



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2057A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Sgroi Alice

MATERIA: Fondamenti di Macchine - Prof. Casalino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

Fondamenti di MACCHINE e PROPULSIONE

1 01.10.15

- Professori

 { Lorenzo Casalino (imt. 4453)
 { Dario Pastrone } Sono al 1° piano ~~de~~ sopra l'infermeria

- Libro di testo

- "Macchine" di A. Beccari (Vol. 1)
- "Motori alternativi" di prof. Colesurdo (Centro stampa)
- "Mechanics & Thermodynamics of propulsion" di Hill e Peterson (pdf)
 ↳ ci interesseranno i capitoli 5-9

- Modalità d'esame

SOLO ORALE { Casalino - Macch. e motori
 (~ 30 min) { Pastrone - Propulsione
 ↓
 NO esercizi

ATTENZIONE: Gli appunti sono riferiti all'anno accademico 2015-2016

2 01.10.15

Un'ultima classificazione:

VOLUMETRICHE

Hanno una camera a volume variabile in cui il fluido entra e poi ne esce!

TURBOMACCHINE

Hanno organi rotanti che vengono attraversati dal fluido con cui scambia lavoro (con un flusso più o meno continuo)

055 Tra le macchine idrauliche troviamo

Invece tra le termiche:
 Compressori volumetrici
 turbo compressori
 turbine
 motori alternativi

→ non lo trattiamo perché ha portata piccolissima

TERMODINAMICA

- 1° principio in forma LAGRANGIANA

Prende come riferimento un sistema chiuso (~~di massa e fluido~~)



Posso fornirgli energie come Calore o Lavoro

↓
 in modo disordinato.
 Aumento l'energia cinetica delle sue particelle, ma lui rimane fermo.

↓
 in modo ordinato.
 Aumento l'energia cinetica del corpo!

$$Q_e + L_e = E_{Fim} - E_{Cim}$$

↓
 calore fornito dall'esterno al fluido

↓
 lavoro fornito dall'esterno al fluido

ENERGIA: capacità del corpo di compiere lavoro oppure

somma di tutte le energie cinetiche di tutte le particelle che compongono il corpo!

Se divido queste grandezze per la MASSA:

$$\frac{Q_e + L_e}{m} = \frac{\Delta E}{m} \rightarrow Q_e + L_e = \Delta E$$

useremo questo!

Quindi cos'è E?

$$E = U + E_k + E_g + E_{cf}$$

em. INTERNA (somma delle energie cinetiche delle particelle interne)

potenziale gravitazionale

→ campo di forze (magnetica...) e noi interessiamo in particolare le CENTRIFUGHE

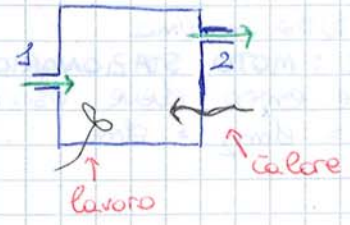
↳ forma con le grandezze SPECIFICHE

3 01.10.15

$[C_v], [C_p] : \text{Joule} / \text{kgK}$

- 1° principio in forma EULERIANA → e' più comodo per le turbomacchine!

Puntiamo la nostra attenzione su un volume di controllo!



Poniamo caso che ha un ingresso e un'uscita (solo per ora) fornisco calore e lavoro!

Con questo punto di vista io devo identificare le mie particelle come:

$m \equiv$ aria in ingresso al tempo t + quella che entra al tempo successivo ($t + dt$)

↓
in modo equivalente corrisponde però ad una massa più semplice da identificare.

↓
 $m \equiv$ aria in ingresso all'istante finale ($t + dt$) e quella che esce!

Perciò qui il primo principio avrà forma di partenza solita:

$$dQ_e + dL_e = E_{fin} - E_{in}$$

Dove

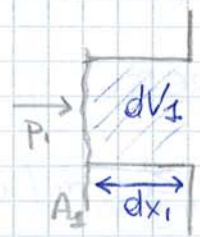
(1) $dQ_e = Q_e dt \rightarrow$ ^{Serza di "portata di calore", trasferimento di calore!} potenza termica nell'intervallo di tempo!

Per il lavoro devo fare la distinzione tra:

- LAVORO DEGLI ORGANI MOBILI ("interno")

(2) $dL_i = P_i dt \rightarrow$ potenza interna nell'intervallo di tempo

- LAVORO DI SPOSTAMENTO → cioè il lavoro che il fluido costantemente compie sulla massa entrante e uscente!



$$dL_{sp} = P_1 dV_1 - P_2 dV_2 \quad (2)$$

- Infine, con pochi accorgimenti, definendo:

4 01.10.15

$$\begin{cases} Q_e = \frac{\dot{Q}_e}{\dot{m}} & (\text{LAVORO MASSICO}) \\ L_i = \frac{P_i}{\dot{m}} \end{cases}$$

si arriva alla forma che useremo più spesso di tutte:

$$Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_{c,g,cf}$$

OSS Useremo anche il calore specifico a PRESSIONE costante, legato strettamente alla ENTALPIA:

$$di = c_p \cdot dT$$

→ anche questa è generale, anche se la mia trasf. non è a press. costante.

- Definiamo un'ulteriore grandezza: ENTROPIA (S)

$$T \cdot dS = dU + p \cdot dV = di - v \cdot dp$$

"misura del disordine"

↑
aumenta se aumento T e/o volume

- 2° principio della termodinamica: diminuisce se aumento la pressione

Se il sistema è isolato e fornisce calore, il disordine AUMENTA:

$$T dS \geq dQ_e$$

che posso anche scrivere

$$T dS = dQ_e + dL_w \quad \text{A PATTO CHE } \underline{dL_w \geq 0}$$

lavoro delle resistenze PASSIVE → ATTIVI

- Posso poi COMBINARE il primo e il secondo ^{principio} assieme (forme MISTE)

Ricavo

$$dQ_e = T dS - dL_w \quad (\text{dal 2°})$$

e sostituisco nel primo principio (nelle 2 forme diverse)

$$\text{FORME MISTE (finali)} \begin{cases} dL_e = -p \cdot dV + \Delta E_{c,g,cf} + L_w & (\text{LAGRANGIANA}) \\ dL_i = v \cdot dp + \Delta E_{c,g,cf} + L_w & (\text{EULERIANA}) \end{cases}$$

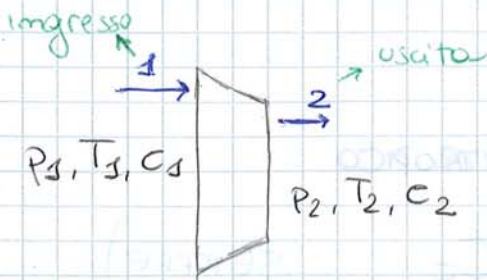
1 02.10.15

MACCHINE ADIABATICHE (Avevo già accennato $Q_e=0$)

Ci poniamo in particolare in
MOTO STAZIONARIO

in ogni punto le grandezze rimangono COSTANTI nel tempo. Ovviamente le assumiamo così, e' un' approssimazione!

① COMPRESSORE (sempre adiabatico)



Qui, il primo principio diventa

$$L_i = L_c = \Delta i + \Delta E_c$$

↳ lavoro di compressione

In particolare poi per le macchine termiche (gas) vale che

$\Delta E_g = 0$. Ci poniamo inoltre in un riferimento fisso, quindi $\Delta E_{cf} = 0$

OSS In un compressore Δi sarà grande perché legato a variazioni di pressioni consistenti, invece ΔE_c non più di tanto. Se fossi davanti ad un ventilatore, sarebbe esattamente l'opposto!

! Abbandoniamo per un po' il caso generico (che in realtà è quello che ci interessa di più) e ci poniamo in un caso "ideale" (approssimato) in cui

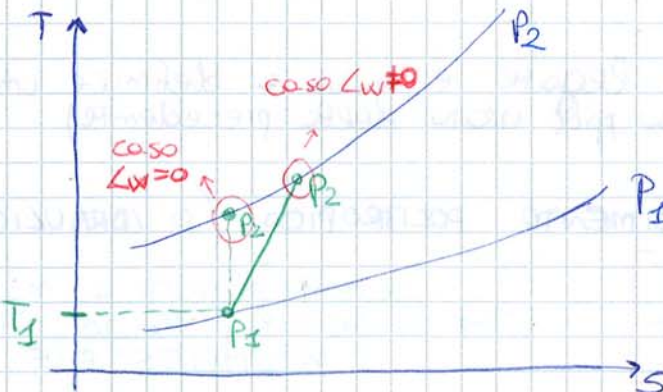
$$c_1 = c_2 \approx 0 \rightarrow \Delta E_c = 0 \rightarrow \text{trascuro l'em. CINETICA}$$

Quindi quella formula si ridurrà a

$$L_c = \Delta i = C_p (T_{im} - T_{im})$$

↳ tratto sempre tutto come gas ideale quindi costante.

Gli andamenti delle adiabatiche saranno ESPONENZIALI sul diagramma (T,s)



! Se non ci sono perdite $L_w = 0$, l'adiabatica è anche isentropica; quindi mi sposto sulla verticale. Se ho le perdite, l'entropia aumenta, quindi mi sposto a destra. Tanto più grande è L_w , tanto più mi sposto a dx!

2 02.10.15

Quindi si ricava

$$L_c - L_w = \int_1^2 v dp + \Delta E_{c,g,cf} = \frac{m}{m-1} R T_1 \left(\beta_c^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right)$$

$\rightarrow 0$ (avere assunto all'inizio)

Ricordando la definizione di γ , posso scrivere

$C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R$ e quindi posso riscrivere (andando a sostituire questo C_p nella (2))

$$\eta_{yc} = \frac{\frac{m}{m-1}}{\gamma/\gamma-1} \Rightarrow \frac{m-1}{m} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\eta_{yc}}$$

Per cui infine riscivo:

$$(2) = (3) \quad L_c = C_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}} - 1 \right)$$

$\rightarrow T_2 = T_1 \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{yc}}}$

$\left. \begin{array}{l} (1) \text{ e } (3) \text{ sono le} \\ \text{più usate} \\ \text{e più utili per} \\ \text{quello che} \\ \text{facciamo noi!} \end{array} \right\}$

STOP.

La (3) può essere usata sia nel caso con perdite ($L_w \neq 0$) che senza ($L_w = 0$)

• La forma MISTA, applicata al caso ideale, ci dice: ($L_w = 0$, isentropico)

$$L_c - L_w = \int_1^2 v dp \Rightarrow L_{c15} - 0 = \int_1^{215} v dp$$

prendo $L_c - L_w = \int_1^2 v dp$ e sottraggo $L_{c15} = \int_1^{215} v dp$

e isolo L_c

$$L_c = L_{c15} + L_w + \left(\int_1^2 v dp - \int_1^{215} v dp \right)$$

$\left. \begin{array}{l} \text{è nullo se} \\ v = \text{cost} \end{array} \right\}$

Lavoro di CONTRORECORRERO (L_{CR})

questo è sempre positivo e si vede dal grafico di prima, perché sto andando a sottrarre una cosa più piccola (isentropico) ad un'area sempre più grande di lei (lavoro con le perdite)

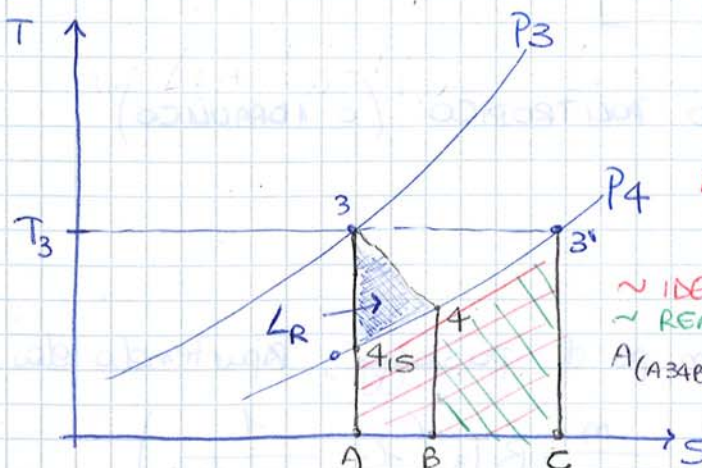
Sul grafico $L_{CR} = A_{(1-215-2)}$

Da qui posso ricavare una serie di considerazioni:

- ① $L_c - L_w > L_{15}$
- ② $\eta_{yc} > \eta_c$ (conseguenze di ①)

Sul grafico (T,s) avrà lo stesso andamento però al contrario:

3 02.10.16



OCCHIO Anche qui: linea retta per il caso ideale ($L_w = 0$) e quindi isentropica. La linea "obliqua" segue il caso reale \rightarrow politropico. Anche qui posso riconoscere i 2 trapezi diversi!

$A(A4s3'C)$
 \sim IDEALE (L_{tis})
 \sim REALE (L_t)
 $A(A34B) = L_w$
 $A(B43'C)$

~~$A(A34B)$ sono le perdite~~

- Si definisce il RENDIMENTO DI TURBINA:

$$\eta_t = \frac{L_t}{L_{tis}} \quad (L_{tis} > L_t)$$

Come fatto prima:

$$L_t = C_p (T_3 - T_4)$$

$$L_{tis} = C_p (T_3 - T_{4s})$$

Da cui

$$\frac{T_{4s}}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

\rightarrow come prima se non è isentropico $T_{4s} \rightarrow T_4$ e $\gamma \rightarrow m$

- Si definisce il RAPPORTO DI ESPANSIONE

$$P_t = \frac{P_3}{P_4}$$

Posso quindi scrivere i lavori, per gli stessi casi (1, 2 e 3) visti prima:

$$(1) \quad L_t = \eta_t C_p T_3 \left[1 - \frac{1}{P_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]$$

\rightarrow caso IDEALE:
 $L_w = 0 \rightarrow$ isentropico

$$\rightarrow T_4 = T_3 - \frac{L_t}{C_p}$$

OSS Noto che qui se $\eta_t \ll 1$, $L_t \ll$; invece nel compressore se $\eta_c \ll 1$, $L_c \gg$

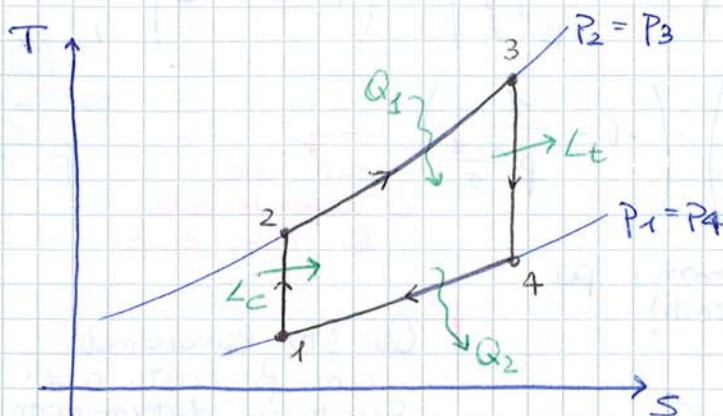
CICLO JOULE-BRAYTON

- È il ciclo base di tutte le macchine che vedremo.
- Lo trattiamo (per ora) in modo IDEALE:

$$\begin{cases} 2 \text{ ISENTROPICHE} \\ 2 \text{ ISOBARE} \end{cases} \rightarrow \text{scambiamo lavoro: } \begin{matrix} L_i \neq 0 \\ Q_e = L_w = 0 \end{matrix}$$

$$\rightarrow \text{scambiamo calore: } \begin{matrix} L_i = 0 \\ L_w = 0 \\ Q_e \neq 0 \end{matrix}$$

$$(Q_1 = Q_e = -Q_2)$$



OSS L_e sarebbe un lavoro interno negativo, così come Q_2 (per le nostre convenzioni). Però lo trattiamo come positivo!

