



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2048A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Sgroi Alice

MATERIA: Costruzioni aeronautiche - Prof. Cestino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

1 29.09.15

(8 CFU) COSTRUZIONI AERONAUTICHE

- Professore
Emrico Cestimo
- Collaboratore
Salvatore Brischetto
- Materiale didattico
Slide sul portale
Libri di testo (approfondimento):
 - "Testi di analisi strutturale"; Di Sai'va
 - (Testi classici di costr. aerom.):
- Modalità d'esame
 - Le esercitazioni "UFFICIALI" vanno obbligatoriamente consegnate all'esame → gruppi di max 5 studenti
 - Prova scritta (2h) (30/30) → tramite portale; almeno 5gg prima dello scritto
 - ↳ Uno o più esercizi;
uno o più domande di teoria!
 - ↳ Se prendo un voto ≥ 28 sarà data la possibilità di un orale facoltativo SULLA TESINA DELLE ESERCITAZIONI → il voto può salire o scendere di un max di 3pt

NB: Il corso è stato seguito nell'a.a. 2015-2016, pertanto ogni riferimento alle slide, alla loro suddivisione potrebbe aver subito cambiamenti.

OSS In generale possiamo essere adottati vari tipi / forme 2 29.09.15 e quantità diverse di longheroni e centime, a seconda delle scelte strutturali intraprese.

- La maggior parte dei BOEING e degli AIRBUS ha 2 longheroni principali attorno al 25/30% della corda e il secondario al 70%. Poi la BOEING (747) ha altri 2 longheroni più corti, invece l'Airbus opta per metterne di più di 2 (secondari)
- Le centime sono di solito equispaziate: in realtà a livello strutturale non è la scelta ottimale → i carichi cambiano lungo l'apertura alare: alle estremità il carico risentito è minore quindi potrei anche metterle a più distanzi. Si tratta probabilmente di scelte dettate da comodità a livello pratico / manutenzione.
- Nei velivoli MILITARI si possono adottare scelte particolari. Ad oggi si è soliti distinguere lo stile RUSSO da quello USA
 - ↑
meno longheroni
più centime
 - ↓
meno centime
più longheroni

① CENTINE

• FUNZIONI di FORMA VS FUNZIONI STRUTTURALI

- | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> • Conservare il PROFILO aerodinamico dell'ala | <ul style="list-style-type: none"> • Trasferire i carichi provenienti dal rivestimento nella struttura • Permettere l'introduzione di carichi concentrati (carrello, flaps, alettoni) • Permettere la realizzazione di serbatoi integrali • Supportare i carichi di crushing |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
- ★ **"Carichi di Schiacciamento":**
 Massima forza di compressione applicata durante una prova di schiacciamento o compressione appunto. Per i materiali che non si frantumano, è definito come la forza necessaria a produrre un tipo specifico di rottura

OSS In generale costituiscono 2 classi distinte; le centime solo di forza e quelle solo di forma. In alcuni casi possiamo però trovare quelle utilizzate per assolvere entrambi i compiti.

~ Dai grafici (slide 12-13): sia la Boeing che l'Airbus preferisce in generale creare centime più larghe (~ 2,5 ft) e più vicine tra loro (~ 2 ft).

↓
mettere un numero maggiore di centime evita il **BUCKLING** ↴

(1 ft = 0,305 m)

Chiamata anche "instabilità al carico di punta" (o "instabilità euleriana") è una sollecitazione ~~di~~ di compressione applicata alla testa di un'asta, che causa un improvviso collasso dell'elemento strutturale, nonostante l'effettivo sforzo applicato sia inferiore rispetto allo sforzo massimo che il materiale è capace di sopportare →

3 | 29.09.15

★ Si differenziamo ad esempio carichi BASSI da carichi ALTI, e seconda dei quali la "creazione" stessa della centina cambia! → Formatura tramite deformazione PLASTICA a freddo

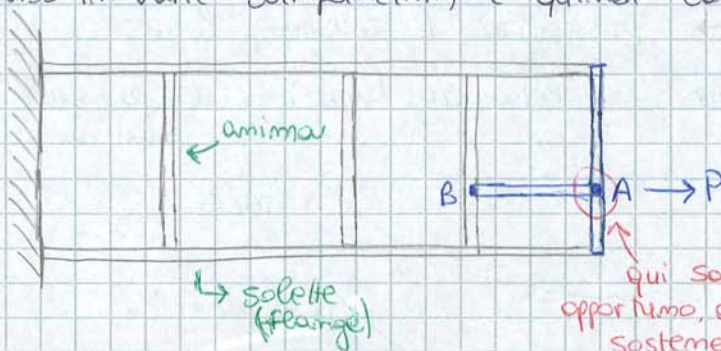
Stampaggio a CALDO o lavorazione di macchinario

non è legata alla divisione tra struttura a traliccio o a profilo sottile!

~ **Curiosità:** sono forate perché così a parità di resistenza strutturale posso mantenere i pesi più bassi; inoltre sono spesso necessari per poter passare cavi, tubazioni ecc... 1 fori

• Soprattutto per le centine o pareti sottili, sono necessari in casi particolari (tipo in corrispondenza del carrello o di altri carichi concentrati) degli **IRRIDIDIMENTI**, per rendere più resistenti le centine stesse.

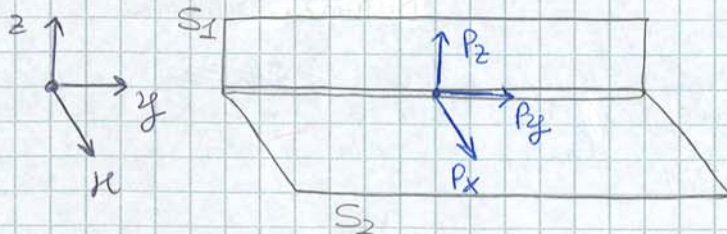
① Se il carico è sul piano del pannello della centina, si introducono veri e propri "pezzi" atti a ricevere il carico (che risulterà suddiviso in varie componenti) e quindi la centina irrigidita



Per gestire meglio il carico in A, viene aggiunta BA (orizzontale) ma anche CD (sostiene la componente verticale)

qui sarà previsto un collegamento opportuno, anche lui in grado di sostenere tale carico P.

② Se il carico è fuori dal piano del pannello della centina, vige la regola che si deve fare coincidere il pto di applicazione del carico in corrispondenza dell'intersezione tra 2 pannelli, e poi deve essere ridistribuito su 3 irrigidimenti

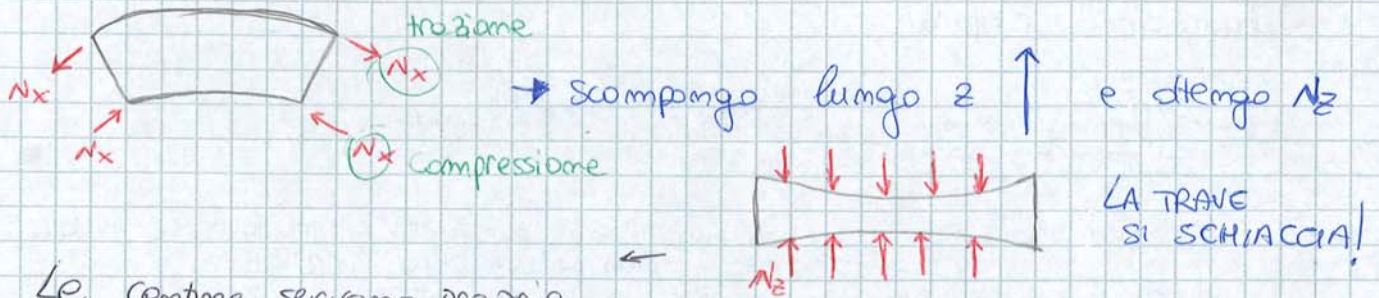


Dato il carico P, si distribuirà nello spazio (componenti P_x , P_y , P_z) in base al sistema di riferimento scelto!

Caso particolare: se il carico P è \perp al pannello, quest'ultimo dovrà essere abbastanza rigido, e in grado di trasferire il carico ai pannelli adiacenti per flessione!

occhio: è un fenomeno che non avevamo visto perché a strutturale assumevamo che la trave IDEALE non potesse appunto schiacciarsi!

4 | 29.09.15



Le centine servono proprio a RISOLVERE questo problema!

~ **ESEMPI:**

(SLIDE 22) Sezione alare del Pilatus: si nota delle deformazioni (IMBUTTURE) fatte nell'anima della centina proprio per i carichi di schiacciamento.

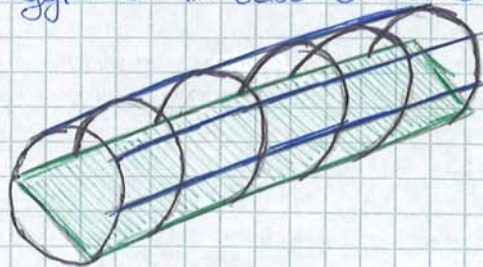
(SLIDE 23) Particolari "olivette" - legate al tubo di pescaggio del combustibile - inserite per poter aprire o chiudere il flusso del serbatoio. Si nota inoltre la suddivisione della centina in 3 parti: muso - p. centrale - coda; le 3 parti sono separate dal passaggio (ad esse \perp) dei longheroni primario e secondario.

2) ORDINATE

Hanno in pratica lo stesso identico ruolo delle centine: mentre queste ultime vanno a rinforzare (e proteggere) le ali, le ordinate servono invece a rinforzare la struttura della FUSOLIERA \rightarrow avranno forma ad anello

Il pavimento della cabina è esso stesso costruito su travi vincolate sia alle ordinate (per scaricare i carichi verticali) che ai longheroni di fusoliera (per scaricare i carichi longitudinali in atterraggio o in caso di crash).

ovviamente anche la fusoliera avrà i suoi longheroni



- ~ longheroni di fusoliera
- ~ ordinate
- ~ pavimento

OSS Nella maggior parte dei BOEING, ad esempio, le ordinate sono più ravvicinate tra loro sul muso e in coda, mentre in centro sono più lontane (quindi ce ne sono un po' meno!)

- Pannelli IRRIGIDITI

→ fanno parte del box di torsione

5 | 29.09.15

- Collaborano alla resistenza a flessione
- Trasferiscono i carichi aerodinamici
- Possono essere a sezione aperta o chiusa; quest'ultimi però presentano un'instabilità locale a torsione.

(1) Come possono essere creati?

Irrigidimenti rivettati → sono collegati ai pannelli tramite appositi rivetti

Irrigidimenti integrali → utilizzando materiali compositi è possibile crearli direttamente come parte integrante del pannello.

Irrigidimenti incollati → sempre tramite materiali compositi, vengono però creati a parte e poi incollati lateralmente sul pannello!

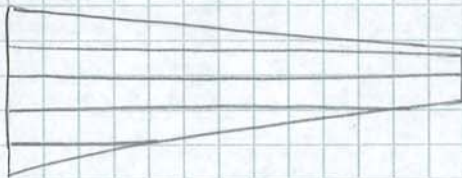
(2) Come possono essere disposti? (rispetto all'allung. alare)

Disposizione OMOTETICA



Facile costruttivamente
Poco efficace a livello strutturale

Disposizione PARALLELA UNIFORME



Facile costruttivamente (gli irrigidimenti sono equispaziati)
Migliore della precedente a livello strutturale

Disposizione PARALLELA INTERRUPTA



Buona sotto tanti aspetti.
Problematica solo dal pto di vista delle instabilità da corrente
↳ interrompo dove il carico si riduce; il resto del carico si trasferisce a quelli non interrotti, che risulteranno però sovraccaricati!

Disposizione DIVERGENTE



La più difficile costruttivamente
La più efficace dal pto di vista della uniformità di resistenza.

~ Esempi:

6 29.09.15

(SLIDE 47) BOEING-707: l'ala non è divisa in due semiali, ma si costituisce di un unico longherone che "passa in mezzo" alla fusoliera. Il punto debole è assicurarsi che, quando l'ala si flette, la struttura della fusoliera non venga compromessa.

(SLIDE 48) ALIANTE: il momento flettente passa dall'ala alla fusoliera mediante 2 bulloni



1 pin per il momento torcente

1 pin per gli sforzi di taglio

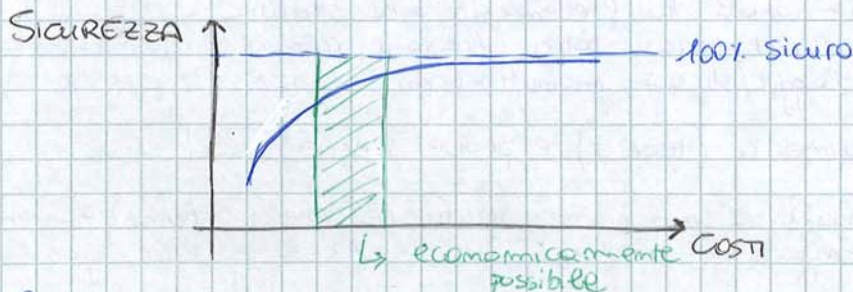
Curiosità: in alcuni velivoli (di solito militari) si possono fare degli attacchi ala-fusoliera a sforzi distribuiti, tramite dei pannelli ~~che~~

(SLIDE 51) PILATUS: un occhiello collega la fusoliera al longherone, che a sua volta è collegato da una serie di rivetti. → 53

Caratteristiche del progetto aeromautico

30.09.15

- È, intanto, un problema multi-dimensionale, con compromessi progettuali da "rimescholare", alla ricerca di una soluzione finale ottimale.
 - ↳ aerodinamica, propulsione, controllo e sistemi, strutture, pesi e materiali.
- I criteri su cui si basa ogni singolo progetto sono due: SICUREZZA e EFFICIENZA ECONOMICA
 - richiede elevata integrità strutturale del velivolo, in tutta la durata del ciclo vita
 - ↳ richiede strutture durature e a basso peso.



• Ovviamente tutto quello che viene deciso in fase progettuale deve rientrare all'interno delle solite normative:

{	ITALIA	→ Certification Specifications	CS-xx	(ENAC) (EASA) (JAA) (FAA)
	EUROPA	→ " "	"	
	(prima) USA	→ Joint Aviation Requirements	JAR-xx	
	USA	→ Federal Aviation Regulations	FAR-xx	

↳ Si determinano quindi particolari requisiti di progetto:

- Criterio di design
- Performance
- Prestazioni al suolo
- Complessità del sistema e design meccanico
- Accettazione comune (o norme di tutte le leggi e enti)

Diversi o secondo se si tratta di velivoli civili o militari

~ Compiti dell'analisi strutturale ~

7 30.09.15

- Dopo aver definito la geometria, i materiali, le condizioni di carico, determina lo stato di sollecitazione e deformazione in tutti i punti della struttura.
- Confrontarle con quelle ammissibili in base ad uno dei criteri

per ognuno di questi criteri, cioè una normativa o se stante!

- CRITERIO di ROBUSTEZZA: la struttura deve sopportare il carico senza pervenire a rottura
- CRITERIO di RIGIDEZZA: sotto i carichi di contingenza la struttura non deve deformarsi eccessivamente (limiti di smarrimento)
- CRITERIO di ELASTICITÀ: scaricata una struttura a partire dai livelli di contingenza, le deformazioni devono essere di entità ridotta.

OSS Questi sono solo criteri di progetto STATICO → ci saranno anche quelli di rottura a fatica e di vibrazioni!

- Valutare i margini di sicurezza
- Eseguire le analisi di meccanica della frattura e di fatica
- Validare le tensioni residue
- Definire il tipo di controlli NON distruttivi

① Criterio di Robustezza → Capacità di sopportare i carichi!

Per accertare la robustezza di una struttura, si procede con:

- Selezione delle condizioni di impiego, in base a quanto previsto dalla normativa
- Valutazione dei carichi meccanici (STATICI e DINAMICI)
- Scelta di uno schema strutturale e ammessa valutazione delle tensioni
- Valutazione delle sollecitazioni sopportabili dalla struttura in base alla forma geometrica, alle condizioni di carico e ai vincoli dei materiali
- Tensioni di lavoro non superiori ad una certa frazione di quella effettiva di rottura del materiale!

↓
In generale l'approccio sarebbe quello di usare un determinato valore di carico S e poi moltiplicarlo per determinati coefficienti > 1 → il carico su cui vengono fatti i test è quindi maggiore, perciò si predispone il tutto a sopravvivere ad una maggiore sforzo → si amplia il margine di resistenza!

