NUMERO: 2065A - ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Peruzzo Carola

MATERIA: Fisica 1 (esercitazioni) - Prof. Dall'Asta

ESERCITAZIONE 1 - Cinematica -

4/3/16

- mettere sempre le unità di misura, anche nei passaggi intermedi

3 DATI: particella con legge oraria $x(t) = At^2 - Bt^3$ (A e $B > 0$)

TROVARE:
- dimensioni di A e B
- velocità istantanea e accelerazione
- in quale istante arriva alla max ascissa

SVOLGIMENTO: $[L] = [A][T^2] - [B][T^3]$

$[A] = [L][T]^{-2}$

$[B] = [L]/[T]^{-3}$

velocità istantanea: $V(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 2At - 3Bt^2$

accelerazione istantanea: $\frac{dV(t)}{dt} = a(t) = 2A - 6Bt$

massima ascissa → punto in cui x è massima, dunque abbiamo derivare e porre a zero

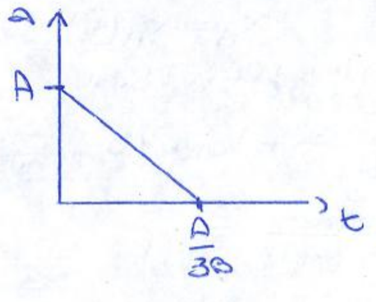
$V(t) = 0 \rightarrow 2At - 3Bt^2 = 0$

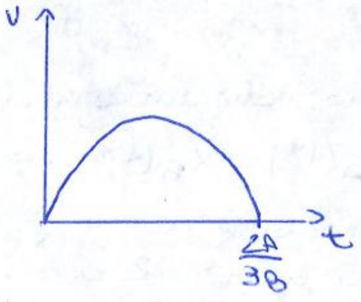
$t(2A - 3Bt) = 0$

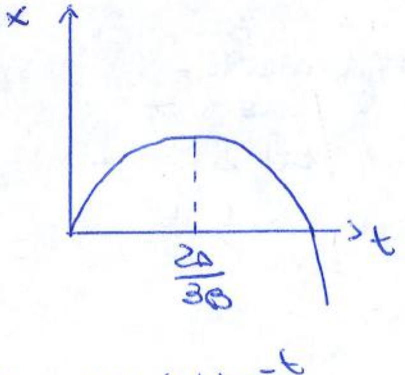
$t_1 = 0 \quad t_2 = \frac{2A}{3B}$

ascissa massima: $x(t_2) = A\left[\frac{4A^2}{9B^2}\right] - B\left[\frac{8A^3}{27B^3}\right] = \frac{A^3}{B^2} \cdot \frac{4}{27}$

dimensionalmente $\frac{[L]^{\cancel{3}}}{\cancel{[T]^6}} \cdot \frac{\cancel{[T]^6}}{[L^{\cancel{2}}]} = [L]$ ok







$\left(x(t) = A \underbrace{\sin(\omega t)\, e^{-t}}_{\text{adimensionale}} \right.$

$A \rightarrow [L]$

1

$y_2(t) = V_s t$

$y_2(t_2) = V_s t_2 = h$

$t_2 = \frac{h}{V_s} \longrightarrow t_1 + t_2 = t^*$

$\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{V_s} = t^*$

$t_1 + \frac{1}{2}\frac{g}{V_s} t_1^2 = t^* \longrightarrow t_1 = \left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2gt^*}{V_s}}\right]\frac{V}{g}$

$\Rightarrow t_1 = 4{,}5\,s$

$h \simeq 100\,m$ (99,3 m)

ESERCITAZIONE 2 - Cinematica -

11/3/16

5 DATI: $R = 1m$ $\quad v = A + Bt^2$ $\quad A = 4\,m/s$ $\quad B = 1\,m/s^2$

TROVARE:
- spostamento Δs in $t_1 = 0s$ e $t_2 = 2s$
- modulo dell'accelerazione

RISOLUZIONE: spostamento su una traiettoria circolare:

$$\Delta x(t) = \int_0^t v(t)\,dt$$

$$\Delta s = \int_0^t v(t) \cdot v_t \longrightarrow \text{nel moto circolare è semplice}$$

$$s(t_2) - s(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt = \int_0^2 (A + Bt^2)\,dt =$$

$$= At + B\frac{t^3}{3}\Big|_0^2 = 10{,}67\,m$$

Nel caso della circonferenza il sistema di coordinate più conveniente è quello con le coordinate intrinseche

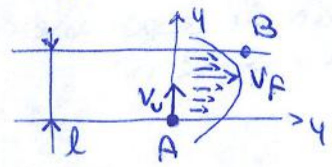
$a_t(t) = 2Bt \longrightarrow$ in $t=0$ è nulla

$a_N(t) = \frac{v(t)^2}{R} = \frac{(A+Bt^2)^2}{R} \longrightarrow$ in $t=0$ vale $\frac{A^2}{R}$, se ci fosse un istante in cui si annulla non avrei più un moto circolare

Accelerazione $\neq 0$ anche se la velocità tangenziale è cost

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_N^2}$$

10 DATI: $l = 20\,m$



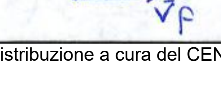
$v_u = 3{,}6\,km/h = 1\,m/s$ costante

$v_F = \alpha y(l - y) \longrightarrow$ parabola

$\alpha = 5 \cdot 10^{-3}\ 1/(s \cdot m)$

TROVARE:
- tempo per attraversare il fiume
- punto di arrivo B

RISOLUZIONE: v_u è la velocità che la persona mantiene relativa all'acqua $\vec{v}_y = \vec{v}_u$, non è quella assoluta che vede un osservatore esterno. $\vec{v}_x = \vec{v}_F$



2

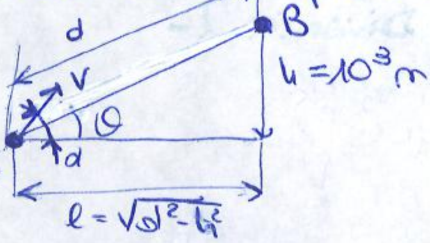
$$x(t) = \int V_x(t)\,dt = \alpha\left[\frac{V_0\ell}{2}t^2 + \frac{1}{3}\left(V_0 + \frac{a\ell}{2}\right)t^3 + \frac{V_0 a t^4}{4} - \frac{1}{20}a^2 t^5\right]$$

$t^* = \frac{V_0}{a} = \frac{2\ell}{V_0}$ qua il tempo di attraversamento raddoppia

ora dovrei sostituire a e t^* in $x(t)$ e otterrei: $x^*(t^*) = \frac{4}{15}\alpha\frac{\ell^3}{V_0} = 10{,}7\,m$

$a = \frac{V_0^2}{2\ell}$

15 DATI: cannone che spara proiettili per colpire un bersaglio ad h



d = distanza in linea d'aria

V = 300 m/s

$\alpha \neq \theta$ → angolo di alzo

TROVARE: • angolo di alzo del cannone (α)

RISOLUZIONE: $V_{0x} = V\cos\alpha$ velocità iniziale lungo x

$V_{0y} = V\sin\alpha$ " " y

decelerato dalla gravità

$x(t) = V_{0x}t = V\cos\alpha\, t$

$y(t) = V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = V\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2$

Quando raggiunge il bersaglio avrò $\begin{cases} x(t) = \ell \\ y(t) = h \end{cases}$

Per trovare la traiettoria ricavo t in funzione di x

$t = \frac{x}{V\cos\alpha}$ e sostituisco in $y = \frac{\cancel{V}\sin\alpha}{\cancel{V}\cos\alpha}x - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{V^2\cos^2\alpha} =$

