



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO: 2049A -

ANNO: 2016

# **A P P U N T I**

STUDENTE: Summa Luciana

MATERIA: Fisica tecnica - Prof. Perino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

# ILLUMINOTECNICA

Luce: insieme delle radiazioni elettromagnetiche a cui è sensibile l'occhio umano  $\Rightarrow$  quello che percepiamo come **SENSAZIONE VISIVA**.



Campo del visibile  $\rightarrow 0,38 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,78 \mu\text{m}$

Luce monocromatica:  $\Rightarrow$  luce emessa ad una sola e ben determinata lunghezza d'onda ( $\lambda$ )

\* Ad ogni lunghezza d'onda corrisponde una sensazione visiva differente.

## ESEMPIO



Supponiamo di alimentare le tre lampadine con la stessa **POTENZA ELETTRICA**

$$W_{el} = \text{potenza elettrica [W]}$$

$$\lambda = [\mu\text{m}]$$

$$\text{flusso} \rightarrow \Phi_e(\lambda_G) = \Phi_e(\lambda_R) = \Phi_e(\lambda_B)$$

Nel momento in cui mi chiedo qual è la lampadina più luminosa scopro che in realtà le tre le tre grandezze sono diverse, infatti:

$$\Phi(\lambda_G) \gg \Phi(\lambda_B) \gg \Phi(\lambda_R)$$

varia secondo la lunghezza d'onda  
↑

Quindi l'occhio umano ha una sensibilità alla **QUANTITÀ** di luce diversa.

Solo una **QUOTA** del flusso energetico viene convertita in luce.

$$\Phi_e(\lambda_G) = \Phi_e(\lambda_R) = \Phi_e(\lambda_B)$$

$$\downarrow \kappa' \quad \downarrow \kappa'' \quad \downarrow \kappa'''$$

$$\Phi(\lambda_G) \neq \Phi(\lambda_R) \neq \Phi(\lambda_B)$$

$$\text{In generale: } \Phi(\lambda) = \kappa(\lambda) \cdot \Phi_e(\lambda)$$



## FLUSSO LUMINOSO (integrale):

$\Phi$  lumen [lm].

## FLUSSO LUMINOSO MONOCROMATICO (o SPETTRALE)

$$\Phi(\lambda) = \frac{d\Phi}{d\lambda} \rightarrow \left[ \frac{\text{lm}}{\text{nm}} \right]$$

$$\Phi(\lambda) = K(\lambda) \cdot \Phi_e(\lambda)$$

costante di calibrazione  
che varia in base a  $\lambda$

= visibilità  $\left[ \frac{\text{lm}}{\text{W}} \right]$

mi permette di trasformare  
il flusso energetico in luminoso

relazione tra flusso  
luminoso e flusso  
energetico

visibilità relativa:  $v(\lambda)$



che varia da  $0 \rightarrow 1$   $v(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K_{\text{max}}}$  [-: adimensionale]

$$\Phi(\lambda) = K_{\text{max}} \cdot v(\lambda) \cdot \Phi_e(\lambda)$$

sost.  $\rightarrow \Phi = \int_0^{\infty} \Phi(\lambda) d\lambda$

$$\Phi_e = \int_0^{\infty} \Phi_e(\lambda) d\lambda$$

$$\Rightarrow \Phi = \int_0^{\infty} K_{\text{max}} \cdot v(\lambda) \cdot \Phi_e(\lambda) d\lambda \text{ [lm] Flusso luminoso}$$

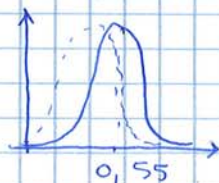
$\Phi_e, \Phi_e(\lambda) \Rightarrow$  Grandezze energetiche

$\Phi, \Phi(\lambda) \Rightarrow$  Grandezze fotometriche

L'occhio umano ha la duplice possibilità di usare  $\left\{ \begin{array}{l} \text{coni} \\ \text{bastoncelli} \end{array} \right. \Rightarrow \lambda$   
 visione notturna (scotopica)  $\rightarrow$   $\lambda$  varie  
 $v(\lambda) <$  visione diurna (fotopica)  $\downarrow$   
 notturna  $\rightarrow$  più sensibili.

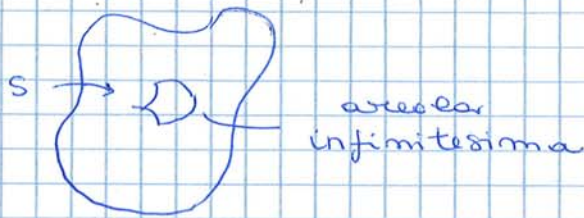
Il picco della visione fotopica si colloca nel momento  
in cui  $\lambda_{K_{\text{max}}} = 0,555 \mu\text{m}$

Il picco della visione diurna invece  $\lambda_{K_{\text{max}}} = 0,555 \mu\text{m}$





Conoscendo una superficie emettente si può ricavare il flusso globale



si introduce l'emittenza per indicare il flusso di una singola area

$M$  = emittenza

$$M = \frac{d\Phi}{dS_{em}} \left[ \frac{lm}{m^2} \right] \text{ o lux sul bianco }$$

Può darsi che un'area distribuisca il flusso luminoso nello spazio in maniera differente.

Si introduce così la LUMINANZA.  $L$  = luminanza



Considero una direzione generica e l'angolo solido attorno a questa direzione.

Questo flusso sarà un infinitesimo di secondo ordine.

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\Omega dS_{em} \cos \epsilon}$$

emettente  
di  $S_{em}$  apparente

dove  $\epsilon$  è l'angolo formato dalla superficie e la direzione considerata.

$\epsilon$  = angolo di emissione.

Quando si parla di luce viene considerata l'area apparente.



$$L = \frac{d(d\Phi)}{d\Omega dS_{em} \cos \epsilon} = \frac{dI}{dS_{em} \cos \epsilon} = \frac{dM}{d\Omega \cos \epsilon} = L \left[ \frac{cd}{m^2} \right] = [nit]$$



Per il principio di conservazione dell'energia

$$\frac{\Phi_r}{\Phi_i} = \frac{\Phi_a}{\Phi_i} + \frac{\Phi_r}{\Phi_i} + \frac{\Phi_t}{\Phi_i}$$

$$1 = \alpha + \rho + \tau$$

dove  $\alpha = \frac{\Phi_a}{\Phi_i}$  = fattore di assorbimento

$\rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_i}$  = coefficiente di riflessione

$\tau = \frac{\Phi_t}{\Phi_i}$  = coefficiente di trasmissione.

Il concetto di trasparente-opaco è relativo e dipende dal tipo di flusso che incide su un corpo.

$\alpha, \rho, \tau$  quindi non solo sono funzioni del materiale, ma anche della lunghezza d'onda.

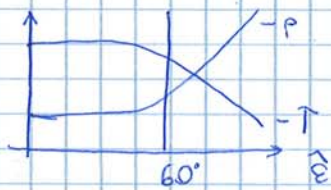
$$\alpha(\lambda) + \rho(\lambda) + \tau(\lambda) = 1$$

↳ valori spettrali emisferici (media rispetto alle  $\infty$  direzioni)

Entra in gioco anche la dipendenza dall'angolo di incidenza  $\hat{\epsilon}$ .

$$\alpha(\lambda, \hat{\epsilon}) + \rho(\lambda, \hat{\epsilon}) + \tau(\lambda, \hat{\epsilon}) = 1$$

↳ valori spettrali e angolari o valori integrati emisferici.



Quando  $\hat{\epsilon}$  a  $60^\circ$

vengono introdotti nel momento in cui la luce interagisce con una superficie.

$$\alpha_l + \tau_l + \rho_l = 1$$

valori emisferici medi tra  $0,38 \leq \lambda \leq 1,78 \mu\text{m}$  se c'è un pedice ( $l$ ) sono riferiti alla luce

### Casi particolari

- Specchio o riflettore perfetto

$$\rho = 1 \quad \alpha = \tau = 0$$

- Mezzo trasparente

$$\tau \neq 0 \quad \tau + \alpha + \rho = 1$$

- Mezzo opaco


$$\tau = 0 \quad \rho + \alpha = 1$$

- Corpo nero (ideale)

↳ proprietà di assorbire qualsiasi radiazione elettromagnetica

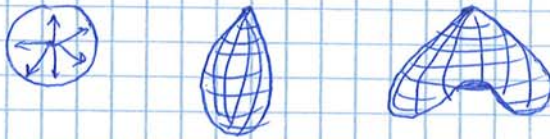
modello che consente di creare un modello di calcolo per lo scambio termico radiativo.



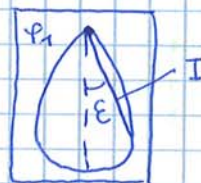


superficie fotometrica

Solido fotometrico  $\Rightarrow$  mi permette di sapere QUANTA luce viene emessa.



Per poter prendere delle misure ho bisogno di sezionare il solido fotometrico e il risultato sarà una CURVA che rappresenta punto per punto l'intensità luminosa e prende il nome di INDICATORE di EMISSIONE.



$\hat{E}$  = angolo di emissione (rispetto all'angolo della lampada).

$$I = f(\Omega) = f(E, \psi)$$

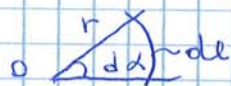
$\uparrow$  in funzione di un angolo solido       $\uparrow$  in funzione di due angoli piani

Nel caso più generale  $I(E, \psi)$ .

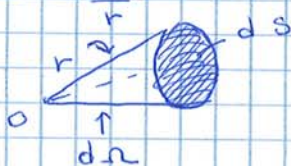
Ci sono casi in cui il solido fotometrico è un SOLIDO di ROTAZIONE, per cui l'intensità luminosa  $I$  sarà in funzione soltanto dell'angolo  $E$  e non più solo quello di ROTAZIONE.  $\leftarrow$  emissione.

PASSAGGIO DA UN ANGOLO SOLIDO a DUE ANGOLI PIANI

$$\Omega \Rightarrow f(E, \psi)$$



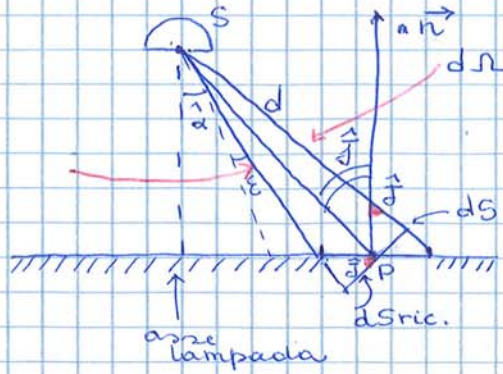
$$d\alpha = \frac{dx}{r}$$



$$d\Omega = \frac{ds}{r^2}$$



## ILLUMINAZIONE ARTIFICIALE di ESTERNI (da sorgenti puntiformi)



$\hat{\alpha}$  = angolo di inclinazione dell'asse dell'apparecchio

$\hat{\epsilon}$  = angolo di emissione

$\overline{SP} = d$

↳ distanza tra sorgente e punto illuminato

$\hat{\gamma}$  = angolo di incidenza: angolo formato dalla direzione del raggio con la normale alla sup. nel punto P.

$d\Omega$  = angolo solido

Vala la relazione (angoli altermi interni)

$$\hat{\gamma} = \hat{\alpha} + \hat{\epsilon}$$

$$d\Omega = \frac{dS}{d^2}$$

$$dS = dS_{ric} \cdot \cos \hat{\gamma}$$

quante luce arriva in un certo pto.

$$E_p = \frac{d\phi}{dS_{ric}}$$

$$d\Omega = \frac{dS_{ric} \cdot \cos \hat{\gamma}}{d^2}$$

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega} \Rightarrow d\phi = I \cdot d\Omega$$

vala qui:  $E_p = \frac{I \cdot d\Omega}{dS_{ric}} = \frac{I \cdot dS_{ric} \cdot \cos \hat{\gamma}}{d^2 \cdot dS_{ric}}$

quanto flusso luminoso viene emesso intorno all'angolo solido  $d\Omega$

$$\Rightarrow E_p = \frac{I \cdot \cos \hat{\gamma}}{d^2}$$

illuminamento in un pto P dovuto ad una sorgente puntiforme.

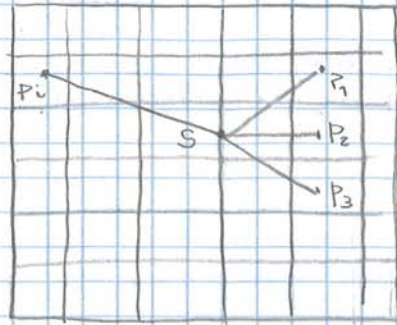
$$E_p = \frac{I(\epsilon, \varphi) \cdot \cos \hat{\gamma}}{d^2} \quad [Lx]$$



Calcolo pratico ("progetto") dell'illuminazione di un esterno.

S → divisa in "n" areole ΔS

(pianta)



$$E_{P_i} = \frac{I(E_i, \varphi_i) \cdot \cos \beta_i}{d_i^2}$$

Requisiti di progetto

- 1)  $E_{P_i} > E_{min}$   $\forall i$   
 minor dispendio en. possibile.  
 $E_{min} \rightarrow$  fissato da norme, leggi, prescrizioni

Nel caso di illuminazione stradale l' $E_p$  è sostituito dalla illuminanza L

$$\left( L = \frac{P_e E}{\pi} \text{ per sup. lambertiana} \right)$$

$P_e$  = coeff. di riflessione luminosa della superficie (illuminata)

$P_e \uparrow$  (sale) se i rivestimenti sono chiari e lisci

$L_{P_i} > L_{min}$   
 ↳ fissato da norme

- 2) Uniformità di illuminamento → in tutti i pti ⇒ garanzia di una buona illuminazione della sup.  
 $U_0$  = fattore (o coeff.) di uniformità di illuminamento (generale)

$$U_0 = \frac{E_{min}}{\bar{E}} \quad [-]$$

NOTA :  $E_{min} = \min(E_{P_i})$   
 ↳ minimo tra tutti gli  $E_{P_i}$ .