↳ Questo approccio ha effettivamente 2 falle:

- (1) Non tiene conto del fatto che se si tratta ad esempio di un materiale composito, resisterà bene nella direzione della fibra, ma non nell'altra (perpendicolare). Questi componenti innovativi, sono inoltre (spesso) molto sensibili alle condizioni ambientali e al danneggiamento!
- (2) I livelli di sicurezza e affidabilità di un componente risultano essere non effettivamente misurabili. Risulta difficile quindi che la struttura, nel suo complesso abbia un livello di affidabilità

8 30.09.15

Definendo inoltre

$\Phi \equiv$ funzione di distribuzione cumulativa normale ridotta

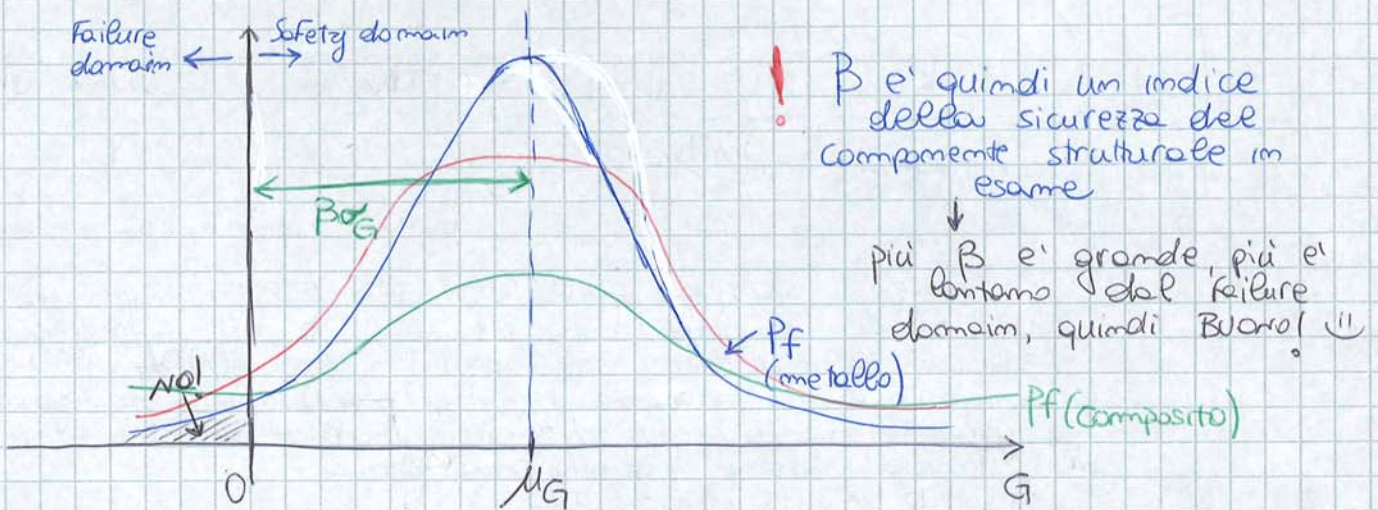
$\beta \equiv$ "reliability index"

$$\hookrightarrow \beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G}$$

Possiamo riscrivere la (1):

$$P_f = \Phi\left(-\frac{\mu_G}{\sigma_G}\right) = \Phi(-\beta)$$

Questo β quindi può essere interpretato come la misura, in deviazioni standard, della distanza tra la media di G e il "failure domain".



- L'approccio deterministico prevede l'utilizzo, nel pto di progetto, di valori nominali conservativi per le variabili di R e S :

$$R_k = \mu_R - k_R \sigma_R \quad (\text{minimo di resistenza})$$

$$S_k = \mu_S + k_S \sigma_S \quad (\text{max sollecitazione possibile})$$

tramite i quali è possibile definire i coefficienti di variazione:

$$V_S = \frac{\sigma_S}{\mu_S} \quad ; \quad V_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R}$$

OSS Tramite V_S e V_R , per formule inverse, possiamo riscrivere

$$R_k = (1 - k_R V_R) \mu_R \quad ; \quad S_k = (1 + k_S V_S) \mu_S$$

- (3) CARICO DI ROTTURA ($FL = \text{Failure Load}$): minimo 9 30.09.15
carico al quale la struttura si rompe.
- (4) FATTORE DI RISERVA: rapporto fra i carichi di rottura e di robustezza.
- (5) MARGINE DI SICUREZZA: differenza fra fattore di sicurezza e limiti.

- La JAR 25 riporta tutte le corrette e precise caratteristiche utili per determinare i criteri di rigidità, elasticità e robustezza.
- Il "Military Handbook" (MIL-HANDBKxx) documentano la resistenza dei materiali e degli elementi strutturali in genere (per veicoli aerospaziali)
↳ coordinate da Air Force, Navy, Army, Federal Aviation...
- Ricordando sempre nelle caratteristiche del criterio di robustezza, definiamo

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_p = \text{tensione max prodotta dai carichi di contingenza} \\ \sigma_s = \text{tensione di smarrimento del materiale utilizzato} \\ \sigma_R = \text{tensione di rottura del materiale utilizzato} \\ S_{Fe} = \text{fattore di sicurezza a contingenza (di solito } S_{Fe} = 1) \\ S_{Fr} = \text{fattore di sicurezza a rottura (di solito } S_{Fr} = 1,5) \end{array} \right.$$

Sulla base di questi, il criterio di robustezza può essere tradotto come:

- (1) Sottoposta a carichi di contingenza, la struttura non deve arrivare a smarrimento

$$\frac{\sigma_s}{S_{Fe} \cdot \sigma_e} > 1 \quad \rightarrow \quad \sigma_e < \sigma_s$$

- (2) Sottoposta ai carichi di robustezza, la struttura non deve cedere:

$$\frac{\sigma_R}{S_{Fr} \cdot \sigma_e} > 1 \quad \rightarrow \quad \sigma_e < \frac{\sigma_R}{1,5}$$

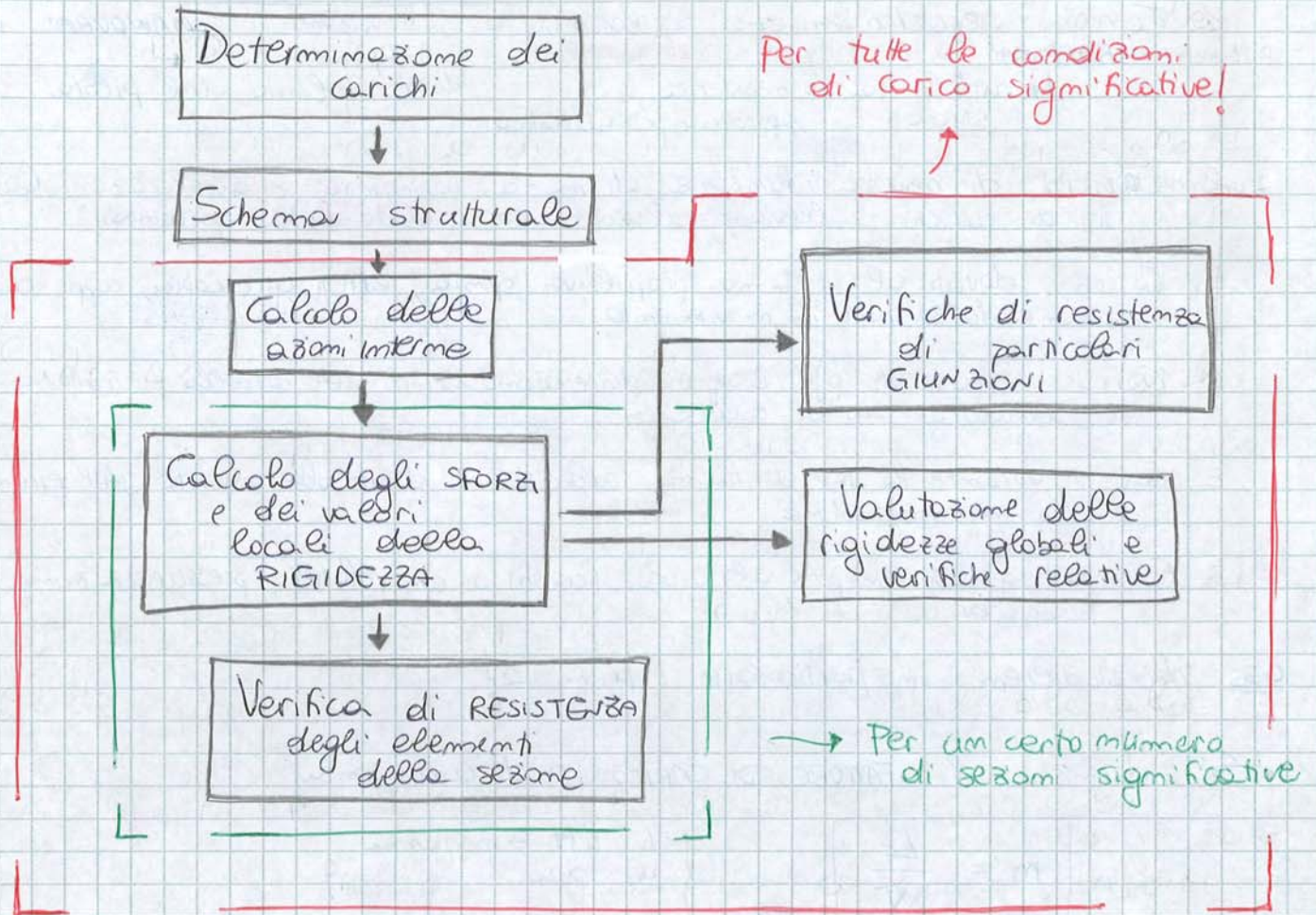
② Verifiche di FATICA

In generale, se i carichi considerati fin'ora durano ^{a lungo} nel tempo, la rottura della struttura si verifica a carichi molto più bassi di quelli previsti normalmente.

↳ Da cosa dipendono questi carichi ciclici? Definiamo qualche concetto fondamentale.

1 | 06.10.15

02 - CARICHI



Definizioni

Carichi STATICI: Forze costanti applicate alla struttura per tutta (o per una sua parte) la vita. In generale si assimilano a carichi statici anche quelli che variano nel tempo SE la loro applicazione è sufficientemente lenta e dura un tempo sufficientemente lungo.

~ esempi: forza peso (cost. nel tempo);
pressurizzazione, gradienti termici (non cost. nel tempo).

Carichi QUASI-STATICI: sono in realtà generati da fenomeni dinamici, solo che presentano caratteristiche simili a quelli statici.

~ esempi: sollecitazioni centrifughe nei rotori.

Carichi DINAMICI: forze RAPIDAMENTE variabili nel tempo. Producono in generale notevoli effetti dinamici. In presenza di questi carichi, si hanno spesso fenomeni di vibrazione e risonanza non trascurabili.

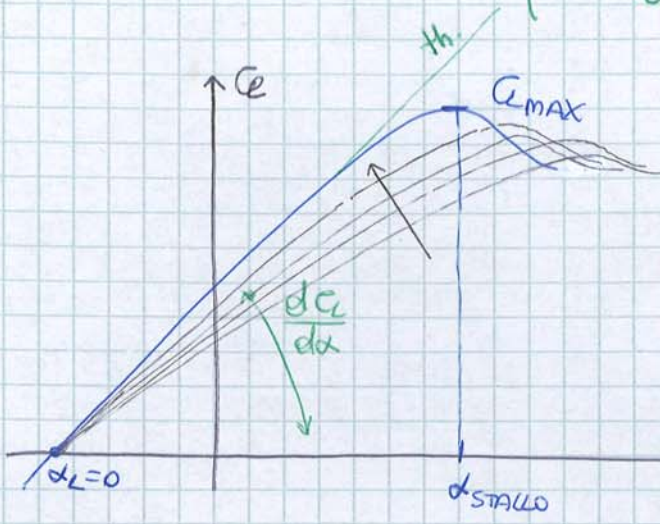
~ esempi: rotori non bene equilibrati;
fenomeni aeroelastici (ALA o TAIL) → non si devono mai verificare nell'involucro di volo

! Questi ultimi carichi necessitano un'analisi DINAMICA della struttura.

① PORTANZA (Lift)

(Useremo sempre i coeff. adimensionati)

② 06.10.15



$$L_w = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S C_{Lw}$$

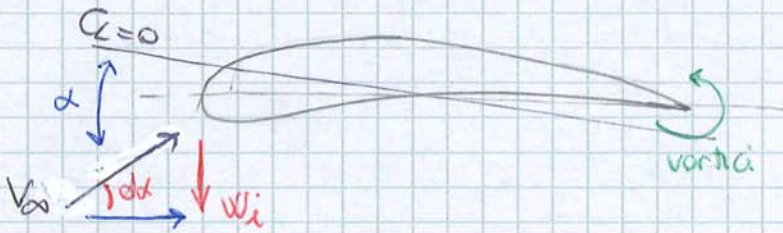
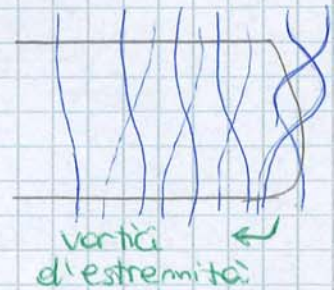
$C_{Lw} = \alpha_w$

$$C_L = \frac{L}{\rho C_{rif.}} = \frac{1}{C_{rif.}} \int C_p(x) dx$$

corda o lungh. in generale

quindi $C_L = f(\alpha, Re, m)$

- Vale che $C_L = C_{L\alpha} \cdot \alpha$
- Nell'ala, in particolare alle estremità, si generano (per via delle pressioni) quei moti come "vortici d'estremità" che in effetti generano una modifica nell'incidenza: si crea la w_i (vel. indotta)



OSS Un'ala MOLTO ALLUNGATA (aliante) non ha vortici di estremità.

- Se si vuole considerare le 3 dimensioni risulta

$$C_L^{(3d)} = \frac{1}{S_{rif}} \int_{-b/2}^{b/2} C_L(z) \cdot c(z) dz$$

← superf. di riferimento
← corda
↪ semi-apertura alare

ed è legata all'espressione in 2 dimensioni

$$C_{L\alpha}^{(3d)} = C_{L\alpha}^{(2d)} \frac{A \cdot R}{A \cdot R + 2}$$

$A \cdot R \rightarrow$ allungamento ALARE

3 06.10.15

- Si distinguono ancora

$$C_g = \frac{2}{b} \int_0^{b/2} c(z) dz = \frac{S}{b}$$

Corda GEOMETRICA

$$\bar{c} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(z)^2 dz$$

Corda media AERODINAMICA

- La densità ρ dell'aria varia, ovviamente, al variare della quota. Di conseguenza varia anche la pressione dinamica q , a parità di velocità. Si definiscono quindi dei valori

$$P_0 = 101325 \text{ Pa} = 1013,25 \text{ mbar}$$

$$T_0 = 288,15 \text{ K}$$

$$\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

modello ARIA ISA Standard

Così da poter utilizzare i rapporti

T/T_0 , P/P_0 e ρ/ρ_0 , riferite al livello del mare!

↓
a seconda delle relazioni che si utilizzano, cambia il ~~velocità~~ tipo di velocità che risulta:

(1) V_{IAS} (INDICATA): è quella effettivamente misurata dagli anemometri di bordo che sfruttano la P_0 anziché quella reale

(2) V_{TAS} (TRUE → VERA): usa la densità vera, quindi ci sarà un fattore $\sqrt{\delta} = \sqrt{\rho/\rho_0}$ a differenziarla dalla precedente:

$$V_{IAS} = \sqrt{\delta} V_{TAS}$$

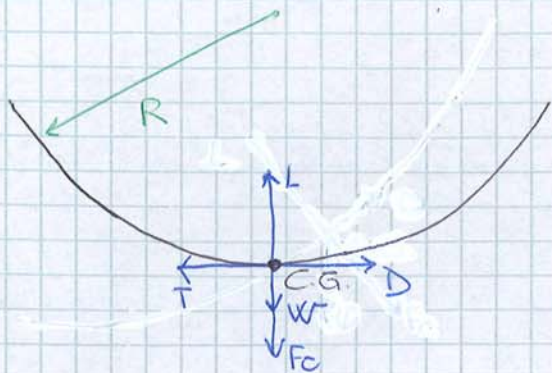
(3) V_{CAS} (CALIBRATED): si introduce un fattore correttivo che tiene conto della differenza tra V_{00} e V_{rel} del pitot.

