NUMERO: 2085A - ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Massara Andrea

MATERIA: Fisica I - prof. Scalerandi

LEZIONE 1

23/2/2016

- 011 - 0907311
- marco.scalerandi@infm.polito.it

LU → 13.00-14.30 (T)

MA → 16.00-17.30 (T)

GI → 8.30-11.30 (T)

GI → 14.30-17.30 (E) → a squadre

→ testi anticipatamente sul portale!

→ Consulenza: venerdì (9-12.30) con prenotazione, oppure se non si può in quelli si prova fuori orario.

→ Libri: stesso formalismo del Mazzoldi. USARLO!

→ Esercizi:
- svolti sul Mazzoldi
- Portale
- Esercitazioni
- Esercizi online: "mastering physics pearson"

→ Esame:
- Scritto: esercizi (>= 16 per l'orale)
- Orale: esclusivamente teoria (enunciati, teoremi, piccoli esercizi)

media = voto

1:30 di durata e 3 esercizi!

→ Consigli:
- rendersi conto di quando si sanno fare le cose
- varianti sull'esercizio
- inventare esercizi
- provare a fare gli esercizi delle esercitazioni prima a casa

- N incognite in N equazioni → la soluzione numerica conta poco
- Orale:
  - grandezze fisiche e comprensione delle stesse
  - relazioni fra grandezze (formule)
  - dimostrazioni (fondamentali per capire)
  - applicazioni

- grandezze e relazioni sono spesso introdotte in forma differenziale.

Non definiremo A, ma dA!

* $Q = mc\,\Delta T$ è formalmente sbagliata → $dQ = mc\,dT$ è quella corretta, perchè non possiamo confondere grandezze e variazioni!

Per trovare Q, integro:

$$\int dQ = Q = \int_{T_{IN}}^{T_{FIN}} mc\,dT \quad \text{poi se } m = \text{costante e } c = \text{costante} \rightarrow Q = mc\,(T_{FIN} - T_{IN}) = mc\,\Delta T$$

CASO PARTICOLARE
NON DEFINIZIONE!

* acc. costante

$x = \frac{1}{2} a t^2 \qquad a = \frac{2x}{t^2}$ è sbagliato!

$a = \frac{d^2x}{dt^2}$ in (1-D) → se a è costante, caso particolare, allora $a = \frac{2x}{t^2}$

- segni sui vettori!

- Sistema di riferimento

SI) kg, m, s

CGS) gr, cm, s

I sistemi di coordinate indicano le direzioni dei vettori:

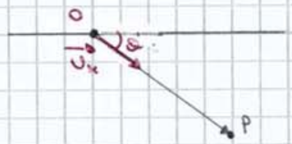
1. CARTESIANO ($\vec{u}_x$ e $\vec{u}_y$)

$P = (x; y)$

2. POLARE:

- origine
- versore direzione
- misura di angolo

$x = r\cos\theta \quad y = r\sin\theta$



$P = (r; \theta)$

- Analisi dimensionale

una grandezza derivata dipende da una fondamentale

$V_{media} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \frac{[L]}{[t]}$

$a_{media} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \frac{[L]/[t]}{[t]} = \frac{[L]}{[t]^2}$

⇝ Sono confrontabili solo grandezze dimensionalmente uguali

⇝ Funzioni matematiche: argomento adimensionale
risultato "

$y = r \sin(\underbrace{\omega t}_{ADIM.})$

- $[\omega t] = [t] \cdot \frac{1}{[t]} = 1$
- $[Y] = [v]$

- $y = 3t \rightarrow [y] = [L]$

$y = kt \rightsquigarrow k = 3\ \frac{m}{s}$ è una velocità

3/3/2016

LEZIONE 3

1) Misure

MISURA DIRETTA

Misurare = stima valore nominale + stima errore (con unità di misura)

$(x \pm \Delta x)$ U.M. $\qquad \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$ = errore relativo

$\ell = (3.2 \pm 0.1)$ m è un esempio dove si evince che la cifra "non sicura" è la prima decimale → NB: l'errore da info sulle cifre significative

in generale:

- la cifra decimale m NON è sicura se l'errore è alla cifra decimale m
- " " " $m-1$ è sicura " " " " " " "
- " " " $m+1$ è sicuramente casuale

→ CIFRE SIGNIFICATIVE DI x = CIFRE SIGNIFICATIVE Δx

esempi:

- $\frac{10,4}{5,2}$ per come le ho scritte ho supposto che l'errore sia nella prima cifra decimale

  $= 2.0$ $\qquad$ $= 2$ è sbagliato!

  cifra d'errore sul risultato

- $\frac{10.5}{5}$ la precisione è data dal peggiore tra i due (ϕ cifre decimali)

  $= 2$ $\qquad$ $= 2.1$ è sbagliato!

- $a = 10.5$ $(\pm 0,1)$
  $b = 2$ (± 1) $\qquad c = \frac{a}{b}$ e $d = c\,b$

  i calcoli a mano:

  $c = 5 \pm 1$

  $d = 10 \pm 2$

  i calcoli letterali:

  $c = \frac{a}{b}$

  $d = c$ → rispetto a prima c'è molta imprecisione in meno!

In tutto ciò ogni misura è affetta da errore! ovvio! Perché sennò combinazioni diverse di x_i non darebbero lo stesso $\langle x \rangle$.

L'errore sarà:

$$\delta x_i = x_i - \langle x \rangle$$

Definisco la varianza come:

è per togliere il ±

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i \delta_i^2}{N-1} = \text{varianza}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \langle x \rangle)^2}{N-1}} = \text{deviazione std}$$

La misura finale sarà:

$$\ell = \langle x \rangle \pm \sigma$$

INTERPRETAZIONE STATISTICA

1. Perché $\sigma \sim \Delta x$ rappresenta l'errore?
2. Significato di ℓ

1. Introduco la grandezza gaussiana, raggruppando in classi (definisco valori x_k, x_{k+1}, x_{k+2} ... ad esempio come 16, 16.5, 17, ...

17,9
18,1
16,4
17,3
17,7
18,5

Per ogni classe k conto le misure t.c. $x_k < x_i < x_{k+1}$ e chiamo quel numero m_k!

$m_1 = 1$ (16,4)

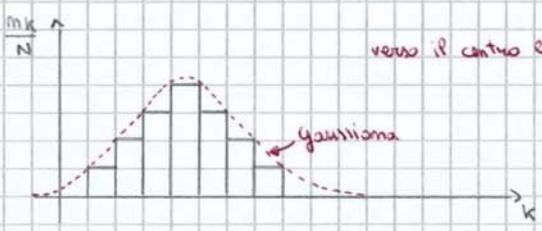
$m_2 = 0$

$m_3 = 1$ (17,3)

⋮

$\frac{m_k}{N} = p_k$ = probabilità di avere una misura nella classe k

N: numero totale di misure



verso il centro la probabilità è maggiore ovviamente

$$\text{Formula gaussiana} = \frac{2\pi}{\sqrt{\sigma}} e^{-\frac{(x-\langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}}$$

l'importanza della gaussiana è che usa $\langle x \rangle$ e σ, parametri usati prima

Essa è la versione continua di quanto fatto prima discretamente

Scelgo f come una certa funzione che ritengo la migliore per ragioni sperimentali o di abilità. Scelgo dunque una classe di funzioni, per esempio una retta:

$$\underset{\substack{\text{peso}\\(y)}}{P} = a + \underset{\substack{\text{massa}\\(x)}}{m} \cdot b$$

e devo trovare i parametri a e b ottimali per descrivere al meglio i dati sperimentali.

↓

Operazione di FIT

($P = 0{,}01 + 9{,}7\, m$ ad esempio)

Dunque ora come misuro g?

Theory: $P = m \cdot g$

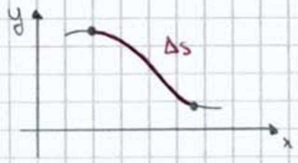
Exp: $P = 0.01 + 9{,}7\, m$

- Th e Exp danno rette che passano per l'origine a meno di 0.01 (ok)
- Nella teoria $a = 0{,}01 \sim 0$, $b = g = 9{,}7$ ottenuta per CONFRONTO DI COEFFICIENTI OMOLOGHI

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 270

- Spazio percorso

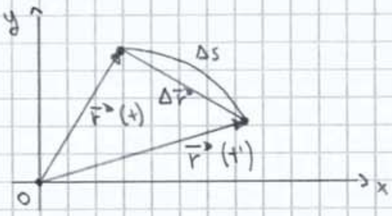
ΔS = lunghezza della traiettoria fra t e t'



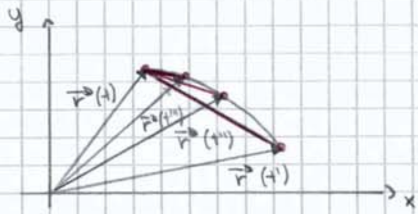
NB $\|\Delta \vec{r}\| \neq \Delta s$

ds = lunghezza traiettoria fra t e $t+dt$ con $dt \to 0$

Nota:



$\Delta \to d$



$$\boxed{\begin{gathered}\lim_{\Delta t \to 0} \Delta S \sim \lim_{\Delta t \to 0} \|\Delta \vec{r}\| \\ ds \sim \|d\vec{r}\|\end{gathered}}$$

$\Delta t \to 0$ fa sì che corda ~ curva

Un'altra osservazione è:

pian piano che Δt decresce noto che corda e tangente si avvicinano

$$\boxed{\begin{gathered}\lim_{\Delta t \to 0} \text{direzione di } \Delta \vec{r} = \text{direzione di tg} \\ d\vec{r} \sim \text{direzione tg traiettoria}\end{gathered}}$$

In tutto ciò, come interpretiamo $\vec{r}$, $\Delta \vec{r}$ e $d\vec{r}$ nel sistema di riferimento?

(A) $\vec{r} = x\,\vec{u}_x + y\,\vec{u}_y$ oppure $\vec{r} = \|\vec{r}\|\,\vec{u}_r$

↳ $\vec{r}(t) \Rightarrow x(t)$; $y(t)$ le comp. variano nel tempo

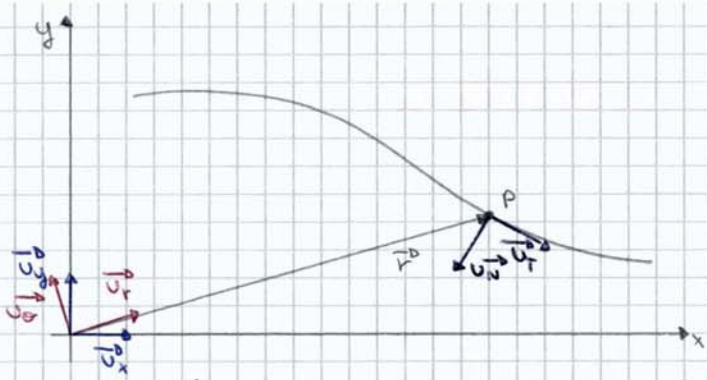
↳ $\vec{r}(t) \Rightarrow \|\vec{r}\|(t)$; $\vec{u}_r(t)$

(B) $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t') - \vec{r}(t)$

$= \Delta x\,\vec{u}_x + \Delta y\,\vec{u}_y$

(C) $d\vec{r} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta \vec{r}$

$d\vec{r} = dx\,\vec{u}_x + dy\,\vec{u}_y$



$$\begin{cases} \vec{r} = x\,\vec{u}_x + y\,\vec{u}_y & \text{CART.} \\ \vec{r} = \|\vec{r}\|\,\vec{u}_r & \text{POL.} \end{cases}$$

(inutile nell'intrinseco)

$$\begin{cases} d\vec{r} = dx\,\vec{u}_x + dy\,\vec{u}_y & \text{CART.} \\ d\vec{r} = ds\,\vec{u}_T & \text{INT} \end{cases}$$

(inutile nel polare)

VELOCITÀ

"Grandezza vettoriale che dice come varia il vettore $\vec{r}$ nel tempo"

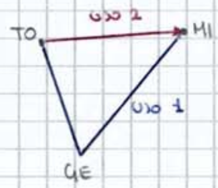
Matematicamente è:

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

Poichè $\vec{r}$ varia in modulo e fase, $\vec{v}$ deve poter descrivere entrambe queste variazioni

NB: ciò non c'entra nulla con la velocità media

- $V^{(1)}_{media} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ dice quanto sono andato veloce
- $V^{(2)}_{media} = \dfrac{\|\Delta\vec{r}\|}{\Delta t}$ dice quanto sono stato efficiente



Cosa vuol dire fare quella derivata?