$\bar{E}$  = illuminamento medio sulle sup. illuminate

$$\bar{E} = \frac{1}{S} \int_0^S E_{P_i} dS$$

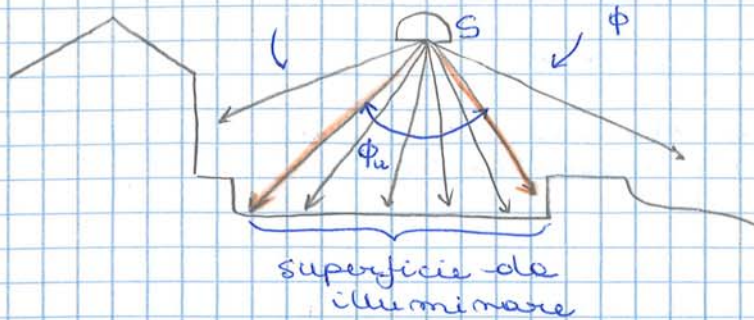
$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_{P_i}$$

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n E_{P_i} \Delta S_i}{S}$$

Caso particolare: se le areole  $\Delta S_i$  sono tutte = allora



COEFFICIENTE DI UTILIZZAZIONE



$\Phi_u$  - flusso utile (flusso che raggiunge la sup. da illuminare)  
[lm]

$\Phi$  = flusso luminoso globalmente emesso dalla lampada  
[lm]

$$C_u = \frac{\Phi_u}{\Phi} [-]$$

È possibile legare questo coeff. all'illuminamento e alla superficie.

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \Rightarrow \int d\Phi = \int_{\text{sup. utile}} E \cdot dS = \Phi_u$$

se integro sulla sup. utile  $\Rightarrow$  ottengo il flusso utile

$$\bar{E} = \frac{1}{S} \int E dS \Rightarrow \int E dS = S \cdot \bar{E}$$

$$\Phi_u = \int_{\text{sup. utile}} E dS = S \cdot \bar{E}$$

↳ sostituisco in  $C_u$       ↳ illuminamento medio nel piano utile

$$C_u = \frac{S \cdot \bar{E}}{\Phi} \Rightarrow \Phi = \frac{S \bar{E}}{C_u D M}$$

sup. del piano utile

~~100%~~  $D = 0 \rightarrow 1$   
 $M = 0 \rightarrow 1$

$D$  = coeff. di deprezzamento  $\Rightarrow$  si riferisce alla sorgente

$M$  = coeff. di manutenzione  $\Rightarrow$  grandezza che influenza maggiormente

\*  $D = 0,85 \rightarrow 0,90$

\*  $M = 0,55 \rightarrow 0,80$

Occorre tener presente che il flusso  $\Phi$  può ridursi a causa del degrado luminoso delle lampade e dell'apparecchio illuminante, motivo per cui nella formula del coeff. di utilizzazione si aggiungono i coefficienti  $D$  e  $M$ .



Sostituendo le due relazioni in  $\eta$  ottengo:

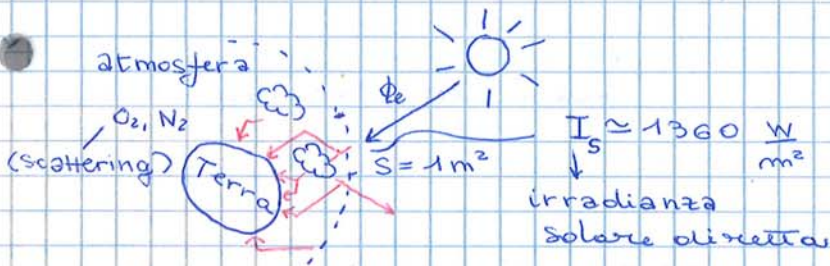
$$\eta = \frac{k_{max} \int_0^{\infty} v(\lambda) \Phi_e(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} \Phi_e(\lambda) d\lambda}$$

$$\Rightarrow \eta_{max} \Leftrightarrow v(\lambda) = 1$$

$$\eta_{max} = \frac{k_{max} \int_0^{\infty} 1 \cdot \Phi_e(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} \Phi_e(\lambda) d\lambda} \Rightarrow \eta_{max} = k_{max} = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$$

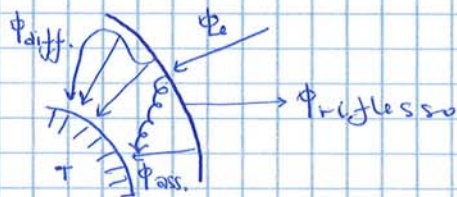
In realtà abbiamo a che fare con lampade la cui efficienza è molto minore rispetto al valore massimo dell'efficienza.

### SORGENTI NATURALI



~~XXXXXXXXXX~~ Quando un raggio di sole incontra Ossigeno o azoto questo viene deviato (scattering).

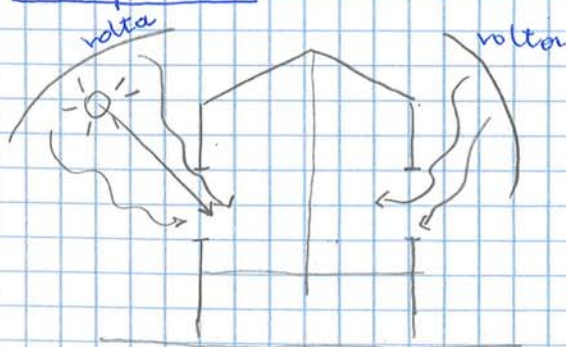
Il flusso di energia elettromagnetica viene in parte diffuso, in parte riflesso o assorbito.



Questo porta a due fenomeni:

- 1) attenuazione dell'irradianza solare diretta;
- 2) nascita di una componente di irradianza solare diffusa dal cielo.

### Caso pratico:

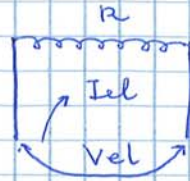


Spesso la luce della volta è più "comoda" rispetto a quella diretta in quanto non abbaglia.



SORGENTI ARTIFICIALI

Lampade a incandescenza



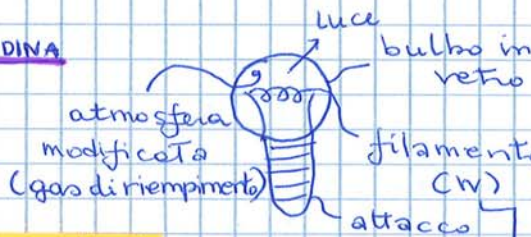
$Q = R I_{el}^2$   
 $T_R \Rightarrow Q \propto T^4$

Il funzionamento di queste lampade è basato sulla dissipazione di potenza per effetto Joule da parte di un filamento percorso da corrente.

A elevate temperature però il materiale surriscaldandosi "dava vita" a una reazione che portava alla bruciatura.

**Funzioni:**  
 - BULBO: mantenere il filamento in atmosfera rarefatta per evitare che si verifichi la combustione a contatto con l'ossigeno

LAMPADINA



(a spirale poiché più è lungo più illumina  $\Rightarrow$  diminuire lo spazio)

- ATTACCO: permette il collegamento elettrico tra lampada e rete elettrica
- FILAMENTO: dissipa per effetto Joule una potenza elettrica  $Q = R I^2$

fusione  $\approx 3900^\circ C$   
 (5800 $^\circ C$  ebolliz.)

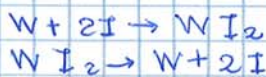
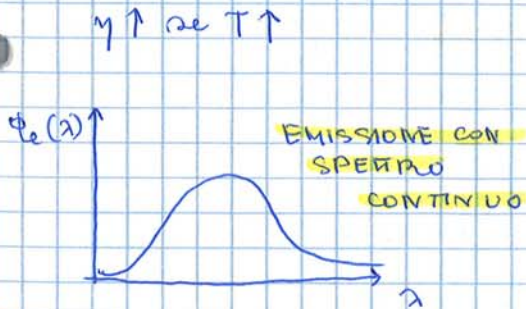
elemento (tav. periodico) il TUNGSTENO caricato eizzato da una temp. altissima  $\Rightarrow$  utilizzandolo è possibile ottenere più luce

$T_{max} \approx 2300 \rightarrow 3000^\circ C$

massima (poiché tendevano a bruciarsi e cioè il filamento iniziava a rompersi)

primo step evolutivo: si inserivano nel bulbo cioè gas inerti: come Ar, N<sub>2</sub> e Kr  $\Rightarrow$  ci fu comunque un difetto:  
 1) luce gialla  
 2) diminuzione di efficienza (solo se la temp. sale a sua volta)

seconda evoluzione  $\Rightarrow$  obiettivo: contrastare il fenomeno di evaporazione di tungsteno  $\Rightarrow$  introduzione dello iodio.



$\lambda = 10/20 \frac{nm}{W}$

LAMPADINE

ALOGENE: scaldano tantissimo  $\Rightarrow$  importante proteggerla



composto alogenato (I = iodio)

$\hookrightarrow$  quelle che si trovano vicino al filamento tendono a dissociarsi e una volta dissociate sono molto reattive perché reagendo con il tungsteno provocano la migrazione di quest'ultimo verso la faccia interna del bulbo formando  $W I_2$



Tubi al NEON scopo di facilitare l'innesco e l'accensione accelerandolo (alcuni decimi di sec. per fare partire la scarica)

Per aumentare ulteriormente l'efficienza, si spalma sul vetro una sostanza luminescente, la quale se riceve raggi UV emette fotoni anche lei (es. sali di cadmio). Questo permette di riempire i buchi delle bande e proteggere dagli UV.  
↳ LUCE BIANCA (sino a  $\lambda = 500\text{nm}$ )

In base alle sostanze luminescenti si può anche variare tra luce bianca calda (+ giallo) o fredda (+ blu).

## LED

Da un punto di vista dei consumi energetici questi sono scesi tantissimo. Con la stessa quantità di luce si riduce a  $1/3$  la spesa di energia elettrica, ~~es~~

EVOLUZIONE: ottenere luce bianca

---> La luce a incandescenza è spostata verso il rosso a causa della frequenza relativamente bassa ( $2500^\circ\text{C}$ ). Più è calda maggiore luce fa, poiché è spostata sul giallo/blu/verde.

Temperatura di colore alta, temperatura filamento bassa.

scarico nei gas  
Se prendo le lampade a r la luce emessa in quattro bande  $\Rightarrow$  luce giallo-verde (incroci)  $\Rightarrow$  AMBIENTE NON OTTIMALE

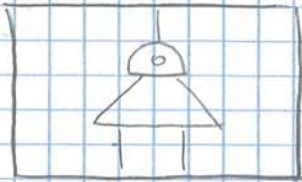
Parametri più utilizzati per caratterizzare la luce:

- TEMPERATURA di COLORE
- COLOUR RENDING INDEX (CRI): dà una percentuale della resa colorimetrica (100% luce bianca).



È possibile esprimere il  $cu = f$  (geometria del locale, tipo di illuminazione) coeff. di riflessione medio delle pareti e del soffitto).

Tipo di illuminazione



Illuminazione diretta  $\Rightarrow$  più del 90% del flusso luminoso è diretto verso il basso (piano utile)

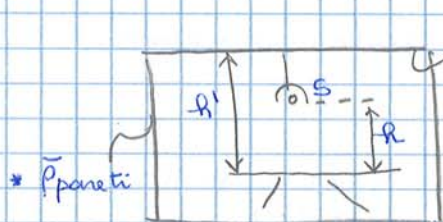
$\phi > 90\%$  sul piano utile



Illuminazione indiretta  $\Rightarrow$  caso in cui meno del 10% del flusso luminoso è rivolto verso il basso.

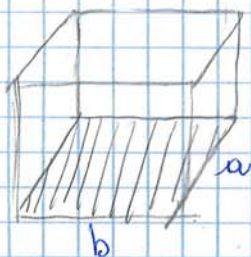
$\phi < 10\%$  sul piano utile

- Diretta 90% sul piano utile (verso il basso).
- Semidiretta 60%-90%
- Mista 40%-60%
- Semi indiretta 10%-40%
- Indiretta 10%



$h$  = distanza tra piano utile e sorgente

$h'$  = distanza tra piano utile e soffitto



da geometria del locale viene tenuto in conto attraverso un parametro detto "Indice del locale":  $i$ .

$i = \frac{a \cdot b}{h(a+b)}$

$\rightarrow$  Nel caso di luce  
- diretta  
- semidiretta  
- mista

$i = \frac{ab}{h'(a+b)}$

$\rightarrow$  Nel caso di luce  
- semi-indiretta  
- indiretta.

\*  $\bar{p}_{pareti} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n p_i S_i$

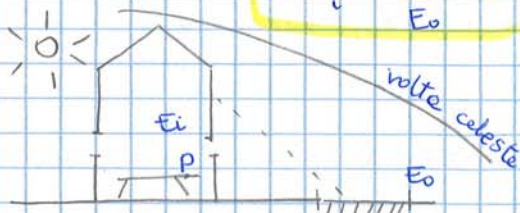
Medie di coefficienti di riflessione sono sempre medie pesate per evitare che gli elementi considerati siano mescolati sullo stesso piano.



## FATTORE di LUCE DIURNA

In un punto  $i$ -esimo, è definito come rapporto tra illuminamento nel  $pt_i$  e illuminamento esterno del piano orizzontale.

$$FLD_i = \frac{E_i}{E_o} [-] \quad 0 \rightarrow 1$$



NOTA:  $FLD$  non dipende da  $E_o$

$\frac{f(E_o)}{E_o}$  mi dice quanto "bene" utilizzo la luce esterna

↓  
 uso un parametro che dipende solo dalle condizioni atmosferiche e non da  $E_o$ .

$E_o$  = illuminamento esterno sul piano orizzontale in assenza di radiazione solare diretta (e in assenza di ostacoli) [lx]

$FLD \geq FLD_{\text{minimo}}?$

$FLD_i$  dipende dal punto in cui effettuo i calcoli, in quanto può variare a seconda della posizione.

Si introduce infatti un coefficiente dato da:

$$FLD_m = \frac{\bar{E}}{E_o} \Rightarrow \text{FATTORE di LUCE DIURNA MEDIO}$$

$\bar{E}$  = illuminamento medio all'interno dell'ambiente (su tutte le superfici) [lx].

\*Nei quartieri residenziali  $\bar{E} = 2\%$  (almeno) \*

È possibile utilizzare  $FLD_m$  secondo una procedura di calcolo che ci permette di quantificarla

$$FLD_m = \frac{T_v \cdot A_v \cdot F}{(1 - \bar{p}_e) \cdot S} [-] \rightarrow \%$$

$T_v$  = Fattore (coeff.) di trasmissione luminosa delle superfici trasparente

$A_v$  = area della superficie trasparente [ $m^2$ ]

$S$  = superf. totale (in sviluppo) dell'ambiente



$$S = \underbrace{2 \cdot a \cdot b}_{A_{\text{soff.}}} + \underbrace{(a+b) \cdot 2 \cdot c}_{A_{\text{parim.}}} + A_{\text{part.}}$$

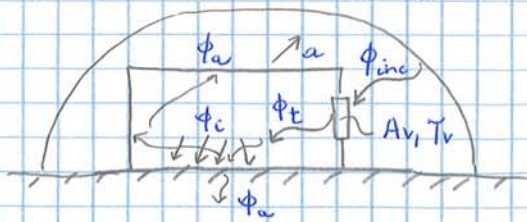
$\bar{p}_e$  = coeff. di riflessione medio delle sup. interne

$$\bar{p}_e = \sum_{i=1}^n p_i S_i$$

$F$  = fattore finestra  $\frac{A_v}{S}$  → frazione di volte celeste vista dalla superf. trasparente. [-].



