



Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2077A -

ANNO: 2017

A P P U N T I

STUDENTE: Aimar Mauro

**MATERIA: Ingegneria sismica (parte II), Teoria + esercizi -
prof. Ceravolo**

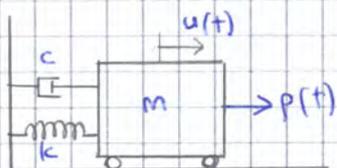
Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Metodi di integrazione diretta nel tempo

Si consideri un oscillatore semplice, il cui comportamento è descritto dall'equazione differenziale



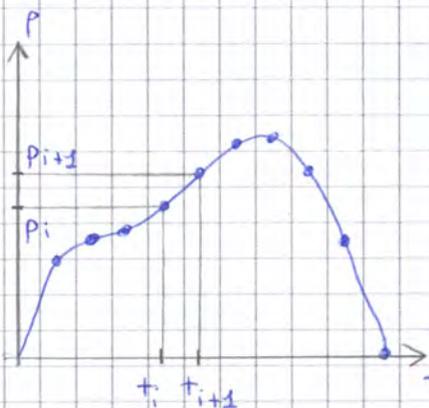
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1)$$

L'equazione può essere risolta con un metodo numerico di integrazione, detto **metodo di integrazione al passo** (o metodo di integrazione diretta nel tempo).

Questo è un metodo generale, valido per

→ sistemi lineari, anche se qui è più conveniente la convoluzione

→ sistemi non lineari, in cui la convoluzione (basata sul principio di sovrapposizione degli effetti) non è più utilizzabile e si usano altri metodi, che poi sono la base degli algoritmi nei codici agli elementi finiti.



Tale metodo prevede di **DISCRETIZZARE LA FORZANTE** p , ossia di vederla come definita a un tempo discreto (come se fosse campionata).
Di conseguenza, la forzante diventa un vettore contenente i valori assunti nei diversi istanti.

$$\{P\} = (P_0 \ P_1 \ P_2 \ \dots \ P_{i-1} \ P_i \ P_{i+1} \ \dots \ P_n)$$

Nel caso di un sistema, questo è costituito dalle masse per le accelerazioni

Da qui si calcolano spostamenti, velocità e accelerazioni per ciascun istante discreto.

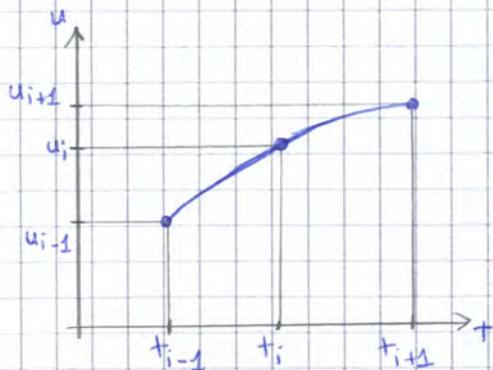
$$\{u\} = (u_0 \ u_1 \ u_2 \ \dots \ u_{i-1} \ u_i \ u_{i+1} \ \dots \ u_n)$$

$$\{\dot{u}\} = (\dot{u}_0 \ \dot{u}_1 \ \dot{u}_2 \ \dots \ \dot{u}_{i-1} \ \dot{u}_i \ \dot{u}_{i+1} \ \dots \ \dot{u}_n)$$

$$\{\ddot{u}\} = (\ddot{u}_0 \ \ddot{u}_1 \ \ddot{u}_2 \ \dots \ \ddot{u}_{i-1} \ \ddot{u}_i \ \ddot{u}_{i+1} \ \dots \ \ddot{u}_n)$$

2 Algoritmi espliciti: metodo delle differenze finite

Il metodo delle differenze finite è il più semplice tra gli algoritmi espliciti.



Tale metodo prevede di considerare 3 punti cui corrispondono un tempo e uno spostamento nel passato, nel presente e nel futuro, rispettivamente, e assume che la risposta che lega i tre punti sia una parabola, ossia si assume una LEGGE QUADRATICA.

$$u(t) = at^2 + bt + c \quad (4)$$

Imponendo le condizioni iniziali, si ricavano i coefficienti a , b e c e da qui si possono ottenere la derivata prima in corrispondenza di i (e la pendenza tra gli estremi) e la derivata seconda.

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t}$$

$$\ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2}$$

Queste costituiscono le espressioni che collegano lo stato futuro con il presente e il passato.

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} \quad (5)$$

$$\ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} \quad (6)$$

Espressione alle differenze

Per completare la definizione del metodo di integrazione al passo, occorre anche introdurre l'equazione del moto.

$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + ku_i = p_i \quad (2)$$

Sostituendo l'espressione alle differenze (5-6) nell'equazione del moto, si può ricavare l'incognita, cioè lo spostamento nel futuro u_{i+1} , che si può esprimere come

$$\hat{K}u_{i+1} = \hat{P}_i \quad (7)$$

dove

In questo modo, si può impostare l'ALGORITMO DEL METODO DELLE DIFFERENZE FINITE

I INIZIALIZZAZIONE

Si calcola l'accelerazione iniziale a partire dai parametri iniziali di stato, mediante l'equazione di equilibrio.

$$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \quad (8)$$

Dall'accelerazione, l'algoritmo calcola lo spostamento fittizio u_{-1} .

$$u_{-1} = u_0 - \Delta t \dot{u}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_0$$

Da qui si determinano i parametri \hat{k} , a e b

$$\hat{k} = \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t}$$

$$a = \frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t}$$

$$b = k - \frac{2m}{(\Delta t)^2}$$

II PASSO 1

Nota la forzante p_0 all'istante 0, si determina il valore \hat{p}_0 .

$$\hat{p}_0 = p_0 - a u_{-1} - b u_0$$

Da qui si ricava lo spostamento u_1 all'istante 1 ~~e le corrispondenti velocità e accelerazioni.~~

$$u_1 = \frac{\hat{p}_1}{\hat{k}}$$

III PASSO i

Si ripete il ciclo, valutando il valore \hat{p}_i dalla forzante p_i .

$$\hat{p}_i = p_i - a u_{i-1} - b u_i$$

Lo spostamento conseguente u_{i+1} vale

Questa espressione è messa a sistema con l'equazione del moto scritta nell'istante $i+1$.

$$m\ddot{u}_{i+1} + c\dot{u}_{i+1} + ku_{i+1} = P_{i+1} \quad (3)$$

Si ottiene così un sistema in 3 incognite, corrispondenti ai parametri u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} , \ddot{u}_{i+1} all'istante $i+1$ e la soluzione si può esprimere come

$$\hat{k} u_{i+1} = \hat{P}_i \quad (12)$$

dove

$$\hat{k} = k + \frac{2c}{\Delta t} + \frac{4m}{(\Delta t)^2}$$

$$\hat{P}_i = P_{i+1} + c \left[\frac{2u_i}{\Delta t} + \dot{u}_i \right] + m \left[\frac{4u_i}{(\Delta t)^2} + \frac{4\dot{u}_i}{\Delta t} + \ddot{u}_i \right]$$

Si può notare che ora la definizione di \hat{k} richiede anche la definizione della rigidità k , mentre in un metodo esplicito questo non è richiesto e bastano massa m e smorzamento c .

Da qui si derivano poi velocità e accelerazioni.

$$\dot{u}_{i+1} = \frac{2}{\Delta t} (u_{i+1} - u_i) - \dot{u}_i$$

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{1}{m} (P_{i+1} - c\dot{u}_{i+1} - ku_{i+1})$$

Occorre infine prestare sempre attenzione all'INIZIALIZZAZIONE, cioè a impostare le condizioni iniziali:

le condizioni iniziali sono date dai parametri di stato iniziale u_0 e \dot{u}_0 .

È richiesta anche l'accelerazione iniziale, ma questa si può ricavare con l'equazione di equilibrio dinamico.

$$\ddot{u}_0 = \frac{P_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \quad (13)$$

↳ Metodi impliciti: metodo di Newmark

Nel 1959, Newmark definì una famiglia di metodi di integrazione al passo, che sfruttano delle espressioni alle differenze che legano velocità e spostamento all'istante $i+1$ ai parametri di stato all'istante i e all'accelerazione all'istante $i+1$.

$$\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + [(1-\gamma)\Delta t] \ddot{u}_i + (\gamma\Delta t) \ddot{u}_{i+1} \quad (14)$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta t \dot{u}_i + [(0,5-\beta)(\Delta t)^2] \ddot{u}_i + [\beta(\Delta t)^2] \ddot{u}_{i+1} \quad (15)$$

Espressioni alle differenze

Queste relazioni ricordano le espressioni alle differenze del metodo dell'accelerazione media () ma ora questa è una forma parametrica dipendente dai parametri γ e β , che governano l'accuratezza e la stabilità del metodo.

Si può notare che, per

$$\gamma = 0,5 \quad \beta = 1/4$$

si ottiene il metodo dell'accelerazione media, che è un membro della famiglia definita dal metodo di Newmark.

D'altra parte, per

$$\gamma = 0,5 \quad \beta = 1/6$$

si ottiene il metodo dell'accelerazione lineare.

Ciò significa che il metodo dell'accelerazione media è un metodo incondizionatamente stabile, cioè è sempre stabile e tale procedura porta a soluzioni limitate indipendentemente dalla lunghezza del time-step.

Es. Si consideri un oscillatore semplice soggetto a forzante armonica.

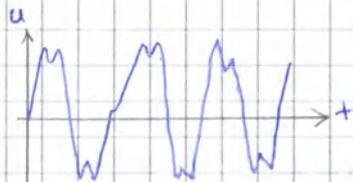
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = \sin(2\pi t) \quad \omega_n = 8\pi \quad \zeta = 0,05$$

Il periodo proprio del sistema vale

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{1}{4}$$

La risposta è ottenuta attraverso il metodo delle differenze finite, che è stabile quando

$$\frac{\Delta t}{T_n} < \frac{1}{\pi} \Rightarrow \Delta t < \frac{T_n}{\pi} = \frac{1}{4\pi} = 0,0796$$



Risolvendo con un tempo Δt pari a

$$\Delta t = 0,07$$

la soluzione ha delle piccole oscillazioni ma è stabile.

Passando a

$$\Delta t = 0,01$$

la qualità è migliore. Adottando invece

$$\Delta t = 0,08$$

avviene una completa instabilizzazione.



In base a questi aspetti, diventa importante la scelta del time-step:

questo deve essere piccolo in modo da evitare instabilizzazione ma, d'altra parte, ciò comporta un maggiore onere computazionale.

Nel caso di SISTEMI A 1 GRADO DI LIBERTÀ, la scelta di Δt è basata sul CRITERIO DI NYQUIST, perché è più restrittivo.

STABILITA'

Se il passo di integrazione scelto non è abbastanza piccolo, i metodi delle differenze centrali e di Newmark si instabilizzano, dando luogo a risultati privi di senso. I requisiti specifici per avere stabilità sono :

$$CDiff.: \frac{\Delta t}{T_n} < \frac{1}{\pi}; \quad \text{Newmark} : \frac{\Delta t}{T_n} < \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{\gamma - 2\beta}$$

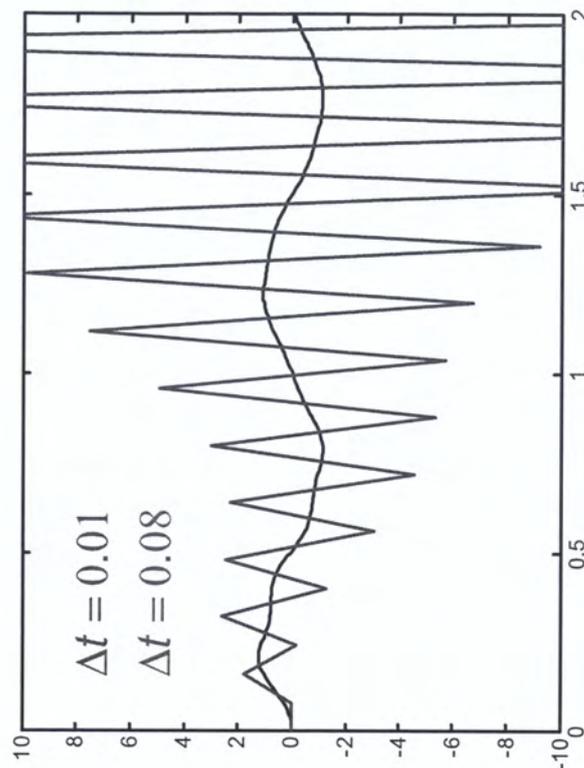
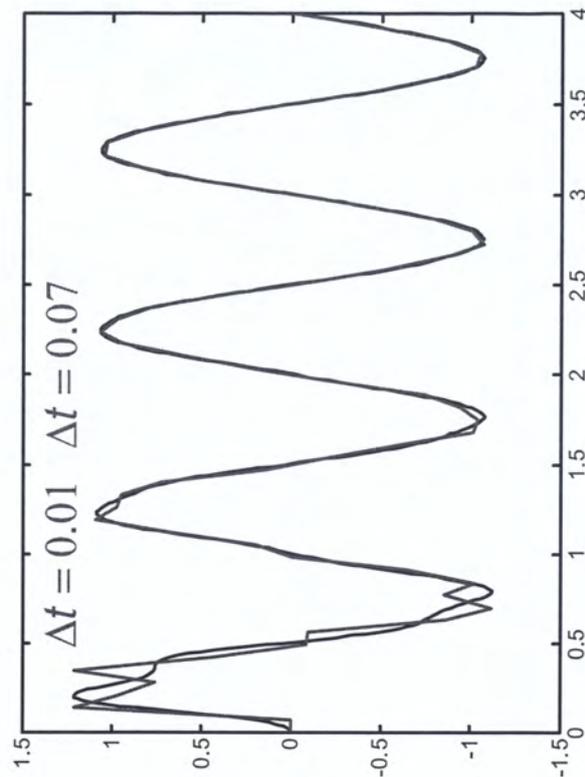
Conseguentemente il metodo dell'accelerazione media è **incondizionatamente stabile**, ossia la procedura porta a soluzioni confinate qualsiasi sia la lunghezza del passo di integrazione.

Esempio

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = \sin(2\pi t)$$

$$\omega_n = 8\pi \quad k = 1 \quad \zeta = 0.05$$

Metodo delle differenze finite: $\Delta t < 0.0796$



Non avendo più la matrice di smorzamento, se la matrice delle masse $[m]$ è diagonale (cioè nei lumped mass systems), si ottengono delle equazioni disaccoppiate poiché ogni equazione ha solo l'incognita $(u_{i+1})_i$ e in pratica il sistema è già risolto, poiché non occorre invertire la matrice.

⇒ NEI SISTEMI NON LINEARI A MASSE CONCENTRATE, L'ALGORITMO ESPlicito PORTA AL DISACCOPPIAMENTO DELLE EQUAZIONI

→ metodo dell'accelerazione media (metodo implicito)

In questo caso, l'equazione risolvibile assume la seguente forma

$$\left[[k] + \frac{2[c]}{\Delta t} + \frac{4[m]}{(\Delta t)^2} \right] \{u\}_{i+1} = \{\hat{p}\}_i$$

$$\left[[k] + \frac{2[c]}{\Delta t} + \frac{4[m]}{(\Delta t)^2} \right] \{u\}_{i+1} = \{\hat{p}\}_i \quad (24)$$

Anche se la matrice $[m]$ fosse diagonale, la matrice $[k]$ ora è simmetrica e non diagonale e non si può fare il disaccoppiamento.

⇒ NEI SISTEMI NON LINEARI, L'ALGORITMO IMPLICITO NON PORTA AL DISACCOPPIAMENTO DELLE EQUAZIONI

Nei sistemi a più gradi di libertà, un aspetto fondamentale è la **sovrapposizione modale**:

tale operazione richiede che il sistema sia lineare, ossia i modi di vibrare sono definiti in campo lineare.

Quando si esegue l'analisi al passo, in teoria si può non fare l'analisi modale.

D'altra parte, in campo lineare, l'analisi modale porta a dei benefici rispetto all'integrazione diretta. Infatti, nel calcolo della risposta a un terremoto, ~~non~~ alcuni modi possono essere ignorati nell'analisi modale perché sono poco importanti o possono destabilizzare l'integrazione al passo.

⇒ con l'analisi modale, si possono selezionare le equazioni associate ai modi più importanti e scartare le equazioni destabilizzanti.

OSCILLATORE ELASTO-PLASTICO

1 Finora si è vista la DINAMICA SISMICA, ossia il comportamento delle strutture sotto azioni sismiche.

Si introducano ora le STRATEGIE ANTI-SISMICHE e, per fare questo, si esce dal concetto di linearità nel comportamento delle strutture.

Infatti, a livello di norma un terremoto intenso corrisponde in genere a

$$PGA = 0,35g$$

L'amplificazione che si ha nella struttura dipende dalla struttura stessa, ma buona parte degli edifici cade nella zona di amplificazione massima del terremoto ($T = 0,5 \div 0,6s$) e lo smorzamento vale circa il 5%.

Di conseguenza, secondo l'approccio lineare, mediamente una struttura presenta un'amplificazione di 2,5 e dunque può subire un'accelerazione pari a

$$a = 1g$$

Di fatto, è come se si ribaltasse la struttura, ma così ben poco rimarrebbe integro.

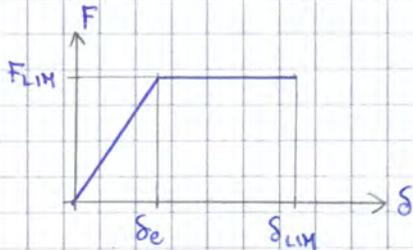
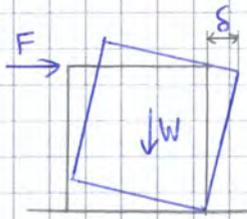
Nella realtà, anche quando avvengono terremoti distruttivi, una buona quota di edifici rimane in piedi, nonostante i calcoli dicano il contrario.

Ciò si deve al fatto che **il comportamento delle strutture non è elastico lineare.**

Così, per avvicinarsi alla realtà, occorre rimuovere l'ipotesi di linearità.

D'altro canto, si vuole cercare di rimanere legati al calcolo lineare, per evitare eccessive complicazioni.

⇒ bisogna trovare un modo semplice per tenere conto della non linearità in strumenti come lo spettro di risposta, etc.



mento elastico-fragile.

Nella configurazione B, invece, il blocco tende a ruotare e, in questa situazione, la forza stabilizzante è il peso proprio, che ora è molto importante (prima determinava solo una piccola pressoflessione). Se si risolve il problema cinematico, si trova un andamento forze-spostamenti che si sviluppa fino a δ_{LIM} , al quale il blocco si ribalta.

In questo caso, la legge è di tipo duttile e la duttilità si definisce come rapporto tra spostamento limite (o ultimo) δ_u e spostamento limite elastico δ_e .

$$\mu = \frac{\delta_u}{\delta_e} \quad \text{Duttilità}$$

Si come il sistema B è duttile, la rottura non avviene al raggiungimento di una certa tensione, bensì al raggiungimento di un massimo spostamento.

Tra i due sistemi, il comportamento migliore è assunto dal sistema B:

nella configurazione A, la rottura avviene a un certo valore di carico. Nella configurazione B, la rottura non avviene non appena il carico giunge a un certo valore. Così se il sistema giunge a quel valore, questo oscilla e cambia di segno e la struttura si salva.

Dunque Hauser ha osservato che strutture dotate di duttilità, anche se prive di dissipazione (comportamento non lineare ma non isteretico), presentano dei vantaggi.

Infatti, in genere **la presenza di duttilità migliora drasticamente il comportamento della struttura.**

Questo spiega perché il comportamento reale delle strutture sia migliore di quello in campo elastico.

Sostituendo tale definizione nell'equazione (5), si ottiene la seguente equazione.

$$\ddot{u} + 2\gamma \omega_n \dot{u} + \omega_n^2 f_s(\mu; \dot{u}) = -\frac{\omega_n^2}{\eta}$$

$$\ddot{u} + 2\gamma \omega_n \dot{u} + \omega_n^2 \tilde{f}_s(\mu; \dot{u}) = -\frac{\omega_n^2}{\eta} \quad (7)$$

Questa scrittura è comoda per le simulazioni e, in essa, interviene il **fattore di resistenza**, definito come

$$\eta = \frac{f_y}{m|\ddot{u}_g|_{\max}} = \frac{a_y}{|\ddot{u}_g|_{\max}} \quad \text{Fattore di resistenza} \quad (8)$$

a_y = accelerazione massima cui può essere soggetto il sistema

Il rapporto dà un'idea di quanto l'oscillatore sia resistente rispetto al terremoto somministrato:

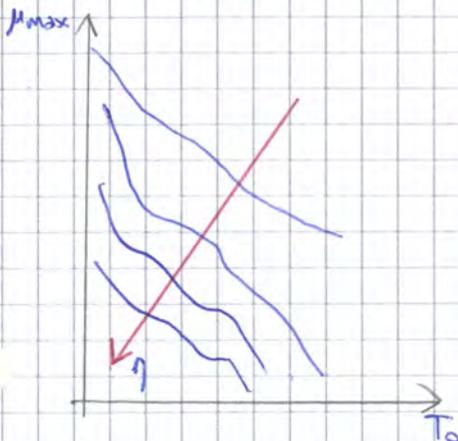
se il fattore η è grande, si sta somministrando un terremoto poco importante a una struttura forte;

se il fattore η è piccolo, si sta somministrando un terremoto importante a una struttura debole.

L'equazione dinamica (7) è risolta secondo il metodo di integrazione al passo di Newmark, per diversi valori del periodo proprio T_0 .

↓ il periodo proprio può essere legato alla rigidità nella fase elastica. Infatti, dividendo rigidità per massa, si ottiene la pulsazione e da qui il periodo proprio. Infatti, il vantaggio della legge di Prandtl è che, in fase elastica, si può calcolare il periodo proprio.

Risolvendo l'equazione per diversi valori di η , si ottiene un grafico contenente una serie di curve.



Queste curve sono degli spettri di risposta ma, sono diversi rispetto agli spettri classici perché l'ordinata non è uno spostamento, bensì uno **SPOSTAMENTO ADIMENSIONALIZZATO**, che rappresenta il parametro di duttilità. Inoltre, questo spettro è uno **SPETTRO NON LINEARE** (segue la legge di Prandtl e considera la duttilità) e **ISTERETICO** (considera la dissipazione).

SPETTRI DI RISPOSTA ELASTOPLASTICI

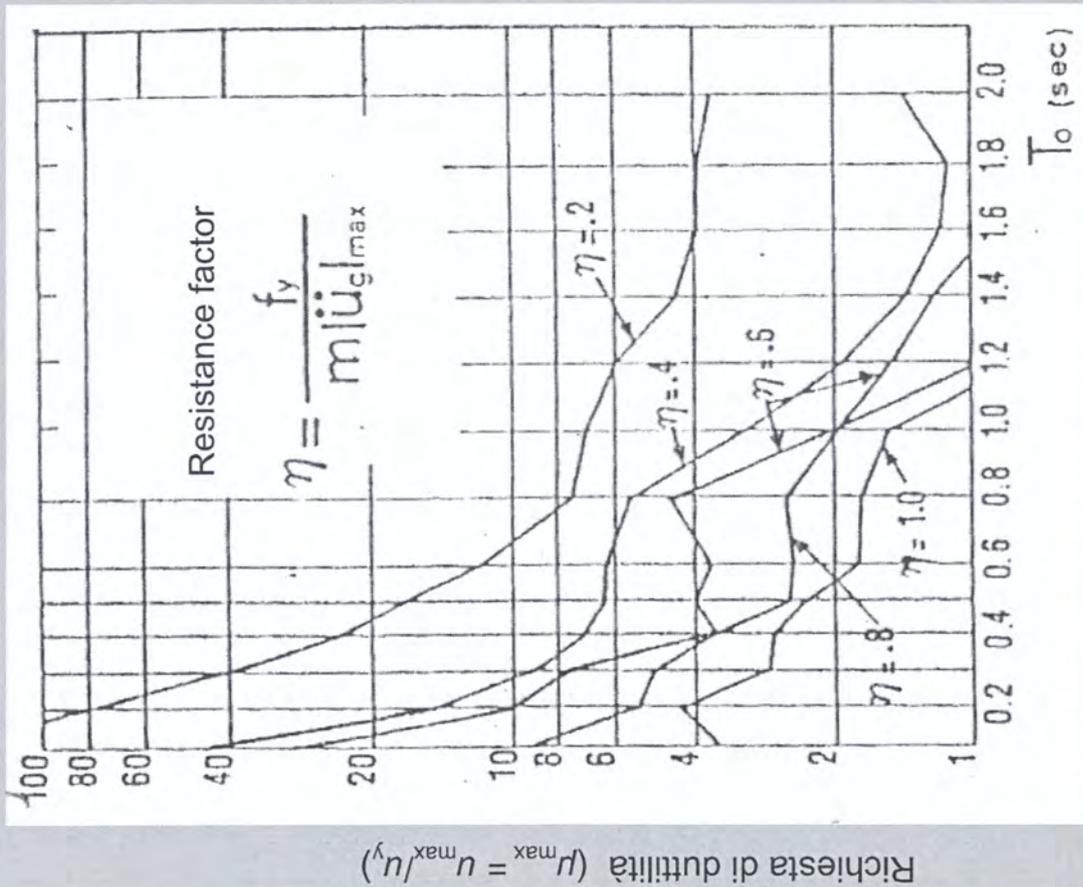
Gli spettri di risposta vengono tracciati per le seguenti quantità:

$$D_y = u_y \quad V_y = \omega_n u_y \quad A_y = \omega_n^2 u_y$$

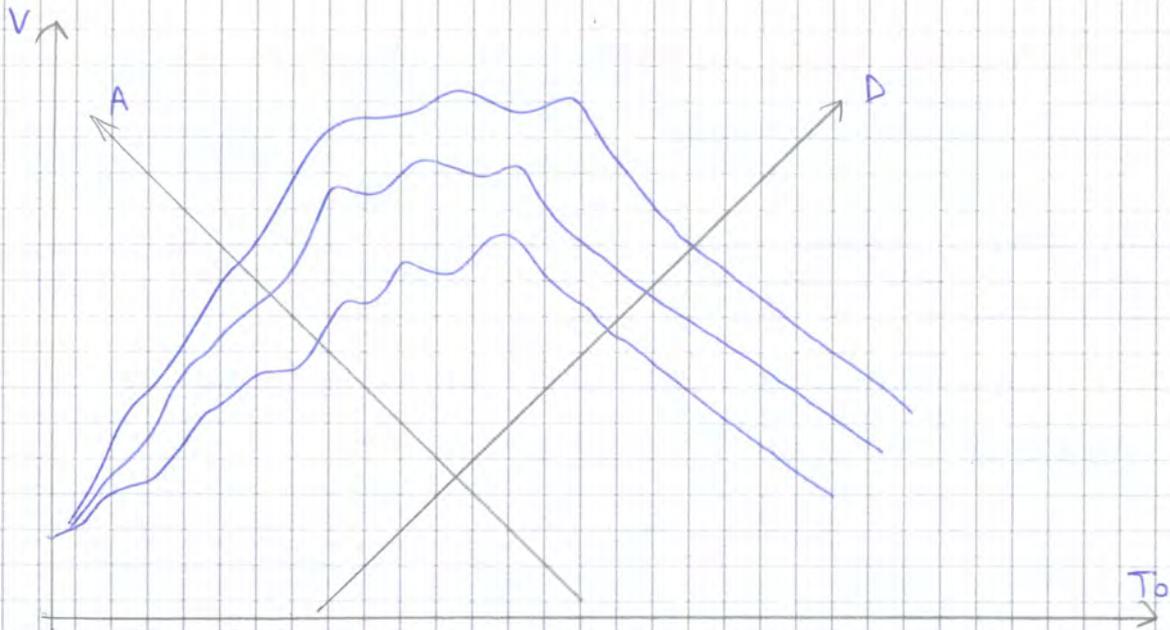
Si noti che D_y è lo spostamento a snervamento u_y del sistema elastoplastico, non lo spostamento di picco. Un diagramma di D_y in funzione di T_n per valori prefissati del fattore di duttilità μ è denominato *spettro di risposta dello spostamento di snervamento*. Seguendo le definizioni relative ai sistemi elastici lineari, gli omologhi diagrammi di V_y e A_y vengono chiamati rispettivamente *spettro di risposta delle pseudo-velocità e spettro di risposta delle pseudo-accelerazioni*.

Le quantità D_y , V_y , e A_y possono essere rappresentate in un unico diagramma logaritmico di tipo "four-way", in analogia con i sistemi lineari. Ciò è possibile perché continuano a valere le seguenti relazioni

$$\frac{A_y}{\omega_n} = V_y = \omega_n D_y \quad \text{or} \quad \frac{T_n}{2\pi} A_y = V_y = \frac{2\pi}{T_n} D_y$$



Oscillatore elastoplastico: richiesta di duttilità per valori differenti del fattore di resistenza η (smorzamento relativo $\zeta=5\%$)



Il G-way diagram presenta degli spettri elasto-plastici in cui, a destra, non c'è più convergenza sul valore di P.G.D.

In realtà, i rami sono paralleli in quella zona ma sono distinti perché nel diagramma non si rappresenta lo spostamento spettrale, bensì lo spostamento a snervamento.

I grafici sono definiti per valori costanti di duttilità e lo spostamento spettrale si trova moltiplicando il valore del grafico per la duttilità.

L'impostazione è diversa rispetto allo spettro di risposta di Newmark:

Lo spettro di Newmark ha in ordinata la richiesta di duttilità. Secondo tale spettro, in una struttura si esegue una verifica di duttilità, ossia si calcola la duttilità e si confronta con il valore operativo.

