NUMERO: 2054A - ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Del Pellaro Melania

MATERIA: Fisica II - Prof. Gozzellino

FISICA II - LAURA GOZZELINO

ESERCITAZIONE:
GIOVEDÌ ORE 17.30 AULA 1

LIBRI
Mazzoldi - Fisica, Vol. II

ES
- Ummarino, Galasso "Esercizi svolti di fisica II"
- Longhi, Nisoli, Osellame "Fisica Generale Problemi di elettromagnetismo e Ottica.
- Zotto - Nigro "Problemi di Fisica Generale, elettromagnetismo, Ottica"

- Connect - Fisica, ISBN: 9788838610448
Piattaforma esercizi on-line McGraw-Hill
http://connect.mheducation.com/class/l-gozzelino-fisica-ii---politechnico

Legge Gauss · saperla applicare

29.09.2015

Interazione elettromagnetica - se particelle hanno carica = grandezza quantizzata → può avere solo alcuni valori (e^- se neg o protone se pos)
Unità di misura è il Coulomb (C) = carica unitaria
Carica elementare è quella del protone o dell'elettrone
$\approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$ $\approx -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

Principio di conservazione della carica
in un sist. isolato elettricamente la somma algebrica delle cariche contenute si conserva.

Forza di Coulomb
agisce tra 2 cariche puntiformi in quiete. ⇒ è direttamente proporzionale al prodotto cariche e inversamente prop al quadrato della loro distanza.

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \quad \text{ma è 1 vettore} \Rightarrow \vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{u}_r$$

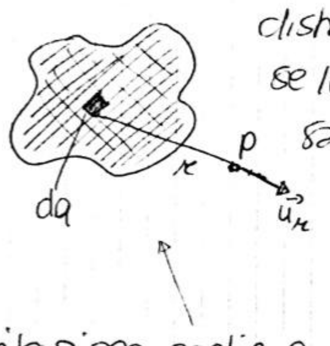
linea la congiungente

k costante di proporzionalità che dipende dal sistema di misura e dal mezzo.

Se sist. internazionale e mezzo è il vuoto ⇒ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

con ε_0 = costante dielettrica nel vuoto (è universale)

$$[\varepsilon_0] \longrightarrow \frac{C^2}{N \cdot m^2} \qquad \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{m^2 N}$$



distribuzione di carica (non discreta)
se la divido in parti infinitesime in ognuna ci sarà 1 carica infinitesima dq
dq in P genera un campo elettrico

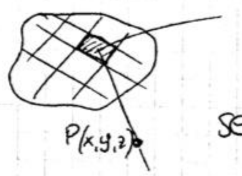
$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

distribuzione continua => no sommatoria ma INTEGRALE

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_Q \frac{dq}{r^2}\vec{u}_r \quad \text{(integrale di vettori)}$$

3 casi di distribuzione di carica

① in un VOLUME



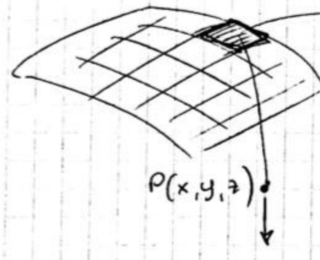
$dq = \rho(x', y', z')\, dV$
densità di carica x unità di volume
se distribuzione è uniforme (=> densità omogenea di carica) => ρ = costante in ogni punto
altrimenti la densità di carica varia da punto a punto ed è in funzione di x', y', z'

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(x', y', z')\, dV}{r^2}\vec{u}_r$$

$$r^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

se V di un parallelepipedo => $dV = dx'\,dy'\,dz'$

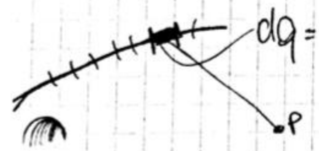
② su una SUPERFICIE (distribuzione superficiale di carica)



$dq = \sigma(x', y', z') \cdot d\Sigma$
densità di carica superficiale · unità di superficie

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\Sigma \frac{\sigma(x', y', z')\, d\Sigma}{r^2}\vec{u}_r$$

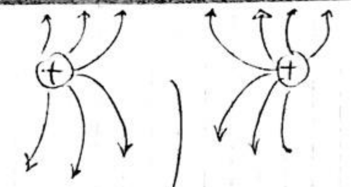
③ su un FILO (distribuzione lineare di carica)



$dq = \lambda(x', y', z')\, dl$ (densità di carica · unità di lunghezza)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda(x', y', z')\, dl}{r^2}\vec{u}_r$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 240

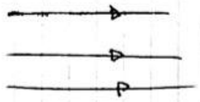


linee di forza si richiudono all'infinito (perché non hanno una carica neg su cui finire)

cariche uguali allora campo più in mezzo è nullo

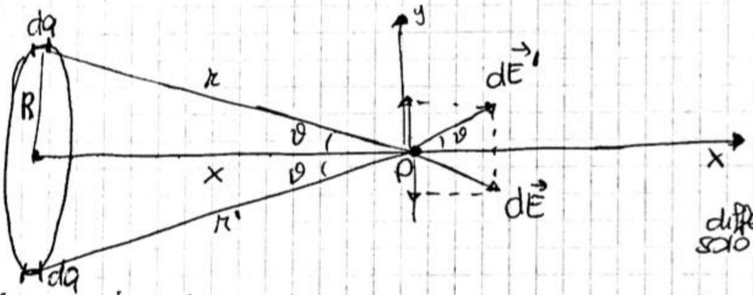
Se ho più cariche, traccio linee di forza e se voglio $\vec{E}$ in 1 punto guardo la direz tangente a linee forza.

- Se linee forza sono tutte rette tra loro parallele ⇒ direz e verso del campo elettrico sono gli stessi in tutti i punti dello spazio.
- Se sono parallele ed equispaziate ⇒ campo elettrico è uniforme (stessi: direzione, verso e modulo)



ES carica q distribuita in modo uniforme su un anello sottile di raggio r ⇒ densità di carica × unità di lunghezza è la stessa in tutti i punti. Calcolare campo elettrico in un punto P sull'asse dell'anello a distanza x dal centro

$\lambda = cost$



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$d\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \vec{u}_{r'}$$

differiscono solo in direz e verso, modulo è lo stesso

Sfrutto simmetrie del sistema e prendo dq diametralmente opposta

$dE_x = dE'_x$ $\qquad dE_y = -dE'_y$ ← si elidono

$$d\vec{E} + d\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cdot 2\cos\vartheta \, \vec{u}_x$$ campo risultante è lungo $\vec{u}_x$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\left(\int \frac{dq}{r^2}\cos\vartheta\right)\vec{u}_x$$ $\qquad dq = \lambda dl$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2\left(\int \frac{\lambda dl}{r^2}\cos\vartheta\right)\vec{u}_x$$

angolo è sempre ϑ (con asse x) densità è costante : $\sigma = cost$

$$\sigma = \frac{q}{\pi A^2}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq\, x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

Campo infinitesimo è il campo generato da un anello nella direzione dell'asse x

Carica è distribuita su una superficie $\Rightarrow$ $dq = \sigma\, d\Sigma$ = densità · superf. infinitesima

$$dq = \sigma \cdot 2\pi R\, dR$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sigma\, 2\pi \left[\int_0^A \frac{R\, dR\, x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \right] \vec{u}_x =$$

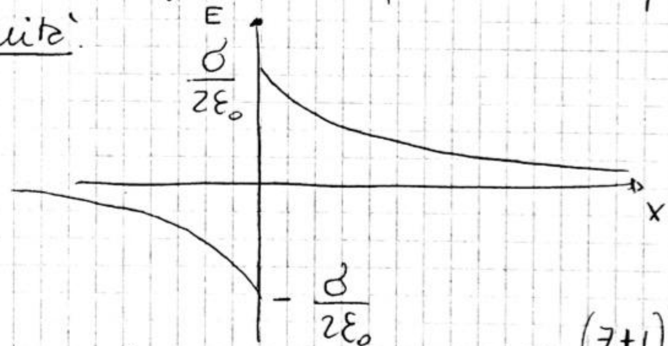
$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \left(\int_0^A \frac{R\, dR}{(R^2+x^2)^{3/2}} \right] \vec{u}_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{(R^2+x^2)^{1/2}} \right]_0^A \vec{u}_x =$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{(A^2+x^2)^{1/2}} \right] \vec{u}_x$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \pm \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left[1 - \frac{|x|}{(A^2+x^2)^{1/2}} \right] \vec{u}_x$$

Campo elettrico non è 1 funzione sempre continua perché in $x=0$ c'è una <u>discontinuità</u>.

limite dx ≠ limite sx



Per $\boxed{x \gg A}$

sviluppo Taylor $(z+1)^\alpha$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left[1 - \frac{x}{x} \frac{1}{\left(\frac{A^2}{x^2}+1\right)^{1/2}} \right] \vec{u}_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left[1 - 1 + \frac{A^2}{2x^2} \right] \vec{u}_x =$$

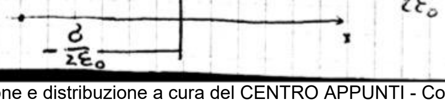
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{A^2}{2x^2} = \frac{\overbrace{\sigma \pi A^2}^{q}}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \vec{u}_x$$

← come se carica fosse racchiusa in un punto $\Rightarrow$ campo <u>carica puntiforme</u>

Se $\boxed{A \gg x}$

P vicinissimo al disco e punto P vede disco come un <u>piano infinito carico</u>

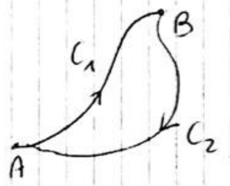
$$\Rightarrow \vec{E} = \pm \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_x$$



Una Forza che sposta punto di applicazione compie lavoro

$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$

$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} \Big|_{C_1}$



integrale su curva *

lungo percorso C_1

Tensione elettrica

$T_{AB}\Big|_{C_1}$

Se F e' Forza elettrica: $W_{AB} = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Come la F dipende dal percorso che facciamo ⇒ anche il campo elettrico lo fa.

$T_{AB}\Big|_{C_1}$ = tensione elettrica tra A e B lungo percorso C_1 e' <u>l'integrale di linea del campo</u> elettrico $\cdot d\vec{s}$.

Tensione complessiva:

$$T_{AB}\Big|_{C_1} + T_{BA}\Big|_{C_2} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}\Big|_{C_1} + \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{s}\Big|_{C_2} \neq 0 =$$

mi aspetto

perché dipende dal percorso e sono diversi C_1 e C_2

$$= \boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \overset{def}{=} \mathcal{E}}$$

<u>FORZA ELETTROMOTRICE</u>

integrale di linea lungo <u>circuito chiuso</u> di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ → e' la circuitazione elettromagnetica

<u>Forza elettrostatica</u>

$\vec{F}_{el} \longrightarrow W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{el} \cdot d\vec{s}$ <u>non</u> dipende dal percorso

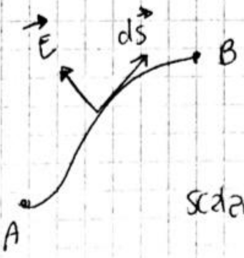
campo elettrostatico $\vec{E}_{el} \rightarrow T_{AB} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} \longrightarrow \oint \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} = \boxed{0 = \mathcal{E}}$

lungo circuito chiuso e' 0 perché

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = U_A - U_B$$ (opposto della variazione dell'E. potenziale)

$$= \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = V_A - V_B$$ <u>differenza del potenziale elettrico</u>

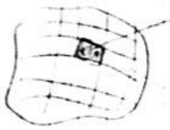
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$



$$V_A - V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \int_A^B \frac{\vec{u}_r \cdot d\vec{s}}{r^2} =$$

scalare: proietto $\vec{u}_r$ nella direz. di ds

- se ho un volume



$dq = \rho(x', y', z') \cdot dV$

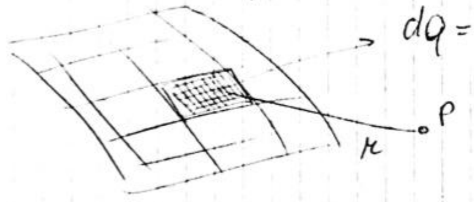
$\bullet P(x, y, z)$

$$\Rightarrow V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(x', y', z')\, dV}{r}$$

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

(x', y', z')
coordinate del generico punto di distribuzione

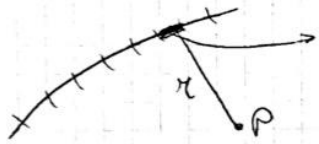
- se ho una superficie



$dq = \sigma(x', y', z')\, d\Sigma$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_\Sigma \frac{\sigma(x', y', z')\, d\Sigma}{r}$$

- se ho una linea



$dq = \lambda(x', y', z')\, dl$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_l \frac{\lambda(x', y', z')\, dl}{r}$$

integrale sull'intera lunghezza

Quando la forza è conservativa:

$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = U_A - U_B$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\Downarrow$$

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = V_A - V_B \rightarrow V = \frac{U}{q} \rightarrow [V] = \frac{[U]}{[q]} \quad \frac{\text{energia}}{\text{carica}}$$

$[V] \Rightarrow \frac{J}{C} \rightarrow$ Volt (V)

$[E] \rightarrow \frac{N}{C}$

$\searrow \frac{V}{m}$

relazione integrale

legame che necessita una <u>zona estesa</u> dello spazio

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = V_A - V_B = -\Delta V$$

$$= -(V_B - V_A)$$

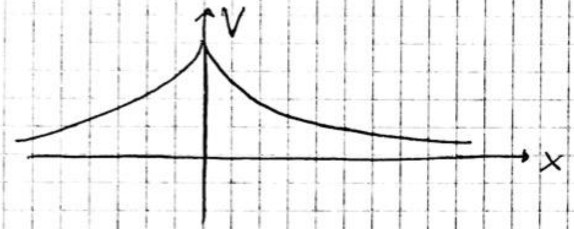
$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = -dV$$

11

$$V(P) = \frac{\lambda 2\pi R \to q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{x^2 + R^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

In $\boxed{x=0}$, nel centro dell'anello
il denominatore si minimizza e il potenziale raggiunge il suo massimo valore.
(x^2) → quindi l'andamento del potenziale e' simmetrico da un lato e l'altro dell'anello (a differenza del campo elettrico)

$$V(x=0) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$ ⇒ potenziale elettrico non ha discontinuità



$\boxed{x \gg R}$ a grande distanza dalla distribuzione di carica

$$V(x \gg R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$ → ricorda potenziale generato da una carica puntiforme.