$\left(\underline{NB}: \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha\right) = tg\,\alpha\, x - \frac{1}{2}g(1 + tg^2\alpha)\frac{x^2}{V^2}$

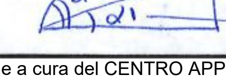
Sostituendo nella $x = \ell$ e $y = h$ ottengo:

$h = \ell\tan\alpha - \frac{1}{2}\frac{g}{V^2}\ell^2 - \frac{1}{2}\frac{g}{V^2}\ell^2\tan^2\alpha$ eq. di II grado in $\tan\alpha$

$$\left(\frac{1}{2}g\frac{\ell^2}{V^2}\right)\tan^2\alpha - \ell\tan\alpha + h + \frac{1}{2}\frac{g}{V^2}\ell^2 = 0$$

$$\tan\alpha = \frac{\ell \pm \sqrt{\ell^2 - \frac{2g\ell^2}{V^2}\left(h + \frac{g\ell^2}{2V^2}\right)}}{g\ell^2/V^2}$$

$\tan\alpha = \frac{V^2}{g\ell}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{2g}{V^2}\left(h + \frac{g\ell^2}{2V^2}\right)}\right]$ due angoli di alzo che

corrispondono a 

→ colpire indirettamente
→ colpire direttamente

3

Equazioni di Newton: (2) $\bar{P}_2 + \bar{T}_2 = m_2 \bar{a}_2$
(1) $m_1\bar{g} + \bar{T}_1 + \bar{N} + \bar{f}_1 = m_1\bar{a}_1$

asse y': $-m_2 g + T = m_2 a_2$
asse x: $m_1 g \sin\theta - T - f_1 = m_1 a_1$
asse y: $-m_1 g \cos\theta + N = 0$ nullo moto nella direzione ⊥ piano

$$\begin{cases} m g \sin\theta - T - f_1 = m_1 a_1 \\ -m_2 g + T = m_2 a_2 \end{cases} \qquad |\bar{a}_2| = |\bar{a}_1| = a$$

$$m_1 g \sin\theta - \mu_d m_1 g \cos\theta - m_2 g = (m_1 + m_2) a$$

$$a = g \frac{\quad}{\quad}$$

sostituendo i valori numerici si ottiene accelerazione < ⇒ viene decelerato e ad un certo punto si ferma, dobbiamo capire se riparte o no

$$f_s = m_1 g \sin\theta - m_2 g < 0$$

il suo segno dipende dalla risultante delle forze

$$|f_s| < \mu_s N = m_1 g \cos\theta$$

$$-\mu_s m_1 g \cos\theta \le m_1 g \sin\theta \le \mu_s m_1 g \cos\theta$$

cilindro

ESERCITAZIONE 4 - DINAMICA 2 -

1/4/16

(9) DATI: punto materiale di massa m che scende su una guida ad arco.

- $m\bar{g}$ forza peso
- reazione normale

TROVARE: θ per cui m perde contatto con l'arco di circonferenza

RISOLUZIONE: perde contatto quando $N = 0$

$$N - m g \sin\theta = -m \underbrace{\bar{a}_c}$$

perché finché resta attaccato alla guida si muove di moto circolare

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$N = m g \sin\theta - m\frac{v^2}{R}$$

$N = 0$ se $v^2 = R g \sin\theta$

v dipende da θ: parte da 0 poi aumenta sempre più fino al distacco.

$$\begin{pmatrix} \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow v = 0 \\ \theta > \frac{\pi}{2} \Rightarrow v > 0 \\ \theta \to 0 \Rightarrow v = 0 \end{pmatrix}$$

$\bar{N}$ agisce sempre ⊥ al moto del punto (finché esso rimane attaccato) e dunque non compie lavoro.

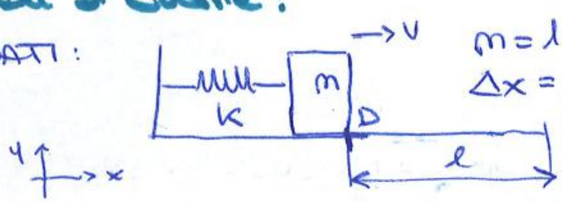
$\bar{P}$ è conservativa ⇒ si conserva l'energia meccanica

$$\Delta E_{tot} = 0 \rightarrow \Delta E_K + \Delta E_p = 0$$

- potrei anche derivare questa: $mv(\theta)\frac{dv}{d\theta} + mgR\cos\theta = \frac{dW}{d\theta} =$
$= \mu R m g \sin\theta - \mu m v^2$

Esercizi d'Esame:

2 DATI:



$m = 1kg$
$\Delta x = 2cm = 0{,}02m$ compressione molla

Dopo la compressione m si stacca e percorre una lunghezza l sul piano scabro ($\mu d_0 = 0{,}1$).
Dal punto di stacco (compressione massima): $\mu d = \mu d_0 + ax$
$a = 0{,}3\, m^2$

TROVARE: lavoro fatto dall'attrito ad x dal punto di lancio D

RISOLUZIONE: $\Delta E_{tot} = 0$ perché tutta l'energia elastica della molla diventa energia cinetica

$\Delta E_K + \Delta E_{pe} = 0$ → energia potenziale elastica
$\Delta E_K = \frac{1}{2}mv^2 - \cancel{\frac{1}{2}mv_0^2}$
$\Delta E_{pe} = 0 - \frac{1}{2}k\Delta x^2$

$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}k\Delta x^2 = 0$
$v = \sqrt{\frac{k}{m}}\Delta x$

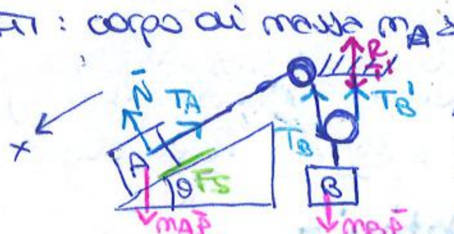
energia cinetica viene dissipata in lavoro quando m si ferma a causa dell'attrito.

$$W = \int \bar{F}_a \cdot d\bar{x} = -\int_0^x \mu d(x')mg\,dx' = -\mu d_0 mg x - \frac{a}{2}mgx^2$$

- se il punto si ferma dopo $l^* < l$ trovare K

$\Delta E_K = W$
$0 - \frac{1}{2}mv^2 = -\mu d_0 mg\, l^* - \frac{a}{2}mg(l^*)^2$
$-\frac{1}{2}\cancel{m}\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\Delta x\right)^2 = -\mu d_0 \cancel{m}g\, l^* - \frac{a}{2}\cancel{m}g(l^*)^2$
$k = \dots$

3 DATI: corpo di massa m_A su piano scabro con $\mu = 0{,}15$



$\theta = 25°$
fune ideale
$m_B = 3kg$

TROVARE: minimo valore di m_A che mantiene tutto in equilibrio statico

RISOLUZIONE: Dato che il filo è inestensibile abbiamo in modulo la stessa estensione: $T = |T_A| = |T_B| = |T_{B'}|$

$m_A g \sin\theta - T - F_s = 0$
$2T - m_B g = 0 \rightarrow T = m_B g \cdot \frac{1}{2}$
$m_A g \sin\theta - \frac{m_B g}{2} = F_s$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 38

Guardando dall'esterno: oggetto acquisisce una certa velocità v_0, quando poi viene lasciato cadere c'è solo l'azione della gravità (moto uniformemente decelerato).
Nel sistema di riferimento relativo il corpo cade semplicemente verso il basso
solidale all'ascensore y'