Questo modo operando è molto diverso rispetto alla progettazione tradizionale, basata sulla resistenza. Del resto, la duttilità di una struttura è poco facile da calcolare.

In genere, si lavora al contrario:

si fissa la duttilità pari alla duttilità disponibile e, noto il periodo proprio T_0 , si ottiene l'accelerazione spettrale grazie alla relazione

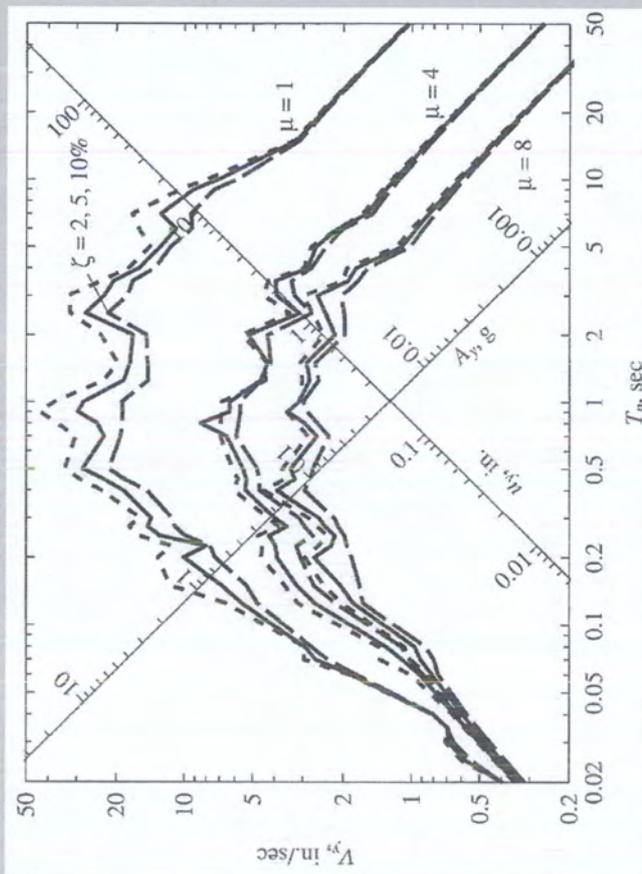
$$\eta = \frac{F_y}{m \text{PGA}} = \frac{a_y}{\text{PGA}}$$

In questo senso, per ogni punto dello spettro di risposta, si fissa il valore di duttilità e si ricava il parametro η , da cui si ottiene l'accelerazione spettrale.

In questo modo, punto per punto si costruisce lo spettro delle accelerazioni per un valore fissato di duttilità.

EFFETTI RELATIVI DELLO SMORZAMENTO E DELLO SMORZAMENTO

Il diagramma successivo mostra spettri di risposta ottenuti con tre valori diversi dello smorzamento viscoso: $\zeta=2, 5, \text{ e } 10\%$. Per i medesimi valori di smorzamento, sono presentati anche gli spettri associati a due diversi fattori di duttilità: $\mu=4 \text{ e } \mu=8$.



RELAZIONI TRA SPETTRI DI RISPOSTA ELASTICI ED ELASTOPLASTICI

L'analisi statistica su tipici spettri di risposta elastoplastici porta ai seguenti risultati, validi nei diversi intervalli di periodo naturale:

A) $T > 1 \div 2 \text{ s} \Rightarrow$

$$S_{dp} = \mu \cdot D_y \cong D$$

B) $0,2 \div 0,3 < T < 1 \div 2 \text{ s} \Rightarrow$

$$S_{vp} = \omega_n \cdot D_y \cong V$$

C) $T < 0,2 \div 0,3 \text{ s} \Rightarrow$

$$S_{ap} = \omega_n^2 \cdot D_y \cong A$$

dove:

- D, V e A sono rispettivamente i valori spettrali dello spostamento, velocità e accelerazione, con riferimento al corrispondente oscillatore elastico.

- S_{dp}, S_{vp} e S_{ap} (o $\mu D_y, V_y$ e A_y) sono rispettivamente i valori spettrali dello spostamento, velocità e accelerazione, con riferimento all'oscillatore elastoplastico.

Relazioni tra spettri di risposta elastici ed elasto-plastici

Si è capito che non conviene lavorare con gli spettri elastici in quanto essendo prudenziali eccessivamente, essi non sono attendibili!

Pertanto, occorre costruire tanti spettri elasto-plastici ma questa idea ha delle controindicazioni, poiché il comportamento è complesso e può essere poi difficile estendere il concetto a sistemi a più gradi di libertà.

L'impostazione seguita nella pratica, in effetti, è diversa:

si parte dallo spettro elastico lineare e **si modifica lo spettro elastico lineare** tenendo conto del concetto di duttilità.

Questa operazione si basa su alcune osservazioni fatte sui risultati dell'investigazione numerica da parte di Newmark.

→ per periodi elevati (oltre $1 \div 2$ s), lo spostamento spettrale dell'oscillatore elasto-plastico S_{dp} è simile allo spostamento spettrale D corrispondente oscillatore reale (avente cioè la stessa rigidità in campo elastico).

$$T > 1 \div 2 \text{ s} \Rightarrow S_{dp} = \mu D_y \sim D \quad (12)$$

In altri termini, per periodi elevati, gli spettri di spostamento elastico ed elasto-plastico sono simili e si parla di **equivalenza degli spostamenti dello spettro elastico e dello spettro elasto-plastico**.

→ nel campo intermedio di periodi propri, sono simili le velocità spettrali.

$$0,2 \div 0,3 \text{ s} < T < 1 \div 2 \text{ s} \Rightarrow S_{vp} = w_n D_y \sim V \quad (13)$$

Si parla ora di **equivalenza delle velocità spettrali**.

→ nel campo a piccoli periodi propri, sono simili le accelerazioni spettrali.

$$T < 0,2 \div 0,3 \text{ s} \Rightarrow S_{ap} = w_n^2 D_y \sim A \quad (14)$$

Si parla di **equivalenza delle accelerazioni spettrali**.

$$S_{ap} \sim \frac{A}{\mu}, \quad T > 1 \div 2 \text{ s} \quad (16)$$

Così, nel campo a periodi propri elevati, lo spettro di risposta elasto-plastico si ottiene dallo spettro elastico dividendone l'ordinata per la duttilità.

Se una struttura è ben progettata, essa assume duttilità 5 e l'ordinata spettrale elasto-plastica è molto ridotta rispetto a quella elastica (è solo 1/5).

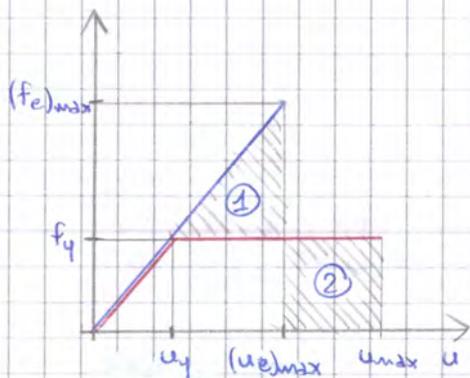
→ zona di equivalenza delle velocità

In questo caso, vale la relazione

$$S_{up} = V \quad (13)$$

Ciò significa che, nel ciclo dove è raggiunto lo spostamento massimo, la velocità è uguale nell'oscillatore elastico ed elasto-plastico.

Se la velocità è uguale, allora è uguale l'energia cinetica. D'altra parte, in un singolo ciclo, l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale.



Si può allora fare una equivalenza in termini di energia potenziale:

quando l'oscillatore elastico è allungato, questo si allunga fino al massimo $(u_e)_{max}$. L'oscillatore elasto-plastico è invece allungato fino a u_{max} .

Il primo tratto è in comune e dunque l'energia potenziale (area sottesa alla curva) è la stessa per quel tratto.

Perché valga l'uguaglianza di energia, devono eguagliarsi le aree ① e ②.

$$A_1 = A_2$$

$$\frac{1}{2} k [(u_e)_{max} - u_y]^2 = f_y \cdot [u_{max} - (u_e)_{max}]$$

$$\frac{1}{2} k [(u_e)_{max} - u_y]^2 = k u_y [u_{max} - (u_e)_{max}] \quad \text{ma } f_y = k u_y$$

$$\frac{1}{2} [(u_e)_{max}]^2 + \frac{1}{2} u_y^2 - (u_e)_{max} u_y = u_y u_{max} - u_y (u_e)_{max} \quad (17)$$

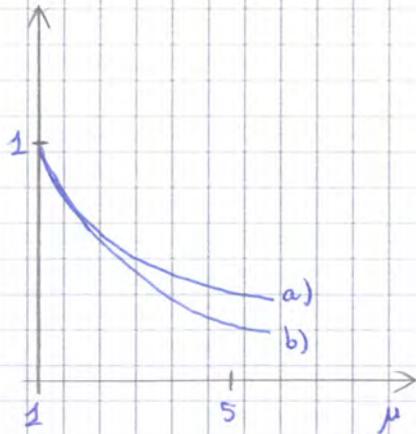
Detto ciò, se si diagrammano

a) Fattore di riduzione relativo all'equivalenza energetica

$$\frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

b) Fattore di riduzione relativo all'equivalenza di spostamento

$$\frac{1}{\mu}$$



In funzione della duttilità μ , si nota che i due fattori non portano a risultati molto diversi nel range di frequenze della duttilità, cioè

$$1 < \mu < 5$$

elasticità

↳ valore massimo tipo

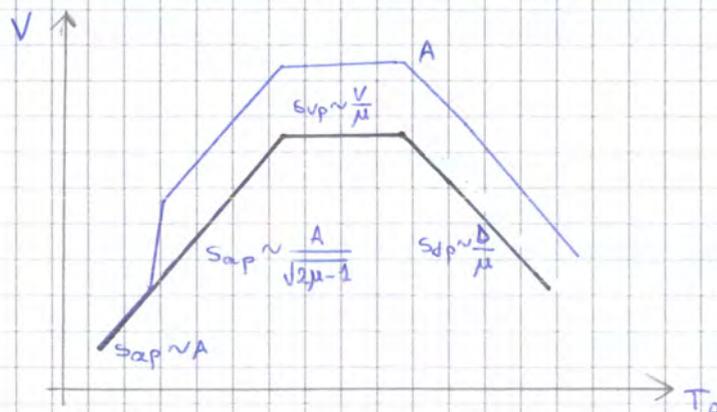
In fatti, la norma europea assume solo il criterio di EQUIVALENZA DI SPOSTAMENTO, cioè solo

$$\frac{1}{\mu}$$

D'altra parte, il criterio di equivalenza energetica si dimostra essere affidabile solo in presenza di frequenze molto elevate, mentre l'altro criterio no perché tende a prevalere la dissipazione viscosa.

Dal punto di vista pratico, questo si traduce nel G-way diagram in **spettri di progetto a duttilità costante**:

essi sono degli spettri di risposta media o associati a un certo frattile (probabilità di non superamento), ottenuti mediando spe e semplificando spettri reali e tenendo conto della duttilità.

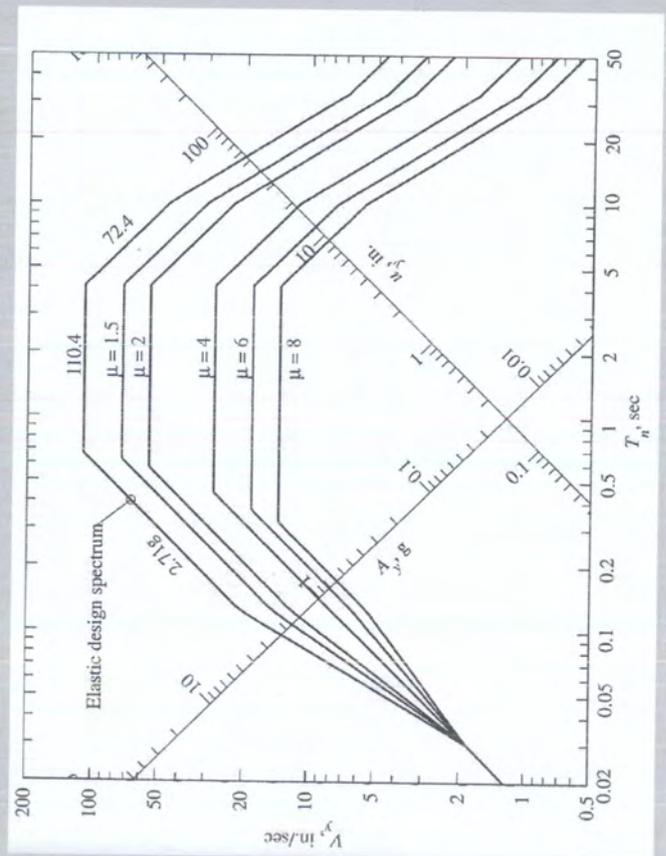


Esempio

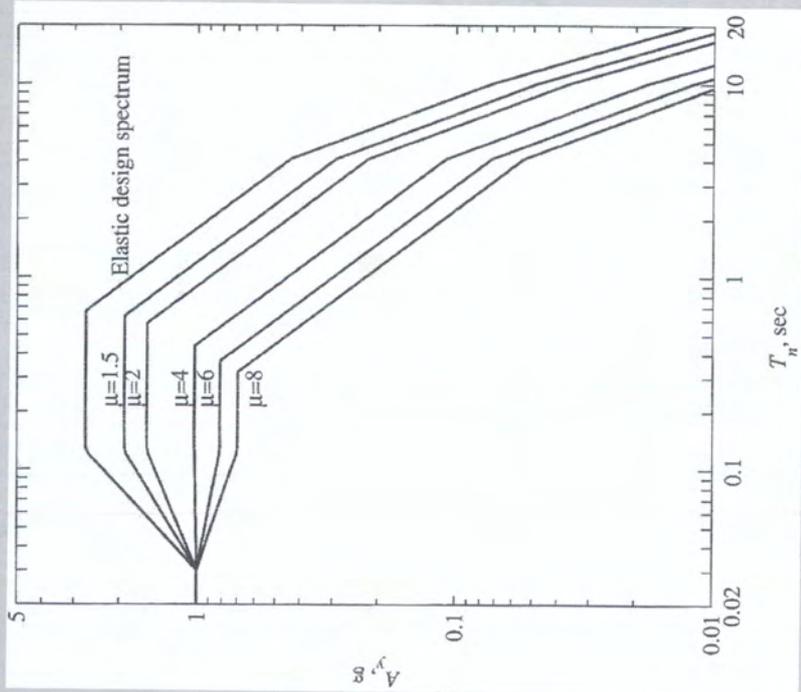
Si considerino accelerogrammi su suolo rigido con accelerazione, velocità e spostamento di picco rispettivamente:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{go} &= 1g \\ u_{go} &= 48 \text{ in/s} \\ u_{go} &= 36 \text{ in.} \end{aligned}$$

Lo spettro di progetto della pseudo-velocità (V_y) con percentile 84.1 viene ottenuto per sistemi elastoplastici con smorzamento $\zeta=5\%$ e fattore di duttilità $\mu=2\div 8$ (figura sotto).



A partire dalla pseudo-velocità (V_y), lo spettro di progetto della pseudo-accelerazione (A_y) è stato rappresentato secondo due modalità: in scale logaritmiche e in scale lineari.



Spettro di risposta inelastico delle pseudo-accelerazioni (percentile: 84.1) in scale logaritmiche

Questo spettro tiene in conto in modo rigoroso della duttilità

→ nella zona governata dalle accelerazioni ($T < 0,3 s$), si applica il principio di equivalenza delle accelerazioni e gli spettri coincidono con lo spettro elastico.

$$S_{ap} \sim A$$

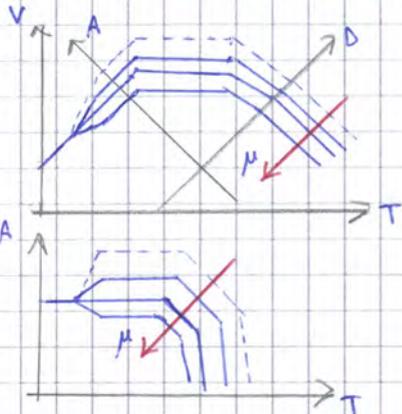
→ nella zona intermedia, si applica il principio di equivalenza energetica

$$S_{ap} \sim \frac{A}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

→ nella zona a periodi propri elevati, si applica il principio di equivalenza degli spostamenti.

$$S_{ap} \sim \frac{A}{\mu}$$

Visto che ciascuno spettro di risposta è definito per un valore di duttilità, si può vedere come variano le curve al variare della duttilità.



Partendo dallo spettro di risposta elastico (sia nel sistema n -way diagram sia nella rappresentazione di norma), gli spettri di progetto sono più bassi e il punto di piega a sinistra si sposta, all'aumentare della duttilità.

Così c'è un beneficio nell'accelerazione spettrale per effetto della presa in conto della duttilità.

$$W_e = \int_V \{\delta u\}^T \{F\} dV + \int_S \{\delta u\}^T \{\phi\} dS + \sum_{i=1}^n \{\delta u\}_i^T \{F_i\}$$

Uguagliando i due termini, si ottiene la formulazione più generale.

Introducendo la discretizzazione agli elementi finiti, a ciascun elemento si associa una matrice di rigidità locale scritta nel sistema di riferimento locale (calcolata con espressioni standard). Mediante assemblaggio, si ottiene la matrice globale $[K]$ che rappresenta la rigidità del sistema nel sistema di riferimento globale.

In questo caso, lo spostamento $\{u\}$ si esprime come

$$\{u\} = [N] \{d\}$$

$\{d\}$ = spostamenti in corrispondenza dei nodi del modello, funzione del tempo

$[N]$ = matrice di funzioni di forma, funzione dello spazio

Derivando la relazione () rispetto al tempo, si ricava l'accelerazione.

$$\{\ddot{u}\} = [N] \{\ddot{d}\}$$

Derivando la relazione rispetto allo spazio, si ottiene la deformazione

$$\{\varepsilon\} = [B] \{d\}$$

dove

$$[B] = \frac{\partial [N]}{\partial \{x\}}$$

Nel modello, occorre anche introdurre l'equazione costitutiva e si assume che il materiale abbia comportamento elastico lineare, caratterizzato dalla matrice dei moduli elastici $[E]$.

$$\{\sigma\} = [E] \{\varepsilon\}$$

L'espressione può essere scritta in forma più compatta, come

$$[m] \{\ddot{d}\} + [k] \{d\} = \{p(t)\}$$

d = spostamento nodale (a volte, in notazione, è indicato con u)

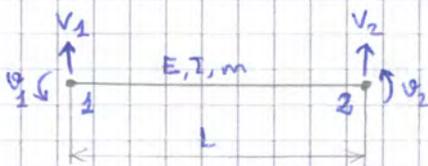
Questa è la classica espressione della dinamica, dove

$$[k] = \int_V [B]^T [E] [B] dV$$

$$[m] = \int_V \rho [N]^T [N] dV \quad \text{Consistent element mass matrix}$$

Il termine "consistent" si deve al fatto che la forma della matrice di massa è coerente con la formulazione in termini di funzione di forma. In altre parole, la forma della matrice di massa dipende dal tipo di funzione di forma $[N]$.

Es (CALCOLO DELLE MATRICI: TRAVE DI BERNOLLI)



La trave di Bernoulli è una trave senza deformabilità assiale, in cui unico spostamento ammissibile è lo spostamento flessionale rispetto al piano.

Pertanto, gli spostamenti si esprimono come

$$v(x,t) = [N] \{d\} \quad N = \text{matrice di forma}$$

dove gli spostamenti nodali $\{d\}$ sono solo spostamenti trasversali e rotazioni.

$$\{d\} = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ \phi_1(t) \\ v_2(t) \\ \phi_2(t) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{m}{L} \int_0^L \begin{bmatrix} \varphi_1^2(x) & \varphi_1(x)\varphi_2(x) & \varphi_1(x)\varphi_3(x) & \varphi_1(x)\varphi_4(x) \\ \varphi_1(x)\varphi_2(x) & \varphi_2^2(x) & \varphi_2(x)\varphi_3(x) & \varphi_2(x)\varphi_4(x) \\ \varphi_1(x)\varphi_3(x) & \varphi_2(x)\varphi_3(x) & \varphi_3^2(x) & \varphi_3(x)\varphi_4(x) \\ \varphi_1(x)\varphi_4(x) & \varphi_2(x)\varphi_4(x) & \varphi_3(x)\varphi_4(x) & \varphi_4^2(x) \end{bmatrix} dx =$$

$$= \frac{mL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 5L & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 5L & 13L & 156 & -22L \\ -15L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Si calcola poi la matrice di rigidità, secondo la relazione (

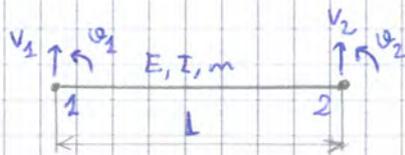
$$[K] = \int_V [B]^T [E][B] dV =$$

$$= \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

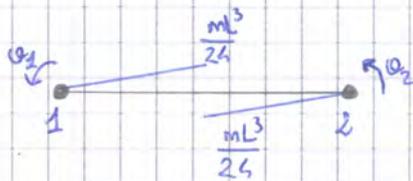
Lumped mass matrix

Le matrici di massa così calcolate sono complicate perché non sono diagonali e, in questo modo, si richiede un maggiore onere computazionale.

È però possibile ricondursi a una matrice diagonale delle massa, attraverso il **metodo particle mass lumping**.



Focalizzandosi sulla trave di Bernoulli, il metodo prevede di passare da una massa distribuita lungo la trave a un sistema di 2 masse concentrate $mL/2$ a ogni nodo.



Le particelle sono collegate da bracci rigidi e uniformi a livello di massa, con momento di inerzia pari a

$$J = \frac{mL}{2} \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24} mL^3 \quad \rightarrow \text{inerzia rotazionale}$$

In questo sistema, la matrice di massa vale

$$[m] = \frac{mL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12} L^2 \end{bmatrix}$$

La matrice è diagonale e presenta $mL/2$ ai gradi di libertà traslazionali e l'inerzia rotazionale ai gradi di libertà rotazionali.

Una formulazione più efficace è data dal **metodo HRZ lumping** (Hinton, Rock e Zienkiewicz):

questo è un metodo semplificato che cerca di avere sulla diagonale la massa totale.

Tale metodo prevede di partire dalla matrice "consistent element mass", limitandosi ai soli termini diagonali (si fa riferimento alla trave di Bernoulli).

- PASSI
- I Si calcolano gli elementi diagonali della matrice "consistent element mass".
 - II Si calcola la massa totale dei gradi di libertà traslazionali S .
 - III Si moltiplica la matrice per il rapporto M/s .

Si applica la definizione di periodo smorzato

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{u_n}{u_{n+p}} = \zeta \omega_n p \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

Si come lo smorzamento relativo è piccolo, ζ^2 è trascurabile e si può scrivere

$$\ln \frac{u_n}{u_{n+p}} = \zeta \cdot 2\pi p$$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{1}{2\pi p} \cdot \ln \frac{u_n}{u_{n+p}}$$

$$\zeta = \frac{1}{2\pi p} \ln \frac{u_n}{u_{n+p}}$$

Così, ~~atti~~ misurando gli spostamenti al picco, si può ricavare lo smorzamento relativo.

SVANTAGGI → si basa sull'ipotesi di smorzamento viscoso

→ vale solo per oscillatori semplici e non per strutture reali

→ metodo della risonanza

Tale metodo prevede di applicare una, mediante una vibrodina, una vibrazione a diverse frequenze e di misurare l'ampiezza della vibrazione tramite sensori.

Una volta che si individua l'amplificazione massima, secondo l'ipotesi di smorzamento viscoso, lo smorzamento vale

$$R_{d,max} = \frac{1}{2\zeta}$$

Tale metodo è poco usato perché c'è l'incertezza sul fatto se si sia veramente presa la risonanza o meno.

$$(1 - \omega^2)^2 + 4\eta^2 \omega^2 = 8\eta^2$$

$$1 - 2\omega^2 + \omega^4 + 4\eta^2 \omega^2 = 8\eta^2$$

$$\omega^4 + (4\eta^2 - 2)\omega^2 + 1 - 8\eta^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \omega^2 &= \frac{2 - 4\eta^2 \pm \sqrt{(4\eta^2 - 2)^2 - 4 + 32\eta^2}}{2} = \\ &= \frac{2 - 4\eta^2 \pm \sqrt{16\eta^4 - 16\eta^2 + 4 - 4 + 32\eta^2}}{2} = \\ &= \frac{2 - 4\eta^2 \pm 4\sqrt{\eta^4 + \eta^2}}{2} = \\ &= 1 - 2\eta^2 \pm 2\eta\sqrt{\eta^2 + 1} \end{aligned}$$

Si come η è piccola, si può dire che

$$\sqrt{\eta^2 + 1} \sim 1$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 1 - 2\eta^2 \pm 2\eta$$

Di conseguenza, la differenza tra le soluzioni vale

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 4\eta$$

Si applica la definizione di ω

$$\omega = \frac{\omega}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_n^2} = 4\eta$$

$$\frac{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 + \omega_1)}{\omega_n^2} = 4\eta$$

Per semplificare, si assume che la pulsazione ω_n sia a metà di ω_1 e ω_2 cioè

$$\omega_n \sim \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

SOLAMENTO DELLE VIBRAZIONI E SISMICO

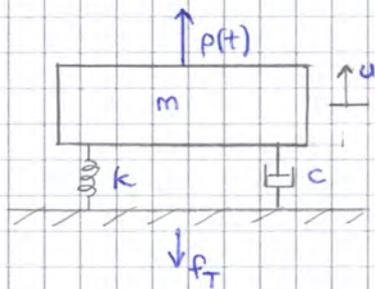
1 Esistono 2 accezioni diverse di isolamento, usate in contesti diversi

→ ISOLAMENTO SISMICO

→ ISOLAMENTO DELLE VIBRAZIONI in ingegneria strutturale (es. impianto industriale).

2 | Solamento delle vibrazioni

Questo è un problema di gestione delle VIBRAZIONI ENDOGENE (prodotto dai noi) e bisogna cercarle di limitarle.



La struttura è schematizzata attraverso un oscillatore semplice il cui collegamento al suolo è modellizzato mediante una molla k e uno smorzatore c .
La struttura è soggetta all'effetto di una macchina vibrante che, per semplicità, produce un'azione sinusoidale in direzione verticale

$$p(t) = p_0 \sin(\omega t)$$

La risposta della struttura (allo stato permanente) corrisponde alla risposta dell'oscillatore smorzato soggetto a eccitazione armonica.

$$u(t) = \frac{p_0}{k} R_d e^{j(\omega t - \varphi)}$$

Nell'ambito dell'isolamento delle vibrazioni, si vuole limitare la forza trasmessa al suolo:

essa si esprime in questo caso come somma di forza elastica e forza viscosa

$$f_T(t) = ku(t) + c\dot{u}(t) =$$

$$= k \cdot \frac{p_0}{k} R_d e^{j(\omega t - \varphi)} + c \frac{p_0 \omega}{k} R_d j e^{j(\omega t - \varphi)} =$$

$$= p_0 R_d \left[e^{j(\omega t - \varphi)} + \frac{c\omega}{k} j e^{j(\omega t - \varphi)} \right] =$$

$$= p_0 R_d \left[e^{j(\omega t - \varphi)} + \frac{2\beta \omega_n \omega}{\omega_n^2} j e^{j(\omega t - \varphi)} \right] =$$

Si può notare che esiste un problema di risonanza, che si traduce in grandi vibrazioni.

Per evitarlo, si agisce sulla frequenza naturale ω_n

→ si può ridurre la trasmissibilità muovendosi verso destra e riducendo ω_n .

In questo modo, si risolve il problema di risonanza ma rimane comunque uno spostamento statico P_0/k elevato e dunque non si elimina il problema delle vibrazioni.

→ si crea un sistema di isolamento mediante gommini che ammorbidiscono l'appoggio e consentono di eliminare il problema.

In alternativa, si può procedere allo ZAVORRAMENTO, ossia all'incremento della massa.

L'effetto è simile a quello dei gommini (porta a destra nel grafico) ma spesso non è praticabile perché, di fatto, si aggiunge un carico che la soletta potrebbe non sopportare.

Principi di isolamento sismico

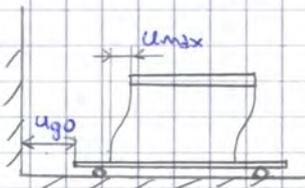
Questo è il caso di VIBRAZIONE ESOGENA, che arriva da fuori.

In questa situazione, non interessa più l'energia trasmessa all'esterno, bensì si vuole evitare un'eccessiva amplificazione e che la struttura vibri troppo. In altri termini, ci si focalizza sull'energia incamerata.

In base a questo, si introduce una nuova definizione di ~~tr~~ **trasmissibilità**:

esso è il rapporto tra il massimo spostamento u_{max} nel sistema di riferimento relativo della struttura (cioè lo spostamento rispetto alle fondazioni) e il PGD u_{go} .

$$tr = \frac{u_{max}}{u_{go}}$$



In riferimento all'esempio della struttura su tavola vibrante

$$tr = \frac{P_0 R_d}{k u_{go}}$$

La Forza P_0 nello spostamento statico si può esprimere riferendosi all'equazione del moto

$$m\ddot{u} + ku = m u_{go} \omega^2 \sin(\omega t) = P_0 \sin(\omega t)$$

Questa è una situazione in cui lo spostamento dell'edificio e del terreno è lo stesso.

In fatti, il sistema di isolamento è concepito non in modo da annullare lo spostamento ma da farsi sì che lo spostamento sia lo stesso, annullando così la sollecitazione trasmessa alla base.

