



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2046A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Rotella Luigi

MATERIA: Fenomeni di trasporto e sicurezza (teoria + esercizi)
- Prof. Pisano

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

Fenomeni di Trasporto e Sicurezza

rolato.pisano@polito.it

Bird, R.B. Stewart, W.E. Lightfoot, E.N., Transport Phenomena, 2002

ESAME: prova scritta (2 ore) con una domanda di Teoria
Esame orale Poca talvolta
Non si prevede rifiuto

A potranno essere 2 esami

| | | |
|-------|---------------|-------------------|
| 03-05 | 11.30 - 13.00 | Trasp. di Energia |
| 07-05 | 11.30 - 13.00 | Trasp. di Materia |

Lo studio dei Fenomeni di Trasporto coinvolge 3 aspetti:

- ✓ materia (1)
 - ✓ energia (2)
 - ✓ cinetica di moto (fluidodinamica)
- } Trasporto

- (1) trasferimento di materia fra 2 parti spaziali
- (2) calore (energia termica) di calore

molte volte i due fenomeni sono intimamente connessi

I Fenomeni di Trasporto coinvolge un grande numero di sistemi

es. ► Proprietà (essiccamento a bassa temperatura) di un prodotto farmaceutico

↳ si conserva il prodotto ed abbassando la P si sublima il solvente

e trasferimenti: • Materia (ΔT)

• Energia Termica (la sublimazione è endotermica e deve compensare scaldando)

► rilascio controllato di un gas da un film polimerico

↳ packaging di orologi e rilascio di etilene

► deposizione di nanoparticelle nei polmoni

↳ deposizione di farmaci via aerosol → fluidodinamica

► scambiatore di calore a tubi coassiali

In quasi tutti i sistemi complessi si studiano contemporaneamente le Trasferimenti di materia & proprietà

I meccanismi di base sono molto simili e coinvolgono sostanzialmente i med. molecolari

3 differenti scale di riferimento:

- ✓ Macroscopica ($10^{-3} - 10^0$ m)
- ✓ mesoscopica ($10^{-6} - 10^{-9}$ m)
- ✓ molecolare ($10^{-9} - 10^{-6}$ m)

TRASFERIMENTO di QUANTITÀ di MOTO:

$$(m_{\lambda_1} \vec{v}_{\lambda_1} + m_{\lambda_2} \vec{v}_{\lambda_2}) + (m_{B_1} \vec{v}_{B_1} + m_{B_2} \vec{v}_{B_2}) =$$

$$= (m'_{\lambda_1} \vec{v}'_{\lambda_1} + m'_{\lambda_2} \vec{v}'_{\lambda_2}) + (m'_{B_1} \vec{v}'_{B_1} + m'_{B_2} \vec{v}'_{B_2})$$

$$\vec{v}_{\lambda_1} = \frac{d\vec{r}_{\lambda_1}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r}_\lambda + \vec{R}_{\lambda_1}) = \vec{v}_\lambda + \vec{v}_{\lambda_1 R}$$

da cui: $m_{\lambda_1} \vec{v}_{\lambda_1} + m_{\lambda_2} \vec{v}_{\lambda_2} = m_{\lambda_1} \vec{v}_\lambda + m_{\lambda_1} \vec{v}_{\lambda_1 R} + m_{\lambda_2} \vec{v}_\lambda + m_{\lambda_2} \vec{v}_{\lambda_2 R}$

$$\left(\begin{aligned} m_{\lambda_1} &= m_{\lambda_2} = \frac{1}{2} m_\lambda \\ \frac{1}{2} m_\lambda \vec{v}_\lambda + \frac{1}{2} m_\lambda \vec{v}_{\lambda_1 R} + \frac{1}{2} m_\lambda \vec{v}_\lambda + \frac{1}{2} m_\lambda \vec{v}_{\lambda_2 R} &= m_\lambda \vec{v}_\lambda = \vec{p}_\lambda \end{aligned} \right.$$

$$\vec{R}_{\lambda_1} = -\vec{R}_{\lambda_2}$$

analoga mente $m_B \vec{v}_B = \vec{p}_B$

e nell'op. di bilancia avrà: $m_\lambda \vec{v}_\lambda + m_B \vec{v}_B = m'_{\lambda_1} \vec{v}'_{\lambda_1} + m'_{B_1} \vec{v}'_{B_1}$

TRASFERIMENTO di ENERGIA:

la molecola possiede energia potenziale interatomica Φ ed energia cinetica E_k

$$E = \Phi_\lambda + \left(\frac{1}{2} m_{\lambda_1} \vec{v}_{\lambda_1}^2 + \frac{1}{2} m_{\lambda_2} \vec{v}_{\lambda_2}^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_{B_1} \vec{v}_{B_1}^2 + \frac{1}{2} m_{B_2} \vec{v}_{B_2}^2 \right) + \Phi_B =$$

$$= E' = \Phi'_\lambda + \left(\frac{1}{2} m'_{\lambda_1} \vec{v}'_{\lambda_1}^2 + \frac{1}{2} m'_{\lambda_2} \vec{v}'_{\lambda_2}^2 \right) + \Phi'_B + \left(\frac{1}{2} m'_{B_1} \vec{v}'_{B_1}^2 + \frac{1}{2} m'_{B_2} \vec{v}'_{B_2}^2 \right)$$

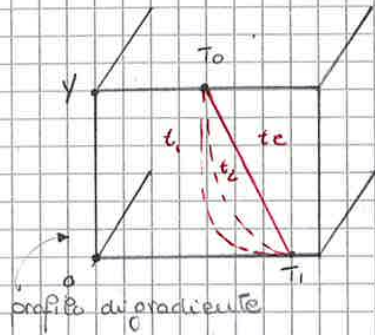
$$v_{\lambda_1}^2 = (\vec{v}_\lambda + \vec{v}_{\lambda_1 R})^2 = v_\lambda^2 + v_{\lambda_1 R}^2 + 2\vec{v}_\lambda \vec{v}_{\lambda_1 R}$$

$$\left(\begin{aligned} \frac{1}{2} m_{\lambda_1} v_{\lambda_1}^2 + \frac{1}{2} m_{\lambda_2} v_{\lambda_2}^2 &= \frac{1}{2} m_{\lambda_1} v_\lambda^2 + \frac{1}{2} m_{\lambda_1} v_{\lambda_1 R}^2 + m_{\lambda_1} \vec{v}_\lambda \vec{v}_{\lambda_1 R} + \\ &+ \frac{1}{2} m_{\lambda_2} v_\lambda^2 + \frac{1}{2} m_{\lambda_2} v_{\lambda_2 R}^2 + m_{\lambda_2} \vec{v}_\lambda \vec{v}_{\lambda_2 R} \end{aligned} \right.$$

condizioni sulle masse

$$\frac{1}{2} m_\lambda v_\lambda^2 + \left(\frac{1}{2} m_{\lambda_1} v_{\lambda_1 R}^2 + \frac{1}{2} m_{\lambda_2} v_{\lambda_2 R}^2 \right)$$

energia vibrazionale dei gruppi atomici



si evidenzia inoltre che:

$$j_q = \frac{-\Delta T}{(y-0)} \cdot K \cdot A \quad \Delta T = T_0 - T_1$$

$$\left[\frac{J}{s} \right]$$

La velocità di trasferimento di energia è DC a ΔT ed a A

j_q = PORTATA di CALORE $[J/s]$

A = area di scambio $[m^2]$

J_q = FLUSSO di CALORE = $\frac{j_q}{A}$ $\left[\frac{J}{m^2 s} \right]$

T = temperature $[K]$

y = spazio $[m]$

K = CONDUCEBILITÀ TERMICA $\left[\frac{J}{smK} \right]$

proprietà macroscopica che indica l'efficienza di un materiale per il trasferimento di calore

$K = K(T, P)$ delle sostanze poco nello spazio

Ma a livello molecolare come si trasferisce?

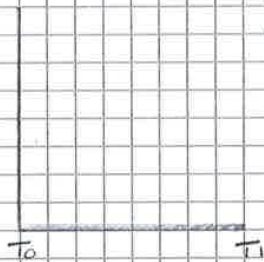
1) SOLIDI: Le molecole sono mediamente fisse nello spazio (reticolo) ma vibrano continuamente.

Se aumento la T aumento l'intensità delle vibrazioni.

> il trasferimento avviene se e solo se si può instaurare un ∇T .

✓ Nelle vibrazioni le molecole si urtano e si scambiano energia.

Le molecole di vibrazioni molecolari maggiori cedono meno urti per loro energia agli strati adiacenti.



Nei solidi trasferimento per sole vibrazioni

2) GAS (in quiete)

∇T ma le molecole si muovono casualmente \rightarrow \bar{v} è legata a \sqrt{T}

All'interfaccia solido-gas c'è trasferimento di energia da vibrazionale a cinetica del gas.

Le molecole di gas si urtano fra di loro e le molecole a $v_2 \neq v_1$ acquistano en. cinetica e quelle a v_1 ne perdono.

es. Un pannello di materiale isolante avente superficie $\Lambda = 1 \text{ m}^2$
 conduce calore con portata $j_q = 21 \text{ W}$
 $S = 1 \text{ cm}$

Le due sup. esterne del pannello hanno $T_0 = 24^\circ\text{C}$
 $T_1 = 26^\circ\text{C}$

- calcolare K [CGS]

$1 \text{ m} = 10^3 \text{ cm}$
 $1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2$

$$j_q = \frac{Q}{\Lambda} = -K \frac{\Delta T}{\Delta y}$$

$$j_q = -K \frac{\Delta T}{\Delta y} \cdot \Lambda$$

$$j_q \cdot \frac{\Delta y}{\Delta T} = K$$

$$j_q \cdot \frac{\Delta y}{\Delta T} = K$$

$$1 \text{ W} = \frac{\text{J}}{\text{sec}}$$

$$\frac{21 \text{ J/sec}}{10^4 \text{ cm}^2 \cdot 2^\circ\text{C}} = 21 \cdot 0.239 \cdot 10^{-5} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$= \frac{(21 \cdot 0.239 \cdot 10^{-5})}{10^4 \text{ cm}^2 \cdot 2^\circ\text{C}} \cdot 1 \text{ cm} = 2.5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$j_q = -K \nabla T$$

La velocità con cui si muove l'energia dipende dall'andamento di T (forza spingente)

è efficace della specie chimica al trasferimento di calore (dipende da T , P , stato fisico del sistema).

• dipende da T e P di K (CONDUCIBILITÀ TERMICA) di un gas.

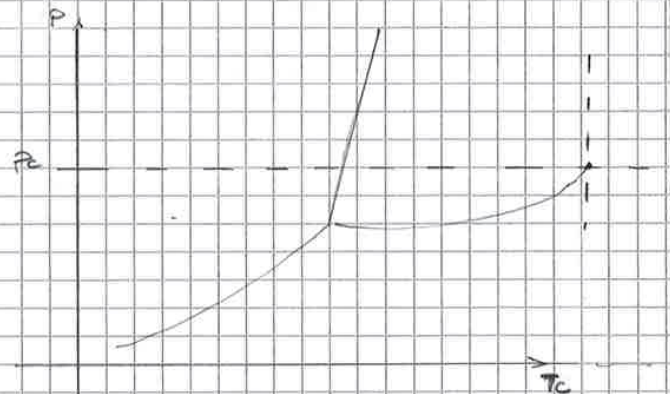
↳ mette in relazione i due processi che per una stessa sostanza coinvolge i valori range di T e P .

- CORRELAZIONE di OWENS & THODOS: correlazione per qualsiasi specie gassosa monoatomica.

non ha espressione matematica ma solo grafico (ALLEGATO 1)

$$K_T = \frac{K}{K_C} (T_r, P_r)$$

$$K_C(T_C, P_C)$$



Gas: all'aumentare di T le particelle hanno maggiore E_k traslocoriale e quindi aumento di efficacia di conducibilità

Liquidi: aumentare T significa si aumentare E_k delle molecole ma distruggere i legami fra le molecole

macroscopicamente K diminuisce perché il secondo componente dell'eq. è più importante (perdita di efficacia)

- studio della conducibilità in funzione di T e P per gas DILUITI (a bassa densità)
 - > si ricavano dalla teoria cinetica dei gas

studio del moto di molecole rigide assimilabili a sfere.