(4) V_{EAS} (EQUIVALENT): si corregge l'errore legato alla compressibilità dell'aria

(5) V_{TGS} (TRUE GROUND): si toglie il contributo della velocità del vento

4 06-10-15

④ Volo su traiettoria circolare



Per calcolare m , mi devo collocare nel punto più basso della traiettoria circolare

$$\begin{cases} L = W + F_c = W + \frac{W}{g} a_c = \omega^2 R \\ T = D \end{cases}$$

Quindi
$$m = 1 + \frac{F_c}{W} = 1 + \frac{\omega^2 R}{g} = 1 + \frac{qV}{g} = \omega^2 R$$

OSS L'ultima forma di m , ci permette, se è dato un determinato fattore di carico, fissato a priori, calcolare con la formula inverse la W_{max} consentita

luc la chiama "q"

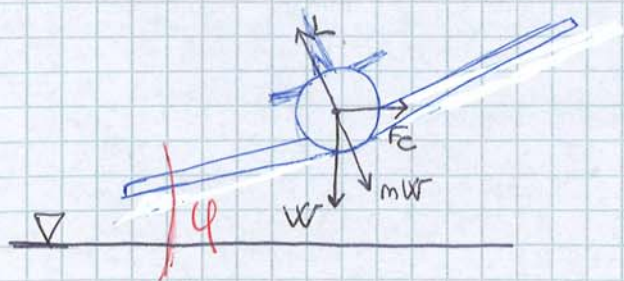
$$\omega = \frac{(m-1)}{V} g = q$$

~ Approfondimento: per un velivolo ad elica, la manovra appena descritta genera una coppia giroscopica che produce un momento imbarcato:

$$\vec{C}_g = J_e (\vec{\omega} \wedge \vec{q})$$

mom. di inerzia rispetto all'asse dell'elica
vel. ang. della ssa elica

⑤ Virata corretta



In questo tipo di virata, la risultante delle forze è rappresentata dal vettore mW , il quale GIACE SUL PIANO di SIMMETRIA del velivolo (altrimenti avrei un angolo $\beta \neq 0$ e la virata non sarebbe corretta)

Per la geometria:

$$W^2 + F_c^2 = m^2 W^2$$

$$\hookrightarrow m = \sqrt{1 + \left(\frac{F_c}{W}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{V^4}{g^2 R^2}}$$

raggio di curvat.

φ : angolo di SBANDAMENTO

$\varphi = 0$ virata PIATTA

$\varphi = 90^\circ$ virata a COLTELLI

5 06.10.15

Allora il pilota effettua una manovra istantanea ($V_{aim} = \text{cost}$) a cabrare e va ad assumere l'incidenza di stallo $\rightarrow C_L = C_{Lmax}$

$$\hookrightarrow L = C_{Lmax} \cdot \frac{1}{2} S \rho V_{aim}^2$$

Si misurerà:

$$\left[m = \frac{L}{W} = \frac{L}{D} \right]$$

OSS Facendo un ragionamento simile al precedente,

$$m = \frac{C_L}{C_D} \quad \text{quindi si avrà } m_{max} \text{ per } C_L = C_{Lmax}$$

$$\text{e } C_D = C_{D_{min}} = C_{D0}$$

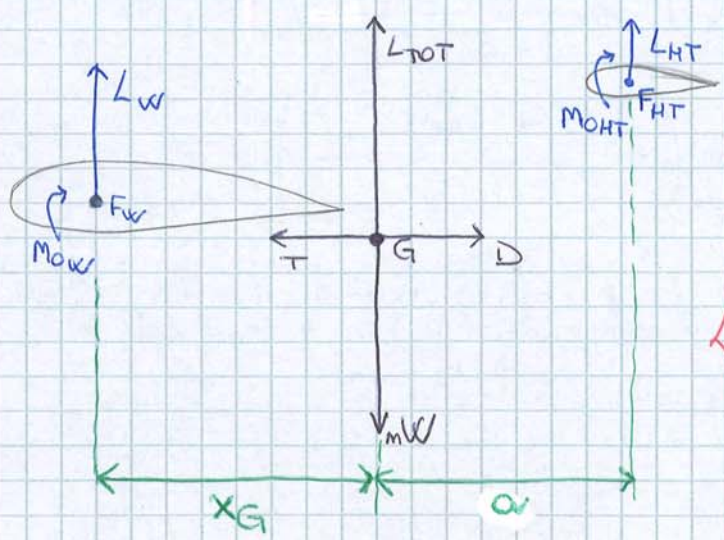
$$\hookrightarrow m_{MAX} = \frac{C_{LMAX}}{C_{D0}}$$

~ Ripartizione della PORTANZA

La portanza considerata finora è sempre stata applicata alla sola ala. In generale, il contributo maggiore è dato proprio dall'ala, ma non solo.

Possiamo trascurare i contributi (minimi) di fusoliera e vanti motore, ma ~~non~~ dobbiamo tenere conto della portanza ripartita tra ALA e CODA

\hookrightarrow pedice HT (Tail)



- L_{TOT} : portanza velivolo
- L_{HT} : portanza coda
- L_w : portanza ala
- M_{ow} : mom. focale ala
- M_{HT} : mom. focale coda
- x_G : distanza fuoco ala dal baricentro
- a : distanza fuoco coda dal baricentro

6 06.10.15

$a_z = \frac{\Delta L_{HT}}{W} g$, causate dalla variazione di PORTANZA nella coda.

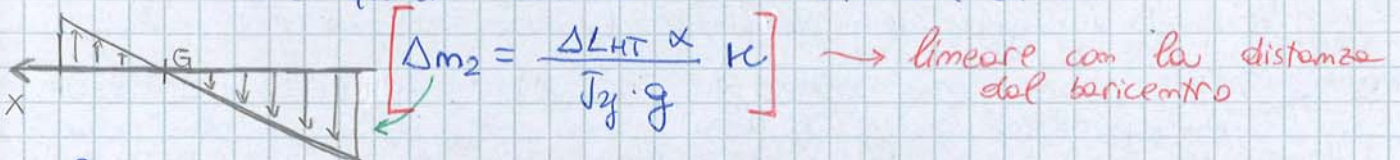
Questa causa a sua volta una variazione di m che la NORMATIVA obbliga a tenere in conto!



La variazione di portanza in coda, causa un momento (non più trascurabile) che genera a sua volta un'accelerazione angolare di beccheggio

$\dot{q} = \frac{M}{J_y} = \frac{\Delta L_{HT} \alpha}{J_y}$
mom. d'inertia dell'intero velivolo rispetto all'asse corpo y .

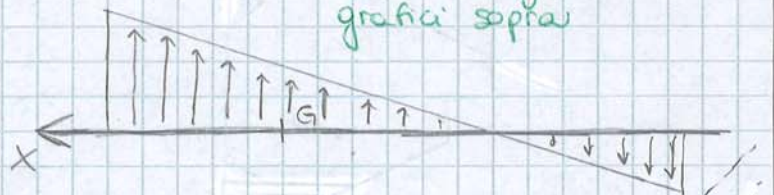
Anche questa causerà una variazione di m :



Quindi, in presenza di accelerazioni angolari, m è variabile sulla struttura.

Risulterà il fattore di carico complessivo:

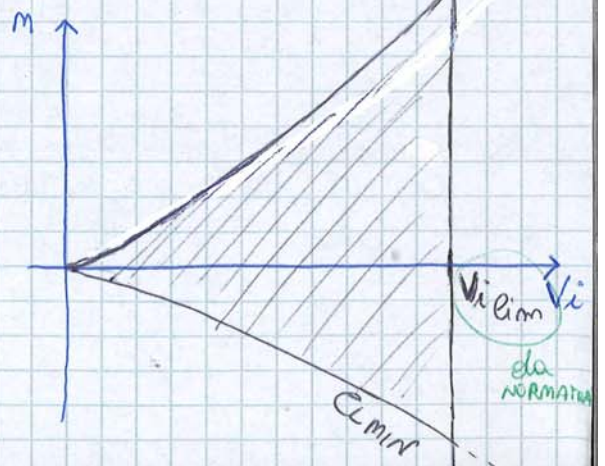
$m = 1 + \Delta m_1 + \Delta m_2$ → Graficamente sommo $m=1$ agli altri 2 grafici sopra



1. DIAGRAMMI DI MANOVRA.

Diviene necessario poter valutare i carichi nelle diverse condizioni di volo. Si utilizza un grafico ($m-V_i$) I limiti del fattore di carico sono segnati dalle parabole di STALLO (oltre le quali appunto il velivolo va in stallo), secondo la legge

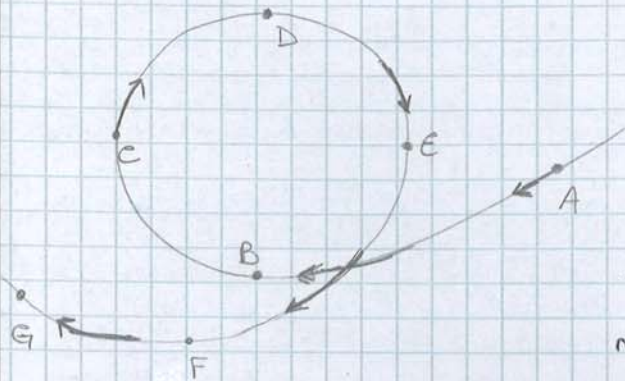
$m = \frac{\rho_0 C_L}{2W/S} V_i^2$ → C_{Lmax} per la parab superiore, C_{Lmin} per quella inferiore



~ Manovra di LOOPING. (o gram volta)

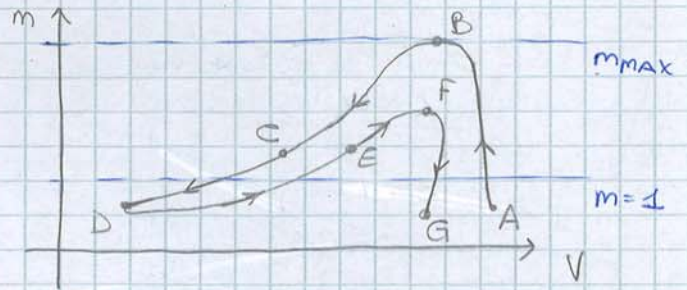
7 13.10.15

Si tratta di una manovra che causa variazioni di assetto, velocità, incidenza e, di conseguenza, fattore di carico del velivolo, sul piano di simmetria.



Nel pct A, il velivolo è a una certa velocità in traiettoria discendente ($v < v_{max}$ e $m < 1$). Quando deve iniziare la traiettoria circolare la portanza deve aumentare: in B, m raggiungerà il MAX, mentre la velocità sta diminuendo. In C, la velocità continua a diminuire, ma diminuisce anche m . In D, $W = F_c$, perciò portanza nulla. In E la situazione è come C, però qui la velocità è maggiore. Quando sono in F ho già perso buona parte di velocità e portanza → se voglio andare in G devo tirare la barra e ridare manetta.

Tutto questo, a livello di fattore di carico, si può graficare (sempre in funzione della velocità).



2 DIAGRAMMI DI RAFFICA

Studiamo questi diagrammi poiché i carichi sollecitati un velivolo possono anche dipendere da un effetto aerodinamico non dovuto ad una manovra.



La schematizzazione più semplice di questo fenomeno è quello di un carico distribuito U , perpendicolare alla direzione del vento (gradino istantaneo) *ovviamente poco "reale"*

La presenza di questo carico causa una $\Delta\alpha$, variazione nell'incidenza del volo che a sua volta causa una variazione della portanza e quindi di m :



Assunti $\Delta\alpha$ piccoli

$$\Delta\alpha \approx \frac{U}{V_0}$$

↳ avverrà con un certo ritardo, nella realtà

$$L = Wm = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L\alpha} (\alpha + \Delta\alpha)$$

$$m = 1 \pm \frac{\Delta\alpha}{\alpha}$$

↳ seconda se è raffica ascendente (\uparrow) o discendente (\downarrow)

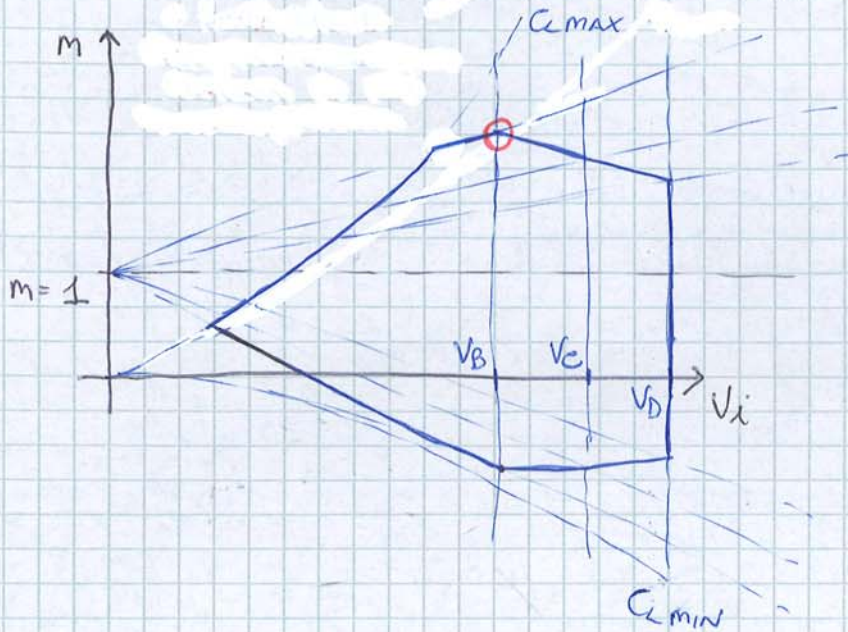
8 | 13.10.15

→ Anche nel campo delle raffiche, si può riconoscere un campo di sicurezza più ristretto, in seguito ad alcuni casi particolari, dettati dalle normative.

- Alla velocità V_D è estremamente improbabile incontrare raffiche di intensità massima

si individua una V_B = velocità di progetto per raffica di massima intensità

↳ la strumentazione permette di individuare in anticipo le zone a forte turbolenza e rallentare!



V_B, V_C, V_D sono tutte individuate dall'intersezione con le rette di m . L'andamento tra una e l'altra è lineare, ma diverso (tra di loro)

CAMPO DI SICUREZZA RELATIVO!

Su questo grafico, l'andamento di m in funzione di V_i è esplicitato da

$$m = 1 \pm k_g \frac{\rho_0 \sqrt{\delta} C_{L\alpha} U V_i}{2 (W/S)}$$

NOTO che dipende dai parametri REALI della raffica!

al solito dipende se ascendente o discendente (da raffica)

3 | DIAGRAMMI DI INVILUPPO

Fissato un carico alare, si sovrappongono i 2 diagrammi precedenti per ottenere il "diagramma risultante" o di inviluppo. È questo che detta esattamente le caratteristiche di volo di un velivolo.

- ~ Esempi:
- per un aereo da trasporto civile, il diagramma di manovra è contenuto in quello di raffica.
 - per un aereo militare, il diagramma di raffica è contenuto in quello di manovra.
 - per un aliante, i due diagrammi si intersecano (volo per scelte entro raffiche ascendenti)

↓
Scegliere SEMPRE quello più ESTERNO!

03 - SEMIGUSCIO (parte 1)

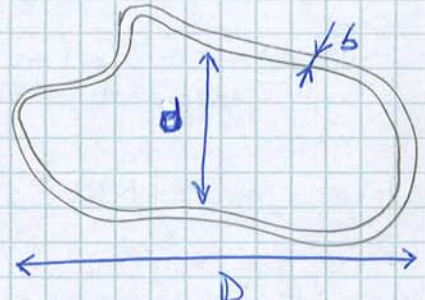
1 13.10.15

Le strutture aeronautiche devono:

- essere leggere
- avere caratteristiche adeguate di rigidità e robustezza
- avere forme atte a generare opportune forze aerodinamiche

↓
Per garantire ciò, le strutture sono tipicamente realizzate a **PARETE SOTTILE**:

Significa in pratica che, nella sezione, lo spessore è trascurabile rispetto ad un'altra dimensione caratteristica



↓
In pratica $\frac{b}{d}$ oppure $\frac{b}{D}$ è molto minore di $\frac{1}{10}$.