INTRINSECO)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds\,\vec{u}_T}{dt} = \frac{ds}{dt}\,\vec{u}_T$$

→ modulo del vettore velocità in questa SR

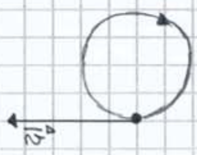
→ direzione vettore velocità in questa SR

↓

La velocità è tg alla traiettoria SEMPRE

Applicazione d'esempio:

un sasso attaccato ad una fune se viene lanciato parte orizzontalmente



Osservazione:

Spesso interessa il solo modulo di $\vec{v} \rightarrow \|\vec{v}\|$

- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ in coordinate cartesiane
- $v = \dfrac{ds}{dt}$ " " intrinseche
- $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$

a v_x, v_y, v_r e v_θ sostituisco poi le formulazioni viste nello sviluppo.

ACCELERAZIONE

È una grandezza vettoriale che ci dice come varia la velocità nel tempo:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

Equivalentemente:

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Poichè la velocità è un vettore avremo variazioni in modulo e direzione.

CARTESIANO)

$$\vec{v} = v_x \vec{u_x} + v_y \vec{u_y}$$

i versori non dipendono da t, i moduli sì!

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\frac{dv_x}{dt}}_{= a_x} \vec{u_x} + \underbrace{\frac{dv_y}{dt}}_{= a_y} \vec{u_y}$$

equivale a $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ equivale a $\dfrac{d^2y}{dt^2}$

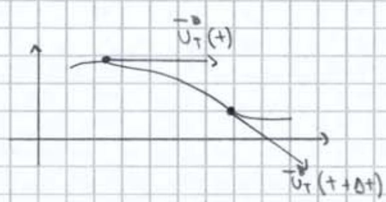
INTRINSECHE) (dimostrazione da 30)

$$\vec{v} = v \cdot \vec{u_T} \qquad \text{ora} \quad v = v(t) \quad e \quad \vec{u_T} = \vec{u_T}(t)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{u_T} + v\frac{d\vec{u_T}}{dt}$$

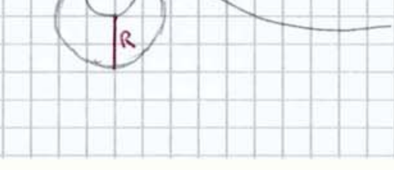
Ripeto la derivata del versore:

$$\Delta\vec{u_T} = u_T(t+\Delta t) - u_T(t)$$



Definisco raggio di curvatura:

Raggio max della circonferenza tg alla curva



Altre oltrepasserebbe la traiettoria

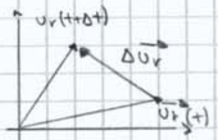
LEZIONE 5

07/03/2016

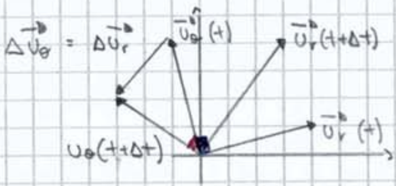
continuando con l'accelerazione...

POLARE)

Richiamo che $\frac{d\vec{u_r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{u_\theta}$. Segue che $\frac{d\vec{u_\theta}}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{u_r}$



⤳ $\Delta\vec{u_r}$ è concorde a $\vec{u_\theta}(t+\Delta t)$ e parallelo!



⤳ $\Delta\vec{u_r}$ è discorde a $\vec{u_r}(t+\Delta t)$ ma parallel
$\Delta\vec{u_\theta}$ = "−"

$$\vec{a} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{u_r} + \frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{u_\theta} + \frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{u_\theta} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{u_\theta} + r\,d\theta\left(-\frac{d\theta}{dt}\vec{u_r}\right)$$

$$= \underbrace{\left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\vec{u_r}}_{\vec{a}_{RADIALE}} + \underbrace{\left[r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right]\vec{u_\theta}}_{\vec{a}_{TRASVERSALE}}$$

Proprietà:

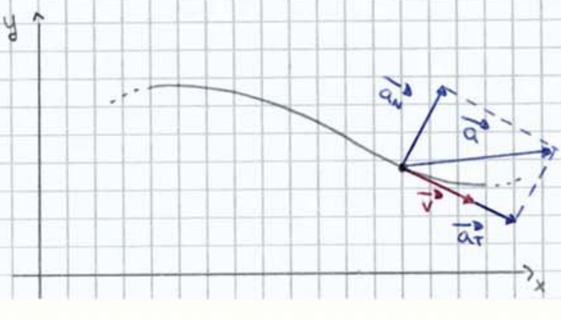
$$\vec{r}\times\vec{a} = \vec{r}\wedge(a_r\vec{u_r} + a_\theta\vec{u_\theta})$$
$$= \vec{r}\wedge(a_\theta\vec{u_\theta})$$
$$= r\,a_\theta\,\vec{u_\theta}\wedge\vec{u_r}$$

Il prodotto vettoriale tra $\vec{r}$ e $a_r\vec{u_r}$ è nullo perché sono //.

Interpretazione di tutte le formule scritte:

Hp di lavorare in coordinate intrinseche
- Graficamente: $\vec{v}$ tg traiettoria
- " : $\vec{a}$ ⤳ $\vec{a_T} = \frac{dv}{dt}\vec{u_T}$ ⟹ $\cdot\ a_T = \phi$ se v = costante
  - $\cdot\ a_T > 0$ se $\frac{dv}{dt} > 0$ → stesso verso di $\vec{v}$ perché $a_T\vec{u_T} \parallel v\vec{u_T}$
  - ⤳ $a_N = -\frac{v^2}{R}$
    - $\cdot\ a_N = \phi$ se $v = 0$ oppure se $R \to \infty$ (la traiettoria è una retta)
    - $\cdot\ a_N < 0$ MAI!

Esempio grafico:



Hp: $\frac{dv}{dt} > 0$ ⤳ $v\uparrow$

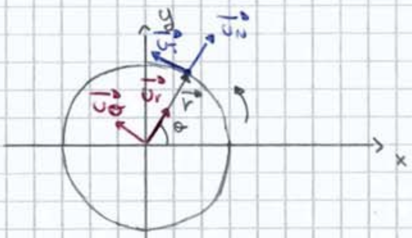
→ $\vec{a_T}$ è concorde a $\vec{v}$

→ $v \neq 0$ ⤳ $a_N \neq 0$ e non ho nemmeno che $R \to \infty$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T - \frac{v^2}{R}\vec{u}_N \;\rightsquigarrow\; \boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T}$$ $R \to \infty$ perché ho una retta

$$\vec{a} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)\vec{u}_r + \left(r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right)\vec{u}_\theta \;\rightsquigarrow\; \boxed{\vec{a} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{u}_r}$$ θ è costante

2) MOTO CIRCOLARE



$\|\vec{r}\| = r$ = costante

$\theta = \theta(t)$

Inoltre $R = r$ perché la circonferenza + grande tg alla circonferenza è la circonferenza.

In queste condizioni:

$$\vec{u}_\theta \equiv \vec{u}_T$$
$$\vec{u}_r \equiv \vec{u}_N$$

- $\vec{v} = \underbrace{v\vec{u}_T}_{\text{coord. int.}} = \underbrace{r\frac{d\theta}{dt}\cdot\vec{u}_\theta}_{\text{coord. polari}}$ la componente radiale si è annullata

$\vec{v} = v\vec{u}_T = r\omega\,\vec{u}_T = R\omega\,\vec{u}_T$; $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, ed è la velocità angolare

- $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T - \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$ resta tutto ⟶ Da ciò:

$$\vec{a} = -R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\vec{u}_N + R\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{u}_T$$

* $a_T = \frac{dv}{dt} = R\underbrace{\frac{d^2\theta}{dt^2}}_{\gamma} = \gamma R$

γ = accelerazione angolare

$$\boxed{\gamma = \frac{d^2(R\theta)}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{=\omega}\right) = \frac{d\omega}{dt}}$$

* $a_N = -\frac{v^2}{R} = -R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = -\omega^2 R$

PROBLEMA INVERSO DELLA FISICA $\rightsquigarrow$ INVERSO!

Nota $a(t)$ trovare $r(t)$ $\rightarrow$ Così è mal posto, servono delle CI per identificare univocamente la soluzione.

Servono due condizioni iniziali di $\vec{r}$ e $\vec{v}$ al tempo $t = t_0$

$$\begin{cases} \vec{a}(t) = 6t\,\vec{u_x} + e^t\,\vec{u_y} \\ t = t_0 \quad \vec{v} = \vec{u_y} \quad e \quad \vec{r} = \vec{u_y} \end{cases}$$

$\rightarrow$ $\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t)\,dt = \left(3t^2 + C_1\right)\vec{u_x} + \left(e^t + C_2\right)\vec{u_y}$

$t = \phi \rightsquigarrow \vec{v} = C_1\vec{u_x} + (1 + C_2)\vec{u_y} = \vec{u_y}$ $\quad\rightarrow\quad$ $\vec{v}(t) = 3t^2\,\vec{u_x} + e^t\,\vec{u_y}$

$C_1 = C_2 = \phi$

$\rightarrow$ $\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t)\,dt = \left(t^3 + C_3\right)\vec{u_x} + \left(e^t + C_4\right)\vec{u_y}$

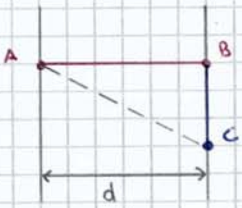
$t = \phi \rightsquigarrow \vec{r}(t) = C_3\vec{u_x} + (1 + C_4)\vec{u_y} = \vec{u_y}$ $\quad\rightarrow\quad$ $\vec{r}(t) = t^3\,\vec{u_x} + e^t\,\vec{u_y}$

$C_3 = C_4 = \phi$

$$\vec{r}(t) = \underbrace{v_x \cdot t}_{x} \cdot \vec{u}_x + \underbrace{v_y t}_{y}\, \vec{u}_y$$

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = v_y t \end{cases} \qquad t = \frac{x}{v_x} \longrightarrow y = v_y \cdot \frac{x}{v_x} \longrightarrow y = \frac{v_y}{v_x}\, x \quad \text{è la traiettoria}$$

il teorema ci dice che ho 2 moti 1-D sovrapposti:



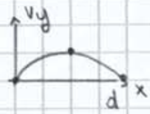
- $x = v_x \longrightarrow t \in [0, t_1]$
- $y = v_y \longrightarrow t \in [0, t_1]$

$\longrightarrow$ la sovrapposizione vale perché ho scelto t_1. È come se fosse arrivato in B, poi azzera il tempo e va in C.