L'ascensore è accelerato anche rispetto al SdR assoluto

$$m\bar{a}' = -m\bar{g} - m\bar{a}_t \rightarrow ma' = -mg - ma_0 \rightarrow a' = -g + a_0 \simeq 11{,}1 m/s^2$$

di trascinamento a_t è l'accelerazione a_0 con cui il corpo si sposta perché è solidale all'ascensore

$$y'(t) = h + \frac{1}{2} a' t^2 \qquad y'(t^*) = 0 \qquad \left\{ t^* = \sqrt{\frac{-2h}{a'}} = 0{,}52 s \right.$$

→ $\Delta y_0' = -h$ spostamento solidale dell'ascensore

Nel sistema di riferimento inerziale vedo invece solo il corpo cadere

$$y_0(t) = h + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$v_0 = a_0 t_0$$
$$y_0(t) = h + a_0 t t_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Nel sistema esterno anche l'ascensore si è spostato verso l'alto

$$y_a(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t$$

per trovare quando si incontrano devo imporre: $y_0(t^*) = y_a(t^*)$

$$\Rightarrow h + \cancel{a_0 t_0 t} - \frac{1}{2} g t^2 = \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

$$t^* = \sqrt{\frac{2h}{a_0 + g}} = 0{,}52 s$$

corretto, il tempo non varia in base al sistema di riferimento scelto
per trovare lo spazio percorso dalla pallina sostituisco:

$$y_0(t^*) = h + a_0 t_0 t^* - g\frac{1}{2} t^{*2} = h + a_0 t_0 \sqrt{\frac{2h}{a_0+g}} - \frac{1}{2} g \left(\sqrt{\frac{2h}{a_0+g}}\right)^2 = 1{,}527 m$$

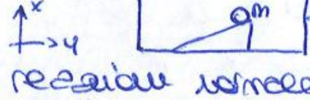
→ $\Delta y_0 = y_0(t^*) - y_0(0) = y_0(t^*) - h = 0{,}027 m$ spostamento nel sistema inerziale

⇒ spazio assoluto percorso (Δy_0) $= \Delta y_0' + \underbrace{\Delta y_a}_{} = -h + a_0 t_0 t^* + \frac{1}{2} a_0 t^{*2}$

spazio percorso dall'ascensore rispetto ad un osservatore esterno

*** Esercizio non nel testo delle esercitazioni:**

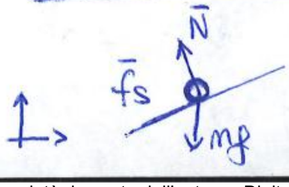
DATI: Vagone di un treno con moto rettilineo lungo x con accelerazione a_0. Al suo interno c'è un piano inclinato (alto h e lungo l) su cui c'è una massa ($m = 0{,}1 kg$) con attrito $\mu_d = 0{,}6$. $V_0 = 1 m/s$



$\bar{a}_0 = 2 \frac{m}{s^2}$ | $h = 0{,}5 m$, $l = 2 m$ $\quad \{ \sin\alpha = \frac{h}{l} = 0{,}25 \rightarrow \alpha = 14{,}5°$

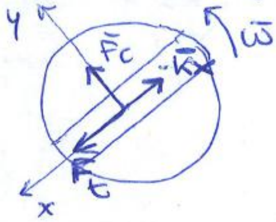
TROVARE:
- reazione normale del piano sul corpo
- minimo valore di μ_s necessario affinché il corpo sia in eq.
- se m ha v_0 verso la fine del piano, quando si ferma?

Questo nel sistema di riferimento esterno (verso arbitrario per $\bar{f}_s$)



Coriolis: $\bar{F}_c = -2m\bar{\omega}\wedge\bar{v}$ non la consideriamo per descrivere il moto perché è compensata dalla reazione vincolare della scanalatura

forza centrifuga: $\bar{F}_{\theta} = m\bar{\omega}\wedge(\bar{\omega}\wedge\bar{R})$



$$x): \underbrace{-kx}_{\text{forza elastica}} + m\omega^2 R = m\ddot{x}$$

$$\underbrace{(m\omega^2 - k)x = m\ddot{x}}_{\tilde{\omega} = \sqrt{\omega^2 - \frac{k}{m}}}$$

$$x(t) = A\sin(\tilde{\omega}t + \varphi)$$

$$x(0) = A\sin\varphi = \frac{R}{2}$$

$$\dot{x}(t) = A\tilde{\omega}\cos(\tilde{\omega}t + \varphi)$$

$$\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow A\tilde{\omega}\cos\varphi = 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{R}{2} \quad e \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{R}{2}\sin\left(\tilde{\omega}t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{R}{2}\cos\tilde{\omega}t$$

La componente lungo y del moto è nulla.
Se usassi un sistema di riferimento fisso dovrei andare a proiettare istante per istante →

$$x'(t) = x(t)\cos(\omega t)$$
$$y'(t) = -x(t)\sin(\omega t)$$

→ nel sistema di riferimento inerziale ho la composizione di due moti armonici

Se sulle pareti della guida ci fosse attrito ⇒ la forza di Coriolis avrebbe effetto: il corpo sentirebbe una reazione normale e dunque avrò attrito:

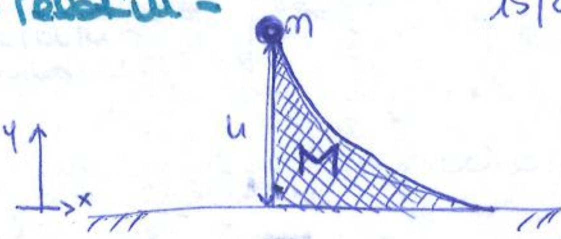
$$F_d = -2\mu_d m\omega\dot{x} \Rightarrow \text{il moto diventa smorzato}$$

$$m\omega^2 R - kx - 2\mu_d m\omega\dot{x} = m\ddot{x}$$
$$x(t) = e^{-\alpha t}\,\tilde{x}(t)$$

ESERCITAZIONE 6 - moti relativi -

15/4/16

10 DATI: $h = 1m$
$m = 1kg$
$M = 10kg$



TROVARE:
- E_{KF}
- v_F
- lavoro fatto da N

Considerando i due corpi, inizialmente sono in quiete

$$E_{Pi} = mgh \qquad E_{PF} = 0$$
$$E_{KF} = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

La velocità con cui la particella arriva è orizzontale: quantità di moto si conserva (ho un raccordo tangenziale).

quantità di moto: $\underbrace{0}_{\text{iniziale}} = mv_F + MV_F \rightarrow \underbrace{V_F = -\frac{m}{M}v_F}_{\text{sostituisco}}$

conservazione dell'energia: $mgh = \frac{1}{2}mv_F^2 + \frac{1}{2}MV_F^2 \rightarrow v_F = \sqrt{\frac{2Mgh}{m+M}}$ è positiva per via del SR

da cui: $V_F = -\frac{m}{M}\sqrt{\frac{2mgh}{m+M}}$ { è negativa per il SR

7

max compressione $l - \Delta x_0$ con l lunghezza molla, la quota di M dopo l'urto è $(l-\Delta x_0)\,\text{sen}\alpha$.

$$E^M_{p,\text{dopo urto}} = Mg(l-\Delta x_0)\,\text{sen}\alpha \rightarrow E^M_{p\,\text{max compr}} = Mg(l-\Delta x_{max})\,\text{sen}\alpha$$

$$E^M_{pel,\text{dopo urto}} = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \rightarrow E^M_{pel,\text{max compr}} = \frac{1}{2}k\Delta x^2_{max}$$

Energia totale si conserva.

$$\frac{1}{2}k\Delta x_0^2 + Mg(\cancel{l}-\Delta x_0)\,\text{sen}\alpha + \frac{1}{2}MV_x^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2_{max} + Mg(\cancel{l}-\Delta x_{max})\,\text{sen}\alpha$$

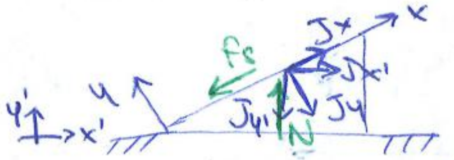
eq di II grado per Δx_{max}: $\frac{1}{2}k\Delta x^2_{max} + Mg\,\text{sen}\alpha\,\Delta x_{max} + \left[\frac{1}{2}k\Delta x_0^2 + \right.$

$$\left. - \frac{1}{2}MV_x^2 + Mg\Delta x_0\,\text{sen}\alpha\right] = 0$$

accettiamo solo la soluzione positiva

- Ipotizzando attrito μ_s tra il cuneo e il terreno ci chiediamo quale debba essere il suo valore per non far muovere il cuneo

Ho un impulso che si propaga, la reazione normale del piano deve rispondere all'impulso in modo uguale e opposto. L'impulso avrà anche una componente orizzontale a cui dovrà opporsi in modo impulsivo la forza di attrito.



