



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO: 2030A -

ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Gentile Denise

MATERIA: Termodinamica applicata e trasmissione del calore -
Prof. Giaretto

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

1

28.09.15

- "Lezioni di Termodinamica applicata e trasmissione del calore", V. Giaretto
- "Esercitazioni di termodinamica applicata", V. Giaretto

CONCETTI PRELIMINARI

ENERGIA

- Capacità di produrre cambiamento, intrinseca alla materia
- può trasferirsi da 1 corpo all'altro
- causa l'interazione ed è l'effetto che questa è avvenuta

IL CRITERIO CLASSICO

- si fonda su 1 approccio MACROSCOPICO
- adotta l'ipotesi del continuo
- introduce le "regole comportamentali" per le sostanze coinvolte
- impiega l'ipotesi di omogeneità spaziale

29.09.15

DEFINIZIONI

- Componente (corpo)
 oggi costituito da materia sul quale è possibile eseguire delle misure
- Sistema
 Aggregaz. di componenti → l'insieme
- Superficie di controllo
 Superficie chiusa che racchiude al suo interno tutti i componenti del sistema e detta di CONTROLLO
 → costituisce