Lo spostamento si concentrerà poi sugli isolatori, che sono costruiti in modo da accettare grandi deformazioni.

D'altra parte, gli isolatori devono essere progettati bene in modo da tenere conto dei possibili terremoti.

Qualora si verificasse una scossa anomala, si corre comunque il rischio di risonanza.

⇒ non esistono sistemi di isolamento allo stato puro e si usano sempre **sistemi di isolamento e dissipazione**, comprendenti dispositivi con capacità isolante e smorzante.

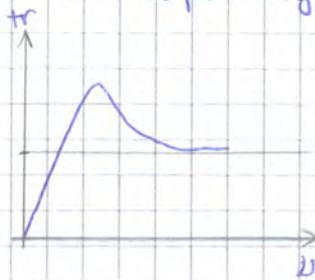
In questo modo, se un terremoto manda in crisi il sistema e porta in risonanza, interviene lo smorzamento che "salva" il sistema.

→ sismometri

Il principio è opposto agli accelerometri e sono oscillatori semplici che presentano

→ massa molto grande

→ molla poco rigida



In questo modo, ω_n è molto piccolo e la frequenza relativa diventa molto alta.

Ciò significa che

$$tr \rightarrow 1$$

Questa è una situazione motion-less, in cui la massa è ferma, cioè

$$y = u_g + u = 0$$

In questo modo, lo spostamento u misurato dalla molla corrisponde allo spostamento della base u_g (a meno del segno), cioè lo spostamento del terreno.

$$u = -u_g$$

I sismometri sono strumenti molto più costosi rispetto agli accelerometri perché richiedono una massa importante (sono ingombranti) e una molla in materiale speciale, in modo che sia poco rigida ma resistente.

Essi sono preferiti in presenza di vibrazioni a bassa frequenza, come quelle di natura sismica.

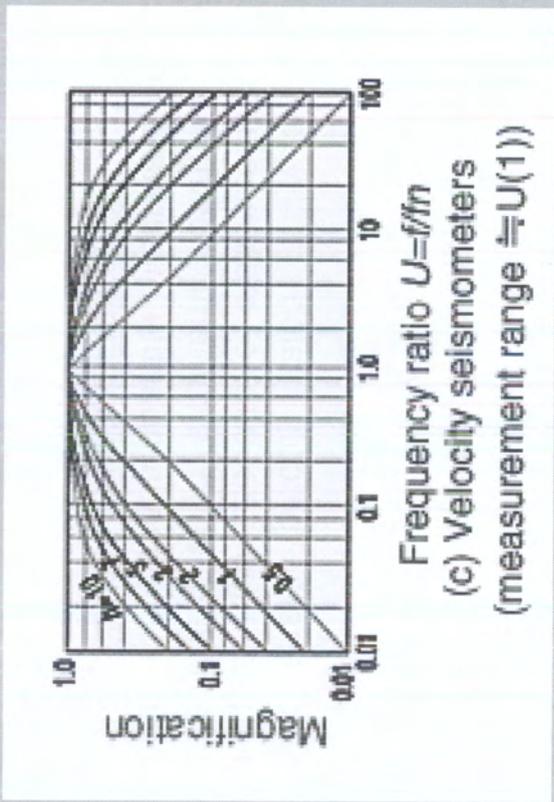
→ velocimetri

Essi sono strumenti a elevato smorzamento, in cui la campana della funzione di amplificazione dinamica tende ad aprirsi.

In questo modo, tali strumenti lavorano in risonanza (il range in risonanza è ora molto ampio).

Quando si misurano vibrazioni a bassa frequenza, come quelle di natura sismica, i sismometri sono preferiti agli accelerometri (da cui il nome).

Sismometri di velocità



M_{el} = momento al quale almeno un punto della sezione raggiunge il campo plastico.
 Esso è il concetto di limite elastico traslato del materiale alla sezione.

M_{ult} = momento al quale almeno un punto della sezione raggiunge il valore ultimo di deformazione.
 A quel valore, la sezione si rompe.

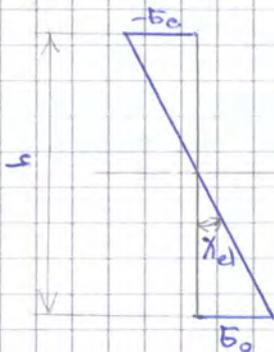
M_p = momento che si sviluppa nell'ipotesi di materiale indefinitamente plastica, ossia di un materiale che può continuare a fluire e deformarsi fino all'infinito.
 Questo è un valore teorico.

Il rapporto

$$\beta = \frac{M_p}{M_{el}} > 1$$

si dice **fattore di forma della sezione** e indica quanto una sezione riesce a sviluppare risorse in campo plastico.

Per valutare la duttilità di una sezione, si fa riferimento a una SEZIONE RETTANGOLARE.



Se si applica un momento alla sezione di intensità moderata, tutta la sezione rimane in campo elastico.
 Se si incrementa il momento, a un certo punto almeno una fibra (l'estremo all'intradosso o estradosso) entra in campo plastico.
 A questo corrisponde il **momento limite elastico** M_{el} .

In una sezione rettangolare, la stress block è triangolare con valore estremo pari alla tensione limite σ_0 . Il momento corrispondente è

$$M_e = \text{Forza} \cdot \text{braccio} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_0 b h}{2} \cdot \frac{2}{3} h = \frac{1}{6} \sigma_0 b h^2$$

Si può anche esprimere il momento in funzione del rapporto di curvatura.

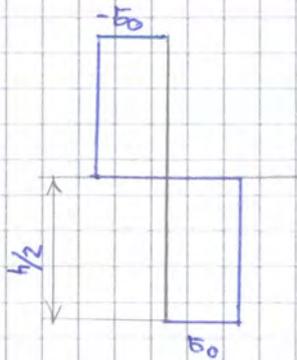
$$M = \frac{1}{4} E_0 b h^2 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\epsilon_{el}^2}{\epsilon^2} \right) =$$

$$= \frac{1}{4} E_0 b h^2 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\chi_{el}^2 \cdot (h/2)^2}{\chi^2 \cdot (h/2)^2} \right) = \frac{1}{4} E_0 b h^2 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\chi_{el}^2}{\chi^2} \right)$$

Di fatto, si è ottenuta l'espressione del diagramma momento-curvatura per una sezione rettangolare.

Imponendo la curvatura ultima, si trova il momento ultimo M_u

$$M_u = \frac{1}{4} E_0 b h^2 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\chi_{el}^2}{\chi_u^2} \right)$$



Se si spinge la prova fino a una curvatura infinita, la zona di plateau si espande su tutta la sezione ed è interamente plasticizzata in compressione e trazione.

Dall'equilibrio, si trova il momento agente sulla sezione indefinitamente deformata e questo si dice momento plastico M_p .

$$M_p = \left(E_0 \cdot b \frac{h}{2} \right) \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{4} E_0 b h^2$$

$$M_p = \frac{1}{4} E_0 b h^2 \quad \text{Momento plastico di una sezione rettangolare}$$

Confrontando momento plastico e momento limite plastico, si trova il fattore di forma.

$$\beta = \frac{M_p}{M_{el}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{4} E_0 b h^2}{\frac{1}{6} E_0 b h^2} = \frac{3}{2}$$

$$\beta = \frac{3}{2} \quad \text{Fattore di forma per una sezione rettangolare}$$

Duttilità della struttura

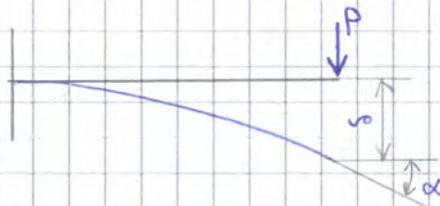
La duttilità del materiale è espressa da μ_0 ; la duttilità della sezione è espressa dal fattore di forma β .

La duttilità strutturale è un concetto diverso e ^{in parte} slegato dalle altre due tipologie (la duttilità del materiale o di sezione non implica duttilità strutturale) ma porta a dei vantaggi, anche fuori dal campo sismico

- si ottiene un COLLASSO DUTTILE e non fragile
- si produce un'ATTENUAZIONE DEI PICCHI DI SOLLECITAZIONE e una REDISTRIBUZIONE nelle strutture iperstatiche
- si produce un'attenuazione delle sollecitazioni dovute a urti, azioni dinamiche e azioni sismiche.

ES (DUTTILITÀ DI UNA MENSOLA)

Si consideri una mensola soggetta a un carico concentrato al suo estremo libero.



Inanzitutto, per definire la duttilità della mensola, ci si può riferire a uno spostamento o a una rotazione.

- rapporto tra la freccia ultima δ_u e la freccia limite elastica δ_{el} .
- rapporto tra rotazione ultima α_u e rotazione limite elastica α_{el} .

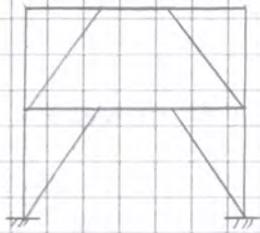
$$\mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_{el}} \quad \mu_\alpha = \frac{\alpha_u}{\alpha_{el}}$$

Lo spostamento δ si ricava da integrazione secondo l'espressione

$$\delta = \int_0^L M_1(z) \cdot \chi(z) dz$$

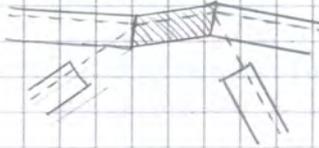
dove $\chi(z)$ è ottenuta tramite equazione della linea elastica e non è lineare in campo non lineare.
La rotazione α si ricava da integrazione diretta della curvatura.

Es (CONTROVENTI SISMICI)



In un telaio controventato, si vuole evitare il collasso per instabilizzazione dei controventi, che sono soggetti a importante compressione. Dunque, si progettano i controventi in modo privilegiato:

prima che i controventi si instabilizzino, qualcos'altro deve plasticizzarsi.



Un'idea potrebbe essere indurre una plasticizzazione a taglio dell'anima della sezione a doppia T (le ali sono in cima). In questo modo, il taglio è trasportato in maniera plastica, mentre le ali sono in campo elastico e trasportano il momento.

Per evitare l'instabilizzazione, si calcola la forza trasmessa ai controventi dagli altri quando il taglio è massimo e si progetta l'elemento secondo tale forza.

Così l'anima può essere plasticizzata (e si dissipa energia) e si evita che i controventi si instabilizzino.

Questo sistema si dice **gerarchia delle resistenze**:

con un piccolo sovradimensionamento o sottodimensionamento (in base all'ordine con cui gli elementi collassano), si può sfruttare la duttilità.

Ad es., in un capannone, è preferibile il collasso per pressoflessione del pilastro rispetto alla rottura per sfilamento dei tirafondi.

Pertanto, nel progetto del tirafondo, si calcola il momento massimo trasferito in fondazione dal pilastro e si dimensiona sotto tale valore. In questo modo, il tirafondo cede dopo il pilastro.

A livello di DUTTLITÀ GLOBALE per i telai, occorre

→ sviluppare cerniere plastiche alle estremità delle travi

→ evitare la plasticizzazione dei pilastri nei piani più alti, per evitare meccanismi di piano

→ **regolarità strutturale** anche negli elementi non strutturali. Infatti, l'eliminazione parziale o totale dei pannelli di tamponatura al piano terra determina variazioni di resistenza e rigidezza che spesso provoca il meccanismo di piano

→ la duttilità rotazionale richiesta ai pilastri aumenta linearmente con il numero dei piani.

Salvo edifici di piccola altezza, nessuna armatura di confinamento può consentire ai pilastri duttilità così elevate e il collasso è inevitabile (edifici "a pilotis").

In presenza di "pilotis", nella pratica della progettazione sismica, si adottano incrementi di resistenza non inferiori al 40% nelle sollecitazioni di calcolo se l'altezza non supera gli 8 piani.

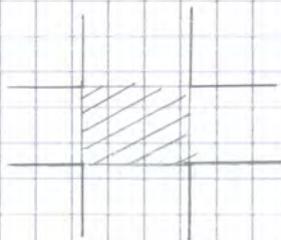
Per altezze superiori, occorre incrementare molto la resistenza (anche il 100%)

→ il TAGLIO è un elemento negativo dal punto di vista sismico perché induce un meccanismo fragile.

Pertanto, sulla singola trave, è meglio avere prima un meccanismo di flessione e poi uno di taglio

↓
si progetta in base al massimo taglio che si genera applicando la massima sollecitazione in corrispondenza delle cerniere

→ un aspetto importante è il **nodo trave-pilastro**



Questa è una zona nevralgica e non deve mai collassare per effetto di un terremoto perché se si rompesse

→ cambierebbe di molto lo schema statico e ogni altro provvedimento sarebbe vanificato

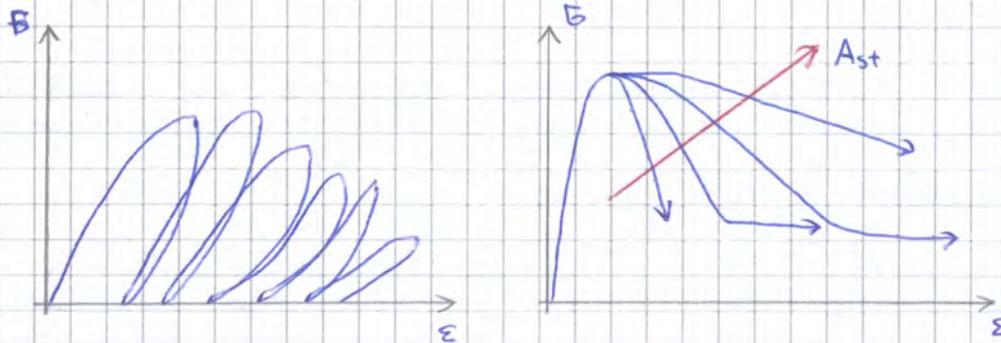
→ salterebbero gli ancoraggi delle armature e cambierebbe di molto la struttura

→ si genererebbero elevati cedimenti strutturali che renderebbero impossibile riparare la struttura

⇒ **i nodi devono essere molto resistenti** in modo che si mantengano integri

Duttilità nel cemento armato: materiali (DUTTILITÀ LOCALE)

Per incentivare e migliorare il comportamento duttile del calcestruzzo, sapendo che il sisma determina l'applicazione di sollecitazioni cicliche si può vedere il decadimento delle proprietà meccaniche per effetto dell'azione ciclica.



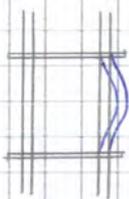
Se si valuta l'involuppo, cioè il diagramma delle massime ordinate

→ senza staffe, i parametri crollano

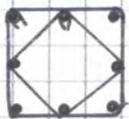
→ aumentando la staffatura e dunque il confinamento del calcestruzzo, si riduce il degrado di resistenza e aumenta la duttilità, con un migliore comportamento rispetto all'azione ciclica.

⇒ le staffe migliorano il comportamento del calcestruzzo verso le azioni cicliche

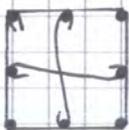
Passando all'acciaio, questo sarebbe il materiale duttile per eccellenza ma questa proprietà è poco sfruttata nel cemento armato.



Ciò avviene specialmente in compressione perché le armature hanno un'area limitata e possono essere soggette a instabilità (un piccolo aiuto viene dal copriferro), con conseguente riduzione di duttilità.



Anche in questo caso, la presenza della staffatura ha un effetto di confinamento perché riduce la lunghezza di inflessione, con effetto positivo sulla duttilità in compressione del calcestruzzo. Lo schema consigliato è lo schema @, in cui si alternano una staffa dritta e una staffa ruotata. Questo schema, purtroppo, è difficile da attuare.



È più semplice realizzare il confinamento mediante aste con doppi uncini, che trattengono i ferri nella zona intermedia, insieme alle staffe dritte.

Un ulteriore aspetto importante è il **dimensionamento geometrico della sezione**:

Se la sagoma non è ben dimensionata, si incorre il rischio di **INSTABILITÀ** di tipo laterale o flessa-torsionale, che sono fenomeni non duttili.

Pertanto, si evitano sezioni di travi sottili e si devono rispettare dei limiti dimensionali per travi, colonne, controventi e pannelli.

Se poi si rischiano fenomeni di instabilità (es. strutture in acciaio), è piuttosto conveniente l'uso di uno spettro elastico che di progetto.

In base a questo, la norma assume dei provvedimenti per la duttilità locale.

→ **LIMITI GEOMETRICI**, per limitare il rischio di instabilità negli elementi snelli e un'eccessiva influenza delle sollecitazioni di taglio negli elementi tozzi.

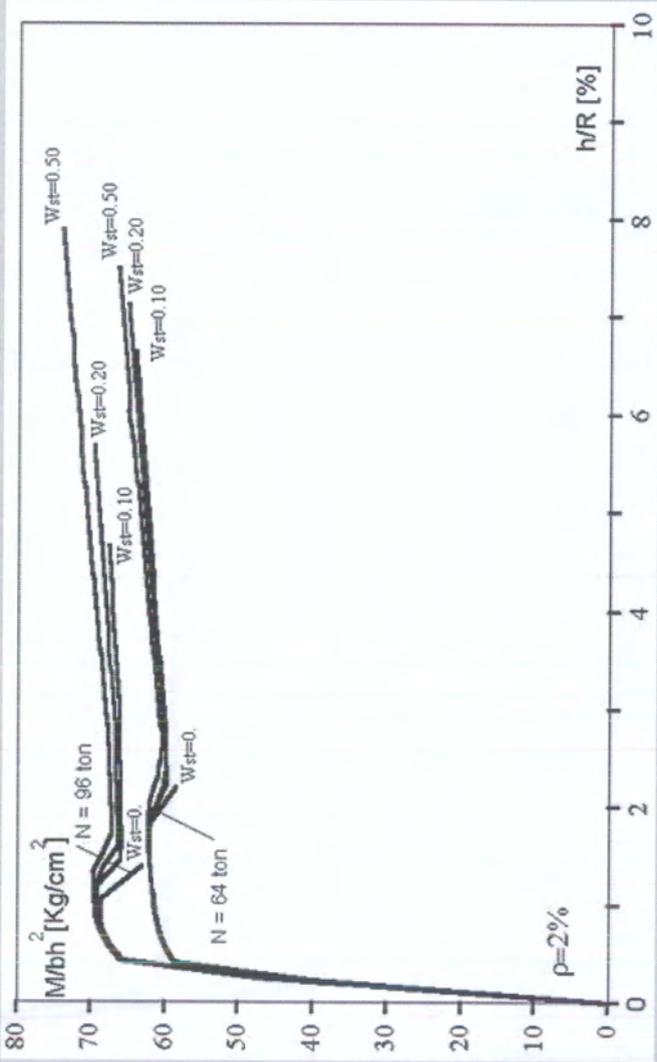
→ **LIMITI NELL'ARMATURA LONGITUDINALE**, per assicurare un adeguato rapporto tra armatura tesa e armatura compressa per migliorare la duttilità.

Nei pilastri, si limita l'armatura longitudinale complessiva al fine di garantire una sufficiente capacità di rotazione plastica alle zone critiche e limitare i problemi di sistemazione nelle zone di sovrapposizione.

→ **LIMITI NELL'ARMATURA TRASVERSALE** per confinare il calcestruzzo, limitare lo svergolamento delle barre longitudinali compresse, migliorare l'aderenza e la resistenza a taglio degli elementi.

Progetto duttile delle sezioni in c.a.

Influenza della percentuale di armatura trasversale sui diagrammi momento-curvatura.



EUROCODICE 8

L'Eurocodice 8 è l'eurocodice sismico ed è la madre di tutte le attuali norme in campo sismico. Tale norma si applica al progetto e alla costruzione di edifici e opere di ingegneria civile siti in regioni soggette ad attività sismica.

Essa si pone i seguenti obiettivi.

- Il contenimento dei danni, in quanto il danneggiamento è accettato.
- La salvaguardia delle vite umane.
- Il mantenimento delle funzionalità delle strutture della Protezione Civile.

ARTICOLAZIONE DELL'EUROCODICE 8

L'EC8 si struttura in diversi paragrafi.

Informazioni generali

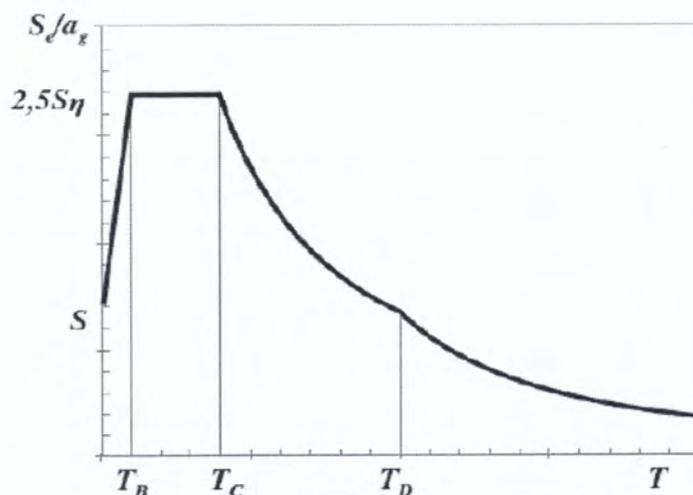
Requisiti prestazionali

Caratteristiche del terreno e azione sismica

L'EC8 definisce diverse tipologie di terreno in base alla compattezza del terreno, valutata in termini di velocità media di propagazione delle onde di taglio $V_{s,30}$ o al risultato della prova SPT N_{SPT} .

Ground type	Description of stratigraphic profile	Parameters		
		$v_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (blows/30cm)	c_u (kPa)
A	Rock or other rock-like geological formation, including at most 5 m of weaker material at the surface	> 800	–	–
B	Deposits of very dense sand, gravel, or very stiff clay, at least several tens of m in thickness, characterised by a gradual increase of mechanical properties with depth	360 – 800	> 50	> 250
C	Deep deposits of dense or medium-dense sand, gravel or stiff clay with thickness from several tens to many hundreds of m	180 – 360	15 - 50	70 - 250
D	Deposits of loose-to-medium cohesionless soil (with or without some soft cohesive layers), or of predominantly soft-to-firm cohesive soil	< 180	< 15	< 70
E	A soil profile consisting of a surface alluvium layer with v_s values of type C or D and thickness varying between about 5 m and 20 m, underlain by stiffer material with $v_s > 800$ m/s			

La tipologia di terreno è importante nella definizione dell'azione sismica, in quanto va a modificare lo spettro di risposta.



Sottosuolo	Sisma di Tipo 1				Sisma di Tipo 2			
	S	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$	S	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$
A Formazione rocciosa o di analoga rigidità, anche ricoperta da uno strato meno rigido dello spessore massimo di 5 metri.	1,0	0,15	0,4	2,0	1,0	0,05	0,25	1,2
B Depositi di sabbia densa, ghiaia o argilla sovraconsolidata, dello spessore di diverse decine di metri, e graduale aumento delle proprietà meccaniche con l'accrescersi della profondità.	1,2	0,15	0,5	2,0	1,35	0,05	0,25	1,2
C Depositi profondi di sabbia di media densità, ghiaia o argilla compatta con spessore variante da alcune decine a diverse centinaia di metri.	1,15	0,20	0,6	2,0	1,5	0,10	0,25	1,2
D Depositi di terreno privi di coesione di scarsa o media densità o di terreno prevalentemente coesivo da morbido a consolidato.	1,35	0,20	0,8	2,0	1,8	0,10	0,30	1,2
E Terreno con uno strato alluvionale superficiale simile a C o D con spessore variabile tra 5 e 20 metri circa, giacente su materiale più rigido	1,4	0,15	0,5	2,0	1,6	0,05	0,25	1,2
S ₁ Depositi rappresentativi o contenenti uno strato spesso almeno 10 metri di argille soffici o limi ad alto limite di plasticità (PI > 40) ed alto contenuto d'acqua.	Studi specifici							
S ₂ Depositi di terreni liquefattibili, di argille sensibili, o altri profili di sottosuolo non compresi nei tipi A-E o S ₁ .	Studi specifici							

superiore al valore standard di $a_g S \beta_0$ nell'intervallo di massima amplificazione $T_B - T_C T_b T_c$ e spettro medio mai inferiore allo spettro elastico per più del 10%.

Gli accelerogrammi che soddisfano tutti questi requisiti si dicono accelerogrammi spettrocompatibili.

Siccome gli accelerogrammi disponibili sono pochi, spesso si usano codici che generano terremoti spettrocompatibili. In essi, si sceglie uno spettro medio rappresentativo dell'azione sismica nella zona in questione, in riferimento al periodo di ritorno prefissato. Di esso, si prende solo il modulo e si associa un vettore casuale di fasi comprese tra 0 e π , antitrasformando lo spettro. In seguito, si normalizza il segnale ottenuto in modo che il PGA corrisponda a quello associato al periodo di ritorno prefissato per la zona in esame. In seguito, si verifica che siano soddisfatte le limitazioni imposte dall'EC8, determinando lo spettro di risposta elastico e confrontandolo con quello di riferimento. La procedura è ripetuta fino a trovare il numero minimo di accelerogrammi compatibili imposto dalla norma.

Il risultato è un numero di terremoti diversi aventi uno spettro di risposta molto simile a quello iniziale e, in questo senso, l'uso di terremoti spettrocompatibili non è così diverso dall'uso dello spettro di risposta. Il vantaggio è che, utilizzando gli accelerogrammi, si ha a disposizione la time history e si può visualizzare l'evoluzione nel tempo, cosa molto utile quando si lavora in campo non lineare.

- D'altra parte, è possibile operare anche con accelerogrammi registrati perchè, se in gran numero, c'è già la base statistica richiesta dalla norma e non occorre generarne nessuno. L'unica prescrizione è di riportare l'intensità, in termini di PGA, al valore $a_g S$ per la zona in oggetto. D'altra parte, per questa operazione è necessario richiedere l'autorizzazione, a meno di verifiche di amplificazione locale.
- È possibile operare anche con un modello spaziale dell'azione sismica, in cui non si opera con un solo terremoto, bensì con più terremoti. Questo può essere il caso di strutture a notevole sviluppo in lunghezza, nelle quali è importante l'effetto dei diversi sismi poiché l'azione subisce una variazione da punto a punto. In queste situazioni, la norma ammette l'adozione di un modello spaziale dell'azione sismica.

Una volta definita l'azione sismica, nelle verifiche strutturali, la combinazione utilizzata per calcolare le sollecitazioni per la verifica sismica è la seguente.

$$G_k + \gamma_i A_k + P_k + \sum \psi_{2,j} Q_{k,j}$$

Nell'espressione, G_k è il valore caratteristico dell'azione permanente, A_k è il valore caratteristico dell'azione sismica, P_k è il valore caratteristico della precompressione, $\psi_{2,j}$ è il coefficiente di combinazione quasi-permanente e $Q_{k,j}$ è il valore caratteristico del carico variabile. Il termine γ_i è il coefficiente di importanza.

L'azione sismica è valutata in riferimento al carico permanente e al carico variabile: con essa, si definisce la massa da inserire nella matrice delle masse all'interno dell'analisi modale o comunque nella definizione dell'azione.

$$G_k + \sum \psi_{E,j} Q_{k,j}$$

La combinazione è diversa nella definizione delle masse perché il coefficiente di sicurezza di modello, che regola l'incertezza di modello, è diverso quando si lavora con il problema agli autovalori o nelle verifiche strutturali.

La differenza è racchiusa nel coefficiente φ , detto coefficiente di occupazione, che tiene conto del fatto che gli edifici possono essere occupati in maniera diversa e dipende dalla destinazione d'uso e dal tipo di piano.

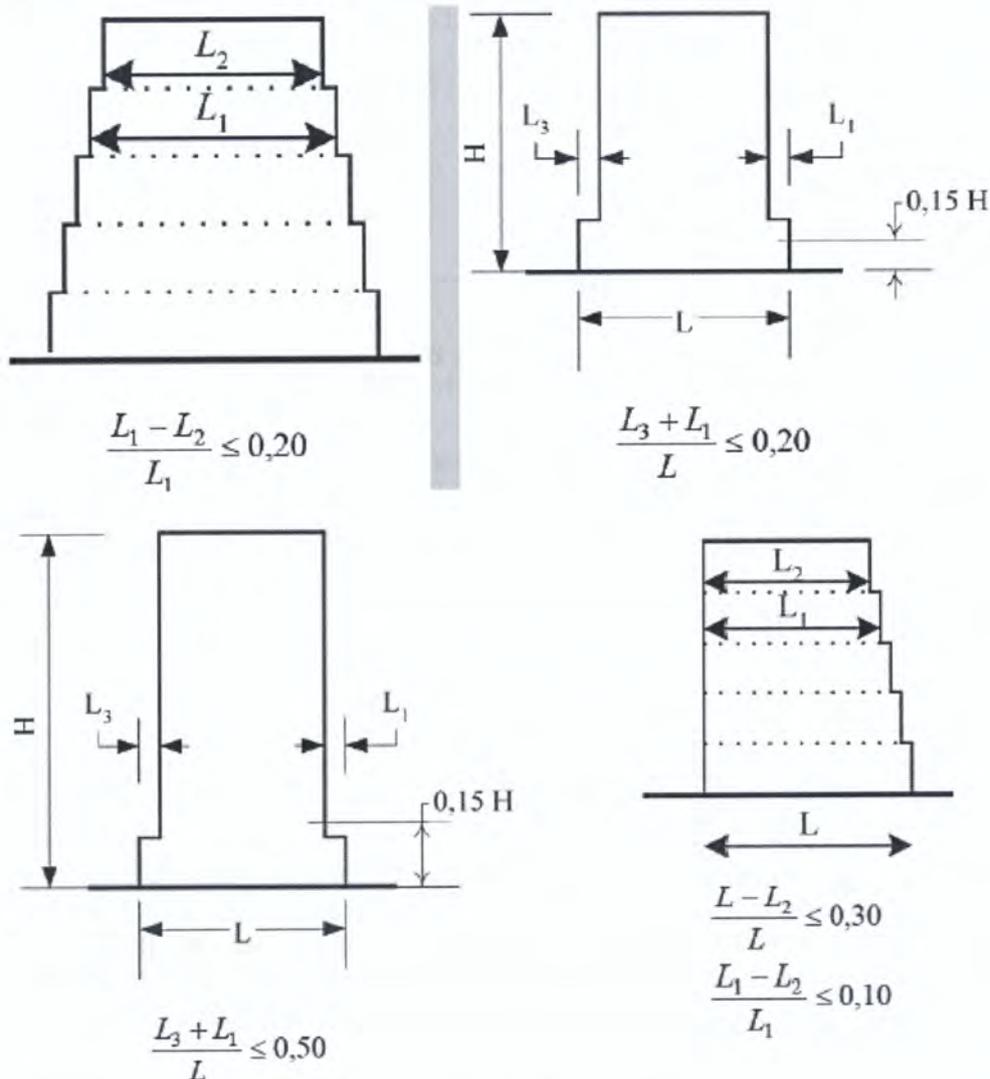
$$\psi_{E,j} = \varphi \psi_{2,j}$$

$$e_{0,x} \leq 0,30r_x$$

$$r_x > I_x$$

Nella condizione, $e_{0,x}$ è la distanza tra il centro di rigidezza e il centro di massa, misurato in direzione ortogonale alla direzione di analisi, r_x è la radice quadrata del rapporto tra rigidezza torsionale e rigidezza laterale in direzione y , I_x è il raggio giratorio d'inerzia del piano considerato.