$J_{y'} = J_y\,\text{sen}\alpha$
$J_{x'} = J_y\cos\alpha$
{ scomposizione dell'impulso trasmesso lungo il piano inclinato sui nuovi assi

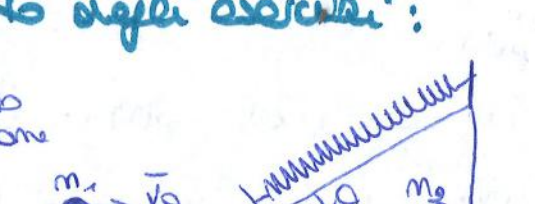
$$|f_s| \le \mu_s N \rightarrow \underbrace{\int |f_s|}_{J_{x'}} \le \mu_s \underbrace{\int N dt}_{J_{y'}} \rightarrow \mu_s > tg\,\alpha$$

$\Rightarrow$ non si muove se l'attrito ha una buona relazione con l'angolo ed è indipendente dalla massa e dalla velocità di sparo

La normale è data da ciò che controbilancia il peso (che è piccola) + una parte istantanea che dà l'impulso. La parte del peso dunque è infinitesima rispetto all'impulso. Analogamente alla forza peso fa quella elastica.
Tutto ciò riferito all'istante dello sparo.

■ Esercizio che non è nel testo degli esercizi:

DATI: - cuneo con θ di massa m_2
- m_1 viene diretta verso di esso
- molla che a riposo è lunga come il cuneo
- m_1 ha V iniziale V_0



TROVARE: • max velocità molla / piano inclinato

Tutte le forze in gioco sono conservative $\Rightarrow$ energia si conserva

$$E_{Ki} = \frac{1}{2}m_1 V_0^2$$

$$E_{Kf} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 \rightarrow \text{massima compressione}$$

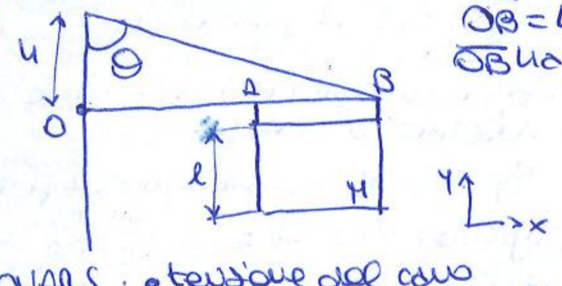
Per il sistema, lungo l'asse x, deve conservarsi la quantità di moto

$$m_1 V_0 = (m_1 + m_2)V$$

8

ESERCITAZIONE 7 - corpo rigido -

(2)



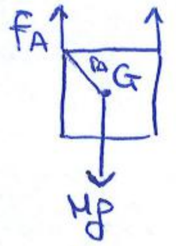
$\overline{OB} = L$: DATI
$\overline{OB}$ ha massa m

TROVARE: • tensione del cavo
• componente orizzontale e verticale nel fulcro O

$\tan\theta = \frac{L}{h}$

Poiché è un corpo rigido non devo controllare solo le forze esterne ma anche i momenti.

Imporre l'equilibrio $\Rightarrow$ eq. forze + eq. momenti



F_A ed F_B sono forze di contatto

$F_A + F_B + Mg = 0$

$y)\ F_A + F_B - Mg = 0 \rightarrow F_A + F_B = Mg$ dall'equazione vettoriale non ho il valore delle due forze $\Rightarrow$ devo anche vedere che fanno i momenti

Come polo conviene prendere < centro di massa / punto fisso

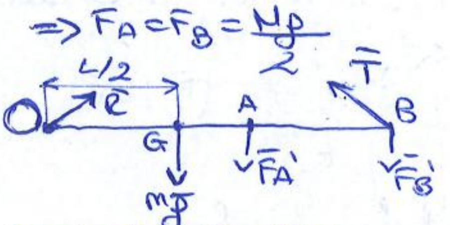
Asse uscente da G $\rightarrow$ rotazione antioraria positiva +↺)

$\vec{G}↺)\ \bar{r}_A \wedge \bar{F}_A + \bar{r}_B \wedge \bar{F}_B + \cancel{\bar{r}_G \wedge M\bar{g}} = 0$ ($\bar{r}_G = 0$ braccio nullo)

($\bar{F}_A$ ↑ , $\ell/2$ → G : vale solo in 2D senno dovrei fare il prodotto vettoriale)

$\vec{G}↺)\ -F_A \cdot \ell/2 + \ell/2\, F_B = 0$

$\Rightarrow F_A = F_B = \frac{Mg}{2}$



$|\bar{F}_A'| = |\bar{F}_B'| = |\bar{F}_A| = |\bar{F}_B|$

$\bar{R}$ reazione vincolare nel fulcro di cui dovrò calcolare R_y ed R_x

$R + T + F_A' + F_B' + m\bar{g} = 0$

$x): R_x - T\sin\theta = 0$

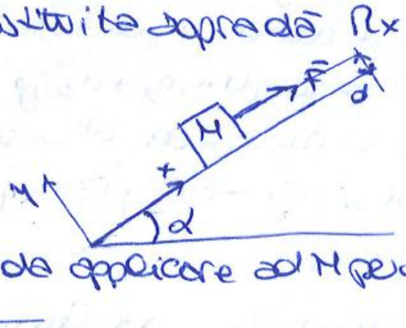
$y): R_y - F_A' - F_B' - mg + T\cos\theta = 0$

$\vec{O}↺): -mg\frac{L}{2} - F_A'(L-\ell) - F_B' L + T\cos\theta \cdot L = 0$

$-mg\frac{L}{2} - \frac{Mg}{2}(L-\ell) - \frac{Mg}{2}L + T\cos\theta \cdot L = 0$

da cui si ricava T che sostituito sopra dà R_x ed R_y.

(10) DATI: noti ℓ, M ed α
$\frac{\ell}{2} \le d \le \ell$



TROVARE: • max valore da applicare ad M perché non si ribalti
• v_0

caso si ribalta $\Rightarrow$ sta avvenendo una rotazione

! corpo rigido: moto centro di massa + moto di rotazione, di solito.
Se però ho un punto che so essere fisso (qui O) conviene studiare la sola rotazione attorno ad esso.

! α è l'angolo di equilibrio, per la dinamica devo considerare un generico $\theta \neq \alpha$

! Se ho moto devo considerare anche che f_a m_2 perché non tiene più il tutto in equilibrio

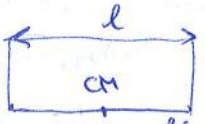
$$\begin{cases} T - m_2 g = m_2 a_2 \\ Tr - m_1 g\left(r+\frac{l}{2}\right)\sin\theta = I^O_{tot}\ddot{\theta} \end{cases}$$

momento di inerzia calcolato attorno al punto che sto considerando per le accelerazioni angolari nel punto

disco: $I^O = \frac{1}{2} m r^2$

asta: $I^O = I^O_{asta} + m_1\left(r+\frac{l}{2}\right)^2$

uso Huygens-Steiner



momento inerzia asta rispetto al suo asse: $I^O_{asta} = \int_{-l/2}^{l/2} x^2 \rho \, dx = \int_{-l/2}^{l/2} x^2 \frac{m}{l} dx =$
$= \frac{M}{l}\frac{1}{3}\left(\frac{l}{2}\right)^3 - \left(\frac{l}{2}\right)^3 = \frac{1}{12} M l^2$

Devo collegare a_2 e $\dot{\theta}$: se la massa sale varia θ.