Partiamo al solito dal 1° principio

$$Q_e + L_i = C_p \Delta T \quad \text{dove} \quad \begin{cases} L_c = C_p (T_2 - T_1) \\ Q_1 = C_p (T_3 - T_2) \\ L_e = C_p (T_3 - T_4) \\ Q_2 = C_p (T_4 - T_1) \end{cases}$$

Dal bilancio del lavoro del ciclo ottenuto, però cambiato di segno grafico:

$$Q_1 - Q_2 + L_c - L_e = 0$$

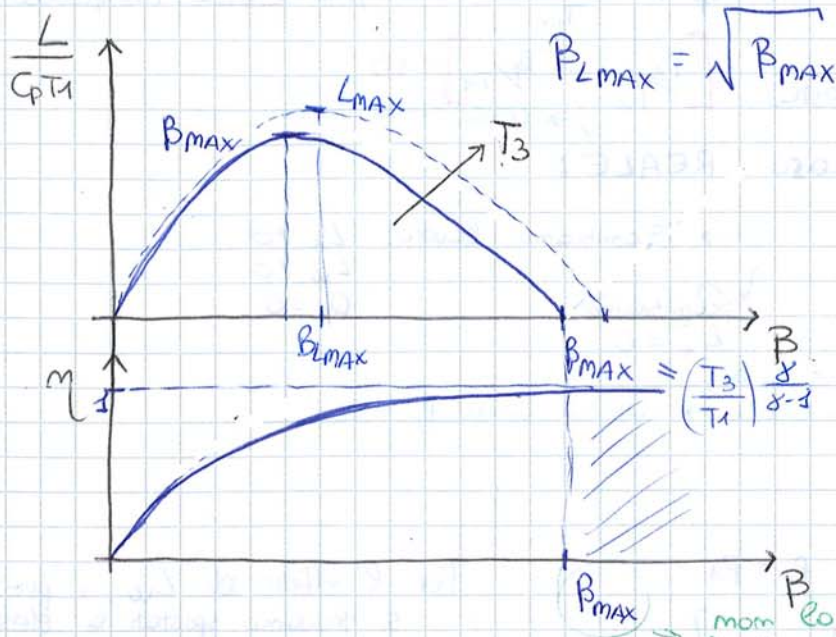
da cui $L = L_e - L_c = Q_1 - Q_2$ lavoro totale del ciclo

- Si definisce il RENDIMENTO di questo ciclo

$$\eta = \frac{L}{Q_1}$$

5 02.10.15

- Dal secondo modo di scrivere (dopo aver raccolto) uso un doppio grafico:



Oss All' aumentare di T_3 , aumenta β_{max} e quindi β_{Lmax} !

Quindi in termini di lavoro, mi conviene alzare β ma fino ad un certo pto, altrimenti avrei una perdita di lavoro

non lo posso comunque superare. Avrei efficienze alte, ma a $\beta > \beta_{max}$ e' un frigorifero non un motore! (perche' $L < 0$)

Per il rendimento:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1}$$

quindi (vd. dimostrazione)

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Dimostrazione:

$$S_1 = S_2$$

$$S_3 = S_4$$

$$\left\{ \begin{aligned} m \cdot S_3 - S_2 &= C_p \ln \frac{T_3}{T_2} \\ S_4 - S_1 &= C_p \ln \frac{T_4}{T_1} \end{aligned} \right.$$

vogliamo $S_3 - S_2 = S_4 - S_1$
 quindi $C_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) = \ln \left(\frac{T_4}{T_1} \right) C_p$ (*)

Siccome sappiamo

$$T dS = C_p dT - v dp$$

6 08.10.15

→ I grafici di prima sono fatti rispetto alle seguenti formule:

$$\frac{L}{C_p T_1} = \eta_t \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\delta}}} \right) - \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\delta}} - 1 \right)$$

$$\hookrightarrow L_c = \frac{1}{\eta_c} L_{c(is)}$$

Per l'efficienza:

$$\frac{Q_1}{C_p T_3} = \frac{T_3}{T_1} - \left(\frac{T_1}{T_1} + \frac{(T_2 - T_1)}{T_1} = L_c \right)$$

rispetto al caso ideale, si nota che il valore $\left(\frac{T_3}{T_1} \right)_{max}$ sarà un po' più alto, e indice la pendenza un po' più piccola!

da cui

$$\eta = \frac{\eta_t \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\delta}}} \right) - \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\delta}} - 1 \right)}{\frac{T_3}{T_1} - \left[1 + \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\delta}} - 1 \right) \right]}$$

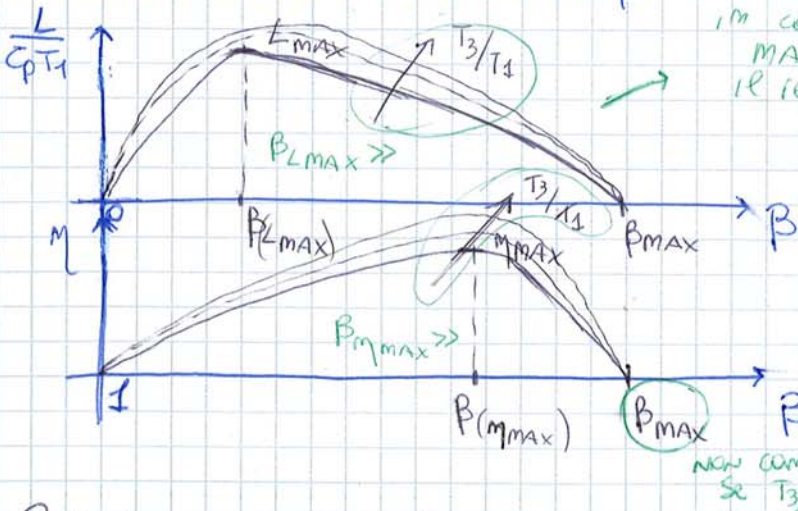
LAVORO UTILE

(1) Nota che se $L=0$, anche $\eta=0$

(2) Se derivo rispetto a T_1 è sempre positiva quindi se $T_1 \gg$, $\eta \gg$

OSS Ricordo che quello ideale invece dipendeva solo da β , mentre questo anche da T_1 .

• Graficando invece in funzione di β :



in corrispondenza del lavoro MAX, un aumento di β fa aumentare il rendimento!

Si nota subito che

$$\left[\beta_{(\eta_{max})} > \beta_{(L_{max})} \right]$$

OSS $L=0$ per $\beta=1$
 $L=0$ per β_{max}
 $\eta=0$ per β_{max}
 L_{max} per $\sqrt{\beta_{max}}$

non cambia se $T_3/T_1 \gg$

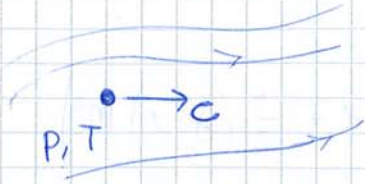
• Quindi per trarre le informazioni più utili (a livello delle nostre macchine) sarà utile graficare efficienza e lavoro assieme, ponendoci ad un $(T_3/T_1) = \text{costante}$!



1 | 08.10.15

Torniamo al problema delle
Velocità di efflusso

GRANDEZZE TOTALI (D'ARRESTO)



"Considero l'oggetto fermo e l'aria (fluido) che si muove attorno a lui!"

↓
pto di vista Euleriano: assunto un volume di controllo, vedo cosa succede tra ingresso e uscita!

↓
ci aiuta il 1° principio:

$$Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_k$$

Ci poniamo però nel caso

$$Q_e = 0 ; L_i = 0$$

$$\hookrightarrow \Delta \left(i + \frac{c^2}{2} \right) = 0$$

$(i^0) \rightarrow$ entalpia TOTALE

↳ chiamata "d'arresto" dagli aerodinamici!

Ci sta dicendo che se non do né calore né lavoro, l'entalpia è costante

OSS Posso anche scrivere

$$L_i = i_2 - i_1 = C_p (T_2^0 - T_1^0)$$

perché è quella che il fluido raggiungerebbe se lo arrestassi.

Cioè: $i_1, c_1 \neq 0$
 i_2, c_2 , con $c_2 \rightarrow 0$

$$\hookrightarrow i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i^0 = i_2 + \frac{c_2^2}{2} = 0$$

• Se assumo GAS IDEALE ($i = C_p T$) $\rightarrow C_p = \text{cost}$

è immediato che $i^0 = C_p T^0 \rightarrow$ temp totale!

temp che il fluido raggiunge se lo faccio arrestare senza dare né calore né lavoro

quindi dire che $\Delta i^0 = 0 \rightarrow C_p T^0 = 0$

Perciò mettendo a sistema con $C_p T + \frac{c^2}{2} = C_p T^0$ (sarebbe il primo)

$$T^0 = T + \frac{c^2}{2C_p}$$

se il fluido accelera, raffredda (aumenta E_k , quindi perde en. interna - entalpia - per mantenere cost. l'energia E_{tot})

Lavoro con variazioni di E_k

2 | 08.10.15

Mi pongo sempre in condizioni iniziali:

- stazionarie
- adiabatiche ($Q_e = 0$)
- gas ideali ($E_g = 0$)
- riferimento fisso ($E_{cf} = 0$)

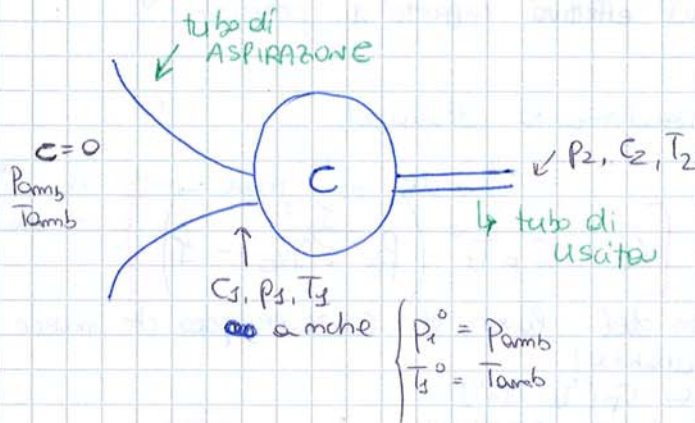
e parto sempre dal 1° principio:

$$L_i = \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^0 = C_p \Delta T^0$$

OSS Finché non c'è nulla che si muove, la $T^0 = \text{cost}$ quindi ~~se~~ se dobbiamo solo valutare il lavoro, ci basterà puntare alla temp. totale e vedere cosa le succede!

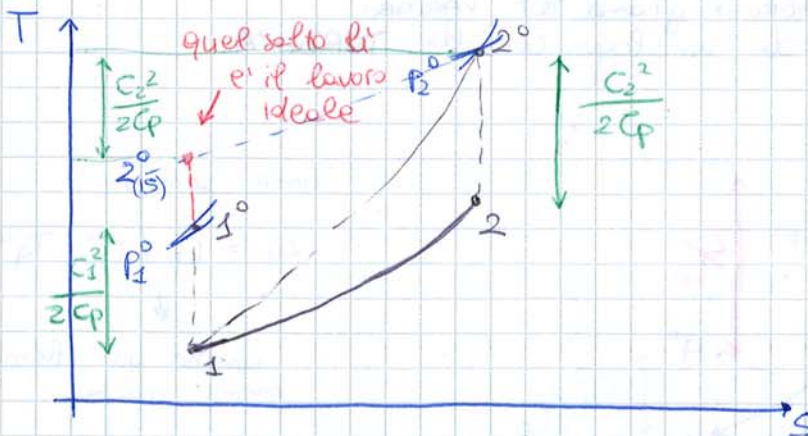
→ conferma quello di prima: il lavoro è la variazione di entalpia totale (prima non avevo lavoro e infatti $\Delta i^0 = 0$)

Cerchiamo di capire cosa succede ad un compressore



ma anche qui $\left. \begin{matrix} P_2^0 \\ T_2^0 \end{matrix} \right\}$ che però non sono note a priori

! A mai quindi importerà sempre e comunque andare dalle grandezze totali alle grandezze totali: "TOTAL TO TOTAL"



↳ è un metodo più comodo perché conosco le grandezze in ingresso!

e al solito $L_c = C_p (T_2^0 - T_1^0)$

/* Questo è in realtà anche $L_c = C_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (C_2^2 - C_1^2)$ * /
ma scritta così ci interessa poco!

3 08.10.15

OCCHIO per una turbina l'approccio TOTAL-TO-TOTAL, non è detto che vada sempre bene!

Intanto in una turbina le grandezze note (amb) sono quelle in uscita! → perciò succede che in ingresso è TOTAL (e non ci sono problemi), in uscita può essere total oppure STATIC

se dopo ho altri elementi (turbina o compr.) perché poi mi servirà ancora TOTAL!
 se la turbina è l'ultimo elemento (quindi all'uscita ho condizioni amb.)

① TOTAL-TO-TOTAL

Qui ancora $L_{t(is)} = C_p(T_3^0 - T_A)$ → sto espandendo da 3° ad A.
 definendo

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_t &= \frac{P_3^0}{P_4^0} \\ \eta_t &= \frac{L_t}{L_{t(is)}} \end{aligned} \right.$$

possiamo scrivere $T_A = T_3^0 \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$ e

$$L_t = \eta_t C_p T_3^0 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right)$$

OSS Come fatto prima anche qui è definito il rendimento idraulico di turbina:

$$\frac{T_4^0}{T_3^0} = \left(\frac{P_4^0}{P_3^0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \eta_{yt}$$

↳ stesso discorso da cui dei rapporti fatto per il compressore!

$$L_t = C_p T_3^0 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \eta_{yt}} \right)$$

② TOTAL-TO-STATIC

Qui devo ancora differenziare:

IDEALE: da P_3^0 a P_4 cioè

$$L_{t(is)} = C_p(T_3^0 - T_B)$$

$$\rightarrow T_B = T_3^0 \frac{1}{\left(\frac{P_3^0}{P_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Qui $\beta_t = \frac{P_3^0}{P_4}$ → NO TOTALE!

→ cioè con l'espansione reversibile, ad uscire nel pto 4 con $\alpha=0$.

OSS

Qui perciò verrà $T_4^0 = T_3^0 / \beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \eta_{yt}$

→ Se faccio attenzione ai β_t diversi, questo vale sempre!

