà del campo 4.

→ campo 5



Per definirla, si introduce una nuova ipotesi sul modello:

In presenza di ~~sola~~ compressione, la deformazione del calcestruzzo è limitata a ϵ_{c2} ; se la sezione è soggetta a tensioni di compressione, essa è limitata a un valore compreso tra ϵ_{c2} e ϵ_{cu2} . Dunque, con sola compressione, si ha SLU con ϵ_{c2} .

In base a questa ipotesi, il polo cambia nuovamente e va a posizionarsi in corrispondenza della fibra che ha deformazione ϵ_{c2} alla fine del campo 4a. La posizione è la seguente

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}}\right) h \quad \rightarrow \text{se } \epsilon_{c2} = -2\text{‰}, \epsilon_{cu2} = -3,5\text{‰}, \text{ si ha } \bar{x} = 3/7 h$$

In questo caso, la sezione in cemento armato lavora in campo 5 quando la fibra superiore lavora tra ϵ_{cu2} e ϵ_{c2} e la fibra inferiore lavora tra 0 e ϵ_{c2} . Alla fine del campo 5, tutte le fibre sono compresse a ϵ_{c2} (il corrisponde lo sforzo normale massimo perché si ha la tensione massima)

Siccome le sollecitazioni interne corrispondono alla stessa configurazione di SLU, queste rappresentano la resistenza della sezione, poiché non si vuole superare questa condizione.

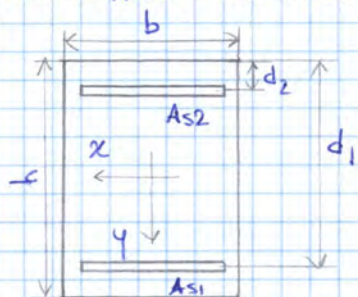
I domini di resistenza dipendono da

- FORMA DELLA SEZIONE TRASVERSALE (geometria)
- POSIZIONE e AREA DELL'ARMATURA
- CARATTERISTICHE MECCANICHE DEL MATERIALE

↓
non si legano alle sollecitazioni agenti sulla sezione

I domini di resistenza sono usati x fare verifiche di resistenza di sezioni, in genere in presenza di **presso-tensione** (1 sforzo normale e 1 momento flettente - es. PILASTRI), in quanto sono curve che rappresentano in termini di resistenza le infinite configurazioni di SLU.

TRACCIAMENTO DEI DOMINI DI RESISTENZA (caso piano: un solo momento flettente)



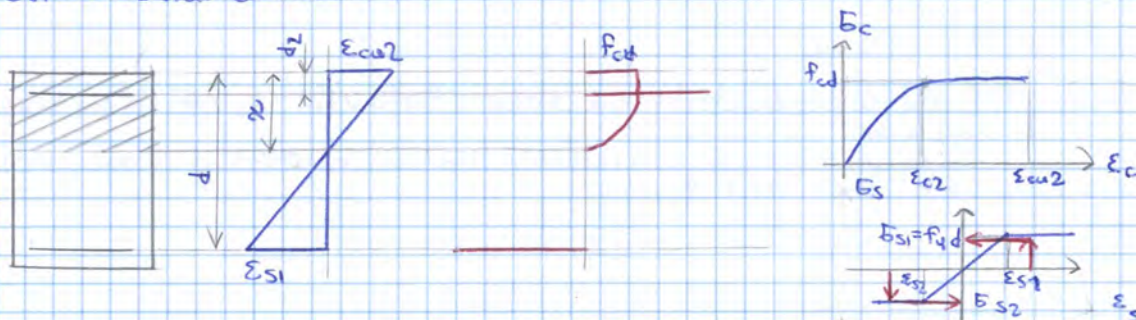
Per tracciarli, occorre conoscere

- forma della sezione (es. sezione rettangolare $b \times h$)
- area e posizione delle armature (es. armatura inferiore tesa di area A_{s1} con baricentro a distanza d_2 dal lembo superiore; armatura superiore meno tesa di area A_{s2} con baricentro a distanza d dal lembo superiore)

Si definisce un sistema di riferimento dove l'origine coincide con il baricentro della sezione in solo calcestruzzo (del resto, in fase progettuale non si sa ancora quanta armatura ci sia) e l'asse y rivolto verso il basso.

Come si valuta il dominio di resistenza?

Si considera un certo numero finito tra le infinite configurazioni di SLU, poiché il dominio non si può ottenere in forma chiusa e bisogna seguire un procedimento numerico.



Ad es. si considera la configurazione SLU di campo 3, dove il calcestruzzo lavora a una deformazione ϵ_{cu2} e l'acciaio lavora a una deformazione $\epsilon_{s1} > \epsilon_{yt}$.

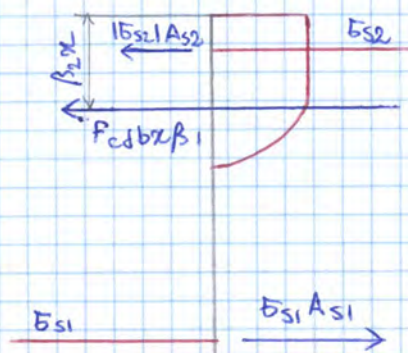
Siccome si considera una configurazione di SLU, x le ipotesi fatte, è nota la deformazione in tutta la sezione perché la sezione è piana. Sono anche note le leggi costitutive dei materiali.

⇒ è noto lo stato tensionale in tutti i punti.

↳ x il calcestruzzo, si trascura la resistenza a trazione e dunque la tensione al di sotto dell'asse neutro è nulla, mentre sopra c'è parabola-rettangolo.

→ MOMENTO FLETTENTE INTERNO M_{rd} :

esso si calcola in riferimento al baricentro della sezione



$$M_{rd} = \int_A \sigma y dA =$$

$$= \int_{A_c} E_c y dA + \int_{A_s} E_s y dA =$$

$$= \int_{A_c} E_c y dA + E_{s1} A_{s1} \left(d - \frac{h}{2} \right) - E_{s2} A_{s2} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)$$

\downarrow l'acciaio inferiore teso da $M > 0$ \downarrow l'acciaio superiore compresso da $M > 0$ ma $E_{s2} < 0$ (e dunque serve il segno "-")

Si può di nuovo evitare di sviluppare l'integrale x il calcestruzzo

$$\int_{A_c} E_c y dA = F_{cd} b x \beta_1 (E_c) \cdot \left(\frac{h}{2} - \beta_2 x \right)$$

Il braccio è legato al baricentro della distribuzione delle tensioni del calcestruzzo, ~~è~~ intanto ~~con~~ rispetto al tempo superiore come $\beta_2 (E_c) x$, dove

$$\beta_2 (E_c) = \begin{cases} \frac{8 - |E_c|}{4(6 - |E_c|)} & |E_c| \leq 2\text{‰} \\ \frac{3|E_c| - 4 + 2/|E_c|}{6|E_c| - 4} & |E_c| > 2\text{‰} \end{cases} \rightarrow \text{sotto classe C50/60}$$

OSSERVAZIONE: a ogni configurazione di SLU corrisponde un'unica profondità dell'asse neutro

⇒ le infinite configurazioni SLU corrispondono a un asse neutro che va da $-\infty$ (campo 1), attraversa la sezione (campi 2, 3 e 4), va fino in fondo alla sezione (campo 4a) fino ad andare a $+\infty$ (campo 5).

A ogni profondità dell'asse neutro, corrisponde una deformazione della fibra superiore in calcestruzzo e a questa E_c corrisponde un valore di β_1 e β_2

è tutto collegato



Una volta trovati N_{rd} e M_{rd} , si considera un piano cartesiano avente

→ asse $x = N_{rd}$

→ asse $y = M_{rd}$

Per ogni configurazione di SLU, si trova una coppia di valori N_{rd} e M_{rd} , che corrisponde a un punto. Allora con infinite configurazioni SLU (si sposta l'asse neutro da $-\infty$ a $+\infty$), si ottiene una curva.

↓ la curva può essere conosciuta solo x punti (non c'è una forma analitica)

→ DEFORMAZIONI

$$\epsilon_{c2} = 2\text{‰}$$

$$\epsilon_{cs2} = 3,5\text{‰} \rightarrow \text{valori tabulati}$$

→ acciaio B450

→ RESISTENZA

Il valore caratteristico è

$$f_{yk} = 450 \text{ MPa}$$

dunque il valore di calcolo è

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450 [\text{MPa}]}{1,5} = 300,0 \text{ MPa}$$

→ RIGIDEZZA

$$E_s = 200'000 \text{ MPa}$$

→ DEFORMAZIONI

La deformazione di calcolo a snervamento è

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{300,0 [\text{MPa}]}{200'000 [\text{MPa}]} = 1,5\text{‰}$$

La deformazione ultima di calcolo è

$$\epsilon_{yk} = 7,5\text{‰} \Rightarrow \epsilon_{ud} = 0,9 \epsilon_{yk} = 0,9 \cdot 7,5 [\text{‰}] = 6,75\text{‰}$$

→ AREA DELL' ARMATURA

→ Armatura inferiore

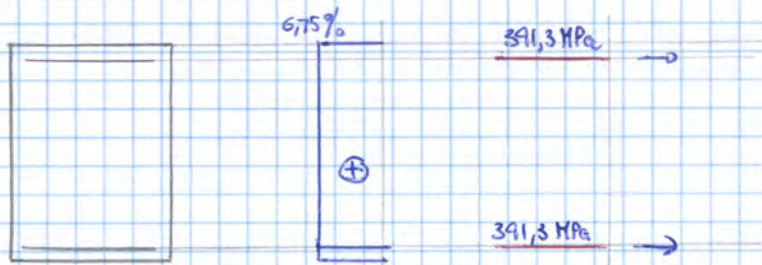
$$A_{s1} = 4 \cdot 3,14 [\text{cm}^2] = 12,56 \text{ cm}^2$$

→ Armatura superiore

$$A_{s2} = 3 \cdot 3,14 [\text{cm}^2] = 9,42 \text{ cm}^2$$

Ora che si hanno tutti gli elementi, si calcola il diagramma di interazione con il criterio dei limiti dei campi

CAMPO 1



Il limite prevede di avere una deformazione costante pari a ϵ_{ud} e da qui si calcola il diagramma delle tensioni attraverso le leggi costitutive.

Per integrazione, si trovano le sollecitazioni

$$N_{rd} = 391,3 [\text{MPa}] \cdot (1256 [\text{mm}^2] + 942 [\text{mm}^2]) \cdot 10^{-3} [\text{kJ}/\text{J}] = 860 \text{ kN}$$

↓
siccome le tensioni sono uguali, si moltiplica la tensione x l'area totale delle armature

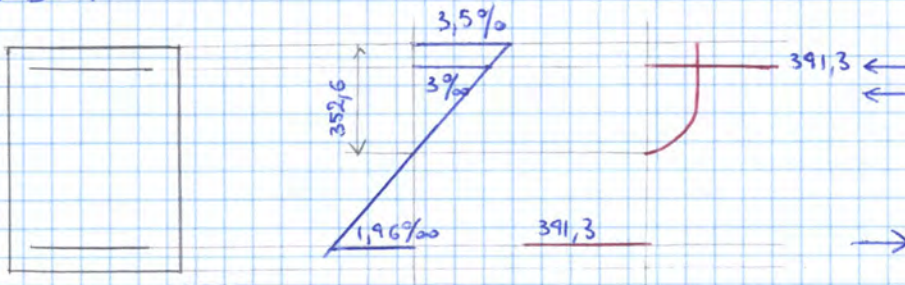
Per il momento M_{rd} , occorre β_2

$$\beta_2 = \frac{3/E_c - 4 + 2/E_c}{6/E_c - 4} = \frac{3 \cdot 3,5 - 4 + 2/3,5}{6 \cdot 3,5 - 4} = 0,416$$

Il momento vale così

$$\begin{aligned} M_{rd} = & \left[208,9 \text{ [kN]} \cdot 10^3 \text{ [N/kN]} \cdot \left(\frac{600}{2} - 0,416 \cdot 27,1 \right) \text{ [mm]} + \right. \rightarrow \text{calcestruzzo da } M > 0 \\ & + 391,3 \text{ [MPa]} \cdot 1256 \text{ [mm}^2] \cdot \left(550 - \frac{600}{2} \right) \text{ [mm]} + \rightarrow \text{l'armatura tesa inferiore da } M > 0 \\ & \left. - 391,3 \text{ [MPa]} \cdot 942 \text{ [mm}^2] \cdot \left(\frac{600}{2} - 50 \right) \right] \cdot \rightarrow \text{l'armatura compressa superiore da } M < 0 \\ & \cdot 10^{-6} \text{ [kNm/Nmm]} = 91 \text{ kNm} \end{aligned}$$

CAMPO 3-4

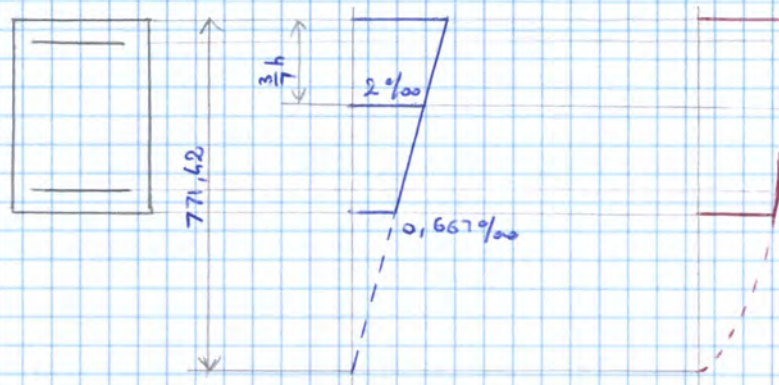


Le sollecitazioni valgono

$$\begin{aligned} N_{rd} = & \left(391,3 \text{ [MPa]} \cdot 1256 \text{ [mm}^2] - 391,3 \text{ [MPa]} \cdot 942 \text{ [mm}^2] \right) \cdot 10^{-3} \text{ [kN/N]} + \\ & - 21,17 \text{ [MPa]} \cdot 450 \text{ [mm]} \cdot 352,6 \text{ [mm]} \cdot 0,809 \cdot 10^{-3} \text{ [kN/N]} = \\ & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ & \quad \quad \quad 2171,5 \text{ kN} \quad \quad \quad \beta_2 \text{ è lo stesso perché } \epsilon_c \text{ non è cambiato} \\ & = -2594,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{rd} = & \left[2717,5 \text{ [kN]} \cdot 10^3 \text{ [N/kN]} \cdot \left(\frac{600}{2} - 0,416 \cdot 352,6 \right) \text{ [mm]} + \rightarrow \text{calcestruzzo} \right. \\ & + 391,3 \text{ [MPa]} \cdot 1256 \text{ [mm}^2] \cdot \left(550 - \frac{600}{2} \right) \text{ [mm]} + \rightarrow \text{acciaio inferiore} \\ & \left. + 391,3 \text{ [MPa]} \cdot 942 \text{ [mm}^2] \cdot \left(\frac{600}{2} - 50 \right) \text{ [mm]} \right] \cdot \rightarrow \text{acciaio superiore} \\ & \cdot 10^{-6} \text{ [kNm/Nmm]} = 631,7 \text{ kNm} \end{aligned}$$

CASO PARTICOLARE



S'immagina di essere in campo 5 e dunque si parla fibra a $\frac{3}{4}h = 257,4 \text{ mm}$ si trova alla deformazione ϵ_{c2} .
Si considera poi un piano in modo che la fibra superiore abbia deformazione 3‰ .

Di conseguenza, l'ipotetico asse neutro si trova al di sotto della sezione, a una distanza di $771,42 \text{ mm}$ dal lembo superiore.
L'andamento delle tensioni è costituito da un'ipotetica parabola che parte dall'asse neutro e va fino alla fibra a $\frac{3}{4}h$ (dopo $\epsilon_c = 2\text{‰}$), poi la tensione è costante.

Per calcolare la risultante $\int_{A_c} \sigma_c dA$, si può fare la differenza tra l'area totale e l'area della porzione sottostante.

$$\begin{aligned} \int_{A_c} \sigma_c dA &= - \left[\underbrace{21,17 [\text{MPa}] \cdot 450 [\text{mm}] \cdot 771,42 [\text{mm}] \cdot 0,778}_{\text{area totale}} + \underbrace{21,17 [\text{MPa}] \cdot 450 [\text{mm}] \cdot (771,42 - 600) [\text{mm}] \cdot 0,296}_{\text{area sotto}} \right] \cdot \\ &\quad \underbrace{B_1(\epsilon_c = 3\text{‰})}_{\text{B}_1(\epsilon_c = 0,667\text{‰})} \\ &= -10^{-3} [\text{kN/N}] = -5232,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

Anche x_{Ked} si opera a sottrazione, considerando il baricentro dell'ipotetica distribuzione di tensioni fino all'asse neutro e si toglie il contributo di momento della porzione esterna alla sezione.

Occorre solo fare attenzione alla posizione della porzione esterna poiché, se la risultante è sopra o sotto il baricentro della sezione, il contributo di momento è positivo o negativo.

Si indica con N_{Rd} il cosiddetto **sfuerzo normale adimensionalizzato**

$$N_{Rd} = \frac{N_{Ed}}{b h f_{cd}} \quad \rightarrow \text{pedice Rd perché si parte da } N_{Ed}$$

Si indica con ω la **percentuale meccanica di armatura**

$$\omega_i = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

Essa è il rapporto tra le aree moltiplicate x le relative resistenze ed è utile a esprimere la percentuale dell'armatura

si può anche esprimere come percentuale geometrica, cioè come rapporto tra le aree

$$\rho = \frac{A_s}{A_c}$$

Si ottiene così

$$N_{Rd} = -\frac{\alpha}{h} \beta_1 + \frac{\epsilon_{s1}}{f_{yd}} \omega_{s1} + \frac{\epsilon_{s2}}{f_{yd}} \omega_{s2}$$

Si esegue la stessa operazione x M_{Rd}

$$M_{Rd} = f_{cd} b x \beta_1 \left(\frac{h}{2} - \beta_2 x \right) + \epsilon_{s1} A_{s1} \left(d - \frac{h}{2} \right) - \epsilon_{s2} A_{s2} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)$$

Si divide x $b h^2 f_{cd}$

$$\frac{M_{Rd}}{b h^2 f_{cd}} = \frac{f_{cd} b x \beta_1}{b h^2 f_{cd}} \left(\frac{h}{2} - \beta_2 x \right) + \frac{\epsilon_{s1} A_{s1}}{b h^2 f_{cd}} \left(d - \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{f_{yd}}{f_{yd}} - \frac{\epsilon_{s2} A_{s2}}{b h^2 f_{cd}} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) \cdot \frac{f_{yd}}{f_{yd}}$$

Si ottiene così

$$\mu_{Rd} = \frac{\alpha}{h} \beta_1 \left(\frac{1}{2} - \beta_2 \frac{x}{h} \right) + \frac{\epsilon_{s1}}{f_{yd}} \omega_{s1} \left(\frac{d}{h} - \frac{1}{2} \right) - \frac{\epsilon_{s2}}{f_{yd}} \omega_{s2} \left(\frac{1}{2} - \frac{d_2}{h} \right)$$

Il termine μ_{Rd} è il **momento adimensionalizzato**

$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b h^2 f_{cd}}$$

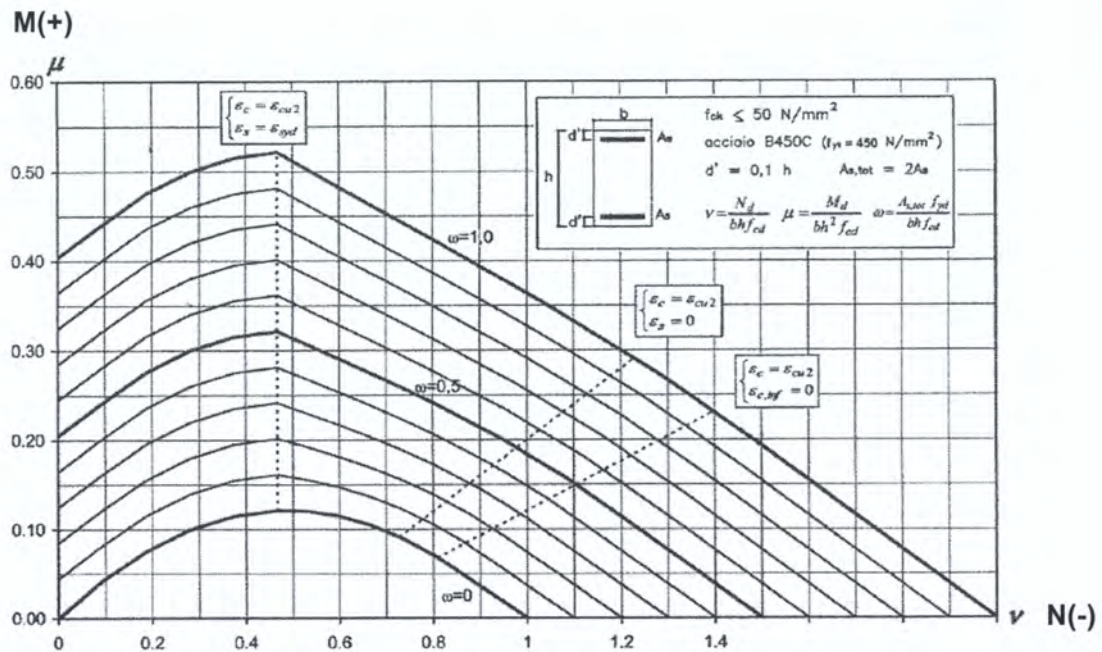
Da qui si può calcolare il diagramma di interazione, che è realizzato in un certo modo,



Ciascun diagramma vale in una situazione ben precisa e dipende da

- forma della sezione
- resistenza del calcestruzzo f_{ck}
- tipo di acciaio (f_{yd})
- posizione e disposizione delle armature (es. simmetrica)

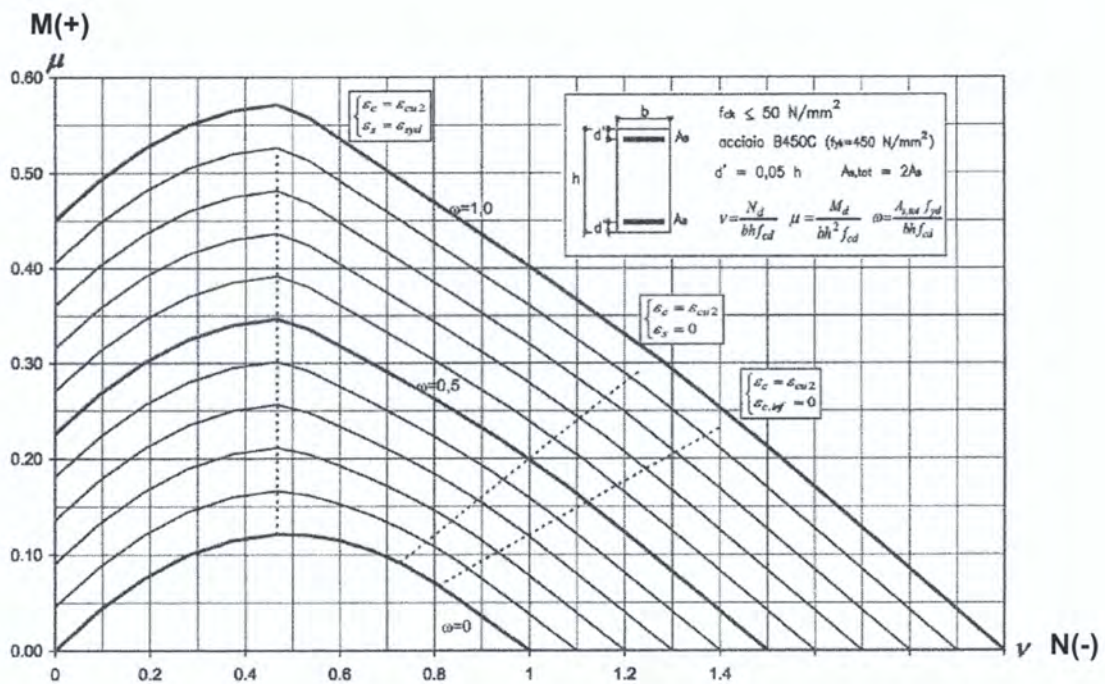
Il diagramma presenta più curve che sono tracciate x valori crescenti di ω , cioè x armature crescenti



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

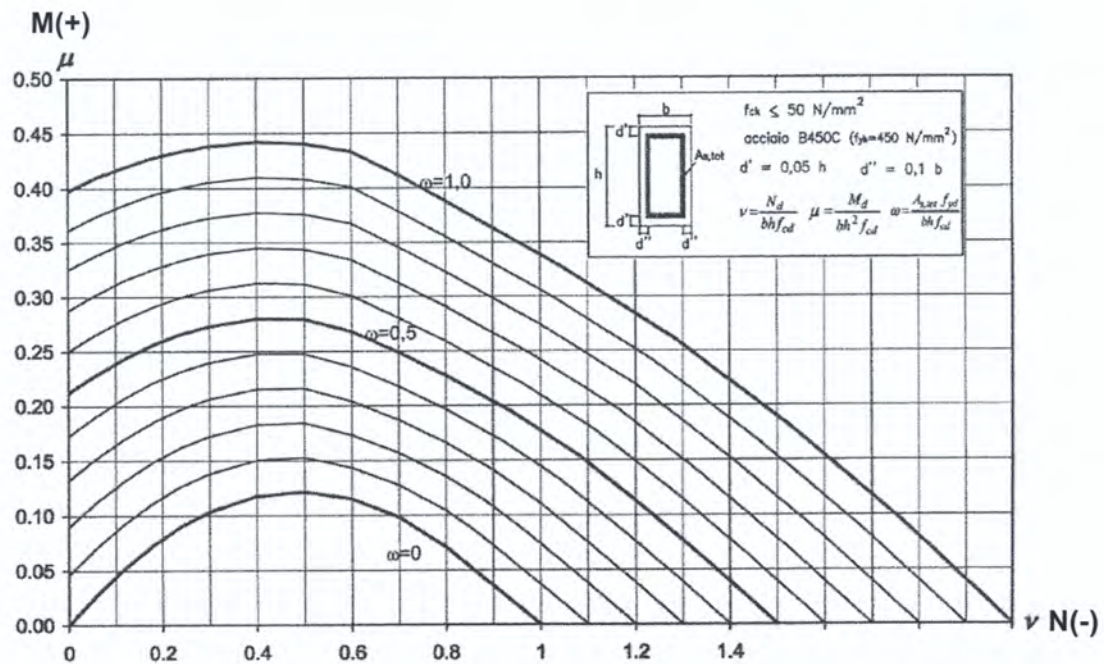
35



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

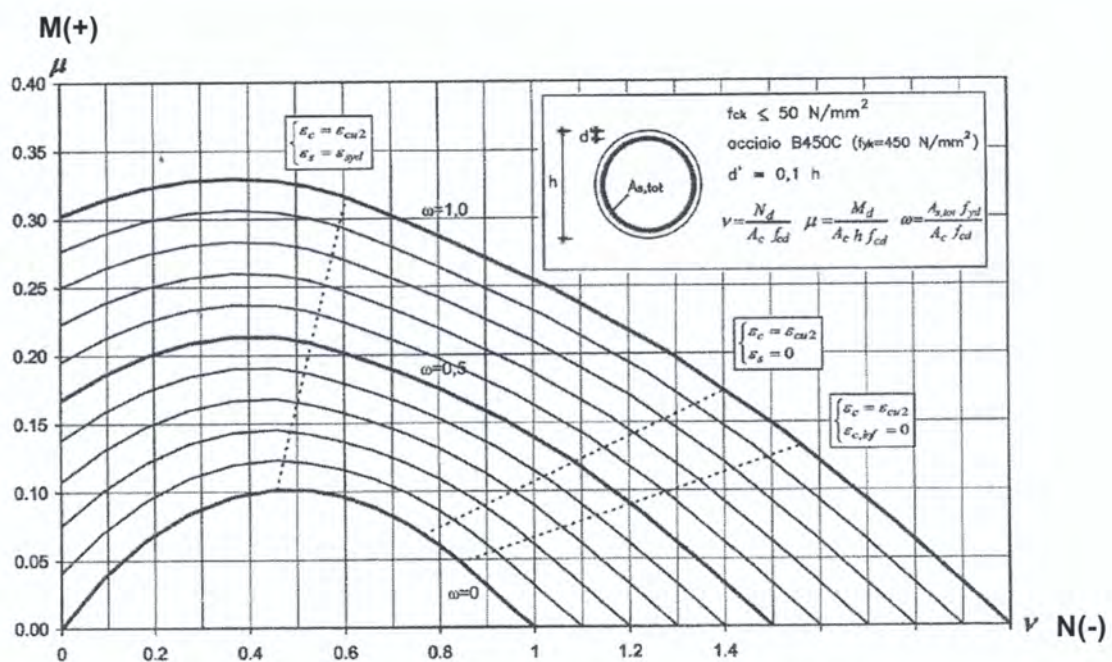
36



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

39

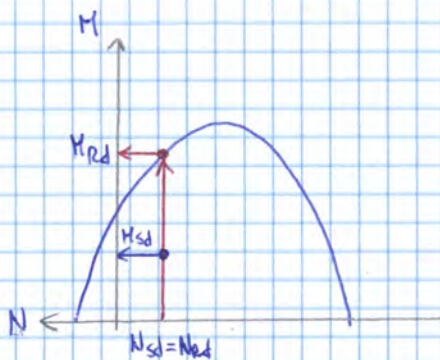


POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

40

Il metodo individuato è efficace ma ha lo svantaggio di essere un metodo grafico. Si vuole allora trovare un metodo analitico che permetta di capire se un punto sia interno o no al diagramma di interazione. Questo metodo si usa sul diagramma dimensionale e dunque \times le verifiche.



Data il diagramma di interazione $M-N$, si consideri un punto interno di coordinate $(N_{sd}; M_{sd})$. In questo punto, si nota che il momento resistente relativo a N_{sd} è maggiore di M_{sd} . Ciò equivale a dire che un punto è interno se

$$N_{sd} = N_{rd} \Rightarrow M_{rd} \geq M_{sd}$$

Non vale invece l'opposto, ossia \times $M_{sd} = M_{rd}$ non basta avere $N_{rd} \geq N_{sd}$ perché il punto può ricadere all'esterno del diagramma.

In termini analitici, si può fare una verifica \times VIA ITERATIVA:

iterativamente, occorre trovare la configurazione deformata ossia la profondità x dell'asse neutro tale che sia abbia $N_{rd} = N_{sd}$. Una volta trovato x , si calcola il momento M_{rd} corrispondente e si verifica che

$$M_{rd} \geq M_{sd}$$

\times non interessano tutti i punti del diagramma ma solo uno.

ES (CALCOLO)

Si consideri una sezione armata rettangolare avente

$$b = 600 \text{ mm} \quad h = 700 \text{ mm}$$

L'armatura ha posizione $c + \phi/2 = 50 \text{ mm}$ (posizione del baricentro) e

$$\rightarrow \text{armatura inferiore} \quad A_{s1} = 5 \phi 26 = 2655 \text{ mm}^2$$

$$\rightarrow \text{armatura superiore} \quad A_{s2} = 3 \phi 26 = 1593 \text{ mm}^2$$

Le grandezze meccaniche sono

$$f_{cd} = 30 \text{ MPa} \quad f_{yd} = 391,3 \text{ MPa} \quad E_s = 200.000 \text{ MPa} \quad \epsilon_{uf} = 6,75\%$$

Verificare la sezione, sapendo che è soggetta a $N_{sd} = -5000 \text{ kN}$ e $M_{sd} = 1200 \text{ kNm}$.

Per una sezione di questo tipo, non esiste un diagramma di interazione noto. Si adotta allora il procedimento analitico, in cui si cerca una configurazione deformata tale che

$$N_{rd} = N_{sd}$$



Si può allora notare che, all'aumentare di x , la sforzo N_{rd} diminuisce continuamente, cioè è monotono.

Se la funzione è monotona, si può trovare numericamente l'intersezione, attraverso il **metodo di bisezione**.

In questo caso, siccome $N_{rd}(x_2) \leq N_{sd} \leq N_{rd}(x_1)$, allora x è compreso tra x_1 e x_2

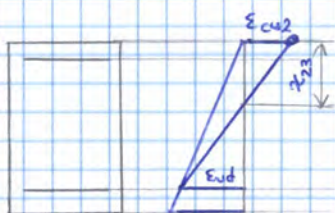
$$x_1 \leq x \leq x_2$$

→ se non fosse così, si prende un intervallo più ampio

1) Si inizia a dimezzare

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} = 350 \text{ mm}$$

In quale campo ci si trova?



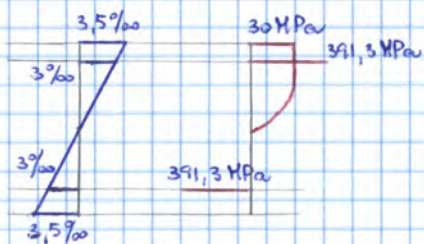
Ciò dipende da ε_{cu2} e ε_{ud} e si può essere nel campo 2, 3, 4, o 6a.

Si sa che nel campo 2, la profondità x dell'asse neutro si trova tra 0 e il valore definito tra ε_{cu2} e ε_{ud} , che vale

$$\frac{x_{23}}{|\varepsilon_{cu2}|} = \frac{d}{|\varepsilon_{cu2}| + \varepsilon_{ud}} \Rightarrow x_{23} = 32 \text{ mm}$$

Siccome $x_3 > x_{23}$, il campo è di tipo 3 e da qui si deduce β_1 ($\varepsilon_c = 3,5\text{‰} \Rightarrow \beta_1 = 0,809$)

$$N_{rd}(x_3) = -f_{cd} b x \beta_1 + \sigma_{s1} A_{s1} + \sigma_{s2} A_{s2} =$$



$$\begin{aligned} &= -30 [\text{MPa}] \cdot 400 [\text{mm}] \cdot 350 [\text{mm}] \cdot 0,809 + \\ &\quad - 391,3 [\text{MPa}] \cdot 1593 [\text{mm}^2] + \\ &\quad + 391,3 [\text{MPa}] \cdot 2655 [\text{mm}^2] = -2982 \text{ kN} > N_{sd} \\ &= -2982 \text{ kN} > N_{sd} \end{aligned}$$

Siccome $N_{rd}(x_2) \leq N_{sd} \leq N_{rd}(x_3)$, allora x è compreso tra x_2 e x_3

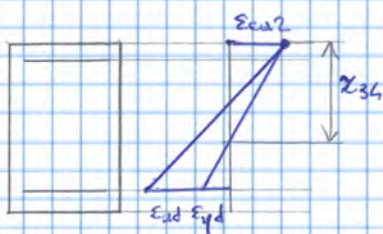
$$x_2 \leq x \leq x_3$$

→ in x , è troppo lontano il valore

2) Si dimezza

$$x_4 = \frac{x_2 + x_3}{2} = 525 \text{ mm}$$

In quale campo ci si trova?