! In pratica è CAVO!

In particolare si distinguono

* GUSCI

ho solo il rivestimento esterno (fasciame-skin)
↳ poco (miei) usati nel nostro campo

SEMIGUSCI

↳ gusci rinforzati
ho anche gli elementi di rinforzo (per garantire la rigidità e robustezza) che possono essere longitudinali (correnti) o trasversali (centine, ordinate)

⊥ alla sezione:

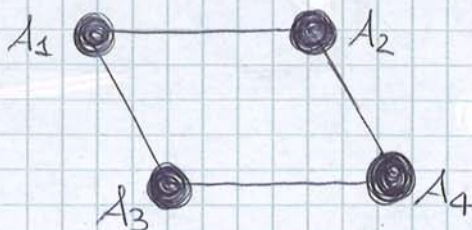
contribuiscono ad irrigidire la struttura (soprattutto a compressione) e a sopportare i carichi diretti secondo il loro asse

// alla sezione:

contribuiscono a mantenere la forma aerodinamica della struttura, e servono per trasmettere i carichi di pressione dal rivestimento ai longeroni

~ Curiosità: se fasciame e irrigidimenti sono ricavati da un unico pezzo (per lavorazione di macchina) si parla di **pannelli integrati**

OSS Ci troveremo, oltre che aree continue a pareti sottili, soprattutto nel semiguscio, aree concentrate legate tra loro da aste sottili, utili per aumentare la resistenza a flessione!



- Il calcolo della deformazione assiale è immediato: se il materiale è omogeneo e isotropo

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \quad \text{che sostituendo si risulta}$$

$$\epsilon_z = \frac{N}{EA} - \left(\frac{M_y}{EI_y} \right) x + \left(\frac{M_x}{EI_x} \right) y$$

rigidezza assiale della trave

rigidezze flessionali

Risulterà leggermente più complesso nel caso in cui il materiale non sia omogeneo, perché non si riesce più a scindere la rigidezza dalle caratteristiche geometriche!
 Allora

$$\epsilon_z = \frac{N}{A_z} - \left(\frac{M_y}{D_y} \right) x + \left(\frac{M_x}{D_x} \right) y$$

dove

$$A_z \equiv \int_A E(x,y) dA$$

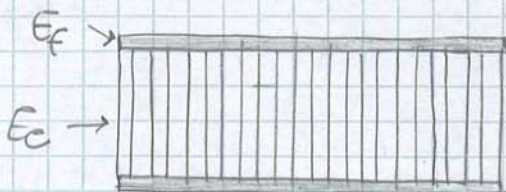
$$D_y \equiv \int_A E(x,y) x^2 dA$$

$$D_x \equiv \int_A E(x,y) y^2 dA$$

formule generali per le rigidezze assiale e flessionali!

Su questi valori \downarrow indicano molto più le regioni della sezione trasversale ~~che~~ costituite da materiale più rigido \rightarrow modulo E molto più elevato!

Nelle strutture a sandwich, ad esempio



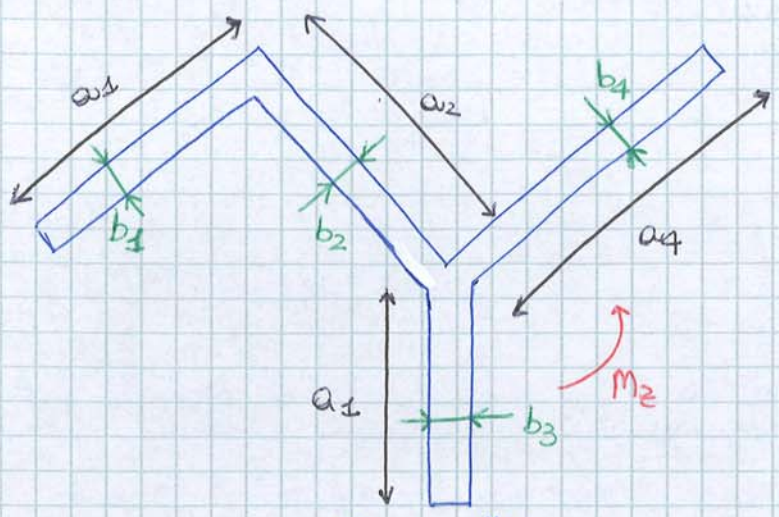
Molto più rigide assialmente rispetto che al cuore $E_f \gg E_c$

soggette a torsione

- Nel caso invece di sezioni aperte, la tensione tangenziale risulterà distribuita linearmente lungo lo spessore, per essere in particolare nulla sulla linea media e massima sulle superficie esterne.

\rightarrow DISEGNO

3 13.10.15



$$\tau_i^{MAX} = \frac{M_z}{I_t} \cdot b_i$$

$$\sum_{i=1}^N I_{ti} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N a_i b_i^3$$

Quindi $\theta' \equiv \frac{d\theta}{dz} = \frac{M_z}{GI_t}$

NB Tutte queste formule applicate ad una sezione sottile aperta, (superficie) diventano tutte in funzione di S (superficie)

$q_i \equiv \int_{-b_i/2}^{b_i/2} \tau_{zs}(t) dt = 0$

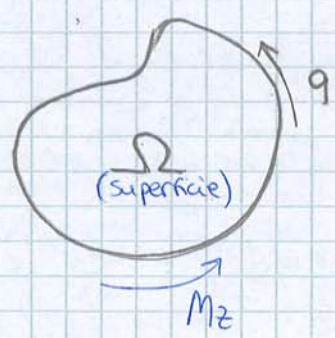
FLUSSO DI TAGLIO

il fatto che $q=0$ implica che questo tipo di superfici (sezioni sottili aperte) sono poco adatte a sostenere la TORSIONE!

soggette a TORSIONE (mom. torcemte)

- Nel caso di sezioni chiuse la tensione tangenziale è \approx uniforme lungo lo spessore (chiamate "analogie idrodinamica") Il flusso di taglio quindi non è nullo, e in particolare è costante su ogni "tratto" di sezione.

① sezione MONOCELLA



$$q = \frac{M_z}{2\Omega}$$

1° formula di BREDT

quindi $\tau_{zs}(s) = \frac{q}{b(s)} = \frac{M_z}{2\Omega b(s)}$

dimensione caratteristica

$$\theta' = \frac{M_z}{GI_t} = \frac{4\Omega^2}{\int_C \frac{ds}{b(s)}}$$

Se espiato I_t e mi ricordo la formula di q (1° BREDT):

$$\theta' = \frac{q}{2\Omega G} \int_C \frac{ds}{b(s)}$$

2° formula di BREDT

linea media.

4 13.10.15

↳ Lo sforzo di taglio risulta composto da due componenti (sommate tra loro) agnune // ad un asse di INERZIA:

$$\overline{T}_{zs}(s) = \frac{T_x S_y^*(s)}{b(s) I_y} + \frac{T_y S_x^*(s)}{b(s) I_x}$$

e quindi il flusso cambierà a sue volte appunto in base a

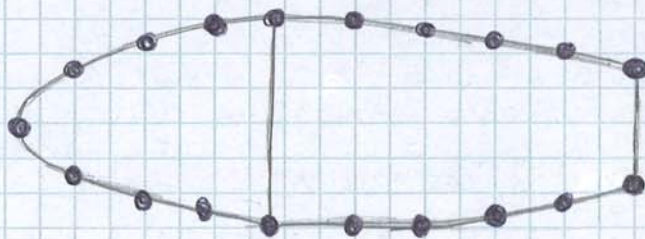
$$q(s) = \overline{T}_{zs}(s) \cdot b(s) \Rightarrow$$

~ Esempio 2 (Slide 25)

20.10.15

- Idealizzazione Strutturale -

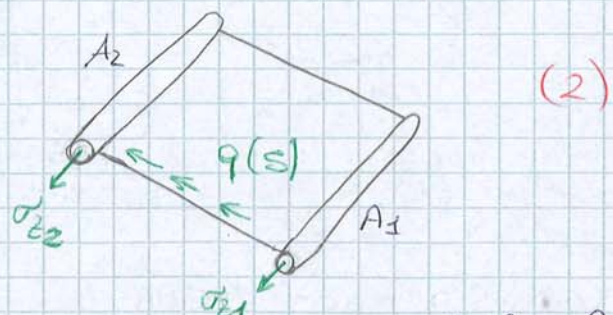
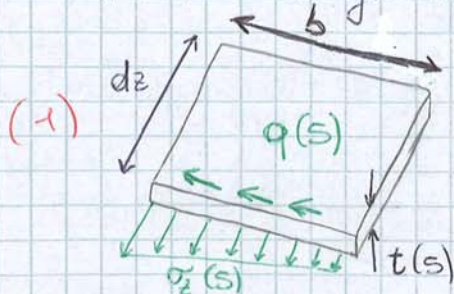
Per poter studiare una struttura complicata (come può essere un profilo alare) è utile vederla come singole aree, sulle quale andremo a lavorare per poi sommarle!



Ricordo che gli irrigidimenti longitudinali (solite dei longheroni e correnti) sono sede di sforzi normali (e contribuiscono alla rigidità a flessione) invece il rivestimento e le anime dei longheroni sono sede solo di sforzi di taglio (e contribuiscono alla rigidità torsionale).

! Come conseguenza della semplificazione abbiamo che la schematizzazione non può essere unica → seconda del n. di aree che prendo (perché esse dipendono dalle condizioni di carico quindi più ne prendo e ne analizzo, più mi avvicino alla realtà).

Fissate le grandezze REALI (1)



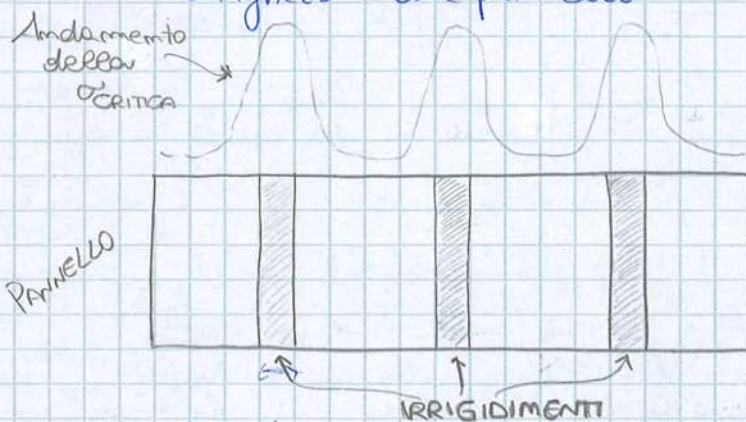
Con la semplificazione a semiguscia vado a calcolare le tensioni σ_{z1} e σ_{z2} come puntuali e trascuro lo spessore (2) Calcolerò infine le $q(s)$ solo sulla lunghezza del pannello, trascurando le aree concentrate

5 | 13.10.15

Quindi k sarà massimo se il nostro pannello ha sia gli estremi che i lati incastrati; diminuisce per un pannello con lati incastrati e estremi appoggiati; diminuisce ancora per estremi incastrati e lati appoggiati; dopo è più basso per estremi e lati tutti appoggiati e diminuisce ancora se libero i lati. Diventa minimo per estremi appoggiati e lati liberi!

↳ Vi sono però delle parti, a cavallo del corrente (degli irrigidimenti in generale) in cui lo σ che il pannello è in grado di sopportare è effettivamente maggiore dello σ_{cr} , in quanto la presenza dell'irrigidimento stesso aumenta la rigidità di quella parte del pannello. ↳ a flessione

Si vedrà quindi una distribuzione di σ diverse lungo la lunghezza del pannello



In pratica è come pensare ad una serie di pannelli accostati con σ_{cr} diverse; lontano dagli irrigidimenti le tensioni sopportabili dal mio pannello sono più basse rispetto che quelle sopportabili in direzione dei correnti!

Questa striscia di rivestimento, a cavallo del corrente, che contribuisce alla rigidità a flessione del pannello (perché essa stessa si sottrae all'ingobbamento), si chiama STRISCIA COLLABORANTE

È possibile calcolare l'estensione imponendo che il valore critico della tensione sia in particolare:

$$\sigma_{0,2} = K \cdot E \left(\frac{t}{2l_{sc}} \right)^2 \rightarrow \text{lunghezza minima della striscia collaborante!}$$

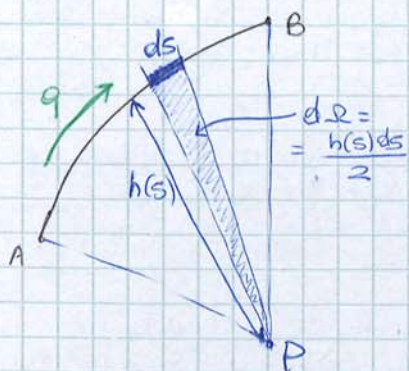
$$\rightarrow l_{sc} = t \sqrt{\frac{KE}{4\sigma_{0,2}}} = \frac{1}{2} t \sqrt{\frac{KE}{\sigma_{0,2}}} \rightarrow \text{un pannello con materiale con alto mod. el., avrà } l_{sc} \gg \text{(per questo dipende dal materiale)}$$

OSS Poiché quando si fanno le considerazioni appena viste, si è di solito in fase di avamprogetto, le dimensioni esatte dei pannelli NON sono ancora NOTE \rightarrow vengono solo ipotizzate \rightarrow si possono quindi usare dei valori ASINTOTICI, che corrispondono a dei minimi per ogni condizione di vincolo (es. tabella p. 43)

• Abbiamo visto che i pannelli compressi sono quelli più "deboli", perché vanno in instabilità; il problema è che la posizione dell'ASSE NEUTRO (che permette di decidere quali aree sono tese e quali effettivamente compresse) non è NOTA a priori: lo si ipotizza e poi si itera un paio

② Calcoliamo il M_{RIS} rispetto ad un polo P:

6 13.10.15



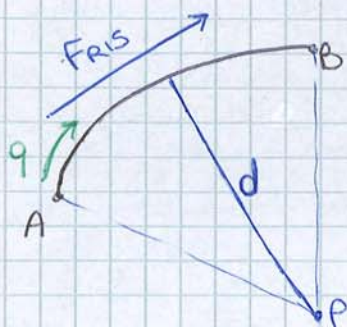
$$M_{RIS(P)} = \int_{s_A}^{s_B} \underbrace{q \cdot ds}_{dF} h(s) = q \int_{s_A}^{s_B} h(s) ds =$$

$$= q \int_{s_A}^{s_B} r d\Omega = 2q \Omega$$

$\frac{h(s) ds}{r} = d\Omega$

↪ e' un generatore
dell'arco del mio
pennello.

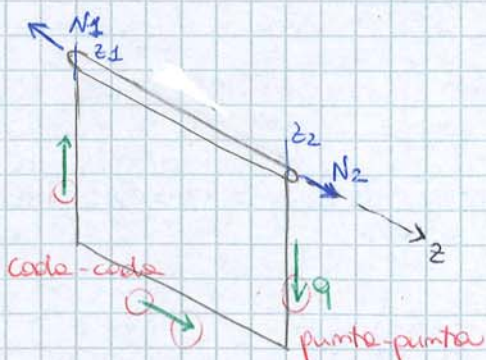
③ Calcoliamo infine la posizione della retta d'azione della forza risultante (calcolo cioè d - moti F_{RIS} e $M_{RIS(P)}$)



$$d = \frac{M_{RIS(P)}}{F_{RIS}} = \frac{2\Omega}{L}$$

~ Esempio 3

• Infine, per quel che riguarda l'idealizzazione, non ci rimane da analizzare altro che l'insieme di pennello e corrente:



Procediamo con l'equilibrio lungo z, che risulta però più utile, sui fini dei calcoli, vedere considerando un tratto elementare del solo corrente:

$$\frac{dN}{dz} + q = 0 \rightarrow dN = -q dz$$

$$N = -q \int_{z_1}^z dz \rightarrow N(z) = N_1 - q(z - z_1)$$

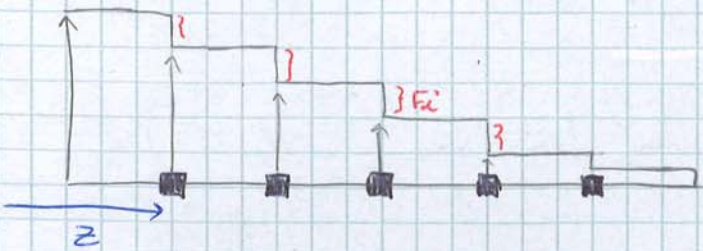
! Saremmo arrivati alle stesse conclusioni facendo semplicemente l'equilibrio lungo z:

$$N_2 - N_1 + q(z_2 - z_1) \rightarrow N_2 = N_1 - q(z_2 - z_1)$$

~ Conclusione: se $q = \text{cost}$, sforzo NORMALE e di TAGLIO sono lineari lungo l'asse dei correnti. →

Quindi avremo una distribuzione "ideale" tipo:

7 13.10.15



La risultante F_c va ridistribuita lungo la corda in modo da restituire la condizione di carico originale

Im pratico il salto (tipo per il taglio ΔT) è dato dalla discontinuità stessa causata dalla centina (cioè dal carico i -esimo).