1 | 09.10.15

PORTATA

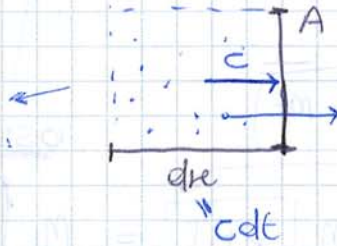
Per definizione

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt}$$

/ Faremo una trattazione * /*
UNIDIMENSIONALE

questo significa che le grandezze sono uniformi su A (se no dovevo integrare) e che la velocità c sia ⊥ ad A (se no dovevo considerare le componenti)

Si identifica un volume dal quale le particelle entrano o escono, per cui:



$$dm = \rho A dx = \rho c A dt$$

$$(0) \quad \dot{m} = \rho c A$$

La possiamo scrivere così solo perché appunto UNIDIMENSIONALE. Il problema è che in un fluido in moto, c e ρ cambiano, quindi cercheremo qualcosa che ci permetta di studiare meglio il fluido. (sarà più complicata - a occhio - ma più comoda)

- Possiamo scrivere la portata usando le grandezze totali (che abbiamo detto essere ~~costanti~~ costanti se assumo $L=0, Q=0$ e isentropico):

In particolare, per l'isentropica vale

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \frac{P^0}{\rho^{0\gamma}} \quad \text{per cui} \quad \rho = \rho^0 \left(\frac{P}{P^0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1)$$

Poniamoci sempre in una trasformazione $L=0, L_w=0, Q_e=0$, usando il 1° principio in forma MISTA.

$$L_i = 0 = \int_P^{P^0} v dp + \frac{c_{im}^2 - c_{im}^0}{2} + \Delta E_{g,cf} + L_w$$

alla fine il fluido "fermo"

questo se $P^0 \neq \text{cost}$

qui metterò $m=\gamma$ perché isentropica

e quindi calcolo facilmente

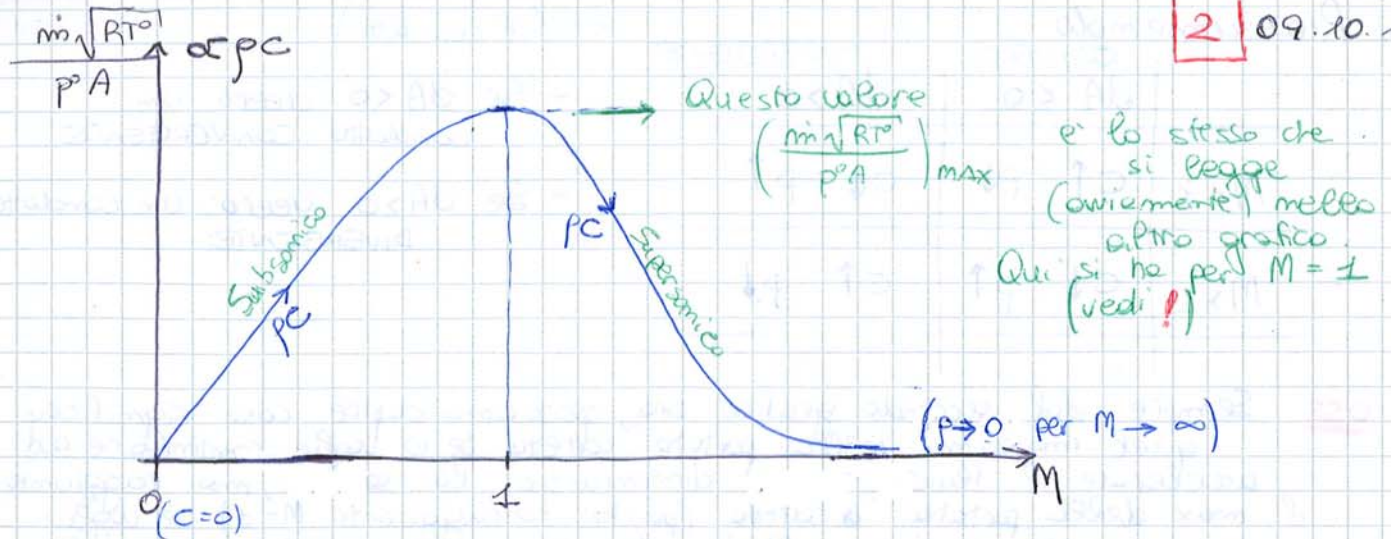
$$c = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{P^0}{\rho^0} \left[1 - \left(\frac{P}{P^0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (2)$$

Perciò posso riscrivere, come dicevo, la portata; sostituisco (1) e (2) in (0):

$$\dot{m} = \frac{P^0 A}{\sqrt{\frac{P^0}{\rho^0}}} \left[\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P}{P^0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P}{P^0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \right]$$

→ Molto comoda perché basta che conosco la pressione calcolo la portata. OCCHIO è puntuale (studio locale)

2 09.10.15



! Il rapporto $\left(\frac{P}{P^0}\right)_{CRITICO}$ non e' altro che il rapporto che si ha per $M=1$ in condizioni samiche:

$$\left(\frac{P}{P^0}\right)_{CRIT} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \approx 0,64 \div 0,65$$

$M=1$

per quello che "compensano" non e' simmetrico

OSS Useremo questi grafici per capire come devono evolvere le portate in funzione delle differenti velocita' del nostro flusso.

• Proviamo a fare delle considerazioni:

(1) Se il fluido accelera:

$c \uparrow$ $T \downarrow$ $M \uparrow$ $\rho \downarrow$ $p \downarrow$

e cosa fa il prodotto ρc ?

Dipende dal Mach:

ρc $\left\{ \begin{array}{l} \uparrow \text{ se } M < 1 \\ \downarrow \text{ se } M > 1 \end{array} \right.$

e' max se $M=1$ ← ρc

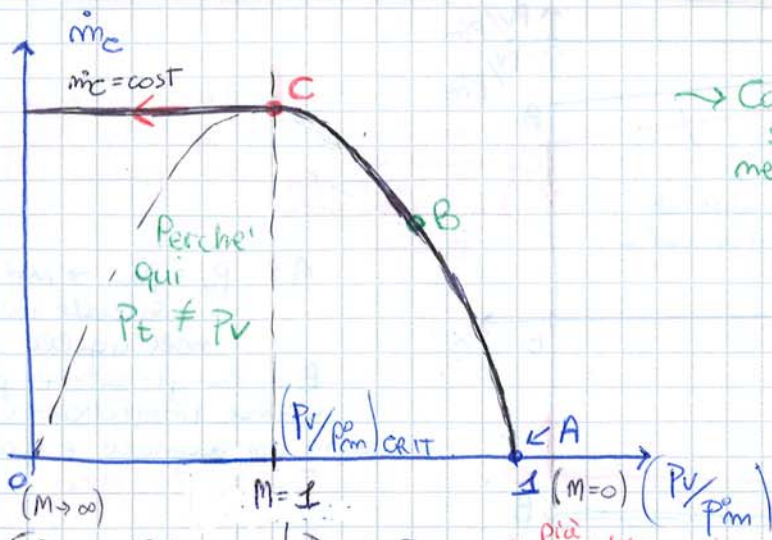
→ si vede dai grafici (dice lui)

Stesso ragionamento, o specchio, e per il SUPERSONICO: se voglio accelerare devo aumentare l'area!

↓
se voglio far accelerare un fluido in SUBSONICO devo diminuire l'area perche' a parita' di portata, la portata corretta aumenta (2° grafico) *

* Siccome la portata che entra deve essere uguale a quella che esce ($m_1 = m_2$) anche se cambia la sezione. Quindi $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$

3.09.10.15



→ Come prima le 2 metà sono delle ellissi MA nel totale non è simmetrico rispetto al pto critico!

! Quindi il tutto è verificato solo A DX del pto critico!

! Se assumo $\begin{cases} P_t = P_v \\ P_t^0 = P_m^0 \\ T_t^0 = T_m^0 \end{cases}$ → più problematico: vale solo nel subsonico (non posso avere salti di pressione) → si sicuro perché sono nell'isotropico e nel convergente (si sicuro almeno questa perché $Q_e = 0$)

si verificherà che la m_{dot_c} qui m_i verrà uguale alla m_i di prima (fine pag 1 del 09.10)

$$\dot{m} = \frac{P_{t=m}^0 A_t}{\sqrt{R T_{t=m}^0}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_{t=v}}{P_{t=m}^0} \right)^{2/\gamma} - \left(\frac{P_{t=v}}{P_{t=m}^0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

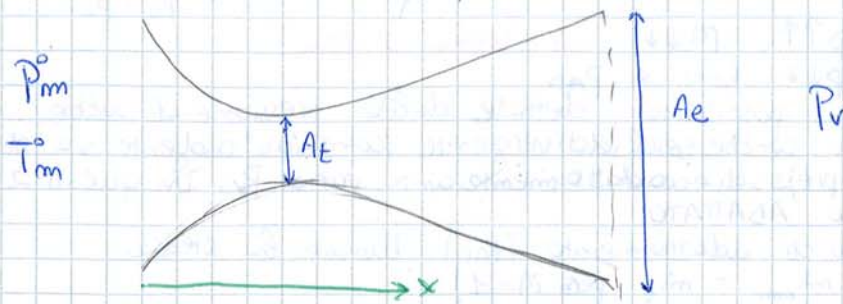
solo nel subsonico!

OSS In caso supersonico $m_{dot_c} = \text{const}$ (ugello critico). Il segnale delle particelle del fluido non riesce a farsi sentire dentro l'ugello, e quindi la portata rimane la stessa di quella critica. ~~Se abbasso la pressione a quella di valle in caso subsonico la portata ha il comportamento del grafico precedente! (caso in cui vario arbitrariamente la pressione; nel convergente non posso avere $P < P(M=1)$. Oltre avrà per forza bisogno del divergente!)~~

NB: Quindi al di sotto del valore critico, la pressione non cambia più (nel senso che l'ugello non se ne accorge). Però $P_t \neq P_v$ perché rimane fermo al valore $P_{cr} = P_t$

② Ugello (di DeLaval) CONVERGENTE-DIVERGENTE

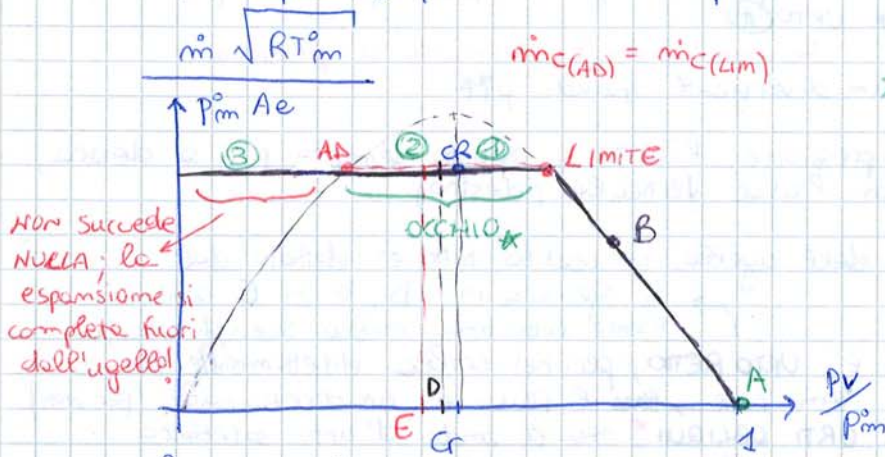
4 14.10.15



! Se abbiamo bisogno di un fluido con $M > 1$ uso questo ugello!

Nella GOLA sono in caso CRITICO e SONICO ($M=1$). Le variazioni a valle non sono sentite

Come fatto prima, partiamo dalla portata corretta



★ qui succede che
 (1) $P_e < P_m$ però non ho più la condizione di isentropica perché ho gli urti

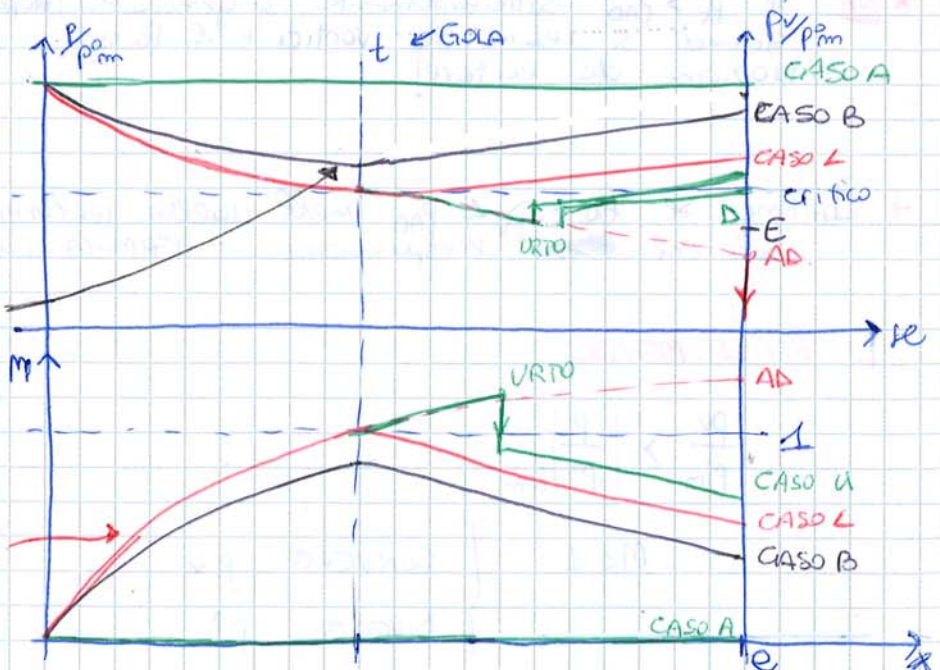
(2) Qui invece $P_e = P_m$ però $P_e \neq P_v$
 Anche in (3) $P_e \neq P_v$
 Solo in AD, $P_e = P_v$

Questo vale se $T_e = T_m$ (in realtà sempre perché ugello adiabatico $\rightarrow Q_e = 0$)
 $P_e = P_m$ (solo se NO dissipazioni \rightarrow in realtà nel caso degli "urti" ce li avremo)
 $P_e = P_v$

Graficando il M e i rapp. di pressione in base a x :

~ non è perfettamente così, nel senso che a seconda della forma effettiva del mio ugello cambia

~ arrivo effettivamente alla pressione critica e a $M=1$. Quindi in gola raggiungo il supersonico, ma dopo il M torna a scendere e $p \gg$



5 14.10.15

$$(2) \left(\frac{P}{P^0}\right)_E < \frac{P_v}{P_m^0} < \left(\frac{P}{P^0}\right)_{Lim}$$

$M_t = 1 \rightarrow$ urto RETTO nel divergente

$$(3) \left(\frac{P}{P^0}\right)_{AD} < \frac{P_v}{P_m^0} < \left(\frac{P}{P^0}\right)_E$$

\rightarrow URTI OBLIQUI FUORI \rightarrow ma possono essere anche definitivi; sono molto instabili \rightarrow specco tutto!

$$(4) \frac{P_v}{P_m^0} < \left(\frac{P}{P^0}\right)_{AD}$$

\rightarrow ESPANSIONE FUORI

Quindi posso andare a tracciare il tratto definitivo sul grafico della portata: prima avevo fatto solo il tratto

Perciò infine la portata

$$\dot{m}_i = \dot{m}_{crit} = \frac{P_m^0 A_t}{\sqrt{RT_m^0}} f(M_t = 1) = \dot{m}_e \left(\frac{AD}{Lim}\right) = \frac{P_m^0 A_e}{\sqrt{RT_m^0}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P}{P_m^0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P}{P^0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

dipende solo dalla geometria: A_e/A_t

AD, Lim:

$$\begin{cases} T_e = T_m^0 \\ P_e = P_m^0 \\ P_e = P_v \\ M_t = 1 \end{cases}$$

• Come mi regolo con la portata?

quindi valgono le prime 3 ipotesi in verde

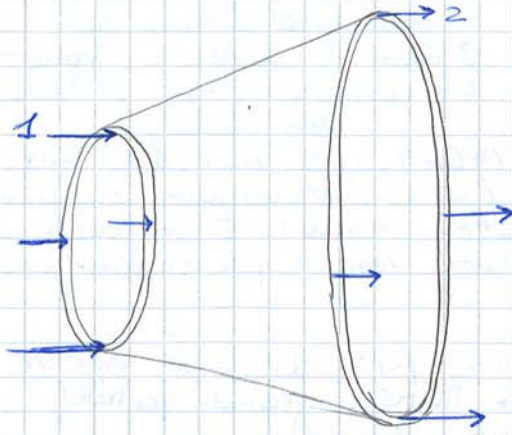
Se $\frac{P_v}{P_m^0} > \left(\frac{P}{P^0}\right)_{Lim}$ allora sono in un ugello totalmente SUBSONICO \rightarrow formula sopra con $P = P_v$

quindi $\dot{m}_i = \dot{m}_e = \frac{P_m^0 A_e}{\sqrt{RT_m^0}} f\left(\frac{P_v}{P_m^0}\right)$

Se $\frac{P_v}{P_m^0} < \left(\frac{P}{P^0}\right)_{Lim}$ ~~sono in un ugello totalmente~~

quindi $\dot{m}_i = \dot{m}_{CRIT}$ scritta sopra

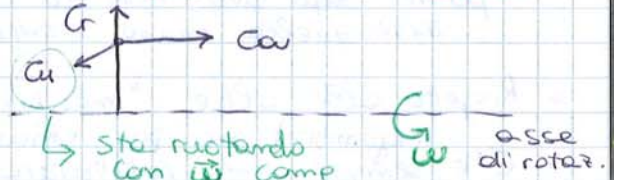
oss Per facilità, posso ragionare che se sono sotto P_{lim} sono anche sotto $P_{lim} \rightarrow$ prendo sempre \dot{m}_{crit} . Se sono sopra le calcoli entrambe e prendo la PIU PICCOLA!