Per la regolarità in elevazione, sono assegnate le seguenti prescrizioni.

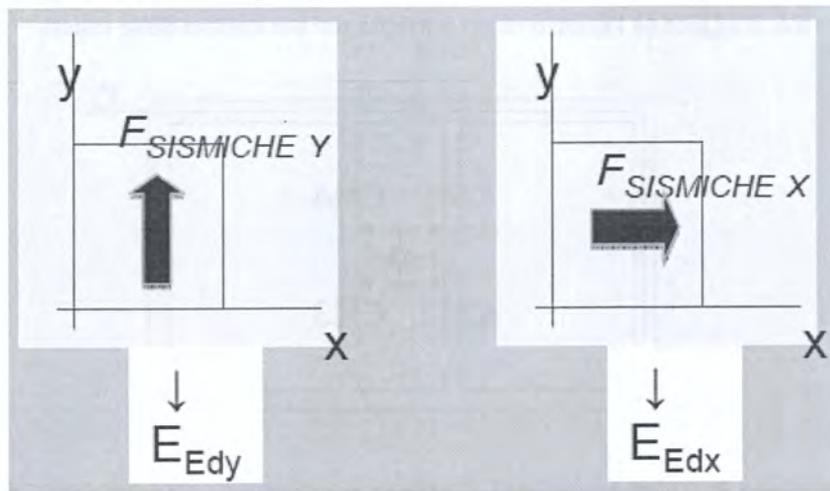


La norma consente di adottare diversi metodi di analisi.

- **Metodo delle forze laterali** (metodo statico equivalente).
 Secondo questo metodo, alle masse è applicata una forza statica funzione dell'altezza e non interviene l'analisi modale.
 La forza sismica di taglio alla base F_b nelle due direzioni orizzontali è valutata nel seguente modo.

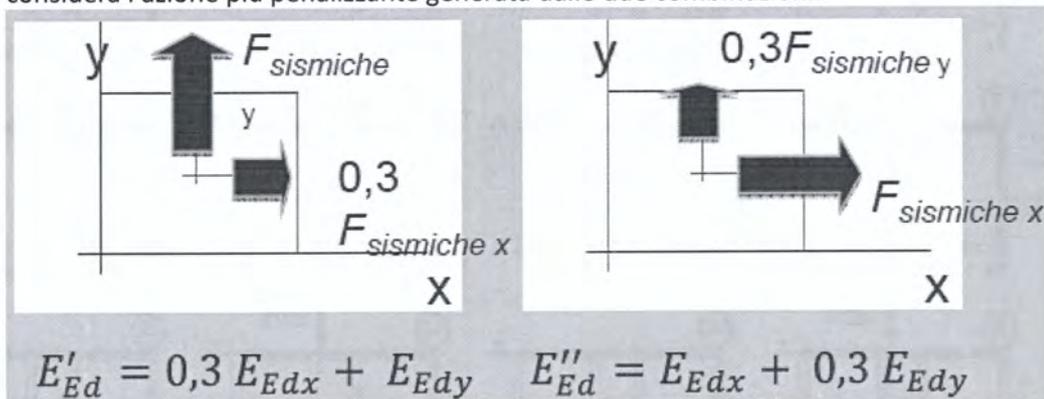
$$F_b = S_d(T_1) \times m\lambda$$

F_b è la forza applicata ai diversi piani ed è valutata a partire dalla massa totale m dell'edificio



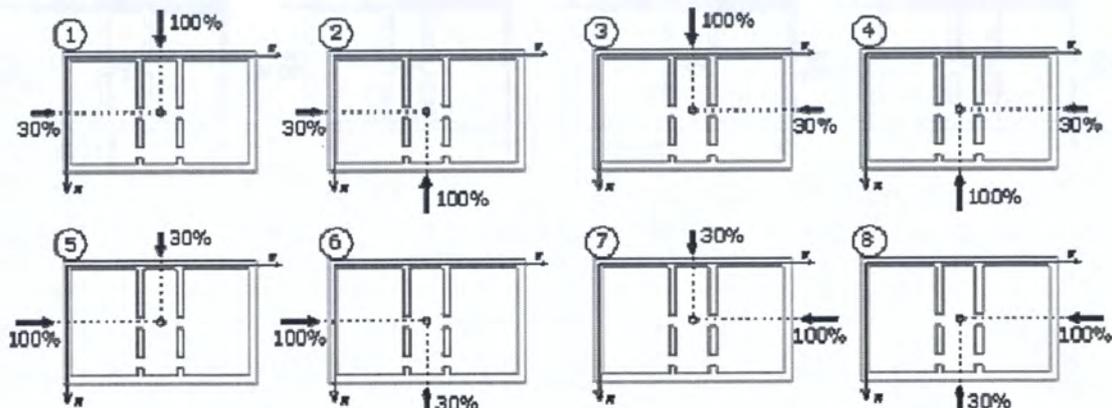
$$E_{Ed} = \sqrt{E_{Ed,x}^2 + E_{Ed,y}^2}$$

- Si eseguono delle analisi bidirezionali, in cui si applica il 100% dell'azione in una direzione in concomitanza con il 30% nell'altra direzione e si esegue l'involuppo degli effetti calcolati, cioè si considera l'azione più penalizzante generata dalle due combinazioni.



$$E_{Ed} = \max(E'_{Ed,x}; E''_{Ed,x})$$

In generale, tenendo conto del segno dell'azione e degli effetti, emergono diverse possibili combinazioni.



La norma prescrive anche delle indicazioni circa il dimensionamento degli elementi non strutturali (es. tamponamenti).

Anche gli elementi non strutturali, infatti, devono essere oggetto di calcolo per l'azione sismica, poiché anche essi sono fonte di danni e vittime durante gli eventi sismici.

La norma fornisce una formulazione generale per applicare una forza statica equivalente legata alla massa dell'elemento e a un coefficiente di amplificazione dipendente dal tipo di elemento. Si esegue dunque la verifica dell'elemento soggetto a questa forza.

$$F_a = \frac{S_a W_a \gamma_a}{q_a}$$

Nell'espressione, il termine W_a è la massa dell'elemento, mentre S_a è un coefficiente sismico pertinente all'elemento non strutturale. Quest'ultimo si valuta nel seguente modo.

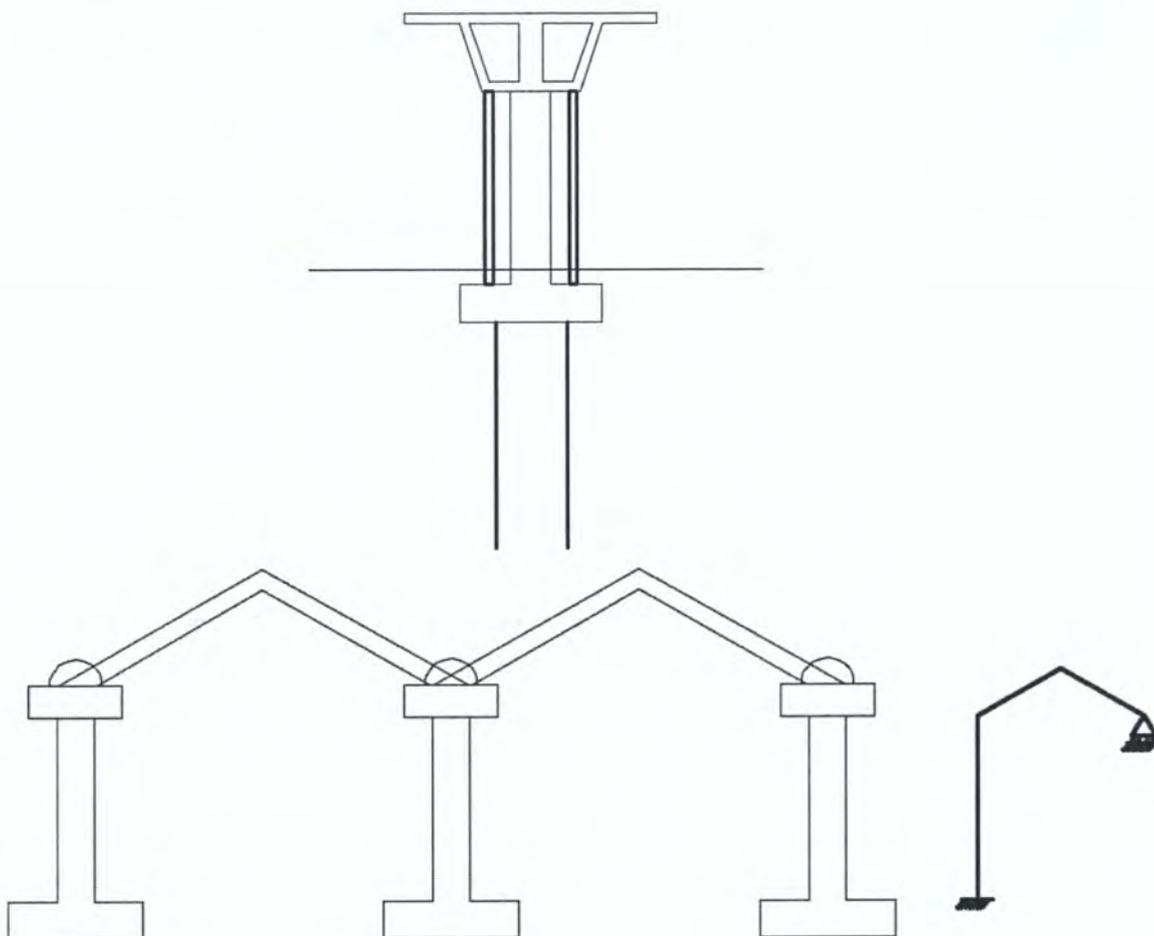
$$S_a = \alpha S \left(\frac{3 \left(1 + \frac{z}{H} \right)}{1 + \left(1 - \frac{T_a}{T_1} \right)^2} - 0,5 \right)$$

Il termine α è il rapporto tra la PGA di progetto per il suolo di tipo A e l'accelerazione di gravità g , S è il fattore di suolo, T_a è il periodo fondamentale dell'elemento non strutturale, T_1 è il periodo fondamentale dell'edificio nella direzione principale e z è la quota dell'elemento non strutturale dal punto di applicazione dell'azione sismica.

La norma definisce poi alcune situazioni critiche, nelle quali introduce un coefficiente di importanza γ_a legato agli effetti di un eventuale collasso dell'elemento, ad es. ancoraggio o serbatoio contenente sostanze tossiche. In queste situazioni, esso è assunto pari a 1,5; è assunto pari a 1,0 altrimenti.

Il termine q_a è un coefficiente di comportamento, che è tabulato.

Type of non-structural elements	q_a
<ul style="list-style-type: none"> - Cantilevering parapets or ornamentations - Signs and billboards - Chimneys, masts and tanks on legs acting as unbraced cantilevers along more than one half of their total height 	1,0
<ul style="list-style-type: none"> - Exterior and interior walls - Partitions and facades - Chimneys, masts and tanks on legs acting as unbraced cantilevers along less than one half of their total height, or braced or guyed to the structure at or above their centre of mass - Anchorage for permanent cabinets and book stacks supported by the floor - Anchorage for false (suspended) ceilings and light fixtures 	2,0



L'influenza della tipologia strutturale sulla duttilità si traduce in un diverso valore del fattore di struttura q .

$$q = q_0 K_w$$

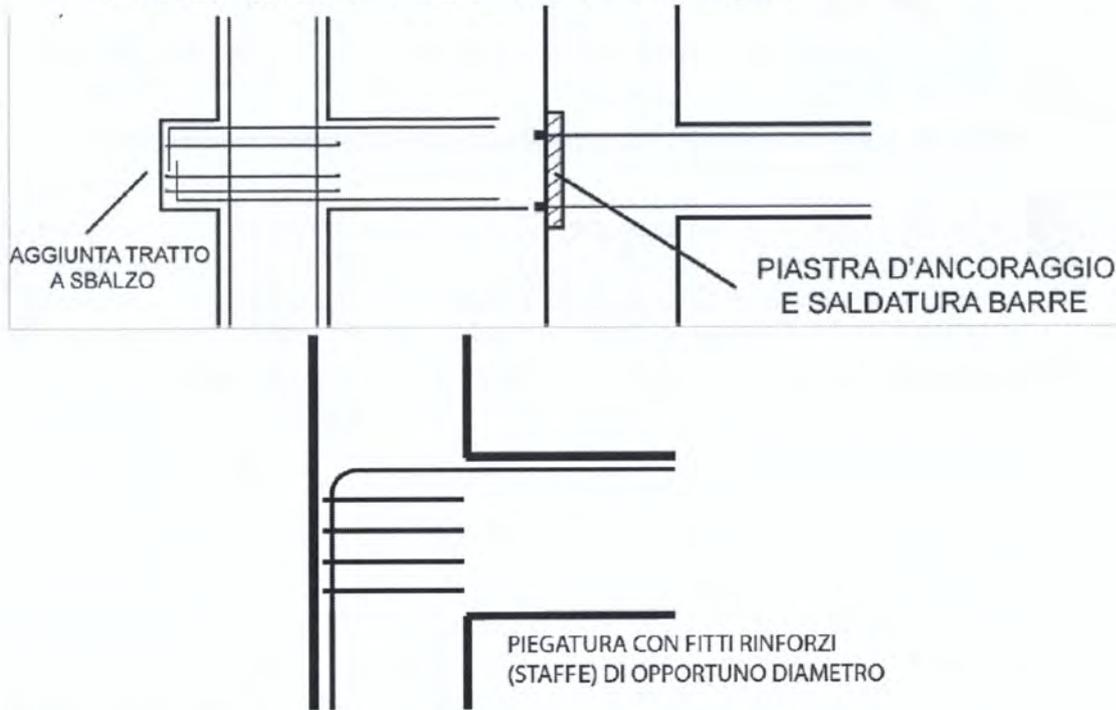
Il coefficiente q_0 dipende dalla tipologia strutturale e, in particolare, dalla sua duttilità (e dal livello di duttilità scelto). Ad es., una struttura a pendolo rovescio è 3 volte più debole rispetto a un telaio ben progettato in zona sismica.

STRUCTURAL TYPE	DCM	DCH
Frame system, dual system, coupled wall system	$3,0\alpha_u/\alpha_1$	$4,5\alpha_u/\alpha_1$
Wall system	3,0	$4,0\alpha_u/\alpha_1$
Torsionally flexible system	2,0	3,0
Inverted pendulum system	1,5	2,0

α_1 multiplier of the horizontal seismic design action at first attainment of member flexural resistance anywhere in the structure, while all other design actions remain constant;

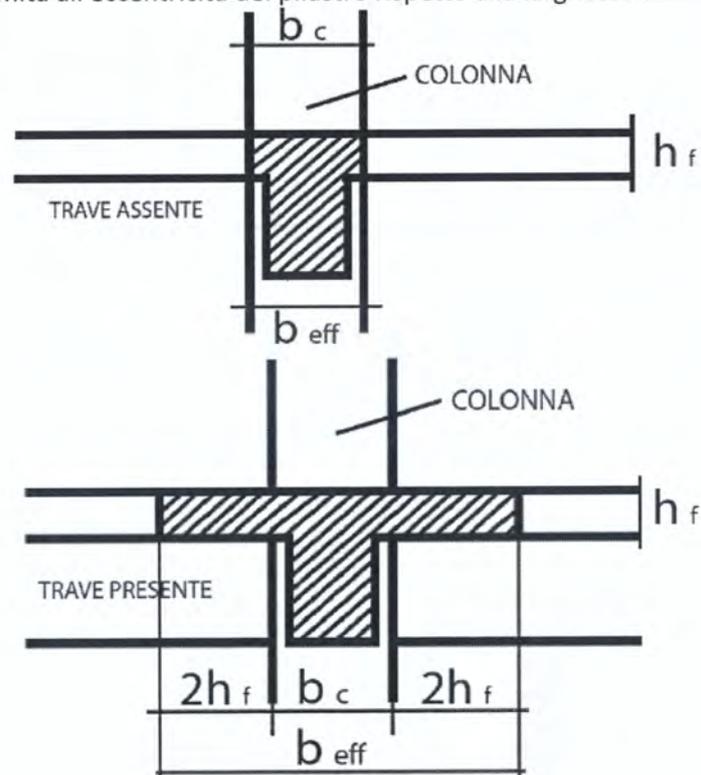
α_u multiplier of the horizontal seismic design action, with all other design actions constant, at formation of plastic hinges in a number of sections sufficient for the development of overall structural instability. Factor α_u may be obtained from a geometric first-order global inelastic analysis.

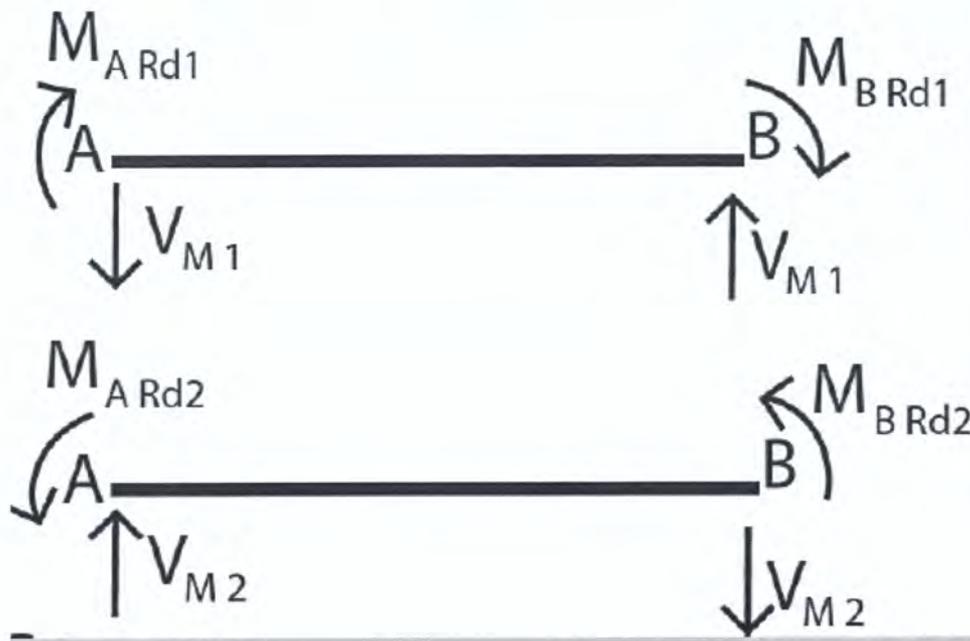
l'ancoraggio mediante sporgenza o piastra di ancoraggio o collegando i ferri all'interno del pilastro. Se il diametro è elevato, l'EC8 suggerisce l'aggiunta di ulteriori staffe in modo da favorire il piego, altrimenti il confinamento non è adeguato.



- *Disposizione delle travi*

Per quanto riguarda la geometria delle travi, si considerano come effettiva solo una porzione limitata e ci si limita all'eccentricità del pilastro rispetto alla larghezza della trave.





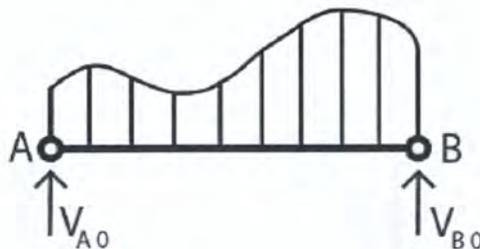
Il coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd} è maggiore di 1 perché rappresenta un coefficiente di sicurezza al contrario: nel calcolo del momento resistente, per sicurezza, si tende a ridurre il valore. Ora è più cautelativo avere un valore più grande. Di fatto, questo è un coefficiente forfettario per compensare i fattori di sicurezza impiegati nel momento resistente e, con esso, si ottiene un valore più realistico.

In questo modo, si ottiene il valore effettivo di taglio.

Questo è il taglio sismico e a esso si aggiunge il taglio statico che è calcolato nello schema di semplice appoggio, visto che prima si formano le cerniere plastiche.

$$V_{Sd,max} = V_{0,A} + V_{M,2}$$

$$V_{Sd,min} = V_{0,A} + V_{M,1}$$



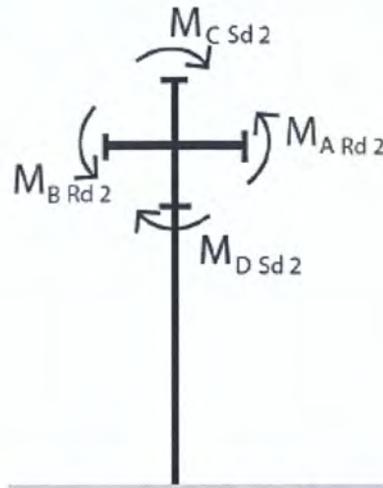
Si ottengono così i tagli sollecitanti per la verifica a taglio.

L'EC8 definisce poi il parametro ξ , che tiene conto della possibilità di inversione completa del taglio.

$$\xi = \frac{V_{Sd,min}}{V_{Sd,max}}$$

Se esso è inferiore a -0,5, il taglio sismico copre completamente il taglio statico e produce un'inversione completa del taglio (sisma forte). In questa situazione, non è conveniente l'uso di ferri piegati ed è conveniente lavorare con staffe, che assumono un migliore comportamento nei confronti del taglio.

$$\xi < -0,5 \Rightarrow \text{eventuali armature inclinate specifiche}$$



In base a questo, i momenti da utilizzare per la verifica sono i seguenti.

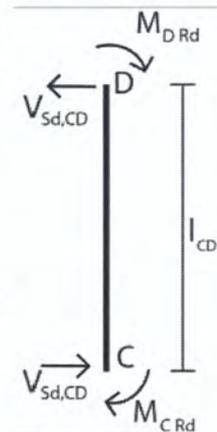
$$M_{Sd,1,CD} = \alpha_{CD,1} M_{Sd,1}$$

$$M_{Sd,2,CD} = \alpha_{CD,2} M_{Sd,2}$$

Il capacity design a taglio per le colonne è semplice e sfrutta relazioni simili a quelle viste nel caso delle travi, con la differenza che ora non interviene più l'azione statica.

$$V_{Sd,CD} = \gamma_n \frac{M_{D,Rd} + M_{C,Rd}}{l_{CD}}$$

In questo modo, la plasticizzazione interessa, nell'ordine, la trave a flessione, il pilastro a flessione e il pilastro a taglio.



A questo, si aggiungono ulteriori disposizioni in relazione alla classe di duttilità.

Ingegneria Sismica 13.24

Disposizioni ulteriori per classe di duttilità

Classe "H": $\gamma_{Rd} = 1.25$ $\lambda = 1.0$



Classe "M": $\gamma_{Rd} = 1.15$ $\lambda = 1.2$

Diametro min staffe : $\phi 6$

Passo max : $\min(h_c/2 ; 150 \text{ mm})$

Colonne: almeno una barra intermedia per ogni lato

Classe "L":

Oltre alla staffatura e armatura della colonna prevista dal calcolo:

- Staffatura orizzontale almeno uguale a quella della zona critica della colonna
- Colonne: almeno una barra intermedia per ogni lato

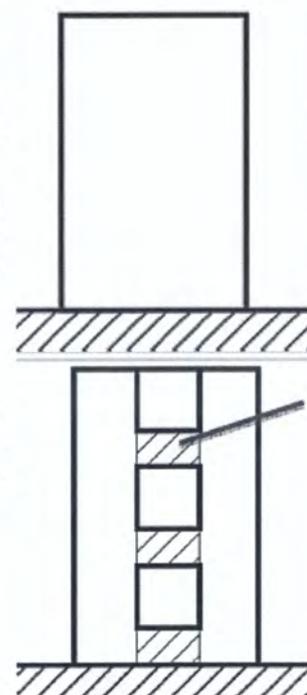


• *Progetto dei pannelli*

Esistono diverse tipologie di collasso.

- Collasso a pressoflessione, che è il meccanismo più duttile.
- Collasso per ribaltamento, nel quale si può sfruttare lo spessore e quindi ridurre lo spessore con l'altezza secondo una legge di risega, diminuendo così il peso.
- Collasso per instabilità, risolvibile adottando degli spessori minimi, curando il collegamento ad es. ai solai, mediante armature che rendono efficace la trasmissione delle sollecitazioni, e ringrossi alle estremità mediante l'eventuale uso di sezioni a T.

Si incentiva l'utilizzo di travi di accoppiamento, che collegano in modo efficace le mensole antisismiche e sono progettate in maniera rigida, visto che le sollecitazioni sono importanti. È possibile anche usare gabbie di armature inclinate per sostenere il taglio.



MURATURA IN ZONA SISMICA

La storia dello sviluppo della normativa sismica in Italia si intreccia con la storia dei terremoti più recenti.

Il terremoto di Reggio Calabria e Messina del 1908 è stato il primo evento "mediatico", che è stato ben documentato sia in Italia che all'estero. Il sisma ha interessato dei nuclei urbani medievali che non sono stati in grado di assorbire il terremoto non solo dal punto di vista costruttivo, ma anche dal punto di vista della protezione civile, visto che si era manifestato un problema di accessibilità alle zone. A seguito di questo evento, si sono introdotte alcune norme che hanno più che altro un carattere urbanistico, visto che impongono solo delle regole geometriche (es. altezza degli edifici, distanza tra gli edifici, etc.), ma costituisce comunque un primo passo in avanti.

L'evento sismico in Friuli del 1976 rappresenta invece un modello per la ricostruzione e vede l'introduzione delle prime norme sismiche sulle costruzioni in muratura, insieme al terremoto in Irpinia del 1980.

Il terremoto dell'Umbria e Marche ha invece interessato zone a elevato valore storico-artistico e ciò ha incentivato un notevole sviluppo di norme per i beni culturali.

Infine, il terremoto in Molise del 2002 è un episodio significativo perché è avvenuto un crollo in una zona al tempo ritenuta non sismica. Ciò ha fatto comprendere che in Italia non esistono zone non sismiche e ha spinto verso una riforma della normativa.

IL CONCETTO DI SICUREZZA NELLE COSTRUZIONI

La verifica sismica si differenzia tra costruzioni nuove e costruzioni esistenti perché è diversa la filosofia della normativa sismica.

Nelle costruzioni nuove, in genere, il progettista parte da un modello concettuale, nel senso che la costruzione è concepita a partire da un modello.

L'operazione è semplice perché la norma definisce un livello di sicurezza accettabile: ammettendo che le costruzioni non possano essere infinitamente sicure, queste comunque devono avere una probabilità di collasso limitata.

Questa probabilità dipende dall'attività di pianificazione dello stato, da scelte politiche, legate all'allocatione delle risorse (quanto si investe nella sicurezza degli edifici) e dalla ricchezza dello stato. Le norme contengono un valore di probabilità che può essere ricavato in maniera indiretta e assume il seguente valore per gli edifici di civile abitazione.

$$P_{coll} = 10^{-5} \text{ su } 50 \text{ anni}$$

D'altra parte, per ottenere questa probabilità di collasso, bisogna concepire delle norme che diano implicitamente un livello di sicurezza pari a 10^{-7} perché, su 100 incidenti, soltanto uno si deve all'inefficienza della norma mentre i restanti 99 si devono a imperizie del progettista o dell'impresa pertanto e bisogna tenere conto di questo aspetto.

La normativa non è tanto prestazionale, poiché impone una probabilità di collasso, mentre le norme con il fattore di sicurezza erano di tipo prescrittivo e c'era il rischio di diversa interpretazione da parte del progettista.

Pertanto, una volta definito il livello di accettabilità, si parte da un modello e si esegue la verifica sulla costruzione.



Per le costruzioni esistenti, occorre tenere conto che la loro costruzione è stata concepita senza

Tra le norme di seconda generazione, spicca il DM LL.PP. 02/07/1981.