Di sicuro, si è almeno al campo 3 perché

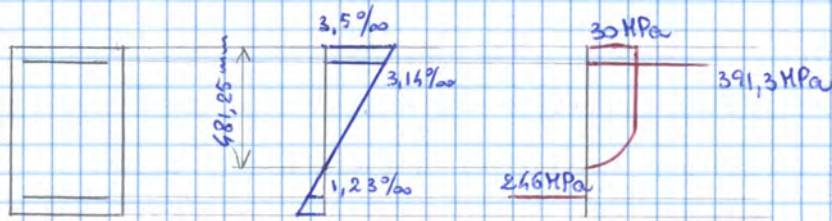
$$x_4 > x_3 > x_{23}$$

Per capire se si è nel campo 3, 4 o 6a, si ricorda che nel campo 3 la profondità x dell'asse neutro si trova tra x_{23} e il valore definito da ε_{cu2} e ε_{ud} . Quest'ultimo vale

$$\frac{x_{34}}{|\varepsilon_{cu2}|} = \frac{d}{|\varepsilon_{cu2}| + \varepsilon_{ud}} \Rightarrow x_{34} = 416,7 \text{ mm}$$

Siccome

$$x_4 > x_{34}$$

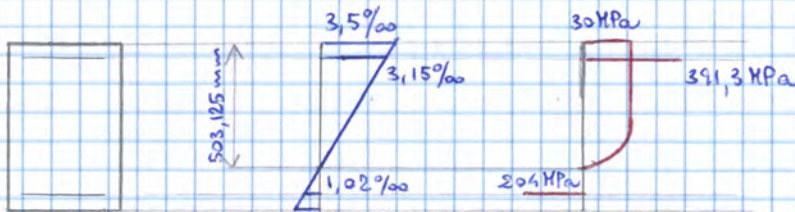


$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= \sigma_{s1} A_{s1} + \sigma_{s2} A_{s2} + \sigma_{cd} b x \beta_1 = \\
 &= -391,3 \text{ [MPa]} \cdot 1593 \text{ [mm}^2\text{]} + 246 \text{ [MPa]} \cdot 2655 \text{ [mm}^2\text{]} + \\
 &\quad - 30 \text{ [MPa]} \cdot 400 \text{ [mm]} \cdot 481,25 \text{ [mm]} \cdot 0,809 = \\
 &= -4642 \text{ kN} > N_{sd}
 \end{aligned}$$

Siccome $N_{Rd}(x_4) \leq N_{sd} \leq N_{Rd}(x_6)$, allora x è compreso tra x_4 e x_6
 $x_6 \leq x \leq x_4$

5) Si dimezza

$$x_7 = \frac{x_4 + x_6}{2} = 503,125 \text{ mm}$$

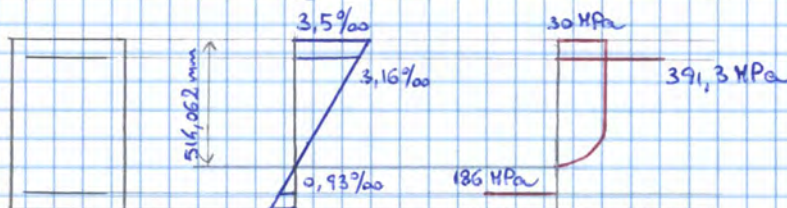


$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= \sigma_{s1} A_{s1} + \sigma_{s2} A_{s2} - \sigma_{cd} b x \beta_1 = \\
 &= -391,3 \text{ [MPa]} \cdot 1593 \text{ [mm}^2\text{]} + 204 \text{ [MPa]} \cdot 2655 \text{ [mm}^2\text{]} + \\
 &\quad - 30 \text{ [MPa]} \cdot 400 \text{ [mm]} \cdot 503,125 \text{ [mm]} \cdot 0,809 = \\
 &= -4966 \text{ kN} > N_{sd}
 \end{aligned}$$

Siccome $N_{Rd}(x_4) \leq N_{sd} \leq N_{Rd}(x_7)$, allora x è compreso tra x_4 e x_7
 $x_7 \leq x \leq x_4$

6) Si dimezza

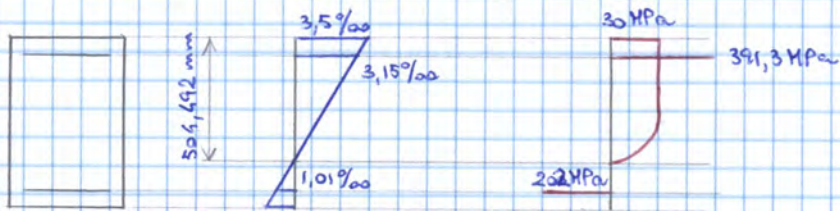
$$x_8 = \frac{x_4 + x_7}{2} = 514,062 \text{ mm}$$



Si come $N_{rd}(x_{10}) \leq N_{sd} \leq N_{rd}(x_7)$, allora x è compreso tra x_7 e x_{10}
 $x_7 \leq x \leq x_{10}$

9) Si dimezza

$$x_{11} = \frac{x_7 + x_{10}}{2} = 504,492 \text{ mm}$$

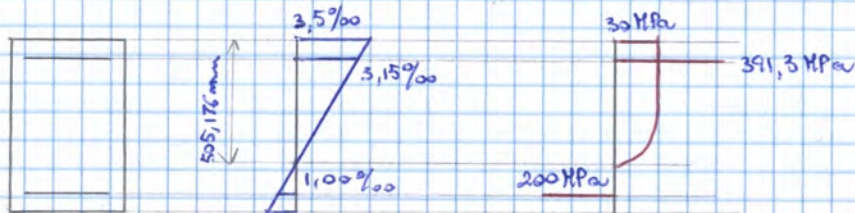


$$\begin{aligned} N_{rd} &= \sigma_{s1} A_{s1} + \sigma_{s2} A_{s2} - f_{cd} b x \beta_1 = \\ &= -391,3 \text{ [MPa]} \cdot 1593 \text{ [mm}^2] + 202 \text{ [MPa]} \cdot 2655 \text{ [mm}^2] + \\ &\quad - 30 \text{ [MPa]} \cdot 400 \text{ [mm]} \cdot 504,492 \text{ [mm]} \cdot 0,809 = \\ &= -4985 \text{ kN} > N_{sd} \end{aligned}$$

Si come $N_{rd}(x_{10}) \leq N_{sd} \leq N_{rd}(x_{11})$, allora x è compreso tra x_{10} e x_{11}
 $x_{11} \leq x \leq x_{10}$

10) Si dimezza

$$x_{12} = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = 505,176 \text{ mm}$$



$$\begin{aligned} N_{rd} &= \sigma_{s1} A_{s1} + \sigma_{s2} A_{s2} - f_{cd} b x \beta_1 = \\ &= -391,3 \text{ [MPa]} \cdot 1593 \text{ [mm}^2] + 200 \text{ [MPa]} \cdot 2655 \text{ [mm}^2] + \\ &\quad - 30 \text{ [MPa]} \cdot 400 \text{ [mm]} \cdot 505,176 \text{ [mm]} \cdot 0,809 = \\ &= -4997 \text{ kN} \sim N_{sd} \end{aligned}$$

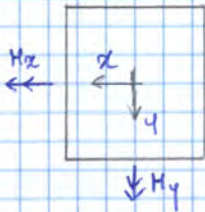
Il metodo numerico può essere arrestato quando la variazione di N_{rd} è sotto 1%. Intanto, negli ultimi tratti, l'asse neutro si sposta poco.

Visto che

$$x \sim x_{12} = 505,2 \text{ mm}$$

si valuta il momento M_{rd} corrispondente e lo si confronta con M_{sd}

5 Presso - flessione deviata



Essa riguarda sezioni in cemento armato che, oltre allo sforzo normale, sono soggette a

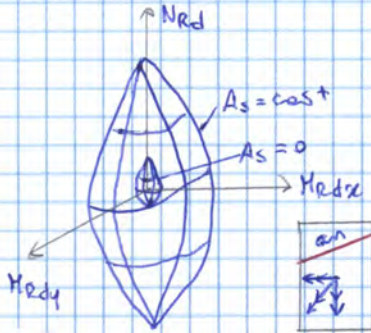
→ momento M_x , positivo se tende le fibre con $y > 0$

→ momento M_y , positivo se tende le fibre con $x < 0$

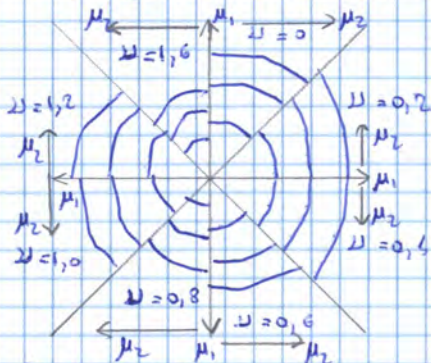
Si sa che in flessione semplice ($M_y = 0$), si costruisce il diagramma di interazione, che è una curva che definisce un dominio di sicurezza.

Ora invece si costruisce una SUPERFICIE DI INTERAZIONE e il dominio di sicurezza è dato dal volume al suo interno. Tra l'altra, ora l'asse neutro non è più parallelo né all'asse x né è perpendicolare al momento M_{ed} e in sezioni rettangolari e dunque non si possono dare indicazioni circa il suo orientamento.

⇒ aumentano le variabili e il problema è più complesso dal punto di vista analitico (non si sanno né posizione né direzione dell'asse neutro).



In realtà, dal punto di vista dell'utilizzo, si può usare la superficie di interazione restituita sotto forma di curve di livello, con il diagramma a rosetta.



I diagrammi valgono a sezioni 2 volte simmetriche armate in un certo modo.

Essi sono costituiti da n fette corrispondenti a n diversi valori di sforzo normale N_{ed} in forma adimensionalizzata

$$U = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

In ciascuna fetta si definiscono diverse curve corrispondenti a percentuali meccaniche ω di armatura.

Per usare il diagramma, dette a e b le dimensioni della sezione, si adimensionalizzano i 2 momenti

$$\mu_a = \frac{M_{d,a}}{A_c a f_{cd}}$$

$$\mu_b = \frac{M_{d,b}}{A_c b f_{cd}}$$

Sfruttando la doppia simmetria, scelta la fetta di competenza, si entra con 2 valori μ_1 e μ_2 dove

$$\mu_1 = \max(\mu_a; \mu_b) \quad \mu_2 = \min(\mu_a; \mu_b)$$

Si entra nel diagramma e si trova la percentuale di armatura necessaria a la sezione.

OSSERVAZIONE: per le sezioni circolari non esiste un diagramma a rosetta perché essa presenta infiniti assi neutri. In altri termini, non c'è presso flessione deviata ma questa è sempre retta.

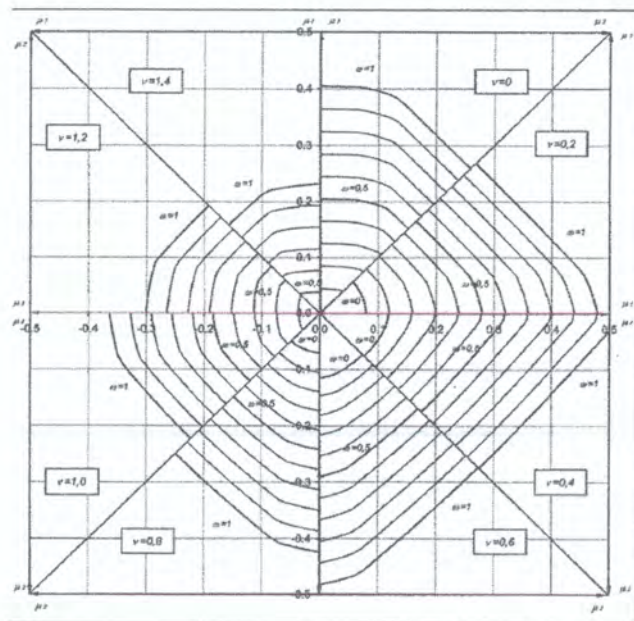
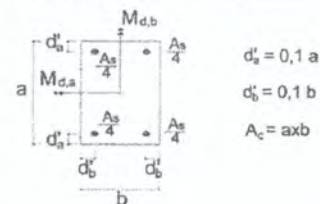


Diagramma di interazione
per flessione devolata

calcestruzzo $f_{ck} < 50 \text{ N/mm}^2$
acciaio B450C $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$



$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

$$\mu_a = \frac{M_{d,a}}{A_c a f_{cd}}$$

$$\mu_b = \frac{M_{d,b}}{A_c b f_{cd}}$$

se $\mu_a > \mu_b$: $\mu_1 = \mu_a$ $\mu_2 = \mu_b$

se $\mu_b > \mu_a$: $\mu_1 = \mu_b$ $\mu_2 = \mu_a$



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO

Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

48

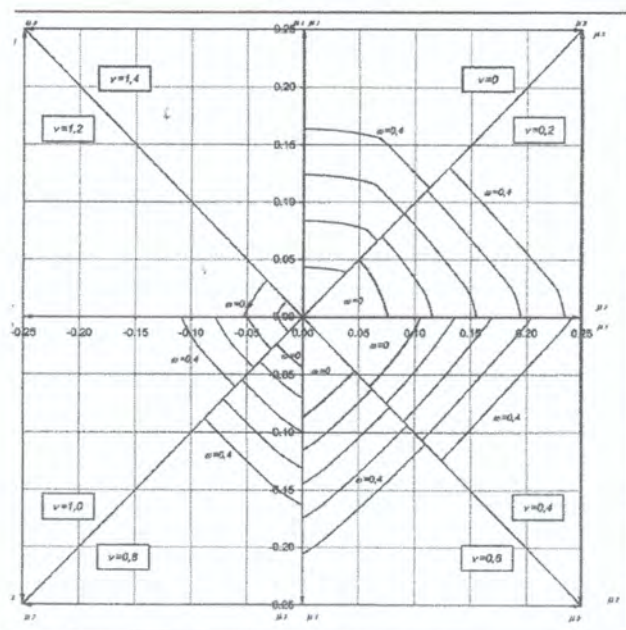
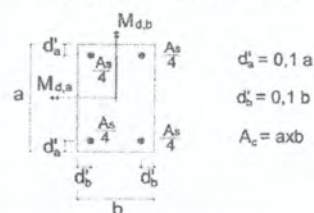


Diagramma di interazione
per flessione devolata

calcestruzzo $f_{ck} = 80 \text{ N/mm}^2$
acciaio B450C $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$



$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

$$\mu_a = \frac{M_{d,a}}{A_c a f_{cd}}$$

$$\mu_b = \frac{M_{d,b}}{A_c b f_{cd}}$$

se $\mu_a > \mu_b$: $\mu_1 = \mu_a$ $\mu_2 = \mu_b$

se $\mu_b > \mu_a$: $\mu_1 = \mu_b$ $\mu_2 = \mu_a$

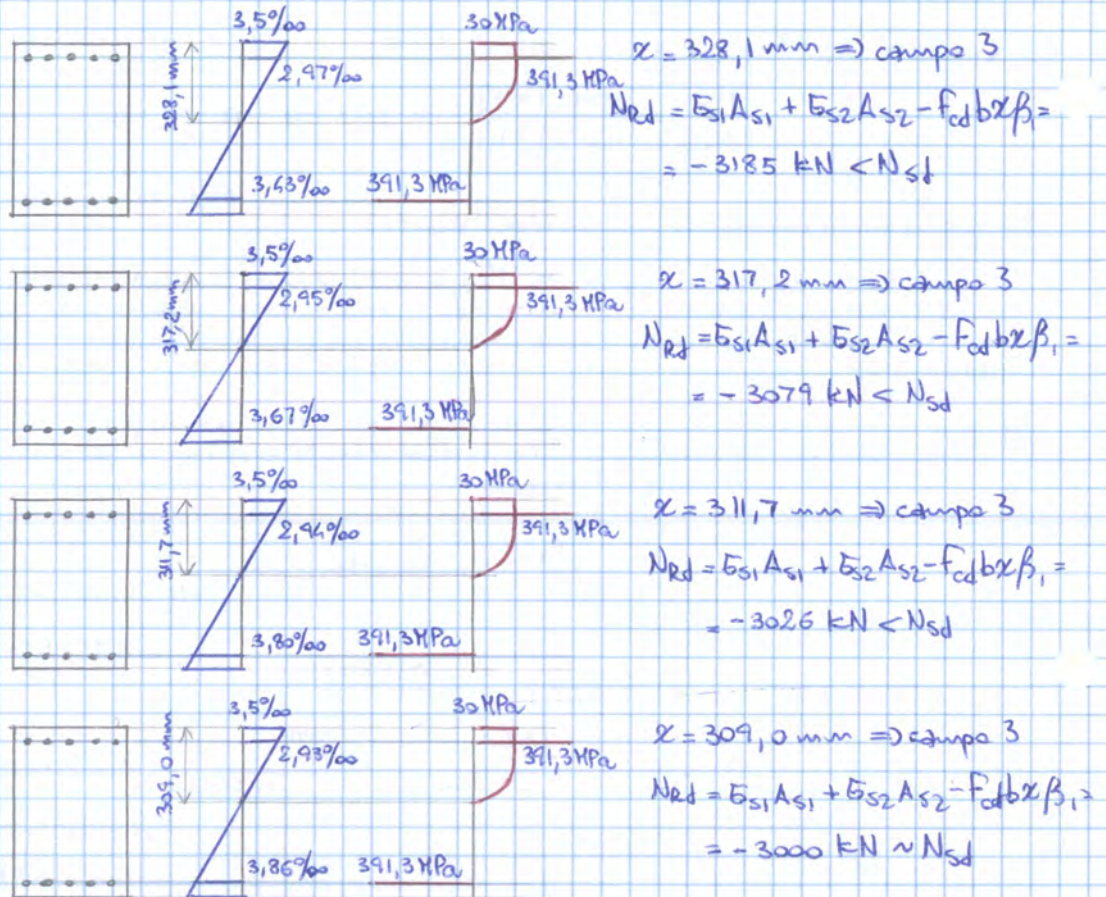


POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO

Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

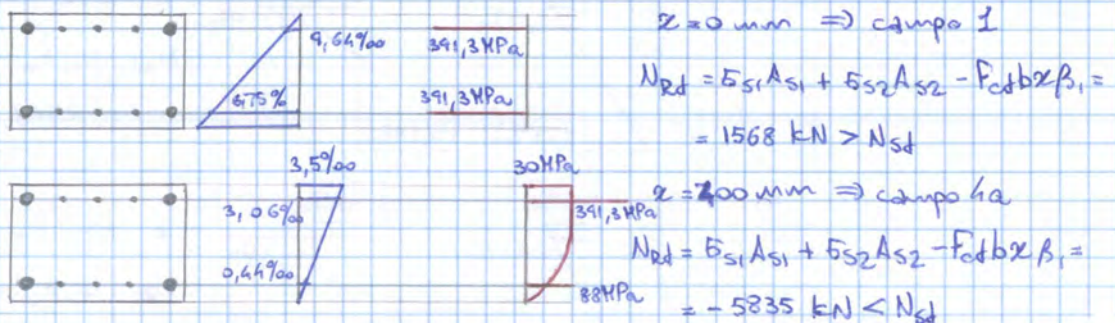
49



Si calcola il momento corrispondente, sapendo che $\beta_2(\epsilon_0 = 3,5\text{‰}) = 0,416$

$$\begin{aligned}
 M_{Rd, \lambda} &= E_{s1} A_{s1} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + E_{s2} A_{s2} \left(d - \frac{h}{2} \right) + F_{cd} b \lambda \beta_1 \left(\frac{h}{2} - \beta_2 \lambda \right) = \\
 &= 391,3 \text{ [MPa]} \cdot 5 \cdot 531 \text{ [mm}^2] \cdot \left(\frac{700}{2} - 50 \right) \text{ [mm]} + \\
 &+ 391,3 \text{ [MPa]} \cdot 5 \cdot 531 \text{ [mm}^2] \cdot \left(650 - \frac{700}{2} \right) \text{ [mm]} + \\
 &+ 30 \text{ [MPa]} \cdot 400 \text{ [mm]} \cdot 309,0 \text{ [mm]} \cdot 0,416 \cdot \left(\frac{700}{2} - 0,416 \cdot 309,0 \right) \text{ [mm]} = \\
 &= 1288 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

$M_{Rd, \lambda}$ Si procede sempre al ciclo di carichi e si trascurano i ferri più vicini all'asse neutro. Ciò è sempre a favore di sicurezza ma, siccome si rimuovono solo ferri $\phi 26$, l'errore è indifferente.

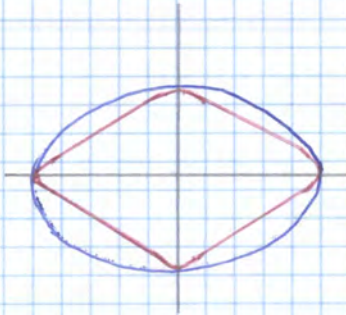


$$\begin{aligned}
&= 391,3 \text{ [MPa]} \cdot (2 \cdot 531 + 3 \cdot 314) \text{ [mm}^2] \cdot \left(\frac{400}{2} - 50 \right) \text{ [mm]} + \\
&\quad + 391,3 \text{ [MPa]} \cdot (2 \cdot 531 + 3 \cdot 314) \text{ [mm}^2] \cdot \left(350 - \frac{400}{2} \right) \text{ [mm]} + \\
&\quad + 30 \text{ [MPa]} \cdot 700 \text{ [mm]} \cdot 176,6 \text{ [mm]} - 0,809 \cdot \left(\frac{400}{2} - 0,416 \cdot 176,6 \right) \text{ [mm]} = \\
&= 615 \text{ kNm}
\end{aligned}$$

A questo punto, si applica la Formula di interazione

$$\left(\frac{M_{sd,x}}{M_{Rd,x}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{sd,y}}{M_{Rd,y}} \right)^{\alpha} = \left(\frac{750}{1288} \right)^{1,135} + \left(\frac{300}{615} \right)^{1,135} = 0,984 \leq 1,0$$

La sezione è verificata.



La procedura dell'EC2 basata su questa espressione non è altro che un'approssimazione della superficie esatta che si troverebbe studiando il dominio d'interazione. Ora però le curve che delimitano la zona approssimata sono simili a rette perché l'esponente $\alpha \approx 1$. Se il punto ricade al suo interno, la verifica è soddisfatta.

↳ si ha una curva perché questa è la sezione $\times N = -3000 \text{ kN}$

la curva approssimata è più interna rispetto a quella reale e ciò è a favore di sicurezza.

OSSERVAZIONE: se l'espressione viene $1,05$ (poco maggiore di $1,0$), si ripete il calcolo considerando anche l'armatura che era stata ignorata e si rifà la verifica.

6a

Un istante prima della fessura, il calcestruzzo si era preso una certa risultante di trazione, data dall'integrale della distribuzione sull'area tesa. Quando si forma la fessura, questa risultante passa all'acciaio. Però, siccome c'è così poco acciaio che questo non è in grado di prendere quella risultante di trazione, la struttura collassa.

⇒ si ha che

$$M_{R, \text{strutt}} < M_{cr}$$

perché $M_{R, \text{strutt}}$ è calcolato senza considerare la resistenza a trazione del calcestruzzo (è già assunto già fessurato).

In realtà, il calcestruzzo ha una certa resistenza a trazione e sopporta un certo momento che è assorbito. Si vuole poi trasferire questo momento all'acciaio ma ciò non è possibile e avviene una rottura di schianto (la rottura è fragile perché si ha immediatamente quando si raggiunge la resistenza a trazione del calcestruzzo).



un meccanismo duttile ha ampi spostamenti prima della rottura (c'è molta fessurazione ad alti livelli tensionali);
un meccanismo fragile collassa immediatamente.
È chiaro che bisogna progettare strutture con comportamento duttile, poiché danno un preavviso del collasso.

⇒ occorre INSERIRE UN CERTO QUANTITATIVO DI ARMATURA in modo che

$$M_{Rd} > M_{cr}$$

indipendentemente dalla sollecitazione. In realtà, non si arriva mai a M_{cr} (cioè non si fessura mai) poiché si inserisce un'armatura minima x avere duttilità.

b) Si aumenta il quantitativo di armatura e si nota che il comportamento presenta rigidità fino a un certo punto. In seguito, la rigidità diminuisce fino a un picco e successivamente c'è ancora uno spostamento.

⇒ struttura con COMPORTAMENTO DUTILE perché, una volta raggiunto il picco, lo spostamento disponibile è ancora alto.

c) Aumentando l'armatura tesa, la resistenza e duttilità sono maggiori.

A un certo punto, se il carico di collasso aumenta, in parallelo la duttilità (spostamento massimo) diminuisce. Così in C₂ e D la resistenza aumenta mentre comincia a ridursi la duttilità. Infine, in E la resistenza è molto elevata ma la duttilità è molto piccola. Il comportamento è dunque fragile:

la curva ha comportamento elastico fino al carico di rottura e dunque non c'è nessuna evidenza che si è vicini al tale carico.

Dire che N_{sd} è nullo significa che la risultante delle tensioni di compressione è uguale alla risultante delle tensioni di trazione.

$$f_{cd} b x \beta_1 = E_{so} A_{so} \quad A_{so} = \text{armatura tesa}$$

Per avere adeguata duttilità, la sezione lavora in campo 2 o 3, in cui

$$E_{so} = f_y d \\ \Rightarrow f_{cd} b x \beta_1 = f_y d A_{so}$$

Si adimensionalizza l'equazione

$$\frac{f_{cd} b x \beta_1}{b d f_{cd}} = \frac{f_y d A_{so}}{b d f_{cd}}$$

d = altezza utile nella flessione (distanza armatura tesa - lembo compresso) e non altezza totale

$$\Rightarrow \beta_1 \xi = w_0$$

$$\beta_1 \xi = w_0$$

ξ = profondità adimensionalizzata dell'asse neutro $\xi = \frac{x}{d}$
 w_0 = percentuale meccanica di armatura

Si ha così una relazione tra asse neutro e armatura assiale, in funzione dell'armatura, ci sarà una certa posizione dell'asse neutro tale che trazione e compressione danno risultante nulla ($N=0$).

Passando al momento M_{rd} , finora si è scritta la risultante di tutti i contributi rispetto al baricentro della sezione (così non interviene il contributo di N). Siccome $N=0$, calcolare rispetto al baricentro o a un altro punto non cambia nulla. Il momento vale

$$M_{rd} = T z = f_y d A_{so} \cdot (d - \beta_2 x) \quad \begin{array}{l} z = \text{distanza tra le risultanti di} \\ \text{trazione e compressione} \\ \beta_2 x = \text{distanza dall'estradosso} \end{array}$$

Si adimensionalizza l'equazione

$$\mu_{rd} = \frac{M_{rd}}{b d^2 f_{cd}} = \frac{f_y d A_{so}}{b d f_{cd}} \cdot \frac{d - \beta_2 x}{d} = w_0 (1 - \beta_2 \xi)$$

Usando la relazione

$$\beta_1 \xi = w_0$$

si ottiene

$$\mu_{rd} = \beta_1 \xi (1 - \beta_2 \xi)$$

$$\mu_{rd} = \beta_1 \xi (1 - \beta_2 \xi)$$

EC2				
	$\xi = x/d$	μ	ω_0	δ
	[-]	[-]	[-]	[-]
Campo 4	0,653	0,383	0,557	0,288
	0,660	0,385	0,578	0,291
	0,666	0,387	0,600	0,294
	0,672	0,390	0,624	0,296
	0,679	0,392	0,649	0,299
	0,685	0,394	0,676	0,302
	0,692	0,396	0,704	0,305
	0,699	0,399	0,735	0,308
	0,706	0,401	0,768	0,311
	0,713	0,403	0,803	0,315
	0,721	0,406	0,841	0,318
	0,728	0,408	0,883	0,321
	0,736	0,410	0,928	0,324
	0,744	0,413	0,976	0,328
	0,752	0,415	1,029	0,331
	0,760	0,418	1,088	0,335
	0,768	0,420	1,152	0,339
	0,777	0,422	1,222	0,342
	0,785	0,425	1,300	0,346
	0,794	0,427	1,388	0,350
	0,803	0,430	1,486	0,354
	0,813	0,432	1,596	0,358
	0,822	0,434	1,721	0,363

$$0.641 = \frac{|\epsilon_{cu2}|}{|\epsilon_{cu2}| + \epsilon_{yd}}$$

$$0.641 = \frac{0.0035}{0.0035 + 450 / 1.15 / 2E5}$$



POLITECNICO
DI TORINO
DISEG

Luca GIORDANO

Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

60

→ VERIFICA: è nota anche l'armatura e dunque si conosce tutto. In questo caso, bisogna verificare che

$$\mu_{ed} \geq \mu_{sd}$$

Pertanto, si calcola μ_{ed} . Partendo da A_{so} , si calcola la percentuale ω_0 .

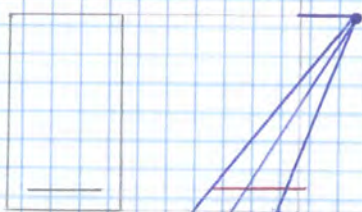
$$\omega_0 = \frac{A_{so} f_{yd}}{b d f_{cd}}$$

Tramite le tabelle si trova μ_{ed} e da qui si fa il confronto

VERIFICA $\mu_{sd}, b, d, f_{cd}, f_{yd}, A_{so} \Rightarrow \omega_0 = \frac{A_{so} f_{yd}}{b d f_{cd}} \Rightarrow \mu_{ed}$

3 Duttilità di una sezione:

in flessione, essa si può definire come la capacità di sopportare variazioni di curvatura in campo non elastico senza un'eccessiva variazione di momento flettente. Siccome si vuole che la struttura abbia comportamento duttile, occorre che l'armatura sia snervata.



Siccome si è in campo 3, all'aumentare della profondità x dell'asse neutro, la deformazione dell'acciaio diminuisce e dunque si riduce la duttilità della sezione.

→ si può controllare la duttilità della sezione in modo indiretto mediante un controllo DELLA PROFONDITA' DELL'ASSE NEUTRO.

Visto che la norma richiede una certa duttilità a le sezioni in strutture iperstatiche (si può estendere anche a quelle isostatiche), si fa sì che la deformazione dell'acciaio sia superiore a certi valori, si limita il valore ξ .

PREMESSA: livelli di importanza nell'Eurocodice

Tutti gli Eurocodici si organizzano secondo Frasi aventi diversi livelli di importanza, cioè ci sono più livelli di regole.

→ P ("shall"): indica un principio, tipicamente di carattere generale; che è un'assunzione e un'ipotesi che bisogna sempre rispettare.

→ null a ("Should"): indica un'affermazione e un punto meno forte rispetto al precedente e spesso è applicato ai metodi che si usano a soddisfare i principi.

→ "Kdy": sono note delle.

Questi diversi livelli fanno sì che la norma non sia troppo rigida e permettano l'uso di nuove conoscenze.

Si ottiene così un criterio x predimensionare la larghezza b della zona compressa

$$b \geq \frac{M_{sd}}{\mu_{lim} d^2 f_{cd}}$$

μ_{lim} è dato dalla classe di resistenza
 d è dato dal predimensionamento dell'altezza della sezione sulla base della deformabilità

Se si deve usare una larghezza b inferiore, allora non basta la semplice armatura ma si usa quella doppia.

È possibile avere una situazione in cui la sezione è soggetta a un momento flettente M_{sd} dimensionizzato superiore al valore limite

$$M_{sd} > M_{lim}$$

Come ci si comporta?

La soluzione più immediata consiste nell'abbassare M_{sd} , sapendo che

$$M_{sd} = \frac{M_{sd}}{b d^2 f_{cd}}$$

Si può allora agire su

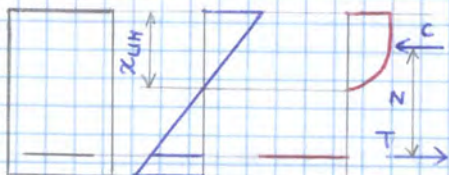
- M_{sd} : si riduce il carico, ad es. adottando materiale alleggerito
- d : può convenire aumentare lo spessore poiché d compare al quadrato
- f_{cd} : si cambia calcestruzzo
- b : si allarga la sezione

La soluzione più economica consiste nel lavorare sulle DIMENSIONI DELLA SEZIONE.

Infatti, si predimensiona la larghezza b in modo che

$$M_{sd} > M_{lim}$$

Esistono però situazioni in cui non si può modificare la geometria della sezione, migliorare le prestazioni dei materiali, etc.
 In tal caso, si ragiona in questo modo:



data una sezione, il problema è la posizione x dell'asse neutro, che deve essere limitata a x_{lim} .
 Per $x = x_{lim}$, la distribuzione delle tensioni è nota ed è nota la risultante di compressione, che è pari alla risultante di trazione (si è in flessione)

Se si aumentasse ancora x , secondo Kontopis occorrerebbe più armatura e dunque T aumenta. Di conseguenza, anche C aumenta e questa risultante si abbassa.
 Avviene così una perdita di braccio.

Da queste forze bisogna passare all'area dell'acciaio e dunque si divide x la tensione

→ ARMATURA INFERIORE:

L'armatura tesa è incrementata a partire dal valore A_{s0} . Essa sicuramente lavora a f_{yd} perché $\sigma = f_{ctm}$ e dunque si è in campo 3.

$$A_s = A_{s0} + \frac{\Delta T}{f_{yd}}$$

→ ARMATURA SUPERIORE:

questa nuova area A'_s che viene a nascere si calcola tenendo conto che non è detto che tale armatura lavori a f_{yd} .
In realtà, la tensione dell'armatura compressa dipende dalla posizione di tale armatura.

Ad es. se essa si trova in alto, essa è soggetta a una deformazione maggiore e dunque la tensione è maggiore.

Pertanto, bisogna valutare la tensione σ'_s nell'armatura compressa a partire dalla deformazione nel diagramma.

$$A'_s = \frac{C}{\sigma'_s}$$

In genere, l'area è diversa rispetto all'armatura tesa perché le tensioni a cui lavorano sono diverse.

Inoltre, x facilitare il calcolo di σ'_s , nelle tabelle di Montoja si introduce anche LA PROFONDITÀ ADIMENSIONALIZZATA δ DELL'ARMATURA COMPRESSA IN CORRISPONDENZA DELLA QUALE L'ARMATURA COMPRESSA È SNERVATA.

In questo modo, nota la posizione d' dell'armatura compressa, si può subito sapere se lavora a f_{yd} o meno.

$$\frac{d'}{d} < \delta \Rightarrow \text{armatura compressa snervata}$$

PROCEDIMENTO

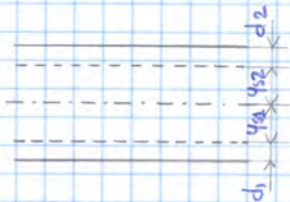
$$\sigma_{ctm} \rightarrow \eta_{ctm} \left\{ \begin{array}{l} \Delta H \\ A_{s0} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A'_s \\ \Delta A_{s0} \end{array} \right. \Rightarrow A'_s$$

$$A_s = A_{s0} + \Delta A_{s0}$$

3 Prevalente trazione nel piano di simmetria (raro);

esiste un approccio semplificato che parte dalla valutazione dell'eccentricità.

Si sa infatti che applicare uno sforzo normale N_{sd} e un momento M_{sd} a una sezione corrisponde ad applicare uno sforzo normale N_{sd} con eccentricità data dal rapporto momento - sforzo normale.



Si calcola innanzitutto l'eccentricità

$$e = \frac{M_{sd}}{N_{sd}}$$

Ci possono essere 2 casi

① $e > y_{s1}$

y_{s1} = distanza dell'armatura più tesa dal baricentro

In questo caso, la sezione non è tutta tesa ma ha una parte tesa e una parte compressa.

Qui si procede come nel caso di PRESSOFLESSIONE con PREVALENTE FLESSIONE, traslando N_{sd} sull'armatura tesa e calcolando N_{sd}^* .

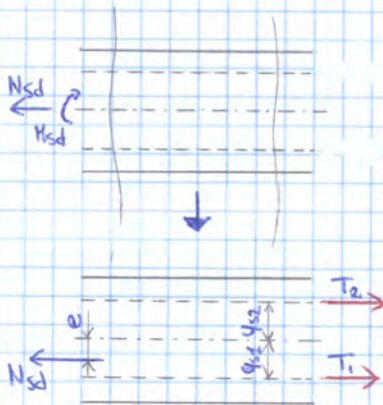
② $e < y_{s1}$

La sezione è completamente tesa.

In questo caso, se si considera un cono di trave soggetto a N_{sd} e M_{sd} (questo corrisponde al cono soggetto a uno sforzo normale eccentrico). Lo sforzo normale è assorbito con uno sforzo di trazione nell'armatura superiore e inferiore.

Per equilibrio alla traslazione si ha

$$T_1 + T_2 = N_{sd}$$



Si può poi scrivere l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno a un punto qualunque, come ad es. l'armatura superiore

$$T_1 (y_{s1} + y_{s2}) = N_{sd} (y_{s2} + e)$$

Questo è un sistema di 2 equazioni in 2 incognite, cioè le forze T_1 e T_2 nell'armatura superiore e inferiore.

Da qui si ricavano le forze e ~~poi~~ poi si passa alle aree.

A tal proposito, si assume che ~~le~~ entrambe le armature siano snervate.

$$A_{s1} = \frac{T_1}{f_{yd}} = \frac{N_{sd}(y_{s2} + e)}{f_{yd}(y_{s1} + y_{s2})}$$

$$A_{s2} = \frac{T_2}{f_{yd}} = \frac{N_{sd}(y_{s1} - e)}{f_{yd}(y_{s1} + y_{s2})}$$

$$A_{s1} = \frac{N_{sd} y_{s2} + e}{f_{yd} y_{s1} + y_{s2}}$$

$$A_{s2} = \frac{N_{sd} y_{s1} - e}{f_{yd} y_{s1} + y_{s2}}$$

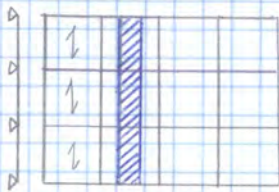
5. Soluzioni approssimate

un tempo queste servivano perché non esistevano sistemi di calcolo, oggi servono a avere un controllo del problema:

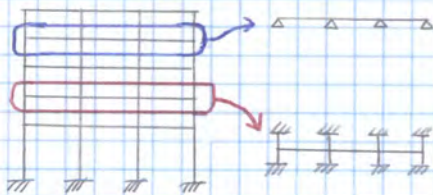
Ogni organo strutturale è complesso e non sempre può essere rappresentato bene dal punto di vista analitico. Se non ci sono difficoltà con travi e pilastri, con solai e pareti si potrebbero usare elementi bidimensionali ma in essi ci sono 5 o 8 sollecitazioni ed è complicato passarle all'armatura, a cui il modello non è adatto a calcolare queste strutture.