La velocità con cui il flusso arriva nel pto 1 ha 3 componenti: tangenziale

$$\vec{C} = C_a \vec{u}_a + C_u \vec{u}_u + C_r \vec{u}_r$$

assiale
radiale

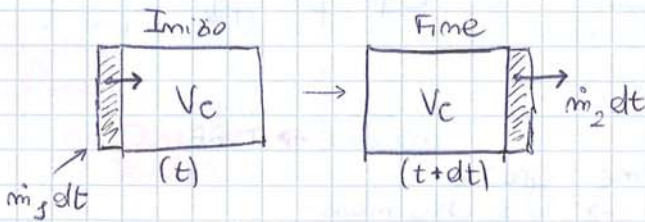


! Se cambia ω , C_u risulta al contrario (per la convenzione scelta).

Da un punto di vista lagrangiano, il nostro volume di controllo, avrà momento della quantità di moto:

$$(1) \quad \left[M = \frac{dk}{dt} \right] \quad (k \equiv \text{mom. angolare})$$

Nel volume di controllo succede che



Noi però assumiamo di essere in caso STAZIONARIO, per cui tutto quello che entra deve uscire: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$

Perciò posso riscrivere la (1):

$$\frac{dk}{dt} = \left[\cancel{k_{vcf}} + dk_2 - (\cancel{k_{vci}} + dk_1) \right] \frac{1}{dt} \quad \text{quindi nel caso stazionario}$$

$k_{vf} = k_{vi}$

semplificando dt, possiamo ancora scrivere Coppa che va ad incrementare il mom. angolare OSS

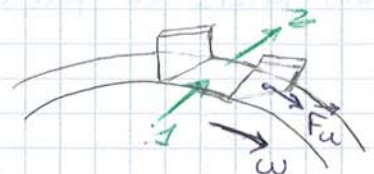
$$\left[M = \dot{m} (r_2 C_{u2} - r_1 C_{u1}) \right]$$

Interviene solo la componente tangenziale: quelle radiale non fa momento (NO BRACCIO) quella assiale in realtà ha un'altra componente uguale e opposte quindi si annulla (val disegno meno in Acto)

pio di vista ha validità generale, EVERIANO soddisfatte le ipotesi di stazionalità e flusso uniforme!

- Ci poniamo ora solo nel rotore:

1 \equiv ingresso rotore } viste come singoli
2 \equiv uscita rotore } palette



~ Triangoli delle velocità ~

- È l'espressione del legame tra la velocità assoluta del flusso, quella relativa, e quella della pala stessa.

rispetto alla pala

$$\vec{C}_{\text{assoluta}} = \vec{u} + \vec{w}$$

↓
↓
↓

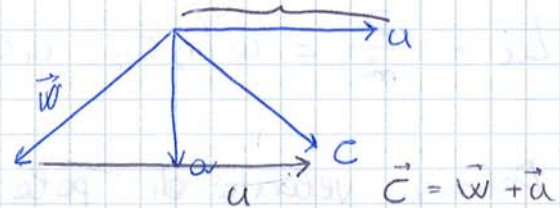
vel. di pala
↳ relativa

rispetto ad un riferimento fisso

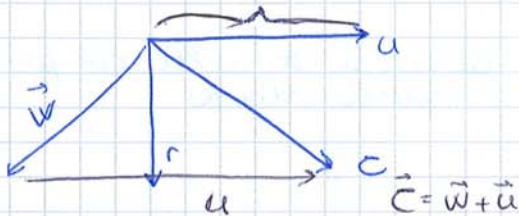
E deriva che

$$\begin{cases} C_a = w_a \\ C_r = w_r \\ C_u = w_u + u \end{cases}$$

OSS $C_r = 0$ in una ASSIALE



OSS $C_a = 0$ nella RADIALE



↳ $C_{u1} = C_{u2} \rightarrow$ la compressione assiale viene regolata scegliendo opportunamente le aree \rightarrow quindi le dobbiamo scegliere in modo che C_u non varii!

↓
 considero inoltre $r_1 = r_2$: cioè trascuro le piccole variazioni di raggio medio che posso avere!

• Da quel triangolo, il lavoro risulta per un compressore di questo tipo:

$$L_c = U_2 C_{u2} - U_1 C_{u1} = U (C_{u2} - C_{u1})$$

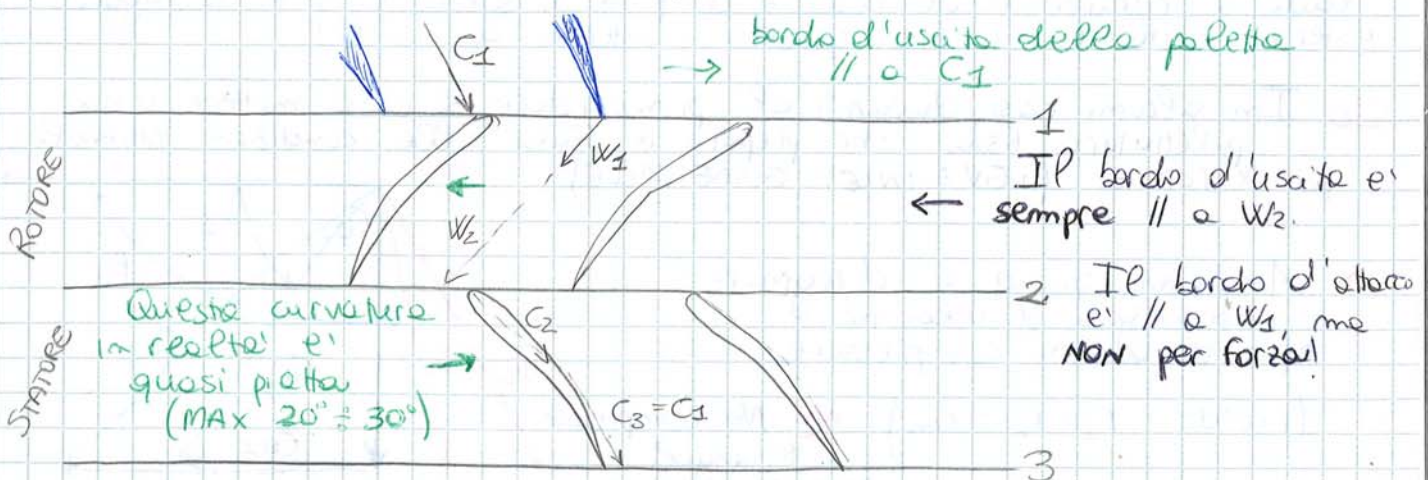
↑
 perché $U_1 = U_2 = U$ deve essere > 0
 perché per il compressore $L_c > 0$ quindi $C_{u2} > C_{u1}$

~ Considerazioni:

- Qui C_{u1} e C_{u2} sono concordi con U . In generale il triangolo delle velocità di un compressore assiale potrebbe differire da questo, che è il caso comunque più generale; questo inoltre me garantisce il migliore funzionamento.
→ determinano simile l'andamento del lavoro in funzione della portata.
- α e β sono gli angoli (di costruzione) che queste velocità formano con U . e α_1 e β_2 sono quelli per noi più importanti, perché così una volta costruita la macchina, le formule avranno validità generale.
- La direzione di C_1 e W_2 è fissa e dipende solo da come è fatta la macchina (non dalle condizioni al contorno - di funzionamento). Al contrario C_2 e W_1 dipendono anche dalle condizioni di funzionamento!

- Fissato questo triangolo di velocità possiamo andare a studiare la sezione delle palette: mentre in un profilo aerodinamico la p di valle ~~è~~ torna a essere uguale alla p di monte, qui (per le palette) le due p sono molto diverse!

↓
 Assumiamo in particolare che la velocità d'uscita sia parallela al bordo d'uscita.



• Andiamo ora a definire:

$$\left[\begin{aligned} \psi &= \frac{C_{av}}{u} \\ \psi &= \frac{Lc}{u^2/2} \end{aligned} \right]$$

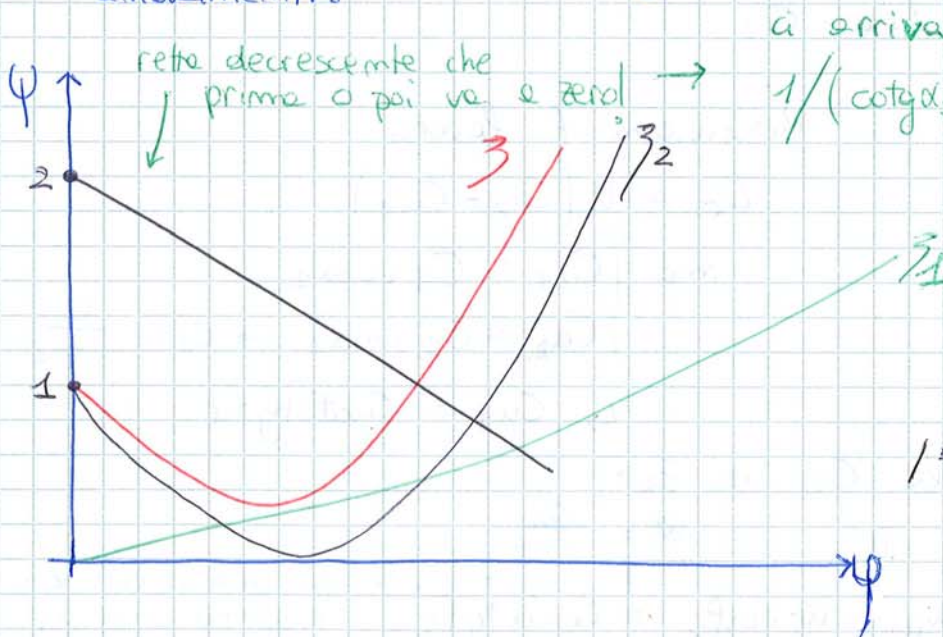
Coef di PORTATA

Coef di PRESSIONE

Questi coef. possono anche essere legati tra loro e poi agli angoli costruttivi α_1 e β_2

$$\psi = 2 \left(1 + \psi (\cotg \beta_2 - \cotg \alpha_1) \right)$$

Quindi andiamo a fare un grafico qualitativo degli andamenti:



A parità di u , se mi pongo in $f=0$ e $\psi=2$ (la retta decr.), succede che più portata ~~si~~ passa, meno lavoro facciamo!

/* I termini 3 verranno spiegati più avanti */

• Se andiamo ad applicare il primo principio, al rotore, risulta:

$$L_i + Q_e = \Delta i + \Delta E_{e,g,cf}$$

= 0 perché siamo nel caso adiabatico

Invece se mi pongo in un riferimento FISSO; vedo le palette ruotare, quindi $\Delta E_k \neq 0$ ma $\Delta E_{cf} = 0$:

$$L_i = C_p (T_2 - T_1) + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \quad (1)$$

Se andiamo a definire un termine DISSIPATIVO

$$\zeta_1 = \frac{Lw_1}{u^2/2} \propto \varphi^2$$

mi fa uscire una parabola nel diagramma (φ, ζ) di primo!

② Perdite CONCENTRATE

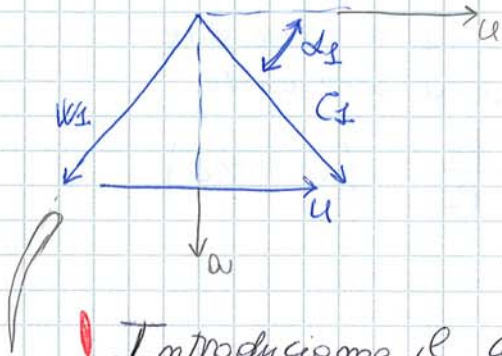
Queste sono le perdite di scia, legate all'incidenza \rightarrow non va bene se diventa troppo grande! Queste perdite sono in pratica causate da un imbocco scorretto del fluido tra le palette.

- Si avrebbe un'incidenza ottimale se

$$\zeta_2 = \frac{Lw_2}{u^2/2}$$

per $\varphi \rightarrow 0$ infatti $\zeta_2 \rightarrow 1$ perché $L_C \rightarrow u^2/2$ (il flusso non sta passando nelle macchina)

Ma questo ζ_2 è anch'esso legato a φ .

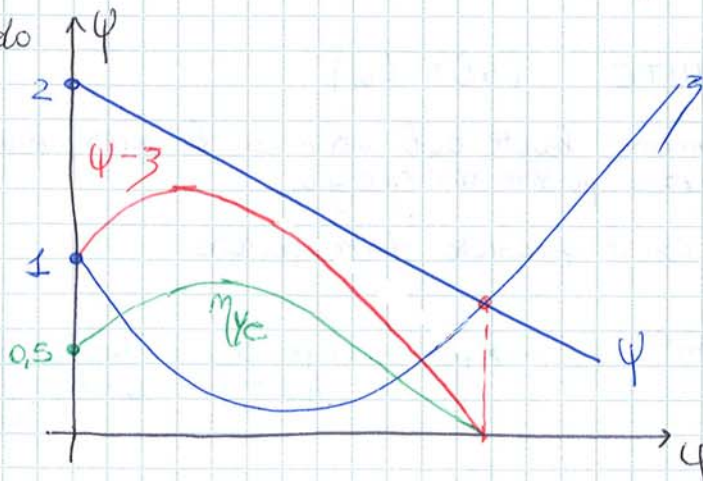


L'incidenza che w_1 avrà sulla palette dipende da C_3 e u

! Introduciamo il concetto di **SIMILITUDINE FLUIDODINAMICA**: si ha questa condizione se 2 compressori stanno funzionando con lo stesso $\varphi \rightarrow$ i triangoli di velocità saranno simili, cioè avremo angoli uguali. Questo concetto ci torna utile perché ci permette di generalizzare il nostro ragionamento ad una grande famiglia di compressori, a patto che abbiamo caratteristiche geometriche (angoli) uguali.

Quindi calcolo $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2$ (sempre nel grafico di primo)

... Riassumendo

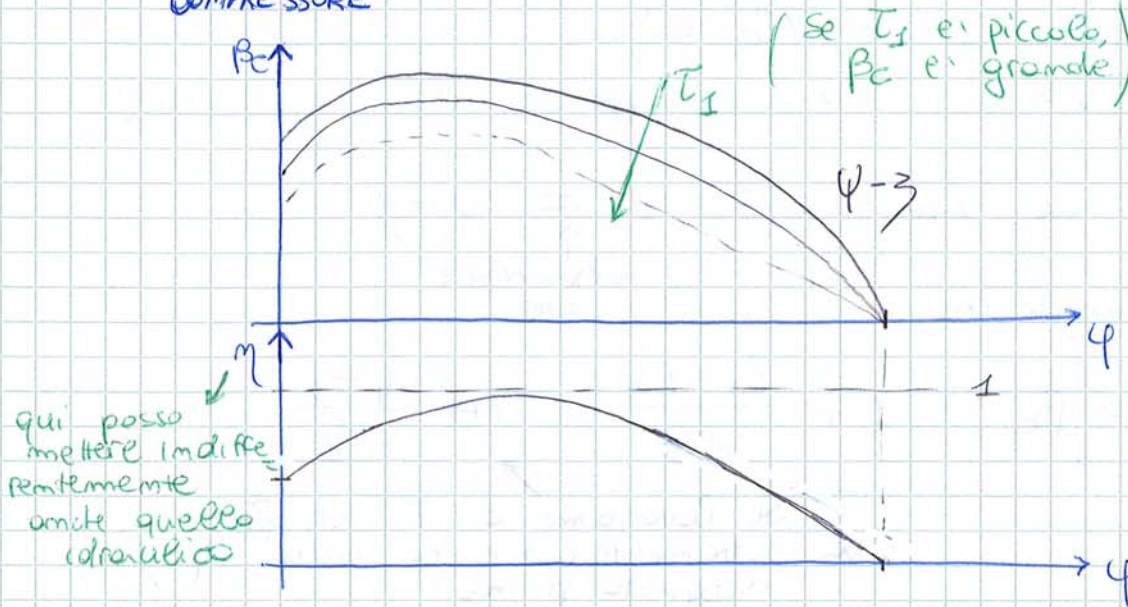


$(\varphi - \zeta)_{\max}$ è dove le 2 pendenze sono uguali (matematicamente, la diff. è MAX dove le derivate sono uguali).