L'ipotesi del "perché" dice che ciò vale se le componenti lungo un asse sono indipendenti da quelle dell'altro:

NUOTATORE : v_x

CORRENTE : $v_y = \sin\left(\frac{\pi}{d}\, x\right)$



$\longrightarrow$ in queste condizioni il TR non è applicabile perché v_y dipende da x (altro asse)

$$v_y = f(x) \;!$$

1 MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$\boxed{a = \text{costante}}$$

* no "$\longrightarrow$" perché è un moto 1D

PB! Data a, trovare $x(t)$ $\longrightarrow$ Necessito dunque di 2 C.I. $\longrightarrow$ $t = t_0$ $\begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases}$

I STEP) $dv = a\, dt$ per definizione

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} a\, dt$$

$$(v - v_0) = a(t - t_0) \qquad \longrightarrow \qquad v = a(t - t_0) + v_0$$

II STEP) $dx = v\, dt$ per def.

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v\, dt = \int_{t_0}^{t} a(t - t_0) + v_0 \; dt$$

$$(x - x_0) = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\, a(t - t_0)^2$$

Trovare ora x è una semplice integrazione:

$$dx = v\, dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v\, dt = \int_{t_0}^{t} v_0 e^{-k(t-t_0)}\, dt$$

$$(x - x_0) = v_0 \left(-\frac{1}{k}\right) e^{-k(t-t_0)}$$

$$\boxed{x = -\frac{v_0}{k} e^{-k(t-t_0)} + x_0}$$

3 MOTO ARMONICO

$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$ ⇝ Accelerazione è proporzionale alla posizione x, cambiata di segno

! Si parlerà di moto armonico quando ho il "-" e quando la costante (ω^2) è positiva.

CI ⇝
- $t = t_0$
- $v = v_0$
- $x = x_0 = \emptyset$ (assunta $= \emptyset$ per semplicità)

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \underbrace{-\omega^2}_{k} x$$

ASSUNTO

$$\boxed{\begin{aligned} x &= A\cos(\omega t + \varphi) \\ v &= -A\cdot\omega \sin(\omega t + \varphi) \\ a &= -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x \end{aligned}}$$

PROPRIETÀ:

- A = ampiezza
- φ = fase

} si trovano con le CI →

$t = t_0 = \emptyset \rightarrow x = \emptyset$ e $v = v_0$ da cui
- $x = A\cos(\varphi) = \emptyset \rightarrow \varphi = \pi/2$
- $v = -A\omega(\sin(\varphi)) = v_0 \rightarrow A = -\frac{v_0}{\omega}$

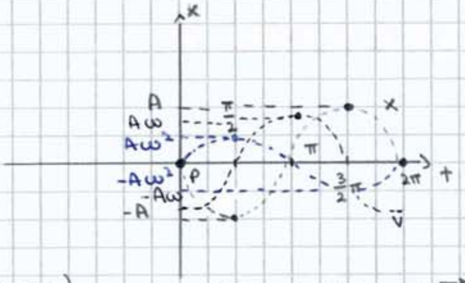
→ con altre CI trovo altre φ e A!

- soluzioni equivalenti di scrivere il moto armonico:

es. $x = A\sin(\omega t + \varphi') = A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi) = A\cos(\omega t + \varphi)$

es. $x = A'\sin(\omega t) + B'\cos(\omega t)$ si dimostra con il $\sin(\alpha+\beta)$ e $\cos(\alpha+\beta)$

esercizio:



$x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ disegnare ∀t P, $\vec{a}$ e $\vec{v}$!

NB

$$\begin{cases} a = -\omega^2 x \\ x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \\ a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Hp : $\omega < 1$

Lungo assi:

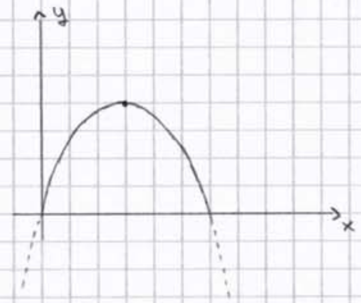
$$\begin{cases} x = x_0 + v_x(t-t_0) \\ y = y_0 + v_y(t-t_0) + \frac{1}{2} a_y (t-t_0)^2 \end{cases}$$

⇝ Ricavo $(t-t_0)$ e metto nella II, trovo la $f(x)$ = traiettoria

$$(t-t_0) = \frac{x-x_0}{v_{0x}}$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot \frac{x-x_0}{v_{0x}} + \frac{1}{2} a_y \left(\frac{x-x_0}{v_{0x}}\right)^2$$ → TRAIETTORIA PARABOLICA

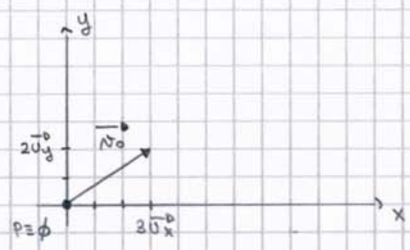
Hp: $t_0 = 0$ → $x_0 = \phi$
$v_0 = \phi$ sia per x che per y
$y_0 = \phi$



esempio del proiettile:

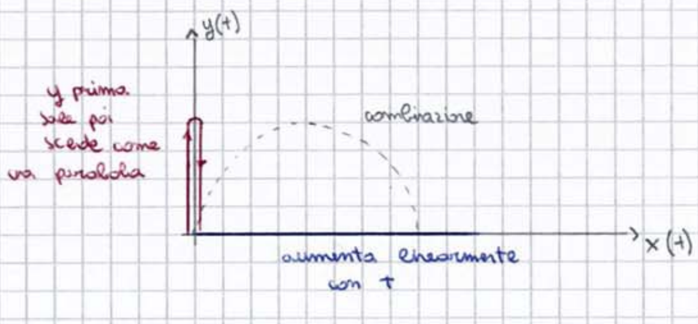
Ogni oggetto in natura è sottoposto ad $a_y = -g$ ↓

se prendo un punto P che per $t=0$ → $\vec{r}_0 = \phi$, che moto avrà P?
$\vec{v}_0 = 3\vec{u}_x + 2\vec{u}_y$

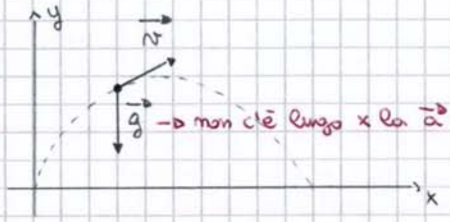


$$\begin{cases} \text{Lungo } x: \quad a_x = \phi \rightsquigarrow x = \cancel{x_0}^{0} + \underbrace{v_0}_{3}(t-\cancel{t_0}^{0}) = 3t \\ \text{Lungo } y: \quad a_y = -g\downarrow \rightsquigarrow y = \underbrace{\cancel{y_0}}_{0} + \underbrace{v_0}_{2}(t-\cancel{t_0}^{0}) + \frac{1}{2} a (t-\cancel{t_0})^2 = 2t + \frac{1}{2}(-g)t^2 = 2t - \frac{1}{2} g t \end{cases}$$

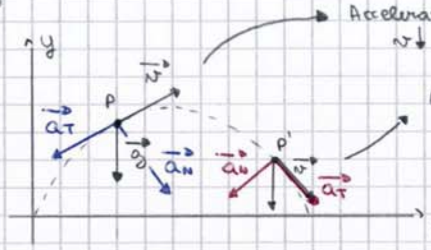
ECCO LA SOVRAPPOSIZIONE DI DUE MOTI 1D!



- Disegno velocità e accelerazione in un punto P



Nota su $\vec g$:



→ Accelerazione e velocità discordi: $v\downarrow$ se $x\uparrow$ perché a_T si oppone

→ Accelerazione e velocità concordi: $v\uparrow$ se $x\uparrow$ perché a_T la favorisce

- Non avendo condizioni iniziali note, come faccio? Aggiungo altre incognite, dunque necessito di altre equazioni. Poiché altre equazioni non ci sono, devo dare altri dati PER FORZA!

esempio: $a_x = 0$ $\quad a_y = -g$

$t = 0 \rightarrow \vec r(0) = 0$

$\vec v_0$ forma un angolo θ_0 con l'asse x pari a $\frac{\pi}{3}$

$$\vec v_0 = \|v_0\| \cos(\theta)\, \vec u_x + \|v_0\| \sin(\theta)\, \vec u_y$$

IMP: mi riporto in coord. cartesiane.

Poi torno a prima:

$$\begin{cases} x_A = v_0 \cos(\theta)\, t_A \\ y_A = v_0 \sin(\theta)\, t_A - \frac{1}{2} g t_A^2 \\ v_{y_A} = v_0 \sin(\theta) - g t_A \end{cases}$$

→ v_0 non è una incognita, ma è una condizione iniziale!

→ $x_A \quad y_A \quad t_A \quad v_{y_A} \;|\; v_0$ → 5 parametri e 3 equazioni

↓

Devo dare almeno 2 dati!

* Trovare v_0 tale che $y_{MAX} = 2$ m

DATI $\begin{cases} y_{MAX} = y_A = 2\text{m} \\ v_{y_A} = 0 \text{ dato nascosto} \end{cases}$ INCOGNITE $\begin{cases} x_A \\ t_A \\ v_0 \end{cases}$

(SOSTITUISCO I DATI E RISOLVO IL SISTEMA)

NOTA:

Quando parlavamo di coordinate polari avevamo detto che:

$$\begin{cases} \|\vec{r}\| = R \\ \theta = \theta(t) \end{cases}$$

Nel moto armonico per coordinate polari si era detto che:

$$\begin{cases} \vec{v} = R \dfrac{d\theta}{dt} \vec{u}_T \\ \vec{a} = R \dfrac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_T - R \left(\dfrac{d\theta}{dt} \right)^2 \vec{u}_N \end{cases}$$

Se mi concentro su θ:

il moto circolare è descritto da $\theta = \theta(t) \longrightarrow \theta = \theta(t)$

$v_T = R \dfrac{d\theta}{dt} = R\omega \longrightarrow \omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ $v_T = R\omega$

NOTA!

$a_T = R \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = R\gamma \longrightarrow \gamma = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ $a_T = \gamma R$

c'è molta similitudine con il moto rettilineo, dove:

$x = x(t)$

$v = \dfrac{dx}{dt}$ $\longrightarrow$ CIÒ VUOL DIRE CHE:

$a = \dfrac{d^2x}{dt^2}$

matematicamente questo moto 2D può essere descritto come un 1D NEL PIANO POLARE perchè è funzione dell'angolo θ (sostituto di x)

La conseguenza di ciò è che tutto ciò che vale per il moto unidimen. vale per questo, in coordinate polari!