D'altra parte, se il modello è complesso, aumenta il numero di dati di input e dunque la probabilità di errori sui dati. Così aumenta il rischio di errori nei risultati e gli strumenti di calcolo perdono efficacia.

⇒ bisogna introdurre dei METODI APPROSSIMATI e delle SEMPLIFICAZIONI a capire il comportamento della struttura nel suo complesso, in particolare a il controllo quantitativo dei risultati analitici e a intercettare errori significativi. Lo stesso vale a il dimensionamento della sezione e il calcolo delle armature.



Per semplificare l'analisi, ad es., un telaio tridimensionale sufficientemente regolare è diviso in campi di solai che sono analizzati in modo indipendente e in serie di telai piani indipendenti. Considerando poi i carichi verticali, un telaio piano può essere semplificato in sottotelai o travi continue:



Se si considera un telaio trasversale (o longitudinale), si prende una fetta di solai di larghezza unitaria o data da un modulo. Tale fetta poggia su travi ed è soggetta ai carichi di sua competenza. Quando si è calcolata tutta l'armatura di sua competenza, bisogna ricordarsi che i vincoli non sono cerniere e ostacolano la libera rotazione (ma a quello si pensa alla fine).

In seconda battuta, le fette di solai trasferiscono il carico ai telai, che possono essere studiati in modo indipendente (se la struttura è regolare e soggetta ad azioni statiche)

↓ i telai centrali si portano i carichi corrispondenti alle fette di solai

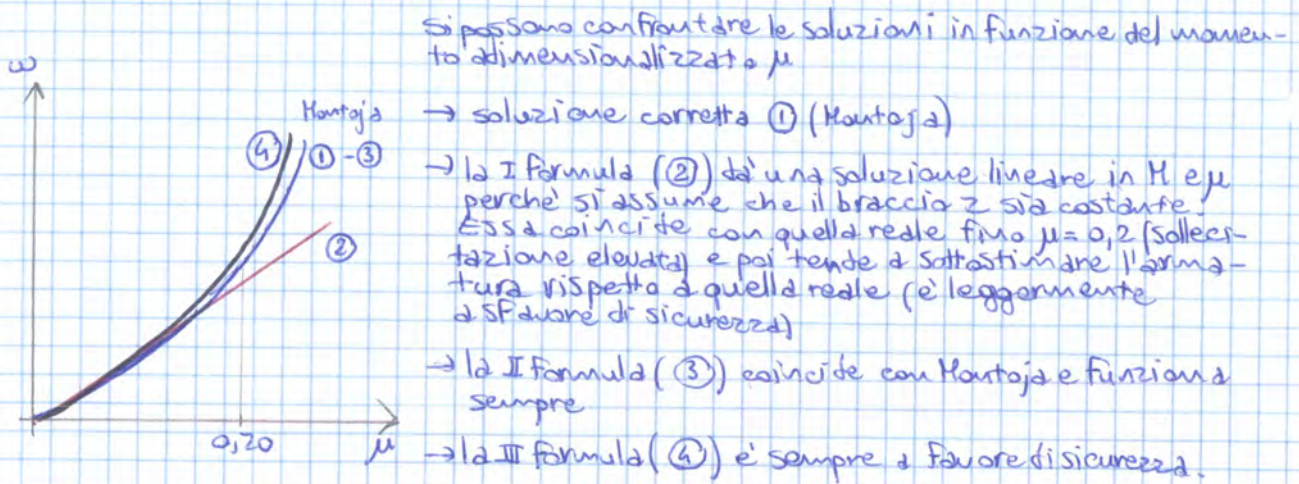
In questo modo, si porta la struttura a un telaio piano, che può essere studiato come tale o con ulteriori semplificazioni:

→ l'ultimo piano è studiato come un sottotelaio

→ il piano intermedio è studiato come un telaio.

In alternativa, si può ignorare l'effetto telaio a carichi verticali dicendo che ogni piano, dal punto di vista del carico verticale, si comporti come una trave appoggiata.

↓ altri aspetti sono poi sistemati nei dettagli costruttivi



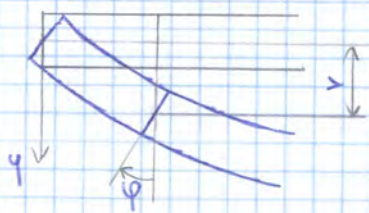
OSSERVAZIONE: lo stress block è valido tutte le volte che la deformazione del lembo superiore vale ϵ_{cu2} (CAKPO 3) ma fornisce buoni risultati anche in campo II. Esso si può usare indipendentemente dalla presenza di sforzo normale, con singola o doppia armatura (in questo caso si può scrivere un'equazione di equilibrio senza iterazioni perché, avendo assunto tensioni costanti, si elimina la non linearità e l'integrazione). Esso si può usare in campo II, dove le armature sono non snervate. Qui si assume che siano snervate, si posiziona l'asse neutro e poi si verifica.

6. Diagramma momento - curvatura

Esso si utilizza in ingegneria strutturale in 2 situazioni:

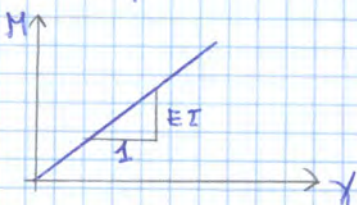
→ x calcolo non lineare strutturale

→ valutazione di stabilità strutturale (problema delle colonne snelle compresse).



Per definizione, data puntualmente la deformazione di una sezione secondo un certo raggio di curvatura, si definisce come **curvatura** il reciproco di tale raggio

$$\chi = \frac{1}{r} = \frac{d\phi}{dx} \quad \rightarrow \text{derivata seconda dello spostamento (con buona approssimazione)}$$



Il diagramma momento-curvatura si presenta come una retta di inclinazione data da EI in campo elastico-lineare, in virtù dell'equazione della linea elastica

$$\chi \approx \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

In realtà, una sezione in cemento armato non presenta comportamento elastico lineare e, inoltre, non si è ancora visto il contributo dello sforzo normale. Questo, intervenendo, fa diventare il diagramma una superficie

⇒ si valuta il diagramma x assegnati valori di sforzo normale e si ottiene una curva di livello.

Si può notare che non si ragiona più alla SLV (questo $\rightarrow X < X_{Rd}$ corrisponde all'ultimo punto del diagramma) e dunque il II parametro non è più dato dai poli.

Esistono altri modi a dare il II parametro

\rightarrow deformazione in corrispondenza del baricentro, cioè $x = y = 0$

$$\varepsilon(y=0) = \lambda$$

\rightarrow fissata la profondità dell'asse neutro, si lavora sulla deformazione all'estradosso.

L'importante è che ci sono 2 parametri da definire e bisogna fissarne uno.

Una volta trovata la configurazione deformata, si trova il momento M corrispondente alla curvatura imposta.

$$\int_A \sigma y dA = M$$

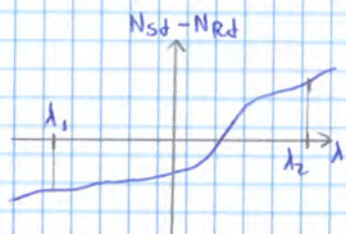
Si ripete l'operazione a diverse curvature e si traccia la curva Momento-curvatura a punti.

A livello numerico, quindi, l'operazione si svolge in più fasi

Ⓘ Note la sezione e N_{Rd} , si calcolano i valori limite X_{Rd} e X_{Ed}

Ⓜ Si divide l'intervallo $[0; X_{Rd}]$ in un numero assegnato di intervalli

Ⓢ Per ogni curvatura intermedia, si trova la configurazione avente quella deformazione cui corrisponde un integrale delle tensioni pari allo sforzo normale.



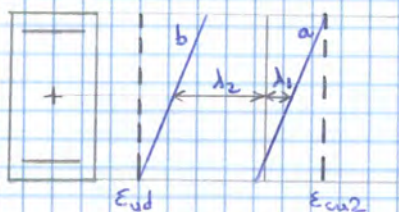
Se si ragiona sulla deformazione in corrispondenza del baricentro, a trovare il valore λ corretto, si usa il metodo di bisezione in modo che $N_{Rd} = N_{sd}$:

si trovano i valori iniziali λ_1 e λ_2 tali che la differenza $N_{sd} - N_{rd}$ sia positiva e negativa. Per trovarli, si considerano le configurazioni limite dei materiali (calcestruzzo e acciaio).

Assegnata una certa curvatura, si ottiene un fascio di rette parallele che vanno da a a b , cioè le rette passanti x il polo del calcestruzzo e il polo dell'acciaio. A queste rette si associano 2 valori λ_1 e λ_2 e sicuramente il valore reale λ cade in mezzo.

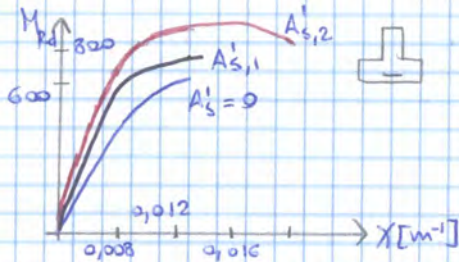
\Rightarrow note le deformazioni limite dei materiali, si ottiene il range di valori λ

Da qui si dimezza i campi, fino a soluzione.



Ⓤ Si trova il momento resistente corrispondente.

INFLUENZA DELL'EVENTUALE ARMATURA COMPRESSA



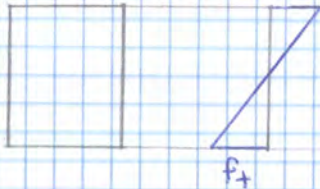
In una sezione a T rovescia, aggiungendo armatura in estradosso, la curva cambia e si ottengono valori simili alla sezione a T, dove c'è tanto calcestruzzo compresso.

Infatti, non avendo tanto calcestruzzo compresso, si inserisce dell'armatura compressa e si torna così a un comportamento duttile.

TRACCIAMENTO DEL DIAGRAMMA MOMENTO-CURVATURA

Il suo tracciamento è oneroso a livello computazionale e dunque spesso si usa un **DIAGRAMMA SEMPLIFICATO** che si basa su 3 punti corrispondenti a 3 diversi comportamenti della sezione al crescere della curvatura.

- ① Per curvature molto basse, si considera la resistenza a trazione del calcestruzzo e dunque il primo comportamento è quello relativo alla **sezione non fessurata**.
Pertanto, il primo punto (χ_f ; M_f) è quello di passaggio comportamento non fessurato - comportamento fessurato.



Per volerlo, data una sezione rettangolare in cemento armato, si tiene conto che prima della fessurazione non interviene l'armatura (è come se non esistesse). Per questo motivo, la distribuzione delle tensioni è il diagramma biangolare proprio dell'elasticità lineare. In incipiente fessurazione, la tensione nel lembo più teso vale f_{ct} .

Pertanto, il momento M_f vale

$$M_f = f_{ct} W$$

W = modulo resistente elastico della sezione

Se poi è applicato uno sforzo normale di compressione N , la distribuzione cambia e si ha

$$f_{ct} = \frac{N}{A} + \frac{M_f}{W} \Rightarrow M_f = W \left(f_{ct} - \frac{N}{A} \right)$$

$$M_f = W \left(f_{ct} - \frac{N}{A} \right)$$

La curvatura corrispondente vale

$$\chi_f = \frac{M_f}{EI} = \frac{f_{ct} W}{EI} = \epsilon_{ct} \frac{W}{I}$$

$$\chi_f = \epsilon_{ct} \frac{W}{I}$$

- ② Il campo fessurato si dice **CAMPO 2** e, all'aumentare della curvatura, il calcestruzzo è fessurato mentre l'acciaio lavora in campo elastico. Così il momento è lineare nella curvatura, ma la pendenza è minore poiché c'è minore rigidità. Ciò avviene fino al nuovo passaggio (χ_y ; M_y), dove avviene snervamento dell'acciaio.

Il punto si trova in modo simile, imponendo che la tensione nell'armatura tesa valga f_y e trovando imponendo la profondità z dell'asse neutro corrispondente.

STATO LIMITE ULTIMO ALLE TENSIONI TANGENZIALI

Lo SLU a flessione è un problema consolidato, cioè i metodi di progetto a sezioni soggette a tensioni normali sono consolidati e presentano la stessa impostazione in tutto il mondo.

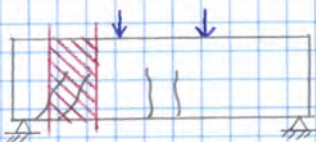
Ciò non vale a il taglio, in quanto il problema relativo ai modelli usati nel cemento armato a valutare la resistenza al taglio e calcolare l'armatura a taglio è ancora un problema aperto.

Infatti, si nota che **il comportamento di una sezione in cemento armato soggetta a taglio è complesso**.

Ciò avviene a più motivi

→ in una sezione, le tensioni tangenziali sono sempre accompagnate da tensioni normali, mentre non è vero il contrario.
Pertanto, non è corretto parlare di SLU al taglio.

→ un problema fondamentale nel comportamento di una sezione a taglio è che non ci si può riferire a un comportamento sezionale, cioè non si può valutare sezione a sezione, bensì bisogna riferirsi a un **tranco finito di trave**.

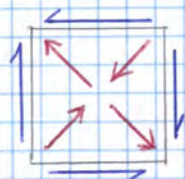


Sperimentalmente, se una trave è soggetta a 2 forze concentrate poste a una certa distanza, si nota che

→ nella parte centrale (dove $M = \text{cost}$) si sviluppano fessure perpendicolari all'asse longitudinale

→ nella parte laterale, invece, le fessure partono perpendicolari e poi si inclinano o partono direttamente inclinate.

Perché le fessure sono inclinate?



Se si considera un elemento infinitesimo in corrispondenza del baricentro della sezione, in assenza di fessure non ci sono tensioni normali (in flessione pura, a il baricentro passa l'asse neutro) ma solo tensioni tangenziali.

Le tensioni tangenziali provocano delle tensioni principali di trazione e compressione che sono inclinate.

Sapendo allora che le fessure si formano perpendicolarmente alle tensioni principali di trazione (cioè parallelamente alle tensioni di compressione), nascono fessure inclinate.

Così, anche se le fessure nascono perpendicolarmente all'asse della trave in corrispondenza dell'intradosso teso (a flessione), queste poi si inclinano a effetto del taglio. Se queste nascono dove il momento è piccolo, esse si formano già inclinate.

Siccome la fessura di taglio si inclina, non si può più studiare il comportamento di una sezione (non ci si mette più sulla sezione fessurata) ma bisogna considerare un cono di struttura.

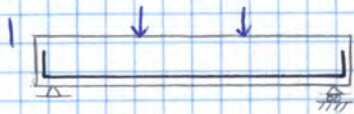
Il fatto di considerare un cono finito complica però di molto il problema analitico e, a questo, bisogna trovare dei CRITERI SEMPLIFICATI a ridurre la trattazione.

↳ bisogna realizzare modelli di calcolo semplici e che diano un risultato approssimato lato sicurezza

→ la rottura a taglio è pericolosa perché ha carattere di **fragilità** e dunque deve essere evitata.

Il problema è che, in flessione, basta giocare con la forma della sezione e l'armatura tesa e compressa a conferire duttilità; a la rottura a taglio invece si può fare ben poco.

Elementi non armati a taglio



Innanzitutto, se si considera una trave con sola armatura flessionale, questa presenta comunque una certa resistenza a taglio.

In caso di ELEMENTI STRUTTURALI IMPORTANTI, è richiesta la presenza di armatura minima a taglio anche se, dal punto di vista analitico, questa non serve (la resistenza a taglio supera il taglio sollecitante).

D'altra parte, esistono elementi strutturali in cui, se si dimostra che non serve, si può OMETTERE L'ARMATURA A TAGLIO.

→ **piastre piene** (hanno grande capacità di redistribuzione)

→ **travetti di solaio** (es. travetti ravvicinati come nel latero-cemento)

→ **travi sopraporta e travi soprafinestra**, che sono elementi secondari che prendono solo il peso della tamponatura sopra l'elemento e riportano a lato il carico.

Inoltre, se si dimostra che la struttura non è fessurata allo SLD, si può omettere il calcolo dell'armatura a taglio ma bisogna disporre comunque l'armatura minima. Ciò è raro, poiché si verifica solo in strutture poco caricate, e la verifica di fessurazione è difficile, a cui conviene calcolare l'armatura.

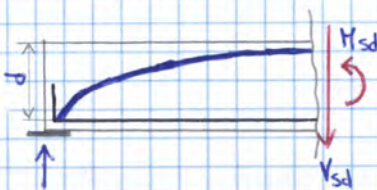
Se invece si ha una trave fessurata (accade sempre), si può omettere il calcolo dell'armatura tesa se

$$V_{sd} \leq V_{rd}$$

mettendo però l'armatura minima.

2. MECCANISMO DI RESISTENZA DI UN ELEMENTO NON ARMATO A TAGLIO

Come resiste a un'azione di taglio una trave non armata a taglio?

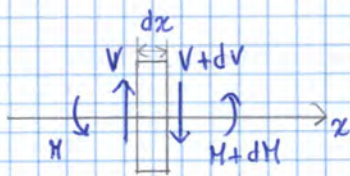


Dal punto di vista del modello, il meccanismo resistente si può descrivere con un **modello arco-tirante**, in cui si immagina che si formi un arco a spinta eliminata dall'interno della trave e la spinta d'arco è eliminata dalla presenza di un tirante. In parti calde, l'arco è costituito dal calcestruzzo compresso e il tirante dall'armatura tesa inserita a resistere al momento flettente. I due elementi sono ancorati all'estremità dell'elemento strutturale.

In realtà, il comportamento è di tipo misto:

si consideri l'equilibrio del cuneo infinitesimo

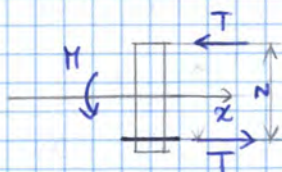
$$V = \frac{dM}{dx}$$



Nelle tensioni normali, il momento è dato dalla risultante di trazione T x il braccio z .

$$V = \frac{dM}{dx} =$$

$$= \frac{d}{dx}(Tz) = z \frac{dT}{dx} + T \frac{dz}{dx}$$



zona compressa



ingrattamento



effetto spinotto

→ **effetto di ingrattamento** degli aggregati nella fessura, perché le fessure sono scabre e spesso seguono gli aggregati. Esiste così un comportamento attritivo sulle fessure e ciò si traduce in tensioni tangenziali sulla loro superficie.

→ con barre di armatura continue, quando tende a esserci una dislocazione tra 2 denti consecutivi di calcestruzzo, la barra flette e si oppone alla dislocazione. Così la barra tende a portare una porzione di taglio e si parla di **effetto spinotto**.

Con questa serie di meccanismi si porta in taglio e, al variare del comportamento della trave (entità dei carichi, apertura delle fessure, scabrezza, etc.), varia la percentuale di meccanismo e si può avere:

→ **effetto arco dominante**, dove aumenta il contributo della zona compressa

→ **effetto trave dominante**, dove aumenta il contributo degli altri elementi.

Si può allora capire che il comportamento è molto complicato e dunque non si possono realizzare modelli analitici.

3 Resistenza a taglio di un elemento privo di armatura a taglio

Visto che non si può individuare un modello analitico per determinare la resistenza a taglio di questi elementi, gli Eurocodici definiscono una formulazione empirica che fa sì che si assuma un **APPROCCIO SEZIONALE** (nonostante il comportamento a taglio sia più complesso).

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} K (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + K_1 \sigma_{cp} \right] \cdot b_w d$$

$V_{Rd,c}$ = taglio resistente di calcolo, legato perlopiù al calcestruzzo. Esso è dato dal termine tra parentesi quadre, che è una tensione, moltiplicato x l'area.

$C_{Rd,c}$ = sorta di tensione tangenziale resistente a taglio (**RESISTENZA A TAGLIO DEL CALCESTRUZZO**), il cui valore raccomandato dall'Eurocodice è dalle NTC è

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

$$\gamma_c = 1,5$$

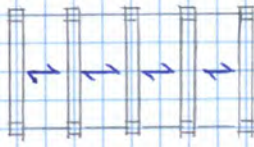
K = rappresenta una sorta di **EFFETTO SCAVA** perché si nota che travi prive di armatura a taglio più alte ($d >$) manifestano minore resistenza a taglio. Pertanto, siccome sembrerebbe dall'espressione che V_{Rd} sia proporzionale a d , con il termine K si elimina tale proporzionalità.

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d[\text{mm}]}} \leq 2,0$$

ρ_l = percentuale di armatura longitudinale tesa che, nel meccanismo ^{teorico} arco tirante, costituisce il tirante. Questa però non è riferita all'area complessiva di calcestruzzo bensì si esprime come

$$\rho_l = \frac{A_{s,l}}{b_w d} \leq 0,02$$

APPLICAZIONE



Si consideri una struttura con un telaio in una certa direzione e il solcio è ordinato in una direzione.

Il solcio presenta un certo schema statico e, dalle condizioni di carico, si trova un involucro del diagramma di taglio.



Fatto ciò, con la formulazione si calcola $V_{rd,c}$ dopo aver fatto il calcolo flessionale e deciso l'armatura longitudinale (che dà μ).

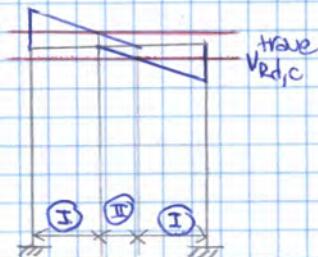
Confrontando $V_{rd,c}$ con il diagramma di taglio, sembra che non serva armatura a taglio.

Siccome si sta parlando di un travetto, non si inserisce armatura a taglio.



In caso contrario, dove in alcuni tratti si ha $V_{sd} > V_{rd,c}$, si dovrebbe mettere l'armatura a taglio.

Siccome in genere non si mette armatura a taglio nei travetti, si farà qualcosa d'altro.



Una volta fatto il travetto, si passa al telaio.

Focalizzandosi sulla sola trave, si traccia il diagramma di taglio.

Una volta calcolato $V_{rd,c}$, si può notare tipicamente che

$$V_{rd,c} \ll V_{sd}$$

Si individuano così 2 zone

① $|V_{sd}| > |V_{rd,c}| \Rightarrow$ qui si calcola l'armatura a taglio

② $|V_{sd}| < |V_{rd,c}| \Rightarrow$ teoricamente, si potrebbe non mettere armatura a taglio. Siccome non è un elemento secondario, bisogna comunque mettere l'ARMATURA MINIMA A TAGLIO.

OSSERVAZIONE ①:

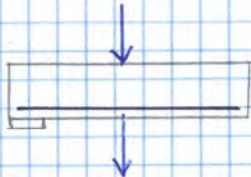
il coefficiente C_{rd} è stato tarato da una serie di prove sperimentali di cui si sono ottenuti dei risultati molto dispersi.

A livello di involucro di tutti i risultati (valore di calcolo), si ottiene 0,18.

Applicando il fattore γ_c , si finisce a 0,12.

OSSERVAZIONE ②: carichi applicati superiormente in prossimità degli appoggi

Innanzitutto, in una struttura in cemento armato una forza applicata superiormente o inferiormente nello stesso punto produce effetti diversi (sebbene il taglio sia lo stesso).



→ la forza superiore schiaccia il calcestruzzo, cioè lo manda localmente in compressione.

→ la forza inferiore manda localmente in trazione il calcestruzzo (es. carichi appesi).

Le formule introdotte per la resistenza a taglio valgono solo per forze applicate superiormente, mentre in presenza di carichi appesi occorre applicare una correzione.

Elementi che richiedono armatura a taglio

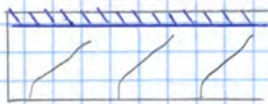
1 Essi sono tutti gli elementi dove

$$V_{sd} > V_{rd,c}$$

2 MODELLO DI CALCOLO:

il modello che si usa x valutare questi elementi strutturali si basa su ipotesi semplificative.

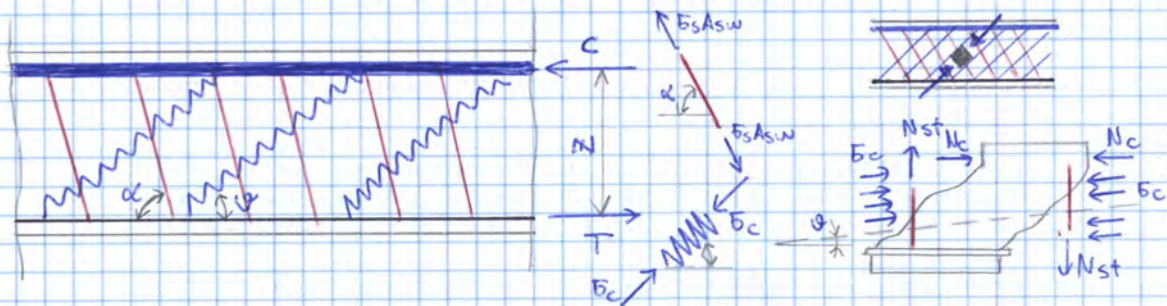
Tali ipotesi derivano dal comportamento sperimentale.



Quando l'elemento si fessura x effetto del taglio, nascono fessure inclinate di 45° . Si è allora immaginato di studiare la struttura riconducendola da una continua a una discreta, di tipo reticolare.

Così è nato il concetto di TRASFORMAZIONE DA TRAVE CONTINUA A TRAVE RETICOLARE e il concetto di **traliccio**.

Oggi il modello è un po' diverso ma il modello di calcolo della resistenza prevede comunque l'assunzione che si formi un traliccio isostatico all'interno della trave, costituito da correnti paralleli uniti da aste di parete.



In particolare, x effetto del momento flettente (assunto positivo), si sa che si creano una zona compressa (non fessurata) e una zona tesa rappresentata dall'armatura longitudinale. Si individuano così:

→ **corrente compresso** (quella superiore, in questo caso), che porta la compressione C ed è rappresentato dal calcestruzzo compresso x effetto del momento flettente e dell'eventuale sforzo normale.

→ **corrente teso** (quella inferiore, in questo caso), che porta la trazione T ed è rappresentato dall'armatura longitudinale tesa x effetto del momento flettente e dell'eventuale sforzo normale.

Per quanto riguarda le aste di parete che collegano i ~~ti~~ correnti, questi erano inizialmente costituiti dalle staffe e dai denti di calcestruzzo compresso tra le fessure consecutive. Oggi si è un po' cambiato.

→ **Aste di parete compresse:**

esse sono aste ideali rappresentate dal CALCESTRUZZO COMPRESSO D'ANIMA e presentano una generica inclinazione φ (non è detto che sia 45°) rispetto alla direzione longitudinale della trave.

Queste aste lavorano alla tensione E_s .

In realtà, non si parla tanto di "aste" ma piuttosto di **campi di compressione** che attraversano le fessure.

↓
se si indicassero con il termine "aste", si penserebbe più ai denti

2 Valutazione della resistenza;

una volta individuato il traliccio, si procede a valutare la resistenza al taglio. Si è visto che il traliccio presenta più elementi

- corrente compresso
 - corrente teso
 - aste di parete
- } già visti in flessione
- elemento nuovo

Siccome ci sono 2 elementi strutturali nelle aste di parete, la rottura a taglio può avvenire in 2 modi

- si raggiunge la resistenza massima delle staffe
- si raggiunge la resistenza massima dei campi di compressione

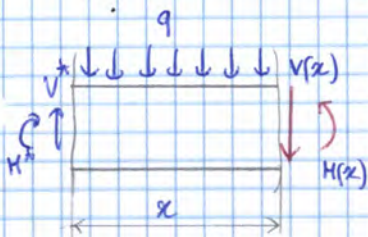
⇒ si valutano 2 VALORI DI RESISTENZA AL TAGLIO e la resistenza a taglio della trave è data dal valore minimo.

Per definire le due resistenze, si sa che la meccanica del continuo si basa su 3 tipi di equazione: equazioni di equilibrio, congruenza e costitutive. Con queste 3 famiglie di equazioni, in linea teorica, si potrebbe risolvere ogni problema strutturale. Siccome la risoluzione è complessa nei casi reali, si esegue un'approssimazione:

se la struttura ha comportamento plastico, valgono i teoremi ^{del} limite superiore e inferiore, che permettono di trovare il carico approssimato di rottura usando solo le equazioni di congruenza (teorema cinematico) o le equazioni di equilibrio (teorema statico).

In questo caso, a lo studio della SLU si usa solo il metodo statico e dunque le equazioni di equilibrio. In questo modo, si trova una soluzione approssimata a difetto e si è a favore di sicurezza

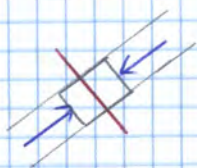
↓ LOWER BOUND SOLUTION



A tal proposito, dato un campo di lunghezza x e noti il taglio V^* e momento H^* all'estremo a sinistra, grazie alle equazioni di equilibrio si riesce a trovare il valore delle sollecitazioni a destra.

$$H(x) = H^* + V^*x - \frac{1}{2}qx^2$$

$$V(x) = V^* - qx$$



In realtà, in questo caso, non si usa più la classica resistenza a calcestruzzo di tipo monoassiale. Infatti, il cubetto di calcestruzzo nell'anima è attraversato dalle staffe tese e queste, a aderenza, mandano trasversalmente in trazione il calcestruzzo dell'anima. In questo modo, l'anima è indebolita e mostra resistenza minore. Pertanto, essa è ridotta con il fattore η .

Si nota poi che il valore F_{cd} è diverso da quello usato nella valutazione della resistenza a flessione, poiché nella resistenza a taglio non interviene più α_{cc} .

$$F_{cd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c}$$

Il Fattore η , che riduce la tensione nel calcestruzzo fessurato a taglio attraversato dall'armatura tesa, vale

$$\eta = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ctk} [MPa]}{250} \right]$$

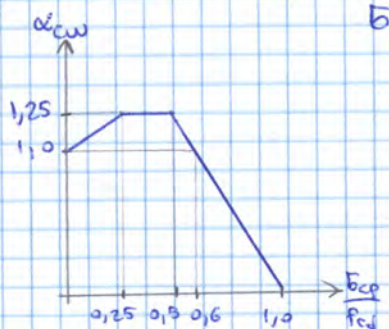
→ in Italia, indipendentemente dal valore di f_{ctk} , si pone $\eta = 0,5$ (del resto, varia poco)

→ IN PRESENZA DI COMPRESSIONE, si impone che

$$\sigma_{cw} \leq \alpha_{cw} \eta F_{cd}$$

Il coefficiente α_{cw} tiene conto dell'effetto della compressione semplice (es. colonne) o della precompressione e dipende dal rapporto σ_{cp}/F_{cd} , dove

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} > 0 \text{ se di compressione}$$



→ in assenza di precompressione ($\sigma_{cp}/F_{cd} = 0$), il parametro vale 1

→ x rapporti compresi tra 0 e 0,25, si ha un andamento lineare crescente

→ tra 0,25 e 0,5, il parametro è costante e vale 1,25

→ si annulla quando il rapporto vale 1.

A livello di equazioni, si ha

$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1 + \frac{\sigma_{cp}}{F_{cd}} & 0 \leq \frac{\sigma_{cp}}{F_{cd}} \leq 0,25 \\ 1,25 & 0,25 < \frac{\sigma_{cp}}{F_{cd}} \leq 0,5 \\ 2,5 \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{F_{cd}} \right) & 0,5 < \frac{\sigma_{cp}}{F_{cd}} \leq 1,0 \end{cases}$$

Così la presenza di uno sforzo normale non troppo elevato è positiva nei confronti della resistenza a taglio nei campi compressi d'anima, poiché aumenta V_{rd} nel calcestruzzo. Del resto, all'inizio lo sforzo normale chiude le fessure che si sono formate x il taglio.

In particolare, α_{cw} è maggiore di 1 fino a $\sigma_{cp}/F_{cd} = 0,6$.

Quando poi lo sforzo normale è elevato, la resistenza a taglio è penalizzata perché il calcestruzzo d'anima, oltre a resistere al taglio, deve portare anche lo sforzo normale di compressione.

Il numero n_w di staffe tagliate dal piano parallelo ai campi di compressione è dato dal rapporto tra la lunghezza AB della sezione

$$\overline{AB} = z(\cotan\vartheta + \cotan\alpha) s \sin\alpha$$

e il passo $s \sin\alpha$ delle staffe.

L'equazione così diventa

$$V_{sd} = \sigma_s A_{sw} \frac{z(\cotan\vartheta + \cotan\alpha) s \sin\alpha}{s \sin\alpha} \cdot \sin\alpha$$

Il massimo taglio che si può applicare, che sarà il taglio resistente $V_{rd,s}$, è quello che corrisponde a

$$\sigma_s = f_{yk} \Rightarrow V_{rd,s} = \frac{A_{sw}}{s \sin\alpha} z f_{yk} (\cotan\vartheta + \cotan\alpha) \sin^2\alpha$$

$$V_{rd,s} = \frac{A_{sw}}{s \sin\alpha} z f_{yk} (\cotan\vartheta + \cotan\alpha) \sin^2\alpha$$

La verifica è soddisfatta se

$$V_{rd,s} \geq V_{sd}$$

e qui la tensione delle staffe d'acciaio è minore di f_{yk} .

A questo punto, occorre introdurre un altro vincolo legato alla **duttilità**:

il quantitativo di staffe da inserire e la resistenza a taglio dipendono dall'angolo ϑ .

In particolare, in progetto è noto V_{sd} e si impone

$$V_{rd} = V_{sd}$$

e si trova la quantità di staffe al metro A_{sw}/s .

Il valore ϑ è a scelta.

Si sa che le fessure si formano con un angolo di 45° e nel momento in cui si formano, si vuole che LA RESISTENZA DEI CAMPI DI COMPRESSIONE SIA SUPERIORE ALLA RESISTENZA DEI CAMPI DI TRAZIONE x evitare rottura fragile;

quando si forma la fessura ($\vartheta = 45^\circ$), si vuole che la staffa (e non il calcestruzzo) arrivi allo SLU.

Per questo motivo, non bisogna mettere troppe staffe, altrimenti queste non snervano e il calcestruzzo va a rottura.

Dunque si impone a $\vartheta = 45^\circ$ la disuguaglianza tra le resistenze

$$V_{rd,max}(\vartheta = 45^\circ) \geq V_{rd,s}(\vartheta = 45^\circ)$$

$$\frac{\frac{1}{2} \alpha_{cw} V_{fcd}}{\sin\alpha} \geq \frac{A_{sw,max} f_{yk}}{b w s}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \alpha_{cw} V_{fcd}}{\sin\alpha} \geq \frac{A_{sw,max} f_{yk}}{b w s}$$

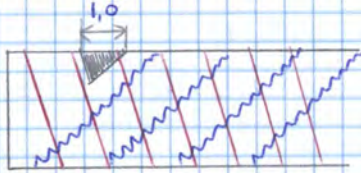
Nella pratica, è impossibile mettere così tante armature e, al più, il problema può accadere con un'anima molto sottile.

Oggi, se si usano spessori di anima adeguati, la verifica non è importante (comunque deve essere fatta).

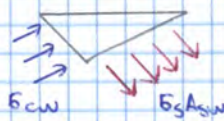
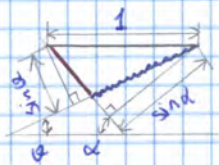
Per quanto riguarda i bracci relativi alle risultanti delle distribuzioni, si è assunto che le distribuzioni fossero costanti e dunque la risultante cade a metà della lunghezza di competenza.
Si ottiene così:

$$M_{sd} = Tz - \frac{1}{2} \sigma_{cw} b w z^2 \cos^2 \vartheta + \frac{1}{2} \frac{A_{sw}}{s} \sigma_{sw} \frac{z^2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

Si nota che le tensioni σ_{sw} dell'acciaio e le tensioni σ_{cw} del calcestruzzo non sono indipendenti tra di loro, ma sono legate.



Si potrebbero sfruttare le altre equazioni ma, per ottenere un legame diretto, si considera un concio di lunghezza unitaria, tagliato parallelamente alle staffe e ai campi di compressione.
In questo caso, intervengono



→ i campi di compressione con tensione σ_{cw} agente sulla lunghezza $z \sin \alpha$

→ le staffe con le forze $\sigma_{sw} A_{sw}$ sulla lunghezza $z \sin \alpha$.