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{u}_x - \cancel{\frac{\partial V}{\partial y}\vec{u}_y} - \cancel{\frac{\partial V}{\partial z}\vec{u}_z}$$

potenz. dipende da x quindi i 2 contributi se ne vanno

Per trovare campo elettrico mi serve solo fare derivata di V lungo x.

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x^2+R^2)^{3/2}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}x\cdot\vec{u}_x = \frac{q\,x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

da cui potevo arrivare a → $V(P) = \int_P^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} = V_0 + cost$ dovrei trovarla

meno l'integrale indefinito

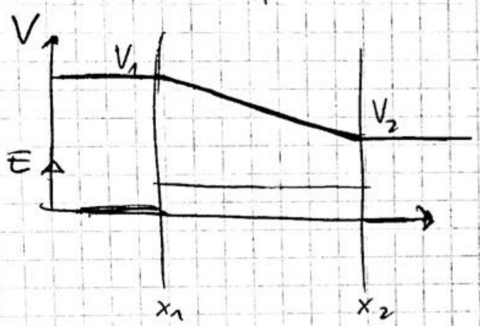
Concetto di potenziale in un punto non ha senso perché se non ho qualcosa che mi dice quanto vale la costante, io la costante non posso determinarla => faccio potenziale tra 2 punti P_1 e P_2

$$V(P_1) - V(P_2) = \int_{x_1}^{x_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \underbrace{(\vec{u}_x \cdot d\vec{s})}_{dx} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x_2 - x_1)$$

P punto qualsiasi

$$V(P) - V(P_1) = \int_x^{x_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x_1 - x)$$

$$V(P) = \underbrace{V(P_1)}_{V_1} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x_1 - x)$$



tra i 2 piani V decresce linearmente il potenziale con la distanza

al di fuori il potenziale ha valore costante $\neq 0$

---

potenziale di 1 carica puntiforme in quiete $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$

se metto una carica di prova q_0: $\dot{q}$ $\cdot q_0$

$$U_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r} = \int_P^\infty \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

di q_0 che si trova nel potenziale generato da q_0

Energia potenziale elettrostatica = lavoro necessario per spostare la carica q_0 dal punto P a ∞

$$U_{e_A} - U_{e_B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

- q q_0 entrambe positive / negative => $q q_0 > 0$ $U_e > 0$

se r cresce → U diminuisce

processo che avviene spontaneamente perché si respingono

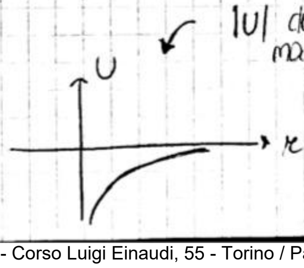
non spontaneo => viene fatto un lavoro dall'esterno

- q q_0 → $q q_0 < 0$ $U_e < 0$

q: (+) q_0: (−)

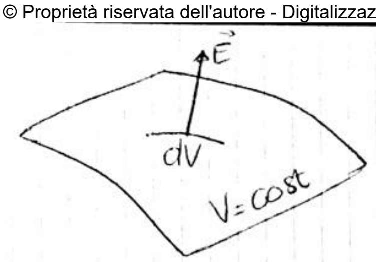
se r cresce → U cresce

se si allontanano



$|U|$ decresce ma col segno negativo => cresce

15



quando ci spostiamo di un tratto ds,

$V = cost \Rightarrow dV = 0$

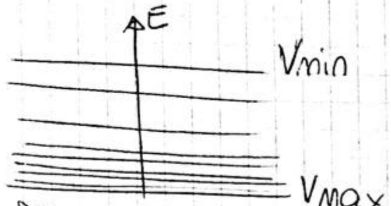
$dV = 0 = -\vec{E}\cdot d\vec{s} = \nabla V \cdot d\vec{s}$

prod. scal = 0 quando $\vec{E} \perp d\vec{s}$ $\quad \nabla V \perp d\vec{s}$

$\vec{E} = -\nabla V$

$\Rightarrow$ campo elettrico è perpendicolare alla superficie equipotenziale (e linee di campo)

Campo elettrico è diretto sempre da una zona a potenziale maggiore ad una a potenziale minore.

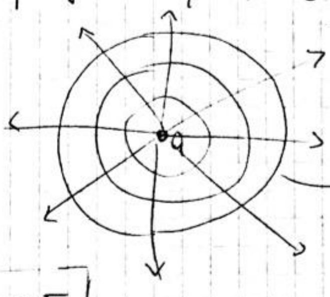


(si infittiscono nella zona dove il potenziale varia più rapidamente

Potenziale generato da una carica puntiforme

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

le superfici equipotenziali sono sferiche, centrate sulla carica stessa



$\rightarrow$ linee di campo dirette a raggiera

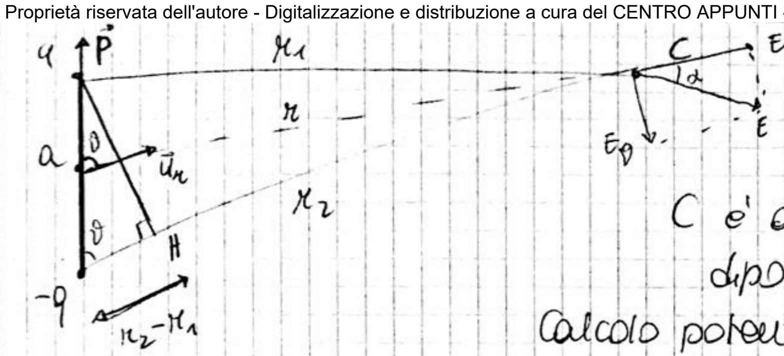
$\perp$

superfici equipotenziali

ROTORE

$$\text{rot}\,\vec{E} = \nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\vec{u}_x -$$

$$- \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\vec{u}_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\vec{u}_z$$



$r_1, r_2 >> a$

C è a grande distanza dal dipolo.

Calcolo potenziale nel punto C

Considero q e -q 2 cariche puntiformi ed utilizzo il principio di sovrapposizione.

$$V(c) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

se sono a grande distanza $r_1 \sim r_2 \sim r$ (generica distanza dal centro del dipolo a C)

$$\Rightarrow \boxed{V(c)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \frac{a\cos\vartheta}{r^2} = \frac{p\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \boxed{\frac{\vec{p}\cdot\vec{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

se sono a grande distanza, posso dire che $r_1 \parallel r_2 \Rightarrow r_2 - r_1 = a\cos\vartheta$

$$p\cos\vartheta = \vec{p}\cdot\vec{u}_r$$

Decresce col quadrato della distanza perché ho un dipolo; se decresce quando ho 1 carica, lo fa a maggior ragione quando ho un dipolo.

$$\vec{E}(c) = -\nabla V = \underbrace{-\frac{\partial V}{\partial r}, -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \vartheta}}, \underbrace{-\frac{\partial V}{\partial z}}_{=0} \quad \text{coor. cilindriche}$$

z = direz asse dipolo

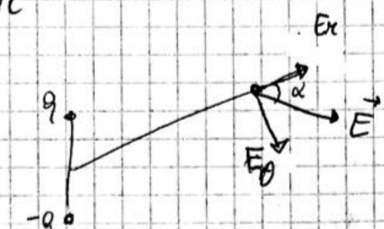
Se punto c lo faccio ruotare intorno all'asse del dipolo, trovo lo stesso valore $\Rightarrow$ simmetria cilindrica.

$$\vec{E}(c) = \left(\underbrace{-\frac{\partial V}{\partial r}, -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \vartheta}}, \underbrace{-\frac{1}{r\,\mathrm{sen}\vartheta}\frac{\partial V}{\partial \phi}}_{=0}\right) \quad \text{polari}$$

sempre uguali a zero

$$E_r(c) = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\vartheta}{r^3} = \frac{2p\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$E_\vartheta(c) = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \vartheta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\,\mathrm{sen}\vartheta$$

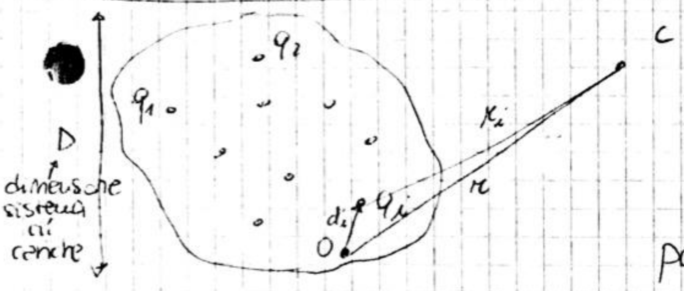


$$\vec{E}(c) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}\left[2\cos\vartheta\,\vec{u}_r + \mathrm{sen}\vartheta\,\vec{u}_\vartheta\right]$$

anch'esso sist. neutro quindi mi aspetto decresca ancora più velocemente

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 240

Se 1 sistema neutro dà origine ad un campo elettrico, possiamo modellizzarlo come un dipolo



r_i generica distanza fra carica i-esima e punto C

$\boxed{D << r_i}$ ⇒ siamo a grande distanza dal sist. di cariche

potenziale $V(C) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_1^N{}_i \frac{q}{r_i}$

Scelgo un punto O come polo della distribuzione di carica.
d_i è la distanza tra O e carica i-esima.

momento di dipolo del sistema di cariche rispetto al punto O $\boxed{\vec{p} = \sum_1^N{}_i q_i \cdot \vec{d}_i}$

$$V(C) = \underbrace{\overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}}^{V_0} + \overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{u}_r}{r^2}}^{V_{dipolo}}} + \dots$$

$Q = \sum_1^N{}_i Q_i$ sommatoria cariche del sistema

il sistema di cariche viene trattato in "approssimazioni di dipolo" → cioè scrivo fino al termine che decresce come $\frac{1}{r^2}$.

A grande distanza il secondo termine è molto più piccolo del primo ⇒ $V_0 >> V_{dip}$ ⇒ $V(C) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$ (trascuro V_{dip})

approssimabile a

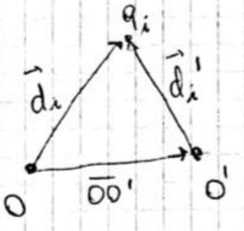
A grande distanza posso considerare come 1 carica puntiforme.

Se il sistema è neutro?

$Q=0$ $\quad V_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad V(C) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\,\vec{u}_r}{r^2}$ $\quad$ (V_{dip}; $\vec{p} = \sum_1^N{}_i q_i \cdot \vec{d}_i$)

Se siamo a grande distanza da 1 sistema neutro è come se fossimo a distanza da un dipolo. Perdiamo ogni info sulla distribuzione di carica originaria. che come unico vincolo deve avere un momento di dipolo $\vec{p}$ pari a quello del sistema di cariche

Il valore del momento di dipolo è indipendente dal polo che ho scelto.



$$\vec{p} = \sum_1^N{}_i q_i \cdot \vec{d}_i = \sum_1^N{}_i q_i(\vec{d}_i' + \vec{OO'}) = \underbrace{\sum_1^N{}_i q_i \vec{d}_i'}_{\vec{p}'} + \underbrace{\sum_1^N{}_i q_i \vec{OO'}}_{0}$$

$\vec{d}_i = \vec{d}_i' + \vec{OO'}$

$\vec{OO'}$ non dipende da i, è sempre =

0 perché $\Sigma q = 0$ se sist. neutro

NON stessa retta d'azione ⇒ generano un momento → sistema ruota

$$\boxed{\vec{M}} = \vec{b} \times \vec{F} - \vec{a} \times q\vec{E} = \underbrace{q\ \vec{a}}_{\vec{p}} \times \vec{E} = \boxed{\vec{p} \times \vec{E}} = -\vec{E} \times \vec{p}$$

↑ dist tra cariche

equilibrio:
- $\hat{\vec{E}\vec{p}} = \pi$ eq. instabile (quindi spontaneamente non ci va il sistema) (antiparallelo)
- $\hat{\vec{E}\vec{p}} = 0$ → equilibrio è stabile quando $\vec{p}$ diventa // al $\vec{E}$; quando $U_e = \min$ ⇒ quando $\hat{pE} = 0$ perché un sistema tende sempre al minimo dell'energia potenziale.

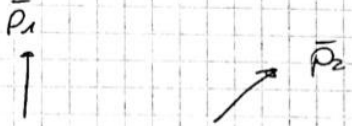
Se $\vec{E}$ non è costante ⇒ sist. cariche non solo ruota, ma ruota e trasla. Prima ruota e tende a spostarsi dove il campo elettrico è più intenso. (e una volta che è // $\vec{E}$)

tutto ciò se $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \neq 0$ → dipolo ruota + trasla
↓ // $\vec{E}$

↳ parallelo a $\vec{E}$ → trasla verso punti a $\vec{E}$ maggiore

Se $\vec{p}$ è antiparallelo a $\vec{E}$, trasla verso punti a campo elettrico $\vec{E}$ minore (quando è in equil. instabile)

Possono interagire tra loro 2 dipoli? (dipoli elettrostatici, quindi cariche in quiete)



Suppongo che il campo $\vec{E}$ me lo veda a generare il dipolo 2.

$U_{e_{1,2}} = -\vec{p}_1 \cdot \vec{E}_2$ U del dipolo 1 immerso nel campo elett del dipolo 2

$U_{e_{2,1}} = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1$ U del dipolo 2 immerso nel campo elett gen dal dipolo 1

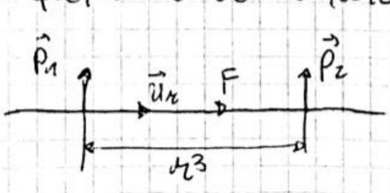
Forza che dipolo 1 riceve dal 2 (subisce il dip ①)

$\vec{F}_{1,2} = -\operatorname{grad} U_{1,2}$

Forza che subisce il dipolo 2

$\vec{F}_{2,1} = -\operatorname{grad} U_{2,1}$

Immaginiamo 2 dipoli paralleli che hanno lo stesso piano mediano. Qual è U del dipolo 2 generato dal campo elett. del dipolo 1?