Perché FLDm si calcola in questo modo?



$\Phi_{inc}$  = flusso luminoso incidente sull'esterno della finestra

$\Phi_t$  = flusso luminoso trasmesso

Una parte del flusso viene trasmesso, la maggior parte assorbita  
 ⇒ tanto flusso entra, tanto flusso viene assorbito o trasmesso

Quindi per il principio di conservazione dell'energia:

$$\Phi_t = \Phi'a$$

$\Phi'a$  = flusso uscente dall'ambiente (assorbito o trasmesso)

$$\Phi_t = T_v \cdot \Phi_{inc}$$

$$\Phi_{inc} = \bar{E}_F \cdot A_v$$

||| illumin. medio sulla finestra

$$\bar{E} = \frac{\Phi}{S} \Rightarrow \Phi = \bar{E} \cdot S$$

$$\Phi_{inc} = F \cdot E_0 \cdot A_v$$

↓  
fattore geometrico

$$F = \frac{\bar{E}_F}{E_0} \rightsquigarrow \text{in funzione soltanto della geometria.}$$

Sostituisco in  $\Phi_t$  ⇒  $\Phi_t = T_v \cdot F \cdot E_0 \cdot A_v$

$\Phi_i$  = flusso incidente su tutte le superfici interne dell'ambiente

$$\Phi'a = (\bar{\tau}' + \bar{\alpha}') \cdot \Phi_i$$

→ per considerare più pareti e più finestre.

poiché  $1 = \rho + \tau + \alpha \Rightarrow \tau + \alpha = 1 - \rho$

Sostituisco in  $\Phi'a$  ⇒  $(1 - \bar{\rho}) \cdot \Phi_i = (1 - \bar{\rho}) \cdot \bar{E} \cdot S = \Phi'a$

$$\frac{T_v \cdot F \cdot E_0 \cdot A_v}{(1 - \bar{\rho}) \cdot S} = \frac{(1 - \bar{\rho}) \cdot \bar{E} \cdot S}{E_0}$$

↓  
FLDm

$$\Rightarrow FLDm = \frac{T_v \cdot F \cdot A_v}{(1 - \bar{\rho}) \cdot S}$$

↓  
deducibile dunque dal principio di conservazione dell'energia.



Pressione  $p = \frac{dF}{dS} \rightarrow$  forza elementare  $dF$  esercitata sulla superficie elementare  $dS$ .

$$Pa = \frac{1 N}{m^2}$$

Perché non usiamo il Pascal nella vita quotidiana?  
 Pa  $\Rightarrow$  poco pratico poiché numeri troppo grandi.  
 atm  $\Rightarrow$  percezione migliore della pressione.

La pressione di un Pascal è la pressione che si trova a  $\frac{1}{10}$  mm di colonna d'acqua.

$$p = \rho g h = 1000 \cdot 10 \cdot h = 1 Pa$$

$$h = \frac{1}{10000} m = \frac{1}{10} mm.$$

Supponiamo di avere una ditta a una perturbazione di pressione è importante notare la presenza di una velocità di oscillazione.

- velocità di oscillazione: velocità con cui oscillano le particelle nell'aria.

$$u(t) \text{ [m/s]}$$

Le particelle oscillano intorno alla sua posizione di equilibrio.  
 Moto = 0.

La velocità con cui propaga l'onda di velocità di oscillazione viene chiamata VELOCITÀ di PROPAGAZIONE dell'ONDA

$\downarrow$  per fenomeni acustici  
**VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE del SUONO, C**

e generico

Affinché le onde si propagano è necessario un mezzo materiale elastico  $\Rightarrow$  il suono non si genera né propaga nel vuoto.  
 $\hookrightarrow$  ARIA

NOTA: al contrario della luce che si propaga nel vuoto.

Applicando la teoria delle mezze oscillazioni applicato a un corpo, la velocità di propagazione dipende da:

-  $k$ : modulo di elasticità a compressione del materiale  
 [N/m<sup>2</sup>] o [Pa]

-  $\rho$ : densità del mezzo [kg/m<sup>3</sup>]

$$c = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$$

Nei gas perfetti (buona approssimazione dell'aria)

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\gamma R^* T} \rightarrow \text{temperatura assoluta [K]}$$

$\downarrow$   
 $\rho \rightarrow$  densità  
 pressione



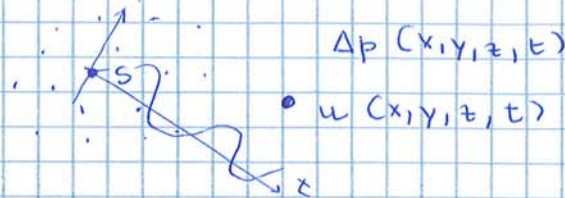
Equazioni differenziali delle onde elastiche

$t$  = tempo

$$\nabla^2 (\Delta p(t)) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\Delta p(t))}{\partial t^2} \rightarrow \Delta p(x, y, z, t) \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 u(t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2} \rightarrow u(x, y, z, t)$$

Campo sonoro



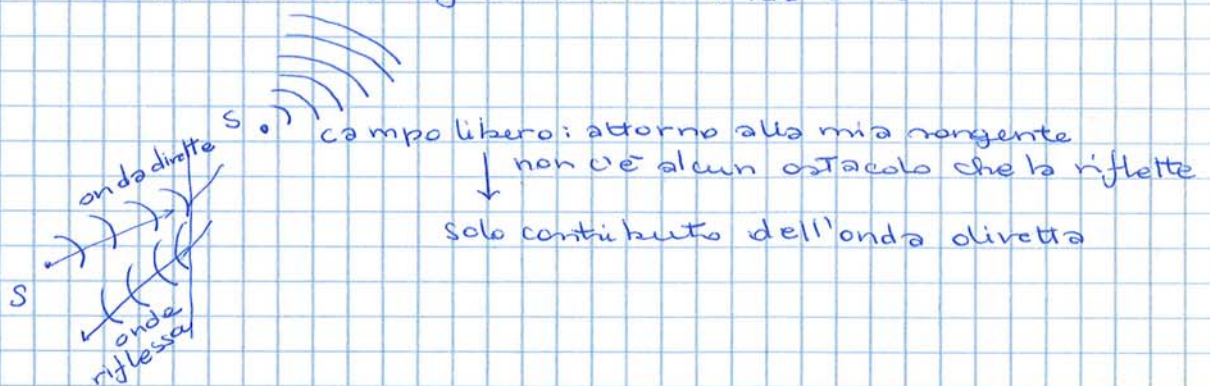
Siccome è molto difficile arrivare ad una soluzione analitica è necessario effettuare calcoli per arrivare a soluzioni numeriche oppure esaminare casi semplici per poi applicarli a quelli complessi

Caso particolare

1) onda piana



2) assenza di onde riflesse (solo onde dirette)



3) Suono puro  $\Rightarrow$  caratterizzato da una sola frequenza  $f$   
 $\downarrow$   
 dal p.to di vista percettivo è il suono di un fischio

$$\Delta p(t) = \Delta p_{max} \cdot \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

$$u(t) = \frac{\Delta p_{max}}{\rho \cdot c} \cdot \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right]$$



Da  $I = \frac{dW}{dS}$

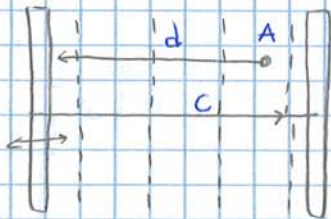
$W = \int I dS$

Se sommiamo tutte le intensità sonore sul fronte d'onda otterremo la potenza sonora in Watt.

S = superficie del fronte d'onda

Casi tipici

a) Fronte d'onda piano

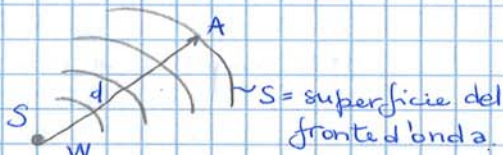


$I = \frac{W}{S}$



I non dipende dalla distanza dell'ascoltatore dalla sorgente

b) Fronte d'onda sferico



$I = \frac{W}{S} = \frac{W}{4\pi d^2}$

raggio della sfera.

In campo sonoro sferico la I decresce con la distanza secondo una legge del tipo:

$I \propto 1/d^2$

DENSITÀ di ENERGIA SONORA, U

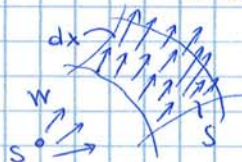
$U = \frac{dE}{dV} \rightarrow \text{energia sonora} \left[ \frac{J}{m^3} \right]$   
 $dV \rightarrow \text{volume}$

Quantità di energia sonora infinitesima contenuta nel volume elementare dV

$E \Rightarrow W \quad W = \frac{E}{t}$

$dE = W dt$

Posso vedere l'energia sonora come quella di una potenza sonora applicata in un intervallo di tempo dt.



Fronte d'onda "spazza" in pezzetto di superficie  $dV$

$dx = c \cdot dt$

$dV = S dx = S \cdot c \cdot dt$

$U = \frac{dE}{dV} = \frac{W \cdot dt}{S \cdot c \cdot dt} = \frac{I}{c}$



$dV = S \cdot dx$



## ACUSTICA FIOLOGICA $\Rightarrow$ come percepiamo il segnale sonoro

Come funziona la relazione tra percezione di suoni e "percezione"

a) 20 Hz  $\rightarrow$  20'000 Hz  $\Rightarrow$  gamma udibile

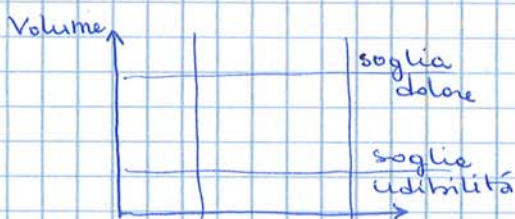
b) 1000 Hz - la minima pressione che può essere percepita è:

$$p_0 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \approx 20 \mu\text{Pa}$$

La pressione a cui la sensazione sonora diventa di dolore è di 20 Pa

La minima soglia a cui si percepisce un suono è detta SOGLIA DI UDIBILITÀ  
( $\Rightarrow$  20  $\mu$ Pa  $\equiv$  soglia di udibilità a 1000 Hz)

L'estremo opposto è detta SOGLIA del DOLORE



Gamma dell'udibile delimitata a dx e sx dalla freq., mentre in alto e in basso rispettivamente dalla soglia di dolore e quella di udibilità.

c) legge Weber - Fechner  $\Rightarrow$  la variazione di sensazione  $\Delta S$  è proporzionale alla intensità sonora  $I$ .

$$\Delta S \propto \Delta I$$

A pari salto di sensazione sonora, l'intensità sonora è diversa.

La variazione di sensazione sonora dunque, si è scoperto, è proporzionale al rapporto tra variazione di intensità sonora e intensità sonora:

$$\Delta S \propto \frac{\Delta I}{I}$$

$$dS = k \frac{\Delta I}{I}$$

$$\int_{S_0}^S dS = \int_{I_0}^I k \frac{dI}{I}$$

$$S - S_0 = k \ln \frac{I}{I_0}$$

grandezze soggettive (basate su valori medi)

La sensazione varia dunque in base ai valori dell'intensità sonora.

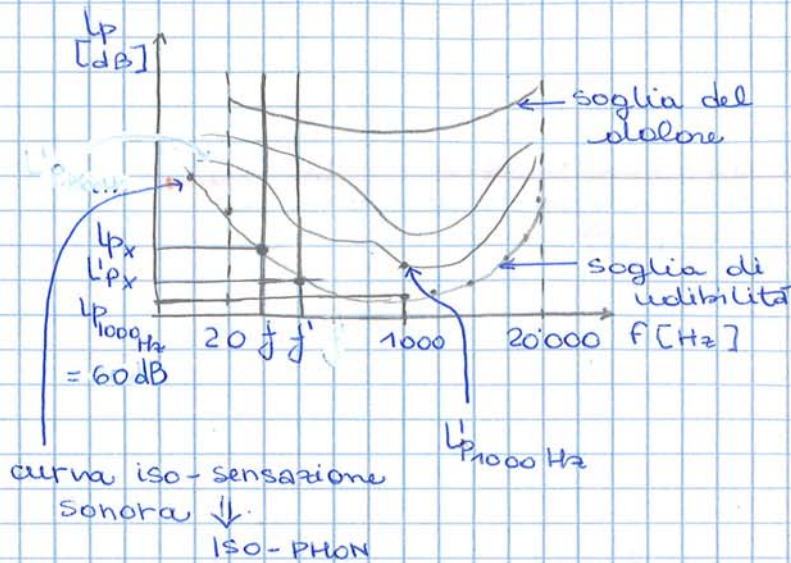
$$= k' \log \frac{I}{I_0}$$

per poter utilizzare il log al posto di ln  $\Rightarrow$  cambio la costante.

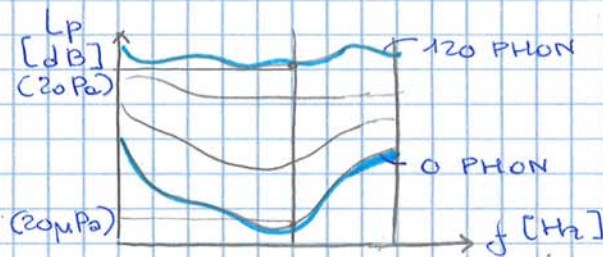


## AUDIOGRAMMA NORMALE

Fletcher e Munson



- suono di riferimento a 1000 Hz (valore comodo)
- il valore viene fatto sentire ad un certo livello →  $L_p$  1000Hz (es. 60 dB) \*S
- prendo un suono di prova a frequenza  $f$ .
- varco il volume del suono di prova fino a quando il suono generi la stessa sensazione  $S$  precedente
- leggo il  $L_p$  e lo riporto sul grafico.



La curva mi dà la SENSAZIONE misurata in phon.

$$L_p = 20 \log \frac{P}{P_0} = 20 \log \frac{20 \mu Pa}{20 \mu Pa} = 0 \text{ dB}$$

$$L_p = 20 \log \frac{20}{2 \cdot 10^{-5}} = 20 \log 10^6 = 120 \text{ dB}$$

L'orecchio si è erudito man mano in base alla frequenza della voce ⇒ sentiamo bene a frequenze basse.

Le curve tendono ad appiattirsi verso la soglia del dolore ⇒ udito meno 'fino'.