Si ignorano le componenti longitudinali (i correnti)

Si scrive l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale

$$\sigma_{cw} A_{cw} \sin \vartheta = \sigma_{sw} A_{sw} - n_{sw} \sin \alpha$$

I termini trigonometrici posti alla fine di ogni membro servono a passare alla componente verticale della risultante.

L'area dell'anima compressa vale

$$A_{cw} = b w \sin \vartheta$$

La forza in ciascuna staffa $\sigma_{sw} A_{sw}$ è moltiplicata × il numero di staffe, che vale

$$n_{sw} = \frac{\sin \alpha}{s \sin \alpha}$$

Si ottiene così la correlazione tra le tensioni del calcestruzzo d'anima e le tensioni delle staffe.

$$\sigma_{cw} b w \sin \vartheta \cdot \sin \vartheta = \sigma_{sw} A_{sw} \frac{\sin \alpha}{s \sin \alpha} \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sigma_{cw} b w = \sigma_{sw} A_{sw} \frac{\sin \alpha}{s \sin^2 \vartheta}$$

Si sostituisce il tutto nell'equazione di partenza e si ottiene

$$M_{sd} = Tz - \frac{1}{2} \sigma_{sw} \frac{A_{sw}}{s} \sin \alpha z^2 (\cotan^2 \vartheta - \cotan^2 \alpha)$$

||
 $V_{sd} (\cotan \vartheta - \cotan \alpha)$ (v. equazione delle staffe)

$$\Rightarrow M_{sd} = z \left[T - \frac{1}{2} V_{sd} (\cotan \vartheta - \cotan \alpha) \right]$$

Il tiro nella sezione a distanza x vale

$$T(x) = \frac{V_{sd} x}{z} + \frac{1}{2} V_{sd} (\cotan \vartheta - \cotan \alpha) =$$

$$= \frac{V_{sd} \left(x + \frac{z}{2} (\cotan \vartheta - \cotan \alpha) \right)}{z} = \frac{V_{sd} (x + a)}{z}$$

Si nota che il numeratore corrisponde al momento flettente valutato non in x , bensì in $x+a$, dove

$$a = \frac{z}{2} (\cotan \vartheta - \cotan \alpha)$$

Il tiro in x così vale

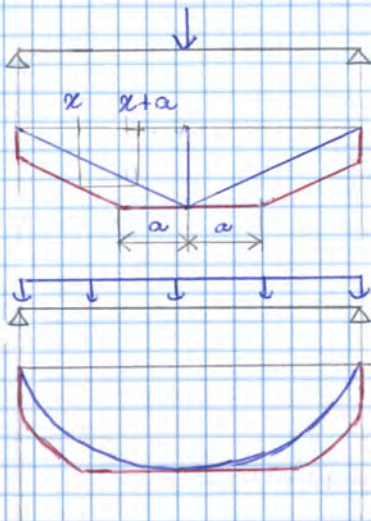
$$T(x) = \frac{V_{sd}(x+a)}{z} = \frac{M_{sd, x+a}}{z}$$

$$T(x) = \frac{M_{sd, x+a}}{z}$$

Regola di traslazione del diagramma di momento flettente

La relazione dice che il tiro che è presente nell'armatura nella sezione x non è calcolato con taglio e momento presenti nella sezione x , ma dipende solo dal momento che si ha in un altro punto, di coordinata $x+a$. La posizione di tale punto a , meglio, il termine a dipende dai parametri z , ϑ e α .

Es (TRAVERE APPOGGIATA)



Dato il diagramma di momento, secondo questa formula, si calcola il tiro in x , non si prende il momento nell'ascissa x ma il momento nell'ascissa $x+a$.

→ si prendono tutti i punti del diagramma e si traslano verso l'esterno di una quantità a .

In questo modo, non bisogna lavorare su momento e taglio ma solo sul momento, visto che si è dimostrato che ci si può riferire al momento di un'altra sezione. Si possono notare 2 aspetti:

→ il momento corretto è sempre maggiore del momento originale

→ la regola non intacca i valori massimi di momento, che rimangono sempre uguali.

Es



Si immagina di tracciare un traliccio costituito da corrente superiore e inferiore, staffe verticali e una serie di campi di compressione inclinati in un certo modo e speculari a simmetria. Se si risolve il traliccio, si nota che il tiro tra B e C è costante e corrisponde al valore del momento di picco diviso z , cioè è come se ci fosse stata la traslazione (solo che non è puntuale ma è mantenuta a una certa distanza).

Come si possono disporre?

Si potrebbero mettere 6 barre $\phi 20$ in tutta la zona a flessione positiva e 7 barre $\phi 20$ nella zona a flessione negativa, ma la soluzione è migliorabile.

Per fare ciò, sul diagramma di prima, si riportano i MOMENTI RESISTENTI oltre a quelli sollecitanti:

Le 6 barre $\phi 20$ (l'armatura che si è calcolata) danno un momento resistente $M_{rd,1}$ (ovviamente maggiore di M_{sd}).

Siccome il momento è grande solo nella zona centrale e diminuisce man mano che ci si sposta verso gli appoggi (e poi diventare negativo), si potrebbe ridurre l'armatura.

Pertanto, si valutano i momenti ~~con~~ resistenti corrispondenti a

$$\rightarrow 6 \phi 20 \Rightarrow M_{rd,2}$$

$$\rightarrow 2 \phi 20 \Rightarrow M_{rd,3}$$

Da qui, confrontando il momento sollecitante e il momento resistente, si può tracciare il **diagramma di momento resistente necessario per l'elemento**:

i 2 filetti, cioè $M_{rd,3}$, possono essere inseriti solo nel piccolo tratto centrale, mentre occorre più armatura nella parte restante.

In seguito, occorre inserire 4 barre $\phi 20$ quando si supera $M_{rd,3}$.

Quando poi il momento sollecitante supera $M_{rd,2}$, si è obbligati a usare 6 barre $\phi 20$ in quei punti.

↳ Sotto $M_{rd,2}$, ne bastano 4

Una volta tracciato il diagramma dei momenti resistenti che occorrono, sulla base di questo si possono disegnare le armature che servono

→ si inseriscano 2 barre $\phi 20$ che vanno dall'inizio alla fine e all'estremo si inseriscano dei pieghi d'ancoraggio.

A tal proposito, occorre prestare attenzione al fatto che le barre prodotte sono lunghe al più 12 m e dunque, occorre che la lunghezza dell'armatura, comprensiva dell'ancoraggio, sia inferiore a 12 m. In caso contrario, l'armatura è spezzata e bisogna sovrapporre i 2 pezzi.

→ si aggiungano 2 barre $\phi 20$ dall'appoggio interno alla fine, in entrambe le parti.

→ si aggiungano altre 2 barre $\phi 20$ al centro delle campate.

In questo modo, in tutti i posti dove occorrono 6 barre, si sono inserite 6 barre. Stesso discorso vale x 4 e 2.

Lo stesso ragionamento si può seguire x le armature sopra.

Il discorso finora fatto non tiene però conto della cosiddetta **lunghezza d'ancoraggio** L_{bd} poiché il ferro, x essere attivo, necessita di una certa lunghezza all'interno del calcestruzzo.

Ad es si immagini di annegare un ferro in una parete di calcestruzzo e di tirarlo

→ se è poco immerso, esso si sfil

→ se è ben immerso, lo si sruota senza sfilarlo

⇒ la lunghezza di ancoraggio serve a RENDERE ATTIVO IL FERRO.

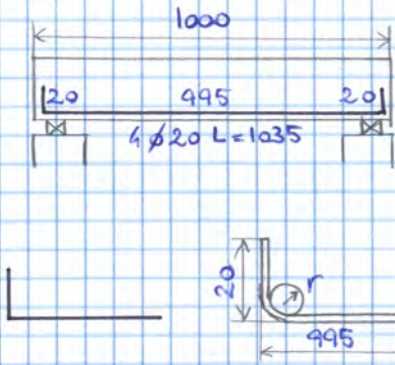


In seguito, x capire come si dispongono i ferri, si rappresenta una sezione x ciascuno tratto. I grafici ci sono fondamentali, perché permettano di passare conoscenze e indicazioni agli addetti di lavori (soggetti terzi con una certa esperienza) su come costruire l'opera. Ad es. x posizionare l'armatura, si danno la lunghezza della barra e il punto d'inizio (o di fine).

Però, quanto vale la **lunghezza di un ferro?**

Ad es. data una trave lunga 10 m, il copriferro vale tipicamente 25 mm e dunque il ferro è lungo 995 cm. Aggiungendo i pieghi di 20 cm, si ottiene

$$L = 1035 \text{ cm}$$

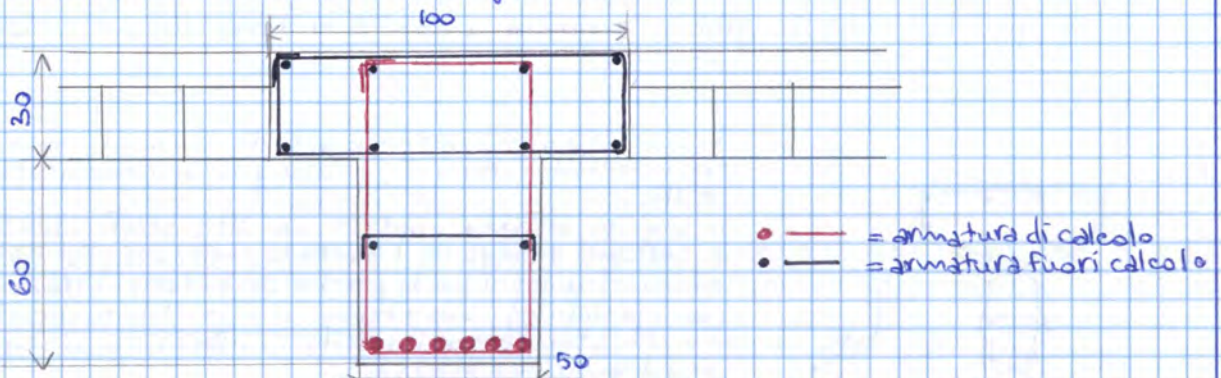


In realtà, i pieghi non sono a 90° ma si sviluppano attorno a un elemento cilindrico detto **MANDRINO**, il cui diametro dipende dal diametro del ferro. Per convenzione, i 495 cm sono contati dal filo esterno in avanti e i 20 cm dal filo esterno in su.

⇒ la lunghezza totale non è esattamente 1035 cm perché c'è una curva e la lunghezza corretta è un po' più piccola. Pertanto, il piego sarà leggermente più lungo ma si può comunque lavorare con i valori approssimati, poiché l'errore è contenuto entro le tolleranze.

Disposizione delle armature all'interno della sezione di elementi inflessi

Si consideri ad es. una trave a T, che costituisce una trave fuori spessore da cui partono dei solai in latero-cemento. Per tale trave, si adotta il precedente schema delle armature longitudinali.



Come prima cosa, si parte dalla **staffa** perché è il ferro più esterno che racchiude tutto e tiene i ferri longitudinali. In altri termini, il copriferro è definito sulla staffa. Le dimensioni sono date dalle dimensioni della sezione meno il copriferro (assunto pari a 25 mm) e sono

$$45 \text{ cm larghezza} + 85 \text{ cm altezza}$$

In seguito, all'interno della staffa si inseriscono i **ferri longitudinali**:

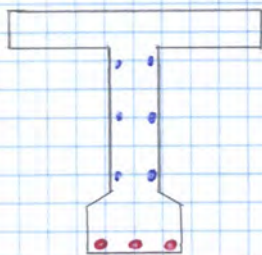
Nella parte inferiore, sapendo che ci sono 2 ferri che vanno dall'inizio alla fine della trave, li si inseriscono ai bordi della staffa. A questi si accompagnano gli altri 4 ferri.

Facendo poi l'equilibrio alla rotazione attorno al punto B, si ottiene la forza C

$$C = \frac{H_{sd}}{2} - \frac{V_{sd}}{2} (\cotan \varphi - \cotan \alpha)$$

La forza C presente sulla parte compressa non è data solo dal momento H_{sd} , ma è ridotta di un contributo dovuto al taglio

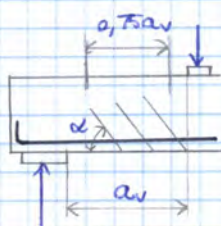
⇒ il taglio genera uno sforzo di trazione su tutta la sezione e questo sforzo è diviso nel corrente teso e nel corrente compresso.



In realtà, in presenza di TRAVI ALTE, si può immaginare che tale sforzo sia assorbito con l'armatura longitudinale diffusa sull'anima anziché essere distribuita. Infatti, si sa che esiste un'armatura fuori calcolo e si può dire che lo sforzo di trazione generato dal taglio sia assorbito localmente da essa. Questa armatura così dovrà sopportare un tiro che è pari alla somma dei contributi dei correnti e vale dunque

$$T_w = V_{sd} (\cotan \varphi - \cotan \alpha) \rightarrow \frac{V_{sd}}{2} (\cotan \varphi - \cotan \alpha) \text{ è la trazione indotta dal taglio in ciascun corrente.}$$

OSSERVAZIONE: sollecitazione presso gli appoggi

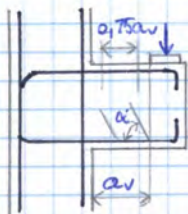


Valgono le medesime considerazioni fatte x gli elementi non armati a taglio. In particolare, in presenza di carichi applicati superiormente a una distanza dal bordo a_v con

$$0,5d \leq a_v \leq 2d$$

il relativo contributo allo sforzo di taglio è moltiplicato x il fattore

$$\beta = \frac{a_v}{2d}$$



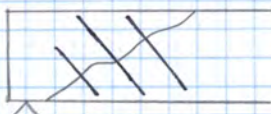
In questo caso, bisogna soddisfare la relazione

$$V_{sd} \leq A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \rightarrow \text{resistenza dell'armatura di taglio (solo armatura compressa nella zona centrale di estensione } 0,75a_v \text{).}$$

Parametri di resistenza al taglio:

In tutte le equazioni, intervengano i parametri φ e α che il progettista stabilisce secondo alcuni criteri.

→ INCLINAZIONE DELLE STAFFE α



Si può notare che, se α è più piccolo di 90° , la resistenza aumenta.

Infatti, le fessure sono inclinate (a 45° , se non c'è sforzo normale) e, inclinando le staffe, queste cuciano le fessure perpendicolarmente alla loro di. Dunque, questa disposizione è efficace dal punto di vista strutturale.

Tra questi valori, si opera liberamente la scelta di φ e ciò determinerà un diverso funzionamento della struttura.

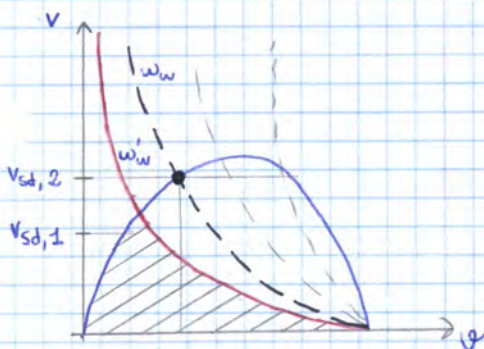
Il funzionamento dipende dalla scelta del progettista e la soluzione che si trova è a favore di sicurezza, poiché rispetta la resistenza lato calcestruzzo.

Da qui si considera l'equazione lato acciaio e, eguagliando a V_{sd} , si trova la percentuale meccanica d'armatura w_w .

$$V_{rd,s} = V_{sd} = w_w \cot \varphi \Rightarrow w_w$$

→ RESISTENZA LATO ACCIAIO:

x riportarla nel grafico, si immagina di avere una certa armatura data e si fissa w_w . In particolare, in funzione di w_w , si ottiene un fascio di curve.



Ora, assegnati $V_{rd,max}$ e una certa armatura w_w , si può definire una porzione di piano che rappresenta il DOMINIO DI RESISTENZA, in cui ogni punto è sotto la resistenza del calcestruzzo e la resistenza offerta dall'armatura. Così,

→ se $V_{sd} = V_{sd,1}$, l'armatura w_w funziona

→ se $V_{sd} = V_{sd,2}$, l'armatura w_w non funziona poiché, x soddisfare la resistenza del calcestruzzo, bisogna scegliere un certo valore φ , in corrispondenza del quale $V_{rd,s} < V_{sd,2}$.

⇒ In questo caso, bisogna scegliere un altro valore w_w , che corrisponde alla curva che passa x il punto definito dall'intersezione tra la retta x V_{sd} e la curva relativa a $V_{rd,max}$. Questo corrisponde all'operazione fatta poco prima, in cui si sceglie φ e si impone $V_{rd,s} = V_{sd}$, trovando l'armatura w_w .

Si può poi notare che si trascurano i valori φ maggiori di 45° , poiché lì la resistenza offerta dal calcestruzzo comincia a ridursi e occorrerebbe così avere valori di resistenza dell'armatura troppo alti, ad es.

$$V_{sd} = 0,4 \Rightarrow w_w = 0,2 \quad \vee \quad w_w = 0,8$$

È chiaro che conviene prendere meno armatura possibile.

In realtà, la norma impone un'ulteriore limitazione nella scelta di φ in quanto deve valere che

$$1,0 < \cot \varphi < 2,5 \quad \leadsto \quad 22,5^\circ < \varphi < 45^\circ$$

Questo è un modo indiretto x limitare l'apertura di fessure in esercizio x effetto del taglio.

Il taglio, infatti, ha un effetto sull'ampiezza delle fessure ma è difficile valutare tale effetto. Pertanto, si agisce in modo indiretto limitando a monte l'apertura delle fessure.

In questo caso, tali componenti sono concordi con V^* e dunque

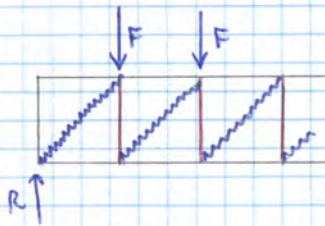
$$V^* < V_{sd}$$

Pertanto, se si ignora il loro contributo, si è a favore di sicurezza. Esistono però anche situazioni dove i contributi aumentano il taglio

⇒ ogni volta che i correnti non sono paralleli, si fa uno schema x capire se i contributi aumentano o riducono la sollecitazione

→ carichi appesi

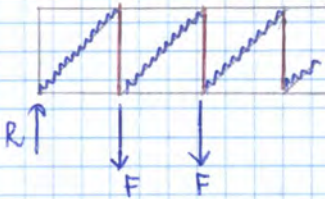
Tutte le considerazioni finora fatte valgono x carichi applicati in modo da mandare in compressione la superficie di calcestruzzo su cui sono applicate. Se questa va in trazione, si parla di CARICO APPESO.



Si consideri il traliccio soggetto a carichi non appesi, nel quale si osserva un certo sforzo nelle staffe. Nello stesso traliccio soggetto a un carico appeso, si nota che

→ lo sforzo agente in diagonale diminuisce un pochino e si può ignorare questo aspetto (a favore di sicurezza)

→ lo sforzo nelle staffe aumenta esattamente di F , ossia il carico applicato.



Dunque, di fatto, il fenomeno interessa solo le armature di staffe, che sono soggette a uno sforzo

$$N_{s,2} = N_{s,1} + F$$

In fatti, se la forza applicata non è appesa, questa scende direttamente lungo la diagonale verso l'appoggio e non interessa le staffe. Con un carico appeso, invece, questa forza deve prima salire lungo la staffa e poi scendere lungo la diagonale x arrivare all'appoggio.

In questo caso, si inserisce nelle staffe un'armatura aggiuntiva deputata a prendere e portare su F , che è data da

$$A'_{sw} = \frac{F}{f_{yd}}$$

ESEMPI DI CARICHI APPESI

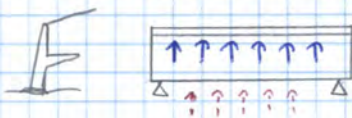
→ TRAVE PORTATEGOLI A "T" ROVESCIA



Il carico è applicato sull'ala e manda questa in compressione ma, d'altra parte, esso è applicato nella parte bassa dell'anima.

Dunque, di fatto questo è come se fosse un carico appeso.

→ MURI DI SOSTEGNO PREFABBRICATI



La pressione del terreno agisce sull'ala della trave ed è come se si avesse una trave a "T" caricata sull'ala. Dunque si è in presenza di carico appeso (se non fosse così, allora il carico sarebbe applicato sotto).

Si consideri infatti un concio di trave a T, soggetto

→ a sinistra al momento M , che determina sui lati del corrente compresso 2 forze F_d

→ a destra al momento $M + \Delta M$, che determina una forza più grande $F_d + \Delta F_d$.

Queste sono le forze indotte dal momento sul lato superiore compresso.

Se si considera la semiala separata dall'anima, questa non è in equilibrio perché è soggetta a una distribuzione uniforme di tensioni con risultante F_d e $F_d + \Delta F_d$. Per ripristinare l'equilibrio alla traslazione longitudinale, devono svilupparsi delle tensioni tangenziali all'interfaccia ala-anima.

Tali tensioni, cioè la sollecitazione di taglio longitudinale nella giunzione fra un lato della flangia e l'anima, corrispondono alla variazione di forza longitudinale ΔF_d .

$$v_{sd} = \frac{\Delta F_d}{h_f \Delta x}$$

ΔF_d = componente di forza non equilibrata
 h_f = altezza della flangia
 Δx = lunghezza del tratto di trave considerato, che è minore della semidistanza del punto a momento nullo e il punto a massimo momento e della distanza dei punti d'applicazione del carico.

Per sopportare questo sforzo, si inserisce un'altra armatura in direzione trasversale, aggiuntiva rispetto a quella flessionale, tale che

$$\frac{A_s f}{s_f} f_{yd} \geq v_{sd} \frac{h_f}{\cotan \varphi}$$

s_f = passo delle armature

φ = angolo delle bielle compresse che si generano a causa dell'armatura

→ se l'ala è compressa, deve valere

$$1,0 \leq \cotan \varphi \leq 2,0$$

→ se l'ala è tesa, deve valere

$$1,0 \leq \cotan \varphi \leq 1,25$$

Allo stesso modo, si verifica la resistenza delle bielle compresse in calcestruzzo (meno importante)

$$v_{sd} \leq \eta f_{cd} \sin \varphi \cos \varphi$$

→ nella flangia si usa uno schema isostatico di aste compresse in calcestruzzo collegate da aste trasversali tese.

Si può capire poi che spesso esiste una COMBINAZIONE DI TAGLIO (al collegamento ala-anima) E FLESSIONE TRASVERSALE, siccome il loro meccanismo di interazione è complicato, ~~tuttavia~~ si richiede che l'armatura valga

$$A_s = \max \left(A_{s, \text{taglio}} ; A_{s, \text{flex}} + \frac{1}{2} A_{s, \text{taglio}} \right)$$

Inoltre, se

$$v_{sd} < 0,4 f_{ctd}$$

l'effetto del taglio può essere trascurato e si mette solo l'armatura a flessione all'interfaccia

→ RESISTENZA

Essa si calcola con la relazione

$$V_{rd,i} = c f_{ctd} + \mu E_n + \rho f_{yd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0,5 D f_d$$

$c f_{ctd}$ = contributo dell'ADESIONE tra i getti (non serve che ci sia una tensione normale)

μE_n = contributo dell'ATTRITO, che interviene se esiste una forza esterna agente all'interfaccia che schiaccia (genera la tensione E_n), in simultanea alla forza di taglio.
La tensione E_n è positiva se di compressione, ma questa deve rispettare la condizione

$$E_n \leq 0,6 f_{cd}$$

Se di trazione, è negativa e lì si raccomanda di annullare il contributo di adesione.

$\rho f_{yd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha)$ = contributo dell'ARMATURA che attraversa le superfici di interfaccia

$$\rho = \frac{A_s}{A_i} \quad \begin{array}{l} A_s = \text{armatura adeguatamente ancorata che} \\ \text{attraversa l'interfaccia, inclusa l'ordinaria} \\ \text{armatura a taglio} \\ A_i = \text{area dell'interfaccia} \end{array}$$

α = inclinazione dell'armatura rispetto all'interfaccia.

I termini c e μ dipendono dalla scabrezza della superficie dell'interfaccia

→ superfici molto lisce, ad es. superfici gettate su casseri in acciaio, plastica o legno.

$$c = 0,25 \quad \mu = 0,5$$

→ superfici lisce, ad es. ottenute con casseri scorrevoli, estruse o superfici libere non lavorate ("pelo libero" del getto).

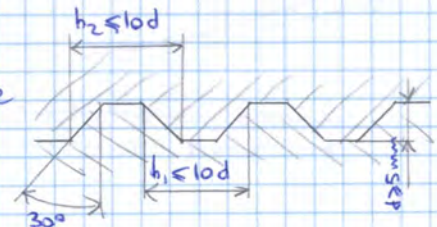
$$c = 0,35 \quad \mu = 0,6$$

→ superfici scabre con asperità di dimensioni superiori a 3 mm e passo di 40 mm, ottenute con graffiatura, esposizione di aggregati o altre lavorazioni aggiuntive.

$$c = 0,45 \quad \mu = 0,7$$

→ superfici dentate, che presentano dentature (o chiavi di taglio) con una certa geometria

$$c = 0,5 \quad \mu = 0,9$$



Si può comunque notare che, indipendentemente dal fatto che questa formula indichi o meno la necessità o meno di tali armature, si inseriscano comunque queste armature x evitare distacchi in presenza di vibrazioni.

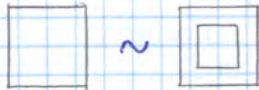
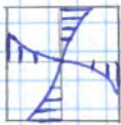
↓
non ci si può affidare solo alla coesione

Occorre infine tenere conto che il momento scambiato dipende dalla rigidità relativa trave - soletta.
 Nel comportamento lineare, il calcolo della rigidità è semplice; siccome il calcestruzzo si fessura in esercizio, il calcolo diventa complicato e non preciso. Inoltre, questo momento è piccolo.

⇒ si ignora la torsione di compatibilità, poiché l'equilibrio sussiste anche senza rigidità torsionale, e non si fa la verifica allo SLC.
 Ci si limita solo ad adottare accorgimenti costruttivi a limitare l'apertura di fessure in esercizio.

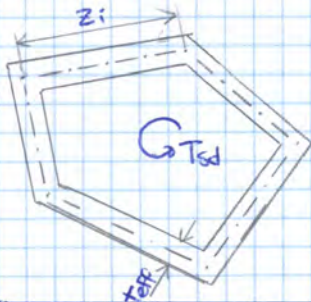
2) Meccanismo resistente:

In questo ambito, come già accennato, si fa riferimento solo alla torsione di equilibrio.



Data una sezione compatta soggetta a momento torcente, in campo elastico lineare le tensioni tangenziali di torsione crescono molto dal centro (sono piccole) verso la periferia. Di fatto, il materiale lavora solo nella periferia della sezione. Inoltre, l'evidenza sperimentale dimostra che travi massicce e travi cave manifestano momento torcente massimo quasi coincidente. Pertanto, qualunque sezione massiccia si può trasformare in una sezione cava.

In base a questo, il meccanismo resistente ultimo prevede la formazione di una sezione cava a pareti sottili, caratterizzata da

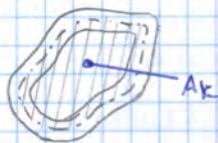


A = area effettiva
 u = perimetro esterno
 $t_{eff,i}$ = spessore fittizio della i -esima parete

$$t_{eff,i} \leq \frac{A}{u} \leq t_{red,i} \quad \text{e} \quad t_{eff,i} \geq 2c$$

A_k = area racchiusa dalla linea media delle pareti

PREMESSA: Formula di Bredt

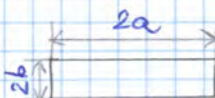


Essa esprime le tensioni tangenziali di torsione in una sezione cava.

$$\tau = \frac{T_{sd}}{2A_k t}$$

Tipicamente, lo spessore t è costante lungo la sezione e vale t_{eff} .

Inoltre, se la sezione è costituita da più elementi, si immagina di separare il momento torcente in contributi vari sui diversi elementi, proporzionali alla rigidità torsionale calcolata in campo elastico.



$$T_{sd,1} = T_{sd} \frac{J_{T,1}}{J_{T,1} + J_{T,2}} \quad T_{sd,2} = T_{sd} \frac{J_{T,2}}{J_{T,1} + J_{T,2}}$$

$$J_T = ab^3 \left\{ \frac{16}{3} - 3,36 \frac{b}{a} \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] \right\} \quad \text{sezione rettangolare}$$

OSSERVAZIONE ①: siccome il momento torcente viaggia con il taglio, si usalo stesso angolo θ poiché le tensioni tangenziali che si generano, anche se sono trattate come distinte, si sommano. Per questo motivo, serve anche una VERIFICA DI INTERAZIONE

→ le staffe calcolate x il taglio si sommano con quelle x la torsione

→ x il calcestruzzo si verifica l'interazione x evitare che non risponda a una sola delle due sollecitazioni.

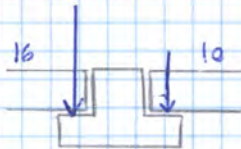
$$\frac{T_{sd}}{T_{rd,max}} + \frac{V_{sd}}{V_{rd,max}} \leq 1,0$$

$$T_{rd,max} = 2\alpha_c \alpha_{cw} f_c d A_{teff,i} \sin \theta \cos \theta$$

$$V_{rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w 2d f_c t}{\cot \theta + \tan \theta}$$

OSSERVAZIONE ②: a causa del diverso angolo con cui le bielle compresse incontrano gli spigoli, esiste il pericolo di una locale espulsione del ricoprimento. Pertanto, si dispone almeno un ferro in ogni angolo della sezione.

Es (TORSIONE DI EQUILIBRIO)



In una soletta a T rovescia che porta due solai di lunghezza

$$l_1 = 16 \text{ m} \quad l_2 = 10 \text{ m}$$

nasce un momento torcente di equilibrio perché le reazioni sono diverse.

Riepilogando, nel dimensionamento a taglio e torsione

→ lato acciaio, si ottengono 2 quantità di staffe x unità di lunghezza

$$V_{sd} \rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_V \quad T_{sd} \rightarrow \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_T$$

Prima di trasformare in staffe effettive, si sommano le 2 quantità

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_V + \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_T = \frac{A_{sw}}{s}$$

→ lato calcestruzzo, occorre stare attenti perché non si è calcolata direttamente la tensione σ_c e c'è il rischio che le risorse resistenti siano "mangiate" dal solo taglio (o torsione) e non ci sia più nulla x l'altra sollecitazione. Pertanto, occorre soddisfare una formula di interazione.

$$\frac{T_{sd}}{T_{rd,max}} + \frac{V_{sd}}{V_{rd,max}} \leq 1,0$$

Stato limite ultimo per punzonamento

1 La rottura x punzonamento è molto pericolosa perché è una rottura generata da tagli e dunque è di tipo fragile.
Inoltre, le fessure che si creano e che segnalano il fenomeno sono in zone non visibili (es. estradosso di solaio o fondazioni) e dunque è difficile individuare il fenomeno.

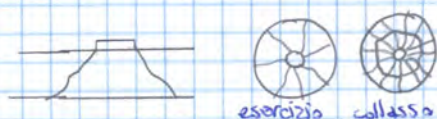
2 MECCANISMO DI ROTTURA

Si nota che il punzonamento è una rottura indotta dall'applicazione di forze concentrate distribuite su un'area limitata.

Ad es. in presenza di un solaio che poggia su colonne (o in corrispondenza di un carico concentrato), dal bordo della zona di applicazione della forza concentrata da parte della colonna, si sviluppano fessure radiali inclinate di $30 \div 35^\circ$ attorno alla zona di impronta del carico.

Questo avviene in esercizio.

Al collasso, si sviluppa una fessura circonferenziale e avviene così il distacco della porzione.



Ovviamente, se si formasse una potenziale fessura, ci sarebbero 2 situazioni

→ la trave resiste senza armatura specifica a taglio, che

$$V_{sd} < V_{rd,c}$$

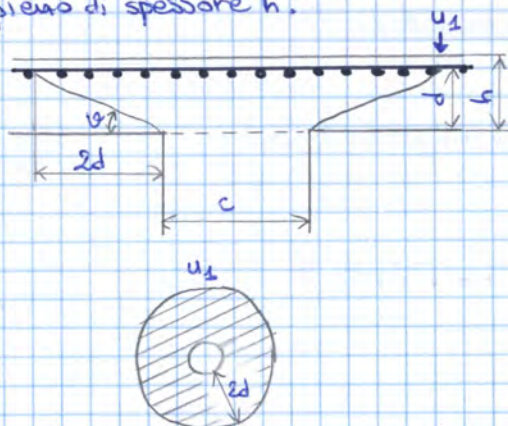
Sapendo che $V_{rd,c}$ dipende dalle armature longitudinali, significa che ci sono sufficienti armature longitudinali nelle 2 direzioni (il problema è bidimensionale) poiché la struttura riesce a risolvere il problema del punzonamento.

→ la trave da sola non resiste e allora bisogna inserire delle armature specifiche che cuciano le fessure che si vengono a creare.

il problema è simile al taglio, ma ora è bidimensionale e più complicato da gestire

3 GEOMETRIA DI ROTTURA

Si consideri un tipico caso, cioè una colonna spessa c che si innesta su un solaio pieno di spessore h .



Sperimentalmente, si nota che le potenziali fessure si formano con un angolo θ tale che

$$\tan \theta = 0,5$$

$$\rightarrow \theta = 26,6^\circ$$

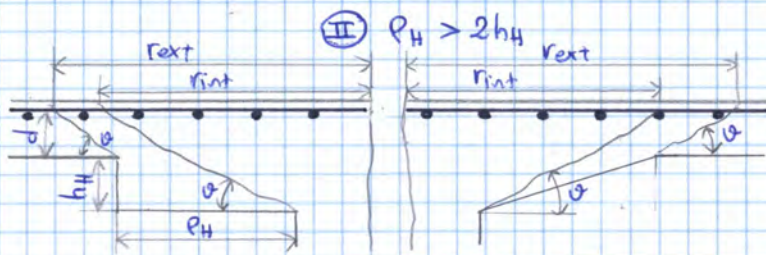
Pertanto, la fessura raggiunge l'armatura superiore a una distanza dal bordo della colonna pari a $2d$.

Questo angolo permette così di individuare il perimetro della zona di interesse, detto **perimetro di controllo u_1** .

Partendo dal bordo della colonna, la superficie di controllo passa nel vuoto prima di finire nella piastra. Dunque non può nascere una superficie di rottura dal capitello. Il perimetro di controllo è invece calcolato dal primo punto dove la piastra ha spessore costante e ciò si traduce in un MAGGIORE PERIMETRO DI CONTROLLO

$$r_{u1} = 2d + P_H + 0,5c$$

$$r_{u1} = \min(2d + 0,56\sqrt{P_1 P_2}; 2d + 0,69P_1), \quad \begin{matrix} P_1 = c_1 + 2P_{H1} \\ P_2 = c_2 + 2P_{H2} \end{matrix} \quad P_1 \leq P_2$$



$$r_{ext} = P_H + 2d + 0,5c$$

$$r_{int} = 2(d + h_H) + 0,5c$$

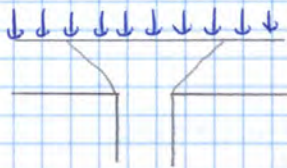
In questo caso, intervengano 2 superfici di controllo

→ la prima parte dal bordo ed è tutta contenuta nel calcestruzzo, a cui può avvenire rottura

→ la seconda parte dal primo punto dove la piastra ha spessore costante ed è un'altra possibile superficie di rottura

Si devono così effettuare DUE VERIFICHE, una su una superficie con maggiore tensione tangenziale e spessore superiore a quello del capitello; l'altra su una superficie a maggior perimetro, minor tensione tangenziale e spessore minore.

→ plinto di fondazione



In un solido soggetto a carico distribuito, l'azione punzonante non è dovuta esattamente alla reazione vincolare (anche se si è detto che il punzonamento avviene con carichi concentrati), ma al carico sulla porzione esterna al perimetro di controllo, poiché questa tende a provocare il distacco.

Siccome lo spessore è piccolo rispetto alla lunghezza, quel carico sull'area di interesse è piccolo e, a favore di sicurezza, non lo si taglia.

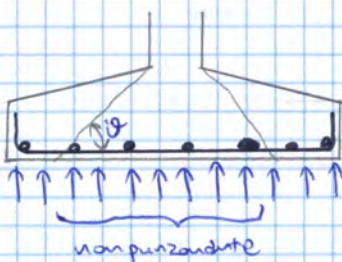
Nei plinti di fondazione, la situazione è diversa:

il carico punzonante è sempre quello esterno alla fondazione, ma ora dedurre dalla reazione scaricata dalla colonna le tensioni tangenziali significa dedurre una forza importante. Dunque il carico punzonante è dato dalla tensione di contatto \times l'area di interesse.