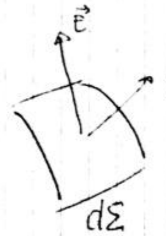


$U_{e_{2,1}}$?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 240

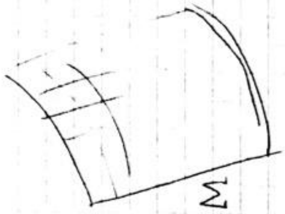
TEOREMA (o legge) di GAUSS

08. 10. 2015



FLUSSO $d\Phi(\vec{E}) \overset{def}{=} \vec{E}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma$

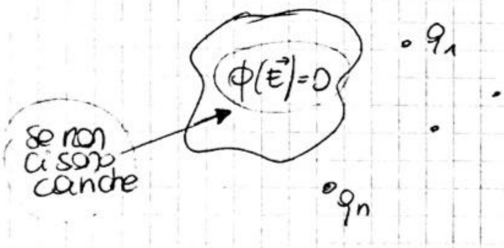
integro su tutto



$$\Phi(\vec{E}) = \int_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma$$

def Se prendo una superficie chiusa, il flusso del campo elettrico attraverso questa è uguale alla somma algebrica delle cariche racchiuse nella superficie diviso la costante dielettrica nel vuoto.

Legge di Gauss $\Rightarrow$ $$\boxed{\int_{\Sigma\, chiusa} \vec{E}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i}{\varepsilon_0}}$$



T. Gauss rappresenta un legame tra campo elettrico e la sua sorgente.
T. Gauss vale sempre, non solo quando è elettrostatico.

Se voglio sapere in ogni punto il legame tra campo elettrico e sua sorgente?
Introduco l'operatore "divergenza" → si applica ai vettori ⇒ e ho uno scalare.

divergenza del campo elettrico: $\boxed{div\,\vec{E} = \nabla\cdot\vec{E}}$

La esprimiamo in coord. cartesiane $\Rightarrow$ $div\,\vec{E} = \nabla\cdot\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$

TEOREMA DELLA DIVERGENZA

Il flusso di un campo vettoriale (elettrico) attraverso una superficie chiusa è uguale all'integrale della divergenza di questo campo effettuato sull'intero volume racchiuso da questa superficie chiusa.

$$\boxed{\int_{\Sigma\, chiusa} \vec{E}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma = \int_V div\,\vec{E}\, dV}$$

$\Rightarrow \vec{E} = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}\vec{u}_r \quad (r<R)$

metto insieme

(P') $\vec{E}$ sempre $/\!/ \ \vec{u}_r$
$\vec{E}$ sempre costante $\quad \Rightarrow$ trovo $\quad \phi(\vec{E}) = E4\pi r^2$

carica in solo sfera di partenza

$= \dfrac{\int \rho\, dV}{\varepsilon_0} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{\varepsilon_0}$ carica complessiva

ma la carica è $\neq 0$ solo all'interno della zona di partenza, fuori no sfera

$E4\pi r^2 = \dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \dfrac{4\pi\rho R^3}{3\, 4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$ $\rightarrow q$

all'interno sfera $\vec{E}$ cresce linearmente con la distanza
all'esterno decresce con il quadrato della distanza

mi ricorda coulomb

campo che avrei come se ci fosse una carica puntiforme al centro della sfera

Se la distr. di carica ha simmetria sferica, la posso sostituire con una carica puntiforme al centro della sfera.

$$\vec{E} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r \quad r>R$$

potenziale:

$$V = -\int \vec{E}\cdot ds$$

cost d'integrazione perché integrale indef.

$r>R \rightarrow \quad V = -\int \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\underbrace{\vec{u}_r\cdot d\vec{s}}_{dr} = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\cdot\dfrac{1}{r} + \text{cost}$

Se moltiplico sopra e sotto per 4π, ritrovo il fatto che sia come quello di una carica puntiforme.

$V(r\to\infty) = 0 \Rightarrow \text{cost} = 0 \Rightarrow \quad V = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}$

$r<R \longrightarrow \quad V = -\int \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}\underbrace{\vec{u}_r\cdot d\vec{s}}_{dr} = -\dfrac{\rho r^2}{6\varepsilon_0} + \text{cost}'$

Sfrutto la continuità del potenziale $\Rightarrow$ se mi metto a $r=R$, le due formule del potenziale mi devono dare lo stesso risultato:

$r=R \rightarrow \quad \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 R} = -\dfrac{\rho R^2}{6\varepsilon_0} + \text{cost}' \longrightarrow \text{cost}' = \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}$

potenziale

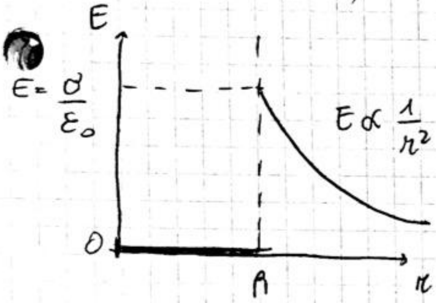
$\boxed{r>R}$ $\quad V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}\underbrace{(\vec{u}_r \cdot d\vec{s})}_{dr} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r} + cost$

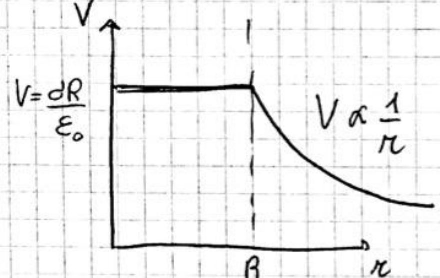
$r \to \infty \quad V \to 0 \quad cost = 0 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r}$

$\boxed{r<R}$ potenziale è costante perché è l'integrale del campo elettrico, che è zero. $\Rightarrow$ $V = cost'$

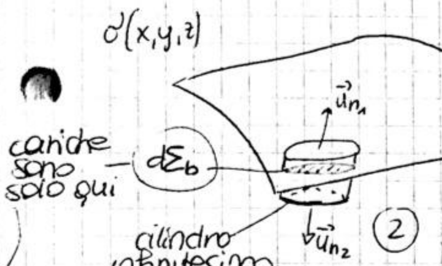
è uguale alla formula che ottengo da $r=R$

$\Rightarrow \quad \frac{\sigma R^{\cancel{2}}}{\varepsilon_0 \cancel{R}} = cost' \longrightarrow cost' = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} = V$





Superficie qualsiasi con una densità di carica in funzione del punto.
Cosa succede al campo elettrico quando flusso attraversa la superficie



che attraversa la superficie
$\Rightarrow$ così anche se la " non è piatta, ho le facce parallele alla superficie

$\sigma R \gg dh$ $\quad$ h è molto piccolo rispetto al raggio

flusso attraverso le 2 superfici di base e laterale: $\quad b_1$ e b_2, ℓ

$d\Phi(\vec{E}) = d\Phi_{\Sigma b_1}(\vec{E}) + d\Phi_{\Sigma b_2}(\vec{E}) + d\Phi_{\Sigma \ell}(\vec{E})$

$= \vec{E}_1 \cdot \vec{u}_{n_1}\, d\Sigma_b + \vec{E}_2 \cdot \vec{u}_{n_2}\, d\Sigma_b + \underbrace{\vec{E}\cdot\vec{u}_{n_\ell}\, d\Sigma_\ell}_{=0}$

perché ℓ è trascurabile se $dR \gg dh$

posso anche dire che $\vec{u}_{n_2} = \vec{u}_{n_1}$
$\vec{E}_1 \cdot \vec{u}_{n_1}$ = componente normale del campo
(me lo dice il prod. scal.
$\to$ come se proietto E lungo la normale)

$= E_{1n}\, d\Sigma_b - E_{2n}\, d\Sigma_b$

$= (E_{1n} - E_{2n})\, d\Sigma_b$

flusso è anche uguale a:

$\Rightarrow d\Phi(\vec{E}) = \frac{\sigma\, d\Sigma_b}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 240

Relazione che lega il potenziale con la sua sorgente (la carica).

$\nabla \vec{E}$ (divergenza) sostituisco $\vec{E}$ con $-\nabla V$

$\Rightarrow \nabla \cdot \nabla V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ ~~$\to \nabla^2 V$~~

$\boxed{\nabla^2}$

Lo operatore laplaciano:
applicato a un vettore mi da' ancora un vettore
a uno scalare mi da' " uno scalare

Componenti (per es. col potenziale):

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$\to$ visto che le equaz. sono tutte lineari ($\vec{E}$ e V) allora vale sempre il principio di SOVRAPPOSIZIONE.

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$$

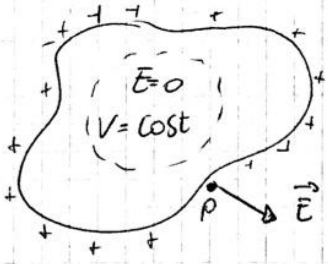
$$\Rightarrow \boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

EQUAZIONE DI POISSON / mette in relazione in ogni punto dello spazio (perché ρ cambia da punto a punto) il potenziale e la carica

se carica $= 0 \Rightarrow \rho = 0 \to \boxed{\nabla^2 V = 0}$ EQUAZIONE DI LAPLACE

La superficie del conduttore è una <u>superficie equipotenziale</u>.

Quanto vale il campo elettrico in un punto P prossimo alla superficie? $\vec{E} \perp$ alle superfici equipotenziali. Ha <u>solo</u> la <u>componente normale</u>. Se subisce una discontinuità (abbiamo visto) $\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow$



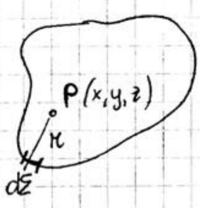
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_n}$$

<u>Teorema di Coulomb</u>
dice quanto vale il campo elettrico di una carica in prossimità conduttore

<u>CAPACITA'</u>

$$\boxed{C = \frac{q}{V}} \quad \left(\frac{\text{carica}}{\text{potenziale}}\right)$$

$$q = \int_\Sigma \sigma(x,y,z)\, d\Sigma$$



Se raddoppio la carica

$$q \rightarrow 2q \qquad 2q = \int_\Sigma 2\sigma(x,y,z)\, d\Sigma$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma(x,y,z)\,d\Sigma}{r} \qquad r \rightarrow \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$$

$$2V \Leftarrow 2\sigma$$

$$C' = \frac{2q}{2V} = \frac{q}{V} = C$$

anche se raddoppio la carica, la capacità non cambia.
$\Rightarrow$ La capacità non <u>dipende</u> da <u>carica</u> e <u>potenziale</u>

Da cosa dipende?
1) Dalla <u>FORMA</u> del conduttore
2) Dalle <u>DIMENSIONI</u> del conduttore
3) Dalla <u>COSTANTE DIELETTRICA</u> del <u>MEZZO</u> in cui si trova il conduttore

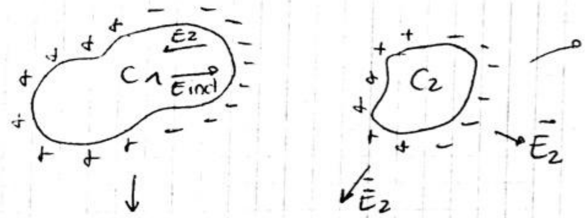
$$[C] = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad},\ F$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 240

movimento di cariche, che cessa quando $E_{tot} = 0$

$\vec{E}_2 + \vec{E}_{ind} = 0$ tempo $\boxed{\tau \cong \frac{d}{c}}$ → d: dimensione C_1, c: velocità luce

Se C_2 fosse un conduttore ⇒ la ridistribuzione di cariche su C_1 genera una ridistribuzione anche su C_2.

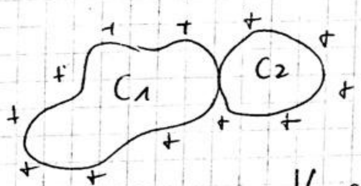


per C_2: $\Sigma q + q_{ind} = \Sigma q$

$\Sigma q_{indotte} = 0$

Dopo ridistribuz torna ad essere scarico

Se li metto a contatto

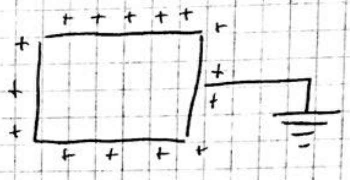


$V = cost$

la carica che era su C_2 si va a ridistribuire sul nuovo conduttore (> dove R_{curvat} < ecc..) e la carica totale sarà quella che c'era su C_2.
Il potenziale è lo stesso ⇒ si portano allo stesso potenziale (≠ da quelli di partenza).

Messa a terra

involucro lavatrice in metallo, malfunzionamento porta cariche su questa lavatrice. Involucro e terra sono in contatto quindi le cariche si ridistribuiscono e vanno tutte sulla terra.

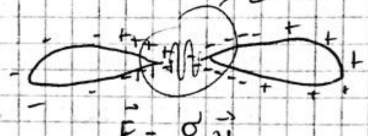


Se non c'è la messa a terra se una persona tocca una lavatrice carica, prende la scossa perché diventa lei la messa a terra.

Elettrodi

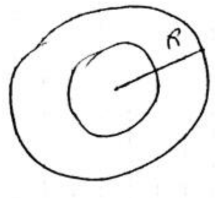
sono sempre a punta. Sono 2 conduttori, e le carica si addensa in prossimità della punta. Carico uno, l'altro si carica per induzione.