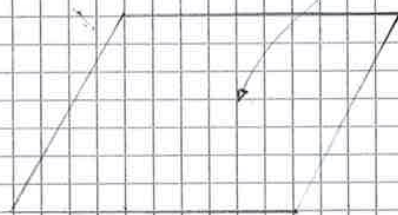
d [DIAMETRO] } GAS in QUIETE ($\vec{v}_0 = 0$)
 m [MASSA] } GAS a BASSA DENSITÀ (non si tiene conto delle interazioni esterne, si trascurano)
 n [N° MOLECOLE / VOLUME] } $D_{1-2} \approx d$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_b \cdot T}{m}} \quad k_b = 1.38066 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

$$\lambda \text{ (CAMMINO LIBERO MEDIO)} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot \pi \cdot d^2} \quad \text{spazio percorso mediamente fra 2 urti}$$

$$Z = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad \text{(frequenza degli urti)}$$

$$a = \frac{2}{3} \lambda \quad \text{(spazio medio percorso)}$$

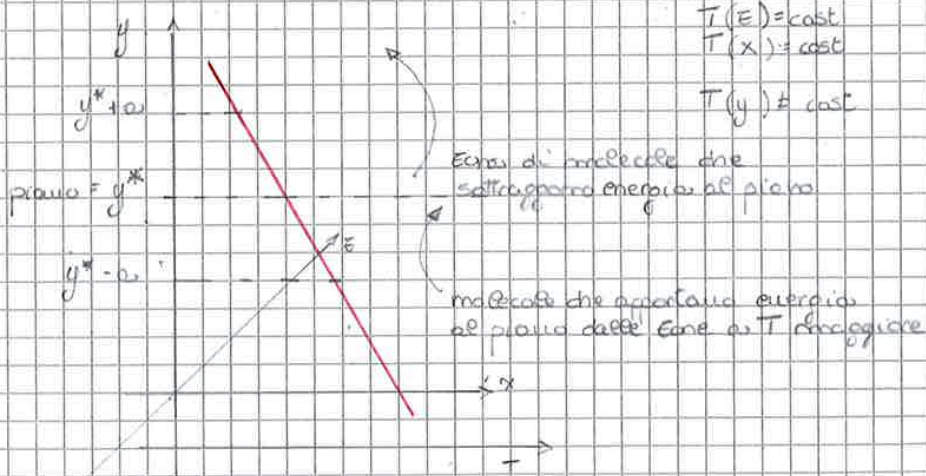


Tutti risultati validi nella Teoria C.G.

LEGGI DI FOLTSMANN:

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k_b T$$

Affinché ci sia trasferimento netto di energia a deve essere un gradiente di temperatura



Si può correggere tale espressione per tenere conto delle interazioni.

TEORIA DI CHAPMAN E ENSKOG

1) si introduce una forza di interazione che varia con la distanza dei centri di massa.

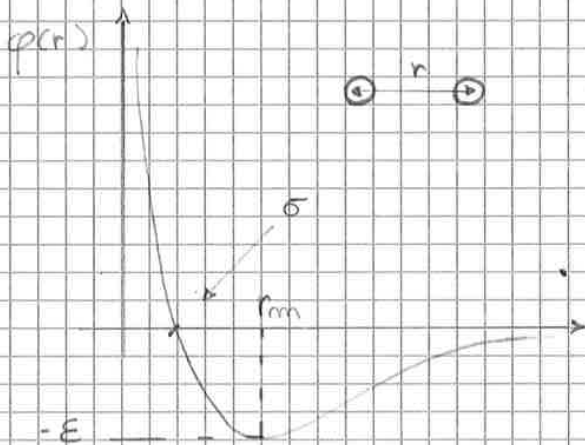
$\Phi(r)$ ENERGIA POTENZIALE di INTERAZIONE

$F = - \frac{d\Phi(r)}{dr}$ FORZA di INTERAZIONE

si ricava una legge del tutto empirica, detta di LENNARD-JONES

$$\Phi(r) = 4E \left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^6 \right]$$

σ = diametro di collisione } deve essere noto
 E = energia caratteristica di collisione



$r < r_m$ F. repulsive
 $r > r_m$ F. attrattive

si ricava da queste leggi un'espressione alternativa a quella TCG, per K.

$$K = 1.9891 \cdot 10^{-4} \frac{T}{M} \cdot \frac{1}{\sigma^2 R_K} \cdot \frac{1}{m E / K_b}$$

questo fattore è dimensionato in modo corretto

massa molecolare

R_K = fattore di coesione = $f\left(\frac{K_b T}{E}\right) \rightarrow = 1$ se in sfere rigide altrimenti $\neq 1$

$$\frac{K}{K_b} = \frac{K}{J}$$

• GAS (PT critica)

$$\frac{E}{K_b} = 0.77 \cdot T_c$$

$$\sigma = 0.84 \sqrt[1/3]{V_c}$$

• LIQUIDO (T_{eb} e V_{eb})

$$\frac{E}{K_b} = 1.15 \cdot T_{eb}$$

$$\sigma = 1.165 \sqrt[1/3]{V_{eb}}$$

es. 3. Il Neon è un gas molecolare monoatomico.

$$K = 1.9891 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{373.2 \text{ K}}{20.180 \text{ g/mole}}} \cdot \frac{1}{0.81 \cdot (2.789 \text{ \AA})^2} = 1.33 \cdot 10^{-4}$$

$$M = 20.180 \text{ g/mole}$$

$$T = 373.2 \text{ K}$$

$$\sqrt{Rk} = 0.81 \quad \leftarrow \quad \frac{kT}{E} = 10.45$$

$$\sigma = 2.789 \text{ \AA}$$

controllare calcoli.

es. O₂ è un gas poliatomico quindi deve utilizzare Lennard-Jones tramite la correzione di EUCKEN

$$K = \left(\frac{7}{4} + \frac{5R}{4M} \right) \cdot 2.6693 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^2 \cdot \sqrt{Rk}}$$

$$\sigma = 3.433 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 3.433 \text{ \AA} = 3.433 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$M = 31.999 \text{ g/mole}$$

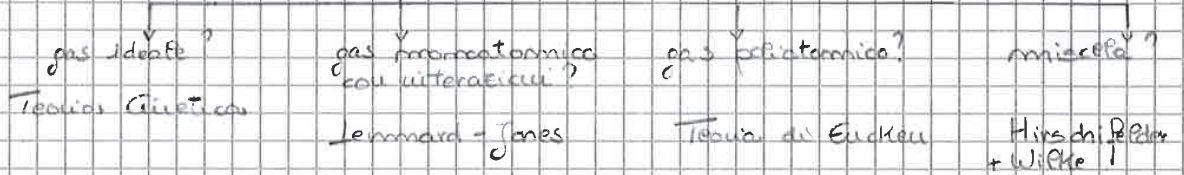
$$\sqrt{Rk} = f \left(\frac{k_b T}{E} \right) \implies \frac{k_b \cdot T}{E} = \frac{1}{113} \cdot 300 \text{ K} = 2.6548 \text{ etc.} \implies \frac{-1.0807 + 1.0691}{2} =$$

$$R = 1.987 \text{ cal/K mole} \quad = 1.0749$$

$$K = \left(\frac{7.019 \text{ cal}}{2.999 \text{ K mole}} + \frac{5 \cdot 1.987 \text{ cal}}{4 \cdot 31.999 \text{ K mole}} \right) \cdot 2.6693 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{31.999 \text{ g/mole} \cdot 300 \text{ K}}}{(3.433)^2 \cdot 10^{-16} \cdot 1.0749}$$

$$\left(\frac{7.019 + 5 \cdot 1.987}{4 \cdot 31.999} \right) \cdot 2.6693 \cdot 10^{-3} \frac{31.999 \cdot 300}{\sqrt{(3.433)^2 \cdot 1.0749}} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cal/K mole}$$

• quando ho un problema che mi richiede di determinare C_v di un gas verifico sotto che ipotesi si cade.



✓ CONDUCELTÀ TERMICA dei LIQUIDI:

ci sono numerose teorie molto accurate.

• TEORIA di BRIDGMAN

• assomiglia le molecole a punti fissi e possono trasmettere energia solo x modo vibrazionali.

$$d = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/3}$$

però il trasferimento avviene come in un gas, alla velocità del suono nel liquido.

$$v_s = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T}$$

ma $\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T \sim 1$ liquido

$$\Rightarrow v_s \sim \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T}$$

N.B. Verifico come si trasmette il suono.

ma per un gas monoatomico

$$K = \frac{1}{2} K_B n \sqrt{v} \cdot \lambda$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{3}{2} \frac{K_B}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} \frac{K_B}{m} \frac{3}{2} \frac{2}{3} \frac{1}{\rho} \sqrt{v} \cdot \lambda$$

$$K = \frac{1}{3} \frac{1}{\rho} \sqrt{v} \cdot \lambda$$

per un liquido (monoatomico) dunque:

$n =$ numero molecole/volume

$$K = \frac{1}{3} \rho \sqrt{v} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/3} \lambda$$

$$\lambda = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/3} \frac{1}{v}$$

$$\omega = \frac{2}{3} \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{3}{2} \omega$$

$$K = \frac{1}{3} \rho \sqrt{v} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/3} \frac{3}{2} \omega$$

• DULONG & PETIT

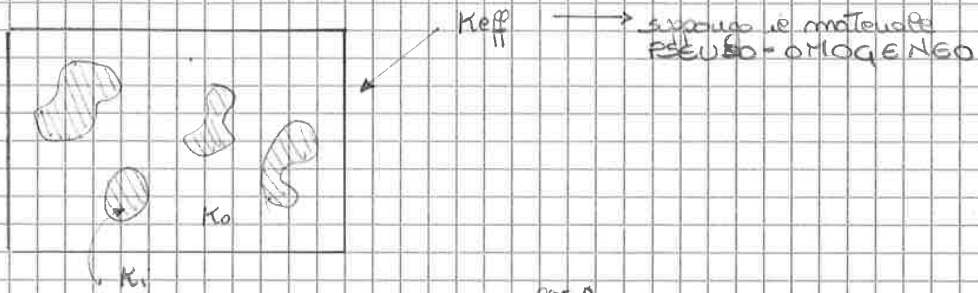
$$\frac{1}{\rho} = \frac{3}{2} \frac{K_B}{m}$$

$$\rho = n \cdot m = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2/3} \cdot m$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \rho = \frac{3}{2} K_B \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2/3}$$

Alora $K = 3 K_B \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/3} v_s \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/3} = 3 K_B v_s \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2/3}$

questa relazione tende a salvarci il mare.



RELAZIONE di MAXWELL:

$$\frac{K_{eff}}{K_0} = 1 + \frac{3\phi}{(K_1 + 2K_0) - \phi(K_1 - K_0)}$$

valido se $\phi < \pi/6$

ϕ = frazione di volume occupata dalle componenti disperse

N.B. per i materiali solidi a suo alcune ρ_{eff} perenni

es 5 Calcolare ρ, K di una miscela gassosa così composta.

| COMPONENTE | x_i | M_i | $\mu_i \cdot 10^{-7} \text{ g/au s}$ | $K_i \text{ (} \frac{\text{cal}}{\text{au s K}} \text{)} \cdot 10^{-7}$ |
|-----------------|-------|-------|--------------------------------------|---|
| CO ₂ | 0.133 | 44 | 1462 | 383 |
| N ₂ | 0.828 | 28 | 1754 | 627 |
| O ₂ | 0.039 | 32 | 2031 | 612 |

es 7 $\rho(\text{CCl}_4)_L = 1.595 \frac{\text{g}}{\text{au}^3}$

$T = 20^\circ \text{C} = 293.15 \text{K}$

$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) = 90.7 \cdot 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$

Calcolare ρ , conducibilità termica.

a) $T = 293.15 \text{K}$ CCl₄ è un liquido (poliatomico) \Rightarrow si usa dunque ρ relazione di DULONG & PETIT per LIQUIDI POLIATOMICI

| | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| $\text{CO}_2 + \text{N}_2$ | $\text{CO}_2 + \text{O}_2$ | $\text{N}_2 + \text{O}_2$ |
| $x_j(\text{CO}_2)$ | $x_j(\text{O}_2)$ | $x_j(\text{N}_2)$ |

$$\begin{aligned} \sum x_i K_i &= x(\text{CO}_2) K(\text{CO}_2) + x(\text{N}_2) K(\text{N}_2) + x(\text{O}_2) K(\text{O}_2) \\ &= (0.133 \cdot 383 \cdot 10^{-7}) + (0.828 \cdot 627 \cdot 10^{-7}) + (0.039 \cdot 612 \cdot 10^{-7}) = \\ &= 5.93963 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

CO₂

$$\begin{aligned} &x(\text{CO}_2) \cdot \Phi(\text{CO}_2 - \text{N}_2) \rightarrow \\ &x(\text{CO}_2) \cdot \Phi(\text{CO}_2 - \text{O}_2) \rightarrow \end{aligned}$$

$$\Phi(\text{CO}_2 - \text{N}_2) = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{44}{28}\right)^{-1/2} \left[1 + \frac{(-1462 \cdot 10^{-7})^{1/2}}{(1754 \cdot 10^{-7})^{1/2}} \cdot \left(\frac{44}{28}\right)^{-1/4}\right]^2 =$$

$$\Rightarrow x(\text{CO}_2) \cdot \Phi(\text{CO}_2 - \text{N}_2) = 0.626 \quad + 1 \cdot 0.133 = 0.759$$

$$\Phi(\text{CO}_2 - \text{O}_2) = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{44}{32}\right)^{-1/2} \left[1 + \frac{(-1462 \cdot 10^{-7})^{1/2}}{(2031 \cdot 10^{-7})^{1/2}} \cdot \left(\frac{44}{32}\right)^{-1/4}\right]^2 =$$

vedere la soluzione

$$K_{\text{mix}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i K_i}{\sum x_j \Phi_{ij}}$$

| Componente | i | j | $\frac{M_j}{M_i}$ | $\frac{u_i}{u_j}$ | Φ_{ij} | $\sum_{j=1}^3 x_i \Phi_{ij}$ | |
|-----------------|---|---|-------------------|-------------------|-------------|------------------------------|-------|
| CO ₂ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 0.769 |
| | | 2 | 1.375 | 0.720 | 0.73 | | |
| | | 3 | 1.571 | 0.834 | 0.727 | | |

N₂ $\sum x_i \Phi_{ij} = 1.049$

O₂ $\sum x_i \Phi_{ij} = 1.057$

$$J_{\text{conv},y} = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \vec{u} \right) v_y \vec{j}$$

$$J_{\text{conv},x} = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \vec{u} \right) v_x \vec{i}$$

$$\Rightarrow J_{\text{conv}} = J_{\text{conv},x} + J_{\text{conv},y} + J_{\text{conv},z} = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \vec{u} \right) (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})$$

Flusso di calore unitario superficie \perp ad una particolare direzione \vec{n}

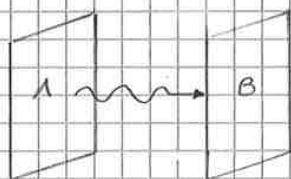
$$J_{\text{conv},n} = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \vec{u} \right) v_n \vec{n}$$

ρ dipende dalla temperatura $\rho = \rho(T)$
 dipende anche dalla potenza prima come conduttività

TRASPORTO di ENERGIA TERMICA per IRRAGGIAMENTO

- meccanismo tipico solo dell'energia. \rightarrow il trasferimento di energia termica avviene anche in assenza di materia e si opera alle onde elettromagnetiche.
- La velocità con cui l'energia viene trasferita è $f(T^4)$

Il trasferimento di energia radiante o raggiante avviene sempre fra 2 superfici solide condizioni necessarie.



mi spiego perché avviene

scatto la superficie A e le sue molecole sono ad uno stato eccitato. La materia tende a diminuire il suo stato energetico per arrivare ad uno stato di equilibrio.