Lo stesso suono a 60 dB cambia a seconda della frequenza

- 1000 Hz = 60 phon
- 100 Hz = 40 phon
- disturba di meno



$$LI_1 = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$LI_2 = 10 \log \frac{2I}{I_0}$$

Applicazione al problema  
mostrato in precedenza  
 $I \rightarrow 2I$ .

$$LI_2 - LI_1 = 10 \log \frac{2I}{I_0} - 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Delta L = 10 \log \frac{2I/I_0}{I/I_0} = 10 \log 2 \cong 3,01 \text{ dB} \cong 3 \text{ dB}$$

NOTA: <sup>di livelli</sup> cifre piccole<sup>v</sup> corrispondono a variazioni di grandezze molto grandi  $\Rightarrow$  attenzione ai dB

### INTERAZIONE SUONO - SUPERFICIE



Per la conservazione dell'energia

$$\frac{W_i}{W_i} = \frac{W_r + W_t + W_{a'}}{W_i}$$

$$1 = r + t + a'$$

$\left\{ \begin{array}{l} r = \text{coeff. di riflessione sonora [-]} \\ t = \text{" " trasmissione sonora [-]} \\ a' = \text{" " assorbimento sonoro [-]} \end{array} \right\} \Sigma = a$

sono funzione della frequenza del suono incidente.

- 1) Garantire un'acustica eccellente
- 2) Evitare che il suono si propaghi

Es. Suonando il pianoforte per me è musica, per il vicino è rumore.

$$r = 1 - t - a' = 1 - (t + a')$$

$a'$ :  
coeff. di assorbimento  
apparente!

Siccome ci interessa  
l'effetto sinergico  
 $\Rightarrow$  considero la  
somma di  $t$  e  $a'$ .

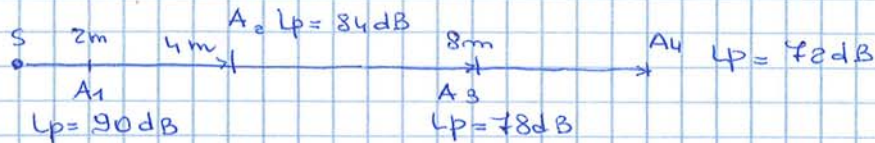
materiale.

A seconda delle superfici il suono è maggiormente  
assorbito o trasmesso

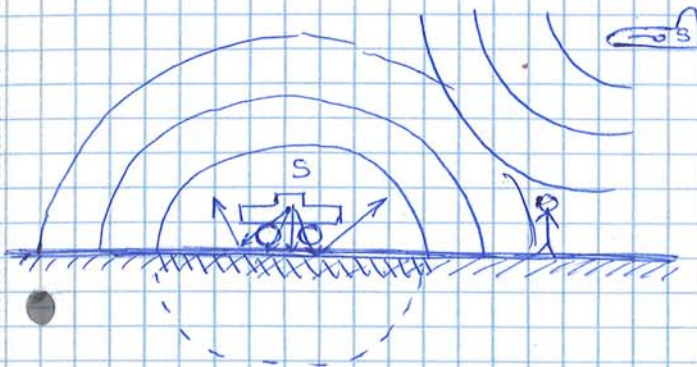


$$= 10 \log \left( \frac{W/4\pi d^2}{I_0} \cdot \frac{I_0}{\frac{W}{4\pi 4d^2}} \right) = 10 \log 4 = 6,02 \text{ dB} \approx 6 \text{ dB}$$

Esempio



Campo libero semisferico

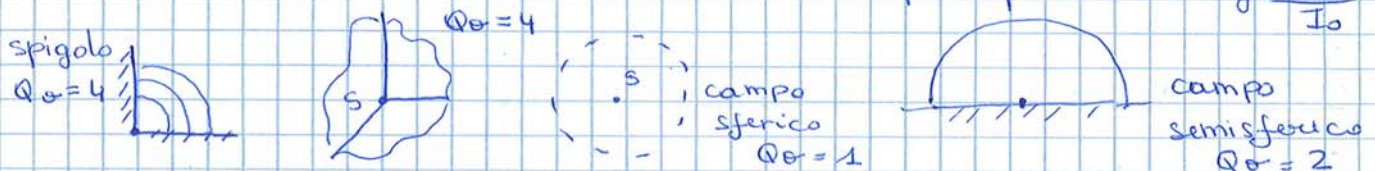


Tutta la potenza si distribuisce soltanto lungo una semisfera.

In questo caso l'intensità è:

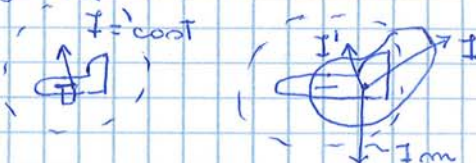
$$I = \frac{W}{2\pi d^2}$$

dunque  $L_p = L_I = 10 \log \frac{W}{2\pi d^2} \frac{I_0}{I_0}$



FATTORE di DIRETTIVITÀ: Qθ

Tiene conto di una possibile emissione sonora non uniforme della sorgente S.



Possiamo eseguire conti più complicati.

$$Q_\theta = \frac{I}{I_{media}} = \frac{I}{W/4\pi d^2}$$

$$I = \frac{W \cdot Q_\theta}{4\pi d^2}$$

→ tiene conto di tutte le geometrie

$$L_p = L_I = 10 \log \frac{W \cdot Q_\theta}{4\pi d^2} \frac{I_0}{I_0} =$$

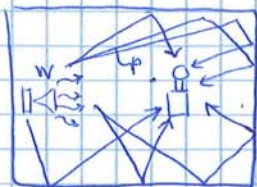
$$= 10 \log \left( \frac{W}{I_0} \right) + 10 \log \left( \frac{Q_\theta}{4\pi d^2} \right)$$

↳ W/I<sub>0</sub>

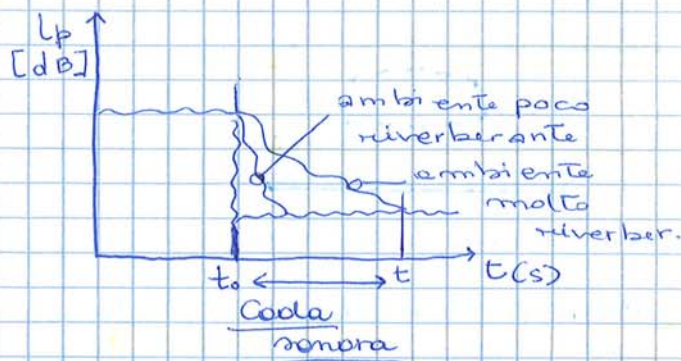
$$L_p = L_w - 10 \log 4\pi - 20 \log d$$

Formula generale che permette di calcolare L<sub>p</sub> e L<sub>I</sub> (perché uguali)





Accendo il mio apparecchio affinché W si diffonda



$a: t=0 \Rightarrow W=0$

scopro che il livello non scende immediatamente a 0, ma scende lentamente o velocemente a seconda dell'ambiente

ONDERIFLESSE → rafforzano il segnale acustico.

il nostro orecchio nell'istante  $W=0$  percepisce ancora delle onde fino a quando l'ultima onda non si ferma.

Grazie alla componente riflessa c'è una concatenazione di suoni uno dopo l'altro poiché sono tardivi. ⇒ MIGLIOR PERCEZIONE dei SUONI

CODA SONORA: determina le caratteristiche acustiche di un apparecchio -

troppo corta ↓ ambiente sordo  
 troppo lunga ↓ il suono rimbomba

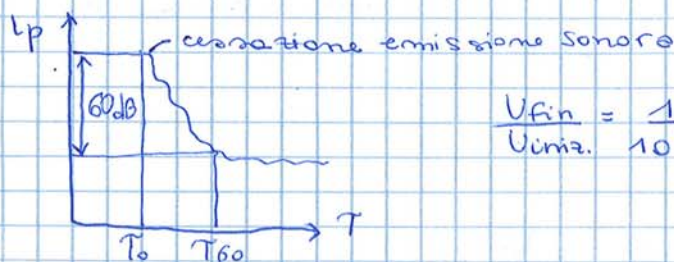
IMPORTANTE!! In termini pratici la coda sonora non deve essere eccessiva ⇒ rischio di sentire suoni anche dopo altri.

lunghezza ADEGUATA.

Tempo convenzionale di riverberazione o  $T_{60}$

Introduco questo concetto per permettere una misurazione convenzionale della coda sonora.

Tempo necessario affinché il  $L_p$  decresca di 60 dB oppure affinché la densità di en. sonora si riduca di un milione di volte dal momento in cui cessa l'emissione sonora della sorgente.



$\frac{U_{fin}}{U_{iniz.}} = \frac{1}{10^6}$



In campo libero  $U = \frac{I}{c}$

In campo perfettamente riverberato

$U = \frac{4I}{c}$  (Attenzione intensità sul piano)



↓  
prendo la metà del semispazio

Dimostrazione Sabine



Conservazione dell'energia sonora dentro la sala



W assorbita

Conservazione energia

Principio di conservazione della massa

$E_{entr} - E_{usc} = 0$

↓ vale sempre

$E_{entr} - E_{usc} = \frac{dE}{dt}$

$M_{entr} - M_{in} = 0$

↓ vale solo per regime stazionario

↓ vale sempre

$M_{entr} - M_{in} = \frac{dm}{dt}$

↓ variazione della massa nel tempo

$W_{assorbita} = \alpha_m \cdot W_{incid.}$

coeff. di assorbim. incidente

non si tiene conto della variazione di energia e quindi si tratta di un regime transitorio

Nel nostro caso:

$W_{emessa} - W_{assorbita} = \frac{dE_{sonora}}{dt}$

$E_{sonora} \Rightarrow U = \frac{dE}{dV} = \frac{E_{sonora}}{V}$

$\Rightarrow E_{sonora} = U \cdot V$

$W - \underbrace{\alpha_m \cdot W_{incid.}}_{W_{assorbita}} = \frac{d(U \cdot V)}{dt}$

$W - \alpha_m \cdot W_{incidente} = \frac{V \cdot dU}{dt}$

$L_m = \frac{4V}{S}$

cammino libero medio

Volume  
superficie totale

$\Rightarrow T_m = \frac{L_m}{c} = \frac{4V}{cS}$

$c = \frac{\text{spazio}}{\text{tempo}} = \frac{L_m}{T_m}$



b) Analisi della coda sonora → ciò che si sente quando viene spenta la sorgente.



$$W=0 \Rightarrow -\frac{CA_{tot}}{4V} = \frac{V \cdot dV}{dt}$$

$$-\frac{CA_{tot}}{4V} \cdot d\Omega = \frac{dV}{dU} \Rightarrow -\int_{T_0}^{T_{60}} \frac{CA_{tot}}{4V} dT = \int_{U_0}^U \frac{dU}{U} *$$

$$L_p = 10 \log \frac{P^2}{P_0} = 10 \log \frac{U}{U_0} \quad U = \frac{P^2}{\rho C^2}$$

$$T_{60} \Rightarrow = 60 \text{ dB} \Rightarrow \frac{U}{U_0} = \frac{1}{1000000}$$

$$* -\frac{CA_{tot}}{4V} \int_{T_0}^{T_{60}} dT = \ln \frac{U}{U_0}$$

$$T_{60} = - \left[ \frac{4 \ln \frac{U}{U_0}}{C} \right] \cdot \frac{V}{A_{tot}} = \ln 10^{-6} \cdot \frac{V}{A_{tot}} = 0,163 \frac{V}{A_{tot}} = T_{60}$$

FORMULA DI SABINE

↓  
vale in condizioni generali

È una formula ottenuta con assunzioni semplificative per cui ci sono dei casi in cui non è corretto utilizzarla.

$$T_{60} = 0,163 \frac{V}{A_{tot}} \quad A_{tot} = a_m \cdot S$$

CONSIDERAZIONI FORMULA SABINE

Caso particolare: camera anecoica

$$a_m \rightarrow 1 \quad T_0 = 0$$

$$\text{se } a_m = 1 \Rightarrow A_{tot} \Rightarrow S$$

$T_{60} = 0,163 \frac{V}{S} \neq 0 \Rightarrow$  tende ad essere tanto più approssimato tanto più è grande  $a_m$ ; è molto imprecisa per ambienti poco riverberanti

Funziona bene fino ad  $A_m = 0,75$ .

Per valori maggiori di  $A_m$  si usano formule modificate:

FORMULA DI EYRING

Introduce la costante acustica della sala: R



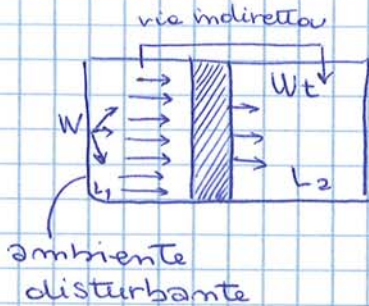


## FONOI SOLAMENTO

Tratta la trasmissione del suono fra ambienti limitati



$$t = \frac{W_{trasm}}{W_{inc}} \rightarrow \text{coefficiente di trasmissione che varia da } 0 \rightarrow 1$$



→ ambiente disturbato

$$\Delta L = L_1 - L_2 ?$$

capacità di abbattimento del rumore

Questa differenza sarà funzione di due fattori (W, caratteristiche del divisorio) → potere fonoisolante del divisorio R.

POTERE FONOIOLANTE DI UN TRAMETTO

$$R = 10 \cdot \log \frac{1}{t}$$

Se R ↑ il divisorio è in grado di abbattere il suono e non permette al suono di essere trasmesso all'ambiente disturbato.

$$R = f(\text{frequenza del suono}) \cdot \frac{W_{inc.}}{W_{trasm.}}$$

Si può avere una trasmissione per via solida (o strutturale) ovvero una trasmissione diretta (per via aerea).

$$L_2 = 10 \cdot \log \frac{U_2}{U_0}$$

A<sub>2</sub> = potere fonoassorbente del locale 2

$$U = \frac{4W}{CA_1} \Rightarrow U_2 = \frac{4W_2}{CA_2}$$

sostituisco

Sul divisorio incidere una certa potenza incidente e parte di questa potenza verrà trasmessa all'ambiente disturbato

$$W_2 = W_{trasm} = t \cdot W_1$$

$$U_2 = \frac{4tW_1}{CA_2}$$

sostituisco

$$W_1 = I_1 \cdot S_d = I_1 \cdot S_d$$

in campo perfettamente riverberato:

$$I_1 = \frac{W}{A_1}$$

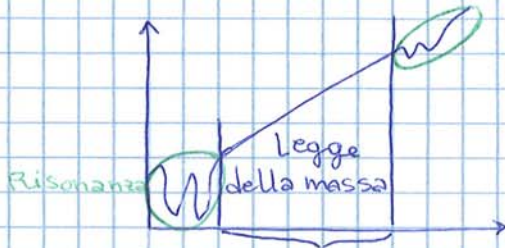


R aumenta all'aumentare della massa superficiale ("peso parete") e che cresce anche al crescere di  $f \Rightarrow$  è più facile isolare le alte frequenze che le basse

L'unico modo per 'sfuggire' ad esse è quello di utilizzare pareti pesanti.