Questa circolare è stata emanata in seguito al terremoto in Irpinia ed estende all'intero territorio nazionale alcuni metodi di calcolo già adottati nella ricostruzione del Friuli. In questo senso, questo episodio rappresenta la prima emanazione di norme specifiche per il calcolo di strutture in muratura e di sistemi di analisi con un modello strutturale.

Il metodo in questione è il metodo POR, un metodo molto semplice che funziona a meccanismo di piano: si assume un modello a telaio shear-type e si esegue un calcolo sui setti. In esso, si assume un modello non lineare con setti aventi un comportamento descritto da una legge elasto-plastica, in modo da tenere conto della plasticizzazione dei setti in muratura. Questa assunzione è importante perché, se ignorata, le verifiche non sarebbero soddisfatte in zona 1. Il metodo è stato applicato nel Friuli e poi generalizzato con esempi di calcolo.

Il problema è che tale metodo è stato applicato in maniera indiscriminata su tutti gli edifici (case, campanili, chiese), ignorando l'ipotesi fondamentale di comportamento diaframmatico di piano. Ciò si deve anche all'assenza di altri metodi di calcolo.

Così, per riuscire a ottemperare il comportamento diaframmatico, si sono smantellati i solai e coperture in legno, sostituendoli con solai in cemento armato. Però, l'introduzione di un elemento in cemento armato in un edificio in muratura, a parte la perdita di valore architettonico del bene, determina un'eterogeneità strutturale che può indurre problemi, ad es. legati all'appesantimento della copertura che va a schiacciare la struttura sottostante o al suo martellamento contro le pareti esterne.



Norme sismiche di terza generazione: EUROCODICE 8 (1988-1994) Parte III – Edifici esistenti, OPCM n°3274 del 2003 Capitolo 11 – Edifici esistenti, OPCM n°3431 del 2005 – revisione della 3274, NTC 2008 e linee guida, Legge N°42 del 22 gennaio 2004 “CODICE DEI BENI CULTURALI E DEL PAESAGGIO”.

Queste norme si sono sviluppate dopo l'evento sismico del 2002 e sfrutta lo sviluppo degli Eurocodici (avvenuto negli anni '70-'80), anche se queste sono limitate nella parte geotecnica e quella relativa alle costruzioni in muratura.

Le nuove norme seguono il paradigma della ductilità, mentre le più vecchie norme si basavano sul concetto di resistenza perché derivavano da studi di strutture soggette all'azione del vento, in cui la statica assume un ruolo importante.

Si sono poi introdotte delle norme per le strutture in muratura. Queste, per le strutture esistenti e monumentali hanno reintrodotta il concetto di adeguamento e miglioramento, con l'aggiunta di una richiesta di calcoli specifici: occorre dimostrare che la PGA che porta a collasso la struttura sia superiore alla PGA pre-intervento.

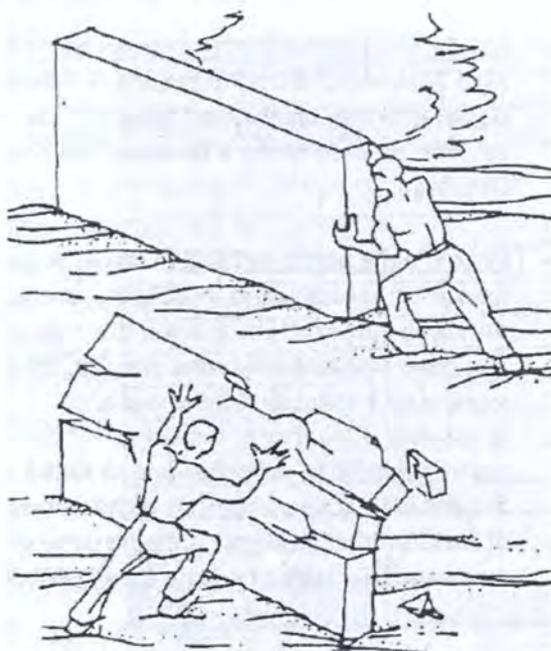
RISORSE STRUTTURALI DEGLI EDIFICI IN MURATURA – ASPETTI GENERALI

Le costruzioni in muratura sono mediamente molto vulnerabili nei confronti dell'azione sismica. Per quale motivo?

È noto che il terremoto agisce lungo una direzione prevalente e la muratura è costituita da setti, ossia da pannelli, orizzontamenti e setti che possono presentare diverse rigidzze a seconda della direzione e si parla di comportamento in piano (l'elemento funziona meglio quando è colpito nel suo piano) e di comportamento fuori piano.

Infatti, in genere il collasso avviene per ribaltamento fuori piano.

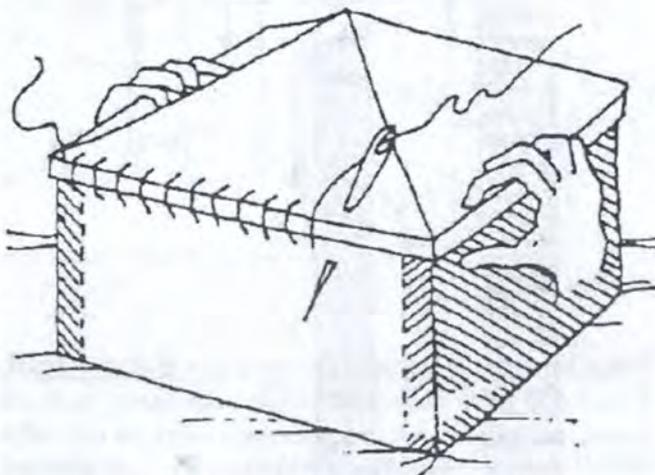
In questo senso, fintanto che i setti sono isolati e non collegati tra di loro, è sufficiente una piccola scossa di terremoto per determinare un collasso dell'edificio per ribaltamento delle pareti fuori piano. L'unico sistema per garantire la sopravvivenza dell'edificio è garantire un collegamento tra i setti in corrispondenza degli angoli: l'immorsamento è un aspetto fondamentale da controllare negli edifici esistenti, pena il collasso con piccole scosse.



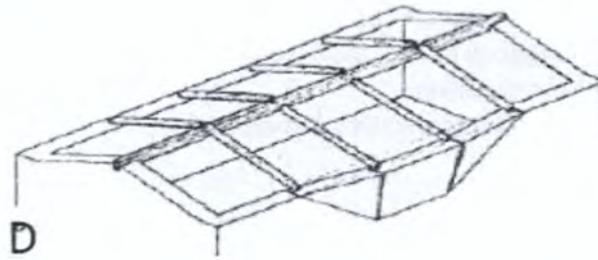
Un ulteriore contributo deriva dalla soletta che, chiudendo e creando un ammorsamento tra solaio e pannelli, realizza un comportamento scatolare nell'edificio in muratura. Perché questo avvenga, occorre verificare l'ammorsamento in corrispondenza degli spigoli tra i setti e l'ammorsamento tra ciascun setto in muratura e la soletta.

D'altra parte, occorre osservare che spesso è difficile intervenire sulla soletta perché, anche se si riuscisse a garantire un buon collegamento e a realizzare il comportamento scatolare, magari si è introdotta una massa aggiuntiva che si traduce in un incremento dell'azione sismica.

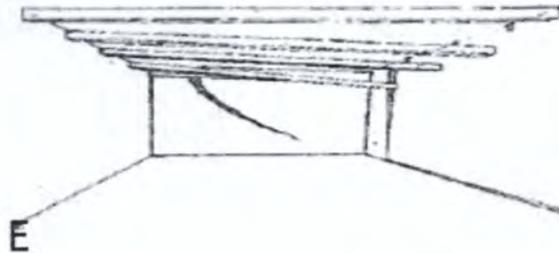
Pertanto, in generale, la prescrizione è di realizzare non una soletta pesante ma di realizzare il collegamento con i setti mediante un cordolo, ossia un passante perimetrale che interessi tutti i setti e li colleghi solidalmente tra di loro (anche indirettamente, qualora l'immorsamento mutuo tra i setti non sia sufficiente) e alla soletta preesistente.



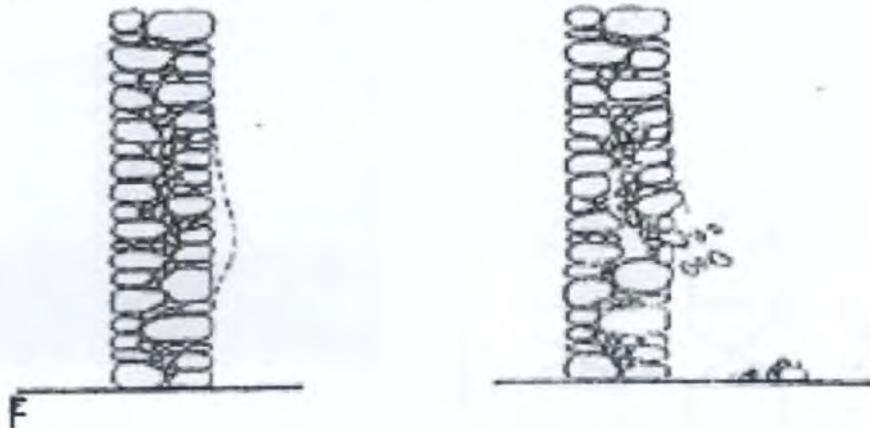
Nel rilievo post-sisma, si riscontrano alcune situazioni comuni.



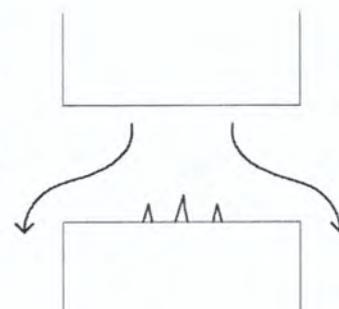
- Sfilamento delle travi dei solai conseguenti all'oscillazione della parete esterne attorno alla base
Durante l'evento sismico, è possibile che le pareti si muovano in controfase, determinando lo sfilamento delle travi dei solai. Le travi, scivolando, vanno a contrastare le pareti e determinano un aggravamento nel comportamento strutturale, con spinte fuori piano. L'effetto si manifesta nel caso di travi precarie e vulnerabili (ad es. semplice buco nella parete senza cordolo).



- Spanciamento di un muro a doppia cortina, con espulsione della sua parte esterna
I muri a doppia cortina sono costituiti da due paramenti e all'interno è inserito del materiale scadente. I due paramenti tendono a deformarsi per effetto della compressione e, in assenza di un collegamento tra essi, la parete si sbriciola.



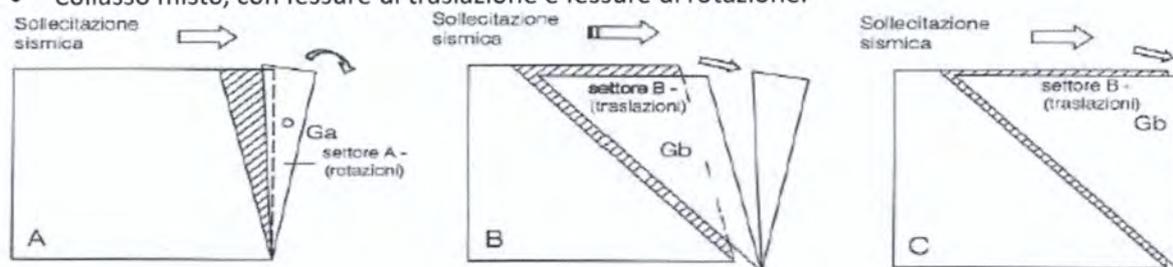
della struttura e, in quanto tale, essi sono realizzati con una muratura migliore e più duttile. Inoltre, i maschi operano sempre in compressione e dunque non presentano mai fessure pregresse. Viceversa, gli architravi possono essere fessurati già subito dopo la costruzione perché trasferiscono i carichi per effetto arco e possono svilupparsi fessure a flessione. Inoltre, il loro comportamento non è duttile e, quando avviene la loro spaccatura, di fatto l'edificio frana (solo nella teoria, infatti, i maschi lavorano come colonne isolate).



Pertanto, occorre cercare di sviluppare il comportamento di rottura dei maschi murari.

Una volta che avviene rottura nel piano, è possibile identificare tre tipologie di cinematismi nel piano.

- Collasso per ribaltamento, con fessure subverticali.
- Collasso per traslazione, con fessure inclinate di 45° circa.
- Collasso misto, con fessure di traslazione e fessure di rotazione.



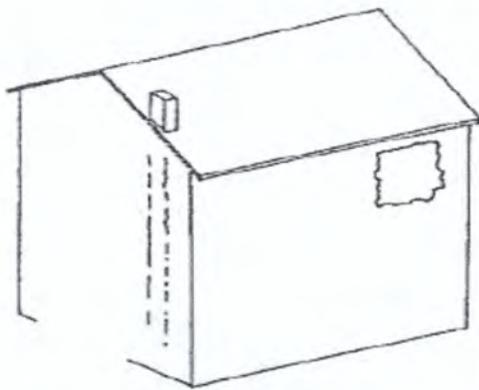
Questa schematizzazione può essere applicata anche a strutture complicate e difficili da trattare dal punto di vista del modello.

ALTRI FENOMENI DI COLLASSO

Lesioni o crollo parziale in corrispondenza di discontinuità

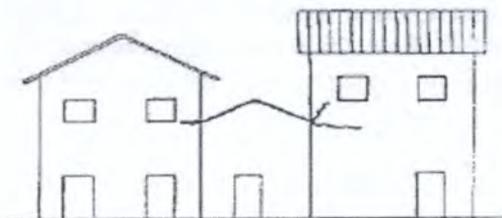
La presenza di una canna fumaria rappresenta un indebolimento della compagine muraria. A volte è invece presente un indebolimento locale per effetto di un tamponamento o delle aperture, che devono essere tenuti conto nel calcolo.

In queste situazioni, per rilevare le discontinuità, è possibile fare uso di tecniche di indagine termografica.

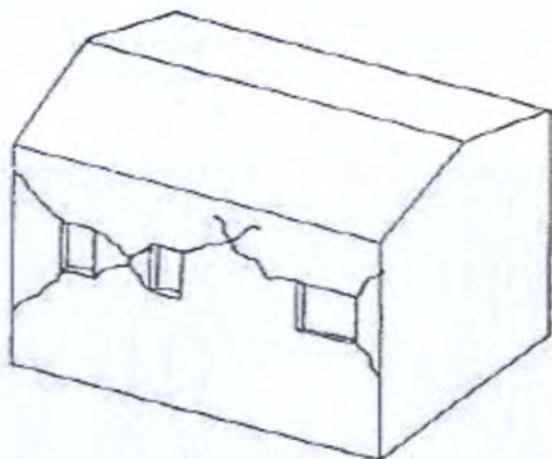


Lesioni per interazione tra edifici adiacenti

Questo effetto si manifesta soprattutto quando più edifici in aderenza o collegati presentano caratteristiche dinamiche diverse. Infatti, questi si muovono secondo vibrazioni diverse e avviene un effetto di interazione.

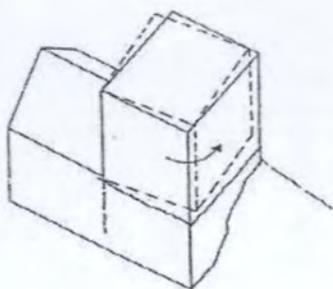
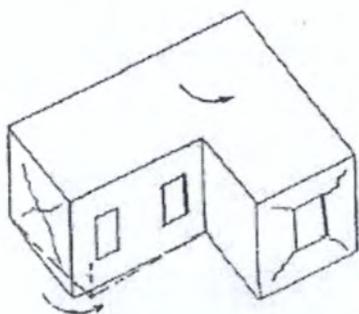


Il caso limite è quello della chiesa e del campanile, in cui le due strutture vibrano in controfase e sono soggette a un reciproco martellamento.



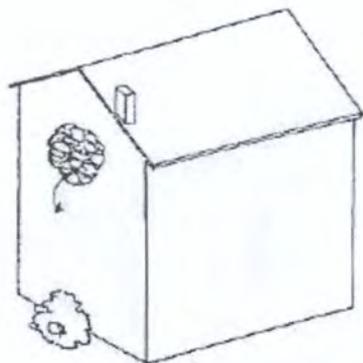
Meccanismo dovuto a irregolarità planimetriche e/o azioni di torsione

L'irregolarità in elevazione (es. finestra a metà solaio) porta a una tendenza dell'edificio alla rotazione e alla conseguente espulsione di un'angolata.



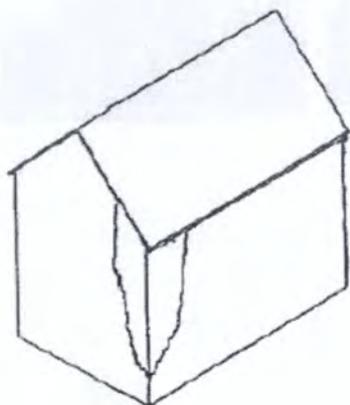
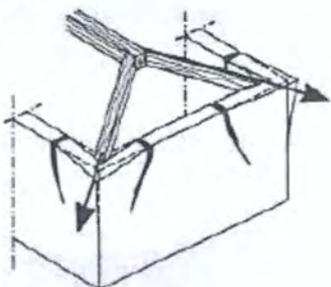
Sfogliamento locale della muratura per scarso immorsamento del paramento esterno al nucleo interno

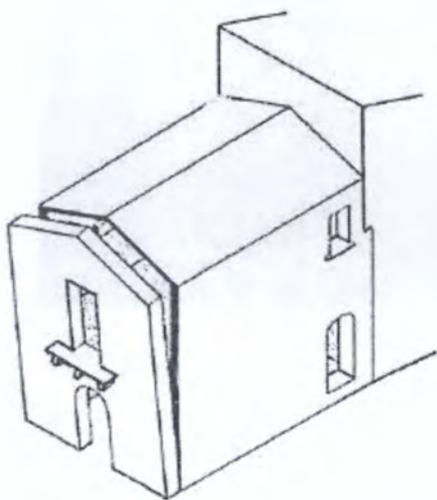
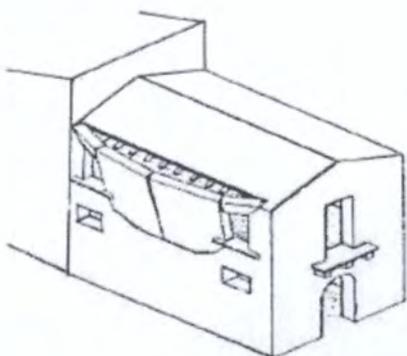
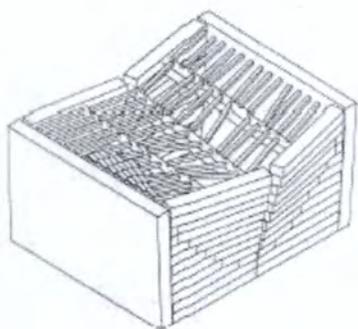
Essa è una rottura dovuta a compressione, tipica della cosiddetta muratura a sacco.



Espulsione dell'angolata

Essa è un fenomeno di spinta locale, dovuta alla spinta orizzontale non ripresa da parte della copertura.





METODI DI ANALISI E VERIFICHE DI SICUREZZA SUL COSTRUITO

In presenza di edifici in muratura, essendo strutture tridimensionali in cui l'applicazione di metodi rigorosi sarebbe molto onerosa e sussiste una grande incertezza sul comportamento dei materiali, si tende a fare ricorso a metodi semplificati.

Si distinguono due generi di verifica sulle strutture in muratura.

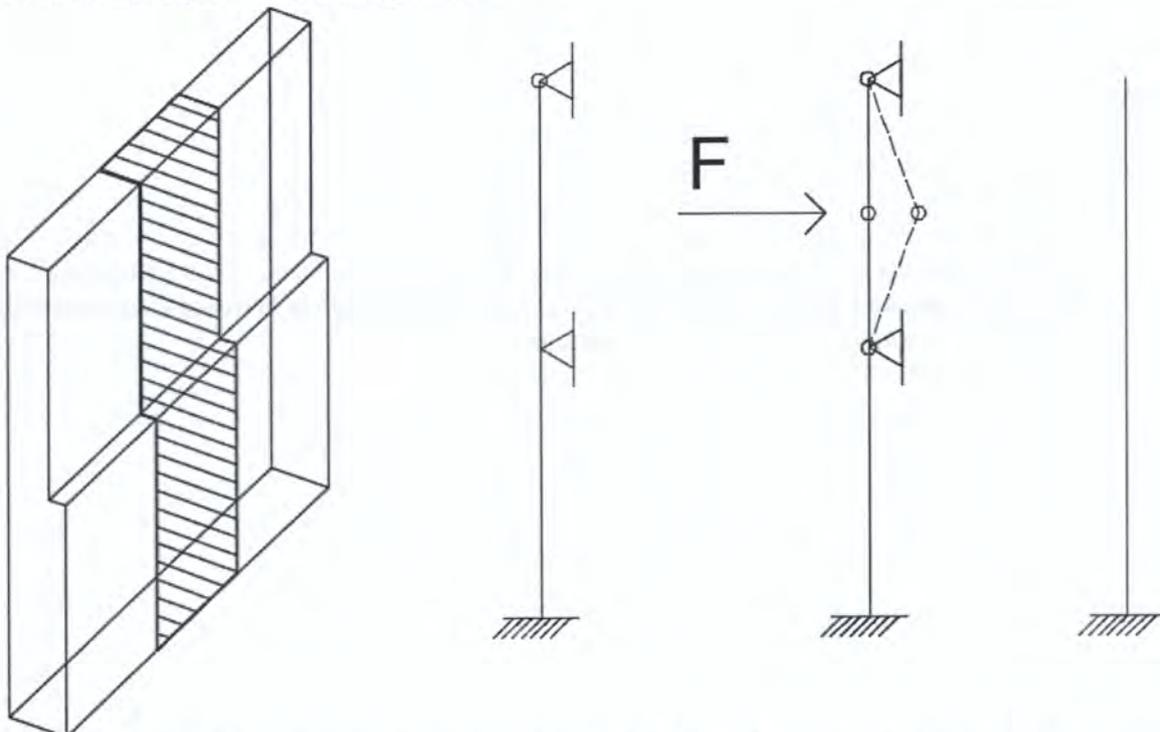
- Verifiche sulla singola parete e in direzione perpendicolare a essa
Esse sono verifiche locali eseguite su tutte le pareti per verificare la probabilità di accadimento di un meccanismo fuori piano (meccanismo pericoloso che avviene anche per piccoli livelli di PGA). La verifica è eseguita secondo un modello semplificato.
- Verifiche globali
Esse sono più simili a quelle applicate sulle altre tipologie strutturali, che riconducono a uno schema strutturale globale, al quale si associano le verifiche nel piano (azioni nel piano, come avviene nei telai in cemento armato).

Finora ci si è focalizzato sulle verifiche globali, che sono più complesse perché richiedono a monte una modellazione strutturale di tipo globale.

Le verifiche locali sono più semplici, ma anche molto importanti.

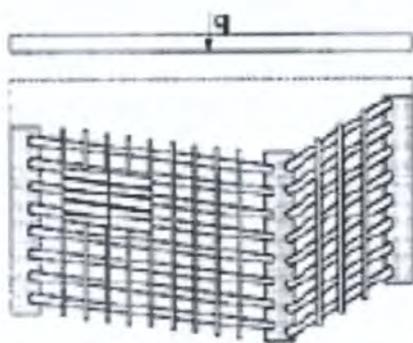
SCHEMA STRUTTURALE LOCALE

Per fare le verifiche locali, si fa riferimento a una porzione di parete di larghezza unitaria, adottando uno schema di incastro e carrello. In questo schema, è trasmessa una forza (peso W). I solai rappresentano i carrelli, ma occorre preliminarmente verificare la congruità del modello: bisogna verificare la rigidità del solaio e l'immorsamento solaio-parete. Occorre anche verificare la continuità della parete tra le due porzioni.

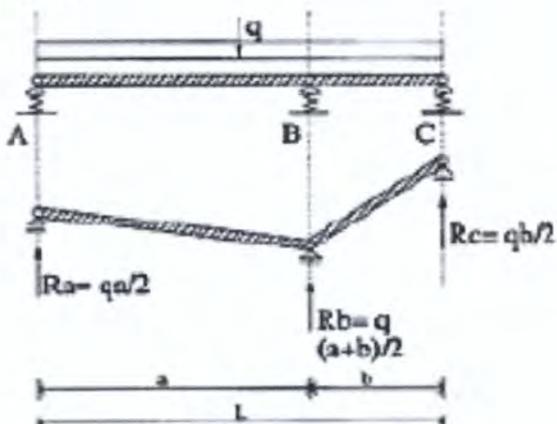


Se, ad es. la parete è stata rovinata per potere inserire il solaio, si adotta uno *schema di articolazione*,

RIPARTIZIONE ISOSTATICA



Pianta

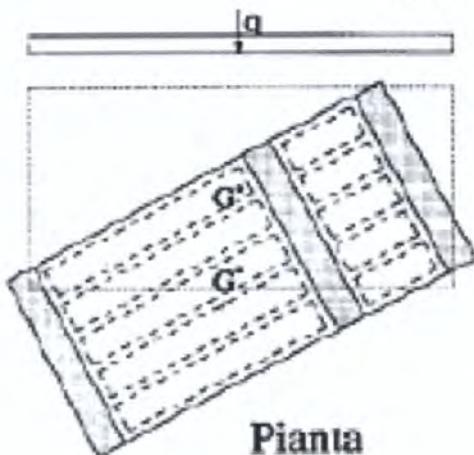


Schema statico

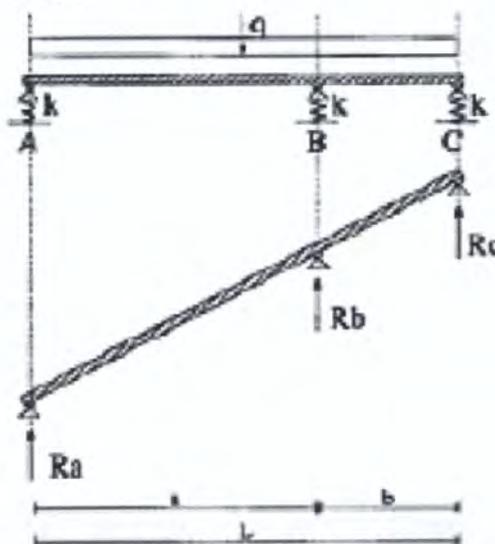
- Ripartizione iperstatica

In questo caso, è possibile lavorare secondo il modello di telaio spaziale.

RIPARTIZIONE IPERSTATICA



Pianta



Schema statico

Come funziona invece una parete nel proprio piano?

Se si considera il caso generale di parete forata, a essa è possibile associare un comportamento a telaio equivalente: la parete si costituisce di maschi, fasce e di nodi rigidi.

Osservando i risultati di test di laboratorio, si constata che il danneggiamento tende a concentrarsi nei maschi e nelle fasce, mentre le zone di nodo rimangono abbastanza integre e rigide. In base a questo, ai nodi è attribuito un comportamento rigido, mentre maschi e fasce sono oggetto di verifica perché in essi si concentra il danneggiamento.

I maschi sono soggetti sostanzialmente a taglio e pressoflessione, mentre le fasce sono principalmente soggette a taglio.

Una volta definito il modello strutturale, esistono diverse tipologie di analisi che si applicano per le costruzioni in muratura.

- Analisi statica lineare

Questo tipo di analisi è sensato perché le strutture in muratura sono molto rigide e, in esse, il primo modo di vibrare è il più importante. In esso, i solai sono considerati rigidi nel loro piano se realizzati in latero-cemento e privi di importanti aperture; nel caso di solai con travi in acciaio o in legno, questi sono rigidi nel loro piano se è presente una soletta in cemento armato di 50 mm collegata con adeguati connettori alle travi.

In questa analisi, è possibile fare riferimento al modello a mensole indipendenti e al modello a mensole e bielle.

Per quanto riguarda il modello a telaio, la norma prescrive di eseguire anche una verifica sulle fasce di piano perché sono un elemento resistente. Inoltre, per tenere conto della presenza di elementi non danneggiati nella muratura, gli elementi murari di intersezione tra maschi e fasce possono essere assunti rigidi e si parla di *modello di telaio con off-set*.

- Analisi modale con spettro

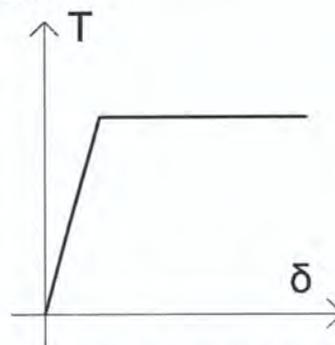
Questa è la classica metodologia di analisi applicata in zona sismica.

In realtà, nelle strutture in muratura, i risultati che si ottengono sono simili a quelli che si avrebbero applicando l'analisi statica equivalente. Di fatto, l'analisi modale è più accurata ma i risultati sono simili perché si basa su un'analisi lineare e si applica su strutture tozze.

- Analisi di push-over (analisi statica non lineare)

Questo è il migliore metodo di analisi per le strutture in muratura e considera la non linearità presente negli elementi in muratura. Ad es. è possibile associare agli elementi in muratura una legge taglio-spostamento di tipo elastico perfettamente plastico.

Proprio a questo modello si ispira il *metodo POR*: data una struttura in muratura, ai setti si associa una legge di tipo elastico perfettamente plastico (si immagina di applicare un taglio e l'elemento, per effetto di flessione e taglio, si sposta e si fessura, entrando nel tratto piatto). In realtà, il comportamento è leggermente diverso, ma questa ipotesi consente di fare calcoli semplici tenendo conto della non linearità nel comportamento dei setti. Infatti, le strutture in muratura sono poco duttili e, non facendo un'analisi elasto-plastica non lineare, non ci sarebbe struttura in zona 1 o 2 che sarebbe in grado di soddisfare le verifiche, anche se adeguate alla norma. Di fatto, questo metodo permette di valutare bene le risorse di duttilità.