~ Approfondimenti sui CARICHI DI PROVA:

Essi rappresentano l'insieme dei carichi concentrati che consentono di approssimare al meglio l'andamento delle azioni "di risposta" del velivolo durante l'inviluppo di volo.

Le prove sono richieste dai progettisti e dagli Enti Governativi per il rilascio delle autorizzazioni alle prove di volo.

- Solitamente i carichi di prova introdotti nella struttura vengono generati da un singolo martinetto e distribuiti attraverso selle di carico e leveraggi, oppure usando tamponi di gomma e più martinetti
 ↳ *deveno comportarsi "rigidamente" rispetto alla struttura in prova!*
- La struttura di prova deve essere molto rigida, al fine di NON FALSARE i risultati (e permettere alle reazioni di scaricarsi)
- Il peso dell'alteratura verrà eliminato (aumento della complessità) perché in caso di velivolo rovesciato graverebbe sulla struttura
 ↳ *permette un ridotto numero di martinetti, semplificando gli apparati di controllo del carico!*

(parte 2)

16.10.15

~ ESEMPIO 4 (Sezione aperta - slide 68)

~ ESEMPIO 5 (Sezione aperta non simmetrica - slide 76)

~ ESEMPIO 6 (Sezione chiusa monocella - slide 78)

27.10.15

↓
 l'idea è quella di tagliare il pannello: "Metodo di apertura della sezione". Così facendo in quel tratto di pannello il flusso sarà NULLO! Anche calcolare un sistema $N \times N$ potrei calcolare un sistema un po' più piccolo $(N-1) \times (N-1)$ e poi aggiungo l'equazione dei momenti → *n. di NODI*

Com l'analisi ai nodi ↓
 calcolo i singoli q_i
 Com l'eq. dei momenti calcolo un flusso correttivo q^* (uguale per tutti) →

8 | 03.11.15

① Variazione delle dimensioni delle aree resistenti

I correnti hanno sezione costante lungo l'intera apertura alare; gran parte del materiale è usato male però, perché solo all'incastro si raggiunge la tensione massima (è quindi sovradimensionata)

↳ vedi esempi: 7/8

Si può pensare di eseguire una rastremazione "a tratti" dei correnti, cioè dividerli in varie campate, dove ogni campata sarà a sezione costante, ma con una sezione diversa dalla precedente/successiva. Nella campata esterna, si ridurranno le sezioni secondo:

$$\sigma_{MAX} \leq \frac{\sigma_R}{SF}$$

→ La userei sempre per dimensionare le sezioni dei correnti a robustezza

/* Se si pensa di applicarla alla trave a doppia campata con motore:

$$\frac{1}{6} \frac{FL}{A_{min}^* \cdot b} \leq \frac{\sigma_R}{SF} \Rightarrow A^* \geq A_{min}^* = \frac{1}{6} \frac{FL \cdot SF}{b \cdot \sigma_R}$$

Quindi $\frac{A_{min}}{A_{min}^*} \approx 4$ → A parità di materiale, densità del materiale, senza quindi intaccare la resistenza (sicurezza) ho ridotto di 4 volte il peso. Quello che cambia in pratica, è parità di N e la σ (sollaccitazione risentita)

OSS Avessimo usato una rastremazione continua

$A(z) \rightarrow \sigma(z) \leq \frac{\sigma_R}{SF}$ ~~anziché~~ anziché quella a tratti, avremmo avuto un guadagno ancora maggiore! */

↳ avrei imposto σ_{max} in tutta la trave, non solo nelle campate esterne!

② Variazione delle dimensioni dell'intera sezione trasversale

Stavolta l'idea è quella di recuperare peso andando a cambiare l'intera sezione ma senza cambiare l'area (al contrario di prima).

Prendiamo in esempio un'ala rastremata in questo modo, e assumiamo (per semplicità) che la sezione resistente sia costituita dal solo longherone. Le solette e l'anima hanno sezioni costanti, mentre varia l'altezza:

→ DISEGNO

9 | 03.11.15

- ~~se~~ $h_0 = h$ (solette parallele), tutto il taglio è assorbito dalle anima \rightarrow non rastremata
- $0 < h_0 < h$ allora una parte del taglio viene assorbito dalle solette sotto forma di sforzo normale (coerentemente con il modello di semigusio ideale).

OSS Se le direzioni dei due correnti fossero divergenti, allora la componente verticale dello sforzo nei ~~due~~ correnti incrementerebbe lo stato di sollecitazione nell'anima. Trattando ad esempio una ala trapezia come trave a sezione costante si ~~trascura~~ trascura l'incremento di sforzo assiale nei correnti e si sovrastima il flusso di taglio nell'anima.

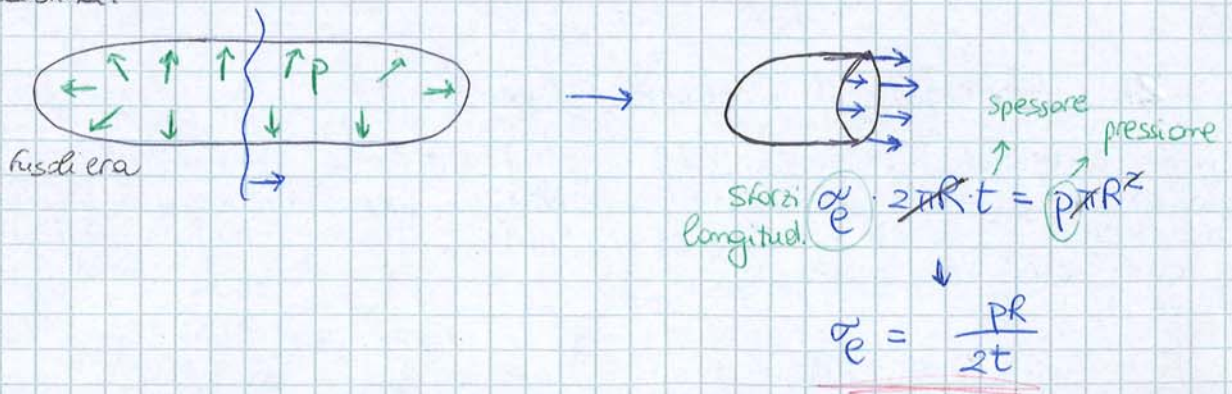
(parte 3)
~ Le APERTURE

È importante per noi studiare ~~perché~~ in quanto interrompono i percorsi di carico, provocando locali perdite di rigidità, oltre che la riduzione di resistenza (statica e a fatica).
L'idea è quella di ridistribuire i carichi sulla base di queste aperture e rinforzare opportunamente la struttura \rightarrow si avrà un inevitabile aumento di peso.

\hookrightarrow Sono riconosciute 3 tipi di aperture diverse, e ognuna andrà studiata e progettata diversamente (per funzione, tipologia di carichi, pesi minimi...).

- ① Aperture di GRANDI DIMENSIONI
~ portelloni per equipaggio, per carico merci, per passeggeri
- ② Aperture di MEDIE DIMENSIONI
~ finestre, sportelli di accesso, portellone del carrello
- ③ Aperture di PICCOLE DIMENSIONI
~ fori di alloggiamento centine, linee idrauliche

OSS Si intuisce che gli effetti delle aperture non sono ~~si~~ limitati alle aperture, ma si estendono in tutte le direzioni.
Ad esempio, il portellone, risentirà il carico di pressurizzazione della cabina:



→ Per una determinata distanza di sicurezza, vanno inseriti degli elementi (longitudinali e verticali) di rinforzo, così da far "scompare" gli effetti dell'apertura.

10/03.11.15

Apertura
nell'ordine
della
lunghezza

↳ In pratica si schematizza il tutto come un insieme di pannelli, in cui l'apertura ("foro") è un pannello con $q=0$. Si ricalcolano tutti gli altri e poi si tiene conto del fatto che la distribuzione globale è data dalla somma dei flussi del pannello integro (come non avesse l'apertura) più ~~flussi~~ flussi di segno opposto.

↳ Esempio 11 (slide 133)

- Se invece ho un tronco di cassone alare, soggetto a pura torsione (che va da monte a valle del tronco stesso, lungo L), si assume che il cassone abbia un'apertura. Sarà necessario avere una porzione lunga $3L$ per eliminare l'effetto dell'apertura: il momento torcente, nella porzione con apertura, sarà retto dalla struttura tramite flessione differenziale → in pratica la struttura si comporta come se le 2 parti di cassone senza apertura fossero gli incastri della struttura ~~senza~~ aperta.

↓
Ora, se il cassone non avesse l'apertura, il flusso ^{sarebbe} ~~costante~~ costante:

$$q_0 = \frac{T}{2bh} \rightarrow \text{torsione}$$

→ Nella porzione di cassone con apertura il flusso sarà dunque nullo sul pannello superiore, e pari a $2q_0$ nelle anime del longherone.

- Nel caso di fusoliera con finestre, considerando ~~la~~ la lunghezza del pannello ~~attraverso l'apertura~~ (in orizzontale e in verticale) nell'apertura:

$$\begin{cases} q_1 l_1 = q_{av} l & \Rightarrow q_1 = \frac{l}{l_1} q_{av} & \text{(orizzontale)} \\ q_2 d_2 = q_{av} d & \Rightarrow q_2 = \frac{d}{d_2} q_{av} & \text{(verticale)} \end{cases}$$

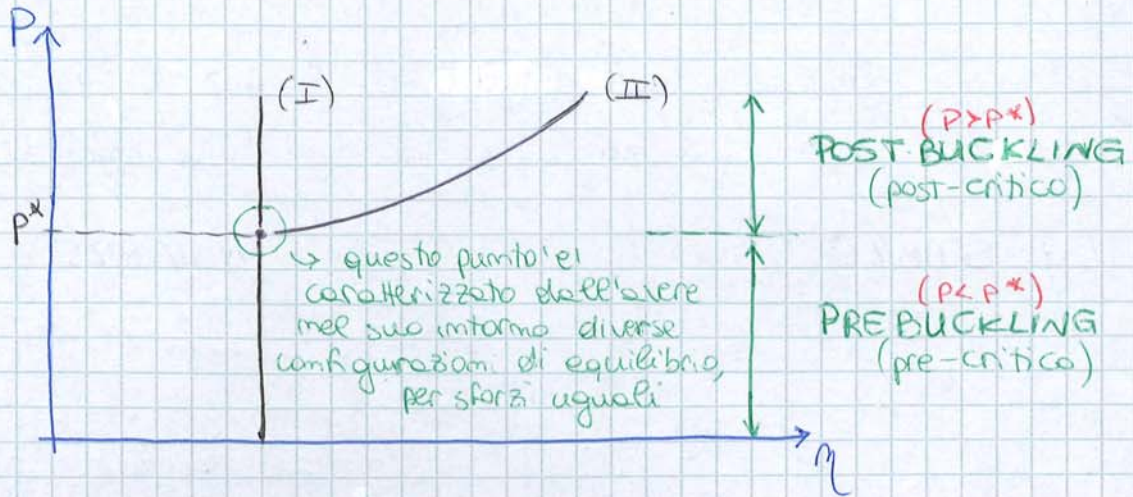
flusso di taglio medio

Quindi

$$q_3 = \left(1 - \frac{d_2 l_2}{d_1 l_1}\right) q_{av}$$

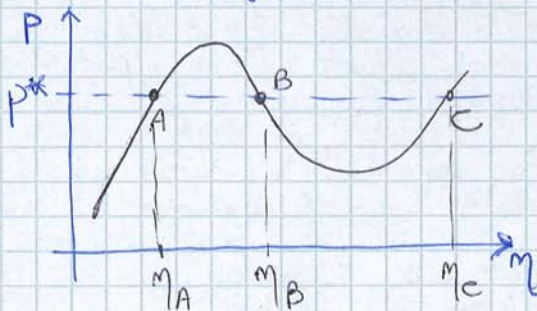
perché $l = l_1 + l_2$

Possiamo distinguere il comportamento su un grafico



- (I) è noto come **POSTBUCKLING STABILE** (tipico di aste e pannelli lisci)
- (II) è noto come **POSTBUCKLING INSTABILE** (tipico di cilindri compressi assialmente)

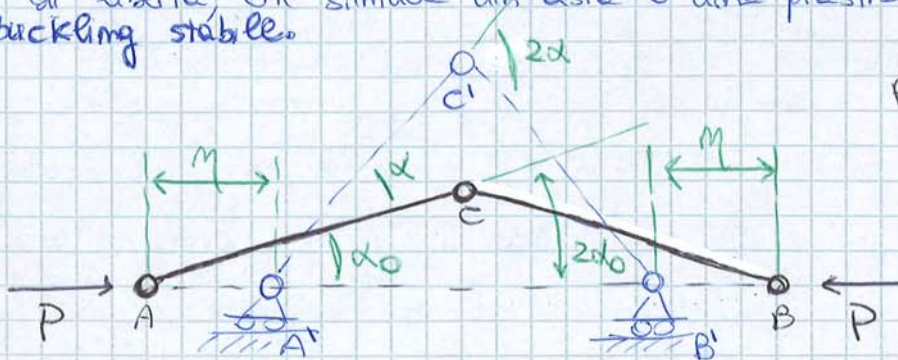
OSS Si capisce quanto sia importante fare attenzione (da un pto di viste ingegneristico) alle ~~strutture~~ strutture a parete sottili; non solo possono facilmente generare post-buckling instabile, ma possono anche generare "instabilità a scatto";



è sufficiente una piccola perturbazione per passare da una configurazione di equilibrio ad un'altra, con uguale valore di carico ma con valori di spostamento e deformazione rilevanti.

① Modello ad un grado di libertà con molla flessionale e imperfezioni iniziali

Il primo modello che analizziamo, è un modello meccanico ad un grado di libertà, che simula un'asta o una piastra compressa → **post-buckling stabile**.



* L'analisi verrà fatta sia col metodo del potenziale totale che con quello delle biforcazioni. Sarà data inoltre sia la soluzione esatta (reale) che quella linearizzata.

Per ~~la~~ (1) posso anche scriverla

$$\frac{d\phi_{TOT}}{d\alpha} = 2k_t \left[2(\alpha_0 - \alpha) - 2\lambda \sin\alpha \right], \quad \text{se impongo } \frac{d\phi_{TOT}}{d\alpha} = 0$$

si trova

$$\lambda = \frac{\alpha - \alpha_0}{\sin\alpha}$$

e possiamo analizzare varie situazioni.

↘ si trovava anche dalla formula inversa della (1) C.V.D

① $\alpha_0 = 0 \rightarrow$ SISTEMA PERFETTO

L'equazione di equilibrio si avrà per

$$\left. \begin{aligned} &\alpha_{eq} = 0 \\ &\lambda_{eq} = \frac{\alpha_{eq}}{\sin\alpha_{eq}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Perciò a } P > P^* \\ \text{ho queste 2 condiz.} \\ \text{di equilibrio e il} \\ \text{diagramma è simmetrico} \end{array}$$

Inoltre, si nota che $\frac{PL}{2k_t} = 1 \Rightarrow P^* = \frac{2k_t}{L}$ è pto di BIForcazione

② $\alpha_0 \neq 0 \rightarrow$ SISTEMA IMPERFETTO

Scompare la soluzione $\alpha_{eq} = 0$.