Se la frequenza  $\downarrow$  per migliorare R è necessario AUMENTARE la massa delle pareti.

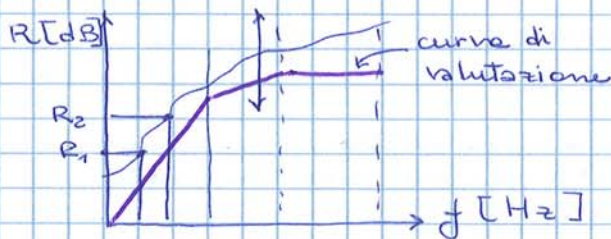
La legge della massa funziona molto bene per frequenze medie: questo è dovuto ai problemi di risonanza ("coincidenza")



Se il suono agisce sulle pareti in cui la frequenza è molto bassa si ha una vibrazione della parete.

Alle basse e alte frequenze le pareti sono soggette a delle vibrazioni  $\rightarrow$  creano problemi su  $R$ .

INDICE DI VALUTAZIONE, I



Su questo diagramma riporta l'andamento di R per il tratto considerato

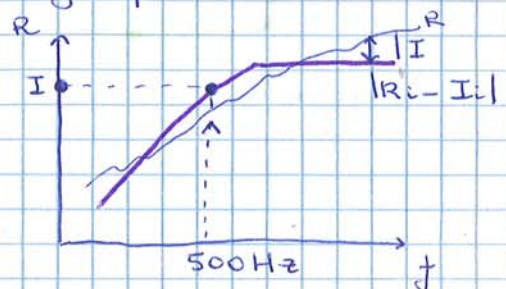
$$\sum_{i=1}^n |R_i - I_i| < 12 \text{ dB}$$

In base al tratto abbasso o alzo la curva di valutazione fino a farla approssimare al meglio e cioè per ogni banda di freq. ho la possibilità di calcolare la differenza tra i valori  $\Rightarrow$  devo cercare di muovere la curva in modo tale che la sommatoria (dei pezzattini) sia inferiore a 12 dB e che il max di tutti gli spostamenti sia minore di 5 dB. Una volta approssimata al meglio la curva, l'indice di valutazione I è data dal valore della curva di valutazione alla frequenza di 500 Hz.

$$(|R_i - I_i|)_{\text{MAX}} < 5 \text{ dB}$$

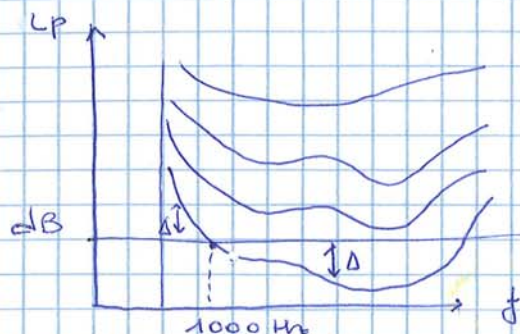
n = bande di frequenza.

Più è alto I più è efficace





Sull'audiogramma normale considero valori di compensazione  
 → uso delle curve che mi permettono di compensare queste  
 differenze ⇒ CURVE di COMPENSAZIONE  
 pag 167



Δ a seconda della  
 curve che ho da considerare  
 cambiano !!!

Curve di ponderazione

Per es. curva di ponderazione A [dBA]

livello ponderato A

Hz	dB	KHz	dB
125	-16,1	2	+1,2
250	-8,6	3,15	+1,2
500	-3,2	4	1
1000	0	8	-1,1
		20	-9,3

Esempio

$L_p = 20$  dB a tutte le freq. per avere la stessa  
 sensazione (DANNO).

$125 \rightarrow 20 + (16,1) \rightarrow 36,1$  dB ovvero  $20$  dB a  $10000$  Hz →  
 corrispondono alla sensazione ( $20 - 16,1$ ) a  $125$  Hz

Il calcolo del disturbo dunque non avviene sui dB 'normali'  
 bensì su livelli ponderati, avremo dunque livelli su dBA, dBo, dBc...



8h al giorno

24h al  
 giorno



I sistemi termodinamici possono scambiare energia con l'esterno sottoforma di:

- CALORE (Q)  $\rightarrow$  sono grandezze (energie) di scambio
- LAVORO (L)

Q ed L hanno senso solo come energie scambiate, non ha senso affermare: "il calore posseduto da un corpo".

Q ed L non sono dunque proprietà dei sistemi termodinamici, sono energie [J].

Un S.T. scambia energia con l'ambiente esterno sottoforma di lavoro, quando una forza esterna applicata al contorno del sistema determina uno spostamento del punto di applicazione (ovvero determina una deformazione della superficie di controllo).



### LAVORO TERMODINAMICO, L [J]

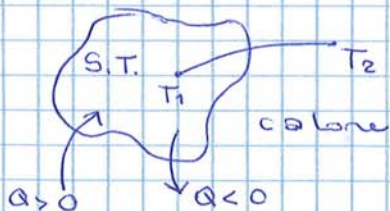
$$L = - \int_S \vec{F}_{est} \cdot d\vec{S} \quad (\vec{F}_{est} \cdot d\vec{S}) = |\vec{F}_{est}| |d\vec{S}| \cdot \cos \alpha$$

convenzioni  
Conversione voli segno



### CALORE, Q

Un sistema termodinamico scambia energia con l'esterno sottoforma di calore quando questo scambio è dovuto a una diff. di temperatura.



$Q > 0$  assorbito dal sistema  
 $Q < 0$  ceduto dal sistema

Il calore è energia in transito a causa di diff. di calore (T).



Es.

Multipli	$10^9$	Giga	$10^9 = 1 \text{ GJ}$
	$10^6$	Mega	$100\,000 = 1 \text{ MJ}$
	$10^3$	Kilo	$1000 \text{ J} = \text{kJ}$
			$1 \text{ J}$
Sotto	$10^{-3}$	Milli	$0,001 = \text{mJ}$
Multipli	$10^{-6}$	Micro	
	$10^{-9}$	Nano	

Per convenzione - qualunque si è deciso - di dare alla pressione una alternativa unità di misura:

$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 100\,000 \text{ Pa}$

$1 \text{ bar} \approx 1 \text{ atm}$

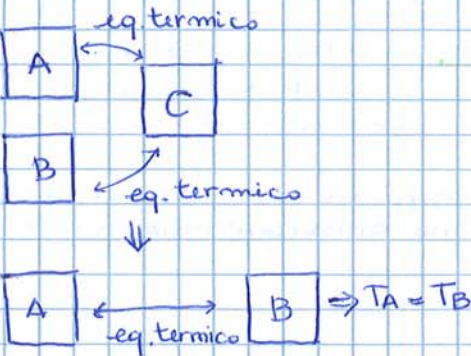
TEMPERATURA, T

Principio 0 della termodinamica (Fowler 1931):

dati due sistemi termodinamici A, B, ciascuno dei quali è in equilibrio termico con un terzo S.T., C, allora anche i sistemi A e B sono in equilibrio termico tra loro.

Due sist. termodinamici A e B sono in equilibrio termico se hanno la stessa temperatura.

enunciato (basato su esperimenti) che non è dimostrabile, ma che non può essere contraddetto.



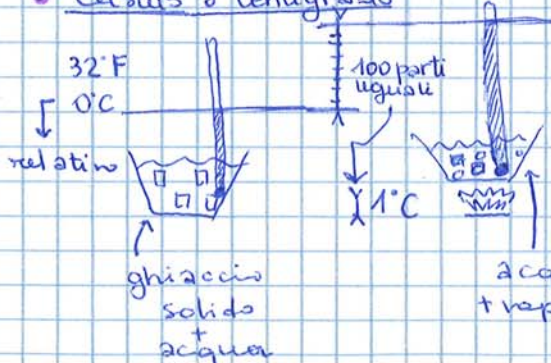
Posso enunciare un principio anche prima dell'esperimento e verificare che sia cost.  $\Rightarrow$  forma ASSIOMATICA dei principi.

DEFINIZIONE ASSIOMATICA: esiste una grandezza di stato della temperatura che assume lo stesso valore in sistemi termodinamici in equilibrio termico fra di loro.

SCALE TERMOMETRICHE

$\hookrightarrow$  facciamo entrare in gioco delle unità soggettive

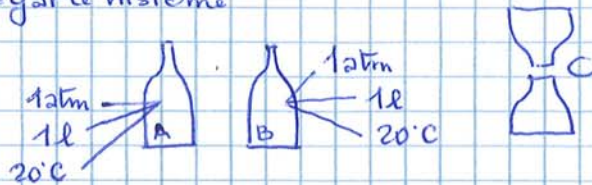
• Celsius o Centigrado



Scala di temperatura empirica  
 $\hookrightarrow$  creare un insieme di step che mi permettano di ripetere l'esper. in maniera univoca. (P = 1 atm).



Immaginiamo di avere due bottiglie di acqua da 1L e di collegarle insieme



**EXTENSIVE**

- V = volume
- M = massa
- U = energia interna
- H = entalpia
- S = entropia

**INTENSIVE**

- T = temperatura
- P = pressione

sono in funzione della massa M del sistema

è possibile ricavare delle **GRANDEZZE SPECIFICHE** ⇒ che diventano **INTENSIVE** (prendo le grandezze e le divido per la loro massa M).

$$v = \frac{V}{M} = \left[ \frac{m^3}{kg} \right] \begin{matrix} \text{volume massico} \\ \text{ovolume specifico} \end{matrix}$$

non dipendono dalla MASSA!

$$u = \frac{U}{M} = \left[ \frac{J}{kg} \right] \begin{matrix} \text{energia interna} \\ \text{massica} \end{matrix}$$

$$h = \frac{H}{M} = \left[ \frac{J}{kg} \right] \begin{matrix} \text{entalpia} \\ \text{massica} \end{matrix}$$

$$s = \frac{S}{M} = \left[ \frac{J}{K \cdot kg} \right] \begin{matrix} \text{entropia} \\ \text{massica} \end{matrix}$$

Facendo il reciproco del volume massico:

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{M}{V} \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \begin{matrix} \text{densità o} \\ \text{massa volumica} \end{matrix}$$

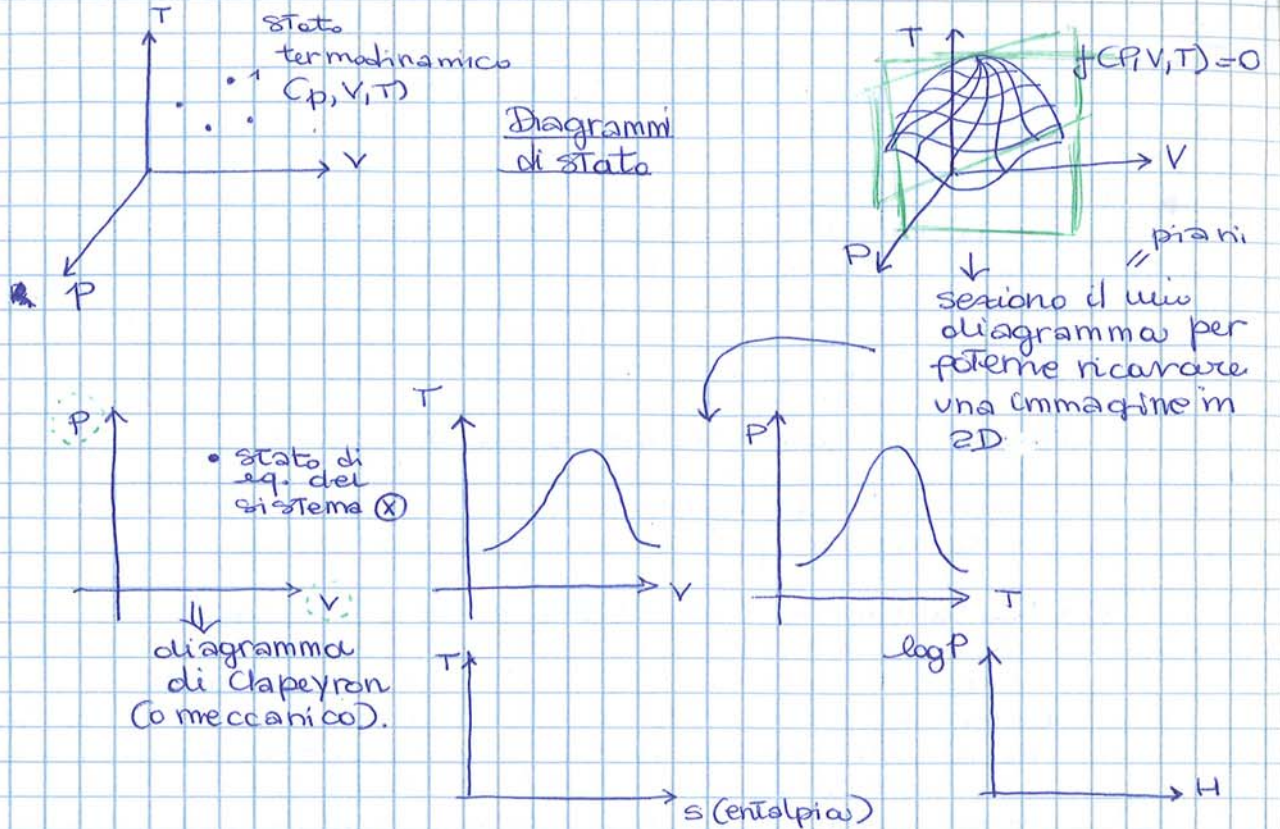
$$\rho = 1/v$$

Pur non essendo Q, L grandezze di stato posso immaginare di far dipendere la loro q.tà dalla massa!

$$q = \frac{Q}{M} \left[ \frac{J}{kg} \right] \text{ calore massico}$$

$$l = \frac{L}{M} \left[ \frac{J}{kg} \right] \text{ lavoro massico}$$

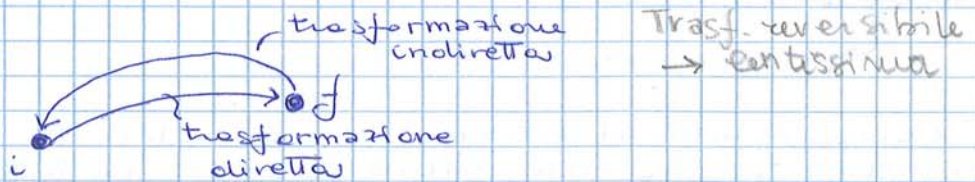




(X) è possibile evidenziarlo sul diagramma di stato.