$\vec{E}$ molto intenso



$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u}_n$

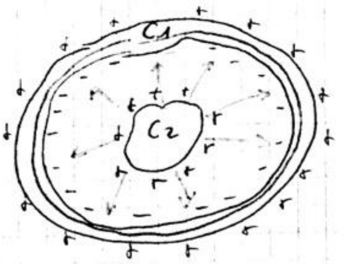
Aria è un isolante ma, se $\vec{E}$ molto intenso, diventa un conduttore e ho la scarica → scintilla.



$V_{sfera} = V_{sfera\ cava}$ — Sistema sempre ha lo stesso potenziale anche se sfera cava

$\Rightarrow \boxed{C_{sfera} = C_{sfera\ cava}}$

Posizioniamo all'interno della cavità un altro conduttore a- lo carico



Ci aspettiamo si carichi anche C_1:
- sulla superf interna di C_1 cariche neg
- esterna pos

$\Rightarrow$ somma cariche indotte deve essere $= 0$

Ma quante neg e quante pos?

Scelgo una superf chiusa che passa per C_1.
flusso deve essere $= 0$ perché $E = 0$ in C_1

$$\phi(\vec{E}) = 0 = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0} = \frac{q_{C_2} + q_{ind\ neg\ C_1}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow q_{ind\ neg\ C_1} = -q_{C_2}$$

$\rightarrow$ trovo lo stesso valore che trovo su C_2 cambiato di segno

Carica indotta = carica inducente. in modulo

$\hookrightarrow$ avviene quando sono in induzione elettrostatica completa
cioè tutte le linee di forza del campo elettrico generato da un conduttore terminano sull'altro conduttore.

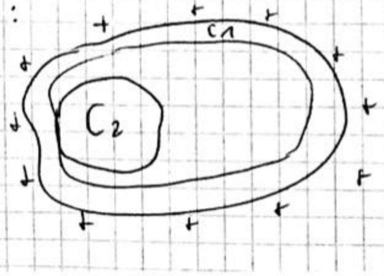
$$\sum q_{ind} = 0 \rightarrow q_{ind\ pos\ C_1} = +q_{C_2}$$

$(q_{ind\ pos} + q_{ind\ neg})$

Come si distribuiscono le cariche dipende dalla posizione dei conduttori e dalla forma delle superfici.

Come si distribuiscono le cariche su superf esterna di C_1 non dipende dalla cavità e quelle nella superf interna non dipe da quella esterna.

Nel caso:



Cariche si ridistribuiscono su C_1

Nella cavità non rimane più nulla.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 240

Ora il potenziale di C_1 potrà dipendere anche da quello in C_2

$$V_1 = a_{11} q_1 + a_{12} q_2$$

fattore che mi dice come C_2 influenza C_1

$$V_2 = a_{21} q_1 + a_{22} q_2$$

→ il conduttore C_1 influenza allo stesso modo C_2

⇒ matrice simmetrica

⇒ $a_{12} = a_{21}$

$$\Rightarrow \quad V_1 = a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + \ldots + a_{1n} q_n$$
$$V_2 = a_{21} q_1 + a_{22} q_2 + \ldots + a_{2n} q_n$$
$$\vdots$$
$$V_n = a_{n1} q_1 + a_{n2} q_2 + \ldots + a_{nn} q_n$$

simmetria: $a_{ij} = a_{ji}$

è la matrice dei coefficienti di potenziale

i termini della diagonale principale sono sempre maggiori degli altri: $a_{ii} > a_{ij}$

la carica del primo conduttore C1:

$$q_1 = C_{11} V_1 + C_{12} V_2 + \ldots + C_{1n} V_n$$
$$\vdots$$
$$q_n = C_{n1} V_1 + C_{n2} V_2 + \ldots + C_{nn} V_n$$

sulla diagonale
- C_{ii} = coefficienti di capacità

fuori
- C_{ij} = coefficienti di induzione

$C_{ij} = C_{ji}$

la matrice dipende dalla forma e dimensione dei conduttori, dal mezzo in cui si trovano e da come sono sistemati i conduttori nel sistema.

$$V_1 = a_{11} q_1 + a_{12} q_2$$
$$V_2 = a_{21} q_1 + a_{22} q_2$$

Se 2 condutt. in induz elett. completa: (ossia un condensatore)

con $q_1 = q$ (uno carico pos), $q_2 = -q$ (uno carico neg)

$$\Rightarrow \quad V_1 = a_{11} q - a_{12} q$$
$$V_2 = a_{12} q - a_{22} q$$

perché è simmetrica

possiamo sottrarli

$\underbrace{V_1 - V_2}$ > 0 perché V_1 è a potenziale maggiore perché è quello carico positivamente

potenz di quello carico pos − quello carico neg.

$$V_1 - V_2 = \underbrace{(a_{11} - 2a_{12} + a_{22})}_{\frac{1}{C}} q$$

$\frac{1}{C}$ inverso della capacità del condensatore

⇒ la carica sui 2 conduttori $q = C(V_1 - V_2)$ ⇒ $\boxed{C = \dfrac{q}{V_1 - V_2}}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 240

$$q = \int_{\Sigma} \sigma \, d\Sigma = \sigma \Sigma$$

→ area delle armature → solo la parte affacciata sull'altro.

σ costante perché armatura piana

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma \Sigma}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 \Sigma}{d}}$$

C non dipende da densità di carica

Capacità dipende da:
- costante dielettrica del mezzo
- area delle armature (dimensioni condensatore)
- distanza dei conduttori

Condensatore a capacità variabile: può variare l'area (1) o la distanza (2).

- (1) si fa in modo che una sliti in modo che siano sfasati
  → conta l'area della superficie affacciata sull'altro conduttore
- (2) non si può aumentare troppo perché due.

Utilizzati nei circuiti di sintonizzazione.

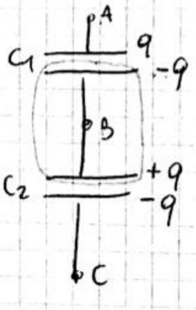
Se ci serve un condensatore a capacità fissa conviene combinare i condensatori in modo da creare un sistema equivalente che abbia la capacità che noi desideriamo → colleghiamo in serie o parallelo

SERIE

Hanno una armatura in comune: + stessa carica

→ 2ª armatura del 1° direttam. collegata alla 1ª del 2°

formano un unico conduttore



carico il primo con una carica q, il secondo ⇒ $-q$

$$V_A - V_B = \frac{q}{C_1}$$

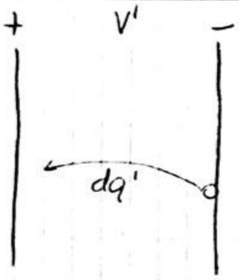
$$V_B - V_C = \frac{q}{C_2}$$

sommo:

$$\Rightarrow \boxed{V_A - V_C = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}$$

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{eq}}$$

→ Capacità equivalente della serie



Ipotizziamo a sia una diff. di potenziale V' $(=V_1-V_2)$ fra le due armature.
Prendo una carica infinitesima su arm. carica neg. e la porto su arm. carica pos. $V=Ed$

$dqV = dqEd$
$dqV = dFd = dW$

condens carico $\boxed{dW = V'dq'}$

$$W = \int_0^q V'dq' = \int_0^q \frac{q'}{C}dq' = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV$$

situaz iniziale: condens completamente scarico

non varia

$\left(q = CV \quad C = \frac{q}{V}\right)$

U_e

Che fine fa il lavoro utilizzato?
Diventa energia accumulata nel condensatore stesso.
U_e = ho energia potenziale elettrostatica accumulata nel condensatore
(Condensatore = accumulatore di energia)

La carica è la responsabile della diff. di pot ⇒ legata all'energia

Riusciamo a legare l'Energia presente in un certo spazio con il campo elettrico?

valuto condensatore piano ⇒ d sempre =

$$U_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2\Sigma^2}{\frac{\varepsilon_0\Sigma}{d}} = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0}\Sigma d = \frac{1}{2}\varepsilon_0\underbrace{\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}}_{E^2}\underbrace{\Sigma d}_{Vol} \Rightarrow$$

E^2 campo elettrico

Vol racchiuso dalle armature

$$U_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 Vol$$

$$\frac{U_e}{Vol} = \boxed{u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

densità di energia per unità di volume

In ogni punto dello spazio in cui si trova un campo elettrico, in quel punto c'è una densità di energia elettrica pari a u_e → varia da punto a punto. ⇒ dove abbiamo un campo elettrico → lì c'è una densità di energia.

$$\boxed{u_e(x,y,z) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(x,y,z)}$$

$\frac{J}{m^3}$

Energia contenuta in un volume:

$$U_e = \int_{Vol} u_e(x,y,z)\, dVol$$

$E(x,y,z)$

48

20.10.15

$$E_K = \frac{E_0}{K} \longrightarrow E_0 - E_K = E_0 - \frac{E_0}{K} = \frac{K-1}{K} E_0$$

ancora un numero puro → $K-1 = \chi$ (chi) → suscettività elettrica

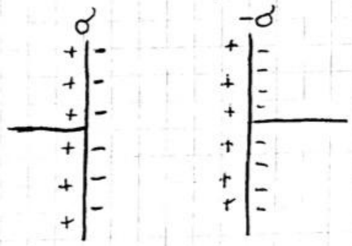
$$E_K = E_0 - \frac{K-1}{K} E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{K-1}{K}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

→ σ_p (ancora numero puro) *

σ = densità carica armature

in un condens. ad armature piane parallele:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



Nuova carica con densità σ_p è distribuita sulla superficie del condensatore, con segno opposto.

Campo elett. sul dielettrico dato da due cariche σ e σ_p distribuita con segno opposto a σ

* campo elettrico è diminuito: $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ - qualcosa.

Ma c'è qualcosa che è aumentata: capacità del condensatore C_K

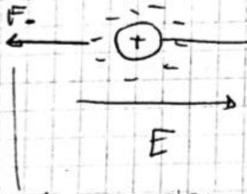
$$C_K = \frac{q}{V_K} = \frac{Kq}{V_0} = K C_0$$

→ C_0 capacità del condens. nel vuoto

Cosa succede in un dielettrico immerso in un campo elettrico?
Subisce un processo di POLARIZZAZIONE.
σ_p quindi sta per "densità di carica di polarizzazione"
Ce ne sono vari tipi:

POLARIZZAZIONE ELETTRONICA O PER DEFORMAZIONE (per tutte le sostanze)

Atomi: Nucleo carica pos, nube e^- carica neg.



→ tende a spostare nucleo (agisce su nucleo)

Forze dovute a campo elettrico esterno

tende a spostare nube elettroni in senso opposto

⇒ centro delle cariche positive non coincide con il centro cariche negative

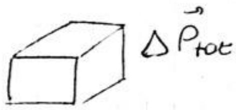
(poi agiscono forze attrattive e processo si arresta)

⇒ è un DIPOLO

50

- Momento di dipolo per unita' di volume:

$$\bar{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \bar{P}_{tot}}{\Delta V} = \frac{\text{mom. dipolo totale}}{\text{volume}}$$



POLARIZZAZIONE

$$= \frac{d\bar{P}_{tot}}{dV}$$ → posso andare a considerare un volume infinitesimo.

può variare da punto a punto ⇒ ecco perché prendo un volume infinitesimo

$$\bar{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \bar{P}_{tot}}{\Delta V} = \frac{d\bar{P}_{tot}}{dV} = \frac{d(N\langle\bar{p}\rangle)}{dV} = \frac{dN}{dV}\langle\bar{p}\rangle = n\langle\bar{p}\rangle$$

n° entità elementari per unità di volume

indipendentemente da come si sia formato il mom. dipolo → momento di dipolo medio

Se il dielettrico e' ISOTROPO:
la polarizzazione e' // campo elettrico
la costante di proporzionalità e' $\varepsilon_0 \chi$

$$\boxed{\bar{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}}$$

stesso direz e verso

(Materiali isotropi: es. quelli amorfi)

$$[P] \to \frac{C \cdot m}{m^3} = \frac{C}{m^2}$$

POLARIZZAZIONE UNIFORME

$\bar{P} = cost$ in tutti i punti del dielettrico
impone che il dielettrico sia omogeneo e che il campo elettrico sia costante in tutti i punti.

Suddivido il mio dielettrico in parti infinitesime, prendo un cubetto infinitesimo che ha un momento dipolo proprio $d\vec{p}$

$$d\vec{p} = \vec{P} dV = \vec{P}\, dh\, d\Sigma = P\, d\Sigma\, d\vec{h}$$

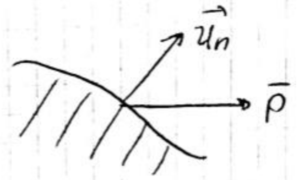
$d\Sigma$ = area di base

$\vec{P} \parallel d\vec{h}$ quindi posso trasportare vettore su $d\vec{h}$

dh = altezza

$d\vec{h}$ vettore

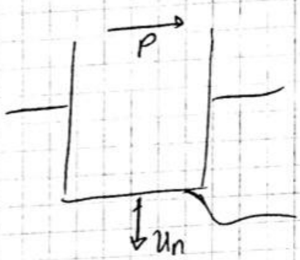
Non e' detto che la superficie del dielettrico sia sempre diretta $\perp$ alla polarizzazione.



Posso ipotizzare ci siano cariche di polarizz distribuite sulla superficie => la densita' di cariche di polarizzazione diventa: $\boxed{\sigma_p = \bar{P} \cdot \bar{u}_n}$ prodotto scalare tra polarizz e la normale.

Se $\bar{P} \parallel \bar{u}_n \Rightarrow \sigma_p = P$

$\bar{P}$ antiparallelo $\bar{u}_n \Rightarrow \sigma_p = P \underbrace{\cos \pi}_{-1} = -P$

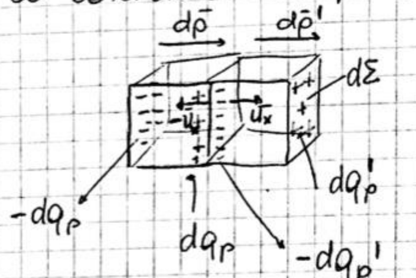


su questa superficie del dielettrico $\sigma_p = 0$ perché $\bar{u}_n \perp \bar{P}$

Se la polarizzazione non e' uniforme cosa succede?