Tra l'altro, se il plinto è molto tozzo:

$$P \leq c + G_d$$

la superficie cade all'esterno del plinto e non c'è punzonamento.





Nel III caso, l'armatura si dispone verticalmente x cucire le fessure e radialmente lungo la superficie di rottura. La disposizione può seguire indifferentemente 2 o n fissure direzioni preferenziali, poiché cambia poco u_1 .

L'area A_{sw} dell'armatura si calcola a partire dalla resistenza del calcestruzzo corretto

$$V_{Rd,cs} = 0,75 V_{Rd,c} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} \cdot f_{ywd,eff} \cdot \frac{1}{u_1 d} \sin \alpha$$

75% della resistenza del
solo calcestruzzo

contributo delle armature

s_r = interasse radiale tra le circonferenze delle armature

A_{sw} = area delle armature di punzo momento disposte lungo una circonferenza (il numero delle barre deve essere lo stesso sulle diverse circonferenze)

$f_{ywd,eff}$ = tensione effettiva di calcolo nelle armature x punzonamento

$$f_{ywd,eff} [MPa] = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd}$$

α = inclinazione delle armature

La verifica è soddisfatta quando

$$v_{sd} = \beta \frac{V_{sd}}{u_1 d} \leq V_{Rd,cs}$$

e, in base a questo, si calcola l'armatura.

Si può anche calcolare il perimetro della circonferenza in cui non è più richiesta l'armatura, che corrisponde al valore u in cui la resistenza è soddisfatta dal solo calcestruzzo

$$V_{Rd,c} \geq V_{sd}(u) = \beta \frac{V_{sd}}{u d}$$

$$\Rightarrow u \geq \beta \frac{V_{sd}}{V_{Rd,c} d}$$

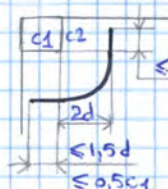
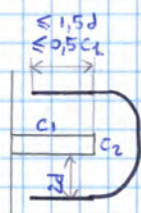
$$u_{LH} = \beta \frac{V_{sd}}{V_{Rd,c} d}$$

D'altra parte, occorre verificare la tensione nei CAMPI DI CALCESTRUZZO al perimetro della colonna, secondo il criterio

$$v_{sd} \leq V_{Rd,max}$$

v_{sd} = è ora riferito al perimetro u_0

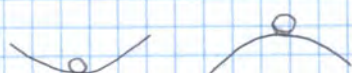
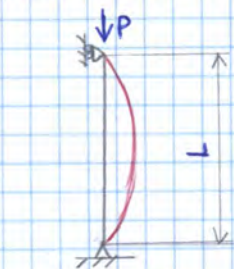
$$v_{sd} = \beta \frac{V_{sd}}{u_0 d}$$



$$u_0 = \begin{cases} P & P = \text{perimetro della colonna} \\ c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1 \\ 3d \leq c_1 + c_2 \end{cases} \quad c_1, c_2 = \text{dimensioni della colonna}$$

STATO LIMITE ULTIMO PER INSTABILITÀ

Si consideri un colonna soggetta a sforzo normale.



All'aumentare di tale sforzo, si può avere a un certo punto un fenomeno di instabilità.

In fatti, in ingegneria civile si cercano le soluzioni equilibrate, cioè che non danno luogo a moti rigidi. Esistono però diverse forme di equilibrio.

→ **EQUILIBRIO STABILE**, che si può schematizzare con una pallina posta in una concavità. Se si sposta la pallina e la si lascia andare, questa oscilla attorno alla configurazione di equilibrio e vi ritorna a causa della dissipazione energetica indotta dai fenomeni di attrito e smorzamento.

→ **EQUILIBRIO INSTABILE**, che si può schematizzare con una pallina posta su una convessità. Se si sposta la pallina e la si lascia andare, questa si allontana dalla configurazione di equilibrio e ne cerca un'altra diversa.

A livello strutturale, la trave può abbandonare la configurazione iniziale e bisogna verificare se la configurazione alternativa è compatibile con le esigenze strutturali.

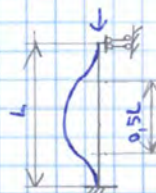
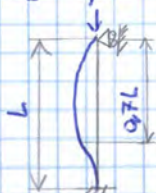
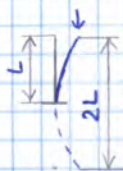
In questo caso, la configurazione alternativa è caratterizzata da uno spostamento laterale.

È possibile individuare il valore del carico P applicato alla struttura che divide le configurazioni di equilibrio stabile e non stabile, valido nel caso di trave rettilinea soggetta a carico centrato a comportamento elastico lineare.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_0^2}$$

L_0 = lunghezza libera di inflessione, dipendente dallo schema statico (vincoli)

$$L_0 = \beta L$$



Si può anche valutare la tensione critica E_{cr} , definita come

$$E_{cr} = \frac{P_{cr}}{A}$$

rispetto alla snellezza λ

$$\lambda = \frac{L_0}{i}$$

i = raggio d'inerzia nella direzione in cui si considera lo sbandamento

La curva che si ricava vale solo nel caso di corpo elastico lineare indefinito ma, nel caso più semplice, il materiale è elasto-plastico e dunque la tensione non può superare il valore f_y .

Così, si passa alla curva reale.

↓
in essa si può notare il fenomeno di biforcazione dell'equilibrio perché, entro il valore critico, si ha un'unica configurazione di equilibrio, mentre oltre succede qualcosa.

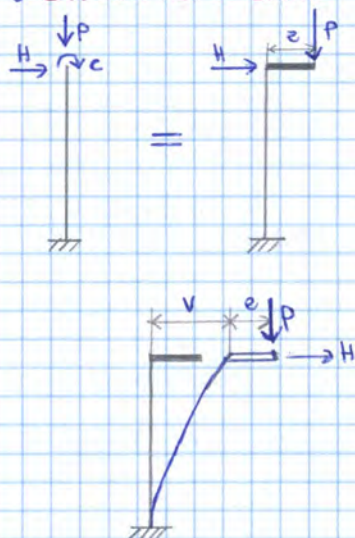
Stato limite ultimo per effetti del II ordine

1 L'Eurocodice, nei confronti dell'instabilità, impone come principio di considerare gli **effetti del II ordine**, cioè gli effetti addizionali indotti dalla deformazione strutturale, qualora questi influiscano molto la stabilità globale della struttura o influiscano il raggiungimento della SIV in una sezione critica.

Vale anche la seguente regola:

si trascurano gli effetti del II ordine se questi sono inferiori al 10% degli effetti del primo ordine, cioè gli effetti calcolati in riferimento alla configurazione indeformata, tenendo conto delle imperfezioni geometriche.

2 Effetti del II ordine



Per introdurli, si consideri un colonna soggetta a una forza verticale P , una orizzontale H (indotta dal vento e dalla imperfezioni geometriche) e una coppia C (coppia di incastro e dall'eccentricità dei carichi). La coppia si può trasformare in un'eccentricità del carico P .

Per valutare il momento alla base, a semplicità si fa riferimento alla configurazione indeformata della struttura e si ottiene

$$M = C + HL$$

Per alcuni elementi strutturali, questa ipotesi può portare a risultati errati e, dal punto di vista teorico, l'equilibrio si scrive in configurazione deformata. Questa però non è nota a priori poiché la deformata dipende dal momento flettente ma questo si ricava dall'equilibrio. Per fare l'equilibrio, occorre però conoscere la deformata.

In questo caso, la struttura si sposta lateralmente di una quantità v (non nota) e così il carico P non presenta solo l'eccentricità e , ma anche il termine v e nasce così un effetto del II ordine

$$M^{II} = Pv$$

Il momento totale che agisce alla base è dato dalla somma del momento valutato con la configurazione indeformata (effetto del I ordine) e dell'effetto del II ordine

$$M^I + M^{II}$$

Tra l'altro, nelle strutture in cemento armato, il calcolo dello spostamento v è complesso perché dipende dalla fessurazione del calcestruzzo, viscosità del calcestruzzo e fenomeni reologici.

+

nelle strutture in cemento armato, il problema dell'instabilità non esiste ma si parla più propriamente di effetti del II ordine, che nascono già solo dalle imperfezioni geometriche nelle strutture.

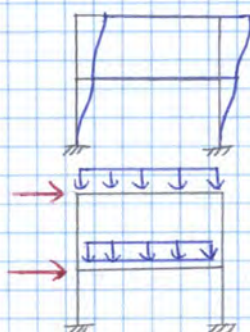


Se si considera il momento del I ordine, questo è bitriangolare. Viceversa, il momento del II ordine nasce dal fatto che la struttura si deforma e si nota allora che l'eccentricità non varia linearmente lungo l'asse perché l'asse si sposta. Dunque il momento totale è non lineare e la differenza restituisce il momento del II ordine.

$$M_{tot} - M_1 = M_{II}$$

Questo è un momento del II ordine di tipo LOCALE perché è dovuto a un EFFETTO DELLA DEFORMAZIONE LOCALE della colonna tra piano e piano.

Il fatto che l'elemento strutturale presenti i nodi estremi fissi fa sì che conti solo l'effetto del II ordine di tipo locale.



Si passi ora a un telaio a nodi mobili, in cui lo spostamento interpiano è elevato e non si inseriscono più i vincoli laterali, cosa che si traduce in una deformata.

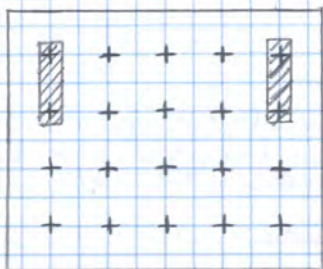
Da una parte, intervengano sempre gli effetti locali del II ordine, poiché i pilastri si deformano sempre tra piano e piano.

D'altra parte, gli effetti del II ordine dipendono anche da quanto i nodi estremi delle colonne (alla base e in sommità della struttura) si spostano l'uno rispetto all'altro. Infatti, tutti i carichi verticali si spostano come si sposta la struttura e nasce un momento complessivo nella struttura rispetto alle fondazioni, se si considera la struttura nella configurazione deformata.

⇒ l'effetto GLOBALE è un EFFETTO DELLA DEFORMAZIONE GLOBALE DELLA STRUTTURA.

Esso interviene insieme all'effetto locale del II ordine.

→ **elementi strutturali verticali**, che attraggono la grossa parte delle azioni strutturali (PARETI DI CONTROVENTO).



Dato un edificio non controventato, sotto le azioni laterali il piano si sposta rigidamente e le colonne sono soggette alla stessa sollecitazione, se uguali.

Se si inserisce una parete di taglio che collega più pilastri, le forze orizzontali finiscono sull'elemento rigido. Infatti, lo spostamento del solido è lo stesso ma la sollecitazione finisce tutta sull'elemento rigido.

In generale, se i controventi sono inseriti correttamente, le strutture controventate sono STRUTTURE A NODI FISSI.

In caso contrario, la struttura può essere a nodi fissi o a nodi mobili.

In particolare, secondo l'Eurocodice, ~~use~~ in un edificio si possono TRASCURARE GLI EFFETTI GLOBALI DEL II ORDINE (cioè lo si può considerare a nodi fissi) se si rispetta la seguente disuguaglianza.

$$F_{v, sd} \leq K_1 \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_d I_c}{L^2}$$

$F_{v, sd}$ = carico verticale totale sull'elemento controventato e sul controvento

n_s = numero di piani

$E_d I_c$ = rigidità dell'elemento verticale di controvento

E_d = modulo di rigidità del calcestruzzo

I_c = momento d'inerzia della sezione dell'elemento d'arco

Se l'equazione non è soddisfatta, occorre procedere al **calcolo degli effetti globali** e ciò può avvenire mediante

→ ANALISI NON LINEARE in grandi spostamenti

→ relazione H2 dell'Eurocodice, che permette di amplificare le forze orizzontali sulla struttura in modo da dare alla base lo stesso effetto del carico P con lo spostamento v (cioè di tenere conto degli effetti del II ordine di tipo globale).

4 Imperfezioni geometriche:

esse si considerano nelle combinazioni di SLO persistente e accidentale e non si considerano nello SLE.

Esse sono importanti perché danno luogo a effetti del II ordine.

Valutando l'edificio nel suo insieme, l'imperfezione geometrica si può rappresentare come angolo ϑ_i di inclinazione rispetto alla verticale.



$$\vartheta_i = \vartheta_0 \alpha_h \alpha_m$$

ϑ_0 = valore di base

$$\vartheta_0 = \frac{1}{200} \text{ (valore raccomandato)}$$

α_h = parametro legato all'altezza h dell'edificio

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{3} \div 1$$

α_m = numero di elementi verticali controventati dal sistema di controvento (cioè colonne)

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$$

Se c'è un solo elemento ($m=1$), si ottiene $\alpha_m = 1$.

All'aumentare di m , il parametro α_m diminuisce perché, con tante colonne, le imperfezioni geometriche tendono a compensarsi tra di loro (altrimenti, l'errore è sistematico).

Al limite, con tante colonne ($m \rightarrow \infty$), si ottiene $\alpha_m = 0,71$.

Dunque

$$\alpha_m = 0,71 \div 1$$

Usando i 2 intervalli di variazione (di α_h e α_m), si ottiene che

$$\vartheta_i = \frac{1}{600} \div \frac{1}{200}$$

Dal punto di vista globale, le imperfezioni hanno effetto sul dimensionamento solo se le azioni trasversali sono piccole (non c'è vento, etc.)
trasversali

Occorre però calcolare la LUNGHEZZA LIBERA DI INFLESSIONE,
si sa che questa si può esprimere come

$$l_0 = \beta l$$

Quanto vale il termine β ?

→ TELAI A NODI FISSI:

ragionando con configurazioni limite, la lunghezza libera di inflessione della colonna dipende dal grado di incastro che essa trova con la trave.
Tutte le configurazioni che si vedranno sono a nodi fissi perché i punti di estremità sono allineati.

- Ⓘ La trave è infinitamente rigida, a cui la colonna non può ruotare rispetto alla trave e dunque si trova incastrata.
Si ottiene così una certa deformata con

$$\beta = 0,5$$

→ rigidità colonna \ll rigidità trave

- Ⓜ La trave è molto flessibile e non costituisce un vincolo alla rotazione a la colonna (la rigidità della colonna è ben maggiore rispetto a quella della trave).
Al limite, si può immaginare che ci sia una cerniera che lascia ruotare liberamente la colonna e si ha

$$\beta = 0,7$$

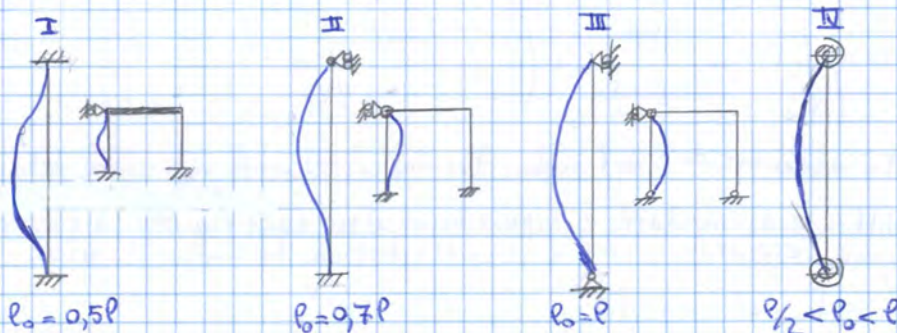
- Ⓝ C'è sempre la cerniera e c'è un collegamento con una fondazione debole, a cui c'è una cerniera anche sotto e si ha

$$\beta = 1,0$$

⇒ nelle STRUTTURE A NODI FISSI, si ha che

$$\beta_{NF} = 0,5 \div 1$$

questo è evidente se si considera la situazione più generale (Ⓞ), in cui i nodi sono allineati e i collegamenti hanno una certa rigidità, secondo delle molle rotazionali.



→ TELAI A NODI MOBILI

In questo caso, i nodi non sono più allineati.

- Ⓘ La rigidità della trave è ben maggiore rispetto alla rigidità della colonna, a cui la trave è assunta infinitamente rigida e la colonna è incastrata.

$$\beta = 1,0$$

↓
doppio pendolo

Il problema consiste però nel valutare le flessibilità.

Un metodo semplificato e a favore di sicurezza (da valori di β_0 superiori a quelli reali) è quello della norma BS 8110, che ~~stata~~ definisce delle condizioni di vincolo all'estremo.

1 = INCASTRO, cioè connessione monolitica con una trave (o un plinto appropriata) avente altezza almeno pari alla dimensione della colonna.
Se c'è doppia incastro, la norma dà

$$\beta = 0,8$$

anziché 0,5 perché questo è un valore teorico legato allo schema ideale di incastro perfetto.

2 = connessione monolitica con una trave di altezza minore rispetto alle dimensioni della colonna (minore rigidità)

3 = MINIMO VINCOLO, cioè una connessione elementare non progettata a offrire un vincolo alla rotazione della colonna ma che ne offre un po'.

4 = ESTREMO LIBERO di ruotare e traslare (es. sbalzo)

Da qui, si riportano in una tabella i corrispondenti valori di β .

→ NODI FISSI

		Base		
		1	2	3
Sommità	1	0,8	0,8	0,9
	2	0,8	0,9	1,0
	3	0,9	1,0	1,0

→ NODI MOBILI

		Base		
		1	2	3
Sommità	1	1,2	1,3	1,6
	2	1,3	1,5	1,8
	3	1,6	1,8	-
	4	2,2	-	-

→ dove ci sono i trattini, il metodo non funziona

In questo modo, si calcola la lunghezza libera di inflessione e dunque il contributo dell'imperfezione geometrica sugli effetti locali del II ordine.

Nel caso in cui $\lambda > \lambda_{lim}$, occorre valutare l'effetto locale del II ordine e il momento sollecitante con cui si studia la colonna si calcola come

$$M_{sd} = \max \{ M_{02}; M_{0e} + M_1 + M_2 \}$$

Per calcolarlo, innanzitutto si definiscono i momenti M_{01} e M_{02} che, come prima, valgono

$$M_{02} = \max \{ |M_{top}|; |M_{bottom}| \}$$

$$M_{01} = \begin{cases} \min \{ |M_{top}|; |M_{bottom}| \} & \text{se } M_{top} \text{ e } M_{bottom} \text{ sono concordi} \\ -\min \{ |M_{top}|; |M_{bottom}| \} & \text{se } M_{top} \text{ e } M_{bottom} \text{ sono discordi} \end{cases}$$

Da qui, si definisce il momento del II ordine equivalente M_{0e}

$$M_{0e} = 0,6 M_{02} + 0,4 M_{01} \geq 0,4 M_{02}$$

in questo caso
 $M_{0,e} = 0,6 \cdot 100 + 0,4 \cdot (-20) = 32 < 40$
 $\Rightarrow M_{0,e} = 40$

M_1 = contributo x le imperfezioni costruttive

$$M_1 = e_1 |N_{sd}| \quad e_1 \text{ è noto } (e_1 = \rho_0 / 400)$$

M_2 = momento del II ordine

$$M_2 = e_2 |N_{sd}|$$

e_2 = eccentricità del II ordine, da calcolare



In questa relazione, dal punto di vista fisico, si passa da una colonna soggetta ai momenti del I ordine M_{01} e M_{02} agli estremi a una soggetta a un momento equivalente M_{0e} costante. A questo si aggiunge l'effetto del II ordine, dato dallo sforzo normale \times la relativa eccentricità. Se i momenti sono equiverti, cioè hanno segno opposto, il momento M_2 è nullo agli estremi e non nullo in tutte le altre sezioni.

Fatto ciò, si valuta se il momento del II ordine in una sezione generica il momento del I ordine che si ha agli estremi

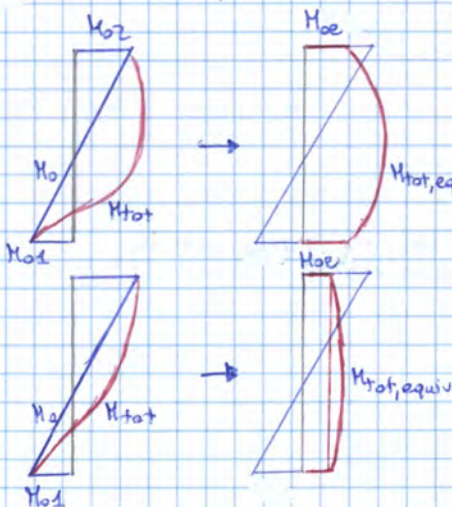
→ COLONNA SNELLA ($\lambda > \lambda_{lim}$):

nella sezione in mezz'aria avviene di sicuro il superamento, cioè

$$M_{0e} + M_1 + M_2 > M_{02}$$

→ COLONNA POCO SNELLA ($\lambda > \lambda_{lim}$):

il massimo momento nella colonna è sempre quello all'estremo perché l'effetto del II ordine è piccolo.



Per questo motivo, il momento sollecitante ^{usato} può essere il momento del I ordine all'estremo o il momento del II ordine, a seconda della snellezza. Quest'ultimo poi non è calcolato in riferimento al valore effettivo di momento, bensì a un valore equivalente tirato sulla base di procedure numeriche.

La curvatura è calcolata alla base ($x=0$), poiché in quella sezione è massimo il momento del II ordine (quello del I ordine è costante).
 Ciò non garantisce automaticamente che questa sia la sezione più pericolosa ma, siccome

→ la base è la sezione più sollecitata

→ x ipotesi, lo sforzo normale è costante, la sezione è costante e l'armatura longitudinale è costante, a cui il momento resistente è costante in tutta la colonna

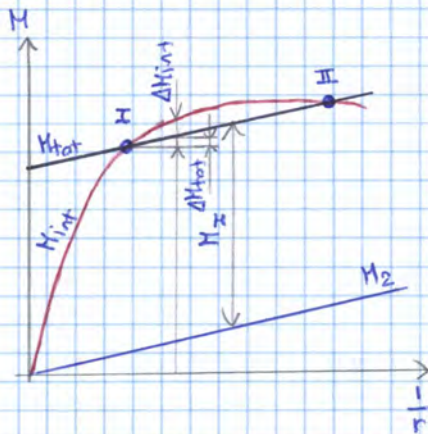
allora in questo caso è la base che può andare in crisi

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}\bigg|_{x=0} = \frac{\pi^2}{L^2} e_2 \sim \frac{1}{r}$$

Si può notare che l'eccentricità e_2 è funzione lineare della curvatura e, siccome il momento del II ordine vale

$$M_2 = N_{sd} e_2$$

allora anche il momento M_2 è lineare con la curvatura.



Pertanto, in virtù dell'ipotesi di una deformata del II ordine di tipo sinusoidale, la relazione momento del secondo ordine - curvatura si esprime con una retta.

Sullo stesso grafico, si può tracciare la risposta della sezione a curvature crescenti e a assegnato sforzo normale N_{sd} , cioè il DIAGRAMMA MOMENTO-CURVATURA. Si può anche tracciare la curva relativa al momento totale, che vale

$$M_{tot} = M_I + M_2$$

Siccome il momento del I ordine non dipende dalla curvatura, esso è costante e dunque M_{tot} è una retta.

L'equilibrio sussiste quando

$$M_{tot} = M_{int}$$

e si individuano nel diagramma 2 condizioni di equilibrio.

Occorre però anche specificare il tipo di equilibrio (stabile o instabile), ossia dire cosa succede quando si interrompe una perturbazione che allontana dalla posizione di equilibrio.

Ⓘ Si immagina di applicare una perturbazione, che ad es. corrisponde a un aumento di curvatura.

Di conseguenza, avviene un incremento della sollecitazione esterna ΔM_{tot} ma, a questo, la sezione risponde con un incremento di momento interno ΔM_{int} all'incremento di curvatura. Siccome

$$\Delta M_{int} > \Delta M_{tot}$$

allora l'equilibrio è stabile

Ⓜ Aumentando la curvatura, aumentano la sollecitazione e il momento interno, ma ora

$$\Delta M_{int} < \Delta M_{tot}$$

STATO LIMITE DI ESERCIZIO

In campo strutturale, esistono 3 + 1 tipi di SLE

- SLE DI TENSIONE
- SLE DI FESSURAZIONE
- SLE DI DEFORMAZIONE
- SLE di vibrazione

La procedura di calcolo prevede che si dimensioni allo SLU e si controlli allo SLE, ossia la parte di SLE è un CALCOLO DI VERIFICA:

una volta trovata la soluzione che soddisfi tutte le condizioni allo SLU, si verificano anche le condizioni di esercizio.

Nello studio allo SLE, si usa l'impostazione classica del METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI (una volta usate anche x il progetto, mentre qui solo x verifica).

Stato limite di tensione

1 Occorre controllare le tensioni nel materiale che costituisce la struttura e LIMITARE LE TENSIONI IN ESERCIZIO.

2 TENSIONI NEL CALCESTRUZZO:

PREMESSA: combinazioni di carico in esercizio

In esercizio, esistono 3 combinazioni di carico

- combinazione caratteristica
- combinazione frequente
- combinazione quasi permanente

L'azione di calcolo, in ogni caso, si esprime come

$$A = \sum G_i + q_{k1} + \sum \psi_{0,i} q_{k,i}$$

nel caso di combinazione caratteristica (l'azione principale è al 100%, mentre le altre sono ridotte di $\psi_{0,i}$). Nelle altre combinazioni, l'espressione è simile e intervengono altri parametri ψ_1 e ψ_2 .
I parametri ψ si dicono COEFFICIENTI DI COMBINAZIONE.

Il controllo delle tensioni nel calcestruzzo si esegue in 2 combinazioni

- COMBINAZIONE CARATTERISTICA
- COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE

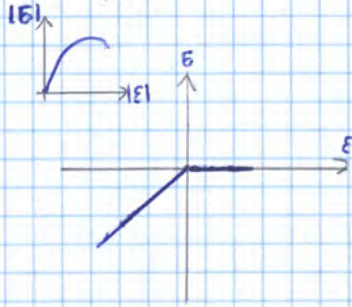
4 Calcolo delle tensioni:

× calcolare le tensioni in esercizio × calcestruzzo e acciaio, si assumono alcune ipotesi

→ conservazione della planarità della sezione

→ coincidenza delle deformazioni del calcestruzzo e dell'acciaio in trazione e compressione

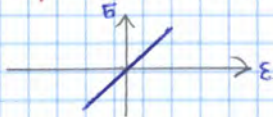
→ comportamento elastico-lineare del calcestruzzo in compressione



Il comportamento corretto sarebbe dato dalla parabola di Sargine però, siccome in esercizio la tensione è limitata a $0,6\sigma_{fk}$, in quel tratto la non linearità è trascurabile. Pertanto, non si considera né quella legge né la legge parabolica - rettangolare, ma si assume una legge elastico-lineare. D'altra parte, si TRASCURA LA RESISTENZA A TRAZIONE DEL CALCESTRUZZO

⇒ il calcestruzzo presenta un comportamento non lineare, perché è lineare a tratti

→ comportamento elastico-lineare dell'acciaio in trazione e compressione



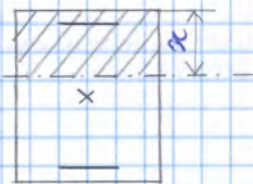
Infatti, la tensione nell'acciaio in esercizio non può andare oltre al valore σ_{yk} e dunque non interessa il tratto incoerente.

→ si può considerare la sezione non fessurata se la tensione di trazione $\sigma_{t,flex}$ nell'armatura non supera il valore $\sigma_{c,eff}$, definito come

Oltre questo valore, non si considera più l'armatura.

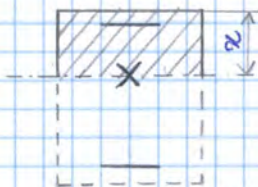
↳ in genere, si assume sempre sezione fessurata

Passando al calcolo, occorre innanzitutto osservare che, siccome la legge costitutiva del calcestruzzo è non lineare, il calcolo potrebbe essere complesso. In realtà, non è così.



Si consideri infatti una sezione in cemento armato, della quale è nota la posizione x dell'asse neutro. Nella parte in calcestruzzo, tutto ciò che sta sotto l'asse neutro è come se non esistesse poiché, essendo in trazione, la sua tensione è nulla

⇒ è possibile introdurre una NUOVA SEZIONE, COSTITUITA DALLE ARMATURE E DAL SOLO CALCESTRUZZO COMPRESSO.



In questo modo, si passa da una sezione a comportamento non lineare a una sezione a comportamento lineare, poiché

→ l'acciaio ha comportamento lineare

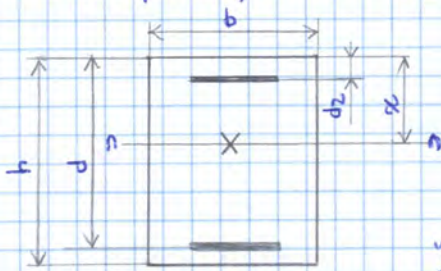
→ il calcestruzzo in compressione ha comportamento ~~non~~ lineare.

Tra l'altro, in caso di flessione pura, l'asse neutro passa x il baricentro e dunque SULL'ASSE NEUTRO SI TROVA IL BARICENTRO DELLA SEZIONE RESISTENTE.

Si distinguono così il baricentro della sezione non fessurata e il baricentro della sezione fessurata (dove si ignora il calce-

za del calcestruzzo.

Detto questo, si cerca l'asse neutro.



Siccome in flessione ^{retta} pura l'asse neutro è baricentrico x la sezione, si può imporre che il momento statico della sezione resistente rispetto a questo asse sia nullo.

$$S_{n-n} = \frac{b x^2}{2} + n A_{s1} (x - d_2) - n A_{s1} (d - x) = 0$$

momento statico
del calcestruzzo

momento statico dell'acciaio
(si omogeneizza)

Da questa equazione, si ricava la posizione x dell'asse neutro.

Da qui, si può ricavare il momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse baricentrico (cioè l'asse neutro) della sezione resistente.

$$I = \frac{b x^3}{3} + n A_{s1} (x - d_2)^2 + n A_{s1} (d - x)^2$$

Siccome il comportamento è elastico-lineare, si può ricavare la tensione in ogni punto attraverso la formula di Navier.

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad y = \text{coordinata dell'asse baricentrico}$$

Le tensioni che interessano sono

→ TENSIONE DEL CALCESTRUZZO AL LEMBO SUPERIORE

$$\sigma_{c, \max} = -\frac{M}{I} x \quad \rightarrow \text{segno "-" perché è di compressione}$$

→ TENSIONE NELLE BARRE D'ARMATURA

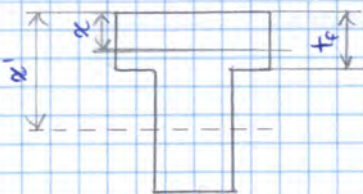
$$\sigma_{s1} = n \frac{M}{I} (d - x)$$

$$\sigma_{s2} = -n \frac{M}{I} (x - d_2)$$

con Navier si calcola la tensione nel calcestruzzo ma la tensione nell'acciaio è n volte quella nel calcestruzzo

Questo ragionamento, anche se è stato fatto x una sezione rettangolare, si può estendere ad altri tipi di sezione:

annullando il momento statico, si trova ~~il~~ la posizione dell'asse neutro e da qui, con la formula di Navier, si ricavano le tensioni.



Nel caso di una sezione a T, si può calcolare la posizione x dell'asse neutro e poi verificare il risultato

→ se $x \leq t$, il calcolo è corretto

→ se $x > t$, si rifà il calcolo del momento statico, tenendo conto delle venature.

Le formule sopra scritte x le tensioni sono invece valide x qualunque sezione soggetta a flessione semplice. Queste possono essere poi riferite a casi comuni

→ SEZIONE RETTANGOLARE E ARMATURA SEMPLICE (cioè $A_{s2} = 0$)

$$x = \frac{n A_s}{b} \left(-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{b d}{n A_s}} \right) \quad \rightarrow \text{se } x < 0, \text{ si scarta}$$

Mettendo insieme le 2 relazioni, si ottiene un'equazione del III grado nell'incognita x .

Una volta ricavato x , si calcola il momento d'inerzia e da qui si trovano la tensione al lembo più compresso del calcestruzzo e la tensione nell'acciaio teso.

$$\sigma_{c, \max} = \frac{N_V}{J_{nn}} x$$

$$\sigma_{st} = n \frac{N}{S_{nn}} (d - x)$$

Nell'acciaio compresso non ci sono problemi, ossia non giungerà mai alla snervatura perché è limitato dalla tensione nel calcestruzzo (che non va oltre $0,6 f_{ck} < f_{yt}$)

5 Valore del coefficiente di omogeneizzazione:

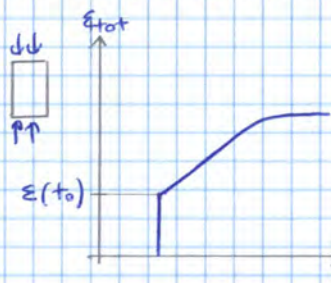
si è definito il coefficiente di omogeneizzazione come rapporto tra i moduli di rigidità.

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

Il modulo di rigidità dell'acciaio è 210.000 MPa , mentre il modulo di rigidità del calcestruzzo dipende dalla classe di resistenza ma vale circa $30.000 - 35.000 \text{ MPa}$. Pertanto, si ha

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210.000}{30.000 - 35.000} = 6 - 7$$

In realtà, il calcestruzzo è un materiale viscoso e la viscosità modifica la distribuzione delle tensioni all'interno della sezione.



Infatti, dato un provino in calcestruzzo soggetto a una tensione costante, la deformazione misurata cambia nel tempo. Se si applica un carico all'istante t_0 , in quell'istante si legge una deformazione

$$\varepsilon(t_0) = \frac{\sigma_c}{E_c(t_0)} \quad \sim \text{deformazione elastica istantanea}$$

In seguito, la deformazione evolve

Siccome però il corpo non è omogeneo, si ricorre a metodi approssimativi. Il metodo più usato è il METODO DELLA RIGIDEZZA EQUIVALENTE:

la deformazione al tempo t si può esprimere come

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c}{E_c^*}$$

Il termine E_c^* è un modulo fittizio che tiene conto in modo indiretto della viscosità del calcestruzzo e vale

$$E_c^* = \frac{E_c}{1 + \varphi}$$

Il termine φ si dice coefficiente di viscosità e dipende dall'istante di applicazione del carico.

Per $t \rightarrow \infty$, si ha

$$\varphi = 2, \quad t \rightarrow \infty$$

Stato limite di Fessurazione

1 La Fessurazione è un aspetto importante nelle strutture in cemento armato perché è inevitabile e, nel dimensionamento, si può solo limitarla.

⇒ l'obiettivo è verificare che non ci sia un'eccessiva apertura delle fessure perché ciò incide su:

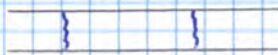
→ durabilità: le fessure hanno un certo effetto sulla durabilità, anche se non è molto forte (basta già la porosità)

→ funzione statica: le fessure riducono l'area resistente e dunque la resistenza e modificano anche il modello di calcolo (non valgono più le ipotesi)

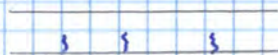
→ estetica

Tipicamente, l'apertura delle fessure è limitata a 0,4 mm e, nei casi più delicati, ci si spinge fino a 0,1 mm.

2 FESSURE TIPO



Se l'elemento lavora a taglio, la fessura è passante e interrompe tutto l'elemento.

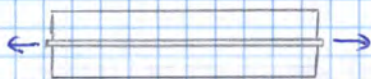


Se l'elemento lavora a flessione, la fessura interessa solo la parte tesa. In questo caso, si può mettere un'armatura di pelle che permette di controllare le fessure, riducendone le dimensioni.

↳ nascono tante fessure di piccola entità

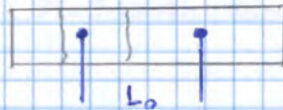
3 Comportamento di una struttura fessurata:

x descrivere il comportamento di un elemento in cemento armato che passa dallo stato non fessurato allo stato fessurato, si considera un caso semplice, ossia un tirante con barra di armatura soggetto a uno sforzo normale di trazione.



Nel processo, si valuta la deformazione, la cui valutazione non è semplice, perché è il rapporto tra allungamento e la lunghezza di base.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$



Si possono allora mettere 2 basi a distanza L_0 ma si può capire che, se nascono fessure in punti diversi, si ottengono diverse letture. Queste infatti si legano alla posizione delle fessure rispetto alle basi.

Pertanto, nelle strutture in cemento armato, la base su cui si legge L_0 è sempre una base grande, in modo da cogliere più fessure possibile.

⇒ si legge una DEFORMAZIONE MEDIA ε_m , "media" perché coinvolge più fessure.