TRASFORMAZIONE REVERSIBILE

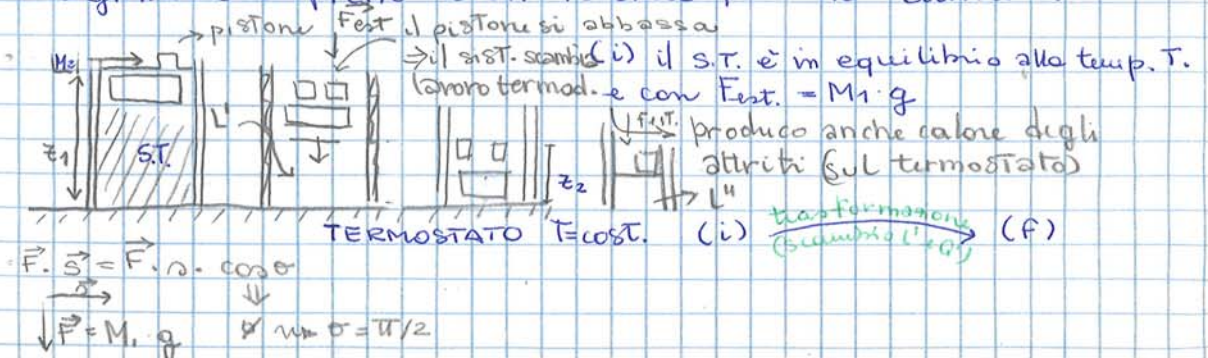
Una trasformazione è reversibile se una volta effettuata la trasformazione è possibile invertire il senso della trasformazione tornando allo stato iniziale senza che resti traccia della trasformazione diretta e inversa dell'universo, cioè in modo tale che sia il S.T. che l'ambiente esterno non rechino traccia delle due trasformazioni diretta e inversa.



Questo affinché avvenga prevede che la trasformazione sia una successione infinita di stati di equilibrio

Esperienza di Zemansky

Immaginiamo di prendere un sistema pistone - cilindro.





TRASFORMAZIONE  $i \rightarrow f$

$$L' = -\vec{F}_{est} \cdot \vec{s} = -|\vec{F}_{est}'| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos\theta$$

$$|\vec{F}_{est}'| = (M_2 + M_1) \cdot g$$

$$|\vec{s}| = (z_1 - z_2)$$

$$L' = \ominus (M_2 + M_1) g (z_1 - z_2) < \emptyset$$

in questo caso devo spendere lavoro  $\Rightarrow$

ricavo calore da l' esterno

Lavoro positivo quando il sistema PRODUCE lavoro

(espansivo / intensivo) ?

$$Q' = \left( \begin{matrix} \text{calore per} \\ \text{la compressione} \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} \text{calore} \\ \text{attriti} \end{matrix} \right) < \emptyset$$

TRASFORMAZIONE  $f \rightarrow i$

$$L'' = -\vec{F}_{est}'' \cdot \vec{s} = -|\vec{F}_{est}''| \cdot |\vec{s}| \cos\theta' = |\vec{F}_{est}''| \cdot |\vec{s}|$$

opposto alle forze

$$|\vec{F}_{est}''| = (M_1 \cdot g)$$

$$|\vec{s}| = |z_1 - z_2|$$

$$L'' = (M_1 \cdot g) \cdot (z_1 - z_2) > \emptyset$$

$$Q'' = \left( \begin{matrix} \text{calore per} \\ \text{l'espansione} \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} \text{calore} \\ \text{attriti} \end{matrix} \right) > \emptyset$$

producono e forniscono calore al sist  $\Rightarrow$  li vorrei calore verso l'esterno

Al termine di  $(i \rightarrow f) + (f \rightarrow i)$ , l'ambiente esterno perde energia meccanica  $\Rightarrow$  LAVORO

$$-L' - L'' = (M_1 + M_2) g (z_1 - z_2) - M_1 g (z_1 - z_2) = \Delta L = M_2 \cdot g (z_1 - z_2) = \text{perdita di energia potenziale della massa } M_2$$

$$\Delta Q = |Q'| - |Q''| = \text{una quota di calore resta nel termostato}$$

Le irreversibilita determinano delle "inefficienze", o delle perdite di energia.



**REVERSIBILE:**

In ogni istante le variabili interne del sistema sono note e le  $F_{int}$  ed  $F_{est}$  al sistema sono in equilibrio tra loro (come anche le temperature)



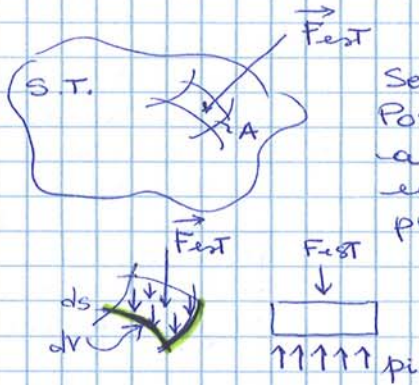
per una trasformazione reversibile è possibile determinare le energie  $Q, L$  scambiate dal sistema con l'esterno, in funzione delle variabili di stato interne del sistema (intensive).

LAVORO (trasf. reversibile)

In generale (per tutte le trasf.)

$$L = - \int \vec{F}_{est} \cdot d\vec{s}$$

↳ reversibili ed irreversibili.



Se la trasform. è reversibile  $\Rightarrow$  c'è equilibrio. Posso dire che da un lato della mia area c'è della forza esterna che è equilibrata istante per istante da una pressione interna della superficie.

$$\vec{F}_{est} = - p_i \cdot A \Rightarrow L = + \int p_i \cdot A ds \cdot \cos\theta$$

$$L = \int p_i \frac{A ds}{dV} \Rightarrow$$

Se isocora  $\rightarrow V=0$   
 $L_{rev} = 0$

$$L_{Rev} = \int p dV \Rightarrow \text{vale SOLO per trasformazioni REVERSIBILI.}$$

$$L = L_{RR} - L_w$$

$$L_w > 0$$

Lavoro perso per irreversibilità

$$L = \int_{IRR} p dV - L_w$$

formula generale nuovamente.

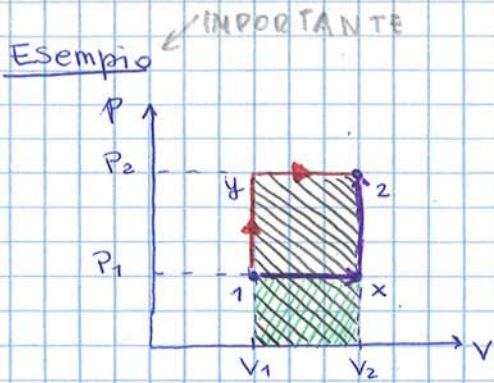
Per trasformazioni in cui il sist. produce lavoro ( $L > 0$ )

$$L = \int p dV - L_w < L_{rev}$$

Per trasformazioni in cui il sist. assorbe lavoro ( $L < 0$ )

$$L = \int p dV - L_w > L_{rev}$$





Caso 1 : 1 → x → 2

Lavoro scambiato dal s.t. con l'esterno

$$L = \int_1^2 dL = \int_1^x dL + \int_x^2 dL = \int_1^x p dV + \int_x^2 p dV$$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 è costante  $\downarrow$   
 $\rightarrow$  pochi  $V_2 > V_1$   
 $\rightarrow$  area verde

$$\Rightarrow p_1 \int_{V_1}^{V_2} dV = p_1 (V_2 - V_1) = L_{1 \rightarrow x \rightarrow 2} > 0$$

Caso 2 : 1 → y → 2

Lavoro scambiato dal s.t. con l'esterno

$$L = \int_1^2 p dV = \int_1^y p dV + \int_y^2 p dV = p_2 \int_{V_1}^{V_2} dV =$$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 avviene tutto lungo  $V_1$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 cost.

$$= p_2 (V_2 - V_1) = L_{1 \rightarrow y \rightarrow 2} > 0 \rightarrow \text{area nera}$$

In questo modo abbiamo provato che  $dL$  non è un differenziale esatto !!

Riassumendo

$dQ$  } non sono differenziali esatti  $\Rightarrow$  in generale quindi:  
 $dL$  }  $\oint dQ \neq 0$  e  $\oint dL \neq 0$

Per le grandezze variabili di stato ( $P, T, V, H, S, \dots$ ) vale sempre che

$\oint dx = 0$   $\rightarrow dx$  è un DIFFERENZIALE reversibili e irreversibili.

$x =$  generica variabile di stato

Esempio

$\oint dT = 0$   
 $\oint dp = 0$   
 $\Rightarrow \oint dH = 0$

$dp = p_f - p_i = 0$

$p_i = p_f = 10 \text{ bar}$



$$c = \frac{dQ}{M dT} \Rightarrow dQ = M c dT \Rightarrow Q = \int dQ = \int_{T_1}^{T_2} M c dT$$

se c è costante  $c = c(T) \Rightarrow Q = M c \Delta T$

1 Kcal = 4186 J

1 Kcal/h =  $\frac{4186}{3600} \frac{J}{s} \rightarrow W$

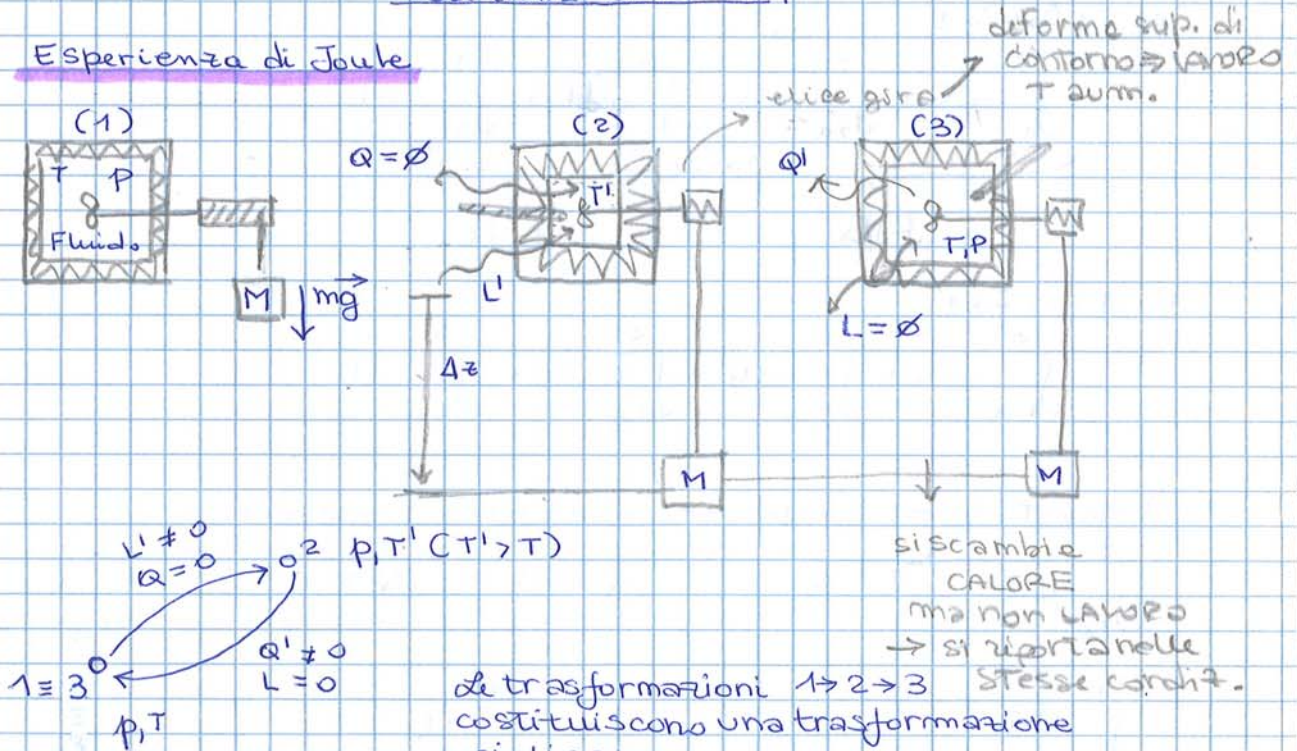
- BTU = British Thermal Units
- 1 BTU = 1055,06 J
- 1 BTU/h =  $\frac{1055,06}{3600} \frac{J}{s} = 0,293 W$

I PRINCIPIO della TERMODINAMICA (1850 Joule)

(principio di conservazione dell'energia)

Metodo INDUTIVO  $\rightarrow$  parto da esperimenti che forniscono una CONCLUSIONE di carattere generale  $\Rightarrow$  INDUCO UNA SOLUZIONE GENERALE.

Esperienza di Joule



Qualunque fosse la qta di lavoro e indipendentem. dal fluido, in seguito a questo esperimento, ottenere sempre lo stesso risultato

$\oint dQ$  " calore dissipato

$\oint dL =$  lavoro assorbito dal fluido

$\oint dL = \text{cost.} = J$

$\oint dQ$



Siccome  $\int_1^2 (dQ - dL)$  NON dipende dalla trasformazione, ma solo dagli estremi di integrazione  $\Rightarrow dQ - dL$  è una differenza e ESATTO =  $dX$

Quindi  $dQ - dL$  è una grandezza di stato che dipende soltanto dallo stato in cui si trova il sistema:

$X \Rightarrow$  è l'energia totale posseduta dal sistema;  $E$

$dQ - dL = dE$  1° principio della termodinamica (\*)

dove  $dE$  è data dalla somma di tantissimi contributi ( $E = U + E_c + E_p + E_{int}, \dots$ )

Quelle fondamentali sono:

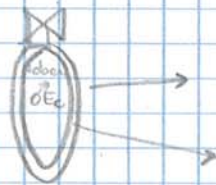
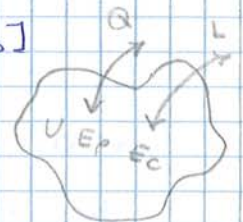
- $U$  = energia interna [J]
- $E_c$  = energia cinetica [J]
- $E_p$  = energia potenziale [J]

Mentre  $Q$  ed  $L$  erano energie SCAMBIATE, le altre forme di energia sono ENERGIE POSSEDUTE dal sistema.