\hookrightarrow si libera dell'energia in eccesso emettendo onde.

in base alla λ onde, avrà un contenuto energetico diverso, che dipende dal meccanismo molecolare con cui viene formata energia (vibrazionale, stato elettronico, etc...)

\downarrow
 la materia cambia il suo stato energetico. (ALLEGATO 4)

λ [m] lunghezza d'onda $\Rightarrow \frac{E}{\nu}$

$\nu = f \left[\frac{1}{s} \right]$ frequenza

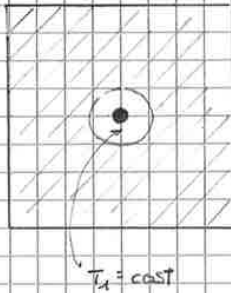
c [m/s] = $3 \cdot 10^8$ m/s

Planck descrisse la radiazione come una particella (più di massa e carica) che contiene energia.

$a = \epsilon$ LEGGE DI KIRCHHOFF

$a_b = \epsilon_b$

è stata ricavata da osservazioni sperimentali da diversi esperimenti



CAVITÀ ISOTERMA

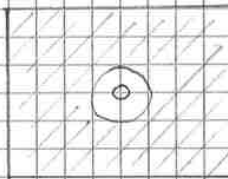
● CORPO NERO
 T_x

ma $T_x = T_1$

$$\frac{j_i(e)}{j_b} = j_i(\text{cavità})$$

←←← esperimento 1)

• esperimento 2)



○ CORPO GRIGIO

$T_x = T_1 = \text{costante}$

$$\frac{j_i(e)}{j_b} = a_i j_i(\text{cavità})$$

$$\left(\frac{j_i(e)}{j_b} = a_i j_i(e) \right)$$

$$\implies a_i = \frac{j_i(e)}{j_b} = \epsilon$$

$$\boxed{\epsilon = a}$$

ϵ molto basso per i materiali metallici
 ϵ molto alto per ossidi metallici (10^{-9})

es.

| Materiale | T(K) | $a = \epsilon$ |
|----------------------------|------|----------------|
| Alluminio | 500 | 0.039 |
| " | 850 | 0.057 |
| Rame | 353 | 0.018 |
| Ossido di Rame | 472 | 0.57 |
| Mattone | 294 | 0.98 |
| Vernici (smalto bianco) | 310 | 0.80 |

$$\lambda \frac{1}{T} dT = \frac{1}{e^{(cr)}} d e^{(cr)}$$

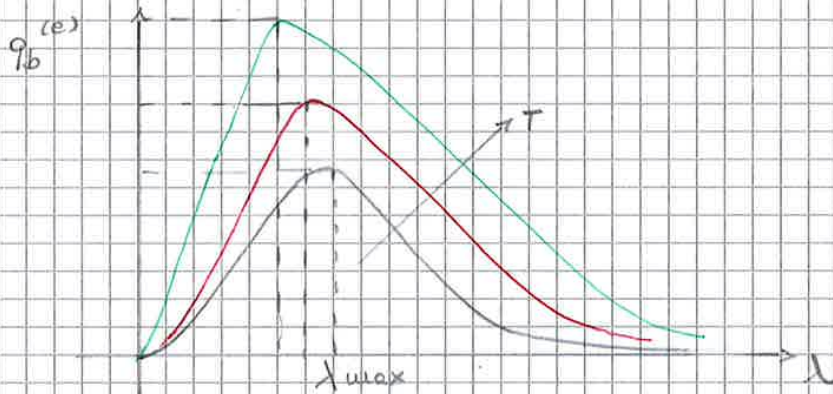
$$\lambda \int \frac{1}{T} dT = \int \frac{d e^{(cr)}}{e} \Rightarrow 4 \rho_{b, \lambda}(T) + \rho_{b, \lambda} G = \rho_{b, \lambda}(e^{(cr)}) = \rho_{b, \lambda}(G T^4) = \rho_{b, \lambda}(e^{(cr)})$$

$$e^{(cr)} = G T^4$$

$$\max \frac{\lambda}{c} \int_b^{(e)} = G T^4 \Rightarrow \int_b^{(e)} = \frac{G \cdot c}{4} \cdot T^4$$

però non posso calcolarlo perché G è costante di integrazione e varia in base alle condizioni al contorno.

• approccio di tipo meccanico-statistico (2)



$$\int_{b, \lambda}^{(e)} = \frac{2 \pi^5 c^2 h}{15 \lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left\{\frac{c \cdot h}{k_B \lambda T}\right\} - 1} \quad [\lambda, \lambda + d\lambda]$$

• LA LEGGE DI RIPARTIZIONE DI PLANCK

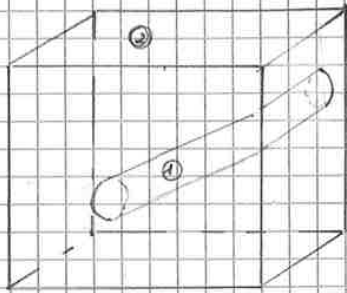
$$\max \int_b^{(e)} = \sigma T^4$$

$$\int_b^{(e)} = \int_b^{+\infty} \int_{b, \lambda}^{(e)} \cdot d\lambda = \left(\frac{2 \pi^5 k_B^4}{15 c^4 h^3} \right) T^4 \quad \text{costante universale app' 17}$$

σ

se $\frac{d \int_{b, \lambda}^{(e)}}{d\lambda} = 0 \iff \lambda_{max} = 0.2884 \frac{T}{K}$ LEGGE DI SPOSTAMENTO DI WIEN.

su
K



$$\dot{J}_1^{(b)} = A_1 \sigma T_1^4 \epsilon$$

$$\dot{J}_{1 \rightarrow 2}^{(a)} = A_1 \sigma T_1^4$$

$$\dot{J}_2^{(e)} = A_2 \sigma T_2^4$$

$$\dot{J}_{2 \rightarrow 1}^{(e)} = A_1 \sigma T_2^4 \alpha$$

$$\dot{J}_{\bar{2}} = A_1 \sigma (T_1^4 \epsilon + T_2^4 \alpha) = A_1 \sigma \epsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

es. 1) Si consideri l'irraggiamento del sole che assumiamo comparsi come corpo nero a temperatura T_1 , sapendo che:

$$\lambda_{max} = 0.5 \mu m$$

Calcolare inoltre il flusso radiante emesso dal sole

es. 2) Si considerino 2 dischi nei quali $2R = 600 \text{ mm}$ e posti uno di fronte all'altro a $d = 1200 \text{ mm}$

$$T_1 = 1100 \text{ K}$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$

Calcolare il flusso termico irradiato sapendo che $\bar{F}_{12} = 0.06$

$$\lambda_{max} = 0.288 \mu m \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T} = \frac{0.288 \mu m}{0.5 \cdot 10^{-6} m} = 0.5768 \cdot 10^6 = 5.768 \cdot 10^5 \text{ K} = 576800 \text{ K}$$

$$j_b^{(e)} = \sigma T^4 = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} (0.5768 \cdot 10^6 \text{ K})^4 = 3.271 \cdot 10^{16} \frac{W}{m^2} \approx 0.2 \cdot 10^{17}$$

$$es. 2) \quad J_{b\bar{2}} = A_1 \sigma T_2 (T_1^4 - T_2^4) = R^2 \pi \cdot 0.06 (1100^4 - 550^4) = 13203 \text{ J/s}$$

→ flusso

ACCUMULO: $a_1 = \frac{d}{dt} \left\{ \int_V \rho \vec{E} \cdot dV \right\} = \int_V \left\{ \frac{d}{dt} (\rho \vec{E}) \right\} dV$

↓
 quantità di energia
 per unità di volume
 ↓
 energia accumulata

GENERAZIONE: $g = \int_V \vec{e}_g \cdot dV$

↓
 velocità di generazione di energia nell'unità
 di volume
 $[J/sm^3]$

PORTATA NETTA: $e-u = \Sigma(\text{convettivo} + \text{conduttivo}) =$

$$= - \int_{S_V} (\rho \vec{E}) \cdot \vec{v} \cdot \vec{m} \, dS + \left(- \int_{S_V} \vec{j}_c \cdot \vec{m} \, dS \right)$$

La portata si espone
 solitamente a
 livello di superficie
 di controllo

Termine convettivo conduttivo descritto dalla legge di Fourier

N.B. Quando abbiamo un sistema dobbiamo riferirci all'equazione di bilancio corrispondente.

→ nel caso di equazioni di bilancio di energia, utilizzeremo il bilancio di energia termica.

La superficie di controllo definisce il tipo di rapporto con l'ambiente/sistema, sul quale si andrà ad operare.

N.B. 1) scelta se voglio ottenere un bilancio locale o integrato → studio di volume opportuno.

↓
 ottengo un valore medio
 ↓
 ottengo una distribuzione

$$a_1 = \underbrace{(e-u)}_{\text{portata netta}} + g$$

per omogeneizzare gli integrali uso il Teorema di Gauss

$$\int_S (\vec{F} \cdot \vec{m}) \, dS = \int_V \nabla \cdot \vec{F} \, dV$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

$h = f(\text{tipo di fluido, tipo solido, condizioni di contorno del fluido})$
 si può utilizzare solo per ΔT prossimi a quelli è stato misurato.

es. 9. conduzione di calore da una resistenza elettrica.

filo elettrico di sezione circolare avente R [m] e K_e [$W^{-1}m$]
 (il filo è attraversato da I [A]).

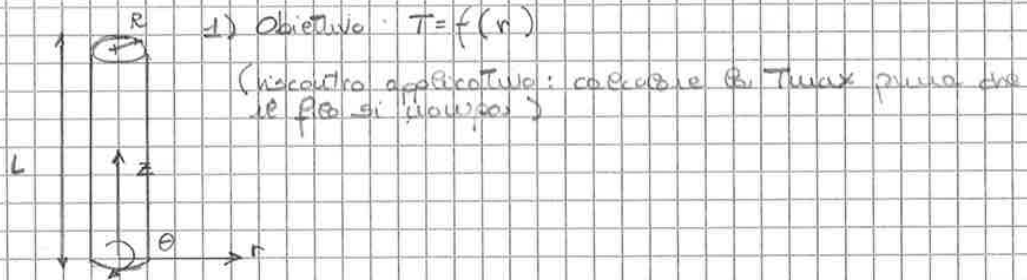
il passaggio di corrente genera per effetto Joule energia termica:

$$q_b = \frac{I^2}{K_e} \left[\frac{W}{m^3} \right] \quad \rho_f \text{ (velocità di generazione)}$$

si assume che ΔT filo sia limitato e non produca una variazione significativa di K_e e K .

T alla superficie esterna del filo è costante = T_0 $T_0 |_{r=R}$

derivare un modello matematico che descriva il profilo di T lungo la direzione radiale del filo.