RETT. UNIF. •

$a = cost$ $\qquad$ $\gamma = cost$

$v = v_0 + a(t-t_0)$ $\rightsquigarrow$ $\omega = \omega_0 + \gamma(t-t_0)$

$x = x_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2} a (t-t_0)^2$ $\qquad$ $\theta = \theta_0 + \omega_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\gamma(t-t_0)^2$

ARMON. •

$\gamma = -k^2\theta$

$\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -k^2\theta$

$\theta = A\cos(kt + \varphi)$ trovo A, φ con CI

ESEMPIO:

P si muove con moto circolare unif. accelerato

$$\begin{cases} t=0 \quad \omega_0 = 0 \quad \theta_0 = 0 \\ \gamma = 3 \ rad/s = cost \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \theta = \frac{1}{2}\gamma t^2 \\ \omega = \gamma t \end{cases}$$

2 eq e 3 INCOGNITE

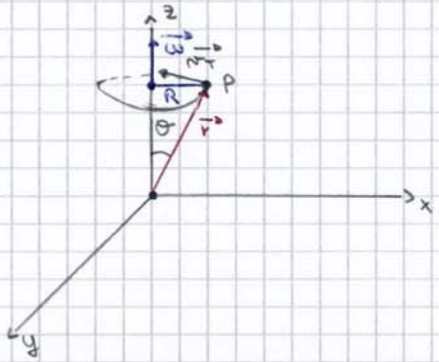
↓

Necessita solo un dato

Risolvendo quel sistema poi trovo v_T a_T e a_N

Un esempio in cui queste relazioni servono è il MOTO DI PRECESSIONE:
(TROTTOLA)

il moto è circolare ma non centrato nell'origine



- $\|\vec{r}\|$ = costante ma ora $\neq R$
- $\vec{r} \perp \vec{v}_T \rightsquigarrow \vec{r}$ è costante $\to \frac{d\vec{r}}{dt} \perp \vec{r}$

ma.... $\|v_T\| = \omega R$

$\vec{v}_T = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \to \vec{\omega} \cancel{\times} \vec{r} \to \|v_T\| = \omega\, r \sin(\theta)$

$\downarrow$

$r \sin(\theta) = R \to \vec{v}_T = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \to \|\vec{v}_T\| = \omega \cdot r \cdot \sin\theta = \omega \cdot R$

La massa è dunque la costante di proporzionalità fra $\vec{F}$ e $\vec{a}$

Osservazioni:

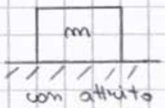
- se $\vec{F} = \emptyset \rightsquigarrow \vec{a} = \emptyset$ e ciò vuol dire che $\vec{v}$ = costante

  ritroviamo il I principio → $\underbrace{\text{MOTO RETTILINEO}}_{\text{direzione costante}} + \underbrace{\text{UNIFORME}}_{\text{modulo costante}}$

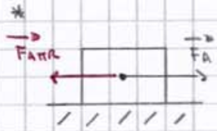
- se $\vec{a} = \emptyset \rightsquigarrow \vec{F} = \emptyset$. La corrispondenza è biunivoca

- Un corpo è in equilibrio se la sua $\vec{v} = \emptyset$ (caso particolare di accelerazione costante). Ciò implica $\vec{F} = \emptyset$

  esempio:

  * 

  → $F_{ATTR} = \emptyset$

  * 

  → $\vec{F}_A + \vec{F}_{ATTR} = \emptyset$ → Deve esserci $\vec{F}_{TOT} = \emptyset$ perchè se applico una forza, un'altra gli si oppone

- Siccome $\vec{F} = m\vec{a}$, sappiamo che $\vec{a} = a_T \vec{U}_T + a_N \vec{U}_N$:

$$\vec{F} = \underbrace{m a_T}_{= F_T} \vec{U}_T + \underbrace{m a_N}_{= F_N} \vec{U}_N$$

forza tangenziale: $F_T = m a_T = m \frac{dv}{dt}$

forza centripeta: $F_N = m a_{N} = -m \cdot \frac{v^2}{R}$ — R raggio di curvatura

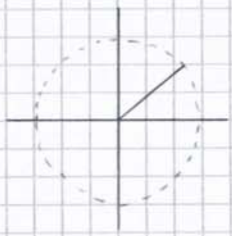
* se $\|\vec{v}\|$ = costante $\rightsquigarrow a_T = \emptyset$ e $F_T = \emptyset$ perchè $a_T = \frac{dv}{dt}$

↳ $\|\vec{F}\| = \emptyset - m\frac{v^2}{R}$ ed è costante solo se anche R è costante

* se $a_N = \emptyset \rightsquigarrow R \to \infty$ oppure $v = \emptyset$ → $F_N = \emptyset$

* dualmente se $F_N = 0$, allora $a_N = \emptyset$ → $R \to \infty$ MOTO RETT.
$v = \emptyset$ PART. FERMA

esempio particella-fune:



ω = costante

$v_T = \omega R$ = cost · cost = cost.

$a_T = \emptyset \to F_T = \emptyset$

ma $a_N \neq 0 \to F_N \neq \emptyset$

→ VELOCITÀ COSTANTE: FORZA TG NULLA, NON FORZA TOTALE!

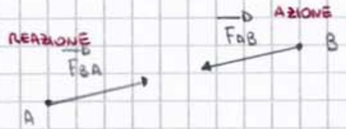
III PRINCIPIO) Anche detto "azione-reazione"!

<u>è necessaria una forza</u> → serve una sorgente (oggetto fisico) che genera la forza (es: mano che sposta il libro premendo forza)

↳ Data $\vec{F_1}$ allora possono nascere $\vec{F_{AB}}$ e $\vec{F_{BA}}$

"Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, allora il corpo B esercita una forza sul corpo A uguale e contraria"

$$\boxed{\vec{F_{AB}} = -\vec{F_{BA}}}$$



→ poichè sono su oggetti diversi esse **NON** si sommano.

$$\begin{cases} \vec{F_{AB}} = m_B \cdot \vec{a_B} \\ \vec{F_{BA}} = m_A \cdot \vec{a_A} \end{cases}$$

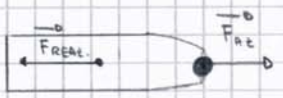
→ le forze sono scisse! Nella risultante non si sentono. } IMP!

NOTA:

- $\vec{F_{AB}} = -\vec{F_{BA}}$ $\not\Rightarrow$ $\vec{a_B} = -\vec{a_A}$ Questo è vero se e solo se $m_A = m_B$ che è un caso particolare!
- $\vec{a_B} \parallel \vec{a_A}$ e opposte sempre! Parallele, discordi ma ≠ in modulo

Esempio:

<u>Palla di cannone</u>



$\vec{F_{AZ}} = -\vec{F_{REA}}$

se $m_{CANN} \gg m_{PALLA}$ $\vec{a}_{CANN} = -\underbrace{\frac{m_{PALLA}}{m_{CANN}}}_{\to 0} \vec{a}_{PALLA}$

$\vec{a}_{CANN} = 0$ → NO RINCULO!

Esempio:

<u>Forza di contatto</u>

* Forza di azione: m_A spinge m_B che gli è davanti → $\vec{F_{AB}}$ è applicata su B

* Forza di reazione: è applicata da B su A

FORZA

1. • Significato fisico:

è una grandezza vettoriale che descrive l'interazione fra 2 oggetti

l'effetto della forza da noi analizzato non è di deformazione, ma solo di variare lo stato di moto del corpo su cui $\vec{F}$ è applicata.

Cosa vuol dire questo?

$$\vec{v} \text{ cambia} \begin{cases} \text{MODULO cambia } F_T \\ \text{VERSO cambia } F_C \end{cases}$$

2. • Effetti della forza:

* EFFETTO ISTANTANEO: $\vec{F}$ causa un'accelerazione

$\vec{F}_1 = 3\,\vec{u}_x + 2\,\vec{u}_y$ corpo di massa $m = 0{,}5$ kg

$\rightsquigarrow \vec{a} = 6\,\vec{u}_x + 4\,\vec{u}_y$

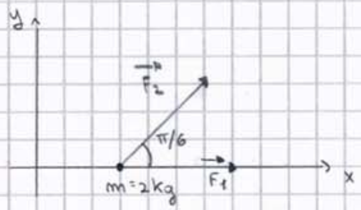
Ciò causa un fatto: l'accelerazione genera un cambiamento in velocità e traiettoria, entrambe funzione del tempo!

$t = \phi \quad \vec{v}_0 = \phi \quad \vec{r}_0 = \phi$

$\rightsquigarrow \vec{v}(t) = 6t\,\vec{u}_x + 4t\,\vec{u}_y$

$\rightsquigarrow \vec{r}(t) = 3t^2\,\vec{u}_x + 2t^2\,\vec{u}_y$

e se avessimo + forze applicate? Esempio:



$t=0$, $\vec{v} = \phi$, $\vec{r} = \vec{u}_x$

$F_1 \rightsquigarrow \|\vec{F}_1\| = 2$ N e $\parallel$ asse x

$F_2 \rightsquigarrow \|\vec{F}_2\| = 4$N e incl. di $\frac{\pi}{6}$ asse x

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$= F_1\,\vec{u}_x + F_2\cos(\pi/6)\,\vec{u}_x + F_2\sin(\pi/6)\,\vec{u}_y$$
$$= \left(F_1 + F_2\cos(\pi/6)\right)\vec{u}_x + \left(F_2\sin(\pi/6)\right)\vec{u}_y$$

$$\vec{a} = \underbrace{\left(\frac{F_1 + F_2\cos(\theta)}{m}\right)}_{a_x = \text{cost.}}\vec{u}_x + \underbrace{\left(\frac{F_2\sin(\theta)}{m}\right)}_{a_y = \text{cost}}\vec{u}_y$$

LUNGO X C'È MOTO UNIF. ACC.

LUNGO Y C'È MOTO UNIF ACC.

LEZIONE 9

15/3/2016

.... continuando con le osservazioni sull'impulso:

Differenziamo l'eq precedente e troviamo:

$$\vec{F}dt = d\vec{q} \rightsquigarrow \vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$$ derivata della qnt. di moto nel tempo $\rightsquigarrow$ FORZA!

Questa definizione generalizza la seconda legge di Newton:

Hp: m costante $\rightsquigarrow \vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \rightarrow$ Ecco il II principio dinamica

in $\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$ ritrovo ed è contenuto il II principio della dinamica!

ma se m non è + costante $\rightsquigarrow m = m(t) \rightsquigarrow \vec{F} = m\vec{a}$ NON VALE +!

ma continua a valere la definizione per cui $\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt} = \frac{d(m(t)\vec{v}(t))}{dt}$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{dm}{dt}\vec{v}(t) + m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a}}$$ $\rightarrow$ Ecco che per m variabile cade il II PRINCIPIO!

$\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$ vale sempre!

C • $\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt} \rightsquigarrow$ Hp $\rightarrow \vec{F} = 0 \rightsquigarrow \frac{d\vec{q}}{dt} = \phi \rightsquigarrow \vec{q} = $ costante

RISULTANTE DELLE F!

non implica che $\vec{a} = $ costante perché potrebbe cambiare la massa e compensarsi con la var. di $\vec{a}$

$\rightsquigarrow$ Hp $\rightarrow \vec{F} = 0$ e m = costante $\rightsquigarrow \vec{q} = $ costante ma ora non può cambiare m, dunque nemmeno $\vec{v} \rightsquigarrow$ ora sì che $\vec{a} = 0$!

Solo per m costante (II PRINC.)

D • Teorema della conservazione della quantità di moto:

"se la risultante delle F è nulla, allora la quantità di moto resta costante" $\rightsquigarrow$ è quanto visto al punto precedente

$$\boxed{\vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{q} = \text{costante}}$$ $\rightsquigarrow$ vale anche la relazione OPPOSTA!

E • Due casi particolari:

I) $\vec{F} = $ costante

$$\int_{t_0}^{t} \vec{F}dt = \Delta\vec{q}$$

$$\vec{F}(t-t_0) = \Delta\vec{q} = \vec{q}(t) - \vec{q}(t_0) \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{\Delta\vec{q}}{\Delta t}}$$

NOTA: la formulazione FINITA e non INFINITESIMA vale solo se $\vec{F} = $ costante

Ora:

$$x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v \, dt$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} t^3$$

Trovo v e x $\forall t$ perché ho le funzioni che le descrivono nel tempo!