Si ha infatti un "problema" con gli autovalori \rightarrow l'equazione non è omogenea, quindi non c'è pto di biforcazione (tipico delle omogenee)

$$\alpha - \lambda \sin\alpha = \alpha_0$$

↪ si perde la simmetria: le curve sono asimmetriche a quelle precedenti

~ LINEARIZZAZIONE

Si pone $\sin\alpha \approx \alpha$

$$\alpha - \lambda\alpha = \alpha_0 \Rightarrow \alpha(1 - \lambda) = \alpha_0 \Rightarrow \lambda = 1 - \frac{\alpha_0}{\alpha}$$

$$\Downarrow \\ \alpha = \frac{\alpha_0}{1 - \lambda}$$

- Anche nella linearizzazione, le curve di equilibrio del sistema imperfetto non presentano alcuna biforcazione.
- Il carico critico è qui definito come il carico per cui la risposta di un sistema, inizialmente imperfetto, tende all'infinito.
 - ↳ Si intuisce che sistema perfetto e sistema imperfetto presentano lo stesso carico critico
- Il sistema perfetto non presenta spostamenti laterali, al di sotto del carico critico



$$\textcircled{2} \quad \lambda_{eq} = \frac{\alpha_{eq}}{\sin \alpha_{eq}}$$

In questa condizione si avrà equilibrio STABILE per quei valori di α che verificano

$$1 - \frac{\alpha_{eq}}{\tan \alpha_{eq}} > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\alpha_{eq}}{\tan \alpha_{eq}} < 1$$

↓
Sempre verificata per $0 < \alpha < \pi/2$

Conclusione:

Se, fissato il carico, esiste più di una configurazione di equilibrio, almeno una di queste è STABILE.

↳ Quindi λ_{eq} è sempre STABILE

~ LINEARIZZAZIONE

Si pone $\sin \alpha \approx \alpha$

Quindi si ottiene

$$\frac{d^2 \phi_{tot}}{dx^2} = 4k_t \underbrace{(1 - \lambda)}_{> 0}$$

} si parte sempre dalla stessa espressione della derivata seconda

> 0 se $\lambda < 1 \rightarrow$ il sistema è STABILE per ogni valore di

$\alpha_{eq} > \alpha_0$

OSS Se $\lambda = 1$, si ha equilibrio indifferente.

- In questo caso non è necessario conoscere la posizione di equilibrio per studiarne la stabilità \rightarrow è una caratteristica di tutte le analisi linearizzate: infatti se il sistema è lineare, l'energia potenziale totale risulta una forma quadratica delle coordinate generalizzate.

1.2. Analisi con il METODO PERTURBATIVO

Preso ϵ una perturbazione (arbitrariamente piccola), sviluppiamo in serie di Taylor il valore di α nell'intorno di α_{eq} :

(Quello di prima)

$$\alpha - \lambda \sin \alpha = \alpha_0 \quad \rightarrow \quad \alpha_{eq} + \epsilon \alpha^1 - \lambda \sin(\alpha_{eq} + \epsilon \alpha^1) = \alpha_0$$

Sviluppando

$$\alpha_{eq} + \epsilon \alpha^1 - \lambda \sin \alpha_{eq} - \lambda \cos(\alpha_{eq}) + \epsilon \alpha^1 = \alpha_0$$

$$\hookrightarrow \underbrace{(\alpha_{eq} - \lambda \sin \alpha_{eq} - \alpha_0)}_1 + \epsilon \alpha^1 \underbrace{(1 - \lambda \cos \alpha_{eq})}_2 = 0$$

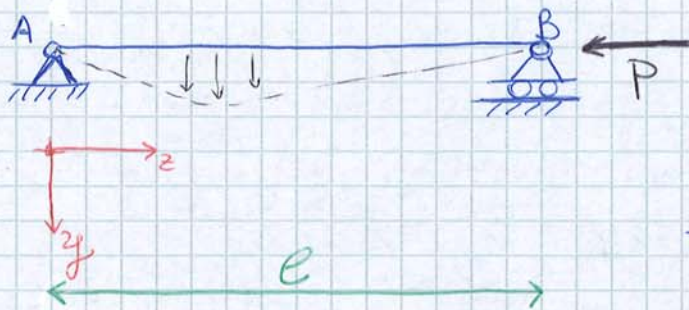
OSS ~ Effetto delle imperfezioni iniziali ~

Nel modello appena studiato, in condizioni reali, con un'imperfezione geometrica iniziale, si ha una situazione di ~~post~~ post-buckling stabile; per aumentare la deformazione bisogna sempre aumentare il carico.
 Il sistema poi non possiede un carico critico, inteso come il carico al quale ~~la~~ la struttura collassa; tuttavia, fissato un carico, il raggiungimento dello stesso comporta una configurazione di equilibrio sempre più deformata.

↓
 Per questi motivi, in fase di progettazione occorre verificare che le ~~imperfezioni~~ imperfezioni iniziali **NON** compromettano il funzionamento delle strutture.

① Instabilità FLESSIONALE GLOBALE EULERIANA

Prendiamo una trave rettilinea, ideale, appoggiata ai suoi estremi:



In questo caso, le equazioni (linearizzate) di equilibrio portano a scrivere l'eq. differenziale

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 v}{dz^2} \right) - \frac{d}{dz} \left(N \frac{dv}{dz} \right) = P_y$$

Se però considero il caso ideale, con $EI = \text{cost}$ e con $P_y = P_z = 0$ perché $N = -P$; diviene

$$\left[\frac{d^4 v}{dz^4} + \lambda^2 \frac{d^2 v}{dz^2} = 0 \right] \quad \left\{ \text{con } \lambda = \frac{P}{EI} \right.$$

↓
 Queste eq. differenziale avrà soluzione tipo

$$v(z) = C_1 \sin \lambda z + C_2 \cos \lambda z + C_3 z + C_4$$

Tramite le condizioni al contorno, si ricava la relazione

$$L \sin(\lambda L) = 0$$

Con condizioni al contorno:
 $v(0) = v''(0) = 0$
 $v(L) = v''(L) = 0$

↳ Saranno possibili configurazioni di equilibrio diverse da quella iniziale, solo in corrispondenza di valori espressi da

$$P_m = \frac{m^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

- In caso di trave rastremata (a tratti o continua che sia), si va a calcolare un nuovo

$$\left[P_{cr} = k \frac{\pi^2 E_{ta} I_a}{L^2} \right] \rightarrow \text{considerata sempre con gli estremi appoggiati}$$

~ Carichi di cedimento in campo plastico delle ASTE COMPRESSE ~

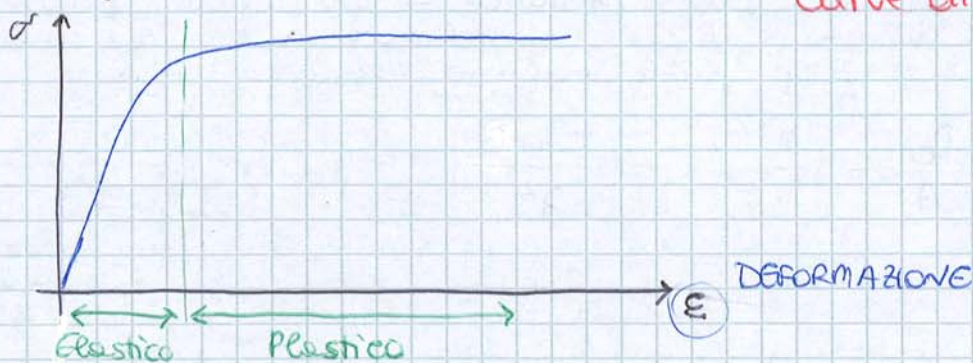
Come accennato, se $\lambda < \lambda_p$, la tensione critica supera la tensione limite di proporzionalità, quindi il cedimento avviene in campo plastico \rightarrow non varrà più la formula di Eulero per il calcolo della tensione critica.

Adelirittura per λ troppo piccole, NON ha più nemmeno senso parlare di aste: la struttura è sollecitata a compressione semplice e il cedimento avviene per schiacciamento.

Quindi, riassumendo

$$\sigma_{cr}(\lambda) \begin{cases} \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, & \lambda > \lambda_p \rightarrow \text{TRAVI SNELLE} \\ \sigma_S = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2} = E_t(\sigma), & \lambda < \lambda_p \rightarrow \text{TRAVI TOZZE} \end{cases}$$

che graficato:



In campo plastico, la deformazione del materiale non è più lineare \rightarrow si definisce un modulo elastico tangente

$$\left[E_t \equiv \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon} \right]$$

Nota la caratteristica σ - ϵ del materiale, per ogni σ si può ricavare E_t ; fissato λ , per ogni E_t si ricava σ_{cr} .

In campo **plastico** comunque esistono delle formule per ricavare la tensione critica in modo grafico



Si genera poi, in seguito alle tensioni normali, un momento torcente

$$M_\tau = \int_A (\tau dA \cdot r) = \int_A (\sigma r \theta') dA \cdot r = \sigma \theta' \int_A r^2 dA = \sigma \theta' I_{P(CT)}$$

momento di inerzia polare della sezione rispetto al centro di taglio

L'instabilità è evitata se si verifica

$$M_\tau \leq M_i$$

$M_\tau \equiv$ tende a far ruotare relativamente le sezioni

$M_i \equiv$ tende ad opporsi alla rotazione relativa

↳ si chiama momento torcente interno o momento di reazione elastica ed è definito

$$M_i = G I_t \theta'$$

che esplicitati danno

$$\sigma \theta' I_{P(CT)} \leq G I_t \theta'$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\sigma}{\sigma_c} \leq G \frac{I_t}{I_{P(CT)}} \right]$$

Tensione critica (oltre la quale non deve andare per instabilità torsionale).

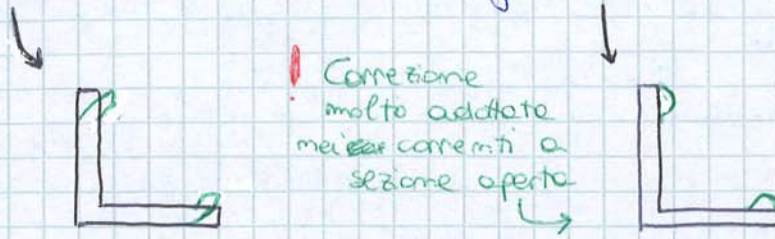
~ Esempio 1 (slide 32)

~ Approfondimento:

In base al tipo di sezione, possiamo "prevedere" il tipo di instabilità che potrebbe verificarsi:

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>① Sezione a DOPPIA SIMMETRIA</p> | $\left\{ \begin{array}{l} \text{pura flessione intorno a } x \\ \text{pura flessione intorno a } y \\ \text{pura torsione} \end{array} \right.$ |
| <p>② Simmetria POLARE</p> | $\left\{ \begin{array}{l} \text{pura flessione intorno a } x \\ \text{pura flessione intorno a } y \\ \text{pura torsione} \end{array} \right.$ |
| <p>③ Singola simmetria</p> | $\left\{ \begin{array}{l} \text{pura flessione } \text{e} \text{ intorno a } x \\ \text{Combinata torsione e flessione} \\ \text{intorno a } y \end{array} \right.$ |
| <p>④ Sezione NON simmetrica</p> | $\left\{ \begin{array}{l} \text{combinata flessione \& torsione} \end{array} \right.$ |

→ Abbiamo già detto che le sezioni aperte e i lembi con β elevato, sono i più soggetti ad instabilità locale.
 Si può effettuare una sorta di "correzione" che va ad abbassare β , risvoltando il lembo libero o irrigidendolo con un bulbo

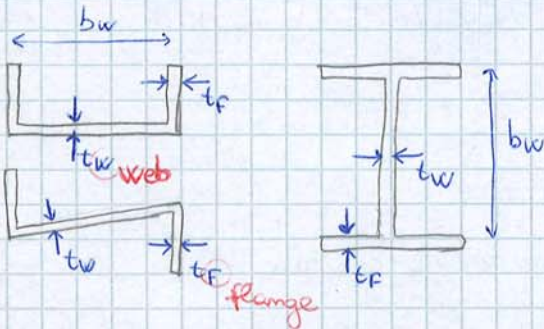


- Un altro metodo, meno empirico, per la determinazione del carico critico per questo tipo di instabilità, consiste nel considerare l'asta come formata da m elementi rettangolari (pannelli) in parete sottile, giuntati tra loro in corrispondenza dei lati lunghi. Si calcolerà quindi il carico critico di ogni singolo elemento (tramite le formule successive) e poi sommate:

$$N_{cr} = \sum_{i=1}^m N_{cri}$$

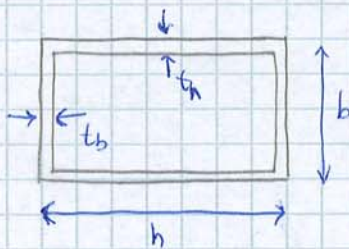
→ L'aspetto delicato del calcolo dei N_{cri} , è che bisogna considerare le condizioni di vincolo agenti su ogni singolo pannello e quindi come interagiscono tra di loro

! Per sicurezza si è soliti assumerli tutti come semplicemente appoggiati.

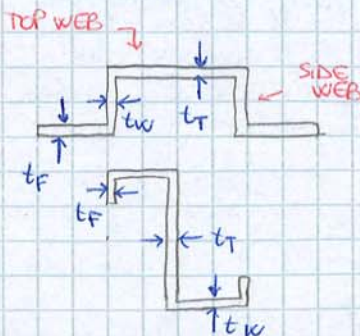


$$\sigma_{cr} = \frac{k_w \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{b_w} \right)^2$$

↳ Nota che entrano in gioco le caratteristiche della dimensione ~~predominante~~ predominante



$$\sigma_{cr} = \frac{k_h \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_h}{h} \right)^2$$



$$\sigma_{cr} = \frac{k_T \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_T}{b_T} \right)^2$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$

Ora, mentre per il caso trave si verificava

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0, \quad \text{con } \sigma_z \neq 0, \tau_{xz} \neq 0, \tau_{yz} \neq 0$$

le equazioni costitutive diventano semplicemente

$$\begin{cases} \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma_{xy} = 0 \\ \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \end{cases}$$

! Nel caso di una piastra vale ancora

$$\sigma_{yz} = 0 \quad \text{ma non possiamo più dire } \sigma_x = 0!$$

↓
Possiamo però dire $\epsilon_x = 0$ perché, per effetto costrittivo delle restanti parti della piastra, la dilatazione in direzione x risulta impedita.

Quindi, scrivendo

$$\epsilon_x = 0 = \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\nu}{E} \sigma_z \quad \text{e ricavando } \sigma_x:$$

$$\begin{cases} \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \sigma_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \nu \frac{\sigma_z}{E} \end{cases} \quad \leftarrow \text{lo sostituisco}$$

↳ e ricavo σ_z →

$$= D \pi^2 \frac{1}{b^2} \left(\frac{b_m}{a} + \frac{a \pi^2}{b_m} \right)^2 = D \pi^2 \left(\frac{m}{a} \right)^2$$

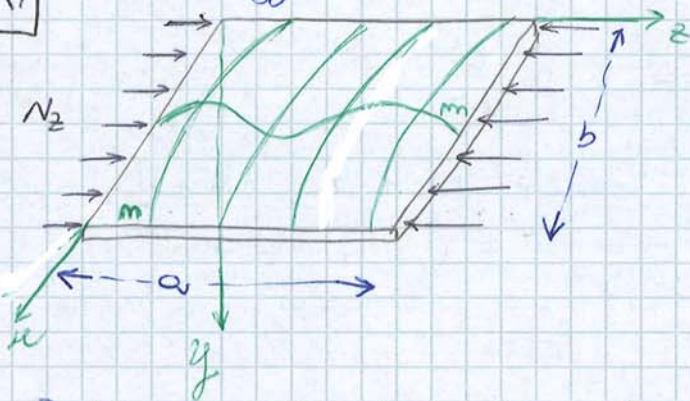
Quindi, esplicitando D e ricordando che $\sigma_{cr} = \frac{N_z}{t}$, si calcola

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{m}{a} \right)^2$$

$$K_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu)} \left(\frac{m}{a} + \frac{r m^2}{m} \right)^2 = \frac{\pi^2}{12(1-\nu)} \left(\frac{m}{a} \right)^2$$

che corrispondono a quelle trovate con l'altro metodo.