↳ Se infine confrontiamo i 2 rendimenti:

$$\left[\beta_c = \left(1 + \frac{\psi - \beta}{\tau_1} \right)^{\gamma/\gamma-1} \right]$$

Quindi possiamo tracciare β_c ~~in funzione di ψ~~ e η in funzione di ψ , ottenendo una prima versione (non definitiva) della MAPPA del COMPRESSORE



~ Considerazioni: il rapporto di compressione del compressore dipende solo da ψ e da τ_1 .
 Il max di η e' sempre a dx ($\psi \gg 1$) del max di β

- Il problema e' che ψ non e' di facile misurazione. Scriveremo quindi un'espressione in cui al posto di τ_1 e ψ ci siano in gioco il n° di giri e la portata; l'espressione e' comunque analoga alla precedente, solo non si parlano di ψ .

Definiamo

GIRI CORRETTI $\frac{mD}{\sqrt{RT_1^0}} \propto \sqrt{\frac{1}{\tau_1}}$

dove $u = \omega r = 2\pi \cdot m \cdot \frac{D}{2} \rightarrow$ diametro $\rightarrow u \propto mD$

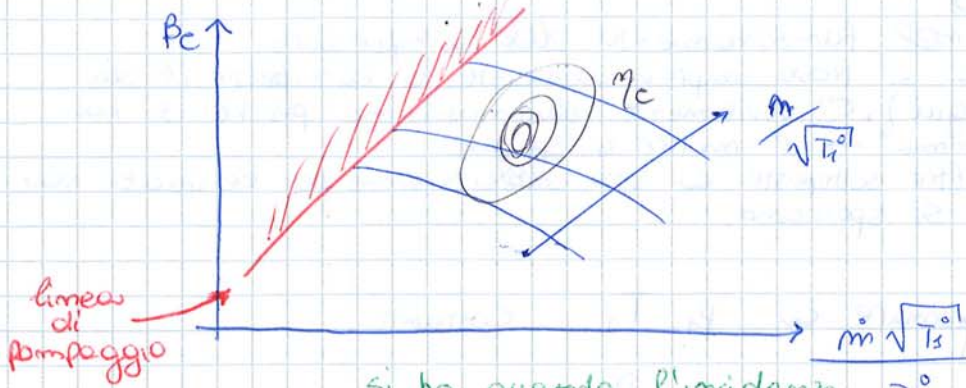
$C_p = R \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \rightarrow \tau_1 \propto \frac{RT_1^0}{mD^2}$

PORTATA CORRETTA $\frac{\dot{m} \sqrt{RT_1^0}}{P_1^0 D^2}$

- Anche se aumento la v , il rendimento tende a peggiorare perché poi max come gli urti $\rightarrow \eta$ è MAX al centro.
- Le curve blu (ellissi allungate) sono curve isorendimento (quindi in tutto l'ellisse η varrà quel determinato valore)

★ **Conseguenza:** se prendo una retta a $q = \text{cost}$, partendo dal centro (η_{MAX}) se selgo, $\eta \ll$ per via del n. di Mach (attriti), se scendo $\eta \ll$ per effetto del n. di Reynolds (diminuisce la velocità \rightarrow più sforzi viscosi).
 $\rightarrow Re \ll$

→ Si delimita perciò la cosiddetta **linea del pompaggio**, a sinistra della quale non posso rimanere (ROSSA)

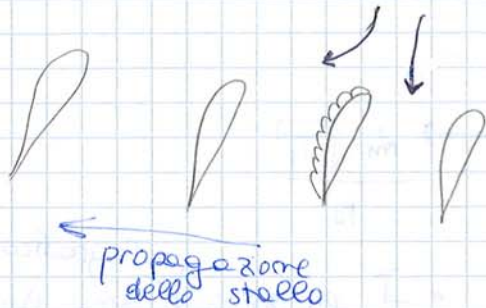


OSS Per fortuna non taglia fuori i punti di rendimento MAX, che sono più a destra.

★ L'idea è quella di evitare lo stallo, evitando gli arti → devo evitare flussi supersonici. Cp è una misura dello stallo: l'aumento della pressione, a scapito della velocità provoca lo stallo; non proprio della palette ma della parete!

si ha quando l'incidenza è troppo alta → la portanza non è sufficiente

② STALLO ROTANTE!



Una delle palette, per qualche assurdo motivo è stallata → il flusso lì non riesce a passare, quindi si ripartisce più o meno uniformemente sulle altre adiacenti

verso il ventre della palette, la incidenza diminuisce (a dx) verso il dorso invece la incidenza aumenta! (a sx)

~ Conseguenze:

- perdite
- palette sottoposte a cicli di fatica (perché a cicli di pressione diverse)

ma questo al 99% stallerà di conseguenza, quindi lo stallo si propagerà in modo costante all'interno del compressore

★ ~ Limitazioni al C_p Sono di natura AERODINAMICA

① $M_{1,ree} < M_{MAX} \approx 0,8$

rel = costruito con la w (vel. relativa); di solito più forte nel rotore!

② non c'è nei compressori centrifughi

$$C_{p,rotore} = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \rho W_1^2} < C_{p,MAX} \approx 0,5$$

$$C_{p,statore} = \frac{P_3 - P_2}{\frac{1}{2} \rho C_2^2}$$

tipicamente 0,5. Quello assiale $C_p = 1,3$, invece quello centri fuga può arrivare anche a $C_p = 5 \div 10$. In genere più forte del precedente. In genere alla radice.

↳ Considerando il 1° princ. della termodinamica, applicato al rotore (riferimento rotante):

$$L_i = 0 = \int v dp + \Delta E_{c,g,ref} + L_w$$

ma anche $\frac{P_3}{P_2} = 1 + \frac{1}{2} \gamma C_{pr} M_2^2$

↳ Ricordo che $B_{EMAX} \Rightarrow C_{pst} = C_{prot} = C_{pMAX}$
 $M_{sree} = M_2 = M_{MAX}$

limitazioni di prima

Quindi $B_{EMAX} = \left(1 + \frac{1}{2} \gamma C_{pMAX} M_{MAX}^2 \right)^2$ ↳ perché prima ho detto $B_c = \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \left(\frac{P_3}{P_2} \right)$

OSS Sono tutte considerazioni a raggio medio. In realtà vedremo che tra la radice e la punta della pala cambierà.

Per simmetria

$\left\{ \begin{array}{l} |C_1| = |W_2| \\ |C_2| = |W_1| \end{array} \right\}$ relativa al triangolo delle velocità

↳ $\alpha_1 + \beta_2 = \pi$

Definizione

FATTORE DI DIFFUSIONE

Indice della differenza di pressione sul dorso e sul ventre $D = 1 - \frac{W_2}{W_1} + \frac{|W_{u2} - W_{u1}|}{W_1 \cdot \frac{2C}{S}}$ \approx tipicamente $D < 0,5$
 ↳ tiene conto di quante palette ci sono.
 ↳ simile al C_p ma senza i quadrati!

per mantenermi qui, vario il n° di palette

OSS Ovviamente se $S \ll$ (n di palette), $D \ll$ ⇒ evita lo stallo. dove $S = \frac{2\pi C_p}{N_p}$
 $\left\{ \begin{array}{l} C \equiv \text{corda} \\ S \equiv \text{distanza tra 2 palette successive (passo)} \end{array} \right.$
 ↳ se $S \gg$, le palette sono lontane quindi sono poche e viceversa!

All'ingresso del rotore abbiamo tipicamente

22.10.15



- Ricordando che esiste una limitazione sul M_{sree} legato alla W_1
 $M_{sree} < M_{MAX}$ con $W_1 < M_{MAX} C_s$

$$0 = \frac{P_3 - P_2}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} \quad \leftarrow (2 \rightarrow 3)$$

② E ancora, stesse ipotesi, ma in forma CLASSICA:

$$0 = \lambda_3 - \lambda_2 + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2}$$

→ Quindi il grado di reazione si può riscrivere:

$$R = \frac{P_2 - P_1}{P_3 - P_1} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{W_1^2 - W_2^2 + C_2^2 - C_3^2}$$

salto di press. nel ROTORE (pointing to numerator)
 salto di press. TOTALE (pointing to denominator)

Nel caso di ROTAZIONE ≈ 0,5 con triangolo di velocità simmetrico

OSS. Nelle turbine ad azione, $P_2 = P_1 \rightarrow$ non ho espansione.

• Il ~~grado~~ grado di reazione ottimale è 0,5, il che significa: triangolo di velocità simmetrico e rapporto di compressione massimo.

• Adesso andiamo a rimuovere quell'ipotesi del raggio medio, cioè h delle palette trascurabili → in realtà infatti $h \approx 1$ cm modello che non va bene soprattutto per il compressore!

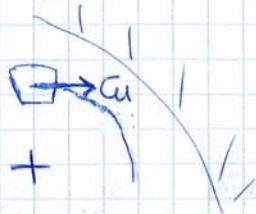
→ Il fluido ruota: nascono forze centrifughe che devono essere equilibrate;
 → Si vuole che il fluido sia compresso tutto allo stesso modo (se una parte è più compressa di un'altra, quando si mischiano provocano irreversibilità → dissipazioni);
 ↳ Due requisiti (uno materiale e uno richiesto da noi), che devono essere soddisfatti per il corretto funzionamento.

① Equilibrio radiale.

Se la macchina è assiale, si deve verificare che ~~questa~~ la componente della velocità radiale deve essere ~~più~~ più piccola possibile → $C_r = \cos t = 0!$

↳ la $F_{ris} = 0 \rightarrow F_{centrifughe}$ e $F_{centripete}$ si devono equilibrare

Il mio volumetto avrà una velocità tangenziale C_u .
 (Se mi pongo in 2D seguirà la traiettoria di una circonferenza) e poiché $C_r = 0 \rightarrow$ il raggio non varierà!



Queste forze che gli dà la componente tangenziale e la semplice presenza delle pareti

Devo avere una pressione all'esterno che fa curvare le superfici

- Tutto questo discorso vale, cioè il ragionamento regge, solo a patto che in uscita il fluido abbia un'unica pressione totale → cioè questo gradiente deve annullarsi. (annullo le componenti C_u)
- Per fare questo andiamo a imporre

$$L_c = \text{cost. con } r \text{ (raggio)}$$

cioè si vuole $\left[\frac{dL_c}{dr} = 0 \right]$

→ così tutto il fluido avrà le stesse perdite e quindi $p = \text{uniforme}$ in uscita

Ma se ricordiamo l'espressione del lavoro:

$$L_c = u (C_{u2} - C_{u1}) = \omega r (C_{u2} - C_{u1})$$

si avrà che se $r \uparrow$ il termine $(C_{u2} - C_{u1}) \downarrow$

Quindi, riassumendo le ipotesi

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_1^0}{dr} = 0 \\ \frac{dp_1^0}{dr} = 0 \\ \frac{dL_c}{dr} = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{temp. e pressione} \\ \text{in ingresso} \\ \text{UNIFORME!} \end{array}$$

"Richiesta"

Si conclude che

$$\frac{dL_w}{dr} = T \frac{dS}{dr} = 0$$

⇓

$$\frac{dT_{2,3}^0}{dr} = 0 \quad \frac{dp_{2,3}}{dr} = 0$$

→ cioè avremo un fluido uniforme anche in uscita!

Cerchiamo quindi la relazione che legni tra loro le componenti di velocità:

$$c_p \frac{dT^0}{dr} = 0 = c_p \frac{dT}{dr} + \frac{d(C_a^2 + C_u^2)}{2 dr}$$

in ogni pto della macchina

OSS Il problema è che con lo svergolamento, il vortice libero è spesso molto elevato → si dovrebbe creare una palette troppo svergolata, che è quindi sottoposta a sollecitazioni torsionali troppo alte perciò non lo si può usare con il compressore!

↳ lo si usa per altre molte turbine, perché diventa necessario quando non c'è l'IGV → perché $C_{u1} = 0$ e quindi è l'unico modo per avere $C_c = \text{cost}$.

② Vortice esponezionale

Qui, per risolvere quella questione dello svergolamento troppo elevato (insopportabile a livello strutturale) si usa

$$r C_u = a + b r$$

Sceghieremo ovviamente

$$\begin{cases} r C_{u1} = a_1 + b_1 r \\ r C_{u2} = a_2 + b_2 r \end{cases} \rightarrow r (C_{u2} - C_{u1}) = a_2 - a_1 + (b_2 - b_1) r$$

! Così come avevamo detto prima, per avere lavoro costante, devo imporre

$$r (C_{u2} - C_{u1}) = \text{cost}$$

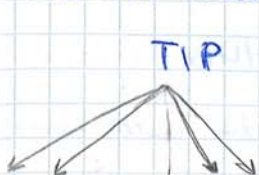
Quindi ↓ voglio che il tutto non dipenda dal raggio: allora deve essere $b_1 = b_2$

OSS La diretta conseguenza è che $r C_u$ non è più costante quindi ~~non è più costante~~ dipenderà dal raggio:

$$\frac{dC_u}{dr} = -\frac{1}{r^2} \frac{d(r C_u)^2}{dr}$$

al crescere di r , $C_u \ll$ ma complessivamente $(r C_u)^2 \gg$ quindi $\frac{dC_u}{dr} < 0$

Quindi cosa succede sulle varie parti delle palette?



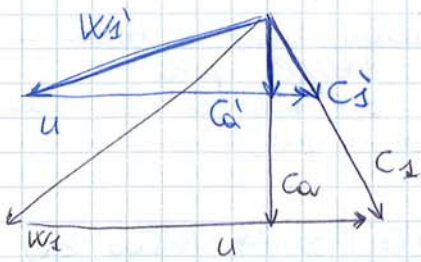
$\left\{ \begin{array}{l} p \text{ alte} \\ c \text{ basse} \end{array} \right.$



qui si verifica che C_u aumenta se $C_w \downarrow$

Immaginiamo quindi una $C_a' < C_p$ effettivamente:

Quindi come si modifica il triangolo?

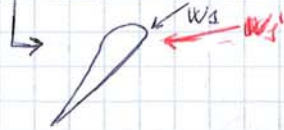


superiore più piccolo
Quello (blu) è quello "nuovo", nota che U non cambia, l'ho solo traslata.

C_1' rimane nella sua direzione, W_1' si sposta (per poter mantenere costante U)

uso α_1 per trovare C_1' e poi sottraggo U per trovare W_1'

Ora, siccome l'incidenza può essere troppo elevata, si verifica quello chiamato STALLO POSITIVO → stallo sul dorso: faccio lavoro ma quasi tutto è dissipato in L_{w} alla sua che segue la palette stallata.