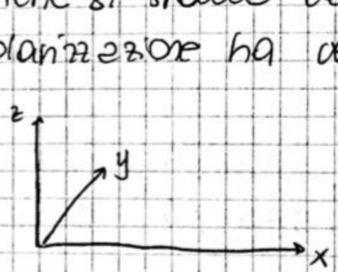
POLARIZZAZIONE NON UNIFORME

Se considero 2 parallelepipedi infinitesimi adiacenti del dielettrico.



=> non posso più dire che hanno lo stesso momento di dipolo.
=> le cariche sulle superfici cambiano da un parallelepipedo all'altro

All'interfaccia la carica netta NON e' più $=0$ ma $dq_p - dq_p'$ $(\neq 0)$
=> ci sono cariche anche all' interno del dielettrico
-> le cariche si stanno depositando su piani $\parallel$ piano yz e la polarizzazione ha verso $\parallel x$



normale a superf

$$dq_p - dq_p' \neq 0 = \bar{P} \cdot \bar{u}_x \, d\Sigma + \bar{P}' \cdot (-\bar{u}_x) \, d\Sigma =$$

$$= P_x \, d\Sigma - P_x' \, d\Sigma =$$

carica = densità carica · superficie

$\hookrightarrow P \cdot u_x = \sigma_p$

Es Condensatore a armature piane //
lastra all'interno con costante dielett relativa $K = 5.4$

$C = 100\ pF \quad (1pF = 10^{-12} F)$

$\Sigma = 100\ cm^2$ area armature

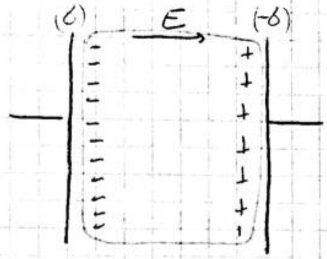
carica libera sulle armature

diff potenz. $V = 50\ V \qquad \bar{E} = ? \quad q_{lib} = ? \quad q_p = ?$

(Se dielettrico è omog e isotropo posso usare formule per l'elettrostatica del vuoto e sostituisco ε_0 con $\boxed{\varepsilon_0 K = \varepsilon}$ → costante dielettrica assoluta del materiale

$[\varepsilon] = \frac{F}{m}$

$\bar{E} = ?$ Nel condensatore



E ⊥ armature come nel vuoto perché dielettrico omog e isotropo

$\Rightarrow E = \frac{V}{d} \qquad C = \frac{K\varepsilon_0 \Sigma}{d}$

$d = \frac{\varepsilon_0 K \Sigma}{C} \Rightarrow E = \frac{VC}{\varepsilon_0 K \Sigma}$

oppure $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K} = \frac{q_{lib}}{\Sigma \varepsilon_0 K} = \frac{CV}{\Sigma \varepsilon_0 K}$ $\quad 5 \cdot 10^{-9} C$

polarizzazione // $\vec{E}$ ed è uniforme $\Rightarrow \rho_p = 0$

$\sigma_p = \bar{P} \cdot \bar{u}_n \qquad \bar{P} = \varepsilon_0 \chi \bar{E} = \varepsilon_0 (K-1) \bar{E}$

$\Rightarrow q_p = \sigma_p \Sigma = 4{,}09 \cdot 10^{-9} C \qquad (< q_{lib})$

carica solo sulle superfici ⊥ $\bar{P}$

22.10.15

RICHIAMI DIELETTRICI

Polarizzazione, $\vec{P}$ = momento di dipolo per unità di volume

- dielettrico isotropo $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$
- polarizzazione uniforme $\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{u}_n$
- polarizzazione non uniforme $\begin{cases} \sigma_p = \bar{P} \cdot \bar{u}_n \\ \rho_p = -\mathrm{div} \bar{P} \end{cases}$
- bisogna tener conto delle cariche di polarizzazione per calcolo potenziale, campo elettrico...

- $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \longrightarrow \vec{E} = \dfrac{\vec{P}}{\varepsilon_0 \chi}$ ← se dielettrico è <u>isotropo</u>

$\vec{D} = \varepsilon_0 \dfrac{\vec{P}}{\varepsilon_0 \chi} + \vec{P} = \dfrac{1+\chi}{\chi} \cdot \vec{P} \quad \Rightarrow \quad \vec{D} \parallel \vec{P}$

$\operatorname{div} \vec{D} = \operatorname{div} \left[\left(\dfrac{1+\chi}{\chi} \right) \cdot \vec{P} \right]$

se dielettrico è <u>omogeneo</u> χ = costante

all'interno del dielettrico $\quad \operatorname{div} \vec{D} = 0$

$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{P} = 0 \longrightarrow \rho_P = 0$

anche se $\vec{P} \neq$ costante

(se $\chi \neq$ cost ciò non avviene)

$\bar{D}$ e $\bar{P}$ devono avere la stessa unità di misura perché χ è adimensionale

$[D] \longrightarrow \dfrac{C}{m^2}$

DIELETTRICI ANISOTROPI

$K, \chi \xrightarrow{\text{diventano}}$ TENSORI : matrici 3x3

dovuto al fatto che $\vec{D}$ e $\vec{P}$ non sono più paralleli

$P_x = \varepsilon_0 \left[\chi_{xx} E_x + \chi_{xy} E_y + \chi_{xz} E_z \right]$

$P_y = \varepsilon_0 \left[\chi_{yx} E_x + \chi_{yy} E_y + \chi_{yz} E_z \right]$

$P_z = \varepsilon_0 \left[\chi_{zx} E_x + \chi_{zy} E_y + \chi_{zz} E_z \right]$

La matrice è simmetrica $\Rightarrow \chi_{ij} = \chi_{ji} \longrightarrow \chi_{xy} = \chi_{yx}$

$D_x = \varepsilon_0 \left[(1+\chi_{xx}) E_x + \chi_{xy} E_y + \chi_{xz} E_z \right]$

$D_y = \varepsilon_0 \left[\chi_{yx} E_x + (1+\chi_{yy}) E_y + \chi_{yz} E_z \right]$

$D_z = \varepsilon_0 \left[\chi_{zx} E_y + \chi_{zy} E_y + (1+\chi_{zz}) E_z \right]$

La matrice è sempre simmetrica e componenti fuori dalla diagonale sono uguali per la suscettività χ e per K

$\chi_{ij} = \chi_{ji} \qquad K_{ij} = \chi_{ij} \qquad K_{ii} = \chi_{ii} + 1$

Quando faccio prod. scalare proietto un vettore in direzione di u_n
Quindi prendo la componente normale di D

$$\Rightarrow d\phi(\bar{D}) = \bar{D}_1 \cdot \bar{u}_{n1} \cdot d\Sigma_b + \bar{D}_2 \cdot \underbrace{\bar{u}_{n2}}_{-\bar{u}_{n1}} d\Sigma_b = D_{1n} - D_{2n} = 0$$ perché ci sono solo cariche di polarizzazione

$$\Rightarrow \boxed{D_{1n} = D_{2n}}$$ $\Rightarrow$ si conserva la componente normale di D.

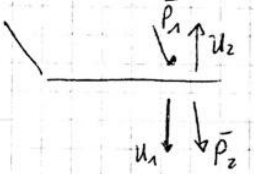
$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$

Sulla componente tangenziale di D non possiamo dire niente

$\hookrightarrow$ $\varepsilon_0 E_{1n} + P_{1n} = \varepsilon_0 E_{2n} + P_{2n}$ ← proietto in direzione normale

$$\varepsilon_0 (E_{2n} - E_{1n}) = P_{1n} - P_{2n} \longrightarrow \sigma_{p1} + \sigma_{p2}$$

$P_{1n} = \vec{P}_1 \cdot \vec{u}_{n1}$, $\quad P_{2n} = \vec{P}_2 \cdot \vec{u}_{n2}$



(il meno nella formula viene dal prod. scalare perché l'angolo e' ottuso)

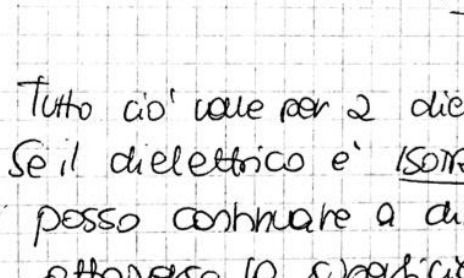
$$\Rightarrow \boxed{E_{2n} - E_{1n} = \frac{\sigma_{p1} + \sigma_{p2}}{\varepsilon_0}}$$ c.v.d.

$\hookrightarrow$ discontinuita' di $\vec{E}$

Tutto cio' vale per 2 dielettrici qualsiasi.
Se il dielettrico e' ISOTROPO:
posso continuare a dire che la componente tang. del $\vec{E}$ si conserva attraverso la superficie: $E_{1t} = E_{2t}$ e che la componente normale di $\vec{D}$ si conserva $D_{1n} = D_{2n}$

$$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \longrightarrow \frac{D_{1t}}{\underset{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1}} = \frac{D_{2t}}{\varepsilon_2} \longrightarrow \frac{D_{1t}}{K_1} = \frac{D_{2t}}{K_2}$$

$$D_{1n} = D_{2n} \Longrightarrow \underset{\varepsilon_0 K_1}{\varepsilon_1} E_{1n} = \underset{\varepsilon_0 K_2}{\varepsilon_2} E_{2n} \longrightarrow K_1 E_{1n} = K_2 E_{2n}$$



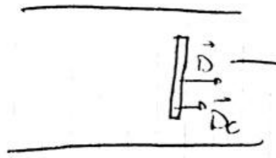
← superf. separazione tra i 2 dielettrici ① e ②

- $E_1 \operatorname{sen}\vartheta_1 = E_2 \operatorname{sen}\vartheta_2$
- $K_1 E_1 \cos\vartheta_1 = K_2 E_2 \cos\vartheta_2$ dividio

LEGGE DELLA RIFRAZIONE DELLE LINEE DI FORZA DEL CAMPO ELETTRICO

$$\frac{tg\vartheta_1}{K_1} = \frac{tg\vartheta_2}{K_2} \longrightarrow \boxed{\frac{tg\vartheta_1}{tg\vartheta_2} = \frac{K_1}{K_2}}$$

dielettrico isotropo



sfrutto che la componente normale di D si conserva
$\Rightarrow \vec{D}_c = \vec{D}$ dielettrico perché $\vec{D}$ diretto $\perp$ superficie

$$\vec{D}_c = \vec{D}_{dielettrico}$$
$$\downarrow$$
$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon}$$

ENERGIA ELETTROSTATICA IN PRESENZA DI DIELETTRICO

densità energia nel vuoto: $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

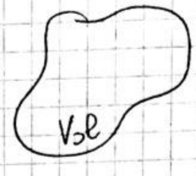
Se siamo in un dielettrico isotropo: $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

anche nel dielettrico

$$u_e(x,y,z) = \frac{1}{2}\varepsilon E^2(x,y,z)$$ ← vale in modo puntuale

$$D = \varepsilon E \Rightarrow u_e = \frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon} = \frac{1}{2}DE$$

Energia ⇒ integriamo densità sul volume



$$U_e = \int_{Vol} u_e(x,y,z)\, dVol$$

└→ en. elettrostatica nel volume Vol con dielettrico

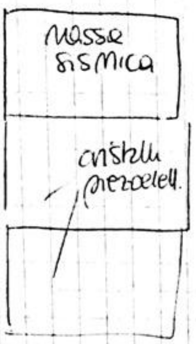
Per generare un campo elettrico in un condensatore con dielettrico compio PIÙ Lavoro perché devo fornire energia per caricarlo (anche cariche polarizzate).
Senza dielettrico → solo lavoro per la distribuz. di carica libere
Con → anche lavoro per polarizzazione → + Energia immagazzinata

Dielettrico qualsiasi (anisotropo) $u_e = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$

(se isotropo: $\vec{E} \parallel \vec{D} \Rightarrow u_e = \frac{1}{2}DE$ → moduli)

RIGIDITÀ DIELETTRICA → è il massimo valore di campo elettrico che possono sopportare i dielettrici rimanendo isolanti
(Tabella 5.1)
⇒ max valore di $\vec{E}$ che può essere applicato a un dielettrico senza che avvengano scariche al suo interno

(1)



Se la terra si muove con 1 terremoto verso l'alto, massa sism tende a rimanere ferma => verso il basso e schiaccia i cristalli piez., li deforma e si forma carica sulle superfici. Misurando la carica formata → vedo quanto è stato potente la scossa.

(2) Nanoposizionatori

Microscopi elettronici - se vogliamo fare spostamenti molto piccoli per studiare un materiale → agiamo sul materiale piezoelettrico (attaccato al materiale campione da studiare) con un campo elettrico => si deforma il materiale piez => si deforma anche quello attaccato

Orologi a quarzo → si entra in un sistema di risonanza
Deformazione → polarizz → deform → pol ... ec..

$\vec{E} = E_0 \operatorname{sen} \omega t \, \vec{u}_x$ ← Se campo elettrico non è costante

pulsazione $\omega = 2\pi\nu$ → $\sim THz = 10^{12}\ Hz$ → acqua $K \neq 80$
$K \sim 1,75$

Ad alte frequenze le costanti dielettriche dei materiali che avevano 1 polarizzaz per orientamento diminuiscono drasticamente perché " scompaiono.

forno a microonde $\sim$ 2,45 GHz

dipoli dell'acqua iniziano a ruotare e "sfregano" uno contro l'altro → attrito → si scaldano e così anche le molecole attorno, a cui molecole H_2O cedono E cinetica => > Temperatura => cibo si scalda

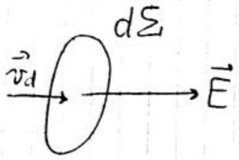
Es di gabbia di Faraday → per impedire che il campo onde esca.
L per le microonde

64

intensità di corrente è sempre uno scalare.

Ragioniamo per un portatore di carica qualsiasi, qual è la relazione con la corrente?