Il metodo è consigliato in presenza di strutture in muratura che ricadono in zona 1 o 2.

Il metodo push-over si basa sugli spostamenti e non sulle forze, perché esegue una verifica in termini di spostamenti di interpiano: la struttura giunge a collasso non quando è raggiunto un certo limite di forza, bensì quando è raggiunto un limite in termini di spostamento percentuale di interpiano in tutti gli elementi (non solo un elemento). Pertanto, in input si applicherà non lo spettro di risposta delle accelerazioni, bensì lo spettro di risposta degli spostamenti.

VERIFICHE SUI SINGOLI ELEMENTI STRUTTURALI

Una volta eseguita l'analisi strutturale, si procede alle verifiche, che sono di diverse tipologie.

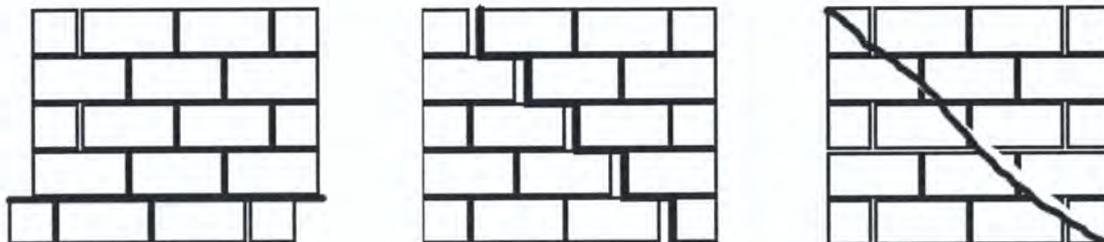
- Verifiche fuori piano, eseguite secondo schemi locali (es. schema di articolazione) in cui si esegue la verifica alla rottura della singola tesa tra due orizzontamenti vincolanti successivi. Questa si accompagna alla verifica a pressoflessione dovuta a carichi verticali (secondo la formula di normativa) e la verifica a ribaltamento.
- Verifiche nel piano, mediante analisi di push-over (verifica in termini di spostamenti) o analisi multimodale, in cui si eseguono verifiche a pressoflessione ("a rocking", ossia "a dondolamento") e a taglio nel piano. Queste sono eseguite una volta verificata la capacità dei collegamenti di piano (es. cordoli) a espletare la loro funzione.

ROTTURA PER TAGLIO

La rottura di una muratura soggetta ad azioni di taglio può avvenire in tre modi.

- Rottura per scorrimento lungo i giunti orizzontali (rottura nella malta – tipico delle murature recenti).
- Rottura per fessurazione con scorrimento diagonale (rottura nella malta – tipico delle murature recenti).
- Rottura per fessurazione diagonale (rottura nei blocchi di laterizio – tipico delle murature vecchie).

La tipologia di rottura dipende dalla qualità dei materiali (malta e laterizio), dalla tipologia di tessitura della muratura, dall'entità del carico verticale (al primo e all'ultimo piano, avvengono diversi meccanismi di rottura per taglio) e rapporto di snellezza tra altezza e larghezza del setto.



Per ciascuno dei meccanismi di rottura a taglio, la norma fornisce dei criteri di resistenza.

Il criterio di resistenza nei confronti della fessurazione diagonale corrisponde al criterio di Turnsek, che è un criterio energetico (simile al criterio di Von Mises).

$$V_d = \frac{f_{tu}Dt}{b} \sqrt{1 + \frac{p}{f_{tu}}}$$

Dove D è la larghezza, b è la profondità, p è la pressione e f_{tu} è la resistenza a trazione del laterizio.

I criteri di resistenza nei confronti dei meccanismi di scorrimento ricordano, nella loro forma, le leggi di tipo attritivo.

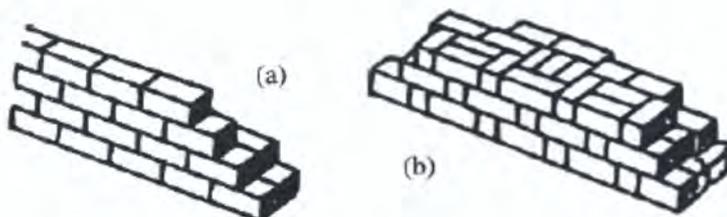
$$V_{ws} = Dt \frac{c + \mu p}{1 + \alpha_v} \quad \text{scorrimento diagonale}$$

$$V_{cs} = Dt \frac{1,5c + \mu p}{1 + 3c \frac{\alpha_v}{p}} \quad \text{scorrimento orizzontale}$$

In conclusione, le verifiche sui singoli elementi strutturali sono le seguenti.

- Pressoflessione fuori del piano
- Pressoflessione nel piano
- Taglio e scorrimento nel piano della parete

- Tipologia e qualità della muratura: si valutano tessitura, presenza di elementi trasversali tra i paramenti (questi evitano lo sfogliamento), dimensione degli elementi (preferibilmente, elementi di grosse dimensioni), orizzontalità delle giaciture, etc.



A livello del dettaglio a cui è spinta l'analisi, si distinguono più verifiche.

- Verifiche in situ limitate, di tipo visivo, che sono molto basate sull'esperienza e, al massimo, si rimuove lo strato di intonaco e si guarda cosa c'è sotto.
- Verifiche in situ estese ed esaustive, che sono basate su rilievi di tipo visivo con indagini non a campione, bensì applicate in tutto l'edificio.

PROPRIETÀ DEI MATERIALI

La qualità della muratura dovrà essere verificata con attenzione a diversi aspetti.

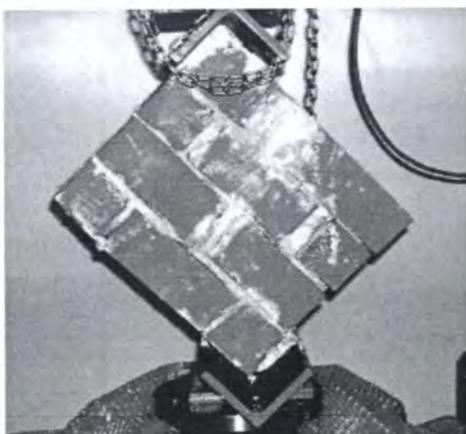
- Rispetto o meno della "regola d'arte"
- Presenza o meno di elementi di collegamento trasversale tra i paramenti, forma, tipologia e dimensione degli elementi, tessitura, orizzontalità delle giaciture, regolare sfalsamento dei giunti, qualità e consistenza delle malte
- Caratterizzazione di malte (tipo di legante, tipo di aggregato, livello di carbonatazione) e di pietre e mattoni (caratteristiche fisiche e meccaniche) mediante prove sperimentali e prelievo in situ (analisi dal punto di vista della resistenza).
- Malte e pietre si preleveranno in situ, avendo cura di prelevare le malte all'interno (almeno 5-6 cm di profondità nello spessore murario).

Le indagini sui materiali si distinguono in più tipologie.

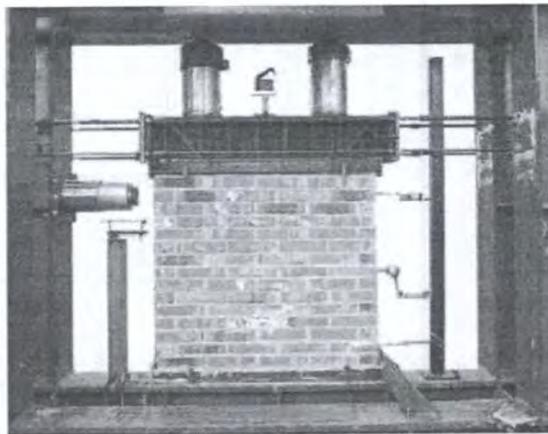
- Indagini in situ limitate
Esse sono basate su esami visivi dopo la rimozione di un blocco di intonaco per 1 m di lunghezza e servono a completare le informazioni sulle proprietà dei materiali ottenute dalla letteratura, o dalle normative in vigore all'epoca della costruzione.
In dettaglio, gli esami visivi sono condotti dopo la rimozione di una zona di intonaco di almeno 1mX1m, al fine di individuare forma e dimensione dei blocchi di cui è costituita, eseguita preferibilmente in corrispondenza degli angoli, al fine di verificare le ammorsature tra le pareti murarie.
Dovrà essere valutata, anche in forma approssimata, la compattezza della malta, la monoliticità, la qualità della connessione interna e trasversale attraverso saggi localizzati che interessino lo spessore murario.
La qualità delle murature dipende anzitutto dalla geometria e dalla disposizione delle pietre che le costituiscono: pietre di dimensioni tali da garantire la monoliticità della compagine muraria costituiscono un segno del buon funzionamento dell'opera. Viceversa, nel caso in cui

- Indagini in situ esaustive

Le verifiche in situ esaustive prevedono indagini visive e almeno 3 prove distruttive di laboratorio (questo è un campione statistico sufficiente), come la prova a compressione diagonale e la prova di taglio diretto.



PROVA A COMPRESSIONE DIAGONALE



PROVA A COMPRESSIONE E TAGLIO

È possibile ricorrere anche a prove non distruttive, a queste non sono sostitutive. Un esempio è l'uso dello sclerometro, che dà informazioni circa la tenacità del materiale, ma è poco affidabile.

Un altro esempio è dato dalle prove soniche.



PROVA SCLEROMETRICA SU BLOCCHI (A) E SU MALTE (B)

Dai risultati delle prove, è possibile estrapolare il livello di conoscenza e da qui il fattore di confidenza.

Livello di conoscenza	Geometria	Dettagli costruttivi	Proprietà dei materiali	FC
LC1	Rilievo strutturale	Limitate verifiche	Limitate indagini	1.35
LC2		Estese ed esaustive verifiche	Estese indagini	1.20
LC3			Esaustive indagini	1.00

stratigrafico).

Da qui, si esegue un confronto tra l'accelerazione di danno e l'accelerazione in sito.

- **Livello di verifica 2**
Esso corrisponde a valutazioni di sicurezza in termini di meccanismo locale.
- **Livello di verifica 3**
Esso corrisponde a valutazioni di sicurezza in termini di meccanismo di insieme.

Alla fine della valutazione, si ottiene un indice di vulnerabilità: se questo è superiore a 1, la struttura è ritenuta "sicura"; se è inferiore a 1, la struttura è ritenuta "non sicura".

In realtà, non interessa tanto conoscere il livello di sicurezza di una struttura, bensì definire la priorità degli interventi.

INTERVENTI DI RIABILITAZIONE DI EDIFICI ESISTENTI IN MURATURA IN ZONA SISMICA

In presenza di strutture ordinarie, gli interventi possibili sono la riparazione, il miglioramento e l'adeguamento.

Nei beni tutelati, invece, gli interventi ammessi sono soltanto la riparazione e il miglioramento.

Le diverse categorie di intervento sono definite all'interno delle NTC2008 ed esse sono distinte in funzione del livello di sicurezza aggiunto.

- **Riparazione:** intervento che riporta la struttura al livello di sicurezza antecedente al danno. Tale intervento non deve alterare la distribuzione dei carichi e il comportamento di insieme della struttura.
- **Miglioramento:** intervento che determina un incremento del livello di sicurezza nei confronti degli eventi sismici senza modificare sostanzialmente il comportamento globale dell'edificio. Il livello di sicurezza raggiunto può essere inferiore di quello richiesto alle nuove costruzioni.
- **Adeguamento:** intervento che determina un incremento del livello di sicurezza nei confronti degli eventi sismici ai livelli di sicurezza delle nuove strutture. Tale intervento è obbligatorio solo in occasione di variazioni sostanziali dell'organismo edilizio, inerenti sia agli aspetti strutturali sia alle destinazioni d'uso.

Le categorie di interventi sono disposte in ordine crescente di invadenza.

Nonostante la presenza di normative in campo sismico, il costruito italiano non è sufficientemente adeguato per la sismicità presente nel territorio. In particolare, occorrono molti danneggiamenti legati a meccanismi di collasso locale.

PROGETTO DEL RECUPERO

Il progetto del recupero si articola in più fasi.

1. **Conoscenza del manufatto**
Essa corrisponde all'acquisizione, mediante documenti, di informazioni sul manufatto in termini di materiale, tecnica costruttiva, etc.
2. **Individuazione delle carenze strutturali, delle vulnerabilità e dei possibili meccanismi di collasso locale**
Questa fase si lega al fatto che la resistenza di una struttura sia dovuta non tanto alla qualità del materiale, ma piuttosto alla presenza di dettagli costruttivi (es. coperture spingenti,

Il livello di conoscenza, come si può notare, è influenzato dall'estensione dell'indagine.

- Indagini in-situ limitate
Esse sono indagini basate sulla documentazione e su esami visivi della superficie muraria al fine di individuare forma e dimensione dei blocchi ed eventuale grado di ammorsamento tra le pareti.
- Indagini in-situ estese
Le indagini visive sono eseguite in maniera sistematica per ogni tipo di muratura presente. Vanno inoltre eseguite prove con martinetto doppio e prove di caratterizzazione della malta.
- Indagini in-situ esaustive
Esse servono per ottenere informazioni quantitative sulla resistenza del materiale in aggiunta alle verifiche visive; la misura delle caratteristiche meccaniche di resistenza si effettua mediante prove distruttive e non, in situ e/o in laboratorio, di campioni indisturbati.

Negli edifici tutelati, il calcolo del fattore di confidenza avviene in modo diverso perché si lega al rilievo geometrico, alle specificità storiche, etc. di fatto, si definiscono dei fattori di confidenza parziali, la cui somma restituisce il fattore di confidenza globale.

$$F_C = 1 + \sum_{k=1}^4 F_{Ck}$$

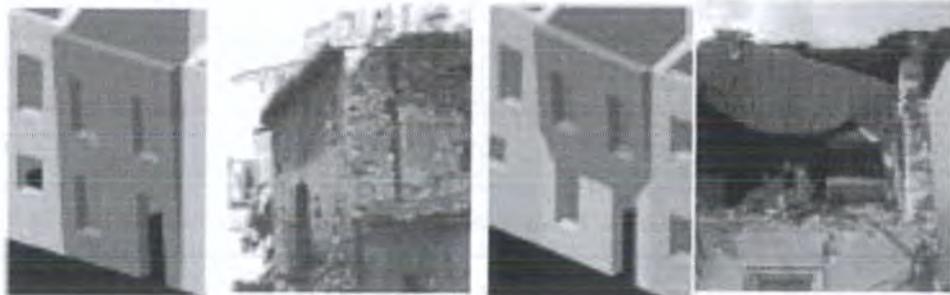
Rilievo geometrico	Rilievo materico e dei dettagli costruttivi	Proprietà meccaniche dei materiali	Terreno e fondazioni
Rilievo geometrico completo $F_{C1} = 0,05$	Limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi $F_{C2} = 0,12$	Parametri meccanici desunti da dati già disponibili $F_{C3} = 0,12$	Limitate indagini sul terreno e le fondazioni, in assenza di dati geologici e disponibilità di informazioni sulle fondazioni $F_{C4} = 0,06$
Rilievo geometrico completo con restituzione grafica dei quadri fessurativi e deformativi $F_{C1} = 0$	Esteso materico e degli elementi costruttivi $F_{C2} = 0,06$	Limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali $F_{C3} = 0,06$	Disponibilità di dati geologici e sulle strutture fondazionali; limitate indagini sul terreno e le fondazioni $F_{C4} = 0,03$
	Esaustivo rilievo materico e degli elementi costruttivi $F_{C2} = 0$	Estese indagini sui parametri meccanici dei materiali $F_{C3} = 0$	Estese o esaustive indagini sul terreno e le fondazioni $F_{C4} = 0$

È possibile notare che, all'aumentare del livello di conoscenza, si riduce il fattore di confidenza. Del resto, tanto più si conosce la struttura, tanto più sono note e certe le caratteristiche meccaniche dei materiali. Siccome il fattore di confidenza è utilizzato come un fattore di sicurezza aggiuntivo che riduce le caratteristiche meccaniche dei materiali, in questo caso esso diminuisce.

È disponibile una tabella che, in funzione della tipologia di muratura e del livello di confidenza assunto, restituisce i parametri meccanici.

Esso è indice di un carente collegamento a livello del solaio (assenza di cordoli e catene ai piani, orizzontamenti mal collegati alle pareti perimetrali, intersezioni murarie di cattiva qualità, presenza di spinte)

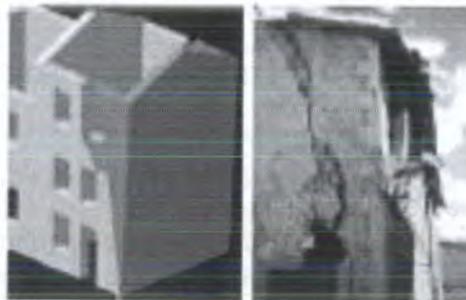
I sintomi che evidenziano l'attivazione del meccanismo di ribaltamento semplice è la formazione di fessure in corrispondenza della zona di contatto tra i paramenti.



○ *Meccanismo di ribaltamento composto*

D'altra parte, seppur sia presente una connessione, è possibile che si attivino altri meccanismi locali.

Questi possono essere dovuti alla presenza di una copertura spingente, di un'assenza di vincolo in sommità oppure di un'apertura collocata in prossimità del collegamento (che rappresenta una zona debole). La presenza di una copertura non adeguatamente collegata o di una zona di debolezza inducono lo sviluppo di fessure diagonali lungo la zona di contatto tra i paramenti e il ribaltamento della facciata.



• Meccanismo di flessione verticale

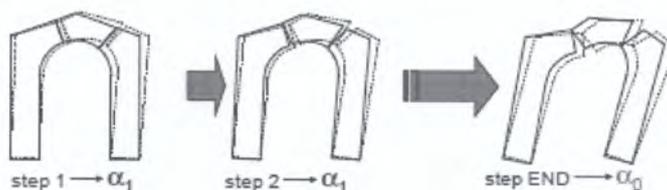
Il meccanismo di flessione verticale si verifica quando il paramento è collegato alla copertura ma non ai solai intermedi, tipicamente negli edifici oggetto di sostituzione delle solette che, non essendo ben collegate, esercitano un'azione di martellamento sulle pareti laterali, che subiscono un meccanismo di flessione laterale.

Il meccanismo è evidenziato da sganciamenti e fuori piombo della parete e lesioni orizzontali e verticali.



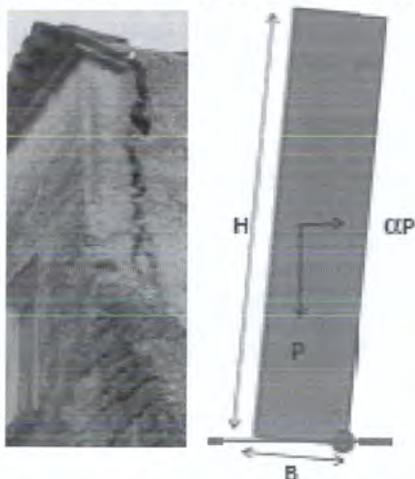
VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA SISMICA NEI CONFRONTI DEI MECCANISMI LOCALI

L'approccio che si utilizza nelle NTC è l'approccio cinematico dell'analisi limite di equilibrio: sulla base degli schemi introdotti in precedenza, si ipotizza un meccanismo di collasso e si calcola il moltiplicatore α_0 dei carichi orizzontali che attiva il suddetto meccanismo.



Un metodo che può essere utilizzato è il metodo dell'equilibrio alla rotazione: ad es., per un paramento soggetto a ribaltamento semplice, si ipotizza la formazione di una cerniera alla base, si determina l'entità del momento ribaltante e del momento stabilizzante e il rapporto restituisce il coefficiente di moltiplicazione dei carichi.

Esempio: calcolo di α_0 relativamente al meccanismo di ribaltamento semplice



Metodo dell'equilibrio alla rotazione (1)

Calcolati il momento stabilizzante e ribaltante attorno al punto di rotazione:

$$M_R = \alpha P (H / 2)$$

$$M_S = P (B / 2)$$

eguagliandoli:

$$M_R = M_S$$

$$\alpha_0 = B / H$$

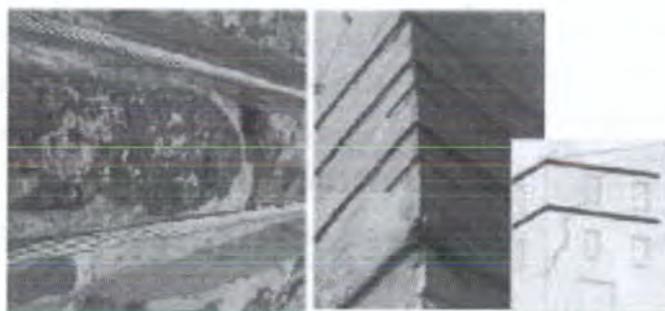
In alternativa, si può utilizzare il principio dei lavori virtuali (si eguagliano lavoro virtuale interno e lavoro virtuale esterno, eseguito dalla forza interna – peso – e dall'azione esterna – azione sismica – e si individua il moltiplicatore dei carichi).

zone di ancoraggio non siano eccessive e non si determini un collasso locale e dunque lo sfilamento dell'elemento.



Cerchiatura esterna

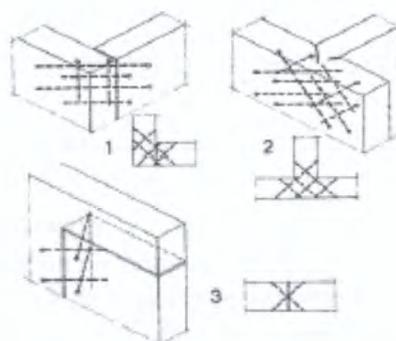
Si esegue un cerchiaggio dell'edificio, in modo da "chiudere" la scatola muraria, soprattutto negli elementi a elevata snellezza come torri e campanili. Nel caso dei campanili, che hanno pianta quadrangolare, occorre prestare attenzione alle zone di spigolo e applicare degli elementi che consentano di distribuire su un'area maggiore lo stato di tensione che è trasmesso dal cerchiaggio.



Perforazioni armate

Si eseguono perforazioni di 20-30 mm di diametro in corrispondenza della zona di spigolo e si inseriscono degli elementi di ancoraggio (barre sigillate e rese solidali con malte leggermente espansive) che collegano le pareti tra di loro ortogonalmente, colmando così la vulnerabilità per mancanza di ammorsamento.

L'intervento deve essere limitato ai casi in cui non siano percorribili le altre soluzioni proposte, per la notevole invasività di tali elementi e la dubbia efficacia, specie in presenza di muratura a più paramenti scollegati.

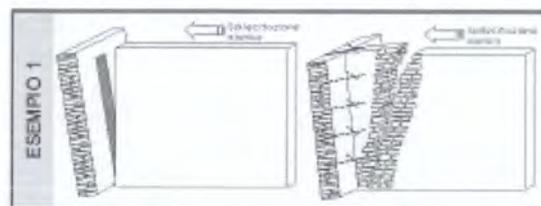


sebbene sembri elementare, richiede attenzione nelle modalità di esecuzione poiché occorre tenere conto della redistribuzione dei carichi. Pertanto, è opportuno utilizzare materiali simili a quelli originari per forma, dimensioni, rigidità e resistenza, collegando i nuovi elementi alla muratura esistente con adeguate ammorsature nel piano del paramento murario e se possibile anche trasversalmente al paramento stesso, in modo da conseguire la massima omogeneità e monoliticità della parete riparata.



D'altra parte, l'esecuzione degli interventi di collegamento non deve fare perdere una vista di insieme. Un determinato intervento, infatti, può determinare un cambio del meccanismo di danneggiamento locale, in presenza di una muratura scadente.

Il ribaltamento può diventare un meccanismo di ribaltamento composto, in presenza di carichi modesti.



In presenza di un cordolo sommitale, che elimina la spinta della copertura, si può innescare un meccanismo di collasso per flessione fuori del piano.

Occorre così verificare se il coefficiente moltiplicatore dei carichi relativo al nuovo meccanismo dopo l'intervento sia superiore o meno rispetto al valore ottenuto per il meccanismo precedente: se è più piccolo, significa che si è peggiorato il comportamento sismico della struttura.



Pertanto, gli interventi devono essere progettati sulla base delle carenze strutturali e devono essere anche verificate nei confronti dei meccanismi che si potrebbero attivare per effetto dell'intervento stesso.

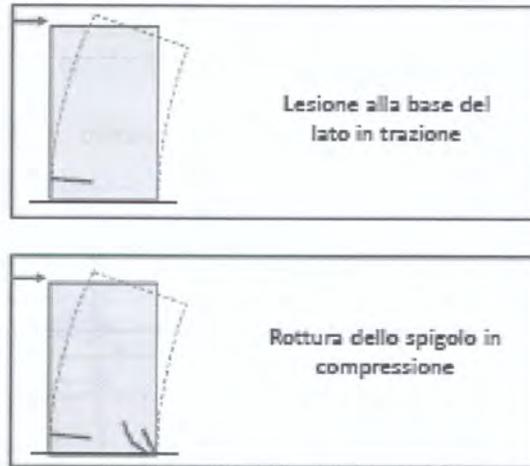
VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA SISMICA NEI CONFRONTI DEI MECCANISMI D'INSIEME

Soltanto una volta eseguite le verifiche nei confronti dei meccanismi di collasso locale, si procede alla valutazione della sicurezza in termini globali, cioè quella basata sulla resistenza del materiale.

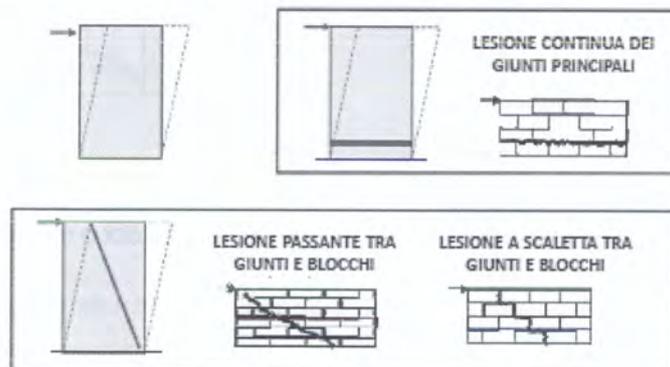
In questa verifica, il paramento è schematizzato secondo un telaio equivalente, in cui si individuano

Nell'analisi di resistenza, occorre tenere conto che esistono diversi meccanismi di vulnerabilità dei paramenti nel piano.

Il meccanismo di pressoflessione porta lesioni alla base del lato in trazione oppure una rottura dello spigolo a compressione.



La rottura a taglio avviene secondo tre diversi meccanismi: comparsa di una lesioni continue sul giunto orizzontale, lesioni che attraversano il blocco (lesione passante – si verifica in genere quando la resistenza della malta è comparabile alla resistenza del blocco) o lesioni a scalini (si verifica in genere quando la resistenza della malta è molto inferiore rispetto alla resistenza del blocco).



I parametri che concorrono a definire quale meccanismo si inneschi, oltre alla resistenza della malta e del blocco di laterizio, sono la snellezza, l'entità del carico verticale e la tessitura. Questo è descritto in diagrammi.

La ristilatura consiste nella rimozione della malta di collegamento e nell'inserimento di nuova malta. L'intervento è efficace in presenza di muratura avente buone caratteristiche meccaniche, mentre la malta è scadente e comporta un percorso preferenziale per la rottura a taglio.

Tale intervento se effettuato in profondità su murature di spessore non elevato su entrambi i lati, può migliorare le caratteristiche meccaniche della muratura.

L'incremento di resistenza risulta invece contenuto nel caso di murature di medio o grosso spessore con paramenti non idoneamente collegati in direzione ortogonale (necessario effettuarlo in combinazione con altri). Particolare attenzione dovrà essere ricolta alla scelta delle malte da utilizzare.

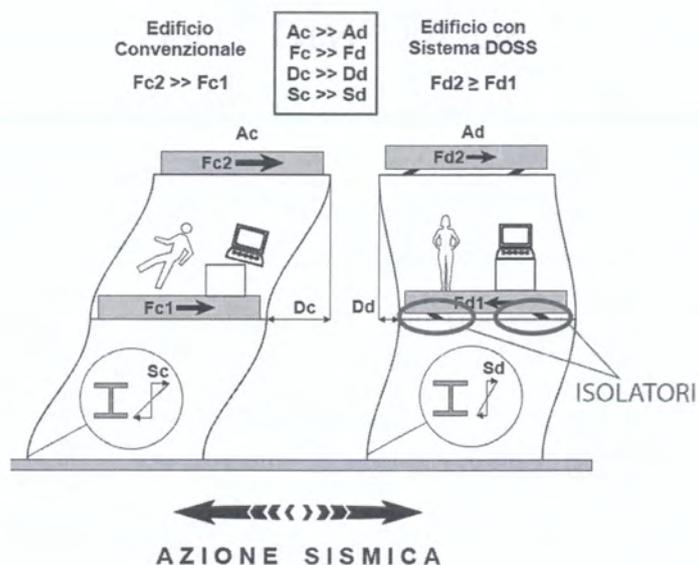
È anche possibile eseguire una ristilatura armata, andando a inserire degli elementi in acciaio nella nuova malta



SCARNITURA

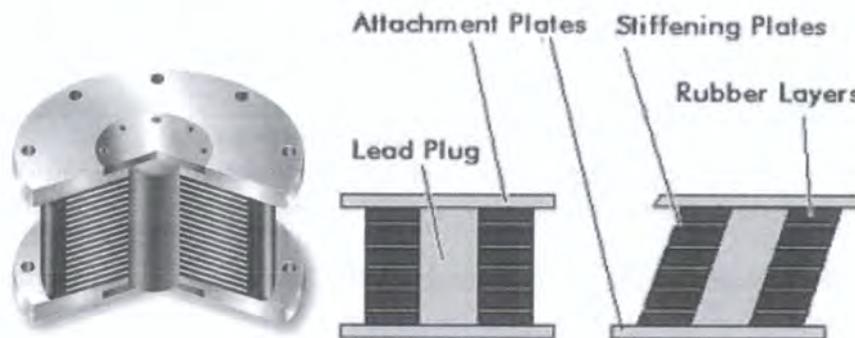


RISTILATURA



- Edifici sospesi sismicamente isolati.
- Sistemi con primo piano labile.