2) ipotesi semplificative

$$T = f(r, z, \theta)$$

$$\rightarrow T = f(r)$$

$$K = K(r) \quad K_e = K_e(r)$$

$$\rightarrow K = K$$

$$\rightarrow K_e = K_e \text{ costanti}$$

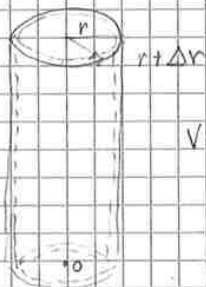
$$\nabla T_\theta = 0, \quad \nabla T_z = 0 \text{ per ipotesi}$$

$\rho = 0$ condizioni stazionarie

uso coordinate polari cilindriche

3) scelta del volume di controllo \rightarrow volume locale = voglio un profilo di T

devo avere una variazione infinitesima solo lungo la direzione della variazione



$$V = l \cdot (\pi((r+dr)^2 - r^2)) =$$

$$= l \pi (r^2 + 2rdr - r^2) = 2l\pi r dr$$

4) sistema di riferimento EULERIANO in 0

$$T = T_0 + \frac{1}{4} \frac{R^2}{k} - \frac{1}{4} \frac{r^2}{k} \quad \text{profilo parabolico di } T$$

$$T_{max} = T(r=0) = T_0 + \frac{1}{4} \frac{R^2}{k}$$

→ Per temperatura è dentro il flusso J_{qc}

N.B. deve sempre determinare P_0 modo sito di trasporto energetico poiché, nel caso k non fosse costante ma fosse $k(T)$ dovrà ricavarla come abbiamo visto nella prima parte

oppure se si tratta di irraggiamento o di convezione determino immediatamente il flusso.

$$(1) = \int_{(b)}^{(a)} \sigma T^4 \quad \int_{(b)}^{(a)} = A_1 F_{12} \sigma (T_2^4 - T_1^4)$$

$$J_{cauv} = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U} \right) \cdot \hat{m} \cdot V$$

REGOLA GENERALE: $J = J(T)$ dentro il flusso c'è sempre P_0 dipendente da T .

⚠ ATTENZIONE: Gli integrali che si sviluppano sono sempre indefiniti ⇒ si ricava una costante di integrazione C che va scelta con le condizioni al contorno.

○ Nel caso di ricerca di un profilo di grandezza, \ominus lungo una direzione \hat{s} le volume di controllo P_0 deve essere scelta tale che \ominus non lungo P_0 direzione \hat{s} ma rimanga costante lungo le altre 2.

ex 10 stesso esercizio ma supponendo che sia noto il flusso $J_{qc, r=R} = h(T_{r=R} - T_a)$

modifichiamo P_0 così come al contorno

$$J_{qc} = \frac{Q_q}{2} \rightarrow -k \frac{dT}{dr} = \frac{Q_q}{2}$$

$$\int dT = -\frac{Q_q}{2k} \int r dr$$

$$T = -\frac{Q_q}{2k} \frac{r^2}{2} + C_1$$

risolve le condizioni al contorno.

$$J_{qc, r} \Big|_{r=R} = -k \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} = +k \frac{Q_q}{2k} \Big|_{r=R} = \frac{Q_q R}{2}$$

$$\frac{Q_q R}{2} = h(T_{r=R} - T_a)$$

$$T_{r=R} = \frac{Q_q}{2h} + T_a$$

$$J_0 = \int_{x=x_0} \dots = \int_{x=x_0} \dots \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{flusso di calore del liquido che circola} \\ \text{tra } T_{a1} \text{ e } T_b \end{array} \right.$$

$$J|x=x_0 = h_0 (T_a - T|x=x_0) = J_0$$

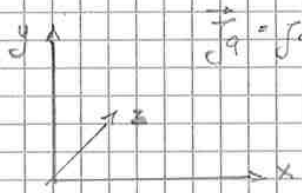
$$J|x=x_3 = h_3 (T_b - T|x=x_3) = J_0$$

Derivare un'espressione che descriva le coeff di scambio globale

$$U = f(h_0, h_3, K_1, K_2, K_3, x_1 - x_0, x_2 - x_1, x_3 - x_2)$$

Ipotesi semplificative:

- condizioni stazionarie ($\partial/\partial t = 0$)
- generazione nulla ($q = 0$)
- solo trasferimento per conduzione attraverso il solido



$$\vec{q} = \int q_x + \int q_y + \int q_z \quad \text{se } T_a(y, z) = T_3(y, z) = \text{cost}$$

$$T_a(y, z) = T_b(y, z) = \text{cost}$$

- trascuriamo il profilo di K con ρ , temperatura

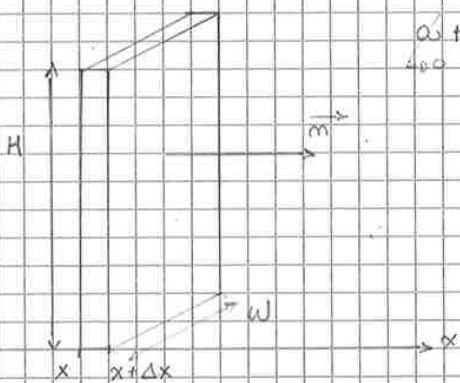
$$K_1 = f(T) \approx \text{cost}$$

$$K_2 = f(T) \approx \text{cost}$$

$$K_3 = f(T) \approx \text{cost}$$

- su superficie @ x_0, x_3 non c'è irraggiamento

scopo: un volume di controllo locale:



$$\frac{\partial u}{\partial x} + u = \frac{\partial T}{\partial x} + T$$

STRATO 1

$$0 = \int q_{c,x} |x \cdot (w \cdot H) = \int q_{c,x} |x + \Delta x (w \cdot H) = u$$

$$\frac{\int q_{c,x} |x + \Delta x - \int q_{c,x} |x \cdot (w \cdot H)}{(w \cdot H \cdot \Delta x)} = 0$$

$$\frac{d \int q_{c,x}}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \int q_{c,x} = \text{cost} = J_0$$

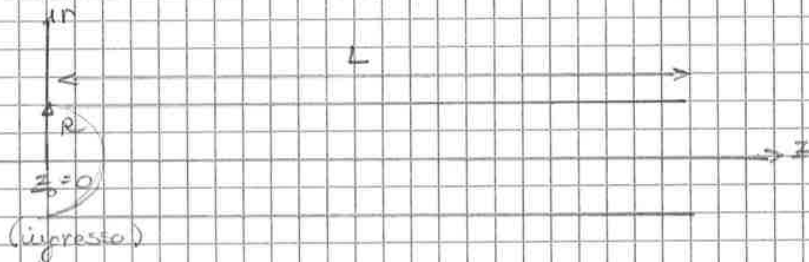
ex. 13 TRASPORTO di ENERGIA TERMICA in FLUIDO che scorre in modo laminare all'interno di un tubo.

Il fluido scorre lungo la sua direzione di flusso

• Si contrappone al regime LAMINARE

Considerata l'area in regime stazionario dove un fluido viscoso ha proprietà fisiche costanti: (ρ, μ, k, c_p)

Scorre in un tubo laminare di sezione costante e raggio R sia E direzione assiale del tubo



$z=0 \quad T=T_0$
 $z=L$

$\int_0^R r=R = \int_0^R q_r$

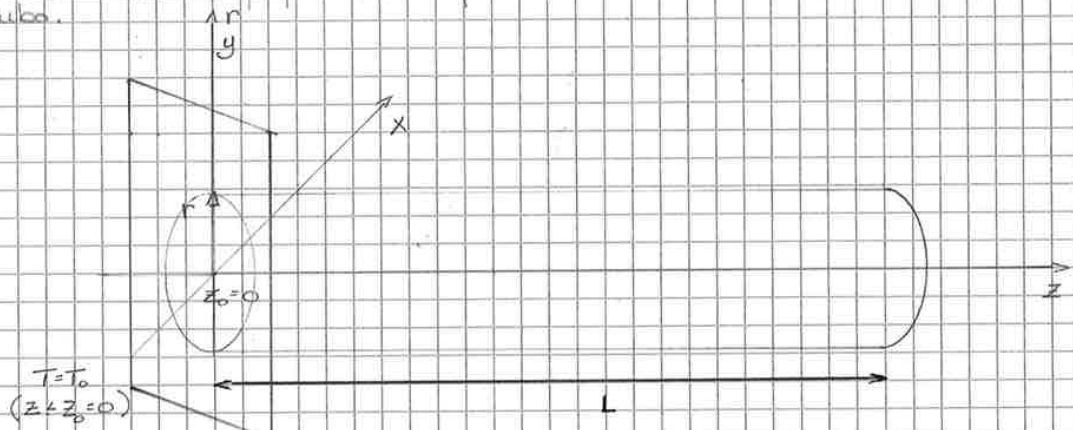
Il profilo di velocità all'interno del fluido

$v_E = v_{E,max} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$

$v_{E,max} = \frac{(P_0 - P_L) R^2}{4 \mu L}$

Determinare il profilo di T del fluido nel tubo

1) L'obiettivo è determinare il profilo di T del fluido in modo laminare all'interno di un tubo.



so che il profilo di velocità è del tipo $v_E = v_{E,max} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$

$v_E = 0 \iff 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 = 0 \iff \frac{r}{R} = 1 \iff r = R$

$v_E = v_{E,max} \iff 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1 \iff r = 0$

$$J_{q\text{ cond}} = -K \frac{dT}{dy}$$

$$J_{q\text{ conv}} = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{u} \right) \vec{v}$$

$$\frac{d}{dz} \left(J_{q\text{ cond}} \Big|_{z=0} + J_{q\text{ conv}} \Big|_{z=0} - J_{q\text{ cond}} \Big|_{z+\Delta z} - J_{q\text{ conv}} \Big|_{z+\Delta z} \right) = \frac{d}{dz} \left(\dots \right)$$

→ se nel fluido convettivo, che assume il c'è dipendenza da T allora non si applica

$$\frac{dJ_{q\text{ cond}}}{dz} + \frac{dJ_{q\text{ conv}}}{dz} = 0$$

→ sempre costante.

ho profilo di conduzione anche lungo z & r

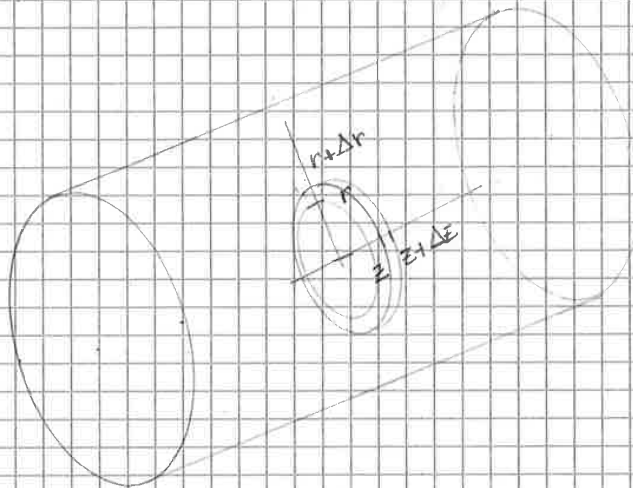
$$K = K(T) = \text{cost}$$

$$a = 0$$

$$p = 0$$

→ sistema ad un fenomeno esterno

$$J_{q\text{ conv},y} = J_{q\text{ conv},x} = 0 \quad \text{poiché } \vec{v} = v\hat{e}_z \quad \text{e } J_{q\text{ conv}} = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{u} \right) \vec{v} \Big|_{z=0} = 0$$



$$r \frac{\partial q_{c,E}}{\partial z} \Big|_{z+\Delta z} - \frac{\partial q_{c,E}}{\partial z} \Big|_z + (r \frac{\partial q_{c,r}}{\partial r}) \Big|_{r+\Delta r} - (r \frac{\partial q_{c,r}}{\partial r}) \Big|_r + \rho \hat{c}_p v_E \cdot n \cdot \frac{T|_{z+\Delta z} - T|_z}{\Delta z} = 0$$

$$\rightarrow r \frac{d q_{c,E}}{dz} + \frac{d(r \frac{\partial q_{c,r}}{\partial r})}{dr} + \rho \hat{c}_p v_E \cdot n \frac{dT}{dz} = 0$$

$$\frac{\partial q_{c,r}}{\partial r} = -K \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{\partial q_{c,E}}{\partial z} = -K \frac{dT}{dz}$$

$$-Kr \frac{d^2 T}{dz^2} - Kr \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \rho \hat{c}_p v_E n \frac{dT}{dz} = 0$$

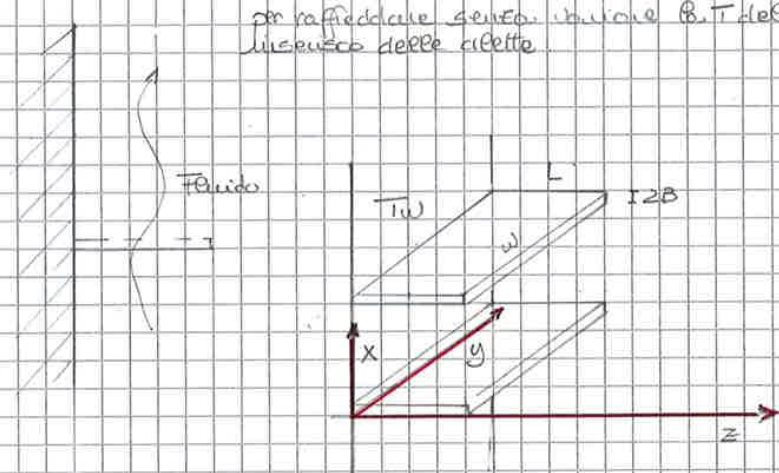
trascurabile lungo la direzione assiale perché piccola rispetto al moto convettivo
 CONDIZIONI al contorno $z=0 \quad T=T_0$

$$r=R \quad -K \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} = \dot{q}_1$$

$$r=0 \quad T|_{r=0} = \text{finito} \rightarrow \text{scelta dall'operatore}$$

oppure $\frac{dT}{dr} \Big|_{r=0} = 0$ perché il profilo è parabolico

per raffreddare senza turbolenza B.T. del fluido viscoso delle cinghie



calcolare B. per unità di calore da un'elica angolare con:

- $T_0 = 76^\circ\text{C}$ (T_{aria})
- $T_w = 260^\circ\text{C}$ (T_{tubo})
- $K = 86 \frac{\text{Kcal}}{\text{mh}^\circ\text{C}}$
- $h = 585 \frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}}$ = coeff. di scambio
- $L = 61 \text{ mm}$
- $w = 225 \text{ mm}$
- $z_B = 4.05 \text{ mm}$

$$e = \int_{qc} \cdot (WzB) |_{\epsilon}$$

$$u = \int_{qc, \epsilon} (WzB) |_{\epsilon} \Delta \epsilon + h(T - T_a) (W \Delta \epsilon)^2$$

→ Co considero due celle (sua due rive)

$$u + e = 0 \quad \int_{qc} (WzB) |_{\epsilon} \Delta \epsilon + h(T - T_a) W \Delta \epsilon^2 - \int_{qc, \epsilon} (WzB) |_{\epsilon}$$

$\times \frac{1}{2BW \Delta \epsilon}$

$$\Rightarrow \frac{\int_{qc, \epsilon} |_{\epsilon} \Delta \epsilon}{\Delta \epsilon} - \int_{qc, \epsilon} |_{\epsilon} + \frac{h(T - T_a)}{B} = 0$$

$$\frac{d \int_{qc, \epsilon}}{d \epsilon} = - \frac{h}{B} (T - T_a)$$

Legge di Fourier $\int_{qc, \epsilon} = -K \frac{dT}{d \epsilon}$

$$-K \frac{dT}{d \epsilon} = \frac{h}{B} (T - T_a) \implies \frac{d^2 T}{d \epsilon^2} = \frac{h}{KB} (T - T_a)$$

→ utilizziamo in termini di variabili adimensionate

$$d \Theta = \frac{1}{T_w - T_a} dT$$

$$\frac{d \epsilon}{L} = \frac{d \epsilon}{L}$$

$$d^2 \Theta = \frac{1}{T_w - T_a} d^2 T \implies d^2 T = d^2 \Theta (T_w - T_a)$$

$$d^2 \frac{\epsilon}{L} = \frac{1}{L^2} d^2 \epsilon \implies d^2 \epsilon = d^2 \left(\frac{\epsilon}{L} \right) L^2$$

$$\frac{d^2 \Theta (T_w - T_a)}{d^2 \left(\frac{\epsilon}{L} \right) \frac{L^2}{(T_w - T_a)} KB} = \frac{h}{KB} (T - T_a) \Theta$$

$$\frac{d^2 \Theta}{d^2 \left(\frac{\epsilon}{L} \right)} = \frac{h L^2}{KB} \Theta$$

N (coeff di scambio adimensionata) = $\frac{h L^2}{KB}$

$$\frac{d^2 \Theta}{d^2 \left(\frac{\epsilon}{L} \right)} - N^2 \Theta = 0$$

caratteristico:

$$\lambda^2 - N^2 = 0$$

$$\lambda = \pm N$$

$$\Theta = C_1 e^{N \frac{\epsilon}{L}} + C_2 e^{-N \frac{\epsilon}{L}} \quad \text{impone le condizioni al contorno}$$

$$\begin{cases} \epsilon = 0, \Theta = 1 \\ \frac{d \Theta}{d \epsilon} = 0 \end{cases}$$

$$q = \frac{-t}{\cosh(N)} \frac{1}{N} \sinh(+N) = + \frac{1}{N} \frac{\sinh(N)}{\cosh(N)} = \frac{1}{N} \tanh(N) = q$$

$$q_p = h(WL)(T_w - T_a) \quad q = 585 \cdot \left(\frac{305}{1000}\right) \cdot \left(\frac{61}{1000}\right) \cdot (260 - 176) \cdot q = 356.554 \frac{\text{Kcal}}{\text{h}}$$

$$q \approx 0.39$$

$$N = \sqrt{\frac{hL^2}{k_B}} = 3.53$$

COEFF. di SCAMBIO di CALORE all'INTERFACCIA FLUIDO-SOLIDO (h)

$$q_p = h A \Delta T$$

LEGGE di RAFFREDDAMENTO di NEWTON.

di cui i contributi di conduttivo e convettivo

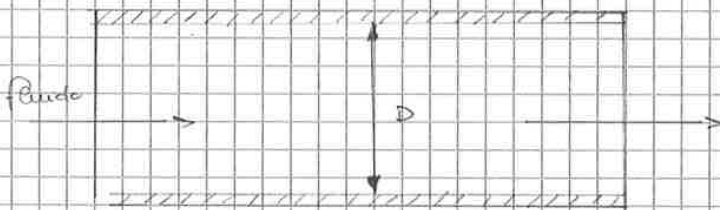
1) fare analisi sperimentali con le stesse condizioni iniziali

↳ in letteratura a sono tabulati, valori ricavati per situazioni geometricamente simili (ma con delle relazioni)

$$N = f(\text{prop. geometriche}, \text{prop. fisiche}, \text{prop. fluidodinamiche})$$

ρ, \hat{c}_p, μ profici di velocità

fluido che scorre all'interno di un tubo



$$h = f(L, D, \rho, \mu, \hat{c}_p, k, \epsilon, \nu)$$

$(T), \mu(T)$

Fluido incompressibile ($\rho_0 \approx \rho_b, \mu_0 \approx \mu_b$)

$$Nu = f\left(\frac{L}{D}, \frac{\mu_b}{\mu}, Re, Pr\right) \quad \text{NUMERO DI NUSSELT}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad \text{legge diverse proprietà NUMERO DI PRANDT}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}$$

NUMERO di REYNOLDS
 f. forze inerziali
 f. viscosità

IRRAQUIAMENTO

L'irraggiamento è una modalità di trasferimento di energia (Termica) che è legata unitamente al tipo di energia in cui è necessario, di un mezzo materiale per attuarlo.

Il trasporto di energia per irraggiamento è governato dalla legge di Stefan - Boltzmann:

$$j_b^{(P)} = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

Il trasporto di energia avviene solamente tra due superfici solide poiché un corpo eccitato (per esempio irradiato) si riscalda e si trova in un suo stato energetico per tornare ad uno condizione di equilibrio emettendo o assorbendo onde elettromagnetiche.

I fenomeni di emissione e di assorbimento avvengono in contemporanea, e chiaramente bilanciando il sistema, si avrà assorbimento o emissione netta.

Quando si parla di onde si definiscono $\lambda = \text{lunghezza d'onda [m]}$
 $= \frac{c}{f} \left[\frac{m}{s} : s \right] \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
 $f = \frac{1}{T}$

Planck descrisse il fenomeno ondulatorio come una particella in grado di trasportare energia ma priva di massa.

$$e = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$h = 6,62608 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

costante di PLANCK

I corpi rispetto ai fenomeni ondulatori hanno 3 comportamenti differenti:

- riflettano r
- assorbano a
- trasmettano t

si nota che la quantità totale energetica dell'onda è $c \cdot \frac{1}{\lambda}$ → il $\frac{1}{\lambda}$ non ha energia maggiore.

I corpi possono essere dunque così suddivisi:

OPACHI: $1 = a + r$

TRASARENTI: $1 = a + r + t$

Inoltre i corpi possono essere definiti:

NERI se $a = 1$
 GRIGI se $0 < a < 1$ } non deve essere però $a = f(\lambda)$

$$a = \frac{\int_{irr}^{(a)} dA}{\int_{irr}^{(c)} dA}$$

considero $a(\lambda) = a = \text{cost}$

$$E = \frac{\int_{irr}^{(e)} dA}{\int_{irr}^{(e)} dA}$$

$$E(\lambda) = E = \text{cost}$$

se la riflessione con λ è esaltata, allora si parla di corpi NON GRIGI

1) Primo Approccio:

definisce $e^{(r)} = \frac{4}{c} \int_0^{(r)} e^{(e)}$ e $p^{(r)} = \frac{1}{3} e^{(r)}$

→ Per ogni

$$\frac{dU}{dV} = \frac{d}{dV} (TS - PV) = \left(\frac{dT}{dV} \right) T - P \left(\frac{dV}{dV} \right)_P$$

\downarrow
 per un sistema chiuso $\left(\frac{dP}{dT} \right)_V$

2) Secondo Approccio: utilizzato con legge di ripartizione di Planck

$$J_{b,\lambda}^{(e)} = \frac{2\pi^5 c^2 h}{15} \cdot \frac{1}{\left(5 \left(\frac{ch}{k_B T} \right) \right)^4}$$

$$\int_0^{+\infty} J_{b,\lambda}^{(e)} d\lambda = \frac{2}{15} \frac{\pi^5 k_B^4}{c^4 h^3} = \frac{4}{15}$$



ricambi con legge di Wien (spostamento)

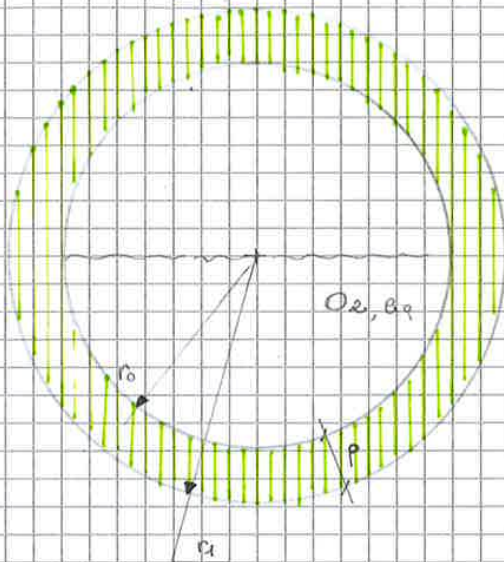
$$\lambda_{max} = \frac{0.2894}{T}$$

Una volta definito il valore di σ , posso andare a considerare i trasferimenti netto di energia termica irradiata verso un altro corpo

→ un corpo verso un secondo corpo (sfere) non trasmette tutta l'energia, raggiunta da esso mediante un condotto il secondo corpo vede solo una frazione della superficie di area del primo.

→ si introduce il fattore di vista F_{12}

ex.



desumere un profilo di calore scambiato fra il fluido contenuto nel recipiente e le pareti del contenitore
 ↳ se fluido non si muove né per convezione forzata né per convezione naturale

$$\begin{cases} r_0 = r & T = T_0 \\ r = r_1 & T = T_1 \end{cases}$$

CONDIZIONI AL CONTORNO

$$k(T) = k_0 + (k_1 - k_0) \left(\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \right)$$

→ andrò a sostituirla in $J_{qc,r} = -k \frac{dT}{dr}$

$$k(T)|_{T=T_0} = k_0$$

$$k(T)|_{T=T_1} = k_1$$

utilizzare $\Theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}$

calcolare la velocità di evaporazione dell'ossigeno liquido assumendo che:

$$d = 1830 \text{ mm}$$

$$p = 300 \text{ mm} = r_1 - r_0$$

$$T_0 = -183^\circ$$

$$T_1 = 0^\circ \text{C}$$

$$\Delta H_{ev} = 1636 \text{ cal/mol}$$

$$k_0 = 0.134 \text{ kcal/m h } ^\circ \text{C}$$

$$k_1 = 0.107 \text{ kcal/m h } ^\circ \text{C}$$

$$Cb: J_{qc,r} \text{ a } r=r_0$$

↳ $T = f(r)$

- Ip:
- coefficienti stazionari $\partial v = 0$
 - generazione nulla $\rho = 0$

• sebbene ci sia un scambio di massa e liquido assumo che le trasmissioni di calore avvengano omogeneamente lungo tutta la superficie.

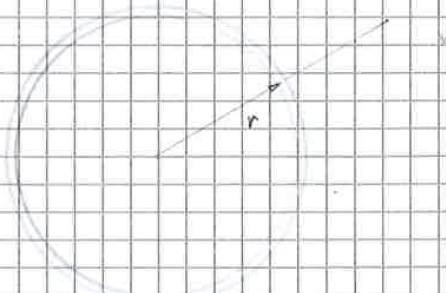
$$\begin{aligned} J_{qc}(r, \theta, \phi) &\rightarrow J_{qc}(r) \\ T(r, \theta, \phi) &\rightarrow T(r) \end{aligned}$$

• abbiamo solo conduzione solida.

Volume di controllo: cubetto sferico

$$\Delta V = 4\pi r^2 \Delta r$$

$$A = 4\pi r^2$$



• CONDUZIONE TERMICA: caso di un materiale solido

La conduzione termica in un materiale solido avviene a causa degli urti dovuti alle vibrazioni atomico-molecolari.

Gli atomi e le molecole in un solido sono fortemente connessi dai legami chimici primari che lasciano però solo un discreto spazio per vibrare.

Le vibrazioni comporta urti con gli atomi adiacenti e ciò comporta trasferimento di energia cinetica e dunque termica, in ultima analisi.