B) MODO NON ISTANTANEO:

$$\Delta \vec{q} = \int \vec{F} \, dt \quad \text{e poiché siamo 1D} \quad \Delta q = \int_{t_0}^{T} F \, dt$$

$$m v - m v_0 = \int_{t_0}^{t} F \, dt = \frac{3}{2} t^2$$

$$v = v_0 + \frac{3}{2m} t^2 = v_0 + \frac{3}{2} t^2$$ risultato analogo a prima.

per trovare x necessariamente integro!

→ CONSIGLIO: per gli es. usarli entrambi per abituarsi!

→ Esercizio:

Abbiamo una forza impulsiva sempre per 1D

So che $J = 3 \, N/s$ che agisce su $m = 1{,}5 \, kg$ il quale per $t = \phi$ ha $v = \phi$.

In questo caso l'approccio istantaneo non si applica per quanto visto prima; uso subito la $\Delta \vec{q} = \Delta q$ perché 1D

$$J = \Delta q = m v - m v_0 = m v$$

$$v = \frac{J}{m}$$

Una volta che ho impattato con il pallone ho che $F = \phi$, dunque $a = \phi$ dunque v = costante

→ Esercizio:

auto con $m = 1500 \, kg$ che viaggia con $F_{motore} = 3N$ e $F_{attrito} = -3N$

Per $\Delta t = 1 \, h$, l'auto consuma una massa di 10 kg

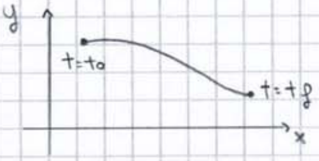
per $t = \phi$, $v_0 = 50 \, km/h = \frac{50}{3{,}6} \, m/s$

Quanto vale v_f auto? Il moto si considera 1D

$F = 3N - 3N = \phi$ → conservo la qnt. di moto

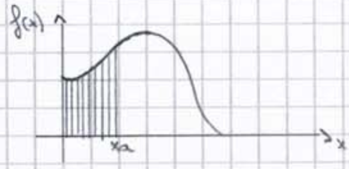
questo implica che $a = \phi$, ma anche che $q_{fin} = q_0$

C • cosa succede se considero $\Delta\vec{r}$ finito?



Avrò pertanto un lavoro W, definito in qualche modo come $\int dW$.

Integrare: suddivido la curva in intervalli $d\vec{r}$ e sommo poi i loro contributi nella funzione:



$$\int_0^{x_A} y\,dx = x_1\,dx + x_2\,dx + \dots$$

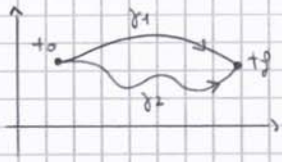
Per trasferire il concetto sull'integrale del vettore $\Delta\vec{r}$ vuol dire che me sto calcolando l'integrale curvilineo:

$$\boxed{W = \int_{t_0,\,\gamma}^{t_f} \vec{F}\cdot d\vec{r}}$$

γ → curva su cui lo calcolo

$$W = \int_{t_0,\,\gamma}^{t_f} \vec{F}\cdot d\vec{r} = F_{T_1}\underset{\substack{\downarrow\\ ds_1}}{dr_1} + F_{T_2}\underset{\substack{\downarrow\\ ds_2}}{dr_2} + \dots + F_{T_n}\underset{\substack{\downarrow\\ ds_n}}{dr_n}$$

(cinematica $dr = ds$)



NON è necessariamente detto che $W_{\gamma_1} = W_{\gamma_2}$!

D • il lavoro è definito come integrale, dunque gode dell'additività!

$\vec{F}$ = risultante $= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$

deduco che:

Quando scrivo l'integrale devo mettere γ per specificarla

$$\boxed{W = \int_{t_0,\,\gamma}^{t_f} \vec{F}_1\,d\vec{r} + \int_{t_0,\,\gamma}^{t_f} \vec{F}_2\,d\vec{r} + \dots + \int_{t_0,\,\gamma}^{t_f} \vec{F}_n\,d\vec{r}} \rightarrow W = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

~> Dati A e B posso avere diversi lavori lungo due traiettorie

≠ dunque per questo specifico γ su cui integro!

LEZIONE 10

17/3/2016

... continuando con l'effetto II della forza

Ⓕ · Caso unidimensionale

$\vec{F} = F_x \cdot \vec{u}_x \rightsquigarrow \vec{F} = F_x = F = F_T \rightsquigarrow dW = F\,dx$ → non c'è + prodotto scalare, ma prodotto algebrico perché non ho vettori di fatto!

devo comunque definire il lavoro come integrale di dW:

$W = \int_\gamma F\,dx$

$W_1 \neq W_2$ in generale

caso particolare:

$\boxed{F = \text{costante} \qquad W = \int_\gamma F\,dx = F \int_\gamma dx = F\Delta x}$ in questo UNICO caso si denota come se F = cost. posso dire che la dipendenza dalla traiettoria non c'è +!

→ $W \neq F\Delta x$! È SBAGLIATO PERCHÉ QUESTO È UN CASO PARTICOLARE!

$W = \int dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \rightsquigarrow$ nel caso che $\vec{F} = \text{cost.} \Rightarrow W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$

Ⓖ · Energia cinetica

$W = \int_{\vec{r}_1,\gamma}^{\vec{r}_2} F_T \cdot ds = \int_{\vec{r}_1,\gamma}^{\vec{r}_2} m a_T \, ds =$

$= \int_{\vec{r}_1,\gamma}^{\vec{r}_2} m \frac{dv}{dt} ds$ e poiché $v = \frac{ds}{dt}$, cambio variabile ed estremi!

→ l'integrale perde la vettorialità degli estremi e l'info su γ! Questo perché sono arrivato ai moduli di v!!

$W = \int_{v_1}^{v_2} m\,v\,dv$

se e solo se m = costante

$\boxed{W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \text{ se } m = \text{costante} \;\downarrow\; W = K_2 - K_1 = \Delta K}$

→ TEOREMA ENERGIA-LAVORO (Biunivoco)

→ IL LAVORO PRODUCE UNA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA

se $\Delta K > 0 \to K\uparrow \to v\uparrow$ come detto prima ciò si verifica se $W > 0$!

Osservazioni:
- il lavoro ha le stesse dim fisiche dell'energia cinetica, dunque [W] = energia. Tale energia viene SCAMBIATA tra una sorgente e un oggetto che la riceve!
- [K] = [W] = energia in Joule. Ma per K tale energia è POSSEDUTA!

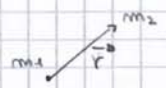
Conoscendo N_{finale}, a ritroso posso trovare q_{fin}, dunque J come $J = \Delta q$

FORZE FISICHE

Discorso non troppo importante, non chiesto e con valore storico:

- I CONCETTO DI FORZA NATO $\rightsquigarrow$ FORZA = CONTATTO
- II CONCETTO " " " $\rightsquigarrow$ INTERAZIONE A DISTANZA

distanza r



$$|F| \propto \frac{1}{r^2}$$

- se i due oggetti sono masse parliamo di interazione gravitazionale

$$F_G \propto - \frac{m_2 m_1}{r^2} \qquad \left(F_G < 0 \text{ sempre} \rightarrow \text{"}-\text{"} = \text{forza attrattiva}\right)$$

- se i due oggetti sono cariche parliamo di interazione elettromagnetica

$$F_{EM} \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad q_1, q_2 \begin{cases} >0 \\ <0 \end{cases} \qquad \left(F_{EM} \gtrless 0 \rightarrow \text{attrattiva / repulsiva}\right)$$

di cariche possono emergere poi di elettriche e di magnetiche.

se q è elettrica q_+ e q_- sono separabili

se q è magnetica q_N e q_S non sono separabili (no monopolo magn.)

- esiste poi la forza debole

stesso comportamento di quella elettromagnetica.

- esiste l'interazione forte

è quella che avviene a livello nucleare ed è anch'essa proporzionale a $\propto \frac{1}{r^2}$. Ho però 3 tipi di cariche (3 colori) una comb. lineare dei tre crea diverse interazioni e le 3 cariche non sono separabili.

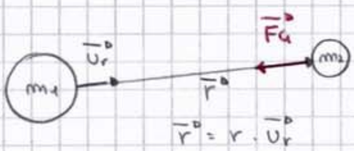
ALTRE FORZE FISICHE

concetto generale: $\vec{F}$ = vettore
- generata da chi (sorgente)
- modulo
- direzione
- verso
- punto di applicazione

(1) FORZA GRAVITAZIONALE

Interazione fra 2 masse, come detto prima è sempre attrattiva (verso definito) indicato dal "-".

- La direzione è lungo la congiungente le due masse
- Il modulo è direttamente prop. al prodotto delle masse e inv. prop. al quadrato della distanza



$$\boxed{\vec{F_G} = \underbrace{-}_{\text{verso}} \gamma \underbrace{\frac{m_1 m_2}{r^2}}_{\text{modulo}} \underbrace{\vec{u_r}}_{\text{direzione}}}$$

Per azione-reazione scambio sorgente e sonda invertendo $\vec{u_r}$

Complessivamente poi:

Caso particolare: un oggetto interagisce con la Terra

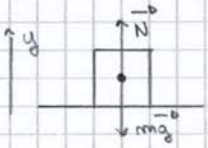
m_1 = Terra
m_2 = oggetto → Forza peso → Data le dimensioni non + uniformi della Terra $r = R$ Terra. Inoltre $\vec{u_r}$ = ⊥ superficie Terra

$$\boxed{\vec{F_m} = \text{forza peso su } m = -\gamma \frac{M_T}{R_T^2} m_2 \vec{u_g}}$$

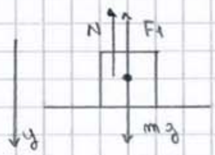
dove $\gamma \frac{M_T}{R_T^2} = g = 9,8 \ m/s^2$

NOTA: PESO ≠ MASSA
[N] [Kg]

$\boxed{\vec{F_m} = -m\vec{g}}$ dove $\vec{g} = g\vec{u_g}$ = acc. di gravità

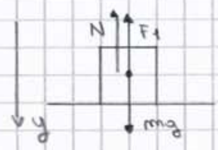
- 

$\vec{a}_y = 0 \Rightarrow F = N - mg = 0 \qquad N = mg$

- 

$F_1 < mg$ (scelta)

$a_y = 0 \rightsquigarrow F = mg - F_1 - N = 0 \rightsquigarrow N = mg - F_1 > 0$ ACC.

- 

$F_1 > mg$ (scelta)

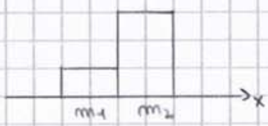
$a_y = 0 \rightsquigarrow F = mg - F_1 - N = 0 \qquad N = mg - F_1 < 0$ NON ACC.

la normale non è MAI diretta verso il basso!
o è positiva o non esiste la normale, dunque
$a_y \neq 0$! Infatti la borsa la alzo $\rightarrow F_{tiro} > mg_{borsa}$

$mg - F_1 = m a_y \rightsquigarrow a_y < 0$

3 FORZE DI CONTATTO

Nascono se ho due oggetti uno vs l'altro

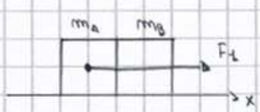


VINCOLO: $v_{m_1} \leq v_{m_2}$ perché non può superarlo!

Questo vuol dire che $\forall t \; a_{m_1} \leq a_{m_2}$. Questa è di nuovo una forza vincolare e prende il nome di forza di contatto.