1.2 Analizziamo adesso una piastra semplicemente appoggiata sui 4 lati, sempre soggetta a compressione uniaassiale



OCCHIO: $m \neq n$
(orizz. \leftarrow) (verticali \leftarrow)

Partendo dalla stessa eq. differenziale (1) di prima, stavolta assumo

$$v(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

che soddisfa l'appoggio sui 4 lati perché tiene conto di

$$\begin{cases} z=0, a \\ x=0, b \end{cases} \quad \begin{cases} v = M_z = 0 \\ v = M_x = 0 \end{cases}$$

Sostituendo, risulta quindi

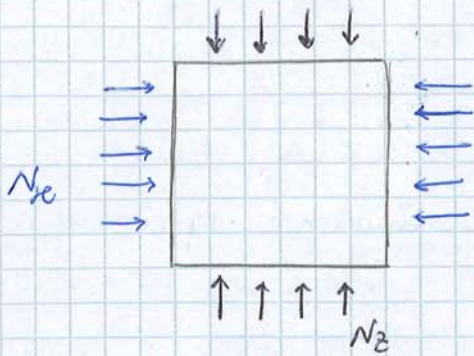
$$A_{mn} \pi^4 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 - A_{mn} \pi^2 \frac{N_z}{D} \left(\frac{m}{a} \right)^2 = 0$$

Da cui

$$N_z = D \frac{\pi^2 a^2}{m^2} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^2 = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left(\frac{m}{a} + \frac{r m^2}{m} \right)^2$$

↳ con i soliti D e r .

② Instabilità di PANNELLI lisci soggetti a carico BIASSIALE



1.1 Si assumono N_x e N_y positivi a compressione.

Si parte dalla solite eq. differenziale, che stavolta sarà:

$$\left(\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \right) + \frac{N_y}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$$

Da cui si ricava

$$D \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{m}{b} \right)^2 \right]^2 = N_y \left(\frac{m}{a} \right)^2 + N_x \left(\frac{m}{b} \right)^2$$

da cui, posto $N_x = N_y = N$ si ricava

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{m^2}{r^2} + m^2 \right) E \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

K_{cr} → stavolta è minimo per $m_x = m_y = 1$ e varrai

$$K_{cr, \min} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{r^2} + 1 \right)$$

Oss Se il pannello fosse quadrato

$$a = b \Rightarrow r = 1$$

$$K_{cr, \min} = \frac{\pi^2}{6(1-\nu^2)}$$

! La presenza di un carico di compressione anche sugli altri due lati abbassa il valore del carico critico

↳ in quella uniaxiale c'era 3 al posto di 6

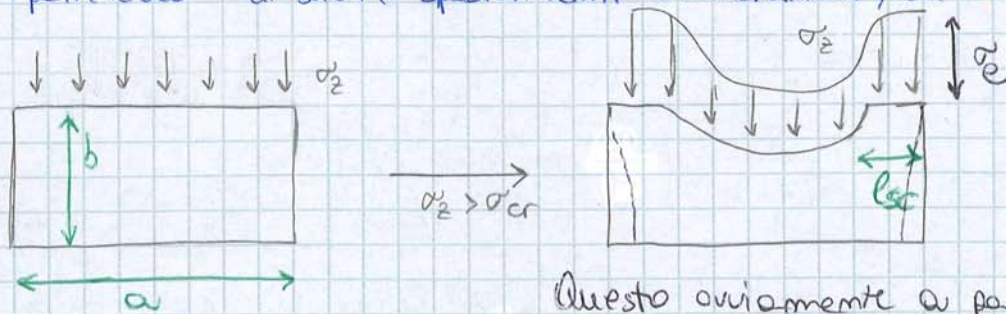
1.2 Assumendo adesso carichi di uguale intensità, però di compressione in direzione z e di trazione in direzione x → $N_y = -N_x$

Partendo dalla stessa equazione differenziale, si avrà:

$$D \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{m}{b} \right)^2 \right]^2 = N_y \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 - \left(\frac{m}{b} \right)^2 \right]$$

OSS Per $\sigma > \sigma_{cr}$, valori di V saranno elevati, quasi dell'ordine di t ; quindi ~~è necessaria un'analisi non lineare~~ ~~per lo studio del post-buckling~~.
Ad ogni modo il pannello non si rompe finché $\sigma_z < \sigma_y$.

Il discorso è che comunque i PANNELLI POSSONO LAVORARE IN CAMPO POST-CRITICO:
anche se $\sigma > \sigma_{cr}$ il pannello si ingobbia, ma solo al centro.
Il pannello fa infatti parte del rivestimento tutto; è quindi circondato da altri pannelli, tutti dello stesso lamierato, che impediscono ai lati del pannello di subire spostamenti membranali, che lo farebbero cedere.



Questo ovviamente a patto che i correnti siano in grado di sopportare una tensione di compressione maggiore di quella dei pannelli → altrimenti è come se i pannelli avessero i lati liberi e si ingobberebbero anche di lato (tratteggio nero)

! Come si vede dal disegno, anche l'andamento di σ_z cambia: finché non si è raggiunto il carico critico, la distribuzione delle tensioni, resta costante → appena si supera σ_{cr} succede che al centro $\sigma_z \approx \sigma_{cr}$, ma sulle fasce laterali continua a crescere

Assumiamo per ora che si tratti di un valore costante $\sigma_e \gg \sigma_{cr}$

Si può quindi calcolare la lunghezza collaborante: la si determina dalle condizioni che le risultanti del sistema reale e di quello a distribuzione costante (σ_e) coincidano:

$$2\sigma_e l_{sc} t = t \int_0^b \sigma_z dk \Rightarrow l_{sc} = \frac{1}{2\sigma_e} \int_0^b \sigma_z dk$$

striscia collaborante e quella laterale

Soluzione:

Abbiamo detto che quindi i pannelli riescono a lavorare fino alla tensione di snervamento $\sigma_y > \sigma_{cr}$.
È intuibile quindi che se si riuscisse a diminuire la larghezza "a" del pannello fino ad un valore $2l_{sc}$ (ipotizzando che l_{sc} sia uguale in entrambe le estremità) la distribuzione di σ_z rimarrebbe costante (uniforme) e tutto il materiale ~~non~~ collaborerebbe.

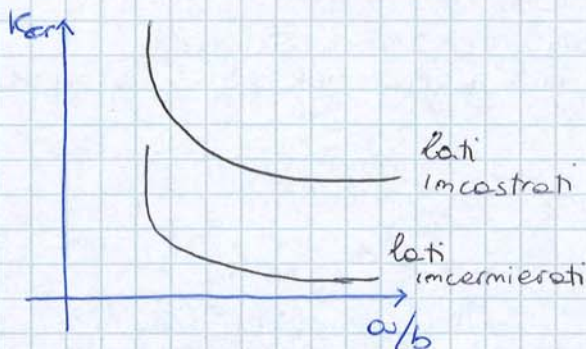
→ E' comunque possibile utilizzare una soluzione approssimata, formalmente uguale a quelle utilizzate precedentemente, valida per varie condizioni di vincolo (al variare di K_{cr}), ma con significati diversi dei parametri in gioco.

$$\tau_{cr} = \frac{N_{Kcr}}{t} = K_{cr} E \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

$b \equiv$ lato minore
(di solito era il solo lato carico, ma qui sono tutti sotto sforzo)

si hanno τ_{cr} basse per pannelli sottili

K_{cr} dipende sempre dalle condizioni di vincolo, smellezza (a/b) > 1 dal m. di semionde delle deformate di buckling, dal materiale (E)
ma con NUOVI ANDAMENTI



- Si può concludere che anche a taglio, così come a compressione, i pannelli sono in grado di lavorare anche in campo post-critico grazie agli elementi di riquadro: così come nel caso a compressione, anche qui i correnti irrigidiranno i pannelli nella direzione utile a farli resistere al di sopra di τ_{cr} .

~ Esempio 3 (slide 69)

↳ Possiamo quindi fare una serie di ~~osservazioni~~ osservazioni di carattere generale:

- ↳ la struttura riesce a sopportare il carico fino a quando uno dei suoi elementi costituenti non raggiunge una condizione critica (instabilità, $P = P_{cr}$)
- ↳ in condizioni pre-critiche ($P < P_{cr}$) il carico esterno si ripartisce tra gli elementi costituenti, secondo opportuni coefficienti
- ↳ l'elemento che cede ~~non~~ non può sopportare carichi aggiuntivi e sarà soggetto sempre allo stesso livello di sollecitazione, anche se il carico esterno venisse aumentato
- ↳ la struttura iniziale è iperstatica, per cui è in grado di sostenere carichi aggiuntivi ($\Delta P = P - P_{cr}$) i quali si vanno a distribuire sui rimanenti elementi
- ↳ in condizioni post-critiche ($P > P_{cr}$) il carico esterno aggiuntivo (ΔP) si ripartisce tra gli elementi ancora in grado di sopportare il carico secondo coeff. più alti di quelli in condizioni pre-critiche

~ Esempio 4 (slide 73)

① TANGENZIALE PURO

$$L_i^{(ab)} = \int_V \tau^{(a)} \cdot \gamma^{(b)} dV = \int_V \frac{1}{bt} \cdot \frac{\tau_s^{(b)}}{G} dV = \frac{1}{bt} \frac{\tau_s^{(b)}}{G} \cdot abt =$$

$$= \frac{\tau_s^{(b)}}{G} \cdot a$$

che dalle uguaglianze del PLV, imponendo cioè $L_i = L_e$:

$$\frac{\tau_s^{(b)}}{G} = \gamma^{(b)} \Rightarrow G = \frac{\tau_s^{(b)}}{\gamma^{(b)}}$$

→ relazione nota già in campo lineare elastico

② DIAGONALE COMPLETO

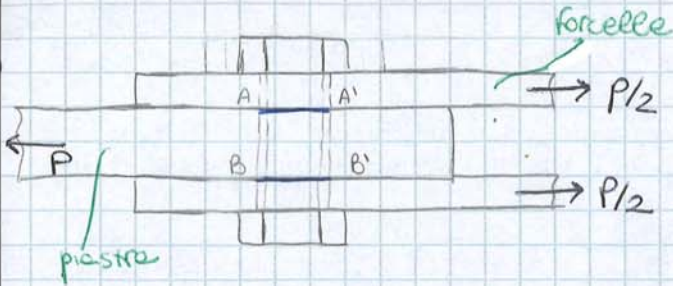
$$L_i^{(ab)} = \int_V \sigma_T^{(a)} \cdot \epsilon_T^{(b)} dV = \int_V \sigma_T^{(a)} \cdot \frac{\sigma_T^{(b)}}{E} dV = \int_V 2\tau_s^{(a)} \cdot \frac{2\tau_s^{(b)}}{E} dV =$$

$$= \frac{4}{E} \tau_s^{(a)} \cdot \tau_s^{(b)} \cdot abt = \frac{4}{E} \frac{1}{bt} \tau_s^{(b)} \cdot abt = \frac{4}{E} \tau_s^{(b)} \cdot a$$

che dalle uguaglianze $L_i = L_e$:

$$\frac{4}{E} \tau_s^{(b)} = \gamma^{(b)} \Rightarrow \frac{\tau_s^{(b)}}{\gamma^{(b)}} = \frac{E}{4} = G$$

OSS Nello stato di tensione di diagonale parziale si ha una rigidezza a taglio intermedia, che non è l'oggetto dei nostri studi.

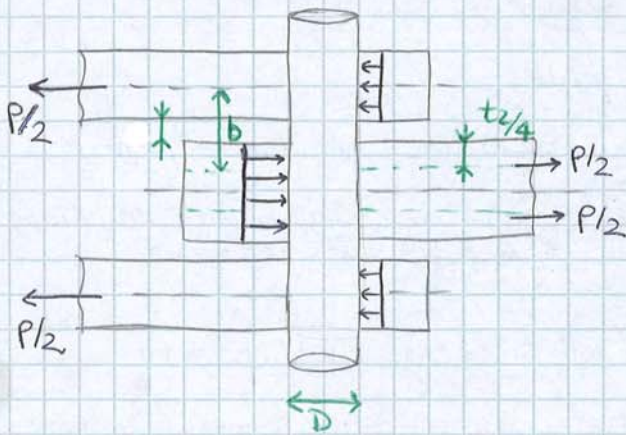


Vado a spalmare la forza di taglio su tutta la superficie del bullone e poi analizzo le sezioni in cui effettivamente il bullone risente il taglio → vado quindi a verificare le sezioni AA' - BB'.

$$\tau = \frac{P^*}{m \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} < \tau_{\text{ammisibile}}$$

m di superfici resistenti. Quindi più m cresce, più τ sarà basso → qui m=2

- Verifica a flessione: questa viene invece effettuata a SNERVAMENTO → il bullone non deve snervarsi ai carichi di contingenza



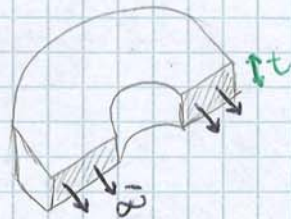
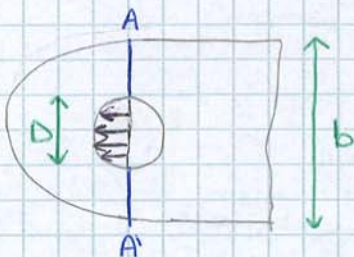
Qui la stima del momento flettente e' fatta tramite

$$M = \frac{P}{2} \cdot b$$

dove $b = \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{4} + \delta$ → eventuale gioco tra piastra e forcella

Verifiche sulla piastra

- Verifica a trazione: anche questa viene effettuata a ROBUSTEZZA → sia la piastra centrale che le forcelle non si devono rompere a trazione, in corrispondenza della sezione A-A' passante per il centro del foro



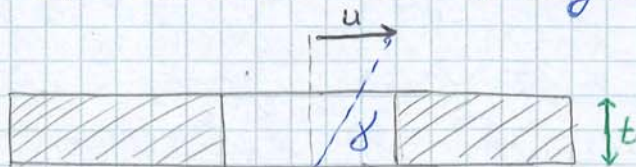
$$\sigma = \frac{P^*}{t(b-D)} < \sigma'_{\text{ammiss}}$$

perché σ e' spalmato su tutta la superficie meno il pro del foro!

- Verifica a taglio: effettuata sempre a ROBUSTEZZA → la piastra non si deve rompere a taglio



compressione, flessione ma solo a taglio.



$$\left\{ \begin{aligned} \gamma &\approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{u}{t} \\ \tau &= G\gamma \end{aligned} \right.$$

→ tensione che sollecita i bulloni

~ Esempio 1 (slide 10)

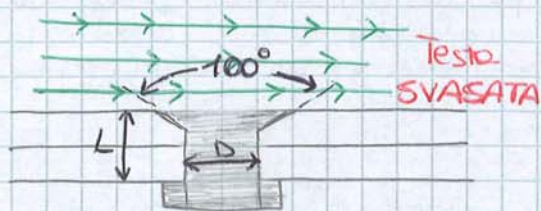
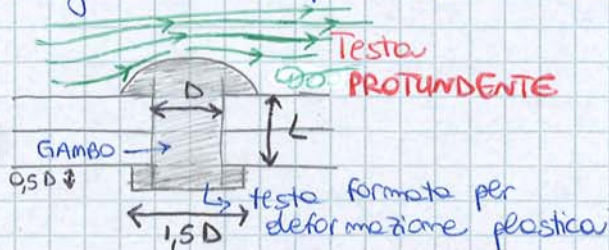
2) Collegamenti chiodati: RIVETTI / SOLIDI?

La rivettatura (o chiodatura) è una delle tecniche di giunzione più diffuse in campo aeronautico: usato spesso per le lamiere, corpi sottili che non possono essere saldati.

~ **Curiosità:** ultimamente va di moda la "friction stir welding", una sorta di saldatura a freddo che non surriscalda il materiale non lo intacca → poco diffusa quindi non lo studiamo.

Il collegamento ^{tramite rivetto} / solido (il più usato) è fatto mediante due presse. Il rivetto ha una testa preformata, e dopo essere stato inserito nel foro delle parti da giungere, una pressa trattiene la testa preformata, mentre una seconda pressa "martella" in modo da creare la seconda testa (sempre piatta di conseguenza) per deformazioni plastiche. Allo stesso tempo si verifica anche un leggero rigonfiamento del gambo all'interno del foro, così da riempirlo totalmente ed eliminare ogni gioco. → danno maggiore tenuta

Distinguiamo 2 tipi di rivetto a seconda della forma della testa preformata.