$a_{2y} = -r\ddot{\theta}$

da cui: $T - m_2 g = -mr\ddot{\theta}$
$Tr - m_1 g\left(r+\frac{l}{2}\right)\sin\theta = I^O_{tot}\ddot{\theta}$

$m_2 g r - m_2 r^2 \ddot{\theta} - m_1 g\left(r+\frac{l}{2}\right)\sin\theta = I^O_{tot}\ddot{\theta}$

$\left(I^O_{tot} + m_2 r^2\right)\ddot{\theta} = m_2 g r - m_1 g\left(r+\frac{l}{2}\right)\sin\theta$ pendolo composto

$\theta = \alpha + \varphi$ $\quad$ α noto, φ piccolo

$\ddot{\theta} = \ddot{\varphi}$

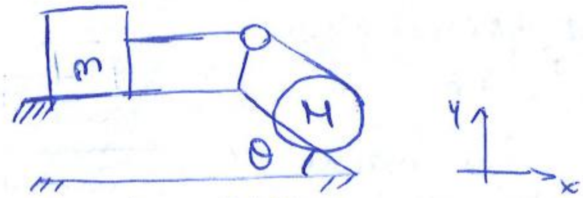
$\sin(\alpha+\varphi) = \sin\alpha\cos\varphi + \cos\alpha\sin\varphi \simeq \sin\alpha + (\cos\alpha)\varphi$
approssimazione piccoli angoli

$\left[I_{tot} + \quad\right]\ddot{\varphi} = \text{cost} \cdot \varphi$

ESERCITAZIONE 8 - corpo rigido. $\qquad$ 29/4/16

• Esercizio d'esame:

DATI $m = 5\,kg$
$\mu_s = 0{,}5$
$\mu_d = 0{,}35$
$M = 10\,kg$
$R = 10\,cm$

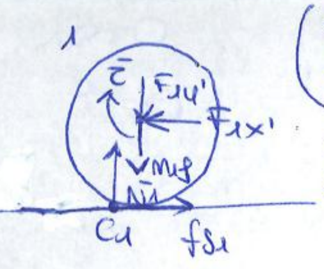


TROVARE • θ max per avere il sistema in eq
• $\theta > \theta_{max}$ trovare accelerazioni di M ed m e il valore di μ_c perché M non scivoli

puleggia ideale
$T_m = T_M = T$

Newton: $\bar{N}_m + m\bar{g} + \bar{T}_m + \bar{f}_{sm} = m\bar{a}$
x): $T - f_{sm} = m a_x = 0 \rightarrow f_{sm} = T$
y): $N - mg = 0 \rightarrow N = mg$

10

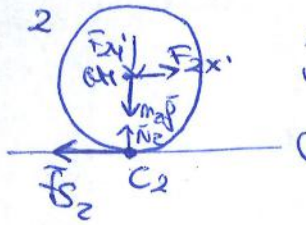


$\left(\begin{array}{l} f_s \leftarrow \text{traslazione} \\ f_s \rightarrow \text{rotolamento} \end{array} \right)$

$y)\ N_1 - F_{1y} - m_1 g = 0$

$x)\ f_{s1} - F_{1x} = m_1 a_1$ ← accelerazione angolare attorno al CM

$\underset{+\circlearrowleft}{CM)}:\ \tau - f_{s1} R = I_{CM}\alpha_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2 \alpha_1$



$x)\ F_{2x} - f_{s2} = m_2 a_2$

$y)\ N_2 - m_2 g - F_{2y} = 0$

$\underset{+\circlearrowleft}{CM)}\ f_{s2} R = I_{CM}\alpha_2 = \frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha_2$

$a_1 = a_2 = a_M = a$

$\underbrace{a_{C_1}}_{\text{accelerazione del punto di contatto}} = a_1 + \underbrace{(-R\alpha_1)}_{\text{acc relativa del punto } C_1 \text{ rispetto a CM}} = 0 \rightarrow \alpha_1 R = a_1 = a \Rightarrow \alpha_2 R = a$

$\begin{cases} F_{1x} - F_{2x} = M a \\ -F_{1x} + f_{s1} = m_1 a \\ +F_{2x} - f_{s2} = m_2 a \end{cases}$ $\rightarrow$ da cui $f_{s1} - f_{s2} = (m_1 + m_2 + M) a$

$f_{s2} = \frac{m_2}{2} a$ $\quad f_{s1} = (m_1 + \frac{3}{2} m_2 + M)$

$\alpha_1 R = a$

$\tau = \left[\frac{3}{2}(m_1 + m_2) + M\right] R a$

$|f_{s1}| < \mu_s N_1 = \mu_s \left(m_1 + \frac{M}{2}\right) g \rightarrow \boxed{a < \dfrac{\left(m_1 + \frac{M}{2}\right)}{m_1 + \frac{3}{2} m_2 + M} \mu_s g}$ → condizione più restrittiva

⇓

la ruota 1 inizia a slittare per un valore minore di accelerazione rispetto a quello di 2

$|f_{s2}| < \mu_s N_2 = \mu_s \left(m_2 + \frac{M}{2}\right) g \rightarrow a < \frac{2m_2 + M}{m_2} \mu_s g$

Se $\tau > \tau_{max}$: 1 inizia a slittare, 2 no (ho ancora rotolamento). Solo per il corpo 1 cambiano le equazioni perché striscerà (avrò attrito dinamico opposto allo strisciamento) con attrito dinamico ($\rightarrow f_{d1}$). Inoltre l'accelerazione del centro di massa varia (perché il punto non è più fermo)

→ alla fine si ottiene (se su 2 ho ancora puro rotolamento):

$\mu_d < \frac{2m_1 + 3m_2 + 2M}{m_2} \mu_s$

↓

permette che la ruota posteriore non mentre l'altra scivola spanna solo la ruota dietro

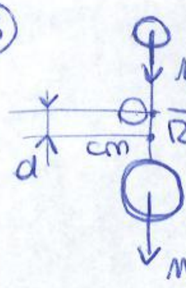
ESERCITAZIONE 9 – corpo rigido –

6/5/16

* Esercizio d'esame

M

(5) $m_1\bar{g} + m_2\bar{g} + \bar{R} = m\,\bar{a}_{cm}(m_1+m_2)$



$\bar{R}$ → reazione vincolare

$$d = \frac{\frac{L}{2}m_1 - \frac{L}{2}m_2}{m_1+m_2} = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\left(\frac{L}{2}\right)$$

Il cm ruota con la sbarra attorno ad O

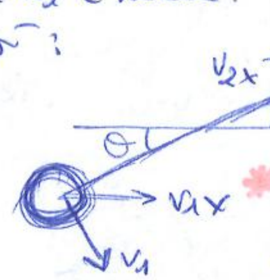
$$a_{c,cm} = \frac{v_{cm}^2}{d} = \frac{\omega_1^2 d^2}{d} = \omega_1^2 d$$