F_c:
- direzione: $\perp$ alla superficie di contatto degli oggetti
- verso: nella direzione di quello + lento (il + veloce spinge il + lento)
- modulo: opportuno e non noto a priori

esempio:



se $m_A = m_B$

se trovassi $a_A \neq 0$, $a_B = 0$ NON ACC. perché a_A deve essere $\leq a_B$ per definizione di vincolo

se non è accettabile è xk c'è una forza di contatto

4 FORZE DI ATTRITO

- ATTRITO STATICO :

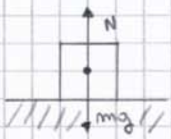
superfici di contatto, fra 2 oggetti, che non sono lisce.

m_1 ed m_2 in questo caso sono fermi ("statico").

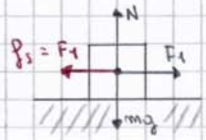
- La direzione dell'attrito statico è ∥ alla sup di contatto
- Modulo e verso sono opportunamente scelti per avere equilibrio

! NON PUÒ ASSUMERE VALORI ARBITRARI, MA AL MAX PUÒ ESSERE PARI A $\mu_s \cdot N$

coefficiente di attrito statico

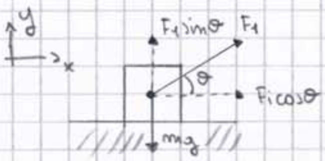


(x) → $f_s = \phi$ è già in equilibrio



(x) → f_s ora è generata ed è uguale e opposta alla risultante delle forze applicate

⇒ se $F_1 \leq \mu_s N$ allora è ACC.



(y) → $F_1 \sin\theta > mg$, non c'è normale!

segue che $f_s = \phi$ perché non c'è + la sorgente (no. attrito statico)

$$\begin{cases} F_1 \sin\theta - mg = m a_y \\ F_1 \cos\theta = m a_x \end{cases}$$

2 MOTI LUNGO ASSI

→ $F_1 \sin\theta < mg$, c'è normale!

$N \neq 0$ e presumibilmente $f_s \neq 0$!

$a_y = \phi$ $\quad N + F_1 \sin\theta - mg = \phi$

$N = mg - F_1 \sin\theta > 0$ ACC.

$a_x = \phi$

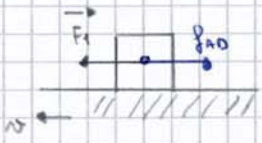
$F_1 \cos\theta - f_s = \phi$

$f_s = F_1 \cos\theta$

ACC se $F_1 \cos\theta \leq \mu_s$

VERIFICARE SEMPRE il valore trovato di N e f_s! Problema di equilibrio è così!

$t > t_A$) Sono nel caso 1, $F_1 > \mu_s mg$



- $f_{AD} - F_1 = ma_x$ $\quad$ $f_{AD} = \mu_D N$
- $N - mg = \phi$

$$a_x = \frac{\mu_D mg - F_1}{m}$$

OCCHIO AI VERSI!!

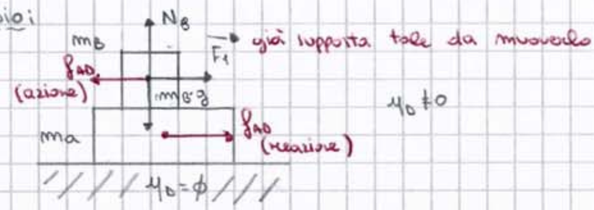
Proprietà:

I) $\boxed{\mu_s \geq \mu_D}$

II) μ_D e μ_s dipendono dalle superfici in contatto, ma non dall'area di contatto

III) Azione e reazione continua a valere:

esempio:



$\mu_D \neq 0$

m_B) $\quad N_B - m_B g = \phi \qquad (y)$

$\quad F_1 - \mu_D m_B g = m_B a_B \qquad (x)$

m_A) $\quad \mu_D m_B g = m_A a_A \qquad (x)$

$\quad$ non disegnato $\qquad (y)$

- ATTRITO VISCOSO

Si esercita quando ho il moto di un solido dentro un fluido

→ direzione e verso: $\parallel$ e opposta a $\vec{v}$

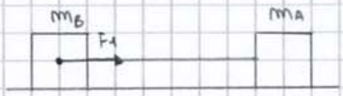
→ modulo: direttamente proporzionale al modulo della velocità

$$\boxed{\vec{f_v} = -kv\,\vec{u_v} = -k\vec{v}}$$

Tensione:

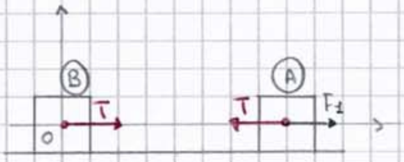
- direzione: // fune
- verso: verso il centro e applicata ai due estremi della fune
- modulo: non è noto a priori, ma si calcola con le eq. che risolvono il moto

NOTA



! fune non tesa ⟿ $T = \phi$

esempio:



d = dist. iniziale

ℓ = lunghezza fune

All'inizio $d < \ell$:

fune non tesa!

Applico F_1 e ho:

$[0, t_A]$ ⟿ $F_1 = m_A a_A$

A $\begin{cases} x_0 = d \\ v_0 = \phi \\ \\ x_A = \ell \\ v_A = v \end{cases}$ B $\begin{cases} x_0 = \phi \\ v_0 = \phi \\ \\ x_A = \phi \\ v_A = \phi \end{cases}$

per t_A = URTO! Da questo istante in poi ho le tensioni

$$\begin{cases} F_1 - T = m_A a \\ T = m_B a \end{cases}$$

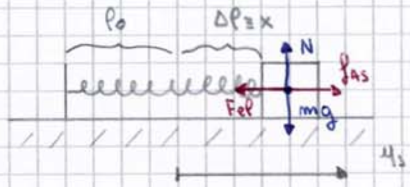
Allora:

$x = A\cos(\omega t + \varphi)$ valido se e solo se ho solo forza elastica come nell'esempio fatto!

esempio:

$m = 2\,kg$ con molla che ha $K = 10\,\frac{N}{m}$. Il tutto è su un piano con μ_s.

Di quanto posso allungare la molla per avere equilibrio?



(y) $a_y = \phi$ $N = mg$

(x) $a_x = \phi$ per l'equilibrio

$$f_{AS} - \underbrace{Kx}_{Fel} = \phi$$

$$f_{AS} = Kx \leq \mu_s mg$$

$$x \leq \mu_s mg \cdot \frac{1}{K}$$ ok

se $x_1 > \mu_s mg \frac{1}{K}$ non ho equilibrio $\rightsquigarrow f_{AS} \rightarrow f_{AD}$ e $a_x \neq 0$

$$f_{AD} - Fel = m a_x$$

$$\mu_d mg - Kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 270

In questo caso è facile vedere come prese due curve aventi estremi ad altezze uguali, avrò $W_{\gamma_1} = W_{\gamma_2}$. ⇝ FORZA CONSERVATIVA

↳ Purché gli estremi siano a distanze (R) uguali, il lavoro è lo stesso percorrendo ≠ traiettorie

In ogni caso comunque:

$$W_{\gamma_1} = W_{\gamma_2} = -mg(\Delta R)$$

NOTA:

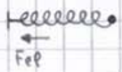
$$R_B < R_A \rightarrow \Delta R < 0 \Rightarrow W > 0$$

- Forza elastica

(10) $\vec{F}_{el} = -k \cdot x \cdot \vec{u}_x$ = spostamento è ∥ allungamento molla, dunque:

$$d\vec{r} = dx\, \vec{u}_x$$

Dunque la $\vec{F}_{el}$ è ∥ a $d\vec{r}$ e con verso opposto ad esso!



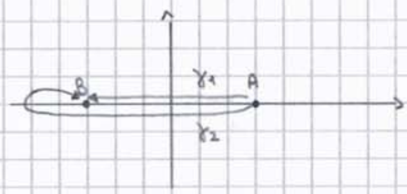
Calcoliamo il lavoro:

opposizione a dR

$$\boxed{W_{el} = \int \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r} = \int_{x_A}^{x_B} -kx\, dx = -\frac{1}{2}k\left(x_B^2 - x_A^2\right)}$$

Anch'essa è CONSERVATIVA perché indipendentemente da γ trovo W per estremi uguali.

NOTA: se $|x_B| < |x_A|$ ⇝ $x_B^2 < x_A^2$ ⇝ $W_{el} > 0$ ⇝ $v_B > v_A$



$$W_{\gamma_1} = W_{\gamma_2} = -\frac{1}{2}k\left(x_B^2 - x_A^2\right)$$

ENERGIA POTENZIALE

solo per forze conservative!

Essa è una variabile scalare che dipende dalla posizione:

$$\boxed{E(x,y,z)}$$

Viene definita partendo dal lavoro e SOLO per forze conservative:

$$\boxed{dE = -dW}$$

⇝ ciò è ammesso perché dW non dipende da γ! Ecco che è univocamente definito dE.

Integrando:

$$\Delta E = \underbrace{E_f - E_i}_{\text{variazione di energia potenziale}} = \underbrace{-W}_{\text{energia scambiata tra 2 oggetti}}$$

Avendo noi definito dE e poi ΔE, abbiamo definito il ΔE e il suo differenziale ma non E = energia potenziale.

Essa è definita a meno di una costante additiva:

$$E(x,y,z) \qquad E(x,y,z)+k$$

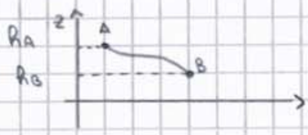
... entrambe soddisfano alla definizione differenziale data ...

Ho dunque ∞ E che differiscono solo per una K.

Detto ciò devo definire un SR affinché tutto ciò abbia senso e tale che l'origine sia in $E(x_0, y_0, z_0) = \emptyset$.

Vediamone esempi per le conservative ovviamente:

- Peso



$$\begin{cases} W = -mg(h_B - h_A) \\ W = -\Delta E \end{cases}$$

$$\Delta E = mg\,h_B - mg\,h_A$$

$$(E_f - E_i) = mg\,h_B - mg\,h_A$$

scelto il SR $(z=0 \rightsquigarrow E_p = \emptyset)$:

$$E = mgh \quad \text{dove } h = h_B - h_A$$

⇝ PRIMA DI CALCOLARE E, SCEGLIERE IL SR PERCHÉ h è la quota scelta in base a quel preciso SR.

Dal momento che E è definita per sole F conservative, che legame c'è tra le $\vec{F}$ e E?

$$dE = -dW$$

$$dE = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

ma:

$$\vec{F} = F_x \vec{u_x} + F_y \vec{u_y} + F_z \vec{u_z}$$

$$d\vec{r} = dx\,\vec{u_x} + dy\,\vec{u_y} + dz\,\vec{u_z}$$

$$\vec{F} d\vec{r} = (F_x\,dx)\vec{u_x} + \ldots$$

$$dE = \frac{\partial E}{\partial x} dx + \frac{\partial E}{\partial y} dy + \frac{\partial E}{\partial z} dz$$

$$= -(F_x\,dx)\vec{u_x} - (F_y\,dy)\vec{u_y} - (F_z\,dz)\vec{u_z}$$

non considero le direzioni!

segue per confronto che:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -F_x \qquad \frac{\partial E}{\partial y} = -F_y \qquad \frac{\partial E}{\partial z} = -F_z$$

$$\rightsquigarrow \boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla} E}$$

esempio:

$$E(x,y,z) = 3x + yz$$

$$F_x = -3 \qquad F_y = -z \qquad F_z = -y$$

$$\vec{F} = -3\vec{u_x} - z\vec{u_y} - y\vec{u_z}$$

ENERGIA MECCANICA

Abbiamo parlato di:

- energia cinetica (dovuta alla v del corpo) $\rightsquigarrow$ $K = \frac{1}{2} m v^2$
- " potenziale (" " posizione del corpo)

La somma di queste due grandezze è detta energia meccanica:

$$\boxed{E_{MEC} = E_c + E_p = K + E_p}$$

Occhio ai segni:

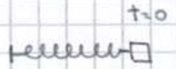
- $K = \frac{1}{2} m v^2$ sempre > 0
- E_p può essere negativa perchè dipende dal SR scelto

$\rightsquigarrow$ E_{MEC} deve essere sempre $\geq E_p$ (= se $K = \phi$)

$$\begin{cases} t=0 \rightsquigarrow K_{in} = \phi \quad E_{in} = mgh \\ t=t_f \rightsquigarrow K_f = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad E_f = \phi \end{cases}$$

⇝ La potenziale iniziale si è trasformata in cinetica finale, il tutto dentro l'energia meccanica!