A causa della vasta diversità di materiali e di legami chimici

→ possono essere diretti o meno, più o meno intensi etc., non è possibile stabilire una legge del tipo $K = f(T)$.

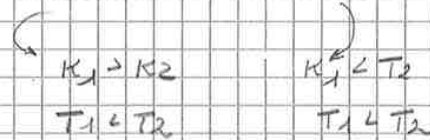
Tuttavia $K(T)$ dipende per:

- MATERIALI CRISTALLINI:
 - tipo di struttura
 - forza di legame
 - forma dello, cella e tipo
- II AMORFI: si stabilisce un legame \leftrightarrow c'è un certo grado di orientamento.
- II POROSI:
 - grado di porosità
 - forma dei pori
 - materiale
 - fluido occupante i pori.

Inoltre è possibile dire che:

$K_{\text{ceramica}} \rightarrow K_{\text{metallo}}$

$K_{\text{metallo}} \rightarrow K_{\text{ceramica}}$



secondo aumenti diversi in funzione della temperatura.

Per un metallo i valori di K saranno molto elevati, anche di parecchi ordini di grandezza rispetto a K_{ceramica} , in quanto al trasporto atomico si sommano le trasmissioni energetiche dovute alle elettroni.

per questi materiali:
$$\frac{K}{K_0 T} = \alpha \left[22 - 29 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K} \right]$$
 costante di Lorent

TEORIA di WEIDEMAN, FRANE, LORENT

Una casistica particolare si riscontra nel caso in cui si abbia un materiale eterogeneo.

in questo caso si definisce una K_{eff} ottenuta dal considerare il materiale pseudo-omogeneo.

$$K_{\text{eff}} = 1 + \frac{3\phi}{\left(\frac{K_1 - 2K_0}{K_1 - K_0} \right) - \phi} \quad \text{RELAZIONE di MAXWELL}$$

$$\phi \leq \pi/6$$

RISOLUZIONE DI PROBLEMI : - definire un obiettivo \rightarrow cosa dobbiamo cercare e per quale fine

in genere si chiede di impostare o un profilo di T o un profilo di T .

il profilo di T comprende sempre anche il profilo di T .

• si determinano le ipotesi semplificative

1) in che direzione va il profilo $T(x, \theta, \phi), T(x, y, z), T(r, \theta, z)$

2) che tipo di trasporto impatta il profilo (conduttive, convettive, irraggiamento)

3) presenza della legge di raffreddamento di Newton

4) condizioni su ρ, ρ_0

5) verificare se $k = k(T) \neq \text{cost.}$

6) condizioni imposte dal problema.

• si determina il numero di controllo: se si cerca il profilo di una grandezza bisogna selezionare un numero di controllo infinitesimo nelle direzioni del trasporto di energia.

• equazione di bilancio $u + a + g + e$

scrivere tutti i componenti moltiplicati per l'area

\rightarrow dividere per il volume di controllo eccetto per i termini di variazione che entreranno nell'integrazione.

i termini possono andare sui assi di trasporto $J_{Tc, x}, J_{Tc, y}$ e bisogna esplicitare tutti ed in tutte le direzioni.

$$Nu = \frac{hD}{k}$$

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

\rightarrow risolvere integrando: si usano delle costanti C_1, C_2 etc... che verranno risolte con le condizioni al contorno.

$$j_r = h(\Delta T)A$$

$$T|x=? = T_0 \text{ etc...}$$

\rightarrow fare analisi dimensionale per verifica.

inoltre si definiscono una serie di grandezze utili:

$$\bar{v} = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad \text{numero di urti}$$

$$a = \frac{2}{3} \lambda$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

$$\bar{v}_{rms} = \sqrt{\frac{3 K_b T}{m}}$$

si consideri la bilancia di energia sul cilindro e sottratto al piano

$$J_{y+a} - J_{y-a}$$

$$Z \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right) \Big|_{y-a} - Z \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right) \Big|_{y+a}$$

$$Z \left(\frac{3}{2} K_b T \right) \Big|_{y-a} - Z \left(\frac{3}{2} K_b T \right) \Big|_{y+a} = J_{pc}$$

$$\frac{3}{2} Z K_b (T|_{y-a} - T|_{y+a}) =$$

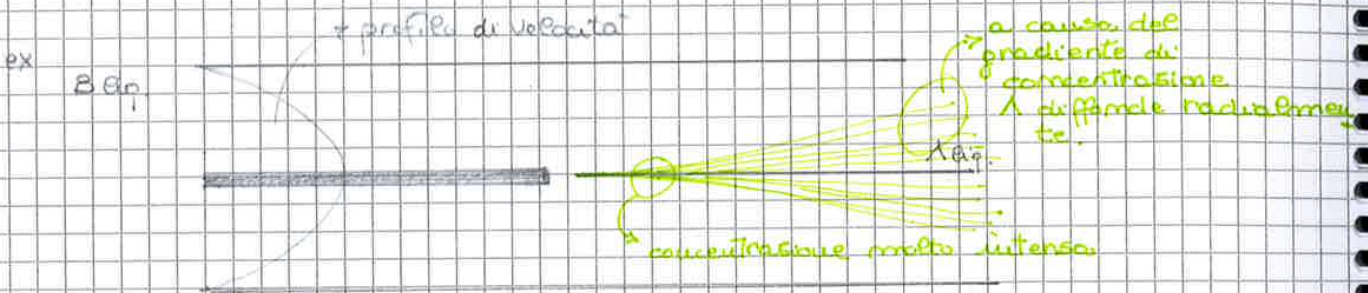
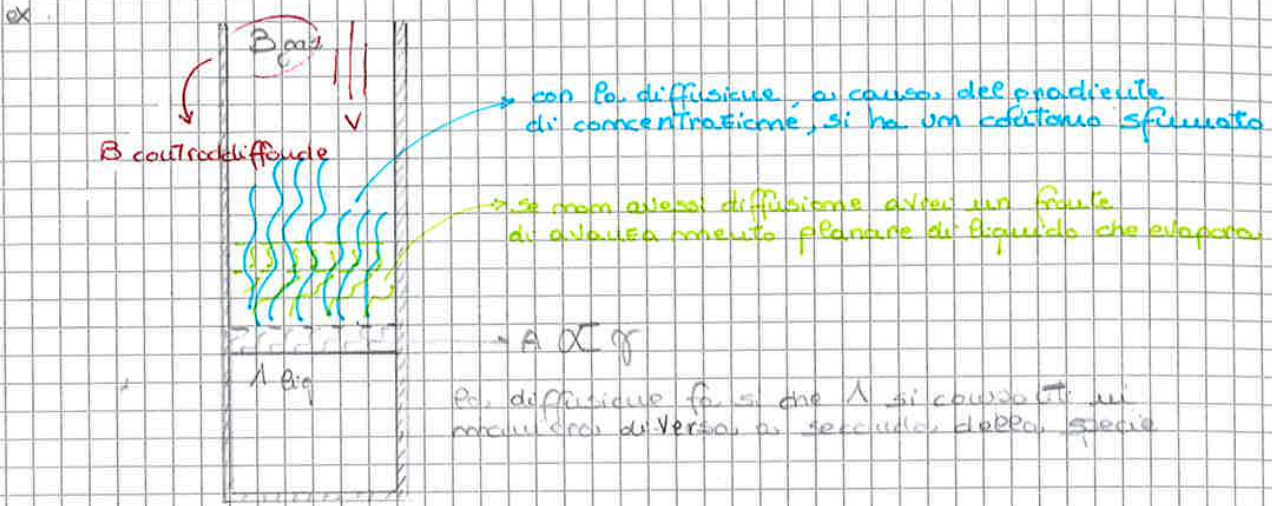
$$T|_{y-a} - T|_{y+a} = \frac{dT}{dy} (-K)$$

$$\frac{3}{2} K_b \left(2a \frac{dT}{dy} \right) \Rightarrow -K \frac{dT}{dy}$$

$$+K = -Z \frac{3}{2} K_b (-2a)$$

$$+ \frac{1}{4} n \bar{v} \frac{3}{2} K_b \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \lambda = \frac{1}{2} n \bar{v} K_b \lambda$$

$$\frac{1}{2} n \sqrt{\frac{3 K_b}{m}} \cdot K_b \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \pi \cdot d^2 \cdot n}$$

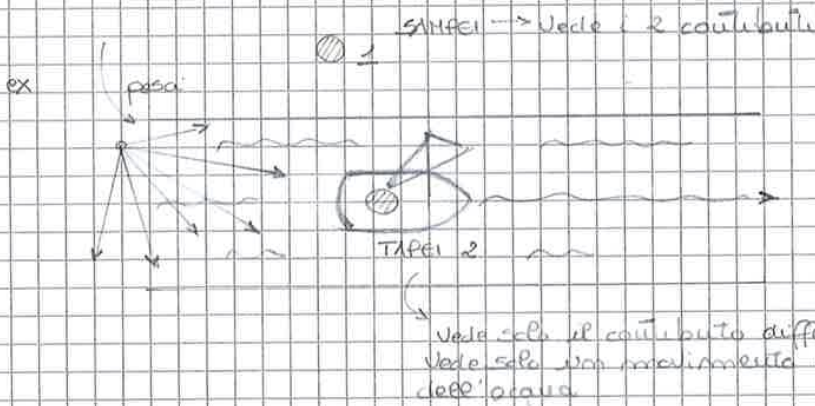


In diffusione fa si che le componenti si comportano in maniera diversa rispetto alla miscela

A soma le componenti di velocità \Rightarrow si utilizza contemporaneamente il sistema euleriano e lagrangiano

convezione + diffusione

diffusione



Nei sistemi aiferencia verificavamo quali siano i 2 contributi di convezione e diffusione.

$$\vec{J}_i^* = c_i(\vec{v}_i - \vec{v}^*)$$

$$\vec{J}_i^* = c_i \vec{v}_i - c_i \vec{v}^*$$

$$\vec{J}_i^* = c_i \vec{v}_i - c_i \frac{\sum_{i=1}^K c_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^K c_i} \Rightarrow \vec{J}_i^* = c_i \vec{v}_i - x_i \sum_{i=1}^K c_i \vec{v}_i$$

$$\vec{J}_i^* = \vec{N}_i - x_i \sum_{i=1}^K \vec{N}_i$$

\vec{N} flusso totale di miscela.
 flusso totale del componente i

$$\vec{N}_i = \vec{J}_i^* + x_i \vec{N}$$

→ diffusione
 → convezione
 LAGRANGIANO
 EULERIANO

• DIMOSTRARE che •

$$\sum_{i=1}^K \vec{J}_i^* = \vec{J}^* = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \sum_{i=1}^K \vec{N}_i = \sum_{i=1}^K (\vec{J}_i^* + x_i \sum_{j=1}^K \vec{N}_j) = \vec{J}^* + \sum_{i=1}^K x_i \vec{N} = \vec{J}^* + \vec{N} \sum_{i=1}^K x_i = \\ &= \vec{J}^* + \vec{N} = \vec{N} \Rightarrow \vec{J}^* = 0 \end{aligned}$$

miscela di 2 componenti:

$$\vec{J}_A + \vec{J}_B = 0 \Rightarrow \vec{J}_A = -\vec{J}_B$$

LEGGE di FICK

$\vec{J}_A = -D_{AB} \nabla c_A = -c D_{AB} \nabla x_A$ miscela binaria e diluita $\left[\frac{m^3}{m^2 s} \right]$

$j_A = -c D_{AB} \nabla x_A$ $\left[\frac{kg}{m^2 s} \right]$

$J_A, j_A \longleftrightarrow \vec{v}$

$\vec{J}_A^* = - \frac{c^2 M_A M_B}{c} D_{AB} \nabla x_A$

$\vec{j}^0 = - \frac{c^2}{c M_A M_B} D_{AB} \nabla x_{AB}$

$N_A = \vec{J}_A + x_A c \vec{v} = - D_{AB} c \nabla x_A + x_A c \vec{v}$ \rightarrow è una media locale quindi la tensione non è zero

Ne se ha diffusione ha anche convezione, eccetto in un sistema molto diluito.

• Proprietà di D_{AB} (T, p, ρ, μ, \dots)

DIFFUSIVITÀ della MISCELA GASSOSA (GAS)

Tensione Cinetica e componenti ρ, μ^*

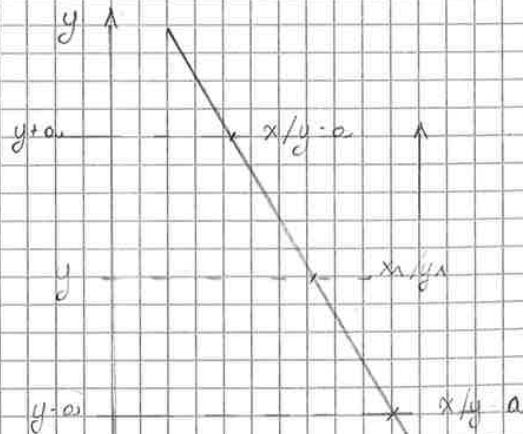
- sfere rigide
- walls elastici
- stessa massa m_A , stesso diametro d_A

$\bar{c}_A = \frac{5k_B T}{\pi m_A}$

$\lambda_A = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$

$\bar{z} = \frac{1}{4} m \bar{v}$

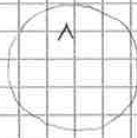
$\alpha = \frac{2}{3} \lambda_A$



DIFFUSIVITÀ in un LIQUIDO

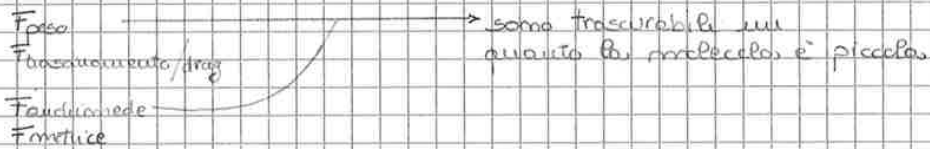
Approccio fluidodinamico → si considerano le moto delle particelle come se avessero una particella solida in un solvente liquido.