4) $R_4 - m_1 g - m_2 g = (m_1+m_2)\,\omega_1^2 d = (m_1+m_2)\,\omega_1\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\frac{L}{2}\right)^2$

$$R_4 = m_1 g - m_2 g + (m_1+m_2)\frac{L}{2}\omega_1^2$$

Nel punto O l'accelerazione è tutta diretta verso il centro, e la componente tangenziale di ω_1 è nulla.
Tutto ciò si dimostra così:

$$P_x = \underbrace{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}}_{\text{componenti lungo x}} = *$$



$$* = m_1 v_1 \sin\theta - m_2 v_2 \sin\theta = (m_1 - m_2)\,\omega(\theta)\frac{L}{2}\sin\theta = P_x(\theta)$$

Per avere la forza risultante lungo x devo derivare:

$$\frac{d}{dt}P_x(\theta) = (m_1-m_2)\frac{L}{2}\left[\sin\theta\,\frac{d\omega(\theta)}{dt}\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega(\theta)} + \omega(\theta)\cos\theta\,\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega(\theta)}\right]$$

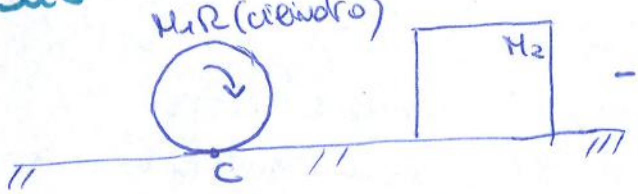
$$\frac{d}{dt}P_x(\theta) = (m_1-m_2)\frac{L}{2}\,\omega(\theta)\left[\sin\theta\,\frac{d\omega(\theta)}{dt} + \omega(\theta)\cos\theta\right]$$

$$0 = I_0\,\omega(\theta)\frac{d\omega}{dt} - (m_1-m_2)\,g\frac{L}{2}\cos\theta$$

$$\frac{d\omega(\theta)}{d\theta} = \frac{(m_1-m_2)\,gL}{\omega(\theta)\,2I_0}\cos\theta$$

* Esercizio

DATI



- urto elastico
- moto cilindro: puro rotolamento prima e dopo l'urto

TROVARE: velocità dei due corpi dopo l'urto

Durante l'urto l'attrito agisce in modo impulsivo e fa sì che non si conservi la quantità di moto. Si conserva l'energia.

prima dell'urto: $E_{kc} = \frac{1}{2} I_C \omega_0^2 = \frac{3}{4} M_1 R^2 \omega_0^2$

dopo l'urto: $E_k = E_{kc} + E_{kq} = \frac{1}{2} I_C \omega_1^2 + \frac{1}{2} M_2 V^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} I_C \omega_0^2 = \frac{1}{2} I_C \omega_1^2 + \frac{1}{2} M_2 V^2$$

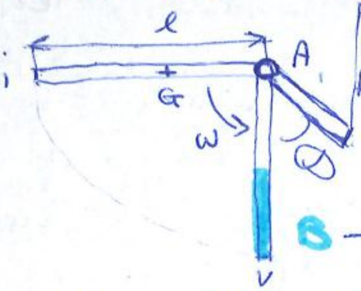
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 38

ESERCITAZIONE 10 - corpo rigido -

13/5/16

• **Esercizio:**

DATI:



massa m

Ad un certo punto si rompe (no forze impulsive) a metà
(θ = angolo max)

B → metà che si stacca

TROVARE:
- velocità angolare prima della rottura
- Ek frammento inferiore (B) un istante dopo il distacco
- rapporto Ek totale ed Ek rotazionale

$E_{pi}=0 \quad E_{ki}=0 \quad E_{pv}=-mg\frac{l}{2} \quad E_{kv}=\frac{1}{2}I_O\omega_1^2=\frac{1}{6}ml^2\omega_1^2$

$\Delta E_{tot}=0 \to \frac{1}{6}ml^2\omega_1^2-mg\frac{l}{2}=0 \to \omega_1=\sqrt{\frac{3g}{l}}$ nell'istante prima che si stacchi il pezzo inferiore

$E^A_{p\theta}=-\frac{m}{2}g\frac{l'}{2}\cos\theta \to l'=\frac{l}{2} \to -\frac{m}{2}g\frac{l}{8}\cos\theta=E_{p\theta}$

$E^A_{k\theta}=\frac{1}{2}I^A_O\omega_1^2 \qquad E^A_{p\theta}=-\frac{m}{2}g\frac{l'}{2}$

Non essendoci forze impulsive, dopo il distacco, ω non cambia

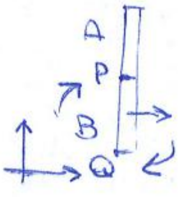
$\Delta E_{TOT}=0 \to \frac{1}{2}I^A_O\omega_1^2-\frac{m}{2}g\frac{l'}{2}=-\frac{m}{2}g\frac{l'}{2}\cos\theta$

$I^A_O=\frac{1}{3}\frac{m}{2}(l')^2$

$\frac{1}{6}\frac{m}{2}l'^2\frac{3g}{l}=\frac{m}{2}g\frac{l'}{2}(1-\cos\theta) \to \cos\theta=\frac{1}{2}$

$\theta=60°$

B ha un moto di rototraslazione dopo il distacco



$v_P=\omega_1\frac{l}{2}$ ⇒ il corpo B, libero di muoversi, continua a ruotare attorno al suo centro di massa
↓
avrà un moto parabolico

$v_{cm}=\omega_1\frac{3}{4}l \qquad v_Q=\omega_1 l$

$\bar{v}_Q=\bar{v}_{cm}+\bar{v}_{Q/cm}$

$\omega_1 l=\omega_1\frac{3}{4}l+\bar{v}_{Q/cm}$

$\to v_{Q/cm}=\omega_1\frac{l}{4}$ velocità di Q un istante dopo l'urto

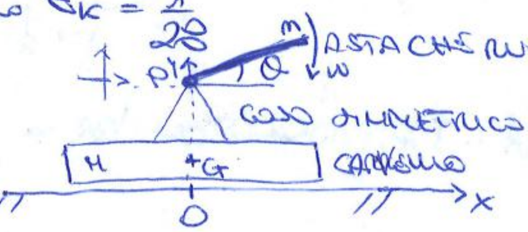
$\to v_P=-\omega_1\frac{l}{4}$

(König): $E^B_k=\frac{1}{2}\frac{m}{2}(v^B_{cm})^2+\frac{1}{2}I^B_{cm}\omega_1^2=\frac{1}{4}m\frac{9}{16}l^2\omega_1^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}\frac{m}{2}l'^2\right)\omega_1^2$

Rapporto $E_k=\frac{1}{28}$

• **Esercizio:**

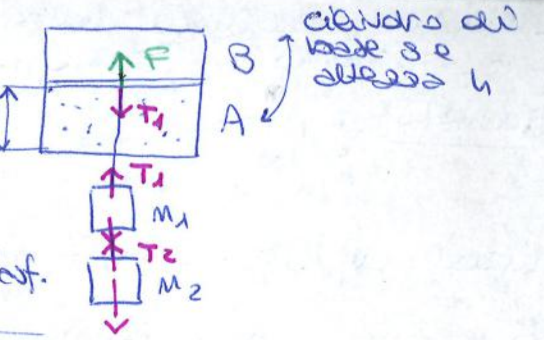
DATI:



Inizialmente fermo

TROVARE:

- $m_1 = 31\,kg$ } appese al pistone con un filo
- m_2 ?
- inizialmente in equilibrio col pistone ad $h = 0,5\,m$



TROVARE: • m_2
• tagliando il filo che collega le masse il pistone arriva a $V_A' = 2V_A$, lavoro compiuto dal gas nella trasf. e scambi termici.