$E_{cin}$  = energia che il sistema possiede in virtù della sua velocità =  $\frac{1}{2} m v^2$

$E_{pot}$  = energia che il sistema possiede in virtù della sua posizione =  $m g h$

$U$  = energia che il sistema possiede in virtù delle somme delle en. cinetiche e potenziali a livelli molecolari (effetti VIBRAZIONALI)  
 $\hookrightarrow$  particelle che vibrano



Se la bombola è ferma  $E_c = 0$ , ma esiste comunque una energia interna del sistema

(\*) vale in realtà su OGNI SISTEMA  $\left\{ \begin{array}{l} \text{chiuso} \\ \text{aperto} \end{array} \right.$

CASI PARTICOLARI

$dQ - dL = dU + dE_c + dE_p$

$\hookrightarrow$  trasformazioni infinitesime

$Q - L = \Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p$

$\hookrightarrow$  trasformazioni finite

Ricordando che:

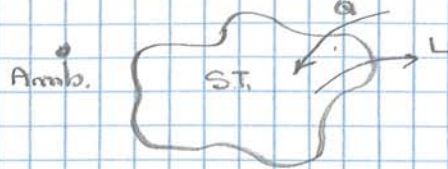
$q = \frac{Q}{m}$     $l = \frac{L}{m}$     $e = \frac{E}{m}$

Posso riscrivere  $\hookrightarrow$

$dq =$



regola che funziona poiché gli esperimenti non hanno 'negato'!  
 1° principio ⇒ conservazione dell'energia



Prendo un S.T. che prende Q dall'esterno e produce un L sull'ambiente

• Applico il 1° principio al S.T.

$$Q - L = \Delta E_{ST}$$

← m. totale del sistema termodinamico

Siccome Q ed L hanno dei segni ⇒ +|Q| - [+|L|]

e quindi  $|Q| - |L| = \Delta E_{ST}$  1)

• Applico il 1° p.d.t. all'ambiente esterno

Dal pto di vista dell'ambiente il calore è ceduto, mentre il lavoro è ricevuto ↓

$$-|Q| - [-|L|] = \Delta E_{amb.}$$

⇒  $-|Q| + |L| = \Delta E_{amb.}$  2)

A questo punto chiediamoci quanto vale la variazione di energia dell'universo,  $\Delta E_u$ , a seguito di questa trasformazione  
 ↳ ambiente + S.T.

$$\Delta E_u = \Delta E_{ST} + \Delta E_{amb.}$$

Sostituendo 1), 2)

$$\Rightarrow \Delta E_u = |Q| - |L| - |Q| + |L| = 0$$

$\Delta E_u = 0 \rightarrow E_u = \text{costante}$

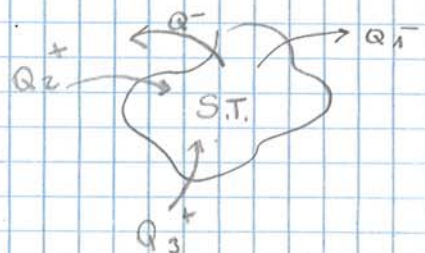
Dunque l'energia dell'universo si conserva!

ASSIOMA (metodo DEDUTIVO)

Esiste una grandezza legata (in funzione) di grandezze misurabili del S.T. e quindi funzione del S.T. la cui variazione,  $\Delta$ , in assenza di variazioni di tutte le altre forme di energia possedute dal S.T. è pari alla differenza tra il calore netto scambiato dal S.T. con l'esterno e del lavoro netto scambiato dal S.T. con l'esterno. Tale grandezza prende il nome di **ENERGIA INTERNA** del S.T.

$$\Delta U = Q - L$$

← somma algebrica di tutti i contenuti dei segni) calore globalmente scambiato dal S.T. (tenendo conto dei segni)





$$\oint dQ - \oint dL = \oint dE = 0$$

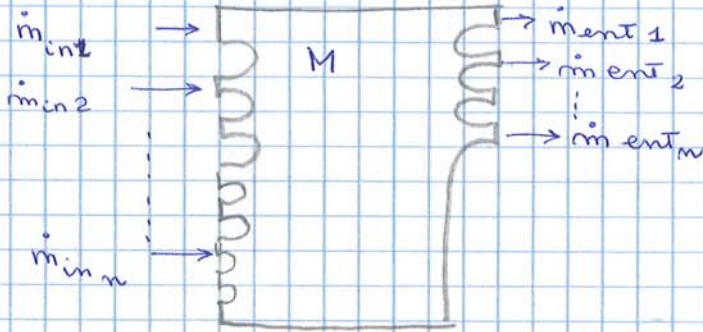
$$\Downarrow$$

$$\oint dQ = \oint dL$$

poiché E è una grandezza di stato

(parentesi)

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE della MASSA  
o PRINCIPIO di CONTINUITÀ



$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_{in_i} - \sum_{j=1}^n \dot{m}_{out_j} = \frac{dM}{dt}$$

↳ caso generale

Nel caso particolare di regime stazionario  $\Rightarrow$  tutte le grandezze che caratterizzano il sistema non variano nel tempo

$$\Downarrow$$

$$\frac{dM}{dt} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_{in_i} - \sum_{j=1}^n \dot{m}_{out_j} = 0$$

↳ regime stazionario

Portata in massa,  $\dot{m}$  [kg/s]

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt}$$

!!! Il principio di conserv. della massa vale in generale SOLO sulla massa e non sul volume.

Portata in volume,  $\dot{V}$  [m³/s]

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt}$$

il volume è legato alle masse mediante la densità  $\rho$

↳ solo in alcuni casi

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{m}{V} \Rightarrow$$



la prima cosa che noto è che  $U, E_c, E_p$  sono grandezze di stato estensive  $\rightarrow$  posso sempre calcolare la loro variazione come valore delle grand. alla fine della trasform.  $\ominus$  quello all'inizio

$$\Rightarrow dU = U_{fin} - U_{in}$$

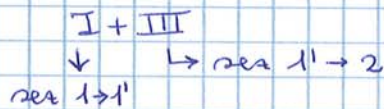
$$dE_c = E_{c,fin} - E_{c,in}$$

$$dE_p = E_{p,fin} - E_{p,in}$$

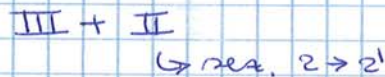
ESTENSIVE

Il fatto che siano  $\checkmark$   $\Rightarrow$  mi permette di calcolare ciascuna energia come somma di contributi  $\Rightarrow X = X_A + X_B$

- Al tempo  $T$  il S.T. è costituito dalle parti



- Al tempo  $T + dT$  il S.T. è costituito dalle parti



Esaminiamo:

$U =$  energia interna

$$dU = U_{fin} - U_{in}$$

$$U_{finale} = U_{III} + U_{II} \text{ (grandezza estensiva)}$$

$$U_{iniziale} = U_I + U_{III}$$

$$dU = (U_{III} + U_{II}) - (U_I + U_{III})$$

$$= U_{II} - U_I + U_{III} - U_{III}$$

**NOTA**

In generale dovrei scrivere

$$U_{III}(T + dT) = U_{III}(T) + \frac{dU}{dT} dT$$

Se il regime è stazionario:

$$\frac{dU}{dT} = 0$$

quindi:  $dU = U_{II} - U_I$

$$\begin{aligned} \Rightarrow U_{II} &= u_2 \cdot dm_2 \\ U_I &= u_1 \cdot dm_1 \end{aligned}$$

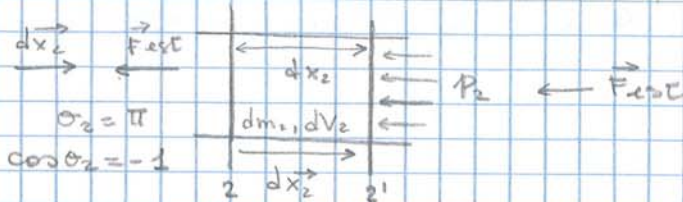
$\rightarrow$  la transf. avviene ~~not~~ come se il volume ~~che~~ da  $1 \rightarrow 1'$  fosse uguale a quello in  $2 \rightarrow 2'$  in seguito allo spostamento.



$$dL_1 = -P_1 dV_1 = -P_1 \cdot \underbrace{(dm_1 \cdot v_1)}_{dV_1} = *$$

$v_1 = \text{volume massico}$   
 $dm_1 = \dot{m} dT$

$$* = -\dot{m} dT P_1 v_1$$



$$dL_2 = -F_{essT} \cdot d\vec{s} = - \left( P_2 \underbrace{A_2 dx_2}_{dV_2} \cdot (-1) \right)$$

$$dV_2 = dm_2 \cdot v_2$$

$$dm_2 = \dot{m} dT$$

$$\bullet \quad dL = Li dT - \dot{m} dT P_1 v_1 + dL_2 = \\ = Li dT + \dot{m} dT (P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

- Lavoro Tecnico
- $Li \Rightarrow$  Lavoro Interno
- Lavoro all'asse.

$Li$  è il lavoro compiuto o assorbito dal fluido (sistema termodinamico) attraverso le parti (solide) mobili del sistema  
 ↓  
 reali

Sostituisco tutte le quantità trovate fino ad ora in:

$$\dot{Q} - \dot{L} = (dU + dE_c + dE_p)$$

$$\dot{Q} - [Li dT + \dot{m} dT (P_2 v_2 - P_1 v_1)] = \dot{m} dT (u_2 - u_1) + \\ + \dot{m} dT \left( \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) + \dot{m} dT g (z_2 - z_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{Q} - Li = \dot{m} \left[ u_2 - u_1 + P_2 v_2 - P_1 v_1 + \left( \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) + g (z_2 - z_1) \right] =$$

$$= \dot{m} \left[ \underbrace{(u_2 + P_2 v_2)}_{h_2} - \underbrace{(u_1 + P_1 v_1)}_{h_1} + \left( \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) + g (z_2 - z_1) \right]$$

$- h_1 = \text{entropia}$

$$H = U + pV \quad h = u + pv$$

$$\dot{Q} - Li = \dot{m} \left[ (h_2 - h_1) + \left( \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) + g (z_2 - z_1) \right] \rightarrow$$



## II PRINCIPIO della TERMODINAMICA (Carnot inizio '800)

Esiste una grandezza caratteristica del S.T. e funzione di grandezze misurabili, caratteristiche del S.T. (dunque grandezza di stato), la cui variazione durante trasformazioni reversibili, è data dalla seguente relazione:

$$dS = \left( \frac{dQ}{T} \right)_{\text{reversibile}}$$

S = entropia  $\left[ \frac{J}{K} \right]$

L'entropia è una grandezza di stato estensiva



- dS è un differenziale esatto

$$dS = S_{\text{fin}} - S_{\text{iniz.}} \quad \left( \Rightarrow \text{non dipende dal tipo di trasformazione, ma solo dagli estremi.} \right)$$

- $\oint dS = 0$  (SEMPRE)

- $\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$

$$ds = \frac{dS}{m} \Rightarrow \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \rightarrow \text{entropia massica}$$

→ fra stati che non sono in equilibrio

Nel caso di processi irreversibili ⇒

$$dS > \left( \frac{dQ}{T} \right)_{\text{irr}}$$

posso trasformare la disegual. in una equazione attraverso il valore dSi

Equazione del 2° principio delle termodinam.

$$dS = \frac{dQ}{T} + dSi$$

com  $dSi > 0$

← la temperatura assoluta in K

↓ pezzo di varia. di entropia dovuto alle irreversibilità

1) Se nel termine dSi inseriamo le irrevers. interne al sistema allora T continuerà ad essere quella del sistema.

2) Se T non è definibile e in dSi inserisco le irrevers. interne ed esterne e considero la temperatura esterna dal sistema,

$$dS = \left( \frac{dQ}{dT} \right) + dS_{\text{irr}}$$

irreversibilità

Tirr. esterna

interne → per es:

↓  
Scambi di calore tra diff. finiti di temp. +

- attriti  
- disequilibri



$$\Delta S_u = -\frac{|Q|}{T_A} + \frac{|Q|}{T_B} \gg 0$$

$$\frac{|Q|}{T_B} \gg \frac{|Q|}{T_A} \quad \text{c.v.d. vera}$$

per ipotesi  $T_B < T_A$

Il 2° p.d.t. afferma che calore e lavoro sono due forme di energia vengono misurati entrambi in J, ma <sup>non equivalenti</sup> pongono dei vincoli o restrizioni.

È possibile convertire tutto il lavoro in calore, ma non sempre è possibile effettuare il contrario.

$L \rightarrow Q$  ✓

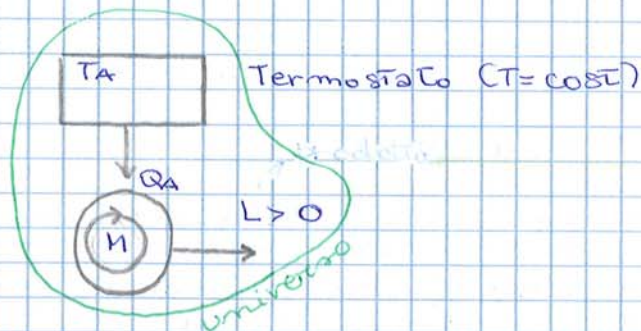
$Q \rightarrow L$  Limiti

esistono dei vincoli che pongono dei limiti alle trasformazioni

IMPOSSIBILI

mi dice quali sono possibili e quali non lo sono.

### MACCHINE TERMICHE MOTRICI



M = macchina termica funzionante secondo un ciclo termodinamico: percorso in senso orario sul diagramma di stato.



Perché scegliamo una trasformazione ciclica? Poiché utilizzando una trasform. aperta il motore da  $1 \rightarrow 2$  non ritorna in 1, ma ci serve una macchina che infinitamente operi dallo stato iniziale.