Più economica dell'altra, perché la sede del rivetto non necessita di svasatura. La testa genera però una resistenza aggiuntiva che a livello aerodinamico può renderlo inutilizzabile in particolari situazioni. Sono comunque i più usati, e ne esistono anche versioni "speciali" che non necessitano le doppie presse per il montaggio.

NON genera resistenza aerodinamica, ma richiede maggiore lavorazione per la corretta svasatura del foro.

Caratteristiche generali

- sono generalmente in lega di alluminio leggera
- sono più leggeri, più piccoli e meno costosi dei bulloni (riescano però a sostenere carichi inferiori)
- sono progettati per resistere principalmente a taglio
- non dovrebbero essere utilizzati per collegare spessori elevati o in condizioni di tensione
- i fori di alloggiamento vanno preparati opportunamente in anticipo per permettere il corretto posizionamento del rivetto (soprattutto in caso di teste svasate).

contatto con la struttura. (forze di clamp-up elevate, che garantiscono una durata a fatica maggiore).

2. Utilizza la pura trazione per formare la 2. testa (più veloce da installare, più leggeri e più economici)

ROTTURA dei rivetti

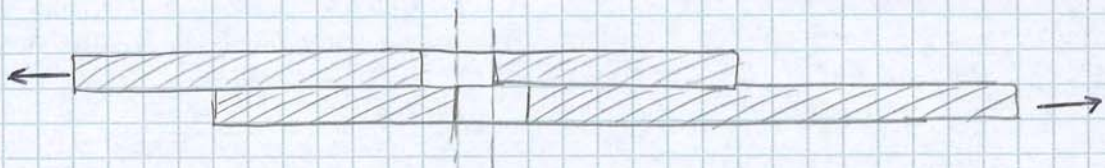
Abbiamo già accennato al fatto che la rivettatura è concepita per resistere a sforzi di taglio e non assiali. In generale, se il carico assiale non supera il 5% di quello di rottura a taglio, si assume che il rivetto sia comunque in grado di supportarlo.

Da cosa può allora dipendere la rottura di un giunto?

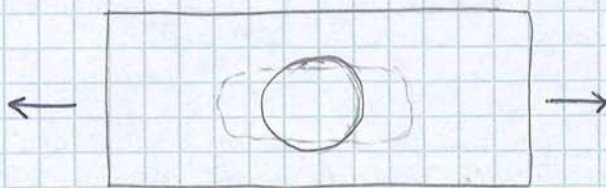
- diametro e forma della testa del rivetto
- spessore delle lamiere da giuntare
- materiale (sia delle lamiere che dei rivetti)
- distanze tra i vari rivetti
- tolleranze nei fori e nelle sedi di teste svasate
- sistema e accuratezza della ribattitura

↳ Assumendo per comodità che le giunzioni siano ^{dei rivetti} teste tonda, uguali materiali e disposti su file uguali, anche in modo che non si intocchino uno con l'altro, ricominciamo vari tipi di rottura:

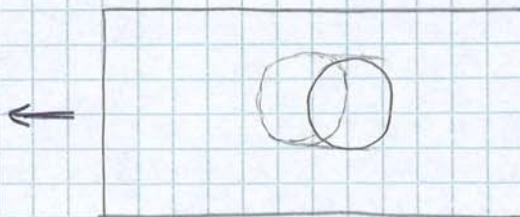
1. Tranciamento del rivetto



2. Ovalizzazione del foro



3. Strappamento



OSS I casi 3 e 4 sono più frequenti se i rivetti sono posti in prossimità di un bordo libero

(2) Ovalizzazione del foro

$$\eta_0 = \frac{m m d s \sigma_0^*}{b s \sigma_R^*} = m \frac{\sigma_0^*}{\sigma_R^*} (1-c)$$

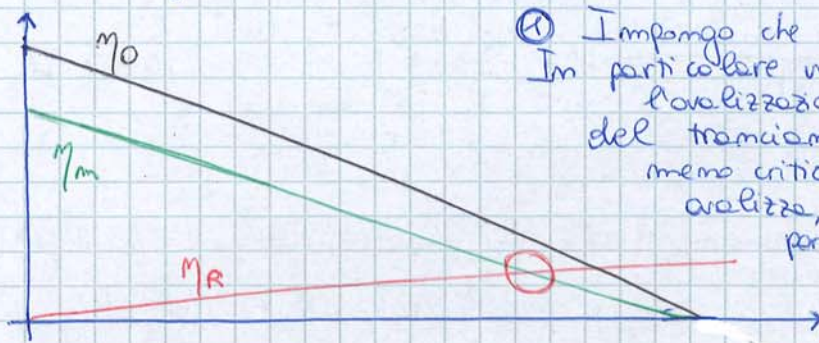
(1) tranciamento di (m x m) rivetti

$$\eta_m = \frac{m m \pi \frac{d^2}{4} \tau_m^*}{b s \sigma_R^*} = m \frac{\pi d}{4 s} \frac{\tau_m^*}{\sigma_R^*} (1-c)$$

OSS Sono tutti come una sorta di efficienza. Sono per questo SEMPRE valori inferiori a 1.

↳ Il giunto migliore è quello che fa avvenire tutte le rotture ad un unico valore di carico (o comunque a carichi più vicini possibile tra loro) e al più alto possibile → il rivetto è forte quanto il carico più basso a cui si verifica una qualsiasi delle rotture

Si tracciamo quindi su un grafico questi 3 andamenti. Il pt di intersezione tra η_0 e η_m permette di conoscere il c da scegliere in modo da η_m fare intersecare anche η_R



① Impongo che a $c=0$, $\eta_0 = \eta_m$
 In particolare voglio che l'ovalizzazione si verifichi prima del tranciamento, perché η_0 è meno critica → se il foro si ovalizza, la missione è finita e termine lo stesso, se si trancia no.
 ② Trovo la c .

Matematicamente:

① $\eta_m = \eta_0$ a $c=0$:

$$m \frac{\pi d}{4 s} \frac{\tau_m^*}{\sigma_R^*} = m \frac{\sigma_0^*}{\sigma_R^*} \Rightarrow \left[\frac{d}{s} = \frac{4}{\pi} \frac{\sigma_0^*}{\tau_m^*} \right]$$

② $c = m \frac{\sigma_0^*}{\sigma_R^*} (1-c) \Rightarrow \left[c = \frac{m \sigma_0^*}{(\sigma_R^* + m \sigma_0^*)} \right]$

Tramite queste relazioni, è possibile procedere al calcolo del DIAMETRO e del PASSO della rivettatura ottimali, in base allo spessore delle lamiere e al m. di file di rivetti

adeguatamente. Anche ~~nelle~~ fasi di riparazione ~~e~~ ~~sono~~ sono complesse. In produzione si usano camere pulite con determinate temperature e grado di umidità.

- non si possono fare controlli non distruttivi per testarne la resistenza
- le colle vanno conservate in particolari condizioni (indicate dal produttore) e hanno una determinata scadenza

↳ questo perché sono soggette a degradazione ambientale (assorbono l'umidità e diminuiscono la resistenza meccanica con $T \gg$).

Alcune risentono anche di degradazione chimica, se entrano in contatto con vermicoli o solventi.

↳ Distinguiamo 3 diversi metodi per incollare le lamiere:

(1) Singola sovrapposizione

(2) Doppia sovrapposizione

(3) Sovrapposizione a gradini

→ si presta bene all'incollaggio dei materiali compositi.

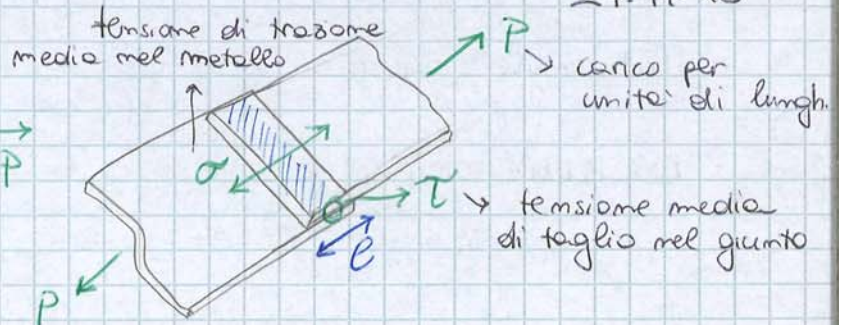
} Immagini slide 36



il problema del dimensionamento di questo tipo di giunti consiste nel riuscire a determinare la lunghezza di sovrapposizione ottimale!

Dimensionamento (1)

27.11.15



Nota il carico P e lo spessore della lamiera, la lung. di sovrapposizione ottimale si ottiene considerando:

$$\sigma = P/t \quad \text{da cui} \quad P = \sigma t$$

Si può quindi conoscere la pendenza della retta

} Ricavate sperimentalmente

$$\tau = P/e = \sigma t/e \quad \left. \begin{array}{l} \text{tensione di rottura} \\ \text{del giunto a fissate} \\ \text{temp operativa} \end{array} \right\}$$

Interpolando questa retta con il grafico di resistenza a rottura del giunto, si può conoscere t/e e quindi e (t era già noto)



$$\begin{cases} y = K \sinh(\lambda e x) + H \cosh(\lambda e x) \\ T = G_e [K \sinh(\lambda e x) + H \cosh(\lambda e x)] \end{cases}$$

In particolare, la 1ª condizione: richiede

$$T(x) = T(-x)$$

→ È una condizione di simmetria, perché si è supposto che i 2 aderenti esterni abbiano la stessa rigidità di quello interno (si chiama GIUNTO BILANCIATO)

implica $K = 0$

La 2ª condizione richiede:

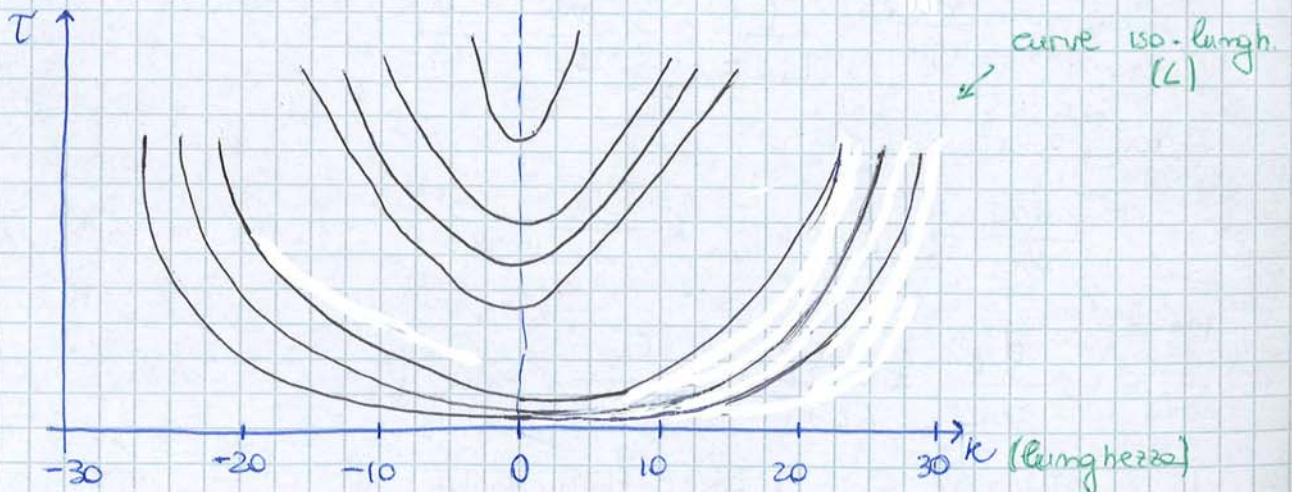
$$x = \frac{L}{2} ; N_1 = 0 ; N_2 = P/W$$

→ È invece una condizione di equilibrio agli estremi

$$T = \frac{N}{4W} e^{\lambda e} \frac{\cosh(\lambda e x)}{\sinh(\lambda e \frac{L}{2})}$$

per $-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$

- È importante ricordare che se aumento la lunghezza del giunto, si aumenta la sua stessa resistenza SOLO SE si abbassa la max deformazione. Se però L è troppo grande la distribuzione del carico diventa disomogenea, e la tensione T assume valori quasi massimi agli estremi e quasi nulli al centro → esiste una lunghezza di sovrapposizione ottima intermedia.



~ ORTOTROPI

C'è un disaccoppiamento tra le sollecitazioni σ e gli scorrimenti γ (nel senso che non c'è interazione) di piani differenti, così come tra E e τ e tra τ e γ .

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

↳ Ci sono 9 costanti elastiche indipendenti da determinare:

$$\begin{cases} 3 \text{ moduli di Young: } E_1, E_2, E_3 \\ 3 \text{ moduli di TAGLIO: } G_{12}, G_{13}, G_{23} \\ 3 \text{ coeff. di Poisson: } \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23} \end{cases}$$

~ ISOTROPI

In questo caso invece abbiamo il legame di G ed E tramite ν :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{per cui:}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{C_{11}-C_{12}}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{C_{11}-C_{12}}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{C_{11}-C_{12}}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

↳ Ci sono solo 2 costanti elastiche indipendenti da determinare:
 E, ν .

- **ALTO TENORE di carbonio** ($C \approx 0,6\%$) (Acciai da bonifica) e acciai **LEGATI**
 - miglior compromesso tra resistenza e tenacità
 - $300 \text{ MPa} < \text{STY} < 1000 \text{ MPa}$; $500 \text{ MPa} < \text{STU} < 1200 \text{ MPa}$
- Acciai da **CEMENTAZIONE** (trattamenti superficiali di indurimento per usura e fatica)
 - utilizzati per perni e spinodi in alberi molto sollecitati
↳ molto spesso nei motori
- Acciai **INOSSIDABILI** (Cromo minimo 12%)
 - molto resistenti alle corrosione
 - usati molto poco in campo aeronautico
 - $220 \text{ MPa} < \text{SS} < 1800 \text{ MPa}$; $500 < \text{SR} < 1900 \text{ MPa}$
- **BASSO LEGATI**, ad alta resistenza (maraging)
 - ottima lavorabilità (duri ma duttili, deformabili a freddo)
 - massime prestazioni di resistenza meccanica
 - utilizzati tanto per le parti strutturali (carrelli di atterraggio, attacchi motore...)

2 LEGHE DI ALLUMINIO → Quelle che ci interessano di più

L'alluminio è uno degli elementi più presenti in natura e si ricava quasi del tutto dalla bauxite; si riconoscono 2 fasi principali: la produzione di alluminio **PURA** per via chimica, e poi l'elettrolisi della miscela fusa di alluminio e criolite (fluoruri di sodio e alluminio) per la produzione dell'alluminio finale. L'alluminio di per sé (non legato) ha in realtà caratteristiche poco interessanti dal nostro punto di vista (nonostante la bassa densità, si ossida facilmente). È però utile dal punto di vista della malleabilità, duttilità e quindi facilissima lavorazione plastica a freddo → queste caratteristiche si mantengono anche nelle leghe → BUONO!



Il primo utilizzo di una lega di alluminio in aeronautica fu nel 1906 col **DURALUMINIO** nel dirigibile **ZEPPELIN**

↳ Fu possibile usare **leghe di alluminio** in aeronautica solo dopo che venne scoperto l'**INDURIMENTO** per **PRECIPITAZIONE** delle leghe stesse (1903).

Nella matrice di alluminio si ottengono soluzioni solide di composti intermetallici indurenti (CuAl_2) che poi, per riscaldamento, solubilizzano.

Questo processo avviene in due fasi:

- **Tempra strutturale**: il materiale viene riscaldato e mantenuto alla t necessaria ($480 \div 530 \text{ }^\circ\text{C}$) per un tempo sufficiente a solubilizzare tutti gli elementi di lega. Quindi si raffredda rapidamente (in acqua) e si mantiene definitivamente questa struttura cristallina anche a T_{amb} .
- **Imvecchiamento**: le condizioni di solubilizzazione per a T_{amb} sono instabili: tenderebbero a ri-precipitare per portarsi in condizioni di stabilità, andando però a creare distorsioni nel reticolo, che incrementano le caratteristiche meccaniche. È un processo lento (pochi giorni) che può essere accelerato artificialmente riscaldando (a $T_{moderate}$) in forno.