STOKES-EINSTEIN



$\frac{m}{4\pi a^3}$ } particella solida
 $\mu_s \rightarrow$ viscosità solvente

$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$ LEGGE di NEWTON



Applicando la particella accelera sotto effetto di forze, ma le forze di attrito non si equilibrano. $v = cost$

processo brevissimo $10^{-5} - 10^{-6}$ rispetto alla diffusione (hr: po.) quindi nel bilancio non si considera il transitorio $\frac{dv}{dt} = 0$

$F_{molecole} + F_{drag} = 0$
 $\frac{1}{6} k_B T \nabla c + 6\pi \mu_s R a \vec{v} = 0$

$c \nabla c (6\pi \mu_s R a) = k_B T \nabla c$

$c \nabla c = - \frac{k_B T}{6\pi \mu_s R a} \nabla c$

$\frac{Dc}{Dt} = - \frac{k_B T}{6\pi \mu_s R a} \nabla c$ sistema di punto $\rightarrow D_{SE}$

Alcune altre relazioni sperimentali in cui si assumono altre interazioni elettiche.

$$\int_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds = \int_V \nabla \cdot \vec{F} \, dV \quad \text{regola della Divergenza}$$

$$u - \dot{Q} = \int_V \nabla \cdot (e\vec{v}) \, dV$$

allora:

$$\int_V \left[\frac{de}{dt} dV + \nabla \cdot (e\vec{v}) \, dV \right] = 0$$

$$\int_V \left[\frac{de}{dt} + \nabla \cdot (e\vec{v}) \right] dV = 0$$

→ bilancio totale

$$\frac{de}{dt} + \nabla \cdot (e\vec{v}) = 0 \quad \text{eq. di continuità}$$

$$\frac{de}{dt} + \left[\frac{\partial(ev_x)}{\partial x} + \frac{\partial(ev_y)}{\partial y} + \frac{\partial(ev_z)}{\partial z} \right] = 0$$

BILANCIO DI COMPONENTE

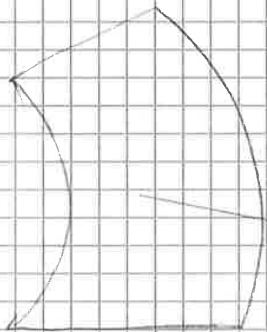
$$u + a = e + g \quad \text{componente } u$$

$$u = \frac{d}{dt} \int_V e u_1 \, dV = \int_V \frac{de u_1}{dt} \, dV$$

$\rho =$

$$\int_V \rho \, dV \quad \left[\frac{\rho}{\text{m}^3} \right] \rightarrow \text{velocità di generazione}$$

$u - \dot{Q} =$



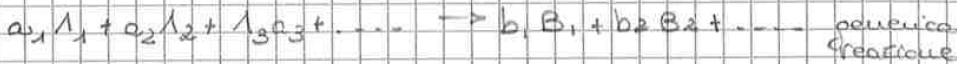
$$= \int_{SV} e_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{n} \, ds = \int_V \nabla \cdot (e_1 \vec{v}_1) \, dV$$

$$\vec{n} = \vec{j}_x + \vec{k}_y$$

$\frac{e_1 \vec{v}_1}{\vec{n}_x}$
 → forza netta del componente x

$$u - \dot{Q} = \int_V \nabla \cdot (\vec{j}_x + \alpha n e \vec{v}) \, dV$$

LEGGE di VAN'T HOFF



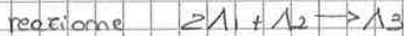
$$\dot{E}_j = k \left(\prod_{i=1}^R C_i^{a_i} \right)$$
 $R = \text{numero di specie reagenti}$
 $k = \text{cost. CINETICA della REAZIONE}$

$k = f(t) = k_{00} \cdot e^{-\frac{E_a}{RT}}$
 $[k_{00}, E_a] \leftarrow \text{Exp.}$

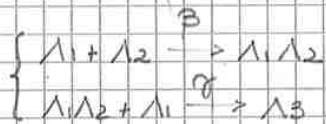
ora Verifichiamo $\alpha_i \rightarrow$ ORDINE di REAZIONE

2 diverse forme al secondo del tipo di reazione α_i

- \rightarrow V. UTROSEMPLICE se la reazione richiede un solo complesso di reagente.
- \rightarrow exp. STADI INTERMEDI



in genere avviene con più sottoreazioni attraverso fasi metastabili:



$$\left. \begin{aligned} R_2 &= \nu_2 \cdot \dot{E}_j = \nu_2 \cdot k_{\beta} \cdot C_1^{(-1)} \cdot C_2 \\ R_{12} &= (+1) k_{\beta} \cdot C_1 \cdot C_2 + (-1) k_{\gamma} \cdot C_1 C_2 \\ R_1 &= (-1) k_{\beta} \cdot C_1 \cdot C_2 + (-1) k_{\gamma} \cdot C_1 C_2 \\ R_3 &= (+1) k_{\gamma} \cdot C_1 \cdot C_2 \end{aligned} \right\}$$

R_{12} intermedia di reazione in genere non stabile

$k_{\beta} C_1 C_2 - k_{\gamma} C_1 C_2 = 0$

$C_{12} = \frac{k_{\beta}}{k_{\gamma}} C_2$

\downarrow

$R_2 = -k_{\beta} C_1 C_2$

$R_1 = -k_{\beta} C_1 C_2 - k_{\gamma} C_1 \frac{k_{\beta}}{k_{\gamma}} C_2 = (-2) k_{\beta} C_1 C_2$ } compensano ν giusti

$R_3 = (+1) k_{\gamma} C_1 C_2$

La legge di potenza vale ancora per vite non semplici. Tuttavia, bisogna elevare ad α_i proprii coeff. di elevazione sperimentale.

\rightarrow tutto ciò è valido solo reazioni irreversibili

ex. 2 consideriamo lo stesso serbatoio di forma cilindrica, $A = 1 \text{ m}^2$

$$m_{in} = 10 \text{ kg/s}$$

$$m_{out} = 4 \text{ kg/s}$$

Ob: \rightarrow l'innalzamento livello di acqua nel serbatoio

$$\dot{V} = \frac{dh}{dt}$$

\rightarrow analoghe ipotesi semplificative

$$\rho_1 + u_1 = \rho_2 + u_2$$

$$u_1 = u_2$$

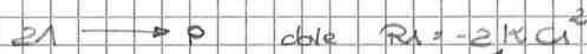
$$\rho \frac{dV}{dt} = m_{in} - m_{out} \Rightarrow \rho A \frac{dh}{dt} = (m_{in} - m_{out})$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{(m_{in} - m_{out})}{\rho A} = \dot{V}$$

$$dh = \left[\frac{(m_{in} - m_{out})}{\rho A} \right] \cdot dt$$

\leftarrow qui fanno prima

In un reattore chimico ben miscelato, chiuso ed isoterico avviene la reazione



segue la Legge di Van't Hoff.

sia A che P sono disciolti in una soluzione e sono molto diluiti pertanto il volume di liquido totale è circa cost = 9 m^3

$$C_{A0} = 1 \text{ M}$$

$$k = 10^{-2} \text{ m}^3 / \text{mol} \cdot \text{sec}$$

determinare $C_E = 9 \text{ m}^3 = 300 \text{ sec}$

$$u_{10} = u_2$$

$$p = 0$$

$$p = R_A V_c$$

$$p_A = p_P$$

\rightarrow si equilibra

$$R_A \cdot V_c = \frac{dM}{dt}$$

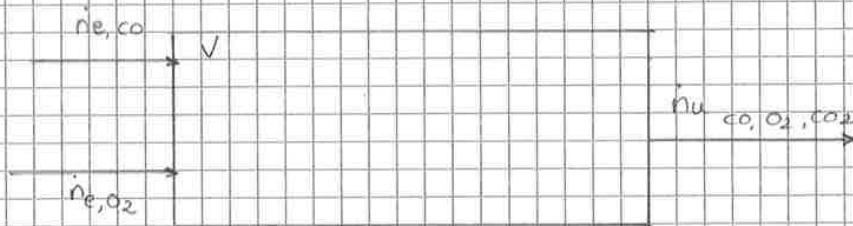
$$-2kC_A^2$$

$$\rightarrow p_A = p_P$$

$$p_A = 0$$

$$p_A = R_A \cdot V_c = -2kC_A^2 \cdot V_c = 0$$

$$+2kC_A^2 V_c = \frac{dC_P}{dt} = + \frac{dC_A}{dt}$$



posto reattore $\dot{E}_T \Rightarrow$ velocità di avanzamento della reazione

$$V_c \equiv V$$

H₀: $\omega = 0$
 $T, p \approx \text{cost}$

$n_e, CO_2 = 0$ viene generata all'interno

B. portate totale molare \rightarrow molar fractioni determinate

$$\dot{a} + \dot{u} = \dot{p} + \dot{e}$$

$$\dot{n}_u = \dot{n}_e + \dot{p} \rightarrow \dot{E}_T \sum_{i=1}^3 \nu_i$$

$$\dot{n}_u = (\dot{n}_e, CO + \dot{n}_e, O_2 + \dot{n}_e, CO_2)$$

$$12 = (10 + 7) + (-1 - 1 + 1) \dot{E}_T$$

$$\dot{E}_T = 10 \frac{\text{kmol}}{\text{hr}}$$

B. portate molarie del componente CO₂

$$\dot{u} = \dot{e} + \dot{p}$$

$$\dot{n}_{u, CO_2} = \dot{n}_{e, CO_2} + \nu_{CO_2} \dot{E}_T$$

$$\dot{n}_{u, CO_2} = 10 \frac{\text{kmol}}{\text{hr}}$$

CO
 $\dot{u} = \dot{e} + \dot{p}$
 $\Delta \dot{n}_{u, CO} = 0 \frac{\text{kmol}}{\text{hr}}$
 \rightarrow tutto si consuma

$$\dot{n}_{u, O_2} = (12 - 10) \frac{\text{kmol}}{\text{hr}} = 2 \frac{\text{kmol}}{\text{hr}}$$

$$X_{CO_2} = \frac{\dot{n}_{u, CO_2}}{\dot{n}_u} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow C_{CO_2} = \frac{p}{RT} X_{CO_2} \cdot M_{CO_2} = 1470 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$\rightarrow 8,314$

$$j_{EE} = j_{EE} + W_C (\underbrace{n_{EE} + n_{Ez} + n_{Ez}}_{\vec{n}_E}) = 0$$

$$j_{EE} + W_C \rho_V V_E = 0$$

$$j_{EE} + W_C \rho_V V_E = 0 \rightarrow -D_{ES} \frac{dE}{dE} + \rho_V V_E = 0$$

$$j_{EE} = -D_{ES} \frac{dE}{dE}$$

$$\frac{dE}{dE} = \frac{V_E}{D_{ES}} \int dE \rightarrow P_E(\rho_E) = \frac{V_E}{D_{ES}} + C_2$$

$$E = \exp \left\{ \frac{V_E \cdot E}{D_{ES}} \right\} C_3$$

$$\exp \{ C_3 \}$$

$$m_E = \int_{-\infty}^0 \rho_E(E) \cdot S dE = \int_{-\infty}^0 \exp \left\{ \frac{V_E \cdot E}{D_{ES}} \right\} C_3 S dE$$

$$m_E = C_3 S \frac{D_{ES}}{V_E} = 0 \rightarrow C_3 = \frac{V_E}{D_{ES}} m_E$$

$$\rho_E = \exp \left\{ \frac{V_E \cdot E}{D_{ES}} \right\} \frac{V_E}{D_{ES}} m_E$$

se da problema avessi conosciuto $\rho_E|_{E=0}$ ma non so
 $\rho_E|_{E=-L}$ ma so

so che $\int_{-L}^0 \rho_E(E) S dE = 0$ 1° condizione

m_E nota

$$\hookrightarrow m_E = \int_{-L}^0 \rho_E(E) S dE \rightarrow \text{ricavo } C_3 \text{ 2° condizione di contorno}$$

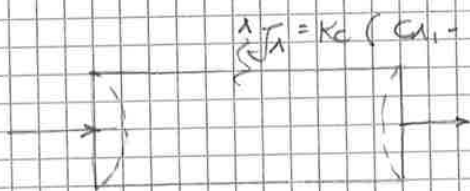
se passo a pistone man interratto
 e sempre frena ed diminuisce il flusso uccidele

2 approcci:

$$J_{A,1 \rightarrow 2} = \underbrace{K_c}_{\text{Coeff. empirico}} (C_{A1} - C_{A2}^*)$$

coeff di trasmissione
di materia all'interfaccia tra fasi.