- Applichiamo il 1° p.d.t. alla macchina

poiché transf. ciclica  $\Rightarrow \oint dQ - \oint dL = \oint dU \Rightarrow \oint dQ = \oint dL$

$$\oint dQ = +|Q_A| \quad \oint dL = +|L|$$

- Applichiamo il 2° p.d.t., in particolare:

$$\Delta S_{universo} \gg 0$$

Siccome l'entropia è una grand. di stato estensiva





A questo punto vediamo se con questa modifica la trasf. può funzionare:

- applichiamo 1° p.d.t. alla macchina

$$\oint dQ - \oint dL = \oint d\phi$$

$$\oint dQ = \oint dL$$

calore netto scambiato con l'esterno = L

$$Q_{netto} = \sum |Q_A| - \sum |Q_B| = |Q_A| - |Q_B| = L$$

$$L = |Q_A| - |Q_B| > 0$$

- applichiamo 2° p.d.t.

$$\Delta S_{univ} \geq 0 \Rightarrow \Delta S_{univ} = \Delta S_{TA} + \Delta S_{TB} + \Delta S_M =$$

$$= \int_A \frac{dQ}{T} + \int_B \frac{dQ}{T} + \int_M \frac{dS_i}{T} = \int_A \left( \frac{dQ}{T} + \frac{dS_i}{T} \right) + \int_B \left( \frac{dQ}{T} + \frac{dS_i}{T} \right)$$

Trattandosi di termostati le temperature possono essere portate fuori, in più  $dS_i = 0$  poiché non ci sono irreversibilità

$$= \frac{Q_A}{T_A} + \frac{Q_B}{T_B} = -\frac{|Q_A|}{T_A} + \frac{|Q_B|}{T_B}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{univ} = -\frac{|Q_A|}{T_A} + \frac{|Q_B|}{T_B} \geq 0$$

$$\frac{|Q_B|}{T_B} \geq \frac{|Q_A|}{T_A}$$

$$\Delta S_{univ} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{|Q_B|}{T_B} \geq \frac{|Q_A|}{T_A}$$

nella macchina è necessario mettere un'età di calore > rispetto a quella che varia

L<sub>MAX</sub> OTTENIBILE

↳ massimo lavoro possibile ottenibile dalla macchina

$$L = |Q_A| - |Q_B|$$

Esprimiamo  $Q_A$  e  $Q_B$  in funzione di  $\Delta S_{univ}$ .

$$|Q_A| = \frac{T_A}{T_B} |Q_B| - T_A \cdot \Delta S_{univ}$$

$$|Q_B| = \frac{T_B}{T_A} |Q_A| + T_B \cdot \Delta S_{univ}$$





$\eta$  = rendimento termodinamico della macchina

$$\eta = \frac{\text{Effetto utile}}{\text{spesa}} \rightarrow \text{in generale}$$

Dunque:

$$\eta = \frac{L}{Q_A} < 1 \quad (\eta = 1 \text{ significherebbe la macchina monoterma che non si può fare}).$$

Sostituendo a  $L = |Q_A| - |Q_B|$  ottengo:

$$\eta = \frac{L}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|} \rightarrow \text{Lavoro in funzione del calore fornito e tolto.}$$

$\eta_{\max} = ? \iff L_{\max}$  e cioè quando  $\Delta S_{\text{univ}} = 0$

$$\eta_{\max} = \frac{L_{\max}}{|Q_A|} = \left(1 - \frac{T_B}{T_A}\right) \cdot |Q_A| \cdot \frac{1}{|Q_A|}$$

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_B}{T_A} = \eta_{\text{Carnot}} \quad \text{Il termine } \left(1 - \frac{T_B}{T_A}\right) \text{ è detto fattore Carnot.}$$

dipende solo dalle temperature dei termostati

**NOTA**  $T_A$  e  $T_B$  devono essere espresse in K

TEMPERATURE TERMODINAMICHE

$$\eta_{\max} = f(T_A, T_B)$$

$\eta_{\max} \uparrow$  (sale) se  $\sigma T_A \uparrow$  o  $T_B \downarrow$

In condizioni di  $\eta_{\max}$  (cioè  $L_{\max}$ )  $\Rightarrow \Delta S_{\text{univ}} = 0$ , per cui vale:

$$-\frac{|Q_A|}{T_A} + \frac{|Q_B|}{T_B} = 0$$

$$\frac{|Q_A|}{|Q_B|} = \frac{T_A}{T_B}$$

$\hookrightarrow$  pone le basi per la scala di temp. assoluta  $\Rightarrow$  posso misurare la temperatura con un calorimetro



Perché la trasformazione che avvengono con scambio di calore avvengono a  $T = \text{cost}$ ?

Poiché se la facessimo a  $P = \text{cost}$  non avremmo un rendimento max  $\Rightarrow$  se la temp. ~~non~~ non fosse costante  $\rightarrow$  aumenterebbe  $\rightarrow$  ci sarebbero delle IRREVERSIBILITÀ ESTERNE  $\rightarrow$  scambi di temperatura finiti.

Dunque la trasformazione deve essere ISOTERMA e REVERSIBILE  $\rightarrow$  ISOENTROPICA

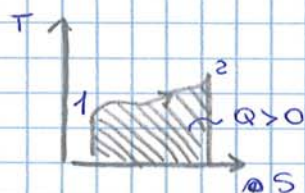
sto implicitamente dicendo che la transf. è reversibile  $\Rightarrow$  ho disegnato un GRAFICO.

$\rightarrow$  reappresenta i calori scambiati da T con l'esterno.

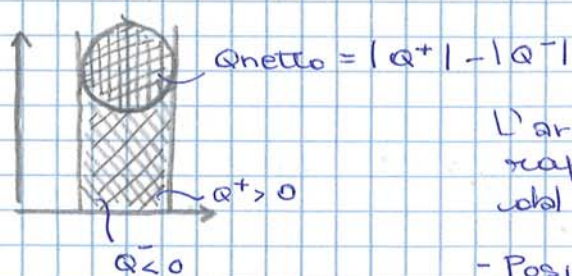
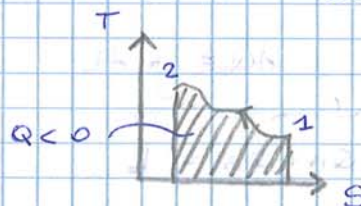
$$\int_1^2 dS = \int_1^2 \left( \frac{dQ}{T} + dS_{irr} \right) = 0 \text{ reversibile}$$

$$\int_1^2 dQ = \int_1^2 T dS = Q_{1 \rightarrow 2}$$

Se  $dS > 0$ ,  $Q > 0$   $\rightarrow$  fornito dal sistema verso l'interno

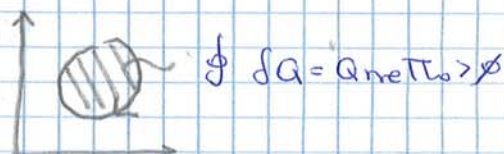
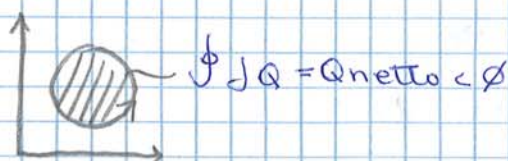


Se  $dS < 0$ ,  $Q < 0$   $\rightarrow$  fornito dal sistema verso l'esterno



L'area racchiusa dal ciclo rappresenta il  $Q_{netto}$  scambiato col sistema con l'esterno

- Positivo se percorso in senso orario (macchine motrici)
- NEGATIVO se il ciclo è percorso in senso antiorario (macchine utilizzatrici)

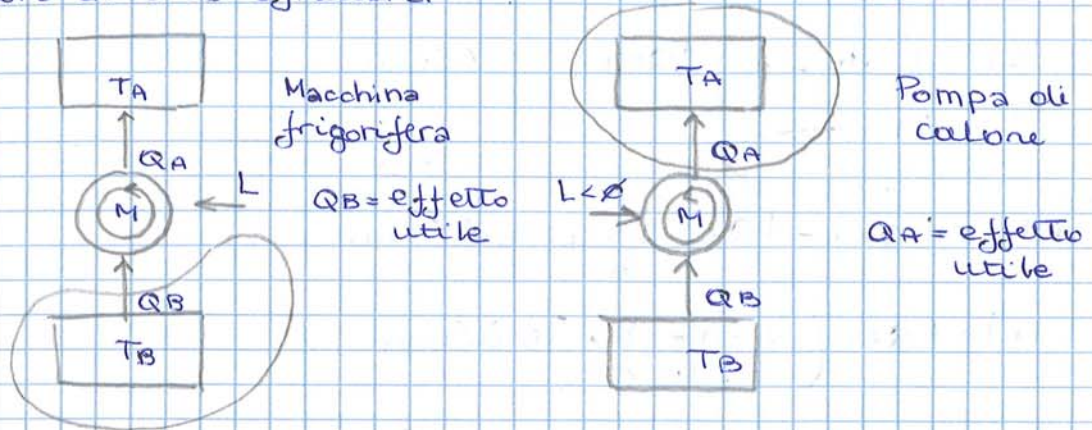


Ed essendo  $\oint dQ = \oint dL$

$\Rightarrow$  le aree racchiusa rappresentano entrambi



Da un punto di vista pratico la macchina frigorifera e la pompa di calore sono la stessa cosa, cioè che fa la differenza è quale calore  $Q_A$  o  $Q_B$  sfruttare.



EFFICIENZA

$$\eta = \frac{\text{effetto utile}}{\text{spesa}}$$



macchina frigorifera:  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{\text{efficienza frigorifera}}{\text{effetto frigorifero unitario}} = \frac{|Q_B|}{|L|}$$

in moduli altrimenti verrebbero dei valori negativi

Siccome  $|L| = |Q_A| - |Q_B|$

$$\epsilon = \frac{|Q_B|}{|L|} = \frac{|Q_B|}{|Q_A| - |Q_B|}$$

$\epsilon \geq 1$

pompa di calore: COP

$$\text{COP} = \text{coefficient of performance} = \frac{|Q_A|}{|L|}$$

$$\text{COP} = \frac{|Q_A|}{|L|} = \frac{|Q_A|}{|Q_A| - |Q_B|}$$

$\text{COP} > 1$

→ il numeratore sarà sempre maggiore del denominatore.

Esisteranno anche in questo caso  $\text{COP}_{\text{max}}$  e  $\epsilon_{\text{max}}$ ?

Massime solo  $\epsilon_{\text{max}}$  e/o  $\text{COP}_{\text{max}}$  quando il lavoro al denom. è MINIMO  $L \equiv L_{\text{min}}$  da  $\Delta S_{\text{univ.}}$  ricavato  $|Q_A|$  e  $|Q_B|$

$$|Q_A| = |Q_B| \cdot \frac{T_A}{T_B} + T_A \Delta S_{\text{univ}}$$

$$|Q_B| = |Q_A| \cdot \frac{T_B}{T_A} - T_B \Delta S_{\text{univ}}$$



Esempi

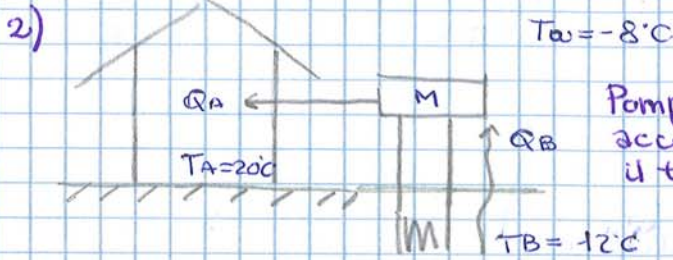


Lavoriamo come minimo con un  $\Delta T = 28^\circ\text{C} = 28\text{K}$

Pompa di calore aria-aria

$$\text{COP}_{\text{Carnot}} = \frac{293}{28} = 10,5$$

$$\text{COP}_{\text{reale}} \approx 1,5 \div 2,5$$

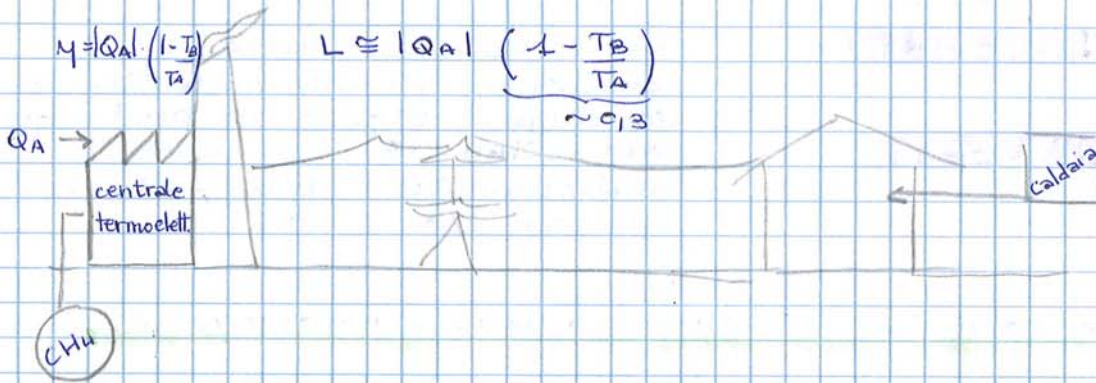


Pompa di calore accoppiata con il terreno

La temp. del terreno è quasi sempre data costante durante l'anno

$$\text{COP}'_{\text{Carnot}} = \frac{293}{8} = 36,6$$

$$\text{COP}_{\text{reale}} = 4 \div 6$$



$$\eta = |Q_A| \left( \frac{1 - T_B}{T_A} \right) \quad L \approx |Q_A| \left( \frac{1 - T_B}{T_A} \right) \approx 0,13$$

$$\eta = 0,85 \div 0,95$$

GAS PERFETTI

$$pV = nRT \quad f(p, v, T) = 0$$

$n$  = numero di moli  
 $R$  = cost. universale =  $8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$   
 dei gas

$$\frac{pV}{M} = \frac{nRT}{M}$$

$M$  = massa [Kg]

$v$  = volume massico  $\left( \frac{\text{m}^3}{\text{Kg}} \right)$

$\frac{n}{M} = PM$  = peso molecolare

$$pv = \frac{R}{PM} T$$

$\frac{R}{PM} = R^*$  → costante di elasticità del Gas

$$pv = R^* T$$

$pV = MR^* T$   
 $V$  = volume  
 $v$  = volume massico  
 $p$  = pressione  
 $T$  = temp. assoluta [K]  
 ↑↑

Gas	PM	$R^*$	
$\text{N}_2$	28	$\sim 297$	$\text{J/KgK}$
Aria	$\sim 29$	$\sim 297$	
$\text{H}_2\text{O}_{\text{vap}}$	18	$\sim 462$	



Energia	Exergia
Q	$(1 - \frac{T_B}{T_A}) Q$
L	L
Ep	$mg(z - z_{rif.})$
H	$H - T_0 \cdot S \quad T_0 \equiv T_B$

Le analisi exergetiche diventano importanti nel caso dello sfruttamento di energia.

EQUAZIONI di GIBBS e CONSERVAZIONE ENERGIA MECCANICA

1° p.d.t:  $dQ - dL = dU$

$dQ = TdS - TdS_{irr}$

2° p.d.t:  $dS = \frac{dQ}{T} + dS_{irr}$

$TdS - TdS_{irr} - pdV + dL_w = dU$

$dL = pdV - dL_w$



Per una trasformazione reversibile

$TdS_{irr} = \emptyset \quad dL_w = \emptyset$

$dU = TdS - pdV$

1° equazione di Gibbs.

MISURARE L'ENTROPIA

Sappiamo che

$H = U + pV$

$dH = d(U + pV) = dU + pdV + Vdp = TdS - pdV + Vdp + pdV$

$dH = TdS + Vdp$

2° equazione di Gibbs.

lavoro perso per irreversibilità.

$dL = pdV - dL_w$   
 $dS = \frac{dQ}{T} + dS_{irr}$

entrambe reversibili  
 esiste un legame?

$dL_w - TdS_{irr} = \emptyset$

equazioni di Gibbs vere

$dL_w = TdS_{irr}$