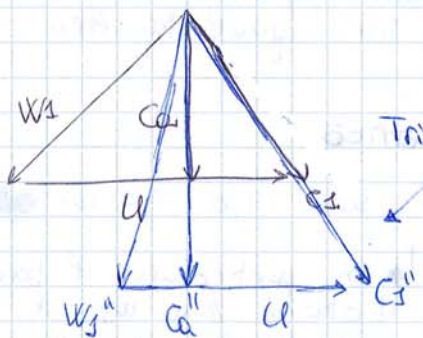


ULTIMI STADI

Qui si nota che $p = p_{amb} \ll p_{ams} (p_{cp})$ $\frac{1}{m}$ politropica

E siccome, come prima, vale sempre $m < m_p \rightarrow C_a'' > C_p \approx \text{cost}$

Come prima, sul triangolo vedo:



Sulla palette l'incidenza è al contrario troppo negativa.

Triangolo "nuovo"



Negli ultimi stadi, C_a'' potrebbe anche diventare negativa e avrei bisogno di molto tempo per stabilizzarla.

OSS Gli stadi centrali comunque sono quelli che lavorano MEGLIO perché la C_a è quella più vicina alla C_p esatta

STALLO NEGATIVO quindi la palette stalla sul ventre, perché W_1'' è talmente piccolo da essere negativo

~ Possibili soluzioni

① Uso di pale a cassetamento variabile → permettere alle palette di ruotare anche sul suo asse, così da poterle cambiare l'angolo in base al flusso.

↳ si fanno ridurre le pale statoriche perché a livello meccanico (pratico) è più facile!

Vado in pratica a cambiare α_1 :

(primi stadi) se W_1 è troppo a sx, giro C_1 verso destra ($\alpha_1' < \alpha_1$)

(ultimi stadi) se W_1 è troppo a dx, giro C_1 verso sinistra ($\alpha_1'' > \alpha_1$)

↳ usato per macchine ad alte prestazioni

OSS È una soluzione con un aggravio di peso non indifferente.



Quindi $M_{FR} < M_{FR(p)}$

28.10.15

~ Compressori **TRANSONICI**

in generale parliamo

↳ di M poco inferiori a 1 ($M = 0,95$) che in base ai punti varia tra sub e super

Si parla di Compressori in cui il flusso può assumere Mach diversi, a seconda dei pt → a raggi alti (nella punta della palette) e di solito supersonico. ($M = 1,7 \div 2$)

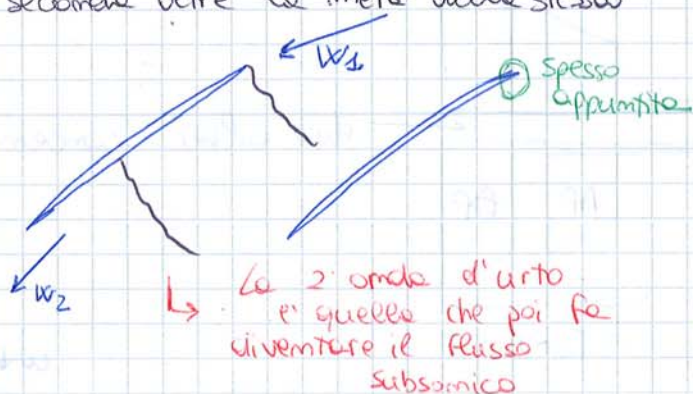
averanno detto $M = 0,8$

Ma avremmo detto che era dannoso per via degli urti: in effetti non lo è se lo gestisco bene: devo avere un flusso pulito, cioè senza vortici e simili → lo posso fare nel 1° stadio, dove il flusso è uniforme, non è disturbato dalla sia delle palette precedenti (perché non ce n'è) e simili.

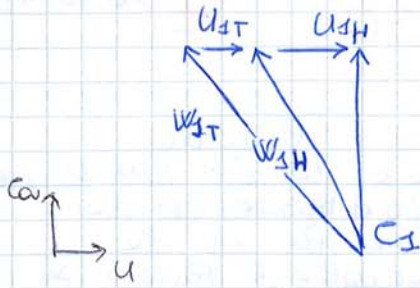
Questo tipo di compressori hanno di solito palette molto **sottili** e molto **poco incurvate**. (bordo d'attacco appuntito) → sempre sul ventre

Sono predisposte per assorbire le onde d'urto in 2 punti:

- la prima vicina al bordo d'attacco
- la seconda oltre la metà della stessa

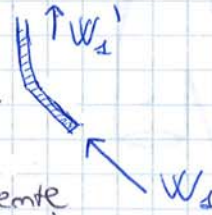


il discorso è che gli urti del ventre di una palette sono risentiti poi anche sul dorso della successiva → questa interazione può essere "sfruttata" a nostro favore, perché interpretando bene le risposte, posso far intervenire il dorso della palette a mio favore (cerco di limitare le perdite dovute alle onde d'urto con l'espulsione del flusso sul dorso → onde di espansione che interagiscono con le onde d'urto).



Sappiamo che il bordo d'attacco delle palette daranno essere il più possibile allineato con la $w \rightarrow$ le palette daranno incurvarsi

Se \dot{m} mantenere costante la componente assiale ($w_{a1}' = w_{a1}$) allora la $w_{1}' = C_1$



- Per gli stessi motivi del compressore assiale, anche qui e' bene non avere urti \rightarrow perdite e stallo delle palette. Ci sarà quindi una limitazione al Mach 1 relativo:

$$M_{sree} = \frac{w_{1TIP} \rightarrow \text{punta delle palette}}{\sqrt{\gamma R T_1}} < M_{max}$$

- Ma ~~una~~ un'altra limitazione e' al C_p , perché se il fluido rallenta, la pressione aumenta. Ma non puoi aumentare troppo, perché se no le palette vanno in stallo:

$$C_p = \frac{P_1' - P_1}{\frac{1}{2} \rho w_1^2} < C_{pmax}$$

il C_p e' max al TIP. \rightarrow Quindi in generale se ho limite lì, gli sono a posto!

Ma C_p e' anche legato all'angolo β_1 che w_1 forma con u :

$$C_p = 1 - \left(\frac{w_1'}{w_1} \right)^2 = 1 - \sin^2 \beta_1$$

perché $w_1' = w_1 \sin \beta$

! Quindi w_1 non può essere troppo inclinato rispetto alla direzione di u .

perciò limite l'angolo β_1 :

$$90^\circ < \beta_1 < 90^\circ + 45^\circ$$

appunto dato dal limite di C_p

queste limitazioni dipende essenzialmente dalla u .

$$|\tan \beta_1| = \frac{C_1}{u_1}$$

OSS Si intuisce che queste limitazioni vanno a compromettere le dimensioni del compressore. In particolare fissiamo:

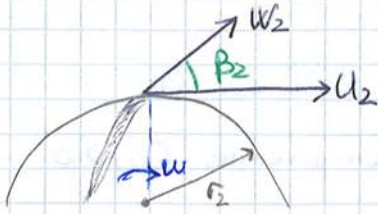
Velocità: $u = w \frac{D}{2}$ (D = diametro)

② IMPELLER

Ci poniamo direttamente nel caso senza pregirante ($C_{u1}=0$)
 per cui

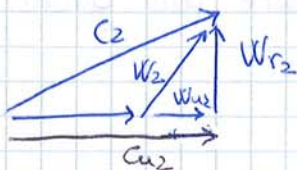
$$L_c = u_2 C_{u2} - u_1 C_{u1} \underset{L_c \rightarrow 0}{=} u_2 C_{u2}$$

Ricordoci a raggio r_2



Assumiamo al solito il flusso // al bordo d'uscita della palette. Allora disegno un generico bordo d'uscita. Le palette sono curve nella direzione di rotazione.

Trovo che $\vec{c}_2 = \vec{w}_2 + \vec{u}_2$



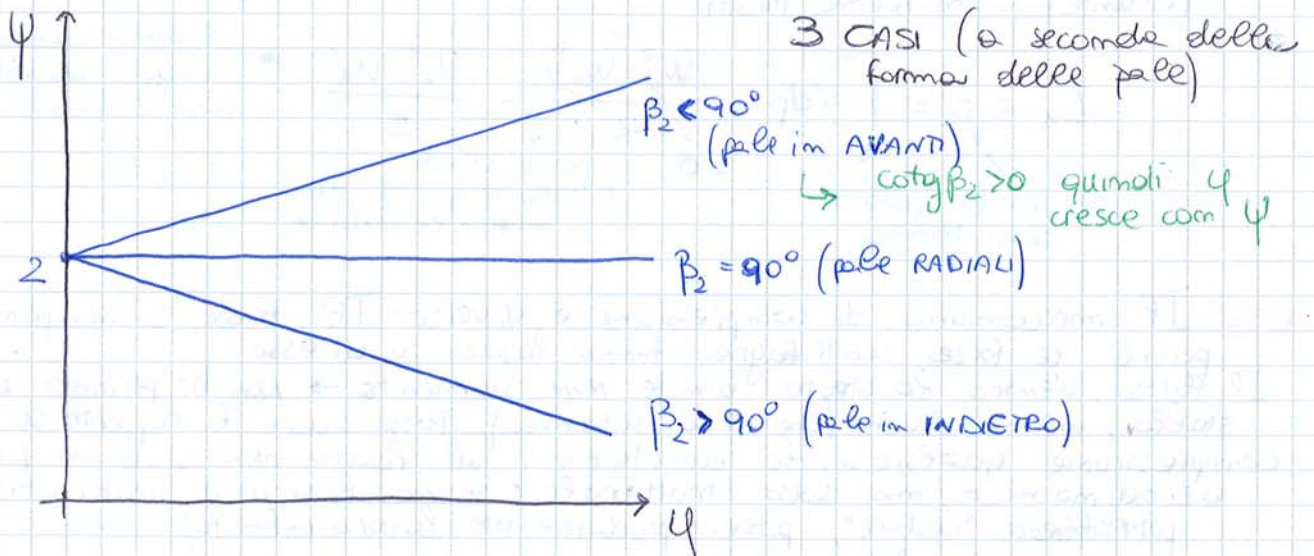
$$\begin{aligned} C_{u2} &= W_{u2} + u \\ W_{u2} &= W_2 \cos \beta_2 \\ W_{r2} &= W_2 \sin \beta_2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} C_{u2} = u + W_r \cotg \beta_2$$

Definisco un coefficiente di portata e di pressione
 Coeff. di PORTATA $\left[\psi = \frac{W_{r2}}{u_2} \right]$; $\psi = \frac{L_c}{u_2^2/2}$

dove $L_c = u_2 C_{u2}$ con $C_{u2} = u + W_r \cotg \beta_2$

quindi $\left[\psi = 2 \left(1 + \psi \cotg \beta_2 \right) \right]$ Coeff. di PRESSIONE

Quindi traccio la mappa di funzionamento



Ma $W_r = \text{cost} \rightarrow C_r = \text{cost} \rightarrow$ il fluido non accelera in direzione RADIALE

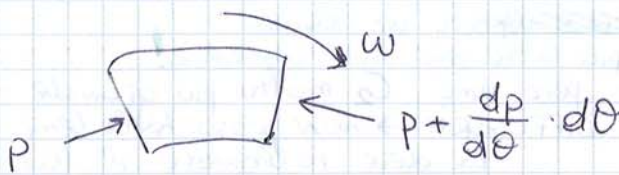
Quindi stiamo dicendo

che $\sum F_r = 0$ \rightarrow forze radiali quindi si ricava l'equilibrio

~~del~~ in direzione radiale:

La pressione aumenta con le forze centrifughe $\left[\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{C_u^2}{r} \right] \rightarrow$ L'avevamo trovata uguale per il compressore assiale!

Ma qui ci interessa anche l'equilibrio delle forze in direzione tangenziale \rightarrow genererà un gradiente di pressione:



Esiste una forza di Coriolis (necessaria in un corpo rotante):

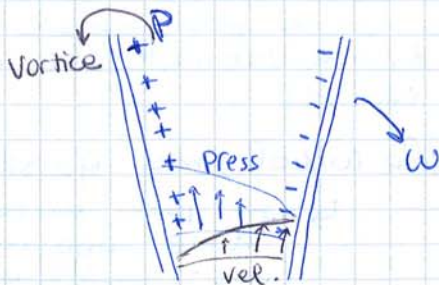
$$dF_{cor} = -2W \times W \cdot dm$$

è in pratica causata dal gradiente di pressione: la particella che gira ai raggi \gg deve avere una spinta in più di quella che gira ai raggi bassi \rightarrow questo se non ha una velocità sufficiente (e la particella rischia di tornare indietro)

Quindi l'equilibrio in direzione tangenziale risulta

$$\left[\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\theta} = -2W W \right]$$

\hookrightarrow Perciò la pressione sarà MAX sulla faccia della palette che avanza e MIN su quella che invece sta dietro



! Pressione e velocità sono legate del primo principio \rightarrow se una aumenta l'altra diminuisce. Perciò la velocità sarà esattamente all'opposto

- Ma cosa succede all'estremità della pala? Non può essere maggiore da una parte e minore dall'altra \rightarrow discontinuità di pressione all'estremità causa un vortice!
Il gradiente quindi ad un certo punto deve sparire.

$M=0$, $r C_u = \text{cost}$ Conservaz. del mom. ang.
 cioè $r_2 C_2 \cos \alpha_2 = r_3 C_3 \cos \alpha_3$

! Tipicamente succede che $p \gg$, quindi $h \ll$, ma noi ci poniamo per semplicità a $\underline{ph = \text{cost}}$

Quindi $\begin{cases} r C \sin \alpha = \text{cost} \\ r C \cos \alpha = \text{cost} \end{cases} \rightarrow$ e' una cost diversa dalla precedente

Dividendo membro a membro:

$\boxed{\text{tg } \alpha = \text{cost}}$ \rightarrow e' una spirale logaritmica.
 ↓
 avrà forma tipo $r = r_2 e^{k(\theta - \theta_2)}$

• C'è inoltre una proporzionalità inversa tra RAGGIO e VELOCITÀ:

$\boxed{\frac{r_3}{r_2} = \frac{C_2}{C_3}}$ OSS Per portate piccole e' meglio il centrifugo

30.10.15

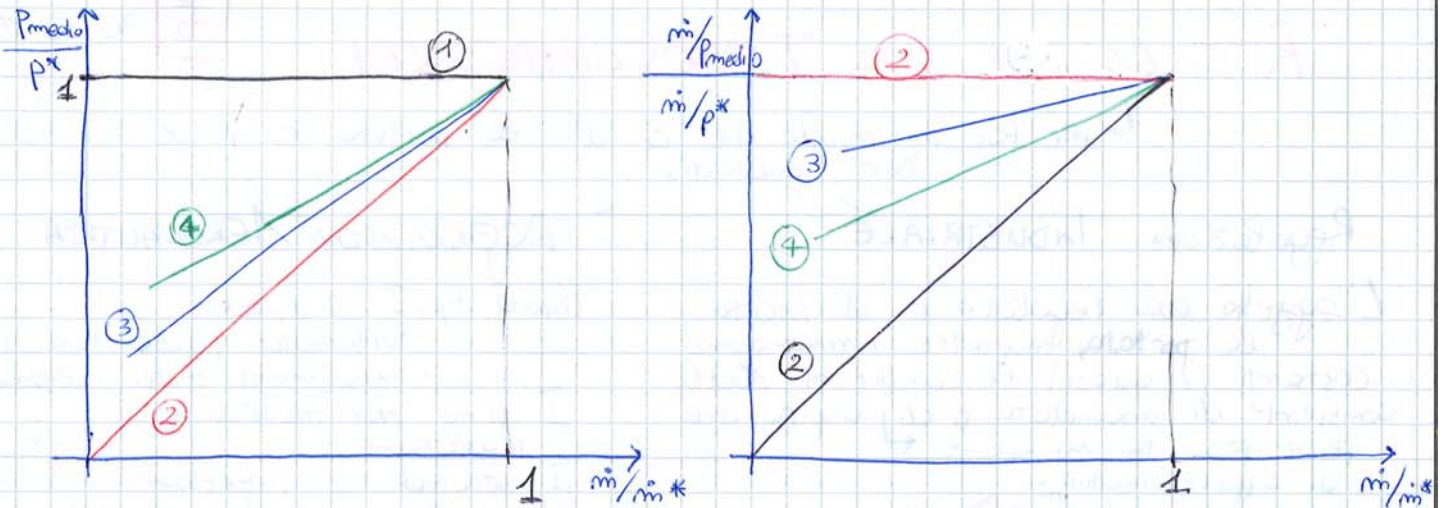
~ Palettato

L'idea è quella di rallentare la corrente con l'ingombro più piccolo possibile (raggio). Varrà la relazione

$\boxed{\frac{r_4}{r_3} = \frac{C_3}{C_4} \frac{\sin \alpha_3 p_3 h_3}{\sin \alpha_4 p_4 h_4}}$ \rightarrow Nasce dall'equazione di conservazione della massa!

termini che senza le palette vanno a uno (ph = cost)

OSS ~~se~~ $r_4 \downarrow$ se $\alpha_4 > \alpha_3$
 oppure $r_4 \downarrow$ se $h_4 > h_3$ \rightarrow facilmente con una palette dritta: riduce la componente tangenziale del moto, rendendolo più radiale



2 Tutto o niente

! Richiede un serbatoio.

no in campo aeromilitare, solo industria

Se ho bisogno di una portata all'80% ad esempio, farò funzionare (a livello di tempo proprio) all'80%.