→ ora le rigidità sono le stesse ma, in compenso, la deformazione media è minore della deformazione della barra a parità di sforzo normale. La differenza di allungamento tra il comportamento reale e quello della barra nuda si dice **tension stiffening** e rappresenta l'effetto irrigidente del calcestruzzo tese comprese tra fessure consecutive, che dà un certo contributo. Ciò si traduce nel fatto che la rigidità secante ~~non~~ è maggiore nel tirante, mentre la rigidità tangenziale è uguale.

↓ questo è garantito dalle tensioni di aderenza acciaio - calcestruzzo

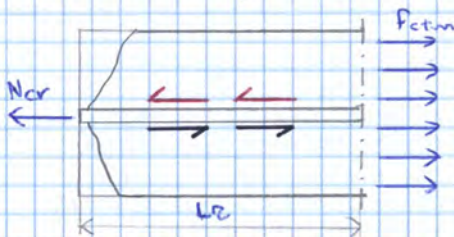
D'altra parte, all'aumentare dello sforzo normale, non aumenta il numero di fessure (esse si trovano sempre alla stessa distanza) ma cresce la loro ampiezza.

La valutazione è spinta fino allo sforzo normale N_y che porta la barra nuda a snervamento e non si va oltre, poiché interessa studiare la fessurazione in esercizio, dove la tensione è minore di f_y .

Questo è il comportamento di un tirante.

3 Studio delle fessure:

In prima battuta, interessa analizzare la **distanza tra le fessure** o, meglio, quali meccanismi determinano la formazione di una fessura successiva alla formazione di una prima fessura.



Si consideri una fessura, in cui lo sforzo normale applicato N_{cr} passa interamente attraverso la barra di armatura. All'interno del calcestruzzo non fessurato nascono delle tensioni di aderenza acciaio - calcestruzzo che trasmettono parte dello sforzo normale presente nella barra all'interno del calcestruzzo.

A una certa distanza L_f dalla fessura, lo sforzo è passato integralmente nel calcestruzzo e questo si troverà a lavorare alla tensione di prima fessurazione F_{ctm} .

Dunque, in quel punto, può crearsi una nuova fessura

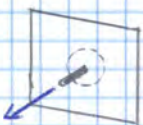
⇒ le fessure non si formano in qualunque punto, bensì **le fessure si formano a una certa distanza**, che si lega alle tensioni di aderenza che il calcestruzzo scambia con l'acciaio

In particolare, si possono vedere le tensioni di aderenza sulla barra (\rightarrow) e le tensioni di aderenza sul calcestruzzo (\leftarrow), che sono uguali e contrarie e si equilibrano con la tensione F_{ctm} .

Da qui è possibile determinare la distanza tra le fessure:

quando si sta a sviluppare la fessura, in corrispondenza di essa è applicato lo sforzo N_{cr} , che vale

$$N_{cr} = F_{ctm} \cdot A_{c,eff}$$



$A_{c,eff}$ = area di calcestruzzo efficace nei confronti dell'aderenza, poiché a una certa distanza il calcestruzzo non risente più della sua presenza.

Passando all'acciaio, nelle fessure lo sforzo normale è tutto preso dall'acciaio e poi la tensione diminuisce, poiché parte dello sforzo è passato al calcestruzzo.

A queste tensioni corrispondono delle deformazioni ϵ_c e ϵ_s che, a i livelli di carico in gioco, sono anche esse lineari (il comportamento è lineare).

Allora l'apertura è la differenza delle elongazioni che subiscono acciaio e calcestruzzo, cioè l'integrale della differenza di deformazione sull'altezza L_f . Questa è moltiplicata x 2 perché si è nella situazione peggiore in cui, a partire dal centro, si ha L_f a sinistra e L_f a destra.

$$w_{max} = 2 \int_0^{L_f} [\epsilon_s(x) - \epsilon_c(x)] dx$$

A favore di sicurezza, si può trascurare la deformazione del calcestruzzo.

$$\begin{aligned} w_{max} &= 2 \int_0^{L_f} \epsilon_s(x) dx = \\ &= 2 \int_0^{L_f} \frac{1}{E_s} \left[\sigma_s - \frac{\pi \phi z_{bm}(x)x}{A_s} \right] dx = \end{aligned}$$

↓

la tensione nell'acciaio è data dalla tensione σ_s in corrispondenza della fessura che è ridotta linearmente lungo x , secondo un incremento dato dalla forza di aderenza diviso l'area dell'armatura

$$= 2 L_f \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \frac{\pi \phi z_{bm} L_f}{2 \frac{\pi \phi^2}{4} \cdot \sigma_s} \right] =$$

$$= 2 L_f \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \frac{z_{bmk}}{2 \rho_{eff} \sigma_s} \right] = \quad \rightarrow z_{bmk} = F_{ctm}$$

distanza massima tra le fessure $\leftarrow L_{max}$

$$= L_{max} \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \frac{F_{ctm}}{2 \rho_{eff} \sigma_s} \right]$$

Il termine tra parentesi x σ_s/E_s rappresenta la deformazione media dell'acciaio

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \frac{F_{ctm}}{2 \rho_{eff} \sigma_s} \right]$$

Si ottiene così

$$w_{max} = L_{max} \epsilon_{sm}$$

$$w_{max} = L_{max} \epsilon_{sm}$$

APERTURA MASSIMA DELLE FESSURE

In base a questa espressione, si possono trovare dei METODI x LA RIDUZIONE DELL'AMPIEZZA DELLE FESSURE

→ LIMITARE IL DIAMETRO ϕ DELLE BARRE, cioè conviene usare barre piccole ravvicinate x contenere l'apertura.

Infatti, in questo modo si limita L_f a parità di quantità armatura si inserisce (ρ_{eff})

→ AUMENTARE L'ADERENZA z_{bm} , riducendo così L_f .

Ciò si può eseguire passando da barre lisce a barre ad aderenza migliorata, che presentano delle costole.

Questa equazione indica che, a meno di coefficienti, la forza di trazione nell'armatura subito dopo la fessurazione è uguale alla forza nel calcestruzzo immediatamente prima della fessurazione.

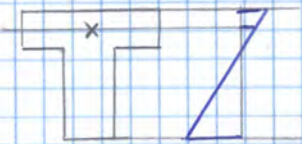
σ_s = tensione massima ammissibile nell'armatura subito dopo la fessura, calcolata nella sezione fessurata.
In genere, si ha

$$\sigma_s = f_{yd}$$

A_{ct} = area del calcestruzzo nella zona tesa prima della formazione della fessura.
In sezioni a T o scatolari, essa è l'area delle anime e delle piattabande

k = parametro legato alla deformazione di ritiro

k_c = parametro legato alla distribuzione delle tensioni all'interno della sezione ~~fess~~ prima della formazione della fessura ('viscosità')



$f_{ct,eff}$ = valore medio della tensione nel calcestruzzo nell'istante in cui insorge la fessura.
Si può imporre

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} \rightarrow \text{ma anche un valore inferiore}$$

Calcolo dell'ampiezza delle fessure:

L'Eurocodice prevede di partire dalla distanza massima $s_{r,max} = 2L_z$ e di moltiplicarla x il termine di deformazione, ϵ ottenere l'ampiezza di progetto delle fessure.

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

ϵ_{sm} = deformazione media dell'acciaio nella combinazione di carico pertinente (quasi permanente nel calcestruzzo armato)

ϵ_{cm} = deformazione media del calcestruzzo tra le fessure (la norma considera questo termine)

→ CONTRIBUTO DI DEFORMAZIONE:

rispetto all'espressione teorica, si aggiunge un coefficiente k_t

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{p_{p,eff}} (1 + n p_{p,eff})}{k_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$p_{p,eff} = \frac{A_s \sigma_s^2}{A_{c,eff}}$$

Percentuale geometrica efficace di armatura

A_p = area dell'armatura di precompressione

~~1/2~~

In realtà, questa Formulazione è valida solo se le barre d'armatura aderenti o poste nella zona tesa sono sufficientemente vicine tra di loro.
In altri termini, la spaziatura s_s deve valere

$$s_s \leq 5 \left(c + \frac{\phi}{2} \right)$$

Altrimenti, è possibile stimare l'apertura delle fessure se si assume come distanza massima la seguente

$$s_{r,max} = 1,3 (h - 2)$$

In realtà, conviene distanziare poco le armature perché, in caso contrario, la ~~sua~~ distanza diventa molto elevata ed è difficile superare la verifica.

RIEPILOGO: CALCOLO DELL'APERTURA DELLE FESSURE

- si calcola il momento in combinazione di carico quasi permanente M_{qp}
- si calcola la tensione dell'armatura in esercizio σ_s
- si calcola l'area tesa efficace $A_{c,eff}$
- si calcolano la differenza di deformazione $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$ e la distanza $s_{r,max}$.

5 Calcolo indiretto dell'apertura delle fessure

L'Eurocodice consente anche di calcolare in modo indiretto l'apertura delle fessure, senza considerare le grandezze coinvolte.

Esistono delle tabelle che sono tarate x due condizioni

→ FESSURAZIONE dovuta principalmente a CARICHI ESTERNI:

occorre rispettare le disposizioni del prospetto A o del prospetto B, cioè la verifica è soddisfatta se uno dei prospetti è soddisfatto.

Le tensioni dell'acciaio sono calcolate nella sezione fessurata sotto la combinazione delle azioni pertinente

→ FESSURAZIONE dovuta principalmente a DEFORMAZIONI IMPRESSE (deformazione di ritiro impedito):

occorre rispettare le disposizioni del prospetto A.

Nei due prospetti, si entra con la tensione σ_s nell'acciaio subito dopo la fessurazione e si basano su certi valori di geometria della sezione, etc.

Se questi non sono rispettati, non si possono usare le tabelle (queste esprimono le situazioni comuni).

Le tabelle forniscono il DIAMETRO MASSIMO che permette di garantire una certa apertura delle fessure e il diametro delle barre usate deve essere minore di questo valore. Viceversa, il prospetto B fornisce l'INTERASSE MASSIMO delle barre, in modo da avere l'apertura richiesta.

↳ si regola la geometria delle barre

In particolare, data la lunghezza L ,

→ la quota ξL è assunta completamente fessurata (sezione parzializzata)

→ la quota complementare $(1 - \xi)L$ lavora come non fessurata

In questo modello, occorre individuare il valore corretto di ξ , che si può calcolare come

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2$$

σ_{sr} = tensione nell'acciaio teso corrispondente al momento di fessurazione

σ_s = tensione nell'acciaio ^{teso} corrispondente alla combinazione quasi permanente (o pertinente)

β = coefficiente legato all'effetto della durata del carico sulla deformazione media

Singola applicazione x carichi di breve durata $\beta = 1,0$

Carico permanente (tipico) $\beta = 0,5$

In questo modo, si trasforma la struttura in una struttura a inerzia variabile e, se è iperstatica, è difficile calcolare la distribuzione delle sollecitazioni

⇒ nelle strutture reali è COMPLESSA LA VALUTAZIONE DEGLI SPOSTAMENTI perché in realtà occorre fare un calcolo non lineare

3 Calcolo indiretto degli spostamenti:

L'Eurocodice consente, in prima approssimazione, di calcolare gli spostamenti come

$$f = (1 - \xi) f_I + \xi f_{II}$$

f = freccia

f_I = freccia allo stadio I (spostamento della sezione non fessurata)

f_{II} = freccia allo stadio II (ovunque è fessurata)

Pertanto, si calcolano 2 spostamenti in 2 situazioni e li si combinano. In realtà, in questa relazione non si considera la viscosità ma questa può essere considerata in modo indiretto

→ la freccia f_I è moltiplicata direttamente x il coefficiente di viscosità $\phi(\infty; t_0)$

→ la freccia f_{II} si calcola considerando la rigidità della sezione non fessurata con il modulo elastico equivalente

$$E_c^* = \frac{E_c}{1 + \phi}$$

A favore di sicurezza, il Fattore si può scrivere come

$$\frac{310}{E_s} = \frac{500}{f_{yk} \frac{A_{s, req}}{A_{s, prov}}}$$

$A_{s, req}$ = armatura richiesta allo SLU

$A_{s, prov}$ = armatura effettivamente presente nella sezione considerata

ALTRE CORREZIONI (x casi particolari - poco usuali)

→ SEZIONE A T, con rapporto larghezza dell'ala - larghezza dell'anima superiore a 5

⇒ si raccomanda di usare $0,8 \rho/d$

→ TRAVI E PIASTRE ~~non~~ nervate con luce superiore a 7 m caricate con tramezzi che rischiano danni x inflessione eccessiva

⇒ si raccomanda di usare

$$\frac{7}{\ell_{eff} [m]} \cdot \frac{\rho}{d}$$

→ PIASTRE non nervate con luce superiore a 8,5 m e con tramezzi che rischiano danni x inflessione eccessiva

⇒ si raccomanda di usare

$$\frac{8,5}{\ell_{eff} [m]} \cdot \frac{\rho}{d}$$

Nel caso che la verifica non sia soddisfatta, si può

→ AUMENTARE L'ALTEZZA DELLA SEZIONE

→ AUMENTARE L'ARMATURA che, lavorando a una tensione minore, fa salire automaticamente il limite.

4 Aderenza:

L'aderenza dipende dal profilo della barra, dalla dimensione dell'elemento strutturale, dalla posizione dell'armatura nel getto e dall'orientamento dell'armatura rispetto alla direzione di getto.

Il primo aspetto non è governabile, poiché esiste un unico tipo di risalto nel profilo delle armature.

Pertanto, si calcola l'aderenza in funzione degli altri 3 fattori.

Innanzitutto, si definiscono 2 condizioni di aderenza

→ buona aderenza

→ aderenza mediocre



Si considera una condizione di BUONA ADERENZA quando

→ le barre sono inclinate di un angolo compreso tra 45° e 90° rispetto all'orizzontale.



→ le barre sono inclinate di un angolo compreso tra 0° e 45° e sono inserite in elementi di spessore inferiore a 25 cm, nella metà inferiore del getto di elementi di spessore compreso tra 25 e 60 cm o a una distanza superiore a 30 cm dalla superficie superiore del getto di elementi di spessore superiore a 60 cm.

Detto ciò, x le barre nervate la norma fornisce la **tensione ultima di aderenza**

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$$

f_{ctd} = resistenza a trazione di calcolo

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0.95}}{\gamma_c}$$

η_1 = coefficiente legato alle condizioni di aderenza

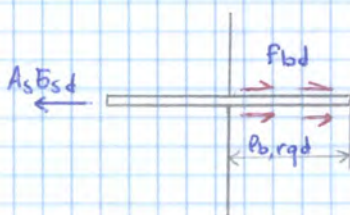
Barra in condizioni di buona aderenza $\eta_1 = 1,0$

Barra in condizioni di mediocre aderenza $\eta_1 = 0,7$

η_2 = coefficiente legato al diametro della barra

$$\eta_2 = \begin{cases} 1,0 & \text{se } \phi \leq 32 \text{ mm} \\ \frac{132 - \phi}{100} & \text{se } \phi > 32 \text{ mm (raro)} \end{cases}$$

Sulla base della tensione limite di aderenza acciaio-calcestruzzo, si può valutare la **lunghezza di ancoraggio necessaria di base**, che si definisce come la lunghezza necessaria a ancorare una barra soggetta a una forza F_{bd} che produce la tensione σ_{sd} nel punto da cui si misura l'ancoraggio.



In particolare, si consideri una barra di armatura immersa in una parete.

Questa è mandata in trazione applicando una forza $A_s \sigma_{sd}$, che genera la tensione σ_{sd} nella barra.

La lunghezza di ancoraggio necessaria di base è la lunghezza minima di immersione della barra nel muro affinché questa non spili.

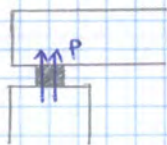
α_2 = coefficiente x effetto del ricoprimento minimo di calcestruzzo.

α_3 = coefficiente legato al confinamento dovuto all'armatura trasversale, poiché le staffe confinano e comprimono il calcestruzzo, aumentando l'aderenza. Aumenta così la tensione f_{bf} e si può ridurre la lunghezza di ancoraggio.

α_4 = coefficiente legato all'uso di barre trasversali saldate come sistema di ancoraggio

$\alpha_4 = 0,7 \rightarrow$ se non si usa questo sistema, si ignora

α_5 = coefficiente legato alla pressione trasversale di piano di spacco (piano parallelo alla barra) lungo la lunghezza di ancoraggio.



Ad es. in un appoggio, è presente un elemento che determina una pressione. Lo stesso vale nel caso di forza concentrata

$$\alpha_5 = 1 - 0,06 p [\text{MPa}]$$

$l_{b, req}$ = lunghezza ancoraggio necessaria di base

$l_{b, min}$ = è la lunghezza minima di ancoraggio, se non sussistono altre limitazioni, che vale

\rightarrow barre tese

$$l_{b, min} \geq \max \{ 0,3 l_{b, req}; 10\phi; 100 \text{ mm} \}$$

\rightarrow barre compresse

$$l_{b, min} \geq \max \{ 0,6 l_{b, req}; 10\phi; 100 \text{ mm} \}$$

Tutti questi parametri sono tabulati; anche se si possono assumere delle ipotesi semplificative x ridurre la complessità del problema

$\rightarrow f_{sd}$: è la tensione dell'armatura che si vuole ancorare e, x semplicità, si può assumere che sia snervata (anche se noi è detto che lo sia)

$$f_{sd} = f_{yd}$$

\rightarrow eccetto nel caso di sistema di ancoraggio con barre trasversali (dove si usa α_4), ci si focalizza solo sul parametro α_1 legato alla forma della barra.

Così la lunghezza d'ancoraggio si può scrivere come

$$l_{bd} = \begin{cases} \alpha_1 l_{b, req} \\ \alpha_4 l_{b, req} \end{cases}$$

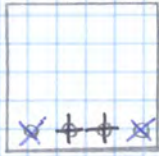
Pertanto, in funzione della classe di calcestruzzo, diventa possibile calcolare anzitutto x tutte la lunghezza di ancoraggio.

In fatti, il termine $l_{b, req}$ dipende solo dalla tensione f_{bd} (si è fissato $f_{sd} = f_{yd}$); che dipende solo dalla classe di calcestruzzo e dalle condizioni di aderenza. In questo modo, si può calcolare la lunghezza di aderenza ancoraggio x ogni diametro nel calcestruzzo.

Valori dei coefficienti α_1 , α_2 , α_3 , α_4 e α_5

Influencing factor	Type of anchorage	Reinforcement bar	
		In tension	In compression
Shape of bars	Straight	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Other than straight (see Figure A (b), (c) and (d))	$\alpha_1 = 0,7$ if $c_d > 3\phi$ otherwise $\alpha_1 = 1,0$ (see Figure B for values of c_d)	$\alpha_1 = 1,0$
Concrete cover	Straight	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi) / \phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Other than straight (see Figure A (b), (c) and (d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi) / \phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (see Figure B for values of c_d)	$\alpha_2 = 1,0$
Confinement by transverse reinforcement not welded to main reinforcement	All types	$\alpha_3 = 1 - K_2$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$

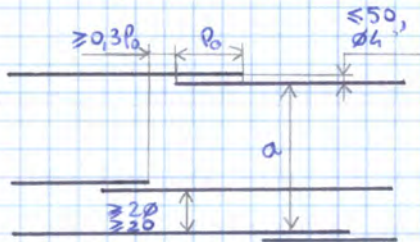
→ se in una singola sezione si sovrappongono più barre, bisogna far sì che la sovrapposizione agisca in modo simmetrico.



Se ci sono solo 2 barre, bisogna rispettare solo la prima raccomandazione.

Se ci sono 4 barre, queste sono sovrapposte a coppie in una e in un'altra sezione, mantenendo la simmetria. In questo modo, in una sezione si sovrappone solo il 50% dei ferri e si rispetta la 1^a raccomandazione.

→ le barre sovrapposte devono essere vicine in modo da limitare il cammino dei campi di compressione (tendenzialmente, devono essere attaccate)



In parti colate, la distanza trasversale netta deve essere minima

$$d_{t,netta} < 4\phi, 50 \text{ mm}$$

Se supera questo valore, si incrementa la lunghezza di sovrapposizione e di una quantità pari al superamento dello spazio libero rispetto al minimo tra 4ϕ e 50 mm.

→ la distanza longitudinale tra le sovrapposizioni adiacenti sfalsate, x evitare che cadano tutte in un'unica sezione, deve essere superiore a $0,3 l_0$.

Inoltre, se le sovrapposizioni sono adiacenti (cioè ci sono coppie di barre affiancate), tra esse è richiesta una distanza trasversale netta superiore a 2ϕ e 20 mm.

Detto ciò, si calcola la **lunghezza di sovrapposizione** l_0 , che dipende dalla lunghezza di ancoraggio necessaria di base.

$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_5 \alpha_6 l_{b,rqd} \geq l_{0,min}$$

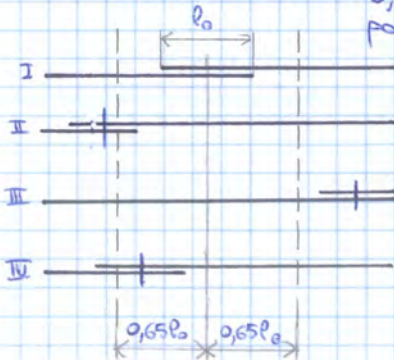
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e α_5 sono gli stessi coefficienti definiti x la lunghezza di ancoraggio. Nel caso di α_3 , che indica l'effetto delle barre trasversali, si raccomanda di porre:

$$\sum A_{st,min} = 1,0 A_s \frac{f_{sd}}{f_{yd}} \quad A_s = \text{area della singola barra sovrapposta}$$

α_6 : si calcola come

$$\alpha_6 = \left(\frac{p_1}{25} \right)^{0,5}, \quad 1,0 \leq \alpha_6 \leq 1,5$$

p_1 = percentuale di armatura sovrapposta entro la distanza $0,65 l_0$, calcolata a partire dal centro della lunghezza di sovrapposizione.



In altri termini, ci si pone al centro della lunghezza di sovrapposizione e si valuta quante armature si sovrappongono x una lunghezza superiore a $0,65 l_0$. In questo caso, si sovrappone il 50% delle armature (I e IV) e dunque

$$p = 50\%$$

7 Armature minime:

La loro presenza serve a garantire la validità dei modelli di calcolo x gli elementi soggetti a prevalente compressione (es. pilastri) e gli elementi soggetti a prevalente flessione (es. travi).

→ ELEMENTI SOGGETTI A PREVALENTE COMPRESSIONE (es. pilastri):

Si definiscono un diametro e un'area minima e massima x l'ARMATURA LONGITUDINALE.

$$\phi_{min} = 8 \text{ mm}$$

$$A_{s,min} = \max \left(\frac{0,10 N_{sd}}{f_{yd}} ; 0,002 A_c \right)$$

$$A_{s,max} = 0,04 A_c \quad \rightarrow \text{il limite è portato a } 0,08 A_c \text{ nelle zone di sovrapposizione}$$

Occorre poi almeno una barra x spigolo (6 barre se la sezione è circolare)

Passando all'ARMATURA TRASVERSALE, si richiede

$$\phi_{min} = \max \left(6 \text{ mm} ; \frac{\phi_{long}}{4} \right)$$

$$s_{cl,max} \leq \min \left(20 \phi_{long} ; b_{min} ; 400 \text{ mm} \right)$$

Il vincolo sull'interasse si giustifica osservando che, se il pilastro è compresso, si rischia l'instabilità dell'armatura e la conseguente espulsione del copriferro. Pertanto, indipendentemente dal valore del taglio, si collegano le barre con staffe x impedire questo fenomeno.

Tra l'altro, l'interasse ^{massimo} è limitato ulteriormente da un fattore 0,6

→ in prossimità delle giunzioni di sovrapposizione, se il diametro massimo delle barre è limitato a 16 mm e ci sono almeno 3 barre

→ agli estremi delle colonne, x un tratto pari alla dimensione massima della sezione ^{del pilastro}

In realtà, conviene ridurre di un fattore 0,5, in modo da avere un passo che è sempre multiplo di qualcosa.

In particolare, tipicamente si dimezzano 2 o 3 campi di staffe.

→ ELEMENTI SOGGETTI A PREVALENTE FLESSIONE (es. travi):

L'area minima delle barre longitudinali vale

$$A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b + d \geq 0,0013 b + d$$

$b + d$ = larghezza media della zona tesa

In base alla classe del calcestruzzo, può comandare il primo o il secondo termine (in genere, comanda il secondo).

Nel caso che l'area dell'armatura sia inferiore al valore minimo, la sezione non è più studiata come sezione in cemento armato, bensì come sezione in solo calcestruzzo.

Pertanto, occorre mettere una quantità maggiore di armatura, in modo da poter considerare la sezione come armata.

Passando all'ARMATURA DI TAGLIO x le travi, si richiede che almeno il 50% del taglio sia assorbito con staffe, mentre il resto può essere assorbito con altri sistemi. In questo ambito, si assume che il 100% del taglio sia assorbito dalle staffe. Esistono più limitazioni:

→ inclinazione

$$\alpha = 45^\circ \div 90^\circ$$

→ area minima da inserire (se $V_{sd} < V_{Rd,c}$ - eccetto elementi secondari)

$$\rho_w = \frac{0,08 \sqrt{f_{ctk}}}{f_{yk}} \quad m \rho_s = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin \alpha}$$

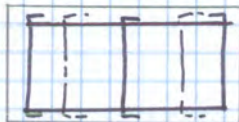
→ interasse in direzione longitudinale

$$s \leq 0,75 d (1 + \cot \alpha)$$

→ interasse in direzione trasversale

$$s_{t,max} = 0,75 d \leq 600 \text{ mm}$$

OSSERVAZIONE



Si consideri ad es. una soletta con una trave secondaria che collega i pilastri nella direzione parallela ai travetti. Le grandezze sono

$$d = 20 \text{ cm} \Rightarrow s \leq 0,75 d = 15 \text{ cm}$$

Siccome sicuramente si inseriscono staffe con passo di 15 cm in direzione longitudinale, d'altra parte in direzione longitudinale occorrerebbe mettere molti bracci. Questi però non sono fondamentali (è una trave secondaria) e dunque si può assumere

$$s_{t,max} = 600 \text{ mm} = 60 \text{ cm}$$

e mettere solo un braccio intermedio

Nel caso di ARMATURA A TORSIONE (x torsione di equilibrio) si utilizzano staffe chiuse e ancorate per mezzo di ganci piegati a 135° all'interno del nucleo (anziché a 90°) o mediante sovrapposizione su tutta la lunghezza. Se c'è un ferro continuo, in alternativa si può usare una staffa aperta e garantire la chiusura con il ferro superiore. Occorre rispettare le seguenti indicazioni

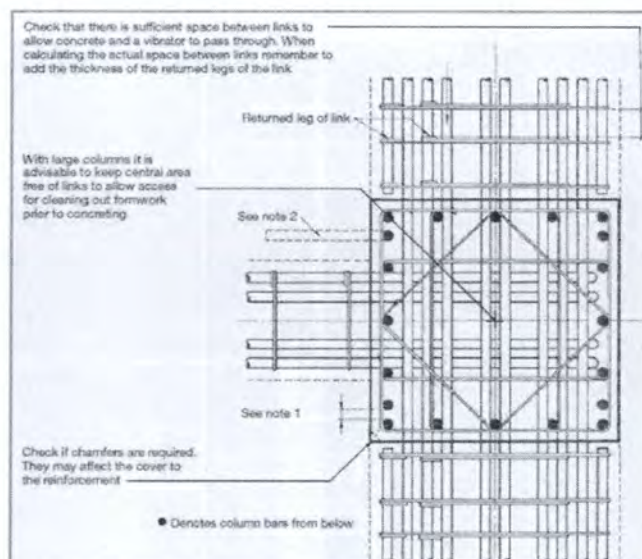
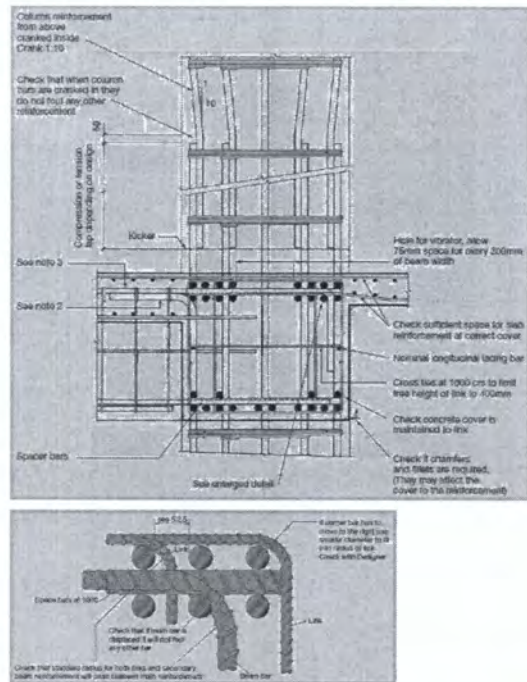
→ interasse

$$s \leq \frac{u_k}{8} \quad u_k = \text{lunghezza della lina media}$$

→ inclinazione

$$\alpha = 90^\circ$$

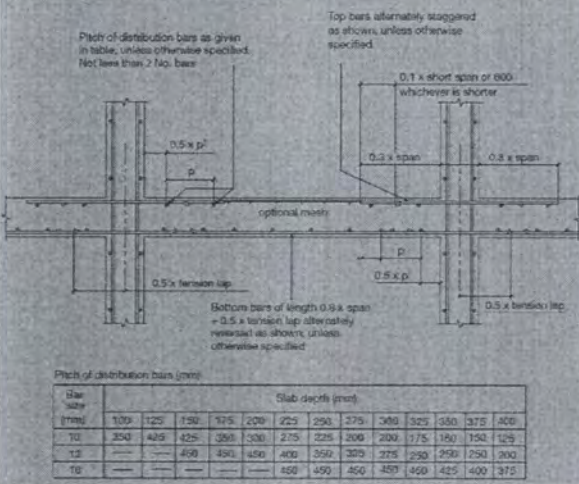
→ le barre longitudinali devono essere disposte in ogni angolo, a una distanza inferiore a 300 mm.



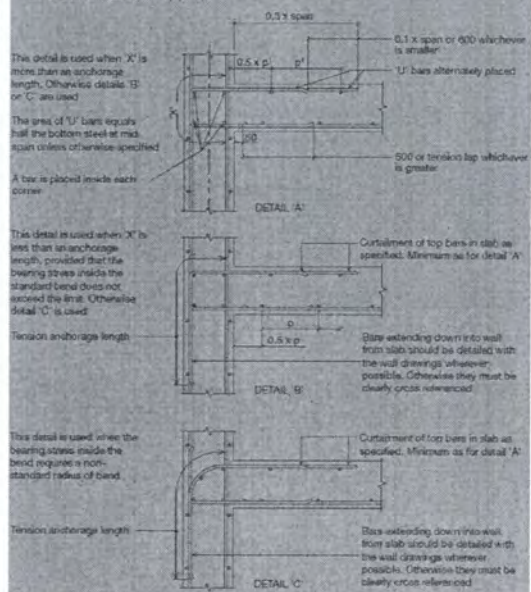
1. Every column bar must be retained by a link except where the distance between column bars is 150mm or less, in which case every other bar should be retained by a link.
2. Where column reinforcement is bent out, e.g. top lift of column, the position should be clearly shown in order to maintain the correct concrete cover and clearance for slab and beam reinforcement.
3. Where the secondary-beam reinforcement has increased top cover check that the resulting reduction in lever arm is satisfactory (see also 5.15).

Particolari di armature: slabs

SLABS MS1

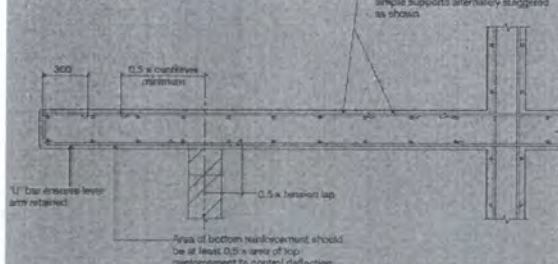
One and two way slabs
Span and internal support

SLABS MS2

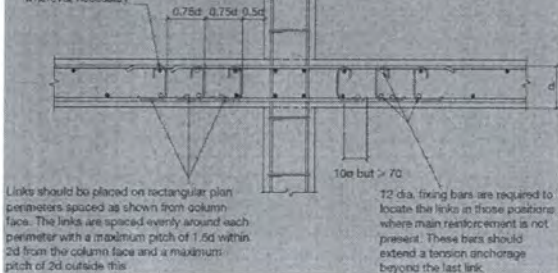
One and two way slabs
External restrained supports

SLABS MS4

Cantilever slabs



The links may be fixed to the same levels of reinforcement wherever they occur on the perimeter, provided that nominal hanger bars are included wherever necessary.

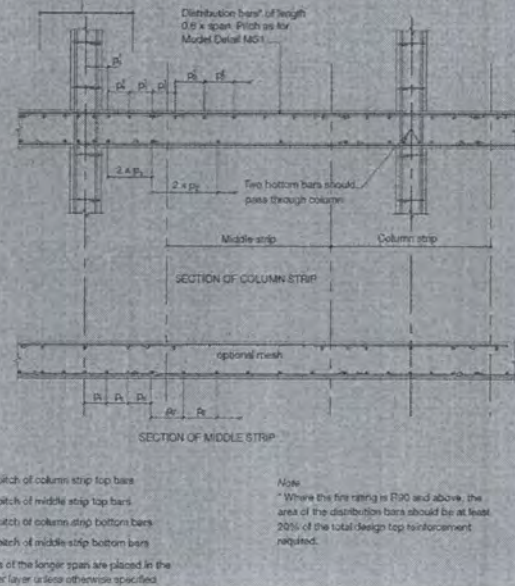


When equivalent column dia. is less than 0.75 x width of panel 'm' of the bars for this strip should be placed in the centre half.

SLABS MS5

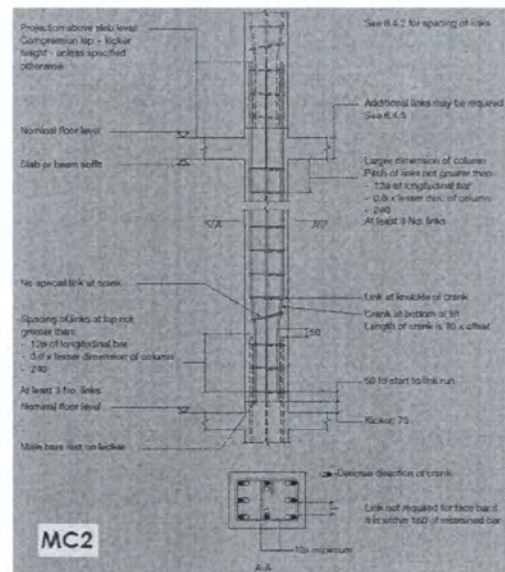
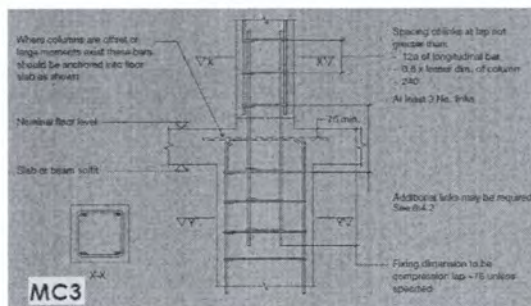
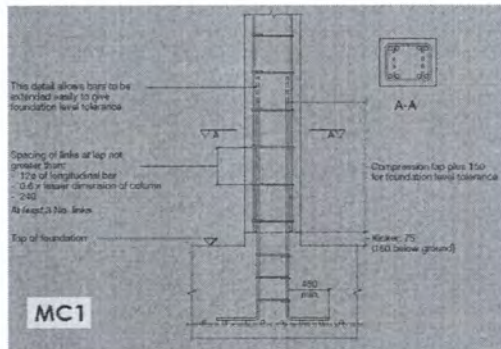
Flat slabs

Span and internal support



Disposizioni costruttive

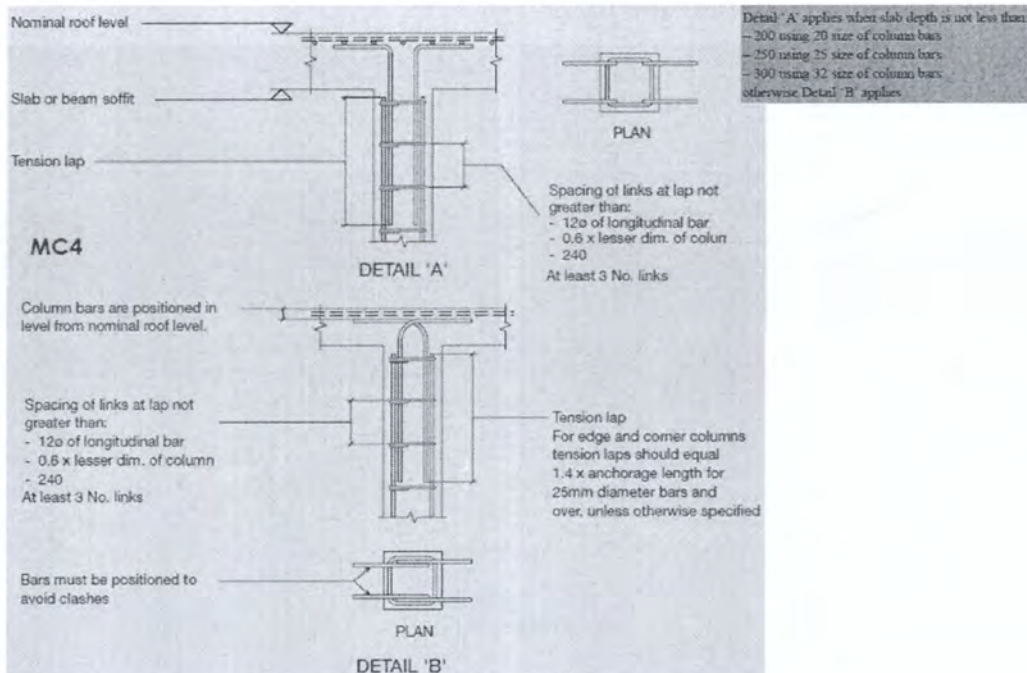
Particolari di armature: colonne



Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

31

Disposizioni costruttive



Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

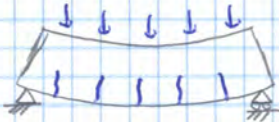
32

STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO

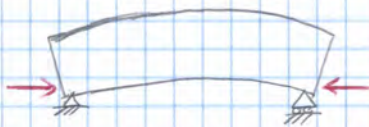
1. Precompressione:

essa consiste in un particolare stato tensionale e deformativo artificialmente indotto nella struttura x migliorare il comportamento strutturale.