D'altra parte, si distinguono i sistemi di "back-up". Questi non sono sistemi di isolamento vero e proprio ma sono integrati a un sistema di isolamento affinché funzioni in maniera sicura.



Appoggi “shock evader”

Gli appoggi “shock evader” sono sistemi mobili su un supporto costituito da sfere o da rotaie. Tale sistema è stato usato in passato per limitare gli effetti degli urti ma, per effetto dell'azione, la struttura si sposta e deve essere ricentrata. Il sistema a sfere è stato concepito proprio per consentire il ricentraggio automatico.

U.S. Patent Oct. 14, 1991 Sheet 1 of 2 5,056,380

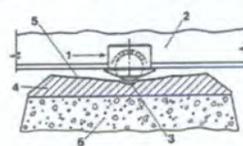
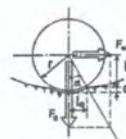
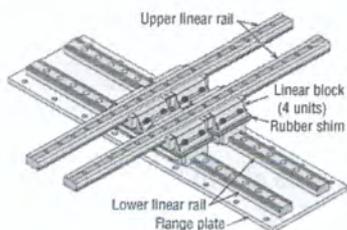
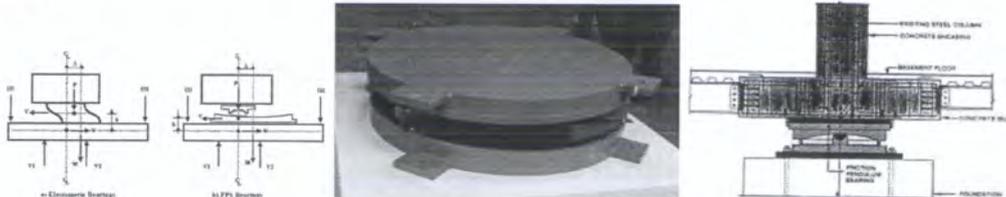


FIG. 1



Appoggi a pendolo ad attrito

Gli appoggi a pendolo ad attrito sono sistemi costituiti da due superfici lisce, in genere concave in modo da consentire il ricentraggio. Il sistema lavora per attrito e le due superfici permettono il disaccoppiamento del moto della sovrastruttura rispetto alla fondazione. Questo sistema deve essere efficace soprattutto negli edifici: nel caso si inceppi uno dei binari, di fatto si introduce un'eccentricità improvvisa nel moto sismico e ciò può indurre effetti molto gravosi sull'edificio.



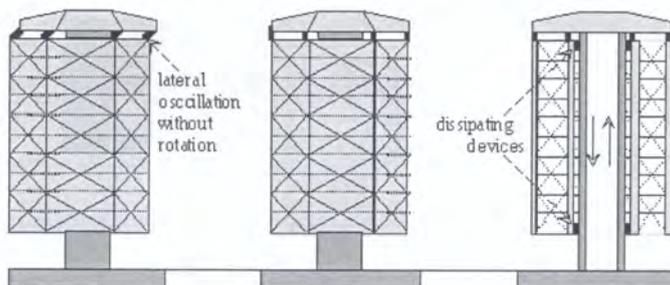
Appoggi a pendolo su pilastri

Gli appoggi a pendolo su pilastri sono appoggi in cui il disaccoppiamento avviene tramite pilastri in cemento armato annegati in una matrice gommosa, il cui movimento induce dissipazione.

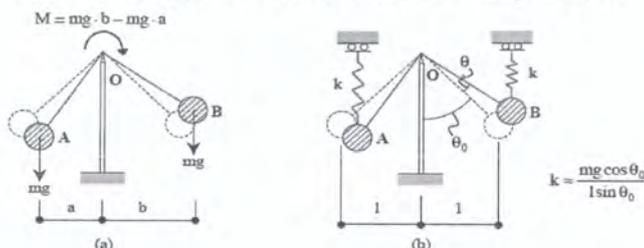
Edifici sismicamente sospesi

Gli edifici sismicamente sospesi sono costituiti da un nucleo centrale molto rigido, al quale i piani sono appesi.

Queste strutture presentano un sistema di isolamento mediante isolatori a rovescio, che sono applicati in sommità, in corrispondenza del punto di trasmissione dell'azione sismica. A questo, si aggiungono degli elementi di vincolo che fungono anche da smorzatori.

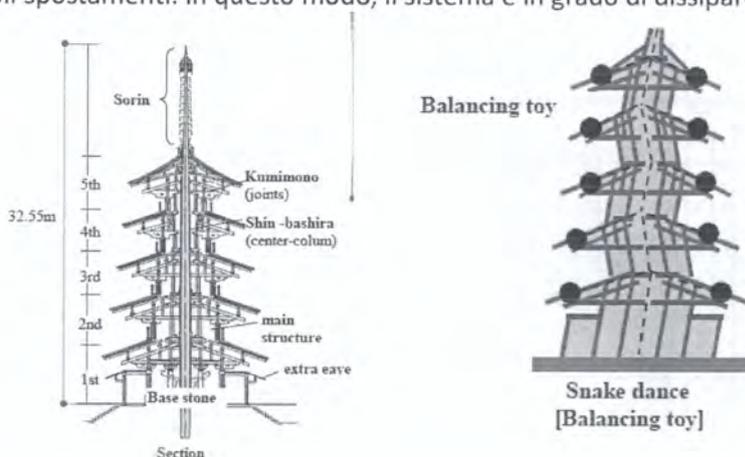


Un esempio classico è la *pagoda*, un sistema intrinsecamente antisismico molto usato in Asia. Il singolo piano della pagoda, infatti, ha un funzionamento del tipo "balanced toy": se il sistema si mette in movimento, lo spostamento determina un incremento di braccio e dunque un aumento della forza di richiamo elastico. In questo modo, il sistema è autoequilibrato.



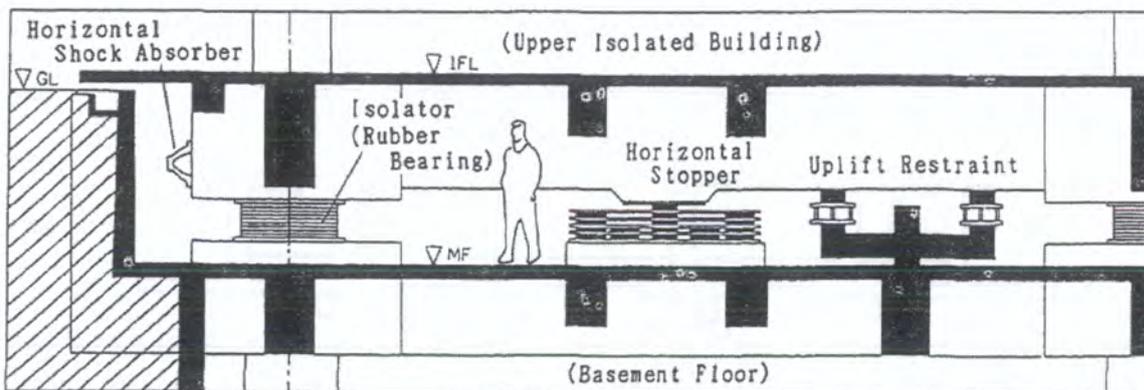
La pagoda è un complesso di tanti sistemi "balanced toy" sovrapposti che, nell'insieme, danno luogo a un comportamento ancora più bilanciante perché ciascun elemento si muove in un verso differente. Questo effetto si chiama "snake dance".

In questo modo, l'energia del terremoto è mandata sui modi di vibrare relativi alle frequenze più elevate (caratteristiche del comportamento "snake dance"), che sono poco pericolose perché inducono piccoli spostamenti. In questo modo, il sistema è in grado di dissipare l'energia.

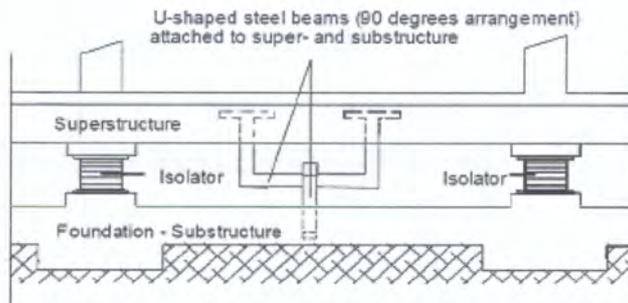


DISPOSITIVI DI "BACKUP"

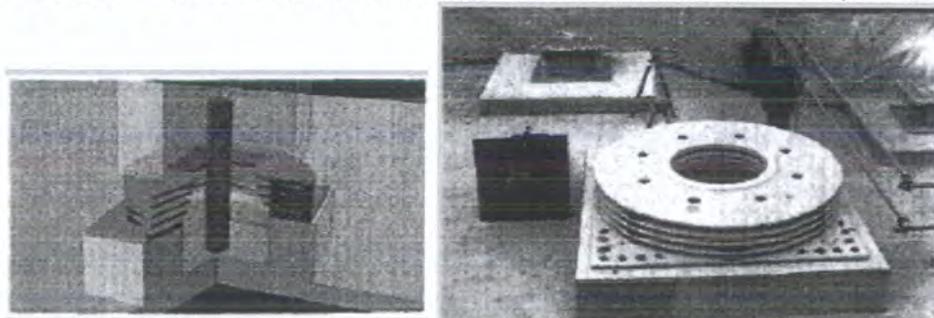
Essi non sono dispositivi di isolamento, bensì sono accessori inseriti a complemento dei dispositivi di isolamento, soprattutto quando si utilizzano sistemi non smorzanti.



I ritegni contro il sollevamento intervengono quando un sisma anomalo tende a determinare il ribaltamento della struttura.



I fermi orizzontali sono costituiti da un nucleo in acciaio solidale con la fondazione e una serie di dischi in acciaio concentrici e solidali con la sovrastruttura. In caso di spostamenti eccessivi (circa 30 cm), il nucleo tende a ingranare contro i dischi e questo meccanismo induce dissipazione di energia.



Gli assorbitori di urti orizzontali sono apparecchi in gomma che, in caso di spostamenti elevati, cozzano contro una parte fissa e dissipano energia.

I dispositivi di "atterraggio morbido" intervengono quando i dispositivi di isolamento si accorciano per effetto degli spostamenti indotti e, per attrito, questi tendono a trattenere il movimento dell'edificio e dissipano energia.

DISPOSITIVI DI DISSIPAZIONE

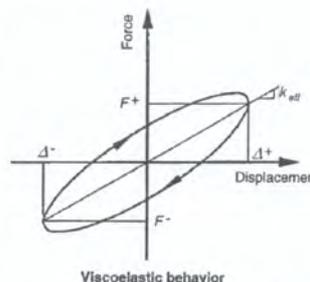
I sistemi di dissipazione sono classificati in due famiglie.

I dispositivi a dissipazione "rate dependent" (o "velocity dependent") presentano un comportamento dipendente in maniera stretta dalla velocità di applicazione della forzante.

Se si applica al dispositivo una forzante armonica secondo una certa frequenza, il diagramma delle forze rispetto agli spostamenti presenta delle ellissi la cui geometria dipende dallo smorzamento del sistema.

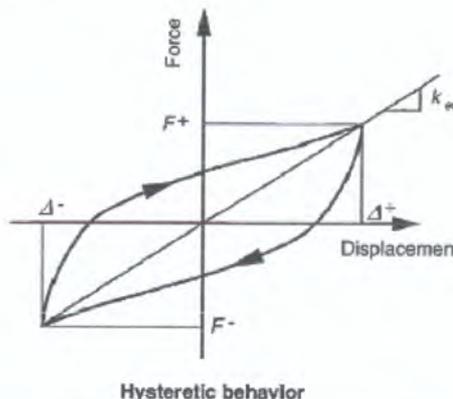
Se la prova è eseguita con un carico più "veloce", l'ellisse cambia forma e tende a spanciare.

Al limite, quando la velocità è molto bassa (il ciclo tende a durare un tempo infinito), l'ellisse degenera in una retta caratterizzata da una piccolissima dissipazione di energia, visto che lo smorzamento qui dipende dalla velocità di applicazione del carico, e con pendenza legata alla rigidità del sistema.



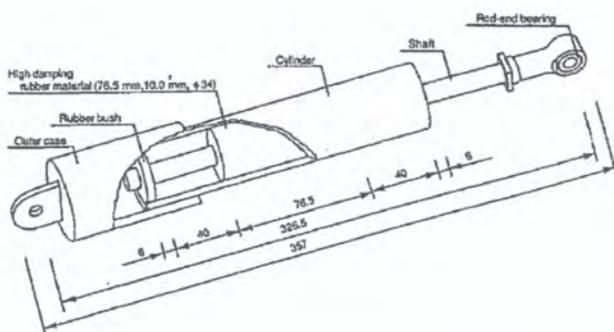
I dispositivi a dissipazione "rate independent" presentano invece lo stesso comportamento, indipendentemente dalla velocità di applicazione del carico.

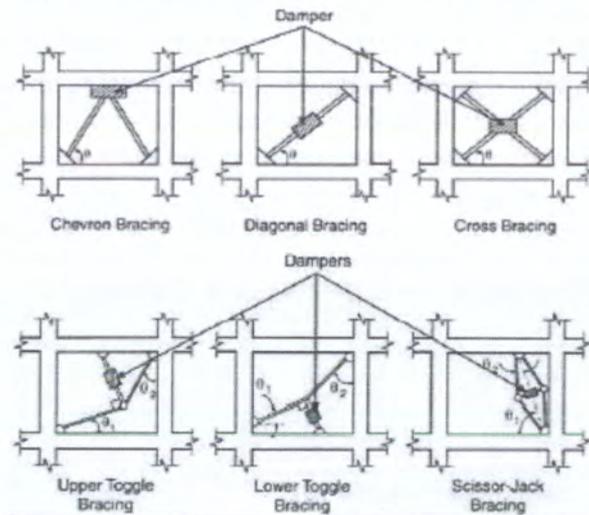
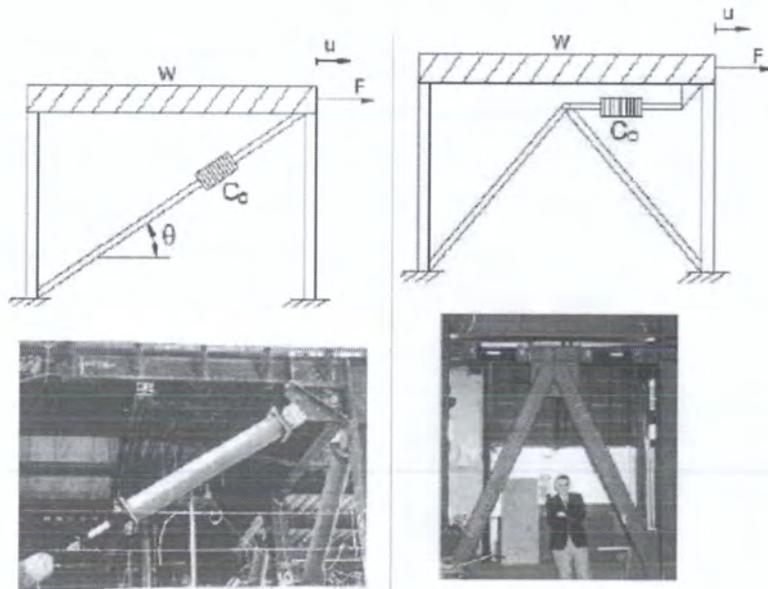
Questi dispositivi sono più semplici da caratterizzare, in quanto è sufficiente una prova statica per conoscerne le caratteristiche; i dispositivi "rate dependent" richiedono invece prove dinamiche eseguite con shaker, in cui si modifica la velocità di applicazione del carico.



Dissipatore in gomma

Il dissipatore in gomma è costituito da un cilindro contenente un pistone che preme contro un materiale gommoso (SEBS).



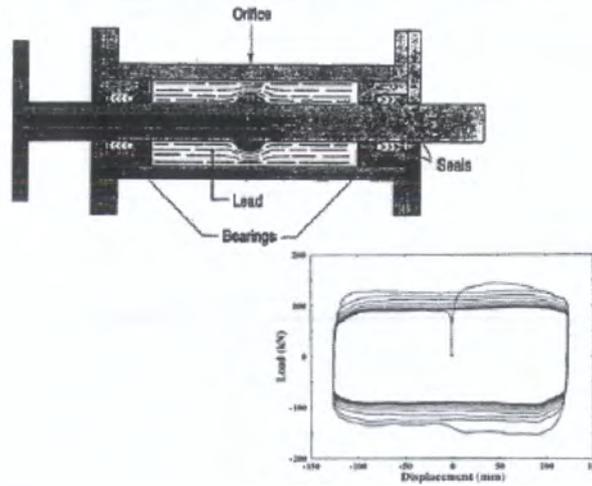


Friction Damper Braced System

Il Friction Damper Braced System è un particolare sistema di controvento concepito per dissipare energia.

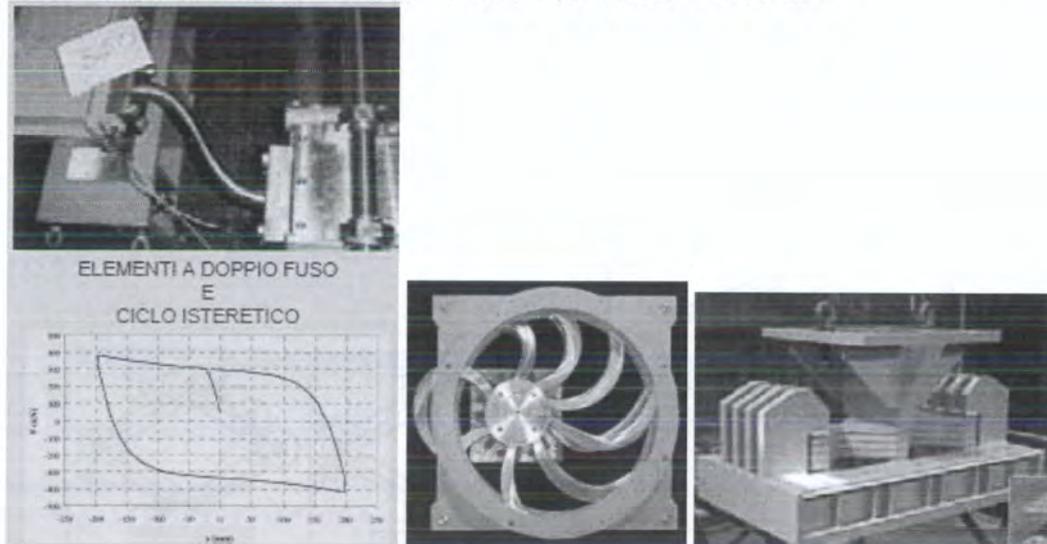
Dissipatori a estrusione di piombo

I dissipatori a estrusione di piombo non sono sistemi che lavorano per attrito, bensì sfruttano la plasticizzazione del materiale. Il piombo estruso è contenuto all'interno di un cilindro ed è obbligato a passare attraverso un orifizio, assumendo un comportamento isteretico.



Dissipatori isteretici in acciaio

I dissipatori isteretici in acciaio presentano un elevato numero di cicli di isteresi e un'alta efficienza dissipativa e si possono configurare come sistemi a pioli, a falce o a farfalla.



Dissipatori a favo

I dissipatori a favo presentano una plasticizzazione concentrata in corrispondenza delle zone più rastremate. Essi presentano un comportamento puramente isteretico e possono essere utilizzati nelle discontinuità dei muri e sui controventi.

Caratterizzazione dinamica dei dispositivi antisismici

Nella caratterizzazione dinamica, il progettista richiede una serie di parametri.

Nei dispositivi a dissipazione "rate independent", in cui l'entità della dissipazione è dipendente soltanto dallo spostamento, si può assumere un comportamento di due tipi.

- Elasto-plastico, i cui parametri di rigidità, fattore di incrudimento (pendenza del ramo plastico) e duttilità sono definiti sperimentalmente.
- Attritivo, in cui si assume una legge di tipo rettangolare ed è sufficiente definire la forza di scorrimento del dispositivo.

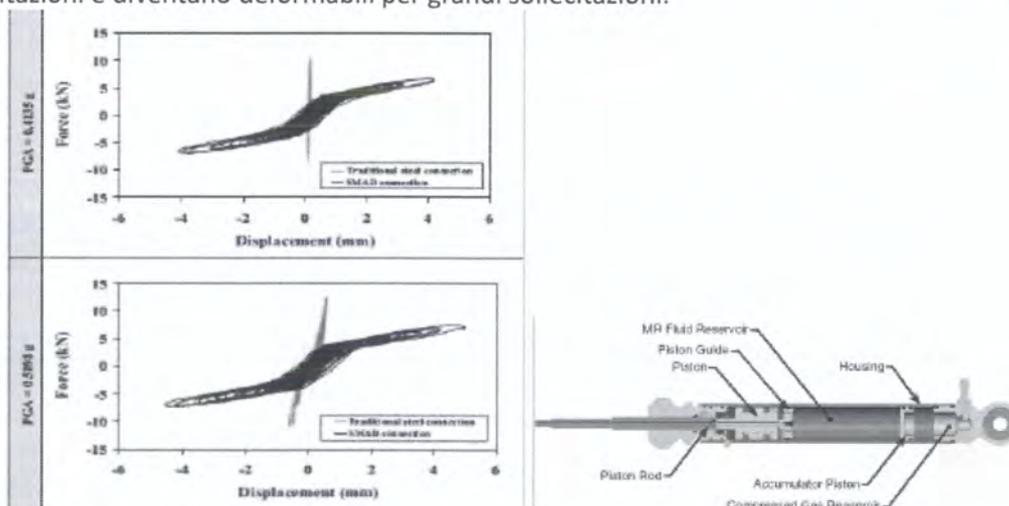
Nei dispositivi a dissipazione "rate dependent", si può assumere

- Comportamento viscoso lineare, corrispondente di fatto a un fluido, in cui l'ellisse è orizzontale perché non c'è rigidità, ma solo smorzamento. Pertanto, si calcola solo il coefficiente di viscosità.
- Comportamento elasto-viscoso lineare, in cui si aggiunge la rigidità, oltre al fattore di perdita.

Tipo	Dissipatore	Parametri meccanici	Modello reologico
dispositivi a dissipazione "dipendente dallo spostamento"	Elasto-plastico (EP)	k_1 Rigidità elastica α Fattore d'incrudimento μ duttilità	
	Attritivo (FR)	F_s Forza di scorrimento	
dispositivi a dissipazione "dipendente dalla velocità"	Viscoso lineare (VL)	c_d Coefficiente di viscosità	
	Elasto-viscoso lineare (VE)	k_d Rigidità elastica η Fattore di perdita "loss factor"	

Leghe a memoria di forma

Questi sono materiali che assumono un comportamento molto rigido in presenza di piccole sollecitazioni e diventano deformabili per grandi sollecitazioni.

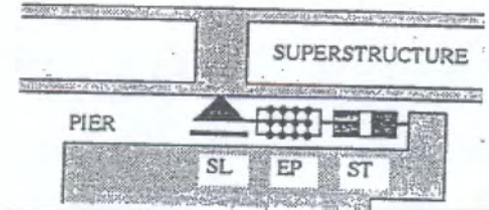


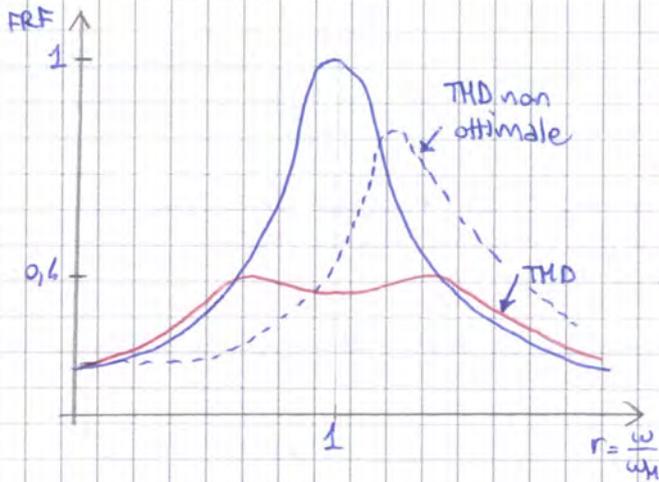
In questo modo, in condizioni ambientali, è come se lo shock-transmitter non esistesse e la struttura opera secondo uno schema con normali carrelli.

In presenza di un sisma, invece, lo shock-transmitter si chiude e il dispositivo elasto-plastico inizia a funzionare.

In questo senso, lo shock-transmitter serve a far funzionare i diversi sistemi a seconda del tipo di sollecitazione applicata.

del tipo di sollecitazione.





Per valutare l'efficacia della combinazione, si considera la funzione di risposta FRF rispetto alla pulsazione e dell'eccitazione normalizzata rispetto alla pulsazione e della struttura.

La curva continua rappresenta la risposta del sistema non controllata.

In presenza di un TMD con parametri

$$\mu = 1\% \quad \eta_A = 2\%$$

avviene l'ottimizzazione.

Si nota che la trasmissione non è immediata e, infatti, i TMD sono usati per azioni lente e durature e non per quelle impulsive. In quest'ultimo caso, la risposta iniziale non cambia poiché il TMD non ha il tempo di entrare in azione, mentre a regime il TMD oscilla in risonanza con la struttura e questo permette la dissipazione.

D'altra parte, il TMD offre il vantaggio che, con una massa piccola (1% della massa della struttura), si abbatte la massima risposta strutturale da 1 a 0,6. Viceversa, per le altre frequenze, il TMD è meno efficace (in alcuni punti, la curva si alza).

→ il TMD è efficace per **ABBATERE GLI EFFETTI DELLA FREQUENZA DI RISONANZA** (amplificazione dinamica), mentre è poco efficace alle frequenze lontane dalla frequenza di risonanza.

In questo senso, il TMD si introduce **solo per la protezione delle frequenze intorno alla frequenza di risonanza.**

Se il TMD non è ottimale (es. frequenza ridotta del 5% rispetto alla frequenza ottimale), la risposta - curva tratteggiata - non ha più due lobi bassi, bensì un lobo alto. Pertanto, bisogna evitare di perdere l'ottimalità e il problema è che i sistemi a piccola massa sono molto sensibili alla perdita di accordatura.

Un altro aspetto chiave è la sensibilità al supporto:

il supporto deve trovarsi in una posizione ottimale per la quale si risulti l'efficacia del TMD.

In particolare, il TMD risponde al moto del supporto e, se si sceglie un punto di attacco tale che il TMD si sposti molto sotto eccitazione, il TMD è efficace.

Ad es., se si vuole controllare il I modo in cui si muove di più la sommità, il migliore punto di attacco è la sommità.

Si dimostra che, se si accorda la frequenza dell'appendice alla pulsazione dell'eccitazione, cioè

$$\omega_A = \omega_H$$

allora si riesce a tenere ferma la struttura principale.

Si considerino infatti le equazioni del moto della struttura principale e dell'appendice.

$$\begin{cases} m_H \ddot{x}_1 + (k_H + k_A) x_1 - k_A x_2 = P \sin \omega t \\ m_A \ddot{x}_2 + k_A (x_2 - x_1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

In forma matriciale, si ottiene

$$\begin{bmatrix} m_H & 0 \\ 0 & m_A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_H + k_A & -k_A \\ -k_A & k_A \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Un sistema non smorzato soggetto a eccitazione armonica risponde con la stessa frequenza e in fase (non c'è ritardo), a regime, secondo la soluzione

$$\begin{cases} x_1 = a_1 \sin \omega t \\ x_2 = a_2 \sin \omega t \end{cases} \quad (3)$$

Si sostituisce la soluzione (3) nell'equazione di moto (1), ottenendo un'equazione algebrica.

$$\begin{cases} -m_H a_1 \omega^2 \sin \omega t + (k_H + k_A) a_1 \sin \omega t - k_A a_2 \sin \omega t = P \sin \omega t \\ -m_A a_2 \omega^2 \sin \omega t + k_A (a_2 - a_1) \sin \omega t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-m_H \omega^2 + k_H + k_A) a_1 - k_A a_2 = P \\ -k_A a_1 + (-m_A \omega^2 + k_A) a_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Quando la pulsazione in ingresso eguaglia la pulsazione propria dell'assorbitore, cioè

$$\omega = \omega_A$$

si ottiene

$$\frac{a_1}{z_n} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 0$$

$$\frac{a_2}{z_n} = \frac{1}{-\frac{k_A}{k_H}} \quad \Rightarrow \quad a_2 = -\frac{k_H z_n}{k_A} = -\frac{P}{k_A}$$

$$\omega = \omega_A \quad \Rightarrow \quad a_1 = 0 \quad a_2 = -\frac{P}{k_A} \quad (6)$$

In queste condizioni, l'ampiezza a regime dello spostamento della struttura è nulla, cioè la struttura non si sposta.