Prendo una superficie infinitesima



Se c'è un campo elettrico le cariche hanno acceleraz. ⇒ acquisiscono una certa <u>velocità di deriva</u> (nel di trascinamento)

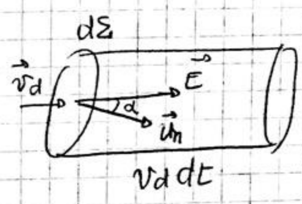
molto + piccola della velocità di agitazione termica (che comunque c'è sempre)

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \longrightarrow \vec{v}_d \text{ velocità di deriva}$$

$q>0 \quad \vec{v}_d \parallel \vec{E}$

$q<0 \quad \vec{v}_d$ antiparallela a $\vec{E}$

la carica che passa nel tempo dt è la carica che passa nel cilindro di base $d\Sigma$ e altezza di modulo $v_d dt$



$$dq = q_+ n_+ Vol = q_+ n_+ d\Sigma\, v_d dt \cos\alpha$$

carica del portatore

numero di portatori per unità di volume

volume cilindro non retto

$\bar{J}$

$$\boxed{\bar{J} = q_+ n_+ \bar{v}_d}$$

<u>DENSITÀ DI CORRENTE</u> (per unità di superficie)

↓ vettore

stesso direz di v_d, ma verso dipende dalla carica:

$\bar{J} \parallel \bar{v}_d$ se $q>0$

$\bar{J}$ antiparallela $\bar{v}_d$ se $q<0$

$$\Rightarrow dq = q_+ n_+ d\Sigma\, v_d\, dt\cos\alpha = J\, d\Sigma\, dt\cos\alpha$$

$$di = \frac{dq}{dt} = J\, d\Sigma\, \cancel{dt} \cos\alpha = \underbrace{\vec{J}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma}_{d\phi(\vec{J})}$$

$\parallel \vec{v}_d \Rightarrow \parallel \vec{E}$

$d\phi(\vec{J})$ flusso infinitesimo di J attraverso $d\Sigma$

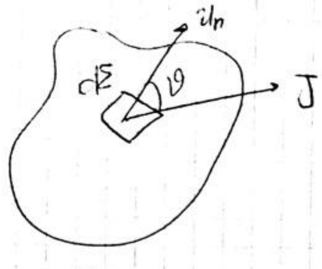
⇒

intensità di corrente infinitesima $= d\phi(\vec{J})$ → la lego a carica, n° portatori, velocità di deriva,

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 240

Si sommano! $\Rightarrow$ $\bar{J} = q_+ n_+ \bar{v}_{d+} + q_- n_- \bar{v}_{d-}$

Se ne ho 3 tipi (es. gas ionizzato: ioni$\oplus$, ioni$\ominus$, $e^{\ominus}$) $\rightarrow$ li sommo tutti perché sono termini paralleli che si vanno a sommare.



Σ_{chiusa}

$d\phi(\bar{J}) = \bar{J} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma$ >0 $0 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$ — se J diretto verso esterno (acuto ϑ)

$\phi(\bar{J}) = \int_{\Sigma ch} \bar{J} \cdot \bar{u}_n \, d\Sigma$ <0 $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$ — se J diretto verso l'interno (ϑ ottuso)

(se $\vartheta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi = 0$)

se $\phi(\bar{J}) \neq 0$ ho carica che sta uscendo o entrando $\Rightarrow$ la carica sta variando

$$\circledast \quad \Rightarrow \boxed{\phi(\bar{J}) = \int_{\Sigma ch} \bar{J} \cdot \bar{u}_n \, d\Sigma = -\frac{\partial q_{int}}{\partial t}}$$

forma integrale — opposto della derivata temporale della carica interna

se $q_+ \rightarrow \phi(\bar{J}) > 0 \rightarrow$ c'è + carica che esce di quella che entra

$\Rightarrow q_{interna}$ diminuisce $\Rightarrow \frac{\partial q_{int}}{\partial t} < 0$

Dal teorema divergenza il flusso di un campo vett attraverso Σ_{chiusa}: è l'integrale della divergenza di J in tutto il volume.

$$\begin{cases} \phi(\bar{J}) = \int_V \mathrm{div}\,\bar{J} \, dV \\ \frac{\partial q_{int}}{\partial t} = \frac{\partial \int_V \rho \, dV}{\partial t} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_V \mathrm{div}\,\vec{J} \, dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV \Rightarrow \int_V \underbrace{\left(\mathrm{div}\,\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}\right)}_{=0} dV = 0$$

in 1 sist isolato, la somma algebrica delle cariche rimane costante

J varia da punto a punto
$\rightarrow$ anche ρ varia da punto a punto $= 0$

EQ. DI CONTINUITÀ DELLA CORRENTE ELETTRICA $\circledast$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{div}\,\vec{J}(x,y,z) = -\frac{\partial \rho(x,y,z)}{\partial t}}$$

$\rightarrow$ forma locale o differenziale

(conseguenza del princip. conserv. carica)

68

Ciò vale se l'intensità di corrente NON varia nel tempo, quindi se la corrente è continua. $i(t) = cost$.

Ma vale anche se varia nel tempo → dobbiamo però ipotizzare che la variazione debba essere sufficientemente lenta da essere avvertita in modo istantaneo in tutte le sezioni del conduttore. $(i(t) \neq cost)$

Il tempo τ che una perturbazione impiega ad attraversare tutto il conduttore:

$$\tau = \frac{\overbrace{d}^{\text{lunghezza}}}{\underbrace{v_{luce}}_{\sim 10^8 m/s}} \qquad \text{se } d = 1m \implies \tau \to 10^{-8} s$$

Se $i(t)$ varia su un tempo $t = 10^{-5} s$
posso ancora dire che anche se ho una corrente variabile, posso ancora ritenermi in reg. staz perché $t \gg \tau$
Questo regime, più precisamente, si chiama <u>QUASI STAZIONARIO</u>
(la variazione di i è lenta)

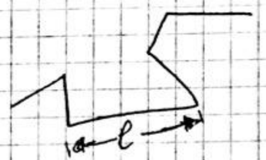
MODELLO DI CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DI DRUDE - LORENTZ

(del 1900 - 1906)

(Superato perché non mi spiega perché il modello dei metalli varia in un certo modo al variare della temp.)

Mi spiega <u>perché</u> posso <u>considerare la velocità di deriva costante</u>.
È stato studiato per i metalli.

Gli e^- di conduzione sono liberi di muoversi all'interno di reticoli formati da ioni fissi contro cui gli e^- urtano, cambiando direzione e verso. <u>Non</u> abbiamo campo → gli e^- si muovono per <u>agitazione termica</u>.
⇒ percorrono spezzate

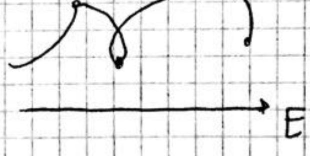


l = libero cammino medio

$$\tau = \frac{l}{v_{TH}} = \text{tempo di libero cammino medio}$$

v_{TH} = vel. termica
alla v_{TH} si sovrappone 1 vel di deriva data da

Abbiamo una successione di <u>archi di parabola</u> se c'è <u>campo</u>.
<u>A seguito dell'urto l'e^- perde memoria</u> ha di quello che c'era prima dell'urto e riparte con la vel. di agitazione termica, poi viene accelerato dal campo, poi urto ecc...



Acc dell'e^- è opposta al campo elett.

$i \to i+1$

$$\underset{\text{vel subito prima urto}}{\vec v_{i+1}} = \underset{\text{vel dopo urto}}{\vec v_i} + \overbrace{\frac{e\vec E}{m}}^{\vec a}\, t = \vec v_i - \frac{|e|\vec E}{m}\, t^{\;\nearrow \tau}$$

$$\begin{cases} \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \vec{E} = \rho \vec{J} \end{cases}$$

esprimono la LEGGE DI OHM in forma locale

vale solo in regime stazionario che non.

Se i conduttori non fossero stati solo e^- ma ad es anche ioni $\oplus$

$$\Rightarrow \vec{J} = \left(\frac{n_+ q_+^2 \tau_+}{m_+} + \frac{n_- q_-^2 \tau_-}{m_-} \right) \vec{E}$$

i 2 contributi hanno entrambi segno positivo

$\Rightarrow$ $\vec{J}$ e $\vec{E}$ hanno lo stesso verso

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m}$$

σ e ρ legano parametri microscopici che caratterizzano il conduttore col fenomeno macroscopico del trasporto di corrente in un conduttore

legge di Ohm NON vale per tutti i materiali. Quelli per cui vale si chiamano materiali ohmici

quando parliamo di RESISTORE è sottinteso che è un conduttore che segue la legge di Ohm.

Che fine fa l'info che abbiamo perso nell'urto dell'e^- contro lo ione fisso?

e^- ha ceduto allo ione fisso l'energia cinetica che aveva acquistato tramite il campo elettrico $\Rightarrow$ lo ione del reticolo aumenta la sua E_{cin} $\Rightarrow$ reticolo aumenta l'Energia interna e quindi un aumento di temperatura.

$$[\rho] \longrightarrow \frac{[E]}{[J]} = \frac{V}{\cancel{m}} \cdot \frac{m^{\cancel{2}}}{A} = \frac{V}{A} m = \Omega m$$

$\frac{V}{A} \longrightarrow$ Ohm, Ω

$$[\sigma] \longrightarrow \Omega^{-1} m^{-1}$$

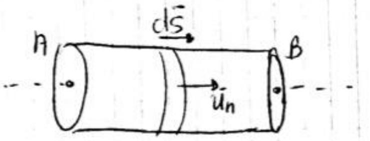
$\Omega^{-1} \longrightarrow$ Siemens, S

< Resistività, > conducibilità (come oro, argento ...)

> Resistività, < conducibilità $\rightarrow$ isolanti (quarzo fuso...)

Deriviamo la legge di Ohm integrale da quella locale. Per farlo abbiamo bisogno di 2 ipotesi:

1) che il conduttore sia in regime stazionario
2) J distribuito in maniera uniforme nel conduttore



$$\vec{E}\cdot d\bar{s} = -dV$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{s}$$

passo vettore da ds a u_n tanto non mi cambia risultato finale perché stesso verso

$\vec{E} = \rho\vec{J}$

legge Ohm in forma locale

$$\rho\vec{J}\cdot d\bar{s} = \rho\vec{J}\cdot\vec{u}_n\, ds\,\frac{\Sigma}{\Sigma} = i\rho\frac{ds}{\Sigma}$$

se $\bar{J} = cost \Rightarrow i$ = intensità di corrente che scorre nel mio conduttore

$$\int_A^B \rho\vec{J}\cdot d\bar{s} = i\int_A^B \rho\frac{ds}{\Sigma} \longrightarrow R \text{ resistenza}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A - V_B = iR}$$ LEGGE DI OHM in forma integrale

richiede che il regime sia stazionario

perché prevede una dimensione estesa del conduttore

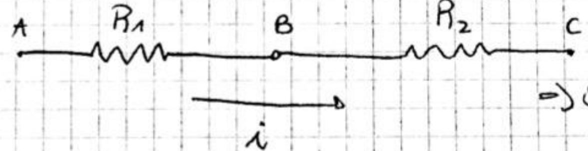
Se la sezione è costante:

$\Sigma = cost \quad \rightarrow \quad R = \int_A^B \rho\frac{ds}{\Sigma} = \frac{\rho h}{\Sigma}$

e $\rho = cost$

$$[R] \longrightarrow \frac{[V_A - V_B]}{[i]} = \frac{V}{A} = \Omega \text{ (ohm)}$$

Per ottenere la resistenza che abbiamo bisogno, componiamo i resistori in serie o parallelo. (sottinteso reg. staz)



SERIE → un estremo in comune

⇒ sono percorsi dalla stessa corrente

$$\begin{cases} V_A - V_B = iR_1 \\ V_B - V_C = iR_2 \end{cases}$$

Sommo → $V_A - V_C = i\underbrace{(R_1 + R_2)}_{R_{eq}}$ R_{eq} (R equivalente) della serie

74

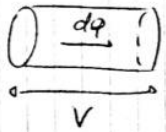
29. 10. 15

Quanto costa far passare una corrente? (V: diff. pot ai capi conduttore)

$$dW = dq\,V = i\,dt\,V \rightarrow dW = i\,dt\,V$$

spendo un lavoro pari alla carica che voglio far passare × V

La potenza × far scorrere una certa corrente i in un conduttore ai cui capi c'è V:



$$P = \frac{dW}{dt} = iV$$

Quanto lavoro per far scorrere una corrente in un tempo t finito? Integro:

$$W = \int dW = \int iV\,dt$$

Caso particolare: se $i(t) = cost$ (costante nel tempo) e $V(t) = cost$

$$\Downarrow$$

$$W = iVt$$

NB.

Sono tutte conclusioni dedotte utilizzando il concetto di stazionario, ma non ho applicato nulla che riguardi la legge di Ohm ⇒ vale ∀ conduttore

Se il conduttore è Ohmico:

applico legge Ohm: lavoro × far passare corrente in un conduttore ai cui capi ho V:

$$dW = iV\,dt = i^2R\,dt = \frac{V^2}{R}\,dt \qquad V = iR$$

Se ho un tempo finito:

$$W = \int iV\,dt = \int i^2R\,dt = \int \frac{V^2}{R}\,dt$$

La potenza è: $P = iV = i^2R = \frac{V^2}{R}$

Quanto lavoro per il singolo portatore?

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot \vec{v}_d\,dt \qquad P = \frac{dW}{dt} = q\vec{E} \cdot \vec{v}_d$$

Se ho N portatori:

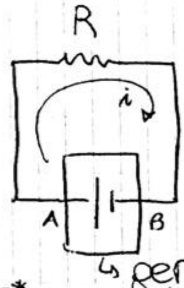
$$dW_{tot} = N\,q\vec{E} \cdot \vec{v}_d\,dt \;, \qquad P_{tot} = N \cdot q\vec{E} \cdot \vec{v}_d$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 240

scorrere corrente.