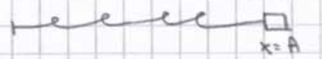
esempio:



$v = v_0$
$l = l_0 \Rightarrow x = 0$

trovare l'all. max della molla

$$\begin{cases} t=0 \quad K_{in} = \frac{1}{2} m v_{in}^2 \quad E_{p_{in}} = \phi \\ t=t_f \quad K_f = \phi \quad E_{p_f} = \frac{1}{2} k A^2 \end{cases}$$



$k A^2 = m v_{in}^2$

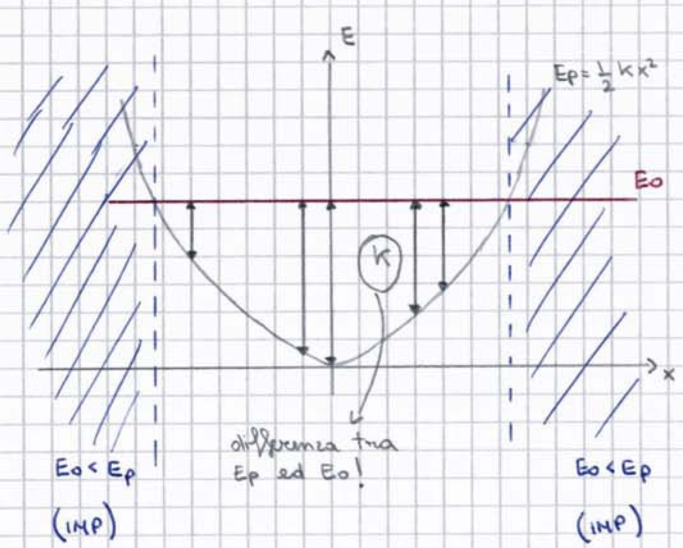
trovo A.

Osservazione:

forza elastica

$E_M = E_0$ costante $\begin{cases} K = \frac{1}{2} m v^2 \\ E_p = \frac{1}{2} k x^2 \end{cases}$

Ci dice $E_0 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$ che vuol dire che se $v \uparrow$, $x \downarrow$ e viceversa e inoltre che $E_0 \geq E_p$ come detto prima!



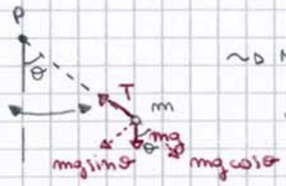
LEZIONE 13

4/4/2016

ESEMPI SIGNIFICATIVI

1) PENDOLO SEMPLICE

Massa puntiforme collegata a un filo vincolato L



~> MOTO CIRCOLARE => SR in coord. polari

arco di circonf.

$$\begin{cases} r = L \\ \theta = \theta(t) \end{cases}$$ ~> Per il moto occorre proiettare le F e le descrivo

CENTRIP) $mg\cos\theta - T = -m\dfrac{v^2}{L}$ ricavo T

TANG) $-mg\sin\theta = m\,a_T = m \cdot L \cdot \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

Usando le F arrivo a un'equazione diff.!

$$-g\sin\theta = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

C'è però un caso limite per cui si ottengono dei risultati in modo semplice:

$\underline{Hp}$: PICCOLE OSCILLAZIONI $\theta \sim 10°/15°$

In tal caso segue che $\lim \theta \to 0 \Rightarrow \sin\theta \to \theta$

Trovo che:

$$-\underbrace{\frac{g}{L}}_{>0}\theta = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

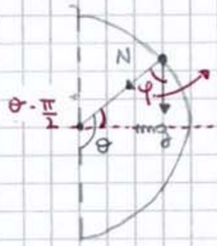
$$-\omega^2 x = \frac{d^2x}{dt^2}$$ forma del moto armonico!

$x \to \theta \qquad \omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$

e trovo che $\theta = A\cos(\omega t + \varphi)$ e

dunque $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

Dato che tale risultato vale solo per piccole variazioni, uso l'energia per evitare l'eq. diff.!



$\varphi = \frac{\pi}{2} - \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \pi - \theta$

CENTR) $N + mg\cos(\pi - \theta) = \frac{mv^2}{R}$

dato come abbiamo definito SR

$N = \frac{mv^2}{R} - mg\cos(\pi - \theta) \geq 0$ è la condizione da rispettare per il contatto

- Conoscendo v_0 ⇝ quanto vale θ_{MAX}?

$$\begin{cases} v_y = \phi \\ \frac{1}{2} m v_0^2 = mgR(1 - \cos\theta_{MAX}) \end{cases}$$ (ed è Acc solo se $\theta_{MAX} < \frac{\pi}{2}$)

- Quale deve essere v_0 tale per cui arrivi a $\theta_f = \pi$?

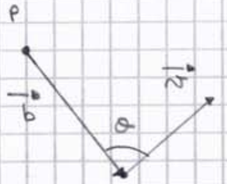
$$\begin{cases} \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mgR(1 - (-1)) \\ \frac{mv^2}{R} > mg\cos(\pi - \pi) = mg \qquad \frac{v^2}{R} > g \end{cases}$$

trovo v e la metto su trovando v_0!

MOMENTO ANGOLARE

(1) MOMENTO DI UN VETTORE RISPETTO AD UN POLO

punto qualsiasi scelto arbitrariamente



$$\boxed{\vec{M_v} = \vec{b} \times \vec{v}}$$

braccio: unisce polo al punto di applicazione di $\vec{v}$

⇝ cambiare polo = cambiare braccio = cambiare momento

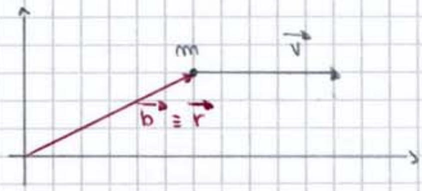
Proprietà:

- $\vec{M_v} = \phi$ se $\vec{b} = \phi$ (P = punto appl.)
  - se $\vec{v} = 0$
  - se $\vec{b} \parallel \vec{v}$ ($\sin(\theta) = \phi$)

II) MOMENTO ANGOLARE

È il momento della quantità di moto $\vec{q} = m\vec{v}$

* Se scelgo $P = O$ del mio SR (caso particolare)



$$\boxed{\begin{aligned}\vec{L} &= \vec{r} \times \vec{q} \\ &= \vec{r} \times m\vec{v}\end{aligned}}$$

Se lavoriamo in coordinate polari:

$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$ da cui

$\vec{L} = \vec{r} \times m(\vec{v}_r + \vec{v}_\theta)$

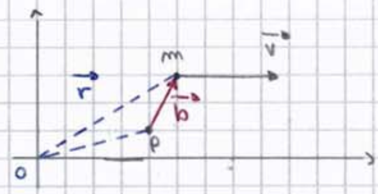
$\vec{v}_r \parallel \vec{r} \rightsquigarrow \vec{L}_r = \phi$

$\vec{v}_\theta \perp \vec{r} \rightsquigarrow \vec{L}_\theta \neq \phi$

Mi interessa solo la $\vec{L}_\theta = \vec{L}$! !

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{L} &= \vec{r} \times m\vec{v}_\theta \\ \vec{L} &= r\, m\, v_\theta = m r^2 \frac{d\theta}{dt} \qquad \text{dove } v_\theta = r\frac{d\theta}{dt}\end{aligned}}$$

* se scelgo $P \neq O$ del mio SR (caso generale)



$\vec{L}' = \vec{b} \times m\vec{v}$ dove so che $\vec{r} = \vec{OP} + \vec{b}$, ma:

$\vec{b} = \vec{r} - \vec{OP} = \vec{r} - \vec{r}_P$

vettore posizione del polo

$$\boxed{\vec{L}'_{P\neq O} = \vec{L}_{P=O} - (\vec{r}_P \times m\vec{v})}$$

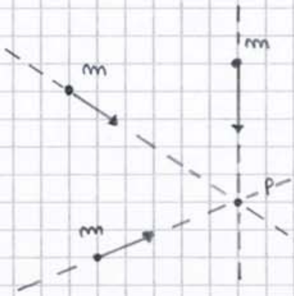
$L = mR^2 \omega$

$* \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F_T \underbrace{ds}_{R d\theta} = \int \underbrace{F_T R}_{M} d\theta = \int M \, d\theta$

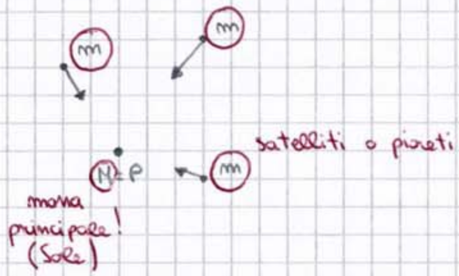
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 270

FORZE CENTRALI argomento da 25-26

Insieme di forze applicate a un punto materiale le quali hanno un aspetto comune: la retta di azione di ognuna di esse passa per un punto P fisso!



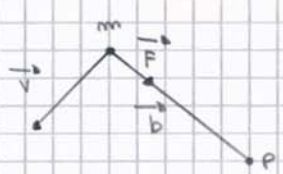
Un esempio di forza centrale è la gravitazionale:



(1) ASSUNTO: le forze centrali sono sempre conservative (non dimostriamo)

(2) ASSUNTO: L è costante se scelgo il polo P coincidente esattamente con il centro delle forze!

Perché è costante? $\vec{L} = \frac{d\vec{M}}{dt}$



$\vec{M} = \vec{b} \times \vec{F} = \emptyset$

MOTI RELATIVI argomento da voto alto

Parliamo di moti che hanno $v \ll c$!

1. SR IN MOTO RELATIVO
2. MOTO DI TRASCINAMENTO DI SR
3. ROTAZIONE DI SR

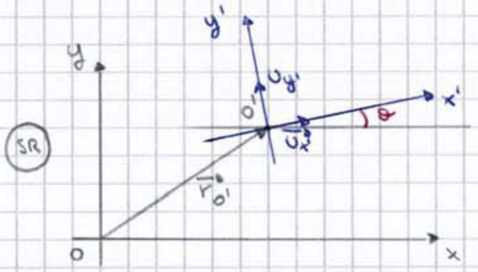
} CINEMATICA

4. DINAMICA NEI MOTI RELATIVI ⇝ FORZA APPARENTE

1 SR IN MOTO RELATIVO

SR è fisso
S'R' è in moto
} piano cartesiano

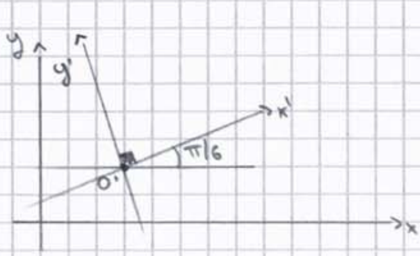
Obiettivo: cosa succede ai versori fondamentali ?