↳ bisogna trovare l'espressione di $K_c \rightarrow$ Petteno Tuma
 \Leftrightarrow in un sistema del tipo



funzione di D e della
fluidodinamica del sistema

Flusso TURBOLENTO

$$\frac{Re D}{D_A^*} = Sh \quad \text{Sherwood}$$

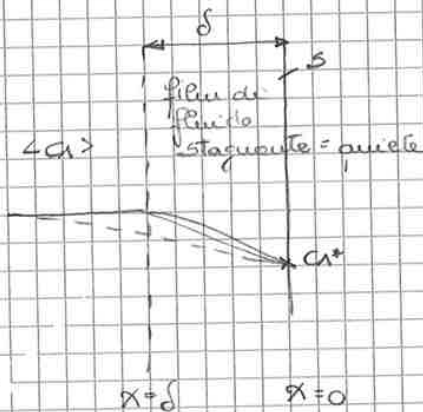
$$Sh = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Sc^{1/3}$$

$$Sc = \frac{\mu}{D_A^*} \quad \text{Schmidt}$$

$$\rightarrow 0 < v < D$$

- MODELLI SEMPLIFICATI:
- 1) Teoria del FILM STAGNANTE
 - 2) Teoria della PENETRAZIONE

1)



FASE 2.

$$\begin{cases} x=0 & C_A = C_{A2}^* \\ x=\delta & C_A = C_{A1} \end{cases}$$

- concentrazione sia uniforme a $x=\delta$.

$$C_A(x, y, z, t) = C_A(x)$$

$$N_A = N_A x + N_A y + N_A z = N_A x$$

velocità alte \rightarrow δ piccolo \rightarrow trasferimento molto veloce \rightarrow la diffusione è molto ristretta.

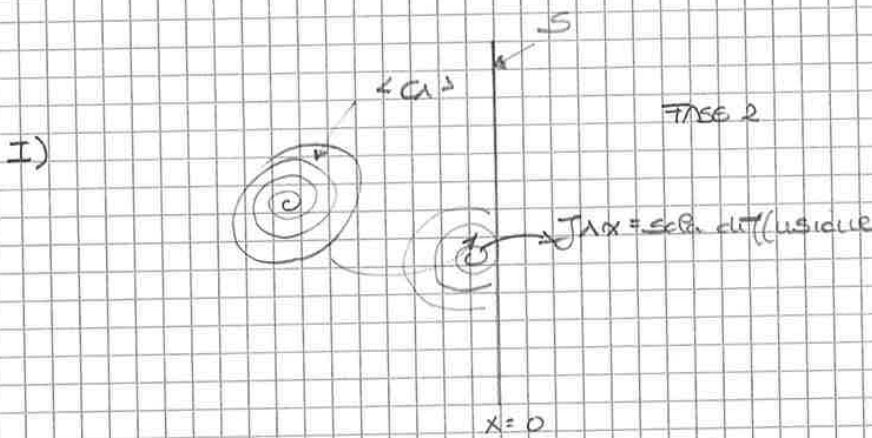
ma Ke $\propto \sqrt{D}$ quindi di questo modello predice male.

\rightarrow MODELLI DI PENETRAZIONE

I) Hilde (1935) M. della Penetrazione

II) Danckwerts (1951) M. della velocità di sostituzione

- no di punto
- sistema dinamico
- no reattive
- flusso di materia unidirezionale (x)



τ = tempo di permanenza del vortice all'interfaccia \rightarrow tempo necessario a far diventare la diffusione

$\tau = f(\text{fluidodinamica})$
 $\tau \uparrow$
 $\tau \downarrow$

$$J_{Ax} = -2 \underbrace{\frac{D_1}{\tau}}_{K_c} (\langle C_1 \rangle - C_1^*) \quad \text{Hilde}$$

II) la formazione dei vortici è casuale

$\tau \rightarrow$ segue una distribuzione statistica che è gaussiana

$$\tau(s) = \frac{1}{s}$$

s = frequenza di sostituzione del vortice

$$J_{Ax} = -2 \sqrt{s D_1} (\langle C_1 \rangle - C_1^*)$$

$$\frac{dr N_A r}{dr} = 0$$

$$r N_A r = C_1$$

$$\int \frac{dr}{r} + \alpha \int \frac{dr}{r^2}$$

$(N_A r + N_A r)$ \Rightarrow H/p: $N_B = 0$
 poiché $\frac{dr}{r} = \frac{d \ln r}{dr}$

$$N_A r = \frac{\int dr}{(1 - \alpha) r^2} = 1$$

\Rightarrow H₀ sistema di punto $\alpha < 1$

$$N_A r = \int \frac{dr}{r} = -\alpha C \frac{dr}{dr}$$

$$-r \alpha \frac{dr}{dr} = C_1$$

$$-\alpha \frac{dr}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

$$\int \frac{dr}{r} = -\frac{C_1}{\alpha} \int \frac{dr}{r}$$

$$x_A = -\frac{C_1}{\alpha C} \ln(r) + C_2$$

uso le condizioni al contorno

$r = r_1, x_A = x_{A0}$ avere costo concentrazione costante.
 $r = r_2, x_A = 0$

$$\left. \begin{aligned} x_{A0} &= -\frac{C_1}{\alpha C} \ln(r_1) + C_2 \\ 0 &= -\frac{C_1}{\alpha C} \ln(r_2) + C_2 \end{aligned} \right\}$$

$$C_2 = +\frac{C_1}{\alpha C} \ln(r_2) \quad \& \quad C_1 = \frac{x_{A0} \cdot C \cdot \alpha}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$C_2 = x_{A0} \frac{\ln(r_2)}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$r N_A r = C_1 \Rightarrow N_A r = \frac{C_1}{r} = x_{A0} \frac{C \alpha}{\ln(r_2/r_1)} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\frac{dN_{AE}}{dE} = 0 \implies N_{AE} = Q_1$$

$$N_{AE} = \int_A + \alpha_1 (N_{AE} + N_{SE})$$

↓
 posso dire
 e calcolarlo di conseguenza

$$N_{AE} = \frac{Q_1}{1 - \alpha_1} = \frac{Q_1}{1}$$

$$N_{AE} \approx \int_A = - \frac{dQ_1}{dE}$$

$$\int dC_1 = - \frac{Q_1}{D_{AB}} \int dE$$

$$C_1 = - \frac{Q_1}{D_{AB}} E + C_2$$

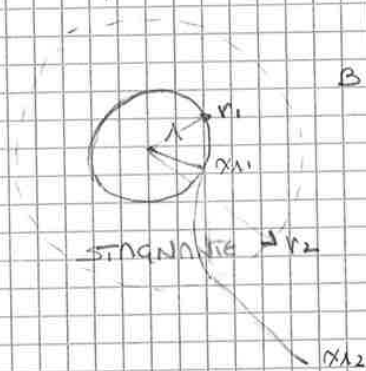
$$E=0, \quad C_1 = C_2$$

$$E=\delta, \quad C_1 = C_1\delta$$

$$\begin{cases} C_2 = C_{10} \\ C_1\delta = - \frac{Q_1}{D_{AB}} \delta + C_{10} \end{cases}$$

$$Q_1 = \frac{(C_{10} - C_1\delta) D_{AB}}{\delta} = N_{AE} \implies C_1 = \frac{C_1\delta - C_{10}}{\delta} E + C_{10}$$

ex. 3.
 goccia di liquido A di raggio r_1
 goccia scessa in un gas.



$$\begin{cases} r=r_1, \quad \alpha_1 = \alpha_{A1} \\ r=r_2, \quad \alpha_1 = \alpha_{A2} \end{cases}$$

$$r_2^2 N_{AV} = r_1^2 N_{AV1} = Q$$

$$r_1^2 N_{AV1} = - \frac{C_2 D_{AB}}{1 - \alpha_1} r_1^2 \frac{d\alpha_1}{dr}$$

$$N_{AV1} = \frac{C_2 D_{AB}}{r_2 - r_1} \left(\frac{r_2}{r_1} \right) e_1 \left(\frac{X_{B2}}{X_{B1}} \right)$$

$$K_p = \frac{2 C_2 D_{AB}}{D_p (P_B) e_1}$$

$$N_{AV1} r_2 \rightarrow \infty = K_p (P_{A1} - P_{A2})$$

$$N_{A1} | r_2 \rightarrow \infty = K_p (P_{A1} - P_{A2})$$

$$N_{A1} | r_2 \rightarrow \infty = \frac{D_{AB} C}{r_1} \cdot E_u \left(\frac{r_{B2}}{r_{B1}} \right) = K_p (P_{A1} - P_{A2})$$

$$E_u \left(\frac{P_{B2}}{P_{B1}} \right)$$

$$\rightarrow P_{B1} - P_{B2} - P_{B1} P_{B2} = P_{B2} - P_{B1}$$

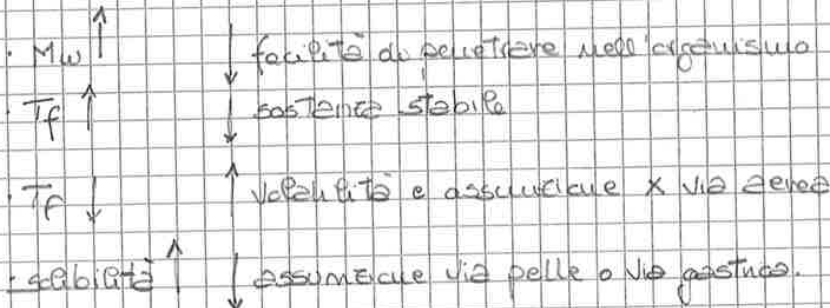
$$K_p = \frac{D_{AB} C}{r_1} \cdot \frac{E_u (P_{B2}/P_{B1})}{P_{B2} - P_{B1}} \Rightarrow \frac{2 D_{AB} C}{D} \cdot \left(\frac{1}{(P_B) E_u} \right)$$

SOSTANZE PERICOLOSE:

A causa di un effetto avverso un numero è aumentato anche il fattore di incidenza dei rischi dovuti alle sostanze manipolate

se non si conoscono le sostanze si aumenta il rischio di incidenti.

MERITO delle SOSTANZE: - chimico - fisiche
- tossicologiche
- ecotossicologiche



CARATTERISTICHE TOSSICOLOGICHE: • effetti tossici, acuti o cronici
• locali o sistemici
• corrosivi o caustici

Vie principali di assorbimento: Via orale.



(R_{...}) Prassi di rischio → il tipo di assorbimento o (quanti) risultati tossici

$$\frac{d(N\lambda E)}{dE} = \frac{d}{dE} \left(\frac{2}{\lambda} \frac{dC_1}{dE} \right) = -\frac{2}{\lambda^2} \frac{dC_1}{dE}$$

$$\rightarrow \frac{d^2 C_1}{dE^2} - \frac{K}{\lambda^2} C_1 = 0$$

$$E=0 \Rightarrow C_1 = C_{10}$$

$$E=L \Rightarrow N\lambda E|_{E=L} = 0 \text{ parete impermeabile} \rightarrow \frac{dC_1}{dE} \Big|_{E=L} = 0$$

prevedere condizioni:

$$\Gamma = \frac{C_1}{C_{10}} \quad \phi = \sqrt{\frac{KL^2}{\lambda^2}}$$

→ Modulo di Thiele

$$\frac{E}{L} = \xi$$

$$\Gamma \Rightarrow \frac{d^2 C_1}{dE^2} = C_{10} \frac{d^2 \Gamma}{dE^2} \quad \left| \quad \frac{d^2 C_1}{dE^2} = \frac{C_1}{L^2} \frac{d^2 \Gamma}{d\xi^2} \right.$$

$$\xi \Rightarrow \frac{d^2 \xi}{dE^2} = L^2 \frac{d^2 \xi}{dE^2}$$

$$\frac{C_{10}}{L^2} \frac{d^2 \Gamma}{dE^2} - \frac{K}{\lambda^2} C_{10} \Gamma = 0 \rightarrow \frac{d^2 \Gamma}{d\xi^2} - \frac{KL^2}{\lambda^2} \Gamma = 0$$

↓
φ²

$$\frac{d^2 \Gamma}{d\xi^2} - \phi^2 \Gamma = 0 \quad \text{le condizioni al contorno in termini di variabili adimensionate}$$

$$\begin{aligned} \xi=0 & \quad \Gamma=1 \\ \xi=1 & \quad \frac{d\Gamma}{d\xi} = 0 \end{aligned}$$

$$\lambda^2 + \phi^2 = 0 \rightarrow \lambda = \pm i\phi \quad \text{due radici reali e distinte}$$

$$\Gamma = C_1 e^{\phi \xi} + C_2 e^{-\phi \xi}$$

uso delle condizioni al contorno in E e Γ

$$C_1 = 1 - C_2$$

$$0 = C_1 \phi \exp \phi - C_2 \phi \exp(-\phi) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{d\Gamma}{d\xi} \\ \xi=1 \end{array} \right\}$$