↳ Lo accendo per 8 min. anziché dieci. Mi rimarrà una portata di esubero (ho 2 macchine spente) che accumulo in un serbatoio. Spengo la macchina per 2 minuti e uso quello accumulato. non c'è pressione costante, ma

La potenza media è direttamente proporzionale ad \dot{m}

↳ oscillerà tra un valore max e uno minimo

$t = \dot{m}^* \cdot t_{\text{accesso}}$ → da cui è più comodo definire il rapporto

ovviamente tanti parametri dipendono anche dalla grandezza del serbatoio.

$$\left[\frac{t_{\text{accesso}}}{t} = \frac{\dot{m}^*}{\dot{m}} \right]$$

! Ho sovrapposto i grafici al \dot{m} e \dot{m}^* così noto le differenze!

3 Pale a calettamento VARIABILE

! Queste prime 3 non sono applicabili in campo aeromilitare!

Il compressore può fare lo stesso lavoro, con lo stesso P_c , anche a fronte di una portata variabile → se non avessi pale a calettamento variabile, al variare di \dot{m} varierebbe P_c (NO BUONO).

Le pale a calettamento variabile sono solitamente quelle dello STATORE; con questo metodo ho un leggero peggioramento fuori dalle condizioni di progetto, ma è comunque molto buona.

↳ In realtà a livello di costi di produzione non è conveniente. È inoltre spesso una soluzione pesante!

! Con questa soluzione, se voglio cambiare la portata vado a cambiare gli angoli β_2 e α_1 ,aggiustando i triangoli di velocità, così da avere sempre gli stessi rapporti di compressione.

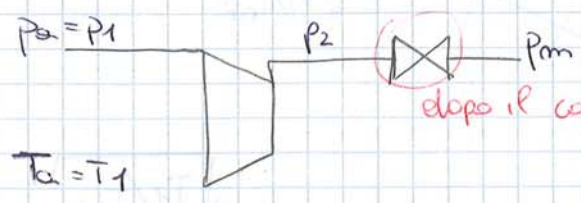
OSS Solitamente però il pto di progetto (*) corrisponde alla zona di max rendimento! Quindi spostiamoci a SX (verso il pto N) finisco per perdere in rendimento

↓
 meno buona di 2 e 3 →
 Se avessi $\eta = \text{cost}$, $L_c = L_c^*$ e avrei potenza e rendimento perfetti (ideali):
 $P = \dot{m} L_c$

OSS Mi sto avvicinando alle linee di pompaggio (andando verso N).

5 Laminazione mandata

04. 11. 15



Qui Pm e' mota (perche' quella voluta, richiesta). Poi P2 > Pm perche' deve poter vincere la resistenza delle valvole

Percio' qui

$$\dot{m}_{cm} = \frac{\dot{m} \sqrt{\frac{T_a}{T_{in}}}}{P_a / P_{in}} = \dot{m}_{cn} \quad (1)$$

L'altra condizione e' data dal m' di giri, perche' se stiamo laminaando alla mandata, non interchiamo il m' di giri di progetto.

$\underline{m = m^*}$

$$\rightarrow \frac{m}{\sqrt{\frac{T_a}{T_{in}}}} = \frac{m^*}{\sqrt{\frac{T_a}{T_{in}}}} \quad (2)$$

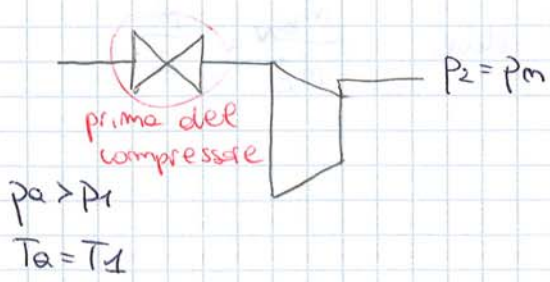
Le 2 condizioni per trovare il pto di funzionamento

! Non cambia neanche la temperatura quindi il m' di giri corretti non cambia

↓
 Dovro' mantenermi sulla verticale (nel grafico) del pto N, e sulla ultima curva (quella del pto *)

OSS Se $L_w \neq 0$, si creano dei vortici dissipativi → quindi $L_c > L_c^*$

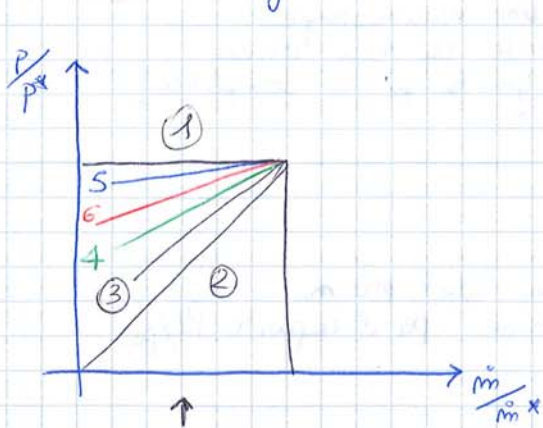
6 Laminazione in aspirazione → e' comunque la MIGLIORE



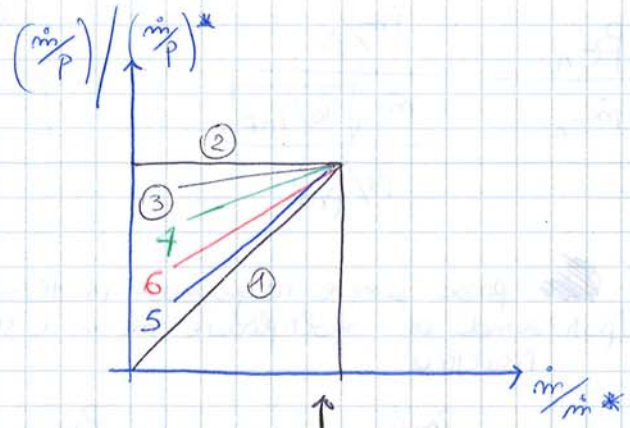
Qui la difficolta' e' che P1 non la conosco!

↓
 calcolo il rapporto $\frac{\beta_c(A)}{\dot{m}_{c(A)}}$
 Sono entrambe incognite ma posso trovare un esemotege

Volevamo rifare i grafici iniziali:

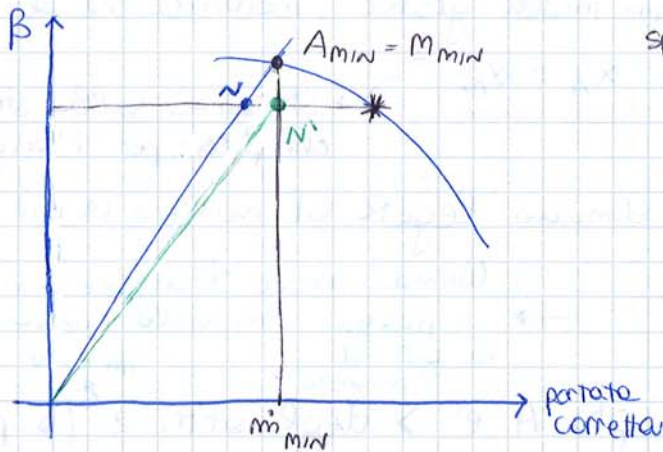


Meglio le curve più basse, perché è una stima di quanto consumo



Meglio le curve più alte perché è una stima di una sorta di efficienza!

Quindi zoomando sul grafico generale



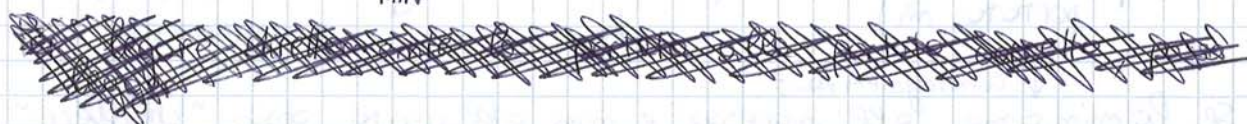
Per trovare la portata del pto A, sposto N di una piccola quantità verso destra (N')

↓

N' e A_{min} avranno stessa portata e così risolvo il problema.

mi serve per trovare P_± ↑

↳ sulla verticale di A_{min}



Calcolo il nuovo β :

① $\beta_{cr} = \frac{P_m}{P_a} < \beta_c^* = \frac{P_m}{P_a^*}$

sempre quella di progetto

note la quota la calcolo con la tabella API TPO

Quindi il nostro punto si sposterà a SX e im bassi in particolare sarà sotto il pro * perché

e la nuova portata:

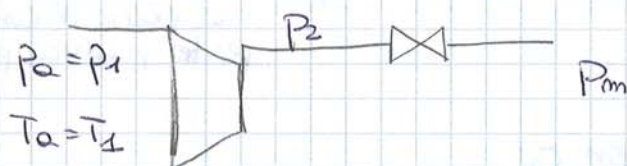
② $\dot{m}_{cN} = \frac{\dot{m} \sqrt{T_a/T_{in}}}{P_a/P_{in}} < \dot{m}_{c^*}$

$tg \alpha_N = \frac{\beta_{cN}}{\dot{m}_{cN}} =$

$= tg \alpha^* \sqrt{\frac{T_a^*}{T_a}}$

perché $z \ll T \gg$

2 Laminazione alla mandata



Più facile da realizzare; Pa e Ta note

Anche qui, come nel caso industriale, le condizioni sono 2, la prima legata alla portata corretta, la seconda sul m di giri.

Per la portata corretta, essendo uguali le condizioni di temperature ecc... si vuole che la portata corretta non cambi

$\dot{m}_{cm} = \dot{m}_{cN}$ ①

Per il m di giri invece, si verifica una riduzione:

causa della temperatura.

$\dot{m}_{cm} = \frac{\dot{m}^*}{\sqrt{T_a/T_{in}}} = \dot{m}_{c^*} \sqrt{\frac{T_a^*}{T_a}} < 1$

② → traccia la verticale tra M e N

! Questo tipo di regolazione non va per niente bene:

- $\beta \gg$ → il β è lavoro, e lo paghiamo
- mi avvicino al pompaggio (no buono)

$$\psi = \frac{L_c}{\omega^2 D^2} \rightarrow \text{dipende da quanto voglio comprimere.}$$

Mi creo dei nuovi coeff. adimensionali tipo prendendo

$$\left(\frac{\psi^2}{\psi^3} \right)^{1/4} = \frac{\omega Q^{1/2}}{L^{3/4}}$$

↳ l'idea è quella di far sparire il D.

Oppure

$$\left(\frac{\psi}{\psi^2} \right)^{1/4} = \frac{D L_c^{1/4}}{Q^{1/2}}$$

↳ diametro CARATTERISTICO

→ m. di giri CARATTERISTICO (o specifico)

Se $e' > 1$ → scelgo il compress. ASSIALE

Se $e' < 1$ → scelgo il compress. CENTRIFUGO

Se $e' \ll 1$ → scelgo qualcosa tipo il volumetrico



? Se capita lì o divido la portata in 2 parti, oppure se il lavoro è grande faccio una macchina multistadi!

$$L_i = 0 = \int_1^2 v dp + \frac{W_2^2}{2} - \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} + \frac{U_1^2}{2}$$

$= 0$ perché $p = \text{cost}$
 deve essere zero quindi $|W_1| = |W_2|$ (c.v.d.)
 e' la variazione di em. cinetica, scritta non con le Vassulte ma con le relative ($U_1 = U_2$) e relative

Noti questi criteri, aggiungiamo la condizione che $C_{u1} = C_{u2}$, e disegnamo i triangoli di velocità.

OSS

$$W = \sqrt{W_r^2 + W_a^2 + W_u^2}$$

(perché assiale) C_u

$|W_1| = |W_2|$ implica che

$W_{u1} = W_{u2}$

oppure $-W_{u1} = +W_{u2}$

Significa che nelle turbine non succede nulla quindi NO!

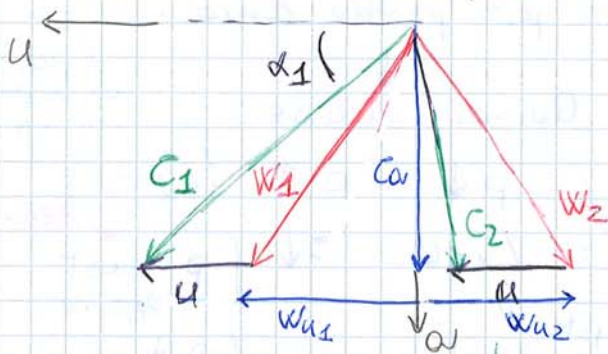
SI

devo scegliere il segno ragionando sul lavoro

$$L_t = U(C_{u1} - C_{u2}) = U(W_{u1} - W_{u2})$$

ma vogliamo $L_t > 0$ quindi

$W_{u1} > 0$ e $W_{u2} < 0$



La simmetria tra W_{u1} e W_{u2} genera una simmetria anche nelle palette!

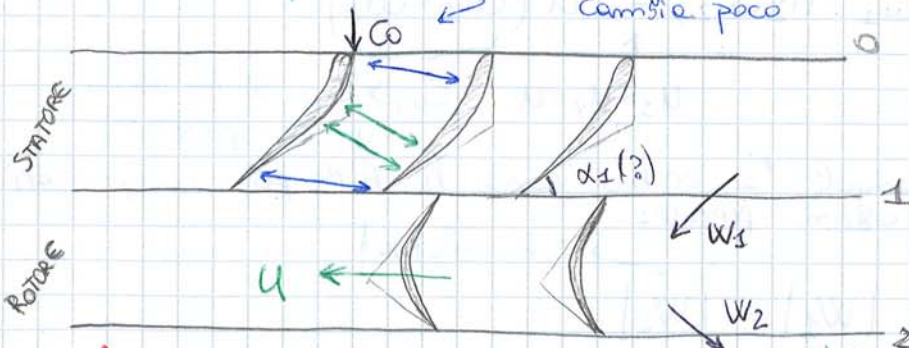
! α_1 e' un angolo costruttivo e lo useremo per esprimere le prestazioni della macchina

(Di solito $\alpha_1 = 20^\circ \div 30^\circ$) \rightarrow più piccolo e', meglio e'!