Equilibrio termodinamico => anche equilibrio meccanico => impongo l'equilibrio delle forze

F = forza esercitata dal gas = $p_A \cdot S$
↳ pressione interna parte A

$$\begin{cases} F - T_1 = 0 \\ T_1 - m_1 g - T_2 = 0 \\ T_2 - m_2 g = 0 \end{cases} \qquad V_A = Sh \qquad \left(R = 8,314 \frac{J}{K \cdot mol}\right)$$

$$\Rightarrow T_1 = (m_1 + m_2) g = p_A \cdot S \longrightarrow p_A V_A = (m_1 + m_2) g$$

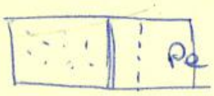
Possiamo ora legare l'equazione alle equazioni termodinamiche

$$p_A V_A = nRT_A = nRT_0 = (m_1 + m_2) gh \longrightarrow m_2 = \frac{nRT_0}{gh} - m_1 = 504\,kg$$

Il pistone non è isolato => no adiabatica => ha scambi con l'esterno
È una trasformazione irreversibile => non possiamo integrare punto per punto il lavoro.

Mentre il pistone risale c'è comunque la tensione che si oppone al moto.

espansione libera → qui la tensione fa la stessa cosa che faceva la pressione esterna:



$W_{gas} = -W_{est} = -p(V_2 - V_1)$

$W_{gas} = m_1 g h$

Il gas sposta verso l'alto il pistone di h.

Per trovare il calore usiamo il PRIMO PRINCIPIO, prima però occorre vedere come sono le variabili termodinamiche nella posizione finale (che è di equilibrio => eq. meccanico):

$$V_A' = 2V_A$$

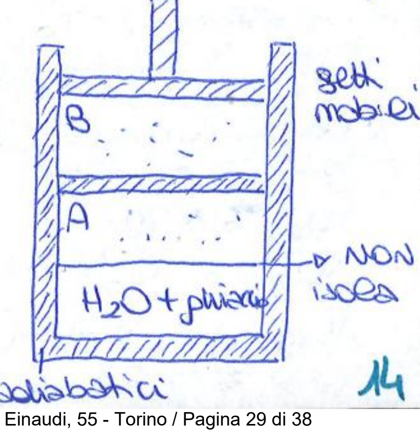
$$p_A' S = m_1 g \longrightarrow p_A' V_A' = m_1 g 2h = nRT_A' \longrightarrow T_A' = \frac{m_1 g 2h}{nR}$$

$$\Delta U = Q - W_{gas}$$

$$nc_v(T_A' - T_A) = Q - m_1 gh \longrightarrow Q = m_1 gh + nc_v(T_A' - T_A) \simeq 135\,J$$ (ASSORBITO perché > 0)

* Esercizio:

DATI: - contenitore isolante diviso da un setto isolante (isolante => adiabatico)
- A è in contatto con H_2O e ghiaccio
- B è chiuso da un pistone isolante
- tutti i setti sono senza massa ne attrito
- n moli di gas biatomico in A e B
  $n = 2,05$ moli
- $T_0 = 273,15\,K$ } per A e B
- $p_0 = 2,40\,bar$ }



* Esercizio:

DATI:
- cilindro adiabatico $S = 0{,}025\, m$
- pistone adiabatico con massa trascurabile
- $k = 2500\, N/m^2$
- inizialmente è a riposo e $p_{est} = 10^5\, Pa$
- interno del cilindro diviso da un setto adiabatico con un tappo che si apre quando $p_{max} = 1{,}5 \cdot 10^5\, Pa$
- volume iniziale $V_A = 0{,}025\, m^3$ con 3 mol di gas biatomico
- in V inizialmente c'è vuoto
- presente ad una resistenza si scalda A.
- quando la molla si compressa di $\Delta x = 0{,}25\, m$ si ha T_B con trasferimento infinitesimo di calore fa sviluppare la pressione del pistone che resta bloccato.
- quando si arriva a C $p_C = p_{max}$ si spacca il setto e per pura espansione si arriva a $p_D = 1{,}4 \cdot 10^5\, Pa$

(Reversibile tra A e B e tra B e C)

TROVARE:
- calore complessivo assorbito dal gas
- volume iniziale vuoto
- T_B

$$V_B = V_A + \Delta x\, S$$

Non è irreversibile ma la molla fa sì che istante per istante il pistone si muove piano ⇒ c'è bilancio di forze.

$$p_B S = p_{est} \cdot S + k\Delta x \rightarrow p_B = \frac{p_{est} \cdot S + k\Delta x}{S}$$

$$p_B V_B = NRT_B \rightarrow T_B = \frac{p_B V_B}{NR} = 407\, K$$

Nella seconda parte il volume è costante perché il pistone è fermo ma ho ancora il calore della resistenza ⇒ isocora reversibile

$$\left.\begin{array}{l} V_C = V_B \\ p_C = p_{max} \end{array}\right\} T_C = \frac{p_C V_C}{NR} = 488\, K$$

Dopo che salta il tappo ho un'espansione libera ($\Delta U = cost$) ⇒ sistema irreversibile

$$\left.\begin{array}{l} T_D = T_C \\ p_D = 1{,}4 \cdot 10^5\, Pa \end{array}\right\} V_D = \frac{NRT_D}{p_D} = V_A + V_V \rightarrow V_V = \frac{NRT_D}{p_D} - V_A = 5{,}8 \cdot 10^{-3}\, m^3$$

Il calore assorbito dal gas: $Q_{TOT} = Q_{AB} + Q_{BC}$ (dopo ho adiabatica)

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = NC_V(T_B - T_A) + W_{AB} = NC_V(T_B - T_A) + p_{est}(V_B - V_A) + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

$$W_A = \int_{x_A}^{x_B} (p_{est} \cdot S + kx)\, dx \longleftrightarrow$$ usiamo il lavoro compiuto dalla forza esterna che è dato da p_{est} e molla.

Il segno più perché ho integrale negativo su Δx negativo

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = NC_V(T_C - T_B)$$

$$\Rightarrow Q_{TOT} = Q_{AB} + Q_{BC} = NC_V(T_C - T_A) + p_{est}(V_B - V_A) + \frac{1}{2}k\Delta x^2 = 1245\, J$$

$$\Delta S_{BC\,a} = \frac{-Q_{BC}}{T_{amb}} = -1{,}24\,J/K$$

perché è quello assorbito dall'ambiente

AB è adiabatica irreversibile => non posso calcolarla lungo la traiettoria

$$\Delta S_{AB\,p} = \int_A^B \frac{dQ}{T} = \int_A^B \frac{dU + dW}{T} = \int_A^B \frac{nC_v dT}{T} + \int_A^B \frac{p\,dV}{T} = \qquad p = \frac{nRT}{V}$$

$$= \int_A^B \frac{nC_v dT}{T} + \int_A^B \frac{nR\cancel{T}}{V}\cdot\frac{dV}{\cancel{T}} = nC_v\left(\ln\frac{T_B}{T_A} + \frac{R}{C_v}\ln\frac{V_B}{V_A}\right) =$$

$$= nC_v \log\frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{T_A V_A^{\gamma-1}} \simeq 0{,}22\,J/K$$

($T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$, solo per la reversibile!)