Di fatto, la precompressione introduce uno stato tensionale opposto rispetto a quello cui la struttura è soggetta x effetto dei carichi esterni.

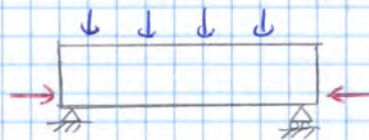


Ad es., una trave appoggiata soggetta a un carico verticale tende a fessurarsi in esercizio in un certo modo, con conseguente riduzione di rigidezza, perdita di durabilità, etc.



Se prima di applicare il carico si riesce a introdurre all'interno della struttura uno stato di compressione, si può immaginare che la somma delle tensioni di trazione applicate e delle tensioni di compressione indotte artificialmente sia inferiore alla resistenza a trazione o addirittura porti a uno stato globale di compressione.

In questo modo, non nascono più fessure in esercizio.



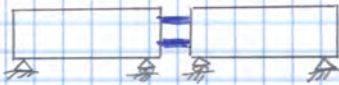
L'ideale è andare verso l'annullamento delle tensioni di trazione e, infatti, nella precompressione si applica una forza eccentrica che genera un momento opposto al momento dovuto ai carichi esterni. Così la somma degli stati tensionali è minore della resistenza a trazione del calcestruzzo.

2. MODALITÀ DI APPLICAZIONE DELLA PRECOMPRESSIONE

L'obiettivo consiste nell'indurre nella struttura delle tensioni di segno opposto a quelle cui è soggetta la struttura per effetto del carico applicato.

Questo è fatto tramite la precompressione e questa si può eseguire con diversi sistemi

→ spostamento impresso ai vincoli:



Il sistema fu introdotto da Fraissinet che, invece di realizzare una struttura a 2 campate in semplice appoggio in cui il vincolo fisso è posto su un lato, realizzò 2 campate separate con 2 vincoli mobili che si guardano e, nello spazio compreso tra le due basi, si inserì un martinetto

In esso si pompa dell'olio e, allungandosi, manda in compressione la trave

⇒ la precompressione è ottenuta mediante un MARTINETTO, con il quale si è imposta una tensione uniforme E_c.

In realtà, monitorando il comportamento della struttura, si osservò la formazione di fessure. Allora egli aggiunse pressione e dunque aggiunse sforzo normale e le fessure furono richiuse.

Il problema si ripeté, come anche il conseguente aumento di precompressione, fino a che la situazione non si stabilizzò e non si aprirono più fessure.

In seguito, egli studiò cosa accade a questa struttura in calcestruzzo e scoprì la viscosità:

mediante il martinetto, si è imposto alla trave uno spostamento, il quale ~~si è~~ determinato un certo stato tensionale.

Questo stato tensionale è destinato a ridursi nel tempo.

⇒ non si possono usare gli acciai da precompressione per le strutture in cemento armato ordinario, altrimenti diventa condizionante la SLE e, tra l'altro, l'armatura non lavora allo snervamento e dunque il materiale ha comportamento fragile.

Oggi gli acciai da precompressione sono presenti in commercio in 3 forme

→ **fili**, che sono barre lisce con diametro di 2-3 mm.

→ **trefoli**, che sono intrecci di fili e sono venduti in bobine.

I trefoli possono essere di 2 tipi



→ TREFOLI A 7 FILI, costituiti da un filo centrale con 6 fili ~~era~~ attorno



→ TREFOLI A 6 FILI, senza il filo centrale

Le aree tipo sono 139 mm² (trefolo standard), 150 mm² (trefolo super) e 165 mm² (trefolo compatto)

Spesso i trefoli sono accoppiati in modo da formare barre da precompressione.

→ **barre** (simili a quelle usate nel cemento armato), con diametri di 32, 36 e 38 mm.

PRESCRIZIONI SULLE BARRE (Eurocodice 2)

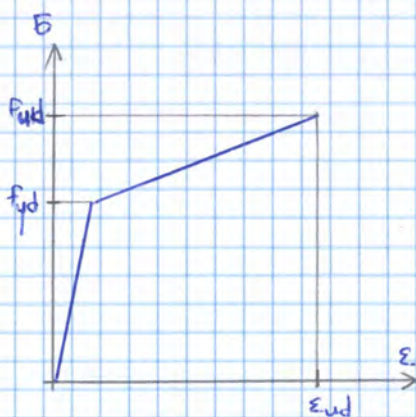
→ le armature da precompressione devono presentare una sensibilità alla corrosione sotto tensione, ossia un **infragilimento da idrogeno**, accettabilmente basso.

In Fatti, quando gli acciai sono soggetti a elevati livelli di tensione, prossimi allo snervamento, essi possono presentare rottura fragile x effetto dell'infragilimento da idrogeno.

~~Questo~~

↳ questione metallurgica

→ gli acciai conformi all'Eurocodice sono descritti secondo i valori caratteristici di tensione di rottura f_{tk} , tensione di snervamento $f_{p0,1,k}$ e deformazione ultima ϵ_{uk} .



A livello di LEGGE COSTITUTIVA gli acciai da precompressione non presentano un punto di snervamento specifico ma avviene un passaggio graduale da elasticità a plasticità.

In questa situazione, si prende ~~una~~ la tensione in corrispondenza della quale, allo scarico, si ottiene una deformazione residua dello 0,1%.

Questa tensione di snervamento fittizia si indica con $f_{p0,1,k}$.

Nella legge costitutiva di progetto, si assume un comportamento di tipo elastico-plastico, caratterizzato da un preciso valore di tensione di snervamento

⇒ l'acciaio ha comportamento elastico-lineare fino alla tensione

$$f_{yd} = \frac{k f_{tk}}{\gamma_s} = f_{p0,1,k}$$

3 Sistemi di precompressione

Quando si progetta la precompressione, questa può essere progettata in modo che essa sia

→ precompressione integrale:

essa ne necessita di una precompressione maggiore e permette di garantire che, sotto il carico di esercizio, non si MANIFESTINO TENSIONI DI TRAZIONE nella direzione di ~~tra~~ precompressione.
In altri termini, si progetta in modo che la travi lavori tutta allo stato compresso.

→ precompressione a sezione interamente reagente:

In essa si possono avere tensioni di trazione nella trave, ma LE TENSIONI DI TRAZIONE NON POSSONO SUPERARE, in corrispondenza del carico di esercizio, UN VALORE LIMITE RITENUTO ACCETTABILE DI TENSIONE, in genere la resistenza di trazione caratteristica o di calcolo.

→ precompressione parzializzata:

In questo caso, non si fissano limiti alla tensione di trazione nel calcestruzzo e dunque, l'opera può operare in regime fessurato.
L'Eurocodice segue proprio questa impostazione, ossia si limita a imporre un limite all'entità della fessurazione (ma non dice che questa non debba esserci).

↳ spesso però, x semplicità, il calcolo è fatto nelle prime 2 situazioni

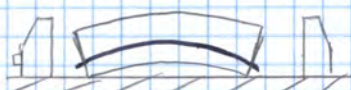
Si nota che, in caso di precompressione a sezione interamente reagente o parzializzata, occorre inserire delle armature aggiuntive ordinarie x soddisfare le verifiche di resistenza ultima e possono essere fuori calcolo.
Viceversa, nella precompressione integrale, basta l'armatura di precompressione.

4 Modalità di applicazione della precompressione

La precompressione può essere introdotta nella struttura con diverse modalità

→ pre-tensionamento

Questa tecnica si usa x gli elementi prefabbricati.



In stabilimento si realizzano 2 falde, ossia 2 punti che possono essere considerati fissi.
Si fa poi passare tra le falde un sistema di fili o di trefoli, bloccandolo contro una falda e mandandolo in tensione attraverso un martinetto posto dall'altra falda.

Attorno a questo sistema si realizza poi la gabbia di armatura tradizionale e si installa un cassero.
Da qui, si realizza il getto di calcestruzzo.

Segue la fase di maturazione del calcestruzzo, che può essere ridotta a poche ore mantenendo temperatura e umidità elevate, velocizzando così il processo di fabbricazione.

Una volta completata la maturazione, si taglia il trefolo mediante lama diamantata o fiamma ossidrica (in questo caso, la resistenza del trefolo nel

In questa operazione, occorre prestare attenzione all'eventuale presenza di difetti nella guaina:

se questa è forata, il suo interno si riempie di calcestruzzo e dunque il ferro non riesce ad avanzare. In questo caso, si potrebbe demolire localmente la struttura ma questa è un'operazione complessa.



Una volta che è infilato, con un martinetto si tesa il cavo. In questo caso, il martinetto fa contrasto sulla struttura stessa, mentre nel pre-tensionamento faceva contrasto su un supporto esterno.

Dopo che il cavo è stato portato alla tensione voluta, esso è bloccato alla struttura attraverso una **testata di ancoraggio**.

Le testate di ancoraggio sono strumenti appositi x fissare il cavo alla struttura e possono essere di due tipologie

→ **TESTATE ATTIVE**: con esse si può tesare direttamente il cavo

→ **TESTATE PASSIVE**: con esse non si può tesare direttamente il cavo e, curiosamente, sono più costose.



In seguito, la guaina è riempita con **BOIACCA CEMENTIZIA**, ossia un calcestruzzo molto fluido che è iniettato ad alta pressione in modo da occupare tutti i vuoti compresi tra guaina e cavo.

Questa è un'operazione delicata poiché, se rimangono dei vuoti o delle sacche d'acqua, l'acciaio da precompressione non è protetto dalla corrosione e, tra l'altro, non si può neanche vedere se c'è questo problema.

Si può capire che, in questo sistema, la precompressione è inizialmente trasferita mediante le forze applicate alle testate (che sono aree molto piccole) e poi x **ADERENZA**, grazie all'iniezione della boiacca che rende solidi armatura da precompressione e calcestruzzo.

Questo sistema è più costoso rispetto alla pre-tensione ma presenta due importanti vantaggi

→ **possibilità di precompressione in sito**:

con il post-tensionamento, è possibile eseguire la precompressione direttamente in opera.

In questo modo, si risolvono i problemi legati al trasporto e si possono realizzare elementi di grosse dimensioni.

→ **possibilità di scelta del tracciato**:

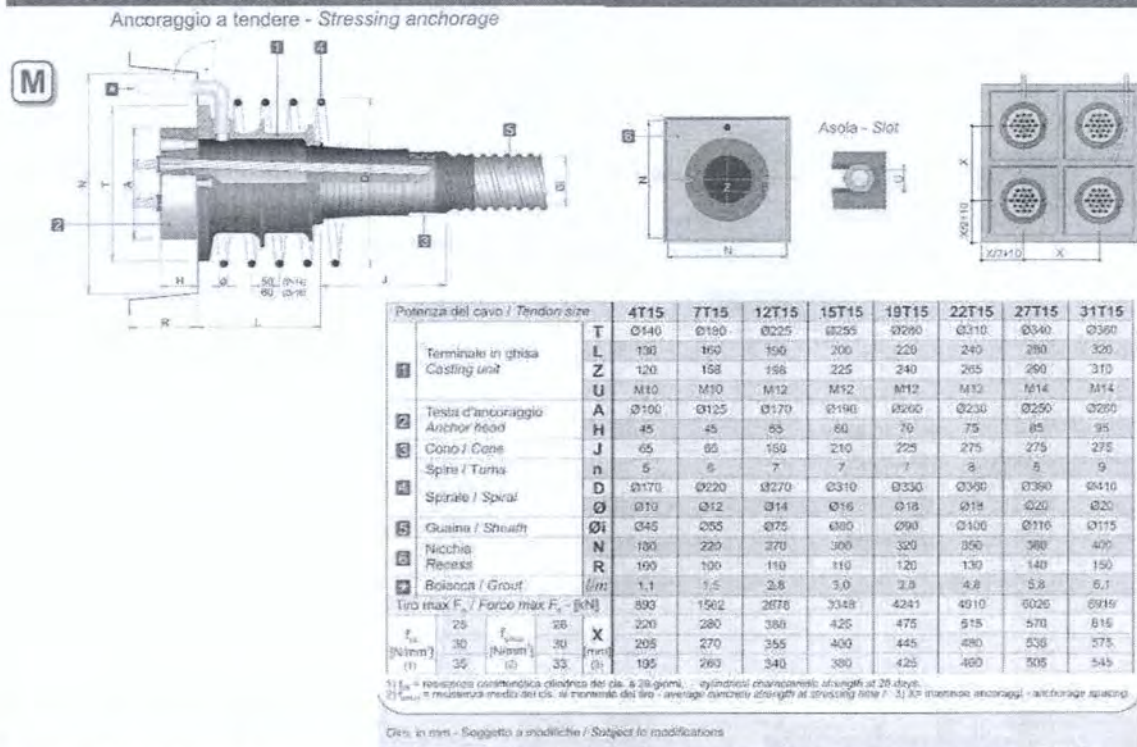
nel pre-tensionamento, i cavi avevano un andamento necessariamente rettilineo. Nel post-tensionamento, siccome si inseriscono delle guaine all'interno dell'elemento prima del getto, si può scegliere un tracciato qualunque.



In particolare, nel caso di trave appoggiata, si può adottare un percorso parabolico in modo tale che l'eccentricità sia massima al centro, laddove il momento è massimo.

⇒ si può farare la sollecitazione interna mediante l'armatura di precompressione, grazie a un percorso opportuno dei cavi perché, in questo modo, si contrasta più facilmente l'azione cui la struttura è soggetta.

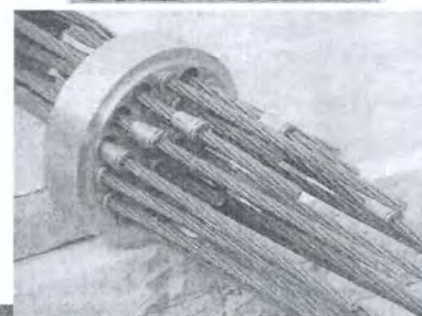
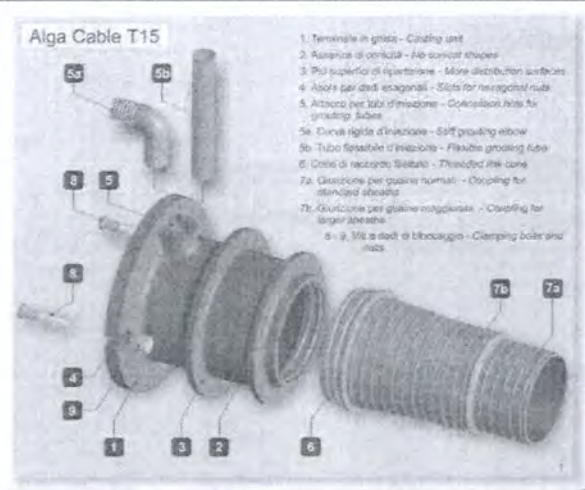
Cemento Armato Precompresso



Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

15

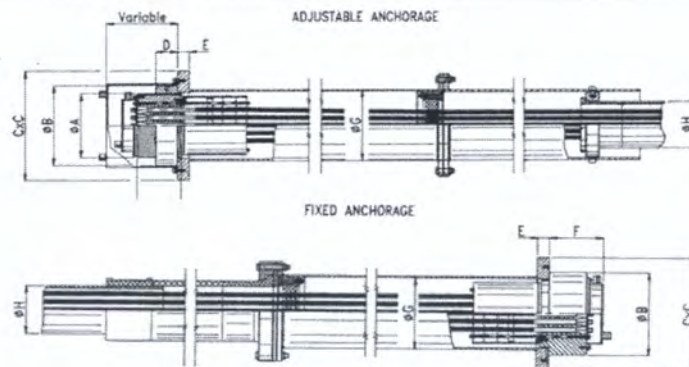
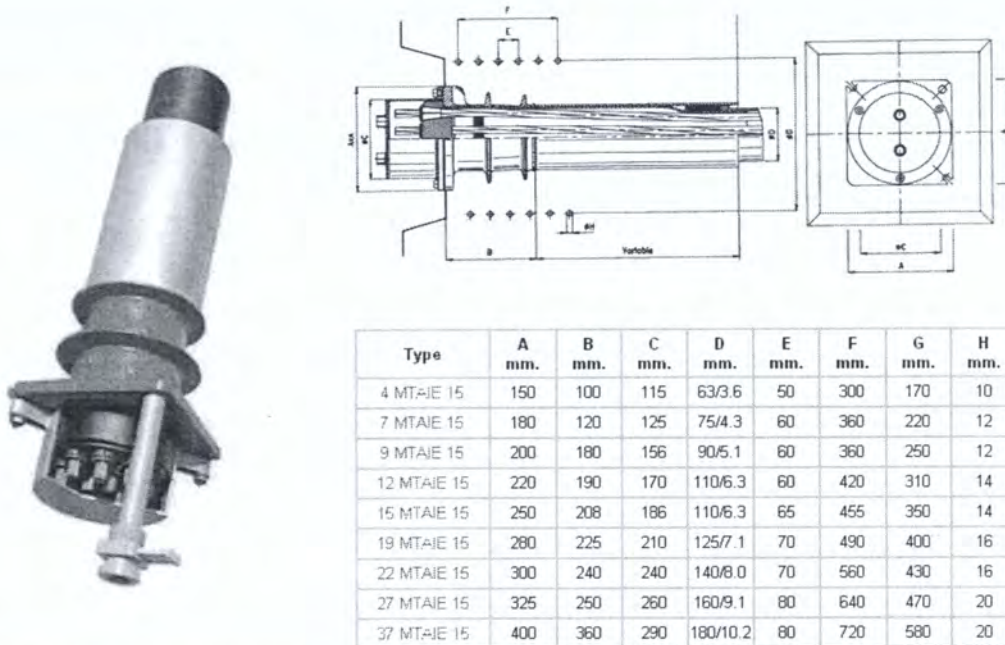
Cemento Armato Precompresso



Luca GIORDANO
Teoria e Progetto delle Strutture in cemento armato e cemento armato precompresso

16

External post-tensioning



Type	A mm.	B mm.	C mm.	D mm.	E mm.	F mm.	G mm.	H mm.
19 TSR 15	232	292	360x360	70	30	200	254.0/5	140/8.0
31 TSR 15	249	310	420x420	85	45	200	273.0/5	180/10.2
37 TSR 15	270	345	470x470	90	50	200	298.5/5	200/11.4
55 TSR 15	300	400	560x560	105	50	200	323.9/5	225/12.8
61 TSR 15	350	450	600x600	110	60	200	381.0/5	250/14.2
73 TSR 15	370	470	630x630	115	70	200	406.4/5	280/15.9
91 TSR 15	405	505	700x700	120	70	200	457.2/5	315/17.9
109 TSR 15	426	526	750x750	125	80	200	457.2/5	315/17.9
127 TSR 15	470	570	800x800	130	90	200	508.0/5	355/20.1

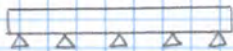
Il termine α dipende dalla resistenza del calcestruzzo al momento della tesatura (non necessariamente dopo 28 giorni).
 Pertanto, nella costruzione, è necessario che sia indicata la resistenza che il calcestruzzo deve avere a fare la tesatura.
 Da qui, durante il getto, si ~~pre~~ confezionano più cubetti con il calcestruzzo di getto:

si fanno delle prove di compressione in giorni diversi e, quando la resistenza del cubetto è almeno uguale a quella voluta, si può procedere alla tesatura.

CASI PARTICOLARI

→ a volte l'ancoraggio avviene mediante cappio, ossia il cavo è girato a cappio all'estremità ed è riportato all'interno della guaina.

→ **accoppiamento:**



si immagini di realizzare un ponte precompresso molto lungo. In questo caso, non si può fare un unico cassero, ma si costruisce a fasi. Ad es. si costruisce la prima campata e una porzione della seconda e si precomprime il pezzo. In seguito, si sposta il cassero e si esegue il getto.

Occorre però qualcosa a accoppiare i cavi.



→ gli accoppiatori sono un sistema a accoppiare cavi tesati in tempi diversi e presentano una doppia corona di fori.

→ **precompressione esterna** (o "unbonded" - non aderente)

In questo caso, le ARMATURE DI PRECOMPRESSIONE SONO NON ADERENTI AL CALCESTRUZZO A TUTTA LA VITA DI PROGETTO della struttura e, in genere, sono esterne al calcestruzzo.

↳ nella pre-tensione, c'era aderenza fin dal getto;
 nella post-tensione, l'aderenza arriva in un secondo momento.



I cavi sono esterni al calcestruzzo e seguono un andamento spezzato, in cui la deviazione è garantita mediante l'inserimento di un deviatore, ossia un elemento in calcestruzzo che garantisce una certa resistenza alla spinta verso l'alto indotta dalla deviazione stessa del cavo (si resiste mediante un setto in calcestruzzo).

A livello tecnologico, il processo è uguale alla precompressione post-tesa, solo che la guaina ora è esterna al calcestruzzo.

una volta che sono inseriti e tesati, i trefoli sono bloccati mediante cunei e testate di ancoraggio e si infila poi la boidacca (oppure grasso o cera, intanto non bisogna garantire l'aderenza) a proteggerli dalla corrosione.

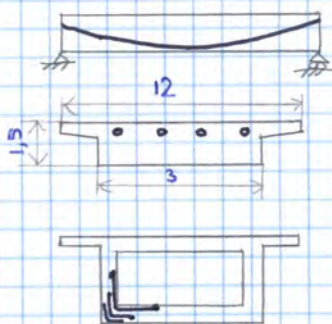
Criteri generali di progettazione

I tendenzialmente, la precompressione è individuata x tentativi.
In particolare, il **progetto della precompressione** consiste sostanzialmente in

→ **valutazione della forza di precompressione**, che si traduce in un certo numero di cavi o trefoli.

→ **individuazione del tracciato dei singoli cavi**;

Se nella pre-tensione i cavi sono rettilinei, nella post-tensione il cavo si trova nella parte inferiore se la sezione è soggetta a momento positivo e nella parte superiore se la sezione è soggetta a momento negativo.
Se sono poi presenti più cavi affiancati, questi hanno lo stesso andamento.



Si consideri ad es. un ponte che lavori su una luce di 30 m in semplice appoggio, con una sezione avente certe dimensioni e una certa geometria.

Questa sezione è precompressa con cavi aventi lo stesso andamento.

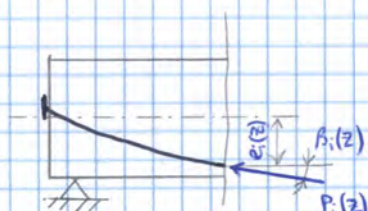
Se il ponte lavora su una luce di 60 m, bisogna mettere una sezione scatolare e ora non si può mettere più una serie di cavi affiancati.
Pertanto, si adottano tracciati diversi x ciascun cavo, che iniziano e finiscono in punti diversi.

Si può capire che, avendo tanti cavi, il problema diventa complicato da gestire.

Pertanto, almeno x la fase di progetto preliminare, non ci si riferisce tanto ai singoli cavi, bensì al **cavo risultante**:

questo è un cavo che presenta in ogni sezione un TIRO PARI ALLA RISULTANTE DEI TIRI che si hanno nei singoli cavi e questo tiro è applicato nel baricentro del sistema dei cavi.

In questo modo anziché definire subito tutti i tracciati, si definisce un solo tracciato, si eseguono i calcoli su di esso e, se questo funziona, si spezza il tracciato nei singoli cavi x procedere ai calcoli più raffinati.



Per valutare il tiro nel cavo risultante, si immagina un sistema costituito da n cavi aventi un'azione di tiro $P_i(z)$, un'eccentricità $e_i(z)$ e un'inclinazione $\beta_i(z)$.

La risultante vale allora

$$P_i = \sqrt{(\sum P_i \cos \beta_i)^2 + (\sum P_i \sin \beta_i)^2}$$

→ si combinano componenti orizzontali e verticali

Il cavo risultante ha le seguenti eccentricità e inclinazione.

$$\tan \beta = \frac{\sum P_i \sin \beta_i}{\sum P_i \cos \beta_i}$$

$$e = \frac{\sum P_i e_i \cos \beta_i}{\sum P_i \cos \beta_i}$$

→ momento dei singoli cavi rispetto al baricentro della sezione

In questo modo, da tanti cavi si passa a un unico cavo.

In questo caso semplice, il progetto della precompressione consiste nel calcolo dell'area dell'armatura da precompressione A_p e questa deve essere dimensionata in modo che, sia nella struttura scarica sia nella struttura completamente caricata, la tensione di trazione sia inferiore alla resistenza a trazione del calcestruzzo in tutte le sezioni.

Così, in generale, la precompressione è calcolata in modo da soddisfare le verifiche in esercizio, incluse le fasi costruttive.

→ nelle strutture a cavi aderenti, questo ragionamento è completamente valido.

→ nelle strutture a cavi non aderenti, in generale devono essere soddisfatte le verifiche di resistenza, ossia la resistenza ultima deve essere adeguata alle azioni agenti sulla struttura. In realtà, anche qui si progetta allo SLE e si fa tornare la verifica allo SLU mediante l'aggiunta di armatura ordinaria.

3 Scelta del tracciato dei cavi

Essa è un'operazione iterativa, in cui si ipotizza un percorso sulla base dell'esperienza, si valuta la sollecitazione su di esso e si controlla se le verifiche in esercizio sono soddisfatte.

Il tracciato dei cavi è condizionato da

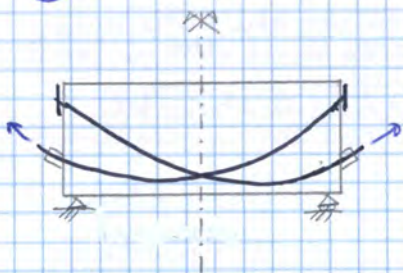
→ schema statico

→ **modalità costruttive**: nelle strutture in cemento armato ordinario, queste non influenzano lo stato di sollecitazione e il progetto della struttura, poiché le sollecitazioni presenti durante la costruzione sono in genere inferiori alle sollecitazioni in esercizio. Pertanto, non occorre eseguire delle verifiche ~~durante~~ nelle fasi costruttive. Nelle strutture in cemento armato precompresso, viceversa, è importante il controllo di ciò che accade nelle fasi costruttive. Infatti l'applicazione della precompressione a una struttura soggetta solo al peso proprio determina la fessurazione nel lato opposto rispetto a quello che si trova in trazione in esercizio.

⇒ si controlla che la tensione sia inferiore alla tensione limite in tutte le fasi.

Il problema della scelta del tracciato dei cavi si pone solo nel caso della post-tensione.

(I) STRUTTURE ISOSTATICHE



Nella post-tensione in una trave a semplice appoggio, occorre scegliere un tracciato parabolico tale che ci sia la massima eccentricità nell'asse di simmetria e il momento sia nullo nella zona degli estremi (dunque la risultante delle forze deve passare nel baricentro della sezione).

In genere, si usano due testate attive e dunque si tesa da entrambe le parti con un tracciato simmetrico. In alternativa, si possono usare testate attive e passive alternate.

In quali zone si esegue l'ancoraggio?

Si possono distinguere due casi

→ se gli appoggi sono vicini agli estremi della trave, conviene eseguire l'ancoraggio nella parte inferiore

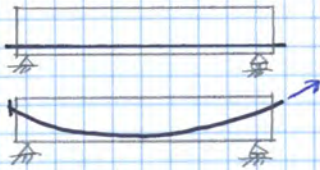
→ se gli appoggi sono lontani dagli estremi della trave, si esegue l'ancoraggio nel baricentro.

II) STRUTTURE IPERSTATICHE

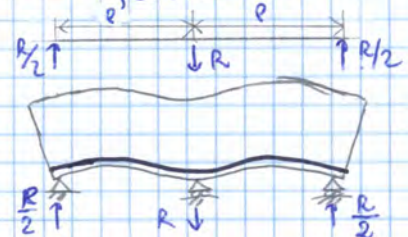
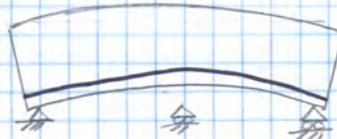
La precompressione è più complessa nelle strutture iperstatiche.

~~Met.~~

Nel caso di una trave continua, nasce il cosiddetto **effetto iperstatico**.



Quando si precomprime una trave isostatica, non nasce una reazione, indipendentemente dal tracciato e dallo schema statico. Infatti, la precompressione si può interpretare come una deformazione impressa. Ciò non vale per le strutture iperstatiche.



Si consideri ad es. una trave continua tesata con un cavo rettilineo, per semplicità. Se non ci fosse il vincolo centrale, la struttura si deformerebbe in un certo modo e si avrebbe inflessione libera. Quando si inserisce il vincolo centrale, questo impedisce il sollevamento e nasce una reazione R per ripristinare la compatibilità degli spostamenti. Per equilibrio, se nasce questa reazione, nascono delle reazioni negli altri vincoli.

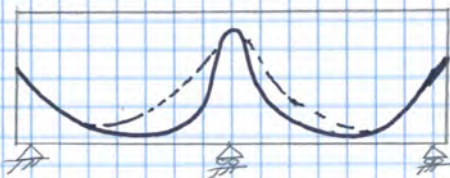
⇒ nelle strutture isostatiche, le sollecitazioni che nascono dipendono solo dalla forza del cavo, dalla sua inclinazione e dalla sua eccentricità ma non dal tracciato particolare. Nelle strutture iperstatiche, nascono delle reazioni che determinano lo sviluppo di sollecitazioni, ossia a taglio e momento, con

$$M = \frac{R \cdot 2P}{4}$$

Così, a meno di particolari tracciati dei cavi (scelti in modo da non generare sollecitazioni), **nelle strutture iperstatiche precomprese nascono sempre delle reazioni** per ripristinare la compatibilità e ulteriori sollecitazioni oltre a quelle indotte direttamente dal cavo.

Esiste così un'elevatissima differenza di operatività tra strutture isostatiche e strutture iperstatiche e, in queste ultime, la scelta del tracciato è complessa.

In particolare, l'effetto iperstatico è molto condizionato dalla scelta del **TRACCIATO IN CORRISPONDENZA DELL'APPOGGIO CENTRALE**



Intuitivamente, si parte con il cavo dal baricentro della sezione per passare alla massima eccentricità in basso e poi salire alla massima eccentricità in corrispondenza dell'appoggio centrale e così via.

L'effetto è molto condizionato dalla controcurvatura, ossia la curvatura in corrispondenza dell'appoggio centrale e si parla di

→ **cavo chiuso**: esso è stretto in corrispondenza dell'appoggio e determina un incremento del momento positivo in corrispondenza dell'appoggio iperstatico

⇒ il cavo chiuso dà un effetto favorevole sull'appoggio di continuità e un effetto sfavorevole in campata.

Perdite e cadute di tensione

1. Una volta noto il tracciato di un cavo, è possibile valutare come variano le tensioni in esso, in funzione dell'ascissa curvilinea lungo il cavo e del tempo. Infatti, **la tensione non è costante in tutti i punti del cavo e nel tempo.**

Dal punto di vista lessicale, in riferimento alla riduzione delle tensioni nel cavo, si parla di

→ **perdite di tensione**: corrispondono alla riduzione che avviene durante la messa in tensione, cioè al tempo $t=0$.

→ **cadute di tensione**: corrisponde alla riduzione che avviene in tempi successivi, alla messa in tensione, cioè a un tempo $t>0$.

2. Perdite di tensione

Esistono 3 tipi di perdita di tensione

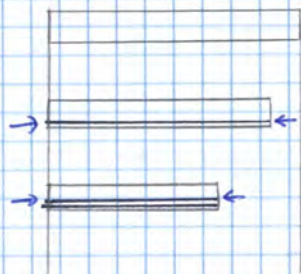
→ **EFFETTO MUTUO** (trascurabile)

→ **ATTRITO** (dominante)

→ **RIENTRO DEGLI ANCORAGGI** (non trascurabile in certe zone della trave)

Queste perdite sono tutte legate alla post-tensione, che prevede tesature successive, etc.

3. Perdite per effetto mutuo



Si immagini di avere più cavi, che sono tesi uno alla volta.

Tesando il primo cavo, la struttura si accorcia elasticamente per effetto della forza di compressione. In seguito, si ancora il cavo alla struttura.

Si tesa poi il secondo cavo e la struttura si accorcia ulteriormente a causa della nuova compressione.

L'accorciamento elastico della struttura per effetto della tesatura nel secondo cavo determina l'accorciamento del cavo di prima tesatura, che si traduce nella riduzione del suo allungamento.

Sapendo che la forza scaricata sulla struttura è uguale e contraria alla forza con cui si è eseguita la tesatura e che la forza di tesatura dipende dall'allungamento, allora con la seconda tesatura si riduce la precompressione (rispetto al valore teorico).

⇒ ogni tesatura eseguita in fasi successive determina la riduzione dell'allungamento elastico nel cavo, riducendone il tiro.

Così avviene una **riduzione della PRECOMPRESSIONE** rispetto al valore teorico

La valutazione corretta dell'effetto mutuo è complicata e, in prima approssimazione, visto che il suo effetto è poco importante, si può usare la relazione

$$\Delta P_c = A_p E_{sp} \sum_{j=1}^n \frac{\Delta \sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \quad \Delta P_c \approx 2 \div 3\%$$

A_p = area del cavo

$\Delta \sigma_c(t)$ = variazione di tensione indotta nel calcestruzzo dalla tesatura successiva

$\Delta \sigma_c / E_{cm}$ = deformazione dei cavi messi dopo

$$P(s+ds) = P(s) + dP(s)$$

Siccome $ds \rightarrow 0$, di fatto la variazione di tiro nel cavo coincide con l'attrito che nasce e dunque

$$P(s+ds) = P(s) + dP(s) \approx P(s) + dT(s)$$

Così si ottiene

$$dP(s) = P(s+ds) - P(s) = -\mu P(s) d\alpha$$

Dividendo per il tiro $P(s)$, si ottiene l'equazione

$$\frac{dP}{P} = -\mu d\alpha$$

Per ottenere la precompressione, si integra l'equazione

$$\log P(s) = -\mu \alpha(s) + \log C$$

$\alpha(s)$ = esso è la somma dei $d\alpha$ e rappresenta la variazione angolare che ha il cavo passando da $s=0$ a s .
 Siccome $d\alpha$ non ha segno, questa variazione angolare non tiene conto della concavità del cavo.

Da qui si ottiene

$$P(s) = C e^{-\mu \alpha(s)}$$

Si nota che

$$\alpha = 0 \Rightarrow P(s) = C$$

Dunque il termine C corrisponde al valore di tiro nel cavo all'inizio dello stesso, ossia è il TIRO AL MARTINETTO P_0 .

$$P(s) = P_0 e^{-\mu \alpha(s)}$$

Secondo questa relazione, se il cavo ha tracciato rettilineo ($\alpha(s) = 0$), la precompressione è sempre pari a P_0 e la tensione è costante su tutto il cavo.
 In realtà, sperimentalmente non è così:

infatti, la giadina presenta all'interno del calcestruzzo una certa posizione ed è fissata con l'aiuto di apposite staffe ma ci sono sempre degli errori costruttivi che fanno sì che il tracciato non sia perfettamente rettilineo.