Per S'R' :
- creo l'origine O' che ha un $\vec{r}_{O'}$ su SR
- creo l'asse x' ⇝ necessita del suo versore $\vec{u}_{x'}$ (θ rispetto a x)
- " " y' come $\perp$ di x'

Esempio:

$$\vec{r}_{O'} = 3\vec{u}_x + 2\vec{u}_y \quad e \quad \theta = \frac{\pi}{6}$$



Dunque:

$\vec{r}_{O'}$ è il vettore posizione di O' in SR al tempo t=t

Noto che:

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{r}_{O'}(t)$$ dunque ho relazione tra SR e S'R'

(NB: $r_{O'}(t)$ e $\theta(t)$)

Ricavo che:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{r}_{O'}(t)$$

Detto ciò cosa capita a velocità e accelerazione?

A • <u>S'R' e TRASCINAMENTO PURO (θ = costante)</u>

$$\begin{cases} \vec{r}_{O'} = \vec{r}_{O'}(t) \\ \theta = \text{costante} \rightsquigarrow \vec{v}_{x'} = \text{costante} \end{cases}$$

<u>Velocità</u>:

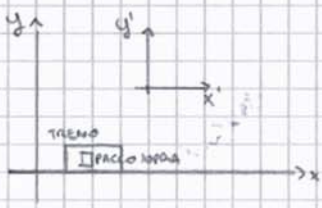
* $\vec{v}'$ in S'R' per t=t è data da $\frac{d\vec{r}'}{dt}$
* $\vec{v}$ in SR per t=t è data da $\frac{d\vec{r}}{dt}$

$$\rightsquigarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(\vec{r}'(t) + \vec{r}_{O'}(t))}{dt} = \vec{v}' + \frac{d\vec{r}_{O'}(t)}{dt} = \vec{v}' + \vec{v}_{O'}$$

⇝ velocità di O' in SR al tempo t=t

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{O'}}$$

esempio: treno a v_x = cost



$v_{O'} = 30 \text{ km/h} = \frac{30}{3,6} \text{ m/s}$

per osservatore sul treno (S'R') ⇝ pacco ha $v' = 0$

" " a terra (SR) ⇝ pacco ha $v \neq 0$

$\Rightarrow \quad V = 0 + \frac{30}{3,6}$

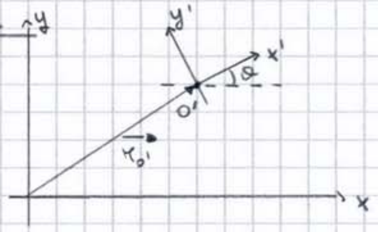
LEZIONE 15

44

7/6/2016

Riprendiamo il moto di S'R' roto + trascinamento

(B) • S'R' MOTO ROTO-TRASL



$\theta = \theta(t)$

$\vec{r}_{O'} = \vec{r}_{O'}(t)$

Come nel caso di solo trascinamento se derivo $\vec{r}_{O'}$ e poi $\vec{v}_{O'}$ trovo velocità e accelerazione di O' in SR

$$\vec{r}_{O'}(t) \rightsquigarrow \frac{d\vec{r}_{O'}}{dt} = \vec{v}_{O'}(t) \rightsquigarrow \frac{d\vec{v}_{O'}(t)}{dt} = \vec{a}_{O'}(t)$$

NOTE:

① Ma cosa vuol dire fare $\frac{d\vec{r}'}{dt}$?

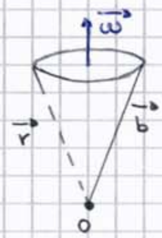
$\vec{r}' = x'\vec{u}_{x'} + y'\vec{u}_{y'} + z'\vec{u}_{z'}$ ma quando derivo devo fare attenzione al sistema di riferimento!

* Se derivo in S'R', $\vec{u}_{x'}$ = costante! $\rightsquigarrow$ $\frac{d\vec{r}'}{dt} = \underbrace{\frac{dx'}{dt}}_{v_{x'}}\vec{u}_{x'} + \underbrace{\frac{dy'}{dt}}_{v_{y'}}\vec{u}_{y'} + \underbrace{\frac{dz'}{dt}}_{v_{z'}}\vec{u}_{z'}$

* se derivo in SR, $\vec{u}_{x'} = \vec{u}_{x'}(t)$ in direzione $\rightsquigarrow$ derivo anche i versori

$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \underbrace{\frac{dx'}{dt}\vec{u}_{x'} + \frac{dy'}{dt}\vec{u}_{y'} + \frac{dz'}{dt}\vec{u}_{z'}}_{\vec{v}'} + \underbrace{x'\frac{d\vec{u}_{x'}}{dt} + y'\frac{d\vec{u}_{y'}}{dt} + z'\frac{d\vec{u}_{z'}}{dt}}_{\text{TERMINE AGGIUNTIVO}}$$

② Precessione: un vettore con modulo costante ruota a $\vec{\omega}(t)$



$\frac{d\vec{b}}{dt} \perp \vec{b}$

$\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{b}$

(SR) segue che $\frac{d\vec{u}_{x'}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{u}_{x'}$

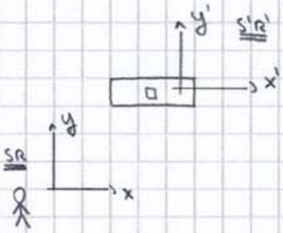
la conseguenza è che
$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = v' + x'\vec{\omega} \times \vec{u}_{x'} + y'\vec{\omega} \times \vec{u}_{y'} + z'\vec{\omega} \times \vec{u}_{z'}$$
$$= v' + \vec{\omega} \times (x'\vec{u}_{x'} + y'\vec{u}_{y'} + z'\vec{u}_{z'})$$
$$= v' + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 270

IV RIFERIMENTI ALLA DINAMICA

In generale $\vec{a} \neq \vec{a}'$ $\rightsquigarrow$ traiettorie $\neq$

esempio: treno che a $t=0$ ha $\vec{v}_{TRE} \neq 0$ e $\vec{a}_{TRE} \neq 0$ e che lascia cadere un pacco a $t=0$



$S'R' \rightsquigarrow \vec{a}_{O'} = \vec{a}_{TRENO} \rightsquigarrow \vec{a}_{O'} = a_{TRE}\,\vec{u}_{x'} = a_{TRE}\,\vec{u}_x$ $\quad \vec{u}_x = \vec{u}_{x'}$

$SR \rightsquigarrow \vec{a}_{PACCO} = \vec{g} = -g\,\vec{u}_y = \text{costante}$

vede solo l'accelerazione di gravità

$$SR \begin{cases} x & \text{MOTO RETT. UNIF.} \quad x = v_T \cdot t \\ y & \text{MOTO UNIF ACC.} \quad y = h = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

PARABOLA del pacco vista dall'uomo alla stazione (SR)

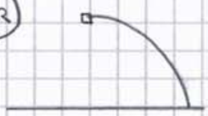
$S'R' \rightsquigarrow \vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_{O'}$ ma $\sigma = \text{costante} \rightsquigarrow \vec{\omega} = \vec{\gamma} = \phi$

$$\vec{a}' = a_{TRE}\,\vec{u}_{x'} - g\,\vec{u}_y$$

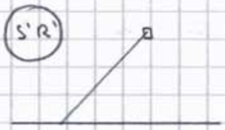
$$S'R' \begin{cases} x & \vec{a}'_x = a_{TRE}\,\vec{u}_{x'} \rightsquigarrow \text{MOTO UNIF. ACC.} \rightsquigarrow x' = -\frac{1}{2} a_{TRE} t^2 \\ y' & \vec{a}'_y = -g\,\vec{u}_y \rightsquigarrow \text{MOTO UNIF. ACC.} \rightsquigarrow y' = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

RETTA! $y(x)$

SR



S'R'



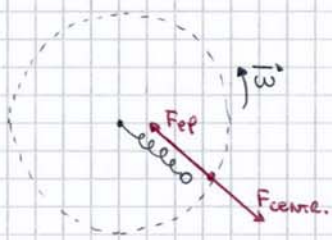
Cosa deduco?

se $\vec{a} \neq \vec{a}' \Rightarrow \vec{F} \neq \vec{F}'$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{F}' &= m\vec{a}' = m\left(\vec{a} - \vec{a}_{TRAS} - \vec{a}_{COR}\right) \\ &= \underset{(m\vec{a})}{\vec{F}} + \underset{-m\left(\vec{a}_{TRAS} + \vec{a}_{COR}\right)}{\vec{F}_{APPARENTE}} \end{aligned}}$$

ESEMPIO

Giostra



Riwetato: vedo che la molla si allunga

Osservatore su SR: c'è forza fisica (elastica)

$$\vec{F}_{el} = -k\,\Delta \ell\,\vec{u}_N$$

vede inoltre una traiettoria circolare, dunque c'è una accelerazione centripeta ⇝ la dinamica è soddisfatta:

$$-k\,\Delta\ell = -m\frac{v^2}{R} = -m\,\omega^2 R$$

Osservatore su S'R': $\vec{a}_{O'} = \phi$ e $\vec{\omega} \neq 0$

m è ferma ⇝ $\vec{a}' = \phi$

ma vedo che la molla è allungata, quindi vedo una forza fisica (elastica)

La dinamica non è soddisfatta:

$$-k\,\Delta\ell = m \cdot a' = \phi \quad \text{IMP perchè vedo } \Delta\ell$$

L'unico modo per risolverlo è introdurre la forza apparente:

$$-k\,\Delta\ell\,\vec{u}_N + \vec{F}_{APP} = \phi$$

$$|-k\Delta\ell| = |\vec{F}_{APP}| = \underbrace{m\,\omega^2 R}_{\text{FORZA CENTRIFUGA!}}$$

DINAMICA DEI SISTEMI e DI PUNTI MATERIALI

- Definizioni
- $\vec{q}$
- $\vec{L}$
- Urti
- osservazioni

DEFINIZIONE:

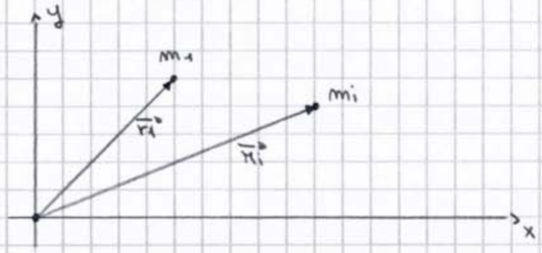
Insieme di N masse puntiformi ciascuna delle quali si muove indipendentemente dalle altre

Useremo degli indici $i = 1, ..., N$ dove m_i è la massa della particella i-esima.

Siccome ogni m_i è un punto materiale, allora $\forall m_i$ posso usare la dinamica del punto ($\vec{r_i}$, $\vec{v_i}$, $\vec{a_i}$, $\vec{F_i} = m_i \vec{a_i}$, $\vec{q_i} = m \vec{v_i}$ e $\vec{L_i} = \vec{r_i} \times m_i \vec{v_i}$ con $P \equiv O$)

Varranno anche tutte le relazioni:

$$\vec{M_i} = \frac{d\vec{L_i}}{dt} \quad e \quad \vec{F_i} = \frac{d\vec{q_i}}{dt}$$



$\forall$ PARTICELLA DEVO CONOSCERE LE ACCELERAZIONI PER TROVARE LE TRAIETTORIE!

(Servono anche le CI ma sono per noi superflue).

Dal momento che lo spazio è 3D, devo conoscere le 3 componenti di $\vec{a}$, dunque ho 3 gradi di libertà che mi servono:

3 equazioni: • $\vec{F_i} = m_i \vec{a_i}$ (3 COMPONENTI $\rightsquigarrow$ RISOLVO)

le relazioni su q_i e L_i o M_i a partire da F_i, come già detto, non è portare nuove info!