A spostarsi è l'oscillatore, secondo l'ampiezza a_2 . L'ampiezza a_2 è lo spostamento assoluto dell'assorbitore che, essendo ferma la struttura, corrisponde allo spostamento relativo dell'assorbitore rispetto alla struttura. Pertanto, la forza

$$k_A a_2$$

è la forza che si sviluppa nella molla che collega la struttura all'oscillatore. Tale forza è uguale a $-P$.

Ciò significa che la struttura è ferma perché, in ogni istante, l'assorbitore trasmette alla struttura una forza uguale e contraria all'eccitazione, mentre l'oscillatore compensa con il proprio moto la forza che arriva dall'esterno.

In realtà, la situazione che interessa di più è quando in ingresso è presente una sollecitazione sinusoidale con pulsazione simile alla pulsazione di risonanza della struttura.

Si prova allora a vedere come si comporta l'assorbitore se è tarato per lavorare alla risonanza, cioè

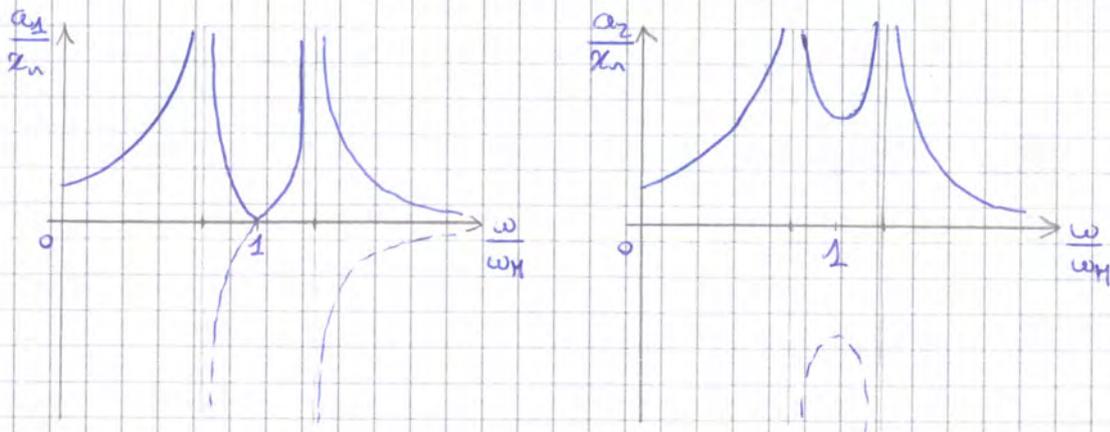
$$\omega_A = \omega_H$$

Se poi si considera il grafico di risposta, di fatto si è sostituita la funzione di risposta del sistema originario (con risonanza a $\omega/\omega_H = 1$) con una funzione di risposta avente due risonanze, una a sinistra e una a destra.

In particolare, quando la pulsazione è uguale alla pulsazione della struttura ω_H , la struttura ora rimane ferma.

In questo senso, se si è certi che l'eccitazione avvenga a una certa frequenza, è possibile determinare un assorbitore alla Frahm che sia efficace.

D'altra parte, se l'eccitazione può cambiare la propria frequenza, bisogna tenere conto che si è sostituito il sistema a una risonanza con un sistema a due risonanze e, se l'eccitazione si spinge a una di quelle frequenze, si rischia comunque risonanza. Così, l'assorbitore di fatto non proteggerebbe la struttura.



Tutto questo permette di capire il ruolo della massa aggiuntiva:

La massa aggiuntiva "spezza" il modo originario (la risposta FRF originaria) in una risposta a due picchi.

È chiaro che, se non si è certi riguardo la frequenza dell'eccitazione, l'assorbitore non risolve il problema perché la nuova risposta FRF può dar luogo ancora a risonanza.

$$\left[-a_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \right] = 0$$

Si introducano, per comodità, i seguenti parametri

→ rapporto di frequenza

$$f = \frac{\omega_A}{\omega_H}$$

→ rapporto di frequenza di eccitazione

$$r = \frac{\omega}{\omega_H}$$

→ smorzamento critico di tipo "ibrido" perchè non presenta la rigidità del solo assorbitore, bensì della struttura principale.

$$c_c = 2m_A \omega_H$$

Applicando queste definizioni e risolvendo l'equazione algebrica (1), si ricava l'ampiezza di oscillazione della struttura a_2 normalizzata rispetto allo spostamento statico x_n .

$$\frac{a_2}{x_n} = \sqrt{\frac{\left(2 \frac{c_A}{c_c} r\right)^2 + (r^2 - f^2)^2}{\left(2 \frac{c_A}{c_c} r\right)^2 (r^2 - 1 + \mu r^2)^2 + \left[\mu f^2 r^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)\right]^2}} \quad (1)$$

L'ampiezza dipende dal rapporto di massa μ , dal rapporto di smorzamento in versione "ibrida" c_A/c_c , dal rapporto di frequenza f e dal rapporto di frequenza di eccitazione r .

Si prova a rappresentare la funzione a_2/x_n allo stesso modo dell'assorbitore alla Frahm, ossia considerando un assorbitore avente pulsazione propria ω_A pari alla pulsazione propria della struttura ω_H (cioè $f = 1$). Si assume un rapporto di massa μ pari a $1/20$.

La rappresentazione avviene secondo famiglie di curve aventi diverso smorzamento relativo c_A/c_c .

→ $\frac{c_A}{c_c} = 0$ In questo caso, lo smorzamento è nullo e la curva di risposta presenta un doppio picco. Questa corrisponde alla curva dell'oscillatore alla Frahm.

→ $\frac{c_A}{c_c} \rightarrow \infty$ In questo caso, non esiste velocità relativa e l'oscillatore è vincolato solidalmente alla struttura, unificando la sua funzione.

D'altra parte, si può anche procedere per l'OTTIMIZZAZIONE DELLA FREQUENZA:

a differenza dell'assorbitore alla Frahm, infatti, non si è costretti a imporre il rapporto F pari a 1.

Al variare del rapporto di frequenza, i punti fissi P e Q si muovono lungo la curva a smorzamento nullo e

→ all'aumentare di f (il picco si sposta verso destra), il punto P sale e il punto Q scende.

→ al diminuire di f (il picco si sposta verso sinistra), il punto P scende e il punto Q sale.

È chiaro che, per ridurre al minimo la risposta, il cui massimo valore passa per il punto fisso più alto, il rapporto di frequenza ottimale è tale da portare i punti fissi alla stessa quota.

Il rapporto di frequenza che soddisfa tale condizione si ricava a partire dall'equazione () e questa vale

$$F_{opt} = \frac{1}{1+\mu} \quad \text{Frequenza ottimale (12)}$$

Si può notare che, essendo il rapporto di massa μ piccolo ($\mu \ll 1$), l'accordatura è raggiunta per

$$F \sim 0,99 \sim 1$$

Ciò significa che c'è accordatura quando il TMD ha frequenza propria simile alla frequenza propria della struttura.

In questa situazione, le ordinate dei punti P e Q , cioè le ampiezze degli spostamenti di risposta rispetto allo spostamento statico ai due punti fissi, sono uguali e valgono

$$\frac{a_1}{x_n} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}}$$

$$\frac{a_1}{x_n} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad \text{Ampiezza della risposta ottimale (13)}$$

Si può notare che, all'aumentare del rapporto di massa μ , l'ampiezza della risposta si riduce e il sistema è più efficace.

Table I. Optimum parameters for absorbers attached to undamped 1DOF main systems. Harmonic excitation. Various excitation and response parameters

Case	Excitation			Optimized response		Optimized absorber		Parameters
	Type	Applied to	Parameter optimized	Definition of R	R _{opt}	f _{opt}	γ _{A, opt} ²	
1	Force	Main mass	X _M	$\frac{k_M X_M}{P}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + \mu/2)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{1 + \mu}$	$\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}$	
2	Force	Main mass	X _M	$\frac{k_M X_M}{P \omega_M}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1 + \mu/2}{1 + \mu}\right)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{(1 + \mu/2)^{\frac{1}{2}}}{1 + \mu}$	$\frac{3\mu(1 + \mu + 5\mu^2/24)}{8(1 + \mu)(1 + \mu/2)^2}$	
3	Force	Main mass	X _M	$\frac{M_M X_M}{P}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(1 + \mu)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{1}{(1 + \mu)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{3\mu}{8(1 + \mu/2)}$	
4	Force	Main mass	Frame force	$\frac{k_M X_M}{P}$		As case 1		
5	Acceleration	Frame	y _M = X _M - X ₀	$\frac{\omega_M^2 Y_M}{X_0}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + \mu)$	$\frac{(1 - \mu/2)^{\frac{1}{2}}}{1 + \mu}$	$\frac{3\mu}{8(1 + \mu)(1 - \mu/2)}$	
6	Acceleration	Frame	X _M	$\frac{X_M}{X_0}$		As case 1		
7	Acceleration	Frame	X _M	$\frac{\omega_M^2 X_M}{X_0}$	$\left(\frac{2}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + 2\mu + 2.125\mu^2 + 3.375\mu^3 + \dots)$	$\frac{[1 - \mu/2 + (1 - 3\mu - \frac{3}{4}\mu^2)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}}{2(1 + \mu)^2}$	$\frac{3\mu(1 - 3\mu + 1.5\mu^2 - 2.833\mu^3 \dots)}{8(1 - 3.5\mu - 2\mu^2 - 0.5\mu^3 \dots)}$	
8	Force	Main mass	X _M	$\frac{M_M X_M}{b}$		As case 3		
9	Force	Main mass	Frame force	$\frac{k_M X_M}{b \omega_M^2}$		As case 3		

Risolvendo il sistema formato dalle equazioni (15) e (16), si ottiene la seguente relazione

$$M_{eff} Z_{t,a}^2 = M_t \quad (17) \quad m_t = \text{massa del target mode}$$

$Z_{t,a}$ = componente della forma modale (ampiezza dello spostamento) del modo target + nel punto di attacco a del TMD

Da qui si ricava la massa efficace del TMD.

$$M_{eff} = \frac{M_t}{Z_{t,a}^2}$$

Si nota che, per aumentare le prestazioni del TMD, occorre incrementare lo spostamento $Z_{t,a}$

⇒ il punto di attacco del TMD si deve collocare laddove è massimo lo spostamento modale.

Infatti, se aumenta $Z_{t,a}$, si riduce la massa dell'oscillatore equivalente M_{eff} che si vuole controllare con il TMD.

In particolare, questo approccio consente di utilizzare le formulazioni viste nelle strutture a un grado di libertà, in cui ora il rapporto di massa corrisponde al rapporto di massa efficace.

$$\mu_{eff} = \frac{M_{TMD}}{M_{eff}} \quad (18)$$

Il vantaggio è che, in un edificio di massa 100 con massa del target mode pari a 60, è possibile che la massa efficace del target mode M_{eff} scenda a 30, qualora si individui la posizione ottimale del TMD. Così, applicando un TMD di massa 1, la sua efficacia in termini di massa è

$$\text{non } \frac{1}{100} \quad \text{bensì } \frac{1}{30}$$

perché il rapporto di massa è legato alla massa efficace della struttura e non a quella totale.

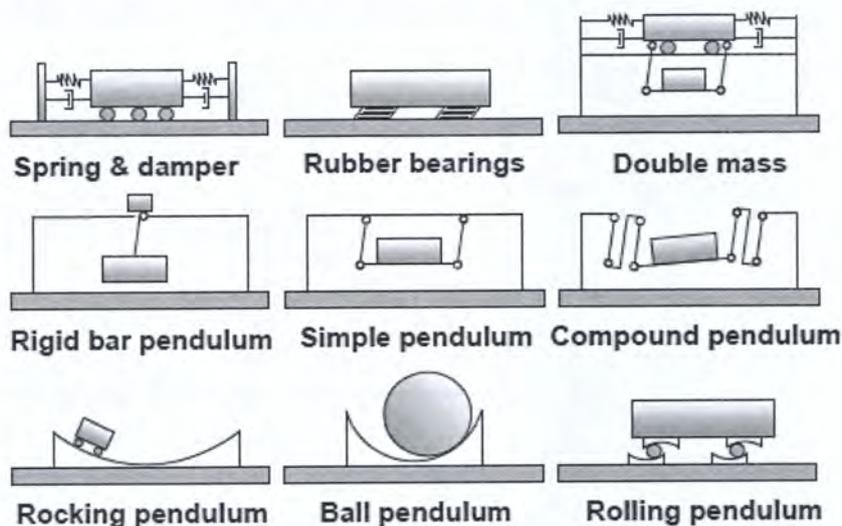
Così, riducendo la massa efficace della struttura principale a parità di massa dell'oscillatore, si può aumentare di molto il rapporto di massa.

TMD

Tipicamente, il TMD consiste in una massa pari a 1% della massa della struttura, valore sufficientemente elevato perché sia efficace in caso di evento sismico.

Tale massa è costituita da una massa inerziale appartenente alla struttura stessa o delle masse aggiuntive, collegate alla struttura mediante pistoni oleodinamici o idraulici.

Tutti i TMD sono realizzati secondo uno schema di oscillatore a un solo grado di libertà, nel quale la massa si muove lungo una guida, è appoggiata su un isolatore che funge da supporto verticale e da ricentratore oppure realizza un sistema a pendolo.



Un caso particolare è il TLD (Tuned Liquid Damper), costituito da un sistema parzialmente riempito di fluido e dunque questo è in grado di oscillare, costituendo di fatto la massa oscillante.

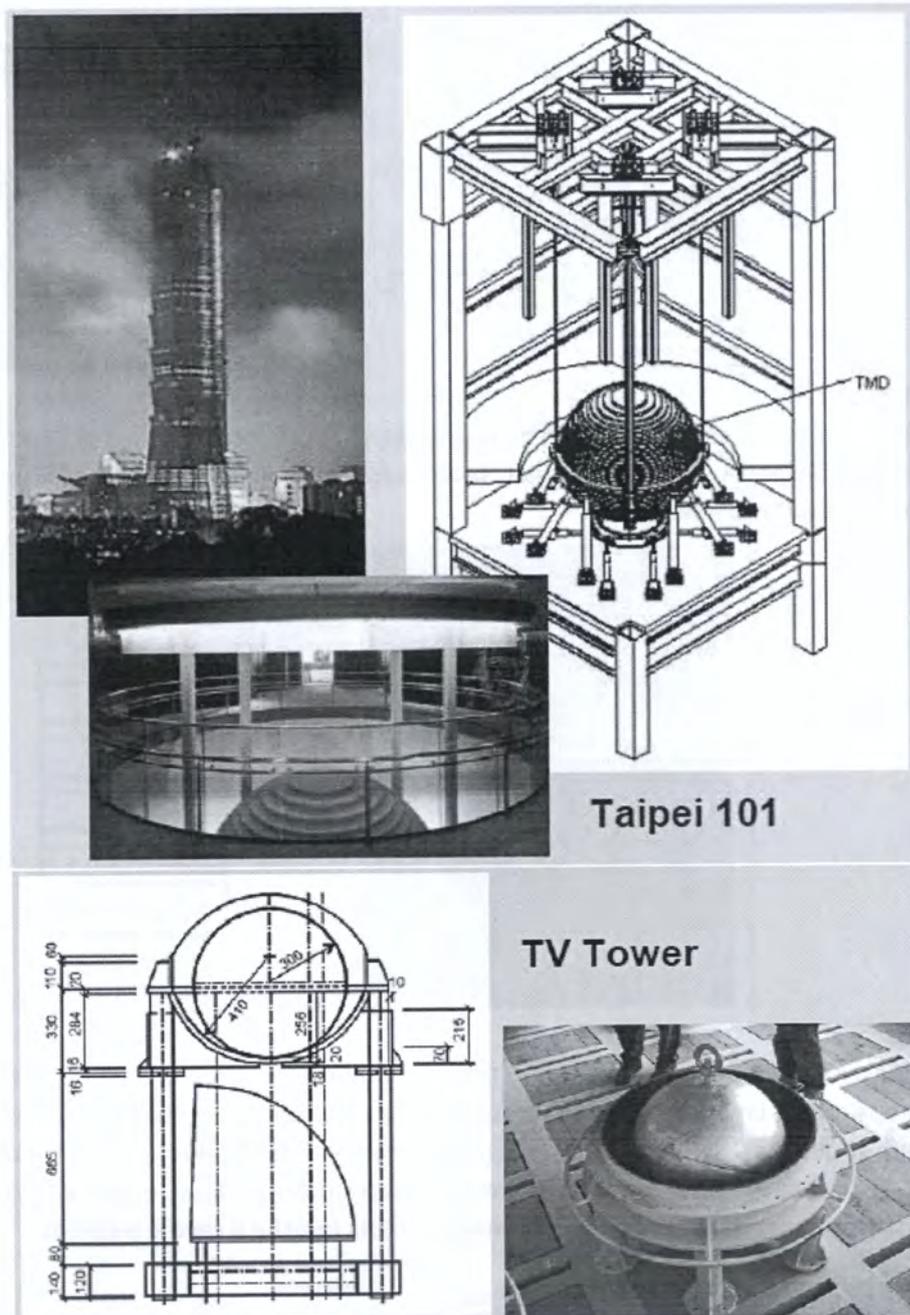
Questo sistema, a causa delle diverse densità in gioco (acqua contro acciaio, calcestruzzo o piombo), richiede volumi e spazi maggiori perché possa essere efficace, ma presenta il vantaggio della facilità di trasporto e di installazione. Ad esempio, questo può essere "frammentato" in batterie di serbatoi molto piccoli.



Sloshing TLD

Applicazioni tipiche

- Edifici snelli e infrastrutture soggette a vento.
- Strutture soggette a traffico pedonale, per esigenze di servizio più che di sicurezza.
- Strutture industriali soggette all'azione di macchine vibranti o rotanti.
- Natanti o piattaforme petrolifere, al fine di proteggerli dagli effetti del moto ondoso.



- TMD di tipo traslazionale
La massa può essere appoggiata su due sistemi di molle e smorzatori disposti in due direzioni perpendicolari (Chiba-Port Tower) o su un sistema di isolatori ai quali si delega il controllo dei due modi flessionali nelle due direzioni.

PERFORMANCE SISMICA DI UN TMD

I TMD sono dispositivi efficaci nei confronti delle azioni lente caratterizzate da ampie durate (es. vento e vibrazioni indotte dal traffico) e contenuto di frequenza centrato sulla frequenza fondamentale.

Per ottenere la stessa capacità di riduzione della risposta in presenza di un sisma, che è un'azione dal decorso rapido e con significative variazioni in un breve lasso di tempo, occorre una massa significativa. Ciò si deve soprattutto al comportamento non lineare della struttura, che tipicamente accade in presenza di scuotimenti di elevata intensità e riduce l'efficacia del TMD nel mitigare i picchi di risposta dopo il picco. Ciò però si traduce in una maggiore difficoltà nell'accordatura e, di fatto, questa soluzione è applicabile soltanto quando altre opzioni risultassero più costose poiché comunque tale sistema può anche sfruttare masse non strutturali presenti nell'edificio (es. giardini pensili).

Per fissare le idee, si immagini di praticare un taglio a un pilastro e di inserire un materiale che si può comandare. Se il pilastro è prossimo alla crisi, si riduce in un certo modo il suo modulo elastico e il carico sopportato diminuisce molto di più.

Questo sistema è intrinsecamente stabile perché non sono presenti attuatori (al più, il dispositivo cede).

Esiste una tabella di classificazione dei sistemi di controllo e la loro prima realizzazione.

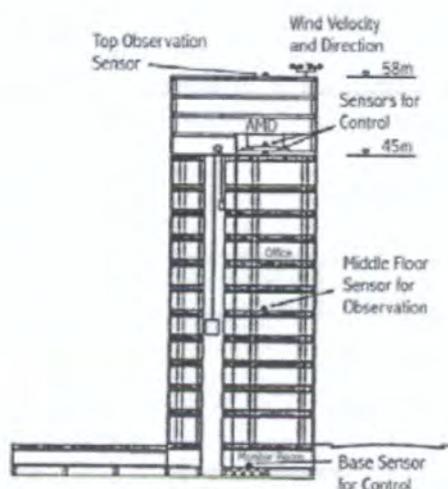
Location	Building	Year Completed	Building Use	No. of Stories	Type of Vibration Control Device*
Japan	Kyobashi Seiwa Bldg, Tokyo	1989	Office	11	AMD
	Kajima Research Lab. # 21, Tokyo	1990	Office	3	SAVS
	Shimizu Tech. Lab., Tokyo	1991	Laboratory	7	AMD
	Sendagaya INTES Bldg., Tokyo	1992	Office	11	HMD
	Elevator Tech. Lab.	1992	Laboratory	(60 m)	AGS
	Hankyu Chayamachi Bldg., Osaka	1992	Office/Hotel	34	HMD
	Kansai Int'l Airport, Osaka	1992	Control Tower	(88 m)	HMD
	Land Mark Tower, Yokohama	1993	Office/Hotel	70	HMD
	Osaka Resort City 200, Osaka	1993	Office/Hotel	50	HMD
	Long Term Credit Bank, Tokyo	1993	Office	21	HMD
	Ando Nishikicho Bldg., Tokyo	1993	Office	14	HMD
	NTT Kuredo Motomach Bldg., Hiroshima	1993	Office/Hotel	35	HMD
	Penta-Ocean Exp. Bldg., Tokyo	1994	Experimental	6	HMD
	Shinjuku Park Tower, Tokyo	1994	Office/Hotel	52	HMD
	Dowa Fire & Marine Ins., Osaka	1994	Office	29	HMD
	Porte Kanazawa, Kanazawa	1994	Office/Hotel	30	AMD
	Mitsubishi Heavy Ind., Yokohama	1994	Office	34	HMD
	Hamamatsu ACT Tower, Hamamatsu	1994	Office/Hotel	(212 m)	HMD
	Riverside Sumida, Tokyo	1994	Office	33	AMD
	Hotel Ocean 45, Miyazaki	1994	Hotel	43	HMD
	RIHGA Royal Hotel, Hiroshima	1994	Hotel	35	HMD
	Hikarigaoko J City Bldg., Tokyo	1994	Office/Hotel	46	HMD
	Osaka WTC Bldg., Osaka	1995	Office	52	HMD
	Dowa Kasai Phoenix Tower, Osaka	1995	Office	28	HMD
	Rinku Gate Tower Bldg., Osaka	1995	Office/Hotel	56	HMD
	Hirobe Miyake Bldg., Tokyo	1995	Office/Residential	9	HMD
	Plaza Ichihara, Chiba	1995	Office	12	HMD
	Herbis Osaka, Osaka	1997	Hotel	38	AMD
	Nisseki Yokohama Bldg., Yokohama	1997	Office	30	HMD
	Itoyama Tower, Tokyo	1997	Office/Residential	18	HMD
	Otis Shibyama Test Tower, Chiba	1998	Laboratory	39	HMD
	Bunka Gakuen, Tokyo	1998	School	20	HMD
	Daiichi Hotel Oasis Tower, Ohita	1998	Office/Hotel	21	HMD
Odakyu Southern Tower, Tokyo	1998	Office/Hotel	36	HMD	
Kajima Shizuoka Bldg., Shizuoka	1998	Office	5	SAHD	
Sotetsu Takashimaya Kyoto Bldg., Yokohama	1998	Hotel	27	HMD	
Century Park Tower, Tokyo	1999	Residential	54	HMD	
USA	Highway I-35 Bridge, OK	1997	Highway Traffic	--	SAHD
Taiwan	TC Tower, Kaoshiung	1999	Office	85	HMD
	Shin-Jei Bldg., Taipei	1999	Office/Commerce	22	HMD
China	Nanjing Communication Tower, Nanjing	1999	Communication	(310 m)	AMD

* AMD: Active mass Dampers; SAVS: Semi-active variable stiffness; HMD: Hybrid mass damper; SAHD: Semi-active hydraulic damper

ESEMPI DI CONTROLLO ATTIVO IBRIDO

Un esempio classico è l'“hybrid mass damper” (HMD), che è la combinazione di un “tuned mass damper” (TMD) passivo e di un attuatore da controllo attivo. La capacità di questo sistema di ridurre la risposta strutturale è principalmente dovuta al movimento naturale del TMD e le forze dell'attuatore di controllo sono impiegate per incrementare l'efficienza del TMD e per aumentare la sua robustezza rispetto alle variazioni delle caratteristiche dinamiche della struttura.

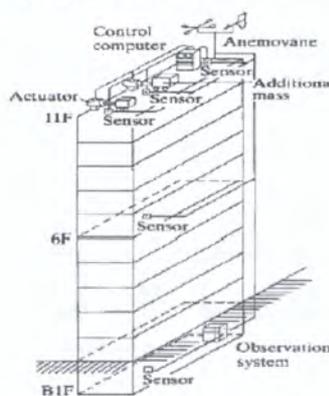
Un caso è il sistema HMD installato nel Sendagaya INTES building a Tokyo (1991), che consiste in due masse che controllano il movimento traslazionale rispetto all'asse principale e torsionale, mentre degli attuatori idraulici forniscono capacità di controllo attivo.



ESEMPI DI CONTROLLO ATTIVO

Il Kyobashi Seiwa Building, prim'implementazione full-scale della tecnologia del controllo attivo, è un edificio di 11 piani.

Il sistema di controllo consiste in due *active mass driver* (AMD), di cui quello primario è usato per controllare la traslazione e ha una massa di 4 t, mentre quello secondario ha una massa di 1 t ed è impiegato per ridurre il movimento torsionale. In questo caso, le masse non sono intonate ma diventano solo lo strumento di attuazione del sistema di controllo (il termine *mass* deriva proprio dal fatto che la forza è applicata attraverso delle masse). La funzione del sistema attivo è quella di ridurre le oscillazioni dell'edificio durante vento forte, o in condizioni di moderata eccitazione sismica, e dunque di incrementare il comfort di chi occupa l'edificio.



ESEMPI DI CONTROLLO SEMIATTIVO

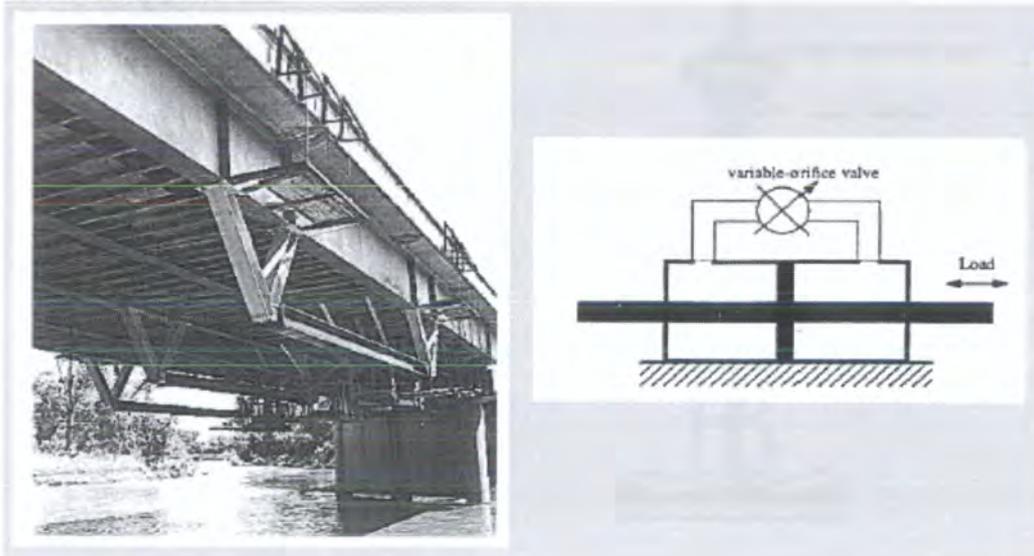
Le strategie di controllo basate su dispositivi semiattivi combinano le migliori caratteristiche dei sistemi passivi e di quelli attivi, poiché offrono la flessibilità dei dispositivi di controllo attivo senza richiedere grandi potenze installate e, infatti, in molti casi è sufficiente l'alimentazione di una batteria.

Quest'ultimo aspetto assume grande rilievo nel caso di interruzioni dell'approvvigionamento elettrico durante l'evento sismico.

Inoltre i dispositivi di controllo semiattivi non hanno rischi di destabilizzare il sistema strutturale.

Un dispositivo di controllo semiattivo è ad esempio una valvola oleodinamica controllabile, elettromeccanica a orifizio variabile che altera la resistenza al flusso di un convenzionale smorzatore a fluido. Questo dispositivo ha la proprietà di essere chiuso durante l'evento sismico, rendendo la struttura iperstatica, e aperto e ininfluenza sotto azioni lente, garantendo l'isostaticità della struttura e impedendo lo sviluppo di sollecitazioni per effetto di cedimenti o azioni termiche. A esso è anche possibile applicare un sistema che controlli il flusso di olio attraverso l'orifizio, in maniera semplice e con bassi consumi.

Un sistema di questo tipo è stato applicato per la prima volta per il controllo delle vibrazioni indotte dal traffico su un ponte.



Un sistema di smorzamento semiattivo è stato quindi installato nel Kajima Shizuoka Building a Shizuoka, Giappone: smorzatori idraulici semiattivi sono installati all'interno dei pannelli, su entrambi i lati dell'edificio, in modo che esso possa fungere da base di soccorso in condizioni post-sismiche. Ogni smorzatore contiene una valvola a flusso controllato, una di arresto e un accumulatore, e può sviluppare una forza massima di 1000 kN.

Si è visto che, sotto terremoti di progetto, i taglianti e gli spostamenti di piano risultano drasticamente ridotti quando il sistema di controllo è attivato. Al riguardo dei taglianti di piano, essi rimangono confinati entro i limiti del campo elastico, mentre senza controllo essi determinerebbero plasticizzazioni.