Per tenere conto di questo, alla deviazione angolare reale si aggiunge una **deviazione angolare non intenzionale**

$$\alpha_i = k s$$

→ è proporzionale alla distanza dal martinetto

Si ottiene così

$$P(s) = P_0 e^{-\mu [\alpha(s) + k s]}$$

I valori del coefficiente di attrito μ assunto per l'EC2 i valori riportati in tabella.

	Post-tensione ¹⁾	Precompressione non aderente			
		Condotto di acciaio non lubrificato	Condotto HDPE non lubrificato	Condotto di acciaio lubrificato	Condotto HDPE lubrificato
Filo laminato a freddo	0.17	0.25	0.14	0.18	0.12
Trefolo	0.19	0.24	0.12	0.16	0.10
Barra deformata	0.65	-	-	-	-
Barra liscia tonda	0.33	-	-	-	-

1) Valori validi per cavi che riempiono circa la metà della guaina

I valori di k variano nell'intervallo $0.005 \div 0.01$ rad/m per la post-tensione. Nel caso di precompressione esterna le deviazioni non-intenzionali possono essere trascurate.

→ ACCIAIO DA PRECOMPRESSIONE

Trefoli standard 139 mm²

Resistenza a trazione caratteristica

$$f_{ptk} = 1860 \text{ MPa}$$

Modulo elastico

$$E_{sp} = 196'000 \text{ MPa}$$

←
a causa dell'intreccio dei trefoli nel cavo,
avviene un assottigliamento dei trefoli che
determina un modulo elastico minore

Tensione di snervamento caratteristica

$$f_{p0,1k} = 1660 \text{ MPa}$$

Coefficiente di sicurezza

$$\gamma_s = 1,65$$

Resistenza a trazione di calcolo

$$f_{ptd} = \frac{f_{ptk}}{\gamma_s} = 1'617 \text{ MPa}$$

Tensione di snervamento di calcolo

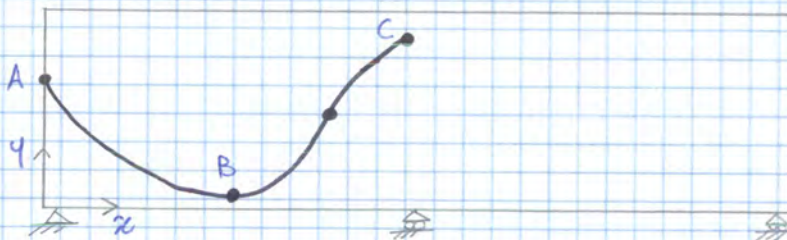
$$f_{p0,1d} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s} = 1'426 \text{ MPa}$$

Deformazione ultima caratteristica

$$E_{uk} = 3,5\%$$

Classe di rilassamento

2

TRACCIATO DEI CAVI

Quando si definisce un cavo, questo deve partire presso il baricentro e, in mezz'aria, questo deve arrivare più in basso possibile tenendo conto del copriferro e del fatto che la distanza dall'aria deve essere almeno il diametro della guida. Tipicamente, l'asse del cavo deve trovarsi ad almeno 1,5 Ø guida dall'aria. In corrispondenza dell'appoggio, il cavo deve risalire più in alto possibile, pur mantenendo una distanza dall'estradosso di almeno 1,5 Ø guida. Da lì in poi, l'andamento è simmetrico.

Per definire il tracciato, sono necessarie 2 curve

→ curva AB

→ curva BC

Sono note alcune informazioni relative a queste curve

→ curva AB

$$y(x=0) = y_A$$

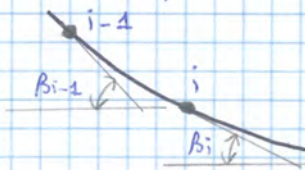
$$y(x=x_B) = y_B$$

$$y'(x=x_B) = 0 \text{ perché si vuole che in B il cavo risalga e dunque questo deve essere un punto di tangente orizzontale}$$

Avendo 3 condizioni al contorno, al più si può definire una parabola.

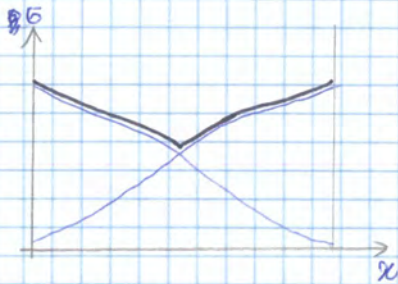
$$y = ax^2 + bx + c$$

Il calcolo può essere esteso a molte sezioni.



In questo caso, occorre curare il calcolo della deviazione angolare che, noto α_{i-1} ($i-1$ è la sezione precedente a quella di interesse), vale

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + |\beta_i - \beta_{i-1}|$$



Il risultato è un grafico che restituisce la perdita di tensione lungo lo sviluppo del cavo.

Questo è tratto da entrambe le parti e dunque si ottengono 2 andamenti da destra e da sinistra che sono simmetrici.

Il massimo delle 2 curve dà la tensione effettiva del cavo.

Si nota che, solo per attrito, nel cavo 1 avviene una perdita di tensione sul 17% (a $x = 35$ m)

Il termine $P_2(x)$ è dovuto all'attrito e al rientro e si può esprimere in funzione della forza $P_{2,0}$ nel cavo in corrispondenza del martinetto subito dopo il rientro più la variazione dovuta all'attrito (che è la stessa)

$$P_2(x) = P_{2,0} + \underbrace{P_{2,0}}_{\text{effetto dell'attrito}} \left[1 - e^{-\mu(\alpha+kx)} \right] = P_{2,0} \left[2 - e^{-\mu(\alpha+kx)} \right]$$

La variazione di tiro per effetto del rientro così vale

$$\Delta P(x) = P_{1,0} e^{-\mu(\alpha+kx)} - P_{2,0} \left[2 - e^{-\mu(\alpha+kx)} \right]$$

Il termine $P_{1,0}$ è noto poiché corrisponde alla forza applicata dal martinetto. Per trovare la forza $P_{2,0}$, si può imporre che la variazione di tiro alla lunghezza ℓ_p sia nulla (1) si esaurisce l'effetto del rientro).

$$\Delta P(x = \ell_p) = 0 \Rightarrow P_{1,0} e^{-\mu(\alpha+k\ell_p)} = P_{2,0} \left[2 - e^{-\mu(\alpha+k\ell_p)} \right]$$

$$\alpha_{\ell_p} = \alpha(x = \ell_p) \quad \text{Deviazione angolare della testata a } \ell_p$$

Per ricavare la forza $P_{2,0}$, occorre conoscere ℓ_p . Non si sa però a quale lunghezza si annulli l'effetto del rientro dell'ancoraggio.

Siccome questa equazione non è lineare, la si risolve per tentativi:

Si ipotizza un valore ℓ_p di prima tentativo, in modo da trovare un primo valore $P_{2,0}$.

Da qui si ricavano $P_2(x)$ e $\Delta P(x)$.

In seguito, mediante integrazione, si ricava un valore di rientro $\Delta \alpha$, che è confrontato con quello reale.

→ se essi coincidono, l'ipotesi è giusta e il problema è risolto.

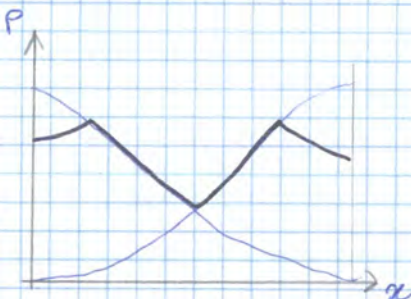
→ se sono diversi, bisogna assumere un nuovo valore di ℓ_p e ripetere il tutto.

Ad es. se il valore ottenuto è superiore al rientro dichiarato, la lunghezza in cui si risente del rientro deve essere inferiore a quella ipotizzata.

Questa procedura però si applica in maniera diversa in funzione del rapporto tra lunghezza ℓ_p e lunghezza L del cavo:

il caso tipico corrisponde a

$$\ell_p < \frac{L}{2}$$



In tal caso, si considera dapprima l'andamento delle tensioni indotto dalla sola testata da sinistra. Mediante l'incuneaggio, avviene poi un rientro dell'ancoraggio che determina una variazione delle tensioni in corrispondenza della zona di ancoraggio.

Quando si tesa dall'altra parte e si incunea, avviene lo stesso fenomeno ma ribaltato.

Si definisce così un andamento globale delle tensioni, in cui gli attriti divengono in modo indipendente e si possono calcolare separatamente.

Viceversa, nel caso

$$\ell_p > L/2$$

le incuneature non sono più indipendenti e il risultato è complesso.

Cadute delle tensioni

A partire dall'andamento delle tensioni nel cavo nell'istante di tesatura, queste subiscono anche una variazione nel tempo, a causa dei fenomeni reologici (ritiro e fluage del calcestruzzo e rilassamento dell'acciaio).

Per ricavare questa variazione nel tempo, si fa un ragionamento sezionale, ossia si valuta sezione per sezione la caduta di tensione.

Gli elementi che portano a una caduta di tensione sono

→ DEFORMAZIONE PER RITIRO DEL CALCESTRUZZO $\epsilon_{c,sh}$ (positivo se di accorciamento)

$$\epsilon_{c,sh} = 0,4 \text{‰}$$

→ DEFORMAZIONE VISCOSA DEL CALCESTRUZZO, $\epsilon_{c,v}$ che è espressa in funzione della deformazione elastica iniziale attraverso un coefficiente φ , dipendente dall'istante di valutazione della deformazione e l'istante di applicazione del carico (precompressione e peso proprio)

$$\epsilon_{c,v}(t) = \frac{\sigma_{c,0}}{E_c} \varphi(t; t_0) \quad \text{con } \varphi_{\infty} \approx 2$$

→ VARIAZIONE σ_r DI TENSIONE NELL'ACCIAIO PER EFFETTO DEL RILASSAMENTO, valutata con delle formulazioni legate al tipo di acciaio.

In realtà la relazione della deformazione viscosa è valida solo se la tensione nel calcestruzzo è costante ma questa tensione è figlia di azioni permanenti (peso proprio, permanente portato e precompressione), delle quali la precompressione non è costante nel tempo.

Siccome la tensione nel calcestruzzo σ_c varia nel tempo, la deformazione $\epsilon_{c,v}$ si può calcolare in modo diverso.

In particolare, interessa conoscere la variazione di deformazione del calcestruzzo al livello del cavo poi che, per la planarità della sezione, questa coincide con la deformazione dell'acciaio nel cavo.

Questa variazione si può esprimere come somma di 3 contributi.

→ RITIRO $\epsilon_{c,sh}$. In teoria dovrebbe essere valutato dalla tesatura in poi ma, per sicurezza, si mette l'intero contributo

→ FLUAGE, il cui effetto è valutato come se la tensione nel calcestruzzo fosse costante (questa è positiva se di compressione)

→ EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLA TENSIONE NEL CALCESTRUZZO, dovuta alla variazione della tensione di precompressione nel tempo.

Il calcolo di questo effetto è complesso e si usa allora un metodo approssimato, detto Age-Adjusted Effective Modulus (AAEM).

Esso calcola l'effetto di deformazione immaginando che la variazione di tensione $\Delta\sigma_c$ sia tutta applicata all'istante iniziale, dando un contributo

$$\frac{\Delta\sigma_c}{E_c}$$

Siccome questa variazione evolve nel tempo (perché la precompressione evolve nel tempo), si applica un coefficiente riduttivo χ che tiene conto che la variazione di tensione è applicata gradualmente nel tempo.

$$\Delta\epsilon_c = \epsilon_{c,sh} + \sigma_{c,0} \frac{\varphi(t; t_0)}{E_c} + \Delta\sigma_c \left[\frac{1}{E_c} + \chi \frac{\varphi(t; t_0)}{E_c} \right]$$

Es (CALCOLO)

Nella trave già intralotta, si vuole valutare la caduta di precompressione dei cavi 1 in corrispondenza della sezione di ~~me~~ continuità, per effetto della combinazione di ritiro, viscosità e rilassamento.

Si utilizza la relazione

$$\Delta \sigma_p = \frac{E_s \varepsilon_{c,sh} + \alpha E_{co} \varphi(t; t_0) + 0,8 \Delta E_{ri}}{1 + \alpha \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c Z_{cp,r} Z_{cp,i}}{J_c} \right) (1 + 0,8 \varphi(t; t_0))} \rightarrow \chi = 0,8$$

La formula tradizionale con Z_{cp}^2 (vali da per un solo cavo), ora presenta il termine

$$Z_{cp,r} \cdot Z_{cp,i}$$

$Z_{cp,r}$ = eccentricità del cavo risultante

$Z_{cp,i}$ = eccentricità del cavo in esame

In questo modo si tiene conto della presenza di più livelli di cavi, ossia infatti, nella dimostrazione, il termine Z_{cp}^2 è prodotto di 2 fattori, un termine Z_{cp} per calcolare la variazione del momento di precompressione e un termine Z_{cp} per calcolare la tensione a livello del cavo di interesse.

Se ci sono più livelli di cavi, invece, la variazione di momento flettente dovuta alla variazione di precompressione si calcola in riferimento al cavo risultante, per comodità, e alla sua eccentricità $Z_{cp,r}$. Per le tensioni, ci si riferisce poi ai singoli cavi e alla relativa eccentricità $Z_{cp,i}$.

Si valutano i vari termini

→ modulo elastico dell'acciaio da precompressione

$$E_s = 196.000 \text{ MPa}$$

→ deformazione di ritiro (da norma)

$$\varepsilon_{c,sh} = 2,653 \cdot 10^{-4}$$

→ coefficiente di omogeneizzazione

$$\alpha = \frac{E_{sp}}{E_{cm}} = 5,40$$

→ tensione nel calcestruzzo a livello dei cavi 1 nella combinazione quasi permanente al tempo iniziale

$$\sigma_{co} = \frac{N_{QP}}{A_c} + \frac{M_{QP}}{J_c} Z_{cp,i}$$

$$\begin{aligned} N_{QP} &= N_G + N_{p,1} + N_{p,2} = \\ &= (0 + 0) - 4022 - 4169 = -8191 \text{ kN} \\ &\quad \downarrow \\ &\quad G_1 + G_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{QP} &= M_G + M_{p,1} + M_{p,2} = \\ &= (-3997 - 5359) + 6895 + 3087 = -1374 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma_{co} = 5,36 \text{ MPa}$$

→ tensione elevata perché questo è il cavo più interno ed è soggetto a compressione maggiore

Analisi degli effetti di precompressione

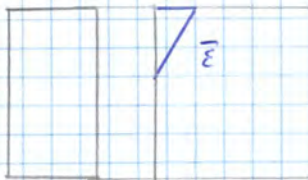
1 La precompressione induce lo sviluppo di tensioni all'interno del calcestruzzo e queste possono essere calcolate attraverso diverse tecniche, la cui convenienza dipende dal tipo di precompressione

→ TEORIA DELLE COAZIONI DI COLONNETTI, efficace nel caso che ci sia perfetta aderenza acciaio - calcestruzzo, ossia nella pre-tensione e, in parte, nella post-tensione.

→ METODO DEI CARICHI EQUIVALENTI, che ha validità generale.

2 Teoria delle coazioni di Colonnati

PRINCIPIO: se si applica a una sezione una deformazione $\bar{\epsilon}$ non congruente (cioè non piana su tutta la sezione), la sezione risponde con delle deformazioni elastiche che ripristinano la congruenza.



In altri termini, la sezione sviluppa delle deformazioni elastiche tali che la deformazione totale sia piana e si possa quindi esprimere come

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{el} + \bar{\epsilon} = \lambda + \mu y$$

λ = deformazione al baricentro μ = curvatura

Se nasce una deformazione elastica, nascono anche delle tensioni

$$\sigma = E \epsilon_{el}$$

Nel caso della pre-tensione, l'applicazione della deformazione $\bar{\epsilon}$ non congruente è dovuta all'accorciamento dei cavi (non avviene su tutta la sezione, ma solo al livello del singolo cavo).

Per ripristinare la planarità, nascono delle deformazioni elastiche.

Siccome la deformazione totale è piana, per definirla occorrono 2 parametri μ e λ .

Per calcolarli, si impone la condizione di equilibrio.

Infatti, la deformazione elastica vale

$$\epsilon_{el} = \epsilon_{tot} - \bar{\epsilon} = \lambda + \mu y - \bar{\epsilon}$$

La tensione corrispondente è dunque

$$\sigma = E (\lambda + \mu y - \bar{\epsilon})$$

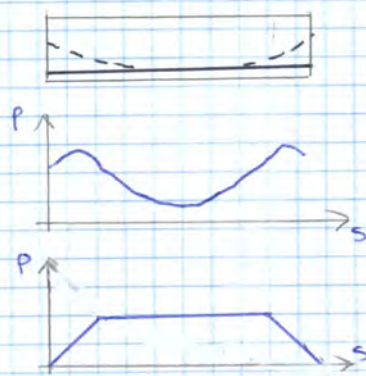
Nota l'espressione delle tensioni, si impone l'equilibrio della sezione e si ricavano i parametri λ e μ

$$\begin{cases} \int \sigma dA = 0 \\ \int \sigma y dA = 0 \end{cases} \rightarrow \text{non ci sono carichi, bensì solo una deformazione impressa}$$

3 Metodo dei carichi equivalenti

Il metodo delle coazioni richiede che sussista aderenza fin dall'inizio per garantire la planarità della sezione ma ciò non vale per la post-tensione (non c'è aderenza per tutta la vita).

Il metodo dei carichi equivalenti è valido per qualunque sistema di precompressione e prevede di **sostituire la precompressione (i cavi) mediante un sistema di forze equivalenti che generano sulla struttura lo stesso effetto della precompressione sia in termini di spostamento che di sollecitazioni.**



È nota la distribuzione delle tensioni di precompressione in un punto, ossia l'andamento delle tensioni lungo il cavo

→ se è post-teso, si valuta l'andamento per effetto delle perdite e delle cadute di tensioni

→ se è pre-teso, l'andamento parte da 0 per poi crescere fino a un valore massimo e stabilizzarsi a esso. La tensione scende poi a zero all'estremo opposto.

Questo sono le forze di base sui cavi, da cui si possono valutare le forze equivalenti.

PRINCIPI DEL METODO

→ essendo la precompressione un sistema chiuso sulla struttura, le forze equivalenti devono risultare **FORZE GLOBALMENTE EQUILIBRATE**, cioè la risultante delle forze equivalenti agli effetti della precompressione deve essere nulla.

⇒ se questo sistema di forze è applicato a una struttura isostatica, non nascono reazioni per effetto della precompressione;

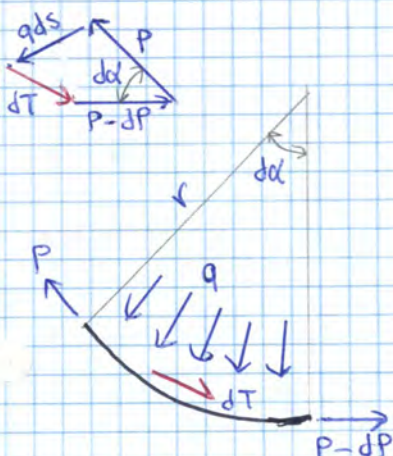
se questo sistema di forze è applicato a una struttura iperstatica, in genere nascono delle reazioni per compatibilità dei vincoli, ma le reazioni devono essere un sistema autoequilibrato (la loro somma deve essere nulla).

n coppie o forze

→ le forze equivalenti sono **FORZE CONCENTRATE** in corrispondenza di TESTATE DI ANCORAGGIO ed eventuali DEVIATORI

→ le forze equivalenti sono **FORZE DISTRIBUITE** se il cavo ha un PERCORSO CURVILINEO.

Come si valutano le forze equivalenti nel caso di un tracciato curvilineo?



Si consideri un tratto di cavo curvilineo di lunghezza infinitesima ds e avente una deviazione angolare $d\alpha$. Questo è soggetto alle forze P e $P-dP$, soprattutto per effetto dell'attrito. Queste due forze P e $P-dP$ sono note.

La variazione della forza di precompressione si lega all'attrito scambiato con il calcestruzzo e alla pressione q di contatto cavo-struttura. Se la concavità del cavo è rivolta verso l'alto, essa tende a spingere verso l'alto e dunque la struttura risponde con una forza rivolta verso il basso.

Le forze sono in equilibrio tra di loro e dunque il poligono delle forze è chiuso.

Si assume di poter trascurare l'attrito e dunque il tiro P è costante sul cavo. Questo è applicato con un'eccentricità e e un angolo β su entrambi gli estremi.

Il carico equivalente si calcola sapendo che

→ dove il cavo è curvilineo, si attribuisce un carico distribuito che è costante su ogni parabola poiché la curvatura è costante

→ a metà delle campate è presente una pressione verso l'alto pari a

$$\frac{8Pf_1}{l_1^2} + \frac{8Pf_2}{l_2^2}$$

→ dove la concavità è verso il basso, si genera una pressione verso il basso pari a

$$\frac{8Pf_2}{l_2^2}$$

per cui $r \rightarrow \infty \Rightarrow q = 0$

→ dove il cavo è rettilineo, lungo il suo sviluppo non agiscono forze.

→ in corrispondenza degli ancoraggi, è applicata una forza concentrata. Questa è data dalle componenti del tiro $P \cos \beta$ e $P \sin \beta$. Siccome il tiro è eccentrico rispetto all'asse della trave, nasce anche una coppia pari a

$$M = He = P e \cos \beta$$

In questo modo, si ottiene lo schema statico della trave e, risolvendolo, si ottengono spostamenti e caratteristiche della sollecitazione indotte dalla precompressione (quando questa è assunta costante). Siccome la struttura è iperstatica, nascono delle reazioni ma queste sono autoequilibrate.

Come si valuta la forza equivalente in presenza di un deviatore?

Nel caso di una trave con deviatore, nell'ancoraggio sono presenti una forza equivalente orizzontale e verticale e una coppia.

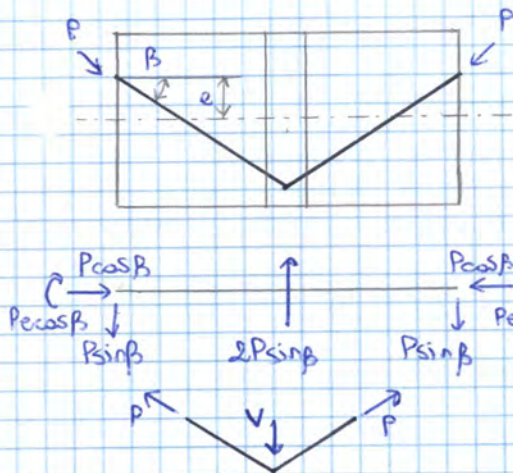
Nei tratti rettilinei, non è applicato alcun carico.

Viceversa, in corrispondenza dei deviatori, è applicata una forza perché il deviatore fa contrasto sul cavo.

Combinando i due tiri P , si ottiene una componente verticale. Per equilibrio, il cavo riceve verso il basso una forza V pari alla somma delle due componenti verticali.

La struttura è allora soggetta a una forza uguale e contraria (rivolta verso l'alto), pari a

$$V = 2P \sin \beta$$

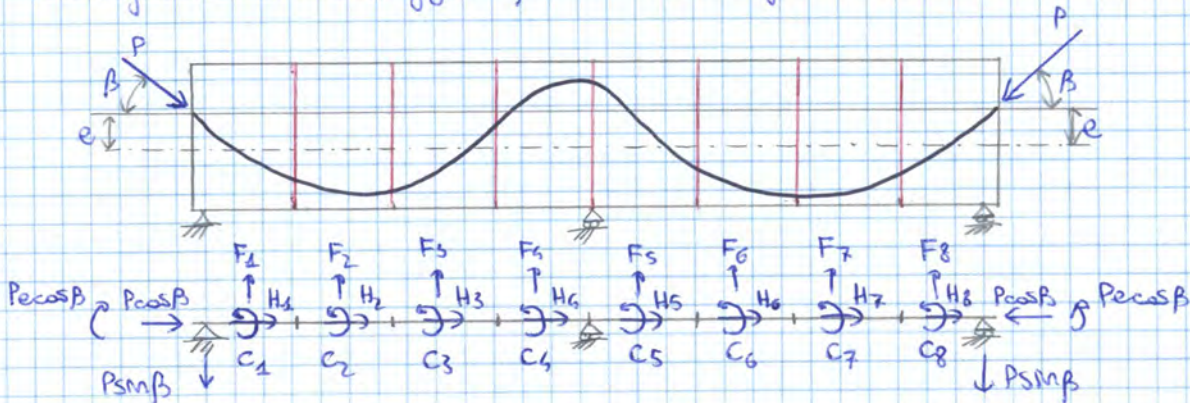


Così, questo metodo prevede di dividere la struttura in un numero adeguato di conci. Per ciascun concio, sono note le forze agenti a sinistra e a destra perché è noto il tracciato dei cavi (dà l'eccentricità e l'inclinazione) e l'andamento della tensione nei cavi.

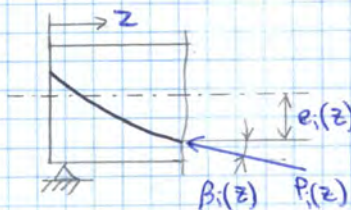
Da qui, mediante le equazioni di equilibrio, si possono valutare le forze

$$F_i, H_i, C_i$$

cui ogni concio è soggetto, oltre alle forze agli estremi.



SEMPLIFICAZIONE: STRUTTURA ISOSTATICA



In questo caso, siccome non ci sono reazioni vincolari indotte dalla precompressione, la curva delle pressioni coincide con il tracciato del cavo.

Pertanto, in una generica sezione soggetta alla forza $P_i(z)$ avente un'inclinazione β_i e un'eccentricità e_i , le sollecitazioni indotte dal cavo sono date dalle componenti della relativa forza.

$$N = \sum (-P_i \cos \beta_i)$$

$$V = \sum P_i \sin \beta_i$$

$$M = \sum (-P_i \cos \beta_i) e_i$$

Es (CALCOLO)

Nella trave già introdotta, si immagina di considerare l'andamento delle tensioni per effetto dei soli attriti e rientro degli ancoraggi.

Si vuole valutare la sollecitazione indotta dalla precompressione dei cavi sulla struttura.

Innanzitutto, siccome nella sezione di mezzanotte la perdita di precompressione si attesta al 17%, non si può ritenere che la precompressione sia costante sulla struttura.

⇒ Si applica il metodo generale e si divide la trave in un certo numero di conci, in questo caso 20 conci per campata (lunghezza 1,75 m).

Per ciascun estremo dei vari conci è nota la posizione del cavo, come anche l'inclinazione e la forza di precompressione.

Pertanto, si possono applicare le equazioni di equilibrio per ogni concio e definire

→ forze agli estremi di ancoraggio

→ carichi a metà conci, sulla base delle informazioni geometriche di tracciato.

Stati limite di esercizio

1 Una volta stabilita la precompressione (quantità di cavi, tracciato, etc.), si possono calcolare le sollecitazioni indotte dalla precompressione. Queste sono combinate con le sollecitazioni indotte dalle altre azioni (la precompressione può essere vista come un'azione) e da qui si eseguono le verifiche allo SLE e allo SLU.

2 La precompressione è in genere progettata su verifiche di esercizio. Nello SLU, in genere, si considerano 2 valori caratteristici della precompressione, dati dalla precompressione media al tempo di verifica per un coefficiente r .

→ VALORE CARATTERISTICO INFERIORE

$$P_{k,inf} = r_{inf} P_{m,t}$$

→ VALORE CARATTERISTICO SUPERIORE

$$P_{k,sup} = r_{sup} P_{m,t}$$

VALORI DI r

→ armatura pre-tesa o non aderente

$$r_{inf} = 0,95 \quad r_{sup} = 1,05$$

→ armatura post-tesa aderente

$$r_{inf} = 0,90 \quad r_{sup} = 1,10$$

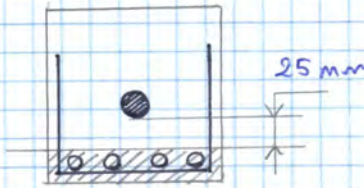
→ misure dirette di precompressione

$$r = 1,0$$

Quest'ultimo è un caso frequente perché esistono dei controlli in opera volti ad assicurare che la precompressione introdotta in opera sia quella definita in progetto. In particolare, noto l'allungamento delle tensioni prima dell'ancoraggio (interviene solo l'attrito), a questo corrisponde un certo allungamento. Se l'allungamento misurato è uguale al valore teorico, si può considerare direttamente il valore medio di precompressione.

↳ nel caso che non si riesca a raggiungere in opera la precompressione di progetto, si prevede di inserire delle guaine di guardia prima del getto. Queste sono inizialmente vuote ma, se serve, in esse si può inserire un altro cavo in modo da aggiungere ulteriore precompressione.

Cosa significa LIMITARE LA DECOMPRESSIONE?



Significa assicurarsi che ogni parte dell'armatura da precompressione (armatura pre-tesa o guaine) rimanga almeno 25 mm all'interno della zona del calcestruzzo compresso.

↓ l'asse neutro deve passare almeno a una distanza di 25 mm dalla guaina.

La valutazione dell'apertura delle fessure avviene secondo la relazione già introdotta per il cemento armato ordinario.

L'unico termine che si modifica è la quantità

$$p_{\text{eff}} = \frac{A_s + \beta_2^2 A_p}{A_{\text{eff}}}$$

L'area A_p dell'acciaio da precompressione è penalizzata nel calcolo dell'apertura delle fessure da un coefficiente β_2 che tiene conto della ridotta aderenza dei trefoli con il calcestruzzo.

L'area A_p è valutata considerando i cavi che ricadono all'interno di un quadrato di lato 300 mm dalle armature ordinarie, cioè si considerano i cavi interni sufficientemente vicini all'armatura ordinaria.

5 Stato limite di deformazione

Nonostante la norma non richiede alle strutture in cemento armato di non essere fessurate, si può comunque notare che tipicamente gran parte del volume non è fessurato.

Pertanto, la valutazione degli spostamenti può essere fatta con la teoria dell'elasticità. Occorre comunque tenere conto del comportamento viscoso della struttura e, per fare questo, basta moltiplicare lo spostamento per il coefficiente φ .

6 Stato limite di vibrazione

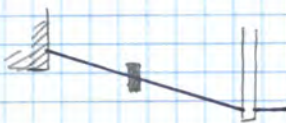
In questo caso, non interessa la vibrazione della struttura, bensì la **VIBRAZIONE DEL CAVO DA PRECOMPRESSIONE**.

Se il cavo da precompressione è aderente, questo non vibra o, meglio, vibra solo se vibra il calcestruzzo.

Se la precompressione è esterna, il cavo può vibrare e così nascono delle tensioni parassite, ossia delle variazioni tensionali difficili da calcolare e che, alla lunga, provocano rottura per fatica.

⇒ con cavi esterni, è meglio controllare se esistono azioni che possano determinare vibrazioni

↳ problema tipico dei ponti ferroviari



In particolare, se si mostra che, se i deviatori sono disposti con un passo superiore a 10 m, occorre disporre un dispositivo intermedio di sostegno del cavo.

In alternativa, si potrebbe fare un'analisi dinamica per accertare quali effetti nascono nei cavi, ma ciò è complicato dal punto di vista numerico.

2 Verifica allo SLL per tensioni normali

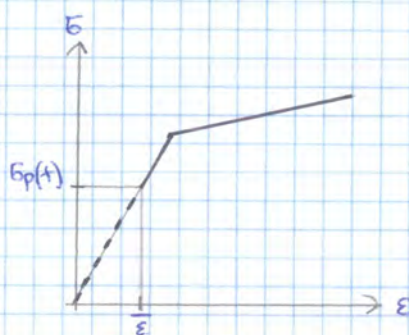
Innanzitutto, occorre distinguere 2 effetti della precompressione

→ **effetto agente:**

esso è il contributo delle sollecitazioni immagazzinate nella struttura per effetto della pre-deformazione.

Infatti, siccome si è precompressa la struttura, quando questa è scarica esiste comunque uno stato tensionale nell'acciaio e dunque esiste una QUOTA DI RESISTENZA CHE È GIÀ SFRUTTATA, indipendentemente dalle azioni successive. Questo è l'effetto agente.

L'effetto agente si lega alla pre-deformazione $\bar{\epsilon}$ e dunque dipende solo dalla forza nel cavo, dalla sua posizione e dalla sua inclinazione. Esso genera le sollecitazioni



$$N_p = -\bar{\epsilon} E A_p \cos \beta$$

$$M_p = N_p e$$

~ x strutture isostatiche

A livello di legge costitutiva dell'acciaio da precompressione (elasto-plastica con ramo incrudente), al tempo di verifica è presente una pre-deformazione $\bar{\epsilon}$. La tensione corrispondente è l'effetto agente ed è la quota di resistenza già sfruttata.

→ **effetto resistente:**

esso si lega alle ulteriori RISORSE DISPONIBILI, al di là di quelle impegnate nella messa in tensione e della successiva caduta.

A seconda del modo in cui si tratta l'effetto agente, esistono 2 modi per fare la verifica alle tensioni normali.

⊕ La precompressione è vista in parte come effetto agente e in parte come effetto resistente.

Fino alla pre-deformazione $\bar{\epsilon}$

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sigma_p(t)}{E_{sp}}$$

la precompressione è un effetto agente e si introduce lato sollecitazioni, poiché essa genera nella struttura uno sforzo normale e un momento che si sommano a quelli dati dalle azioni esterne.

$$N_{sd} = \gamma_G N_G + \gamma_P N_P + \gamma_Q (N_{Q,1} + \sum \psi_{0,j} N_{Q,j})$$

$$M_{sd} = \gamma_G M_G + \gamma_P M_P + \gamma_Q (M_{Q,1} + \sum \psi_{0,j} M_{Q,j})$$

Nella seconda espressione, il momento M_P è quello totale, cioè è somma del momento isostatico e del momento iperstatico.

Si nota che, in genere

→ N_P è di compressione e porta ad aumentare il momento resistente della sezione (v. curve di interazione)

→ M_P è opposto a M_G e M_Q e dunque riduce il momento in valore opposto

⇒ l'effetto agente riduce la sollecitazione

Dal diagramma delle tensioni, interviene solo l'incremento di tensione nei cavi precompressi, poiché il contributo di $\bar{\epsilon}_i$ è già stato usato per ridurre le sollecitazioni. Questo equivale a dire che la legge costitutiva dell'acciaio precompresso è traslata nel punto

$$(\bar{\epsilon}_i; \bar{\sigma}_{p,i})$$

Per ciascun cavo, gli incrementi $\Delta\sigma_{p,i}$ sono legati alla deformazione ϵ_i e $\bar{\epsilon}_i$ nel punto e sono diversi tra di loro.

Da qui si può calcolare lo sforzo normale N_{rd} , che è l'integrale delle tensioni

$$\begin{aligned} N_{rd} &= \int_A \sigma dA = \\ &= \int_{A_c} \sigma_c dA + \sum_i \Delta\sigma_{p,i} A_{p,i} + f_{yd} A_s \end{aligned}$$

↓ acciaio da pre-compressione
 ↓ acciaio ordinario

$$N_{rd} = \int_{A_c} \sigma_c dA + \sum_i \Delta\sigma_{p,i} A_{p,i} + f_{yd} A_s$$

Come al solito, si cerca la configurazione di SLU modificandola in modo iterativo finché non si ottiene

$$N_{rd} = N_{sd}$$

Da qui si trova il corrispondente momento resistente, che vale

$$\begin{aligned} M_{rd} &= \int_A \sigma y dA = \\ &= \int_{A_c} \sigma_c y dA + \sum_i \Delta\sigma_{p,i} A_{p,i} y_i + f_{yd} A_s y_s \end{aligned}$$

$$M_{rd} = \int_{A_c} \sigma_c y dA + \sum_i \Delta\sigma_{p,i} A_{p,i} y_i + f_{yd} A_s y_s$$

II) La precompressione è vista come un effetto resistente

Se prima l'effetto agente era messo lato azioni, ora è messo lato resistenze in modo fittizio.

⇒ le tensioni nell'acciaio precompresso sono calcolate considerando la deformazione totale, inclusa la pre-deformazione.

Ciò equivale a dire che non avviene la traslazione della legge costitutiva dell'acciaio precompresso.

Si consideri la struttura di prima nella stessa configurazione allo SLU e con uguale pre-deformazione $\bar{\epsilon}_i$.