Ma non si riesce a scendere sotto 20° perché le palette nel disegno si schiaccerebbero una sull'altra

~ Profilo palette

lo supporto assiale, tanto cambia poco

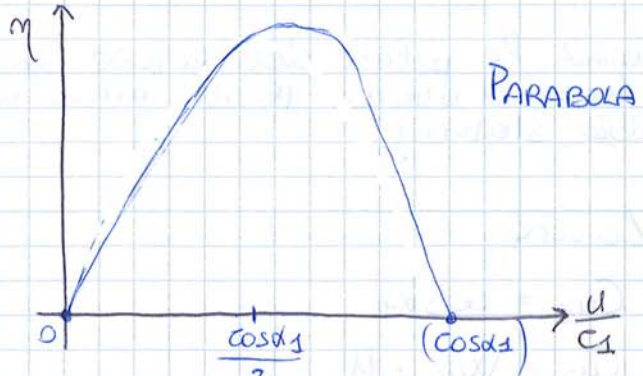


Sappiamo che per non avere perdite eccessive e cercare di non stallare le palette, è bene che le velocità sia // al bordo di attacco (allo ingresso)

! L'area delle frecce verdi e' MINORE di quelle blu. Quindi si sta seguendo il profilo delle palette al fine di creare un condotto convergente-divergente \rightarrow si vogliono raggiungere velocità supersoniche!

$$= 4 \frac{u}{c_1} \left(\cos \alpha_3 - \frac{u}{c_1} \right)$$

che è una forma utile a graficare l'andamento



Quindi

$$\left[\begin{array}{l} \eta_{\max} \text{ per } \frac{u}{c_1} = \frac{\cos \alpha_3}{2} \\ \text{il } \cos^2 \alpha_3 \end{array} \right]$$

→ conviene α_3 piccolo ($\cos \alpha \approx 1$) così da avere rendimenti relativamente alti

Quindi $L_t(\eta_{\max}) = 2u^2$

$\approx 400 \text{ m/s}$

OSS Non ci sono problemi (limitazioni) né sul C_p né sull' u . (che potrebbe espandersi all'infinito). La limitazione su u arriva da questioni strutturali (per la resistenza del materiale che è comunque sottoposto a rotazioni continue). Qui inoltre non si presenta il problema di limitare il Mach → anche se si generano urti, vanno ad interagire con una pressione che diminuisce quindi non genera neanche problemi!

- Visto che avevamo scritto $T_0^\circ = T_3^\circ$

$$L_t = C_p (T_0^\circ - T_2^\circ) = C_p (T_3^\circ - T_2^\circ)$$

Quindi

$$L_{t10} - L_t = C_p (T_2^\circ - T_2) = \frac{c_2^2}{2}$$

↓
si ricava che η_{\max} si ha per c_2 minima

↑ energia cinetica di scarico!

OSS Se a valle della mia turbina ci fosse un ugello, questo C_2 non sarebbe una perdita → accetto questa trattazione anche per turbine non isolate

~ Caso reale ($L_w \neq 0$)

Andiamo ad introdurre dei coeff di perdita, che riguardano sia rotore che statore:

$$\psi = \frac{C_1}{C_{1(D)}} \quad ; \quad \varphi = \frac{W_2}{W_{2(D)}} = \frac{W_2}{W_1}$$

l'avveia parità di espansione

non è più vero che $W = \text{cost}$ ma diminuisce!

↓ sono costanti gli angoli

Turbine MULTISTADI

a salti di $\left. \begin{matrix} \text{velocità} \\ \text{pressione} \end{matrix} \right\}$

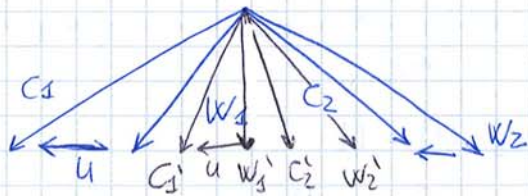
Fa più lavoro quella a salti di velocità che non di pressione!

1° statore che espande (solo C_1') dopo avrà un rotore e poi ancora statore che finge però solo da RADDRIZZATORE (quindi negli statori successivi sempre $p = \text{cost}$) e poi di nuovo rotore

espansione nello statore; rotore con $p = \text{cost}$, dove raccoglie lavoro (tutti gli stadi uguali)

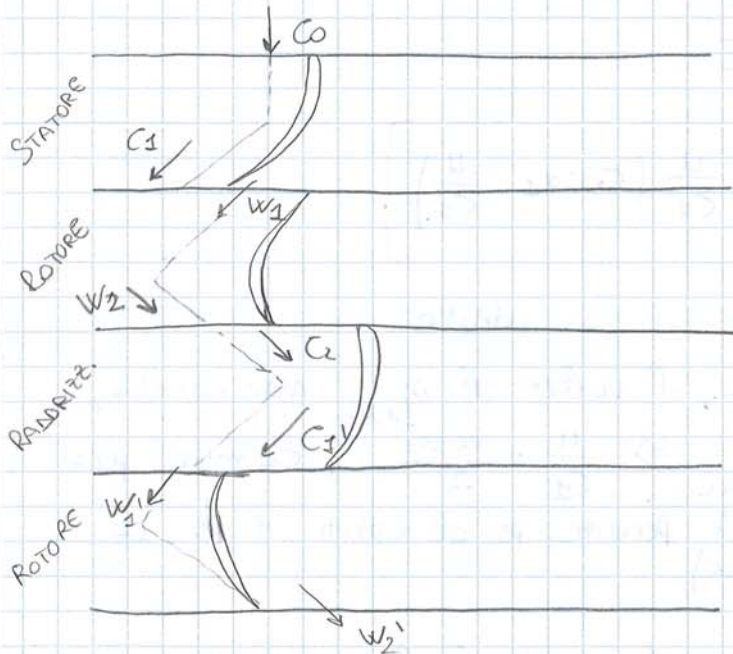
Quindi $L_{TOT} = Z(2U^2)$
 $\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$
 $m \text{ di stadi} \quad L_{(m, \text{max})}$

Ora, ipotizzando C_1 grande, ma U piccola (limitazione strutturale sulle palette):



Ma mi troverò una C_2 (quasi) altrettanto grande. Se C_1 mi dà tanto lavoro, C_2 mi dà però anche tante perdite

per questo metto un secondo statore che mi gira la C_2 dal lato giusto, in modo da avere lavoro e non perdite \rightarrow rotore e ricomincio! che diviene come $C_1 \rightarrow C_1'$ (dalla quale si costruisce il salto e il nuovo triangolo di vel.)



Man mano che vado avanti le palette sono sempre MENO CURVE!

! Di solito non si va mai oltre i 3 SALTII, altrimenti le perdite diventano troppo rilevanti

Qui $L_{TOT} = U(C_{u1} - C_{u2} + C_{u1}' - C_{u2}' + \dots)$
 $= U(2Z C_{u1} - 2Z^2 U) =$
 $= 2ZU(C_{u1} - ZU)$
 \downarrow
 $m \text{ di salti}$

① Turbine a REAZIONE

↳ studieremo solo quelle con triangolo di velocità simmetrico

cioè' $|C_1| = |W_2|$

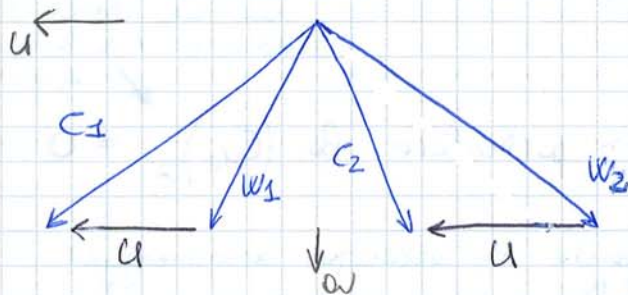
$|C_2| = |W_1|$



pale del rotore simmetriche a quelle dello statore

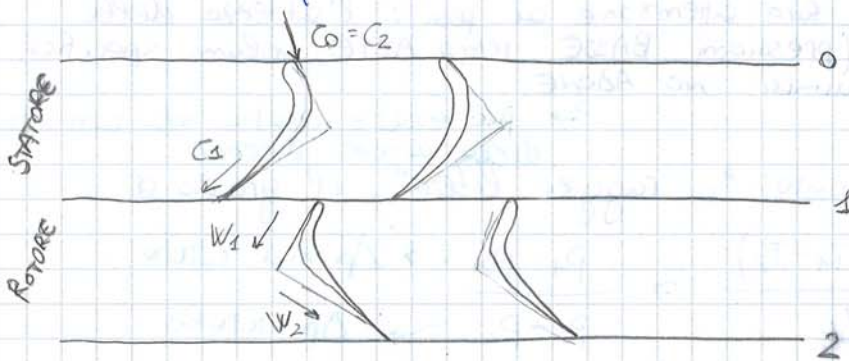
- Tipicamente $R \approx 0,8$ (TIP)
- $R \approx 0,5$ (r_m)
- $R \approx 0,3$ (HUB)

~ Caso IDEALE ($L_w = 0$)



$P_2 < P_1 \Rightarrow W_2 > W_1$

Quindi le palette risulteranno



/* α_0 quasi verticale
 C_1 molto inclinate */

e perciò possiamo calcolare i lavori:

$L_t = u (C_{u1} - C_{u2})$

che scrivendo

$C_{u1} = C_1 \cos \alpha_1$

$C_{u2} = -W_{u2} = -(C_{u1} - u)$

diviene

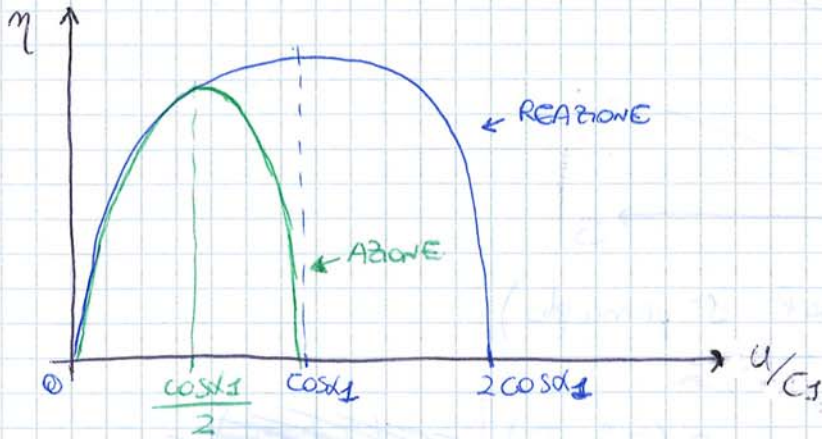
$L_t = u (2 C_1 \cos \alpha_1 - u)$

↳ Ricordando il solito

$$L_t = u (2C_1 \cos \alpha_1 - u)$$

Si scrive il solito rendimento

$$\eta = \frac{L_t}{L_{t(1,0)}}$$



E anche qui si vedrà

η_{MAX} per $\frac{u}{C_1} = \cos \alpha_1$
e vale in particolare

$$\eta_{MAX} = \frac{2 \cos^2 \alpha_1}{(1 + \cos^2 \alpha_1)} > \cos^2 \alpha_1$$

che era il η_{MAX} per la turbina ad azione!

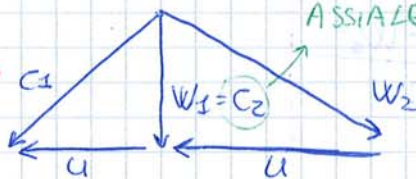
OSS Però se il valore di u/C_1 cambia eccemmo che la turbina rispetto a quello ottimale, ~~si abbassa di poco~~ a reazione ha un rendimento migliore!
il rendimento della turbina a reazione si abbassa di poco, invece quella ad azione di più, perché la curva di η è più stretta!

Avevamo già

• Qui, proprio come la turbina ad azione, se

$$\frac{u}{C_1} = \cos \alpha_1 \Rightarrow C_{u2} = W_{u1} = 0 \rightarrow \text{sarà in direzione assiale}$$

Triangolo in condizioni di MAX rendimento



ASSIALE → più è piccolo, meno sono le perdite

Sarebbe sempre simmetrico!

• Facendo le solite considerazioni sul lavoro:

$$L_t = C_p (T_1^0 - T_2^0)$$

$$L_{t(1,0)} - L_t = C_p (T_2^0 - T_2) = \frac{C_2^2}{2}$$

Per una transf. adiabatica, $L_t (Q_e=0)$ è uguale alla variazione di entalpia

Uniche perdite: en. cinetiche di scarico!
↳ devo minimizzarle per massimizzare il rendimento

Un po' di tempo fa avevamo scritto

Combinazione tra riferim. rotante e fisso del s. princ. applicato al ROTORE

$$L_t = \frac{C_1^2 - C_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2}$$

↳ unico termine di differenza rispetto a $L_t - L_{t(1,0)}$ di prima!

$u_1 = u_2 \rightarrow$ massima assiale

velocità di rotazione. Allora posso aggirare il problema raffreddando le palette, in generale prendo aria dal compressore (spillamento) e facendola passare l'aria fredda al suo interno → palette cave



I primi stadi sono quelli più sollecitati

Questa soluzione era usata soprattutto per le pale statoriche → lo statore non è sollecitato dalle forze centrifughe; per il rotore è più complicato!

Faro dei fori sulla superficie della palette, che mettano in comunicazione l'interno con l'esterno.

L'area che esce dai fori rimane sagomata alle pareti: crea una "pellicola" isolante sulla palette. È una pellicola sottile di corrente, che mantiene fredda la palette, contro il flusso caldo esterno. → "film cooling"

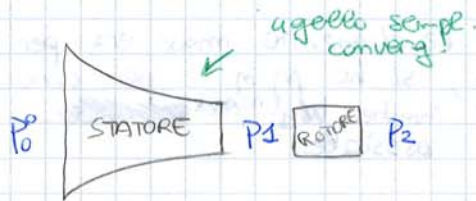


Tipo $T_3 = 1500 K$

- Tracciamo adesso, analogamente a quanto fatto per il compressore, una mappa caratteristica per le turbine!

Uteremo anche qui la B_t , in funzione della portata corretta. Le curve avremo poi come parametro, il n° di GIRI.

Per semplicità, trattiamo una TURBINA AD AZIONE con STATORE semplicemente CONVERG. } È come avere un ugello converg.-diverg. seguito da una sezione costante (ROTORE)



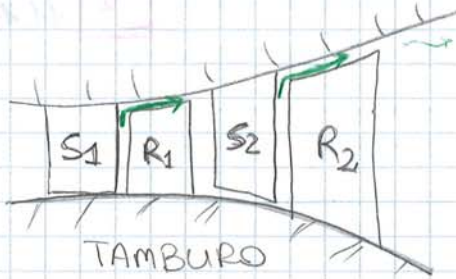
Sappiamo che la portata dipende dalle condizioni a monte, e dal rapporto P_1/P_0^* . Se uso la portata corretta, dipenderà solo da P_1/P_0^*

Definisco quindi, con le assunzioni fatte

$$B_t = \frac{P_0^*}{P_2} = \frac{P_0^*}{P_1}$$

e la portata corretta $\frac{m \sqrt{RT_0^*}}{P_0^* A_t}$

↳ GRAFICO



l'aria tende a passare (scappa via) in questo piccolo gioco → non passa nello stadio, quindi non fa lavoro: si vuole quello spazio più piccolo possibile!

il problema è delicato perché rischio interferenza, in seguito alle dilatazioni dovute dal riscaldamento delle palette in seguito alle forze centrifughe → si risolve controllando (riscaldando o raffreddando opportunamente) l'involucro esterno, così da farlo dilatare o contrarre a piacere!

Le T sono più alte all'ingresso le forze centrifughe sono più alte quando i raggi sono >>

OSS Un altro problema delicato è quello dell'accoppiamento mutuo tra turbina e compressore → problema molto sentito nei turbofan!

sono montati sullo stesso albero quindi dovrebbero avere stessa velocità.



perché hanno portate diverse. Si cerca di scollegare la velocità di turbina da quella del compressore.