Se voglio che passi corrente, la F elettromotrice deve essere $\neq 0$

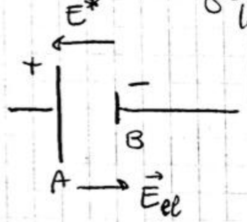
$$\mathcal{E} \overset{def}{=} \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$$
$$= R_{circ}\, i$$

=> 

Ho bisogno che $V_A - V_B > 0$

Ho bisogno che le cariche da B riescano a passare ad A.

↳ generatore che mi fa circolare le corrente i



chiamo polo pos del generatore quello collegato col ~~polo~~ punto a potenziale maggiore: A

polo neg → minore: B

Ho bisogno 1 campo nel generatore che mi fa passare le cariche dal pt a potenziale < → a potenziale >

cioe' da B ad A.

CAMPO ELETTROMOTORE E^*

$E^* > E_{el}$

Ci sara' anche 1 campo elettrostatico nel gen. (perché ho potenziali diversi) che va da potenz > a potenz <.

La F elettromotrice e' la circuitaz del campo elettrico che posso dividere in integrale di linea della parte esterna del circuito + integr linea tra polo B e A dei due campi presenti.

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} + \int_B^A \left(\vec{E}_{el} + \vec{E}^*\right) \cdot d\vec{s} =$$

$$= \int_B^A \vec{E}^* \cdot d\vec{s} + \underbrace{\int_B^A \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} + \int_A^B \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s}}_{= \oint \vec{E}_{el} \cdot d\vec{s} = 0}$$

=> $\mathcal{E}$ e' l'integrale di linea tra polo negativo e polo positivo del campo elettromotore.

Il campo elettromotore NON e' conservativo.

Non e' un campo generato da cariche in quiete → NON e' elettrostatico

$\mathcal{E} = Ri + ri$ moltiplico per $i\,dt$ $\Rightarrow$ $\mathcal{E} i\,dt = \underbrace{Ri^2 dt + ri^2 dt}_{W}$

In una dissipazione per effetto Joule è legata sia alla presenza di R all'esterno del circuito sia r all'interno.
c'è anche questo termine → dissipato dal generatore

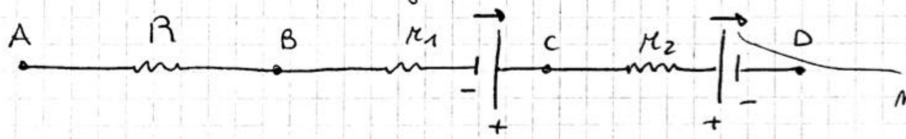
Quel lavoro dissipato ⇒ è uguale a $\overset{W}{\boxed{\mathcal{E} \cdot i \cdot dt}}$ = lavoro dissipato
⇒ Potenza in parte viene dissipata per effetto del circuito in parte del generatore, in ogni caso chi paga per il passaggio della corrente è il generatore.

Potenza dissipata: $\mathcal{E} i = Ri^2 + ri^2$

Legge di Ohm generalizzata $A \xrightarrow[i]{R} B$ $V_A - V_B = Ri$

Se nel circuito ho dei generatori?

r_1 = resist. interna del 1° generatore



ma mi aspetterei che corrente scorra così $\overset{+}{\leftarrow} -$

$\longrightarrow i$ (sempre lo stesso perché ipotizzo di essere in regime stazionario)

AB $V_A - V_B = Ri$

BC $V_B - V_C + \mathcal{E}_1 = r_1 i$ ⇐ corrente entra dal polo ⊖ a quello ⊕ ⇒ funziona da generatore

CD $V_C - V_D - \mathcal{E}_2 = r_2 i$ ⇐ corrente scorre dal polo ⊕ al polo ⊖ ⇒ verso opposto ad un generatore che si comporta come tale ⇒ funziona da utilizzatore

↓ generatore NON sta producendo lavoro, ma lo sta ASSORBENDO (assorbe energia) ⇒ campo elettromotore contribuisce ad assorbire insieme al campo elettrostatico)

$\Rightarrow V_A - V_D + \sum_{1}^{N}{}_k \mathcal{E}_k = R_{TOT}\, i$

somma algebrica delle $\mathcal{E}$ dei generatori che si comportano come tali con segno ⊕ e delle $\mathcal{E}$ dei generatori che si comportano come utilizzatori con segno ⊖

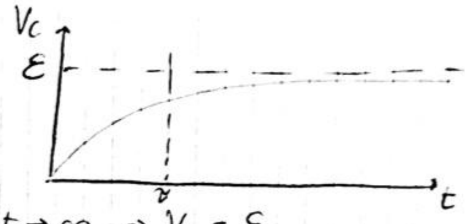
gen. sta bruciando una potenza $r_2 i + \mathcal{E}_2$

- Se chiudo il circuito, $A = D$: $V_A - V_D = \underset{\text{stesso pot.}}{0}$
  $\Rightarrow \sum_{1}^{N}{}_k \mathcal{E}_k = R_{TOT}\, i$ (ricadiamo alla 1ª riga della pagina)
- Se NON ci sono generatori: $V_A - V_D = R_{TOT}\, i$

80

differenza di V tra le armature

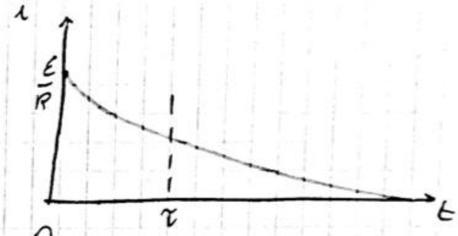
$$V_c(t) = \frac{q}{C} = \mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



per $t \to \infty \Rightarrow V_c = \mathcal{E}$

Corrente che attraversa circuito:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \cancel{C}\mathcal{E}\frac{1}{R\cancel{C}}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$



i max $= \frac{\mathcal{E}}{R}$ all'inizio, poi decresce verso $\to 0$

RC ha le dimensioni di un tempo e possiamo indicarlo con (τ) che è un tempo caratteristico del circuito.

- $RC = \tau$

Dopo che è trascorso un tempo $t = \tau$, q e V_c hanno raggiunto un valore che è $\simeq \frac{2}{3}$ di quello finale, mentre i ha raggiunto un valore che è ridotto a circa $\frac{1}{3}$ del valore iniziale perché $e^{-1} \simeq \frac{1}{3}$ $\begin{cases} 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3}\ (i) \end{cases}$

- dopo che è passato un tempo di $t = 5\tau$ possiamo dire che il transitorio ormai è finito perché siamo arrivati ormai al valore di $t = \infty$ e sia q sia V_c sono al 99% del valore finale e i è a meno dell'1% del val. iniziale

(*) Se prendo il tempo caratteristico τ (che mi definisce la velocità con cui avvengono i cambiamenti di intensità di corrente nel circuito):

$\tau = RC$

Se ho una $R = 10\,\Omega$ e una $C = 10\,\mu F = 10^{-5} F$ $\Rightarrow RC = 10 \cdot 10^{-5} = 10^{-4}$ s

se $d = 1$ m $\longrightarrow$ il tempo che una perturbazione impiega a propagarsi nel circuito
↳ che porta 1 variazione di potenziale

e $v \simeq 10^8$ m/s

$t_{pert} = 10^{-8}$ s $\Rightarrow \tau = RC >> t_{perturbazione}$

$\Rightarrow$ ha ancora senso applicare le formule del regime stazionario
$\Rightarrow$ stato quasi-stazionario

(*) qui $i(t) \to$ varia nel tempo. Ma noi abbiamo lavorato come se il circuito fosse stazionario ($\Rightarrow i = \text{cost}$). Ci dà indicazione il tempo caratteristico τ.
Devo vedere se è >> del tempo che impiega la perturbazione per raggiungere tutto il circuito
in tutte le sezioni del circuito

$\Rightarrow$ di tutto il lavoro che fa il gen. metà viene dissipato per effetto Joule sotto forma di calore.

Lavoro x caricare condens:

$$\Rightarrow \int_0^\infty \frac{q}{C} i\,dt = \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}C}{C}\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\int_0^\infty\left(e^{-\frac{t}{RC}}-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)dt =$$

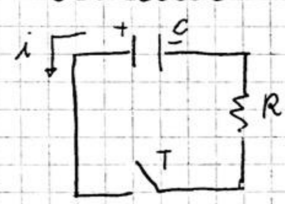
$$= \frac{\mathcal{E}^2}{\cancel{R}}\left[\cancel{R}C - \frac{\cancel{R}C}{2}\right] = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$$

l'altra metà del lavoro del gen. mi serve per andare a caricare il conden

Diventa En. immagazzinata nel ~~gen~~ condensatore.

Cosa succede in fase di scarica del condensatore?

Condensatore è stato caricato $\Rightarrow$ generatore non ci serve più.



$t<0$ tasto aperto e il condens è carico, con una differenza di pot pari alla forza elettromotrice che aveva il generatore

(era il tasto di prima) $V_C = \mathcal{E}$ e $q = q_0 = \mathcal{E}C$

$t=0$ tasto si chiude, $q=q_0=\mathcal{E}C$ e $V_C=\mathcal{E}$

Scrivo la nuova eq. del circuito

Generatore non c'è più $\Rightarrow$ $0 = V_R + V_C = iR + \frac{q}{C}$

$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C} = 0$ ← eq. diff del I ordine a variabili (q,t) separabili

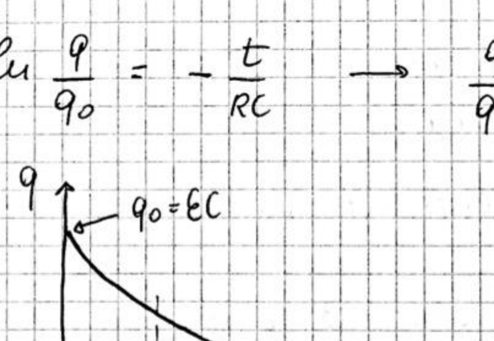
$$\int_{q_0}^{q}\frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

da $t=0$ a un istante t qualsiasi

a $t=0$ $q=q_0$, a t qualsiasi, q qualsiasi

$$\ln\frac{q}{q_0} = -\frac{t}{RC} \longrightarrow \frac{q}{q_0} = e^{-\frac{t}{RC}} \longrightarrow q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$(q_0 = \mathcal{E}C)$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 240

$0 = iR + \frac{q}{C} \longrightarrow \frac{q}{C} = -iR$ moltiplico per $i\,dt$

$$\longrightarrow \underbrace{\frac{q}{C} i\,dt}_{\substack{\text{Energia ceduta dal cond.} \\ \text{quantità En. cede il condens in } dt}} = \underbrace{-i^2 R\,dt}_{}$$

↳ quadrato → non cambia il verso in cui circola.

↳ En. dissipata su R in dt sotto forma di calore

$$\int_0^\infty i^2 R\,dt = \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}^2}{R^2} R\, e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\left(-\frac{RC}{2}\right)\underbrace{\left[e^{-\frac{2t}{RC}}\right]_0^\infty}_{-1} =$$

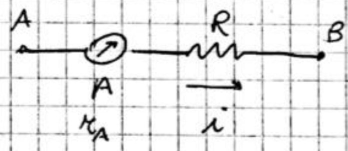
$$= \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$$ Energia dissipata come <u>calore sulla R</u>.

→ <u>TUTTA</u> l'Energia immagazzinata nel condens nel processo di carica → mi serve x <u>far circolare la corrente</u> nel processo di scarica e viene <u>dissipata tutta</u>

Se voglio misurare la corrente in un circuito utilizzo uno strumento che si chiama <u>AMPEROMETRO</u> e devo inserirlo in <u>SERIE</u> nel circuito perché ho bisogno che tutta la corrente ci circoli. Amperometro ha una sua resistenza che deve essere molto minore della R del circuito ⇒ $r_A \ll R$

$V_A - V_B = Ri$

con l'amperometro: $V_A - V_B = (R + r_A)\,i'$

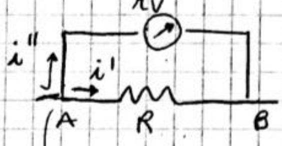


(corrente che circola con amperom.) (corrente di partenza)

solo se: $i' \simeq i$ ⇒ $r_A \ll R$

<u>VOLTMETRO</u> per valutare la caduta di potenziale ai capi di R ⇒ metto in <u>parallelo</u> il voltmetro.

la r_V deve essere molto maggiore di R → <u>$r_V \gg R$</u>



$r_V \gg R$

$V_A - V_B = iR$ no voltmetro

(corrente si divide in 2 parti

sì voltmetro: $\begin{cases} (V_A - V_B)' = i' R \\ (V_A - V_B)' = i'' r_V \end{cases}$

altrimenti lo strumento di misura altera le condizioni del circuito

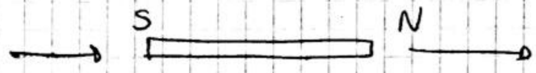
se vogliamo che $(V_A - V_B)' \sim (V_A - V_B)$ → $r_V \gg R$

86

(2) Due poli magnetici, se antiformi, si attraggono / respingono con la stessa forza delle cariche antiformi. (seconda analogia)

Un dipolo in un campo elettrico si orienta.

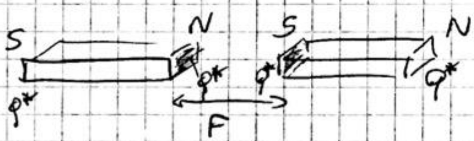
(3) Prendo una sbarretta (ha 2 poli) e la metto in 1 campo magnetico → si dispone lungo linee di forza campo magn.
⇒ si orienta e linee forza entrano dal polo sud (S) e escono dal polo NORD (N)



Finiscono qui le analogie.
Se taglio a metà la sbarretta:

sulle nuove superfici si vengono a creare dei poli.

Dall'altro lato rispetto al polo sud si forma uno Nord e dall'altro lato del pezzo col polo NORD si forma uno SUD



F con cui si respingono è la stessa delle masse magnetiche di partenza (in 1 dipolo elettrico spezzato → divido carica elettrica in positiva e negativa)
Qui ad ogni spezzarsi → si formano nuovi poli ma la massa magnetica q^* rimane la stessa.
<u>Non</u> si può separare un dipolo magnetico.
<u>Non</u> si può isolare il singolo monopolo magnetico.
La struttura della materia dal punto di vista magnetico è dipolare.