$\Rightarrow \Delta S_{universo} = 0{,}53\,J/K$ (ovviamente >0)

*** Esercizio d'esame:**

DATI:
- 1 mol gas ideale in cilindro da $V_A = 0{,}024\,m^3$ a $p_A = 1{,}5\,atm = 1{,}5\cdot10^5\,Pa$
- monoatomico; $C_v = 3/2\,R$
- il gas subisce un'adiabatica reversibile (espansione) $T_B = 278\,K$
- dopo compressione isoterma reversibile in cui scambia calore con H_2O e ghiaccio (sciogliere 5 g di ghiaccio) $\lambda_f = 3{,}3\cdot10^5\,J/kg$
- poi isobara reversibile fino a $T_D = T_C/2 = 136{,}5\,K$
- infine torna alla condizione iniziale con un'irreversibile applicando una pressione esterna costante e pari alla p_A con scambio di calore con $T_{est} = T_A$

TROVARE:
- rendimento del ciclo
- ΔS_U

Calore assorbito => entra nel sistema gas => positivo

AB: adiabatica reversibile $Q_{AB} = 0$

$$\Delta U_{AB} = -W_{AB} \rightarrow W_{AB} = -\Delta U_{AB} = -nC_v(T_B - T_A) = 2067{,}7\,J \qquad T_A = \frac{p_A V_A}{nR}$$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$$

$$V_B = V_A\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{1/\gamma-1} = 0{,}049\,m^3$$

BC: compressione isoterma reversibile $T_B = T_C$

$$\Delta U_{BC} = 0 \qquad W_{BC} = \int_B^C p\,dV = \int_B^C \frac{nRT}{V}dV = nRT_B \ln\frac{V_C}{V_B} = Q_{BC}$$

$-Q_{BC}$ sarà il calore assorbito dalla miscela di H_2O e ghiaccio

$-Q_{BC} = \Delta m\,\lambda_f = 1650\,J \Rightarrow Q_{BC}$ negativo $\Rightarrow V_C < V_B$

$$\Rightarrow V_C = V_B\,e^{Q_{BC}/nRT_B} = 0{,}024\,m^3$$

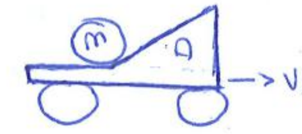
$$\Rightarrow p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 95800\,Pa = 0{,}945\,atm$$

CD: isobara reversibile $p_D = p_C$ e $T_D = T_C/2$

$$V_D = \frac{nRT_C}{2p_C} = 0{,}012\,m^3$$

• tema B 13/7

(1) DATI:



muro
- m cilindro
- m_A carrello + piano
- urta contro un muro e si ferma
- tra m ed A non c'è attrito ⟹ m scivola e si comporta come un punto materiale

TROVARE:
- h max a cui arriva m
- ipotizzando che A urti contro un secondo carrello B inizialmente fermo, restano uniti dopo, trovare la loro velocità e l'altezza massima

Per m c'è conservazione della quantità di moto, per m_A no

$$E_{k_m} = \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow \Delta E_m^{tot} = mgh - \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Nel secondo caso non abbiamo forze impulsive esterne: dopo l'urto:

$$(m + m_A) v_0 + \underbrace{m v_B}_{\text{inizialmente è fermo}} = (m_A + m_B) v_0' + \underbrace{m v_0}_{\text{la quantità di moto del cilindro si conserva}}$$

guardando solo i carrelli: $m_A v_0 = (m_A + m_B) v_0' \rightarrow v_0' = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_0$

Quando m è all'altezza max è fermo → tutti e 3 i corpi hanno la stessa velocità.

Parte dell'energia cinetica diventa energia potenziale di m
(Meglio bilancio energetico che equazioni di Newton)

$$\underbrace{(m + m_A) v_0}_{\substack{\text{iniziale} \\ \text{(prima dell'urto)}}} = \underbrace{(m + m_A + m_B) v_1}_{\substack{\text{finale, quando dopo l'urto } m \\ \text{sta invertendo il moto}}} \rightarrow v_1 = \frac{(m_A + m) v_0}{m + m_A + m_B}$$

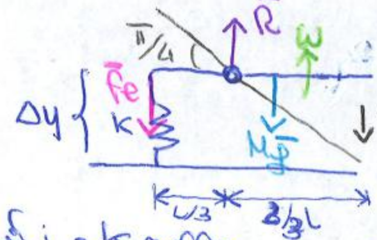
energie: $\frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2}(m_A + m_B) v'^2 = \frac{1}{2}(m + m_A + m_B) v_1^2 + m g h_1$

- chiede ancora l'energia dissipata in calore nell'urto dei due carrelli (in %):

$$f = \frac{E_{tot}^{\text{prima urto}} - E_{tot}^{\text{dopo urto}}}{E_{tot}^{\text{prima urto}}} = 1 - \frac{\frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2}(m_A + m_B) v'^2}{\frac{1}{2}(m + m_A) v_0^2}$$

(2)

DATI:



- molla che scorre su un binario
- inizialmente c'è equilibrio
- dopo viene applicata F e la sbarretta ha $\theta = \pi/4$

TROVARE:
- k molla
- F applicata
- dopo F viene rimossa e torna com'era prima, trovare ω.

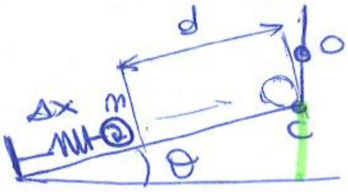
IN P c'è la reazione vincolare $\bar{R}$.
Conviene usare il momento in P (τ): $k \Delta y \cdot \frac{L}{3} - Mg\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{3}\right) = 0$ (dato $= \frac{L}{3}$)

$$k = \frac{3}{2} \frac{Mg}{L}$$

Dopo l'applicazione di F, devo trovare la nuova elongazione:

$$\Delta y = \frac{L}{3}(1 + \sin\theta)$$

(2) DATI:



m, r, θ, k, d } dati

- V_{cm} quando urta e V_{cm}' date
- prima e dopo l'urto ho puro rotolamento

TROVARE:
- Δx
- I sfera rispetto a sbarra
- Ω' dopo l'urto

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = mgd\,\mathrm{sen}\,\theta + \underbrace{\frac{1}{2}mV_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2}_{\frac{1}{2}I_C\omega^2}$$

$V_{CM} = r\omega$ nel puro rotolamento

Sistema sfera + sbarra → rispetto ad O tutte le forze esterne sono non impulsive.

$$\underbrace{mV_{cm}2R - I_{CM}\omega}_{\text{prima dell'urto}} = mV_{CM}'2R - I_{CM}\omega' + I_O^{sb}\Omega'$$

$$\Omega' = \frac{8}{3R}(V_{cm} - V_{CM}')$$

Se invece assumiamo che f_s sia impulsiva (caso più realistico): non possiamo più assumere che il momento angolare si conservi

impulso trasmesso che genera momento

$\Delta L_C^{sfera} = -JR$ (considero positivo il verso orario)

dopo l'urto: $I_C\omega' - I_C\omega = -JR$

$\Delta L_O^{sbarra} = +J\cdot 2R$ (prendo come positivo il verso orario)

$I_O^{sbarra}\Omega' = 2RJ$

$$\Rightarrow \Omega' = \frac{16}{3R}(V_{cm} - V_{cm}')$$

- SOLUZIONE ESERCIZIO (*) della scorsa esercitazione

DATI: $T_1 = cost$ $\quad T_2 > T_1$

(vedi indicato per dati e richiesto)

$Q_{gas} = nc_v(T_1 - T_2) < 0$ giusto perché è ceduto

$Q_{\substack{ceduto\\ del\ gas}} = -Q_{gas} = -nc_v(T_2 - T_1) = Q_{\substack{assorbito\\ dalla\ macchina}}$

$\Delta S_{gas} = nc_v \log\frac{T_1}{T_2}$

Il lavoro è massimo quando è reversibile ⇒ rendimento di Carnot: $1 - \frac{T_1}{T_2}$

$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ $\quad$ η però dipende da T_2 che all'inizio è T_2 ma poi scende fino ad arrivare a T_1

$$\eta = \frac{W_{compiuto}}{Q_{assorbito}} \Rightarrow \eta(T) = \frac{dW}{dQ_{ass}} \Rightarrow dW = \eta(T)dQ_{ass} = -nc_v\eta(T)dT$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 38