Per avere interazione magnetica dovremo avere carica in moto

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 240

(2) $\boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0}$

(1) e (2) mi dicono che il campo magnetico e' SOLENOIDALE

sempre!! → sia in regime stazionario, sia no.

Conseguenze:

1) linee di forza sono sempre CHIUSE perché dove ho polo ⊕ ho un polo ⊖ → le linee di forza che escono da un polo entrano nell'altro. Escono dal POLO NORD e entrano nei poli SUD.
→ sono sempre linee chiuse. Il campo e' generato dal dipolo stesso.

2) Immaginiamo una superficie aperta (calotta sferica)

$$\phi(\vec{B}) = \int_{\Sigma_1} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = \phi_1$$ ← non nullo

altra superf aperta Σ_2 che poggia sullo stesso contorno

$$\phi(\vec{B}) = \int_{\Sigma_2} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = \phi_2$$

$$\boxed{\phi_1 = \phi_2}$$

- calcolo ϕ su superficie tra Σ_1 e Σ_2

$$\phi(\vec{B}) = \int_{\underbrace{\Sigma_1 + \Sigma_2}_{\Sigma ch}} \vec{B} \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = 0$$

⇒ Il flusso $\phi(\vec{B})$ attraverso superfici aperte che abbiamo lo stesso contorno e' uguale a meno di un segno (che dipende solo dal verso della normale).
E' uguale anche in segno se le normali sono concordi.

si dice → $\phi(\vec{B})$ concatenato con una linea chiusa.

Non influisce sul modulo $\Rightarrow F_L$ è una forza CENTRIPETA

Se analizziamo la traiettoria di una carica soggetta a F_L, vediamo che F_L punta sempre verso il centro di curvatura.

$\rightarrow \vec{F}_L = m\vec{a}_c$

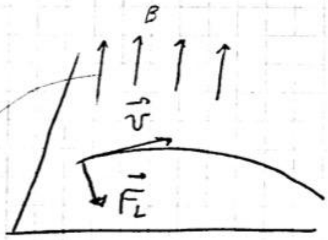
La Forza elettrica $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$ è // al campo elettrico, o comunque ha la stessa direzione, poi il segno dipende da q.

- A differenza di quella elettrica, la forza di Lorentz NON ha la direzione di $\vec{B}$

ma $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \longrightarrow$ non è $// \vec{B}$, ma $\boxed{\vec{F}_L \perp \vec{B}}$

CASO PARTICOLARE:

* $\vec{B}$ uniforme , $\vec{v} \perp \vec{B}$ (angolo 90°)



- ipotizzo una traiettoria che giace sul piano
- $\vec{v}$ in ogni punto è tangente alla traiettoria
- linee di campo $\perp$ piano

q>0

$\Rightarrow \vec{F}_L$ è diretta verso di me e giace sul piano su cui giace la traiettoria. Quindi l'unica cosa che può fare è far deviare la traiettoria, ma NON farla uscire dal piano.

Modulo : $F_L = qvB\underbrace{\text{sen}\vartheta}_{=1 \text{ perché } \vec{B}\perp\vec{v}} = qvB = F_{L\,MAX}$

La traiettoria è curva (perché F_L è centripeta), ma che tipo di curva è?

$a_c = \frac{v^2}{r}$

$F_L = qvB = ma_c = m\frac{v^2}{r}$

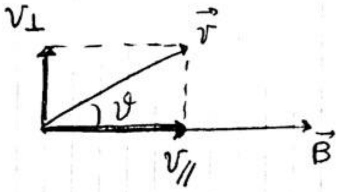
$\Rightarrow q\cancel{v}B = \frac{mv^{\cancel{2}}}{r} \longrightarrow r = \frac{mv}{qB} \rightarrow r = \text{cost}$

(m cost, v cost in modulo, q cost, B non cambia perché $\vec{B}$ = uniforme)

la traiettoria è una CIRCONFERENZA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 240

* $\bar{B}$ uniforme, ma questa volta l'angolo $\widehat{\vec{v}\vec{B}}$ è qualsiasi



$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F_L = qvB\,\text{sen}\,\vartheta$

Che moto abbiamo?

Scompongo la velocità nelle sue 2 componenti:

$$\Rightarrow \vec{F}_L = q(\vec{v}_\perp + \vec{v}_{//}) \times \vec{B} = q\vec{v}_\perp \times \vec{B}$$

$\vec{v}_{//} \times \vec{B} = 0$

modulo di $\vec{v}_\perp$

$$\Rightarrow F_L = qv_\perp B = ma_c = m\frac{v_\perp^2}{r}$$

Fcentripeta → legata alla componente perpendicolare di v

$$r = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv\,\text{sen}\,\vartheta}{qB}$$

→ In un piano $\perp$ alla direzione di $\vec{B}$ il moto è ancora circolare

$$qv_\perp B = m\omega v_\perp \qquad qB = m\omega$$

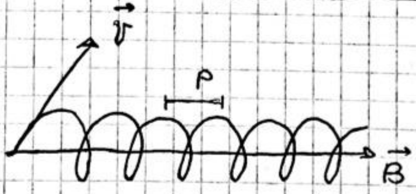
trovo di nuovo $\vec{\omega} = \dfrac{q\vec{B}}{m}$

Se ho un piano $\perp \vec{B}$, la proiezione su di esso della traiettoria è ancora una circonferenza e il moto è circolare uniforme.

Ho finora trascurato la componente della v // a $\vec{B}$

Nella direzione // $\vec{B}$, se non c'è nient' altro che agisce sulla particella (perché F_L non modifica $v_{//}$) ⇒ il moto è rettilineo uniforme nella direzione di $\vec{B}$.

⇒ la composizione dei 2 moti mi dà un moto ELICOIDALE UNIFORME



Il fatto che l'elica sia percorsa in senso orario o antiorario dipende dalla carica.

Nella descrizione dell'elica sono importanti il periodo e il passo:

- periodo è quello della circonferenza che proietto sul piano $\perp \vec{B}$, si chiama anche tempo di rivoluzione

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

escono dal reale N e entrano nel reale Sud

La Terra è bersagliata da RAGGI COSMICI → particelle cariche.
Se non ci fosse il campo magnetico terrestre, le particelle arriverebbero direttamente sul suolo terrestre a colpirci.
Le particelle che arrivano dallo spazio subiscono un effetto "bottiglia magnetica" dal campo magnetico terrestre e vengono imbottigliate in esso iniziando a oscillare al suo interno. Ci sono 2 zone in cui ci sono più cariche: una più esterna in cui ci sono le particelle più lente e una più interna in cui ci sono quelle più veloci: sono le fasce di Van Allen.
Fra gli atomi in esse ci sono interazioni (nella ionosfera). Gli atomi così, decadendo, danno origine a fenomeni luminosi → le aurore boreali.
A causa di questi raggi cosmici vi sono problemi per mandare l'uomo nello spazio perché è necessario usare materiali leggeri, ma schermare le radiazioni cosmiche.

$$[B] \rightarrow \text{Tesla}, \; T \qquad 1T = \frac{1V \cdot 1s}{1m^2}$$

T è una unità di misura grande, è difficile ottenere un campo magnetico dell'ordine del Tesla.
Il campo terrestre ha un valore dell'ordine di $10^{-4} \div 10^{-5}$ Tesla
1 Gauss, $G = 10^{-4}\,T$ ⇒ campo terrestre → $0{,}1 \div 1$ Gauss
Il flusso del campo magnetico dimensionalmente è B · superficie:

$$[\phi(B)] \rightarrow [B][\Sigma] \rightarrow Tm^2 \rightarrow V\cdot s = Wb \; (\text{Weber})$$

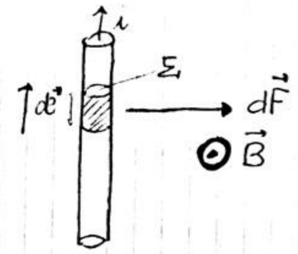
Cosa succede se la particella è un portatore di carica che si muove su un conduttore?
Se il conduttore è immerso in un campo magnetico B, ogni portatore sarà soggetto alla forza di Lorentz F_L, che sarà:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v}_{th} + \vec{v}_d) \times \vec{B} = q\vec{v}_{th} \times \vec{B} + q\vec{v}_d \times \vec{B}$$

v di agitaz. termica

$$= \vec{F}_{L,th} + \vec{F}_{L,d}$$

Prendo un conduttore filiforme ($r \ll \ell$):



l'intensità di corrente: $i = J\Sigma$ sezione del conduttore

$$\vec{F}_v = \vec{J} \times \vec{B}$$

posso isolare un elemento infinitesimo per unità di volume nel conduttore.

$d\vec{\ell}$ è diretto nella stessa direzione di J.

La F infinitesima che agisce su questo tratto di conduttore è:

$$d\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}\, dVol = \vec{J} \times \vec{B}\, \Sigma\, d\ell = \underbrace{J\, d\vec{\ell} \times \vec{B}\, \Sigma}_{i}$$

essendo $\vec{J}$ e $d\vec{\ell}$ diretti nello stesso verso posso trasferire il carattere vettoriale a $d\ell$ e $d\ell$ deve passare al posto di J perché il prodotto vettoriale è anticommutativo.

$\Rightarrow \cancel{d\vec{F}} =$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{F} = i\, d\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

Forza infinitesima che agisce su un conduttore filiforme

2ª FORMULA di LAPLACE

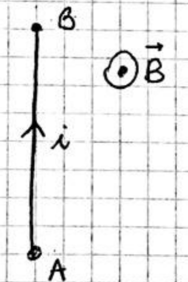
o

2ª LEGGE ELEMENTARE di LAPLACE

perché non è una vera e propria legge fisica perché non sarà mai possibile isolare in questo modo un tratto di conduttore e farci passare corrente calcolando una F infinitesima.

Immagino un tratto rettilineo di circuito: in cui scorre una certa corrente. Il conduttore è immerso in un campo magnetico.

Quanto vale F? Integro la 2ª formula di Laplace.



$$\vec{F} = \int_A^B \left(i\, d\vec{\ell} \times \vec{B}\right)$$

$$\int d\vec{F}$$

CASO PARTICOLARE:

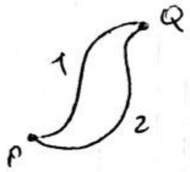
Se siamo a regime stazionario $\Rightarrow$ corrente è costante

Quindi va fuori dall'integrale $\rightarrow \vec{F} = i \int_A^B (d\vec{\ell} \times \vec{B})$

- se anche $\vec{B}$ è uniforme, lo porto fuori:

$$\vec{F} = i \underbrace{\left(\int_A^B d\vec{\ell}\right)}_{\text{è la lunghezza: } \overline{AB} = \ell} \times \vec{B} \quad \leftarrow \text{senza scambiare il prod. vettoriale}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B}}$$



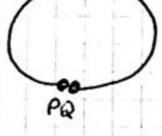
← 2 conduttori
la forza magnetica che agisce su di essi è la stessa.

Conseguenza

Se dobbiamo calcolare la Forza che agisce su un filo con una forma strana, possiamo sostituirlo con uno più semplice.

Filo conduttore chiuso: SPIRA

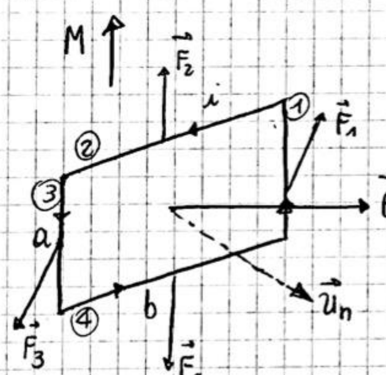
Se gli estremi si congiungono → la Forza che agisce è zero.



$\boxed{\vec{F} = 0}$ ⟸ Se è immerso in un $\vec{B}$ uniforme, il circuito è rigido, e regime è stazionario.

la risultante ad esso applicata è $= 0$, quindi NON inizia a traslare, però RUOTA

Ip:
- spira RIGIDA (circuito)
- regime stazionario
- $\vec{B}$ uniforme



Risultante $F = 0$

La spira deve essere percorsa da una corrente i

Forze che agiscono su ogni lato?

lato ①: è un filo rettilineo di lunghezza a ⟹ $\vec{F}_1 = i\,\vec{a} \times \vec{B}$

lato ②: filo rettilineo di lunghezza b ⟹ $\vec{F}_2 = i\,\vec{b} \times \vec{B}$

lato ③: ⟹ $\vec{F}_3 = i\,\vec{a} \times \vec{B}$

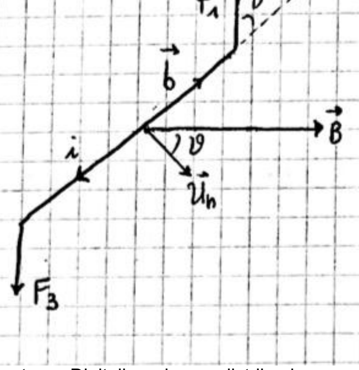
lato ④: ⟹ $\vec{F}_4 = i\,\vec{b} \times \vec{B}$

si bilanciano perché hanno anche la stessa retta d'azione

$F_1 = F_3$ e $F_2 = F_4$ in modulo

F_1 e F_3 hanno DIVERSA retta d'azione ⟹ danno origine ad una coppia ⟹ ad un momento

Dall'alto



$\vec{F}_1 = i\,\underbrace{\vec{a} \times \vec{B}}_{\perp} =$

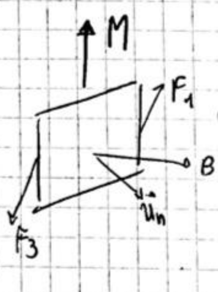
$= i a B \vec{u}_1$

$\vec{M} = \vec{b_r} \times \vec{F} = \vec{b} \times \vec{F}_1 =$

è tutto il lato

$= i a B\, \vec{b} \times \vec{u}_1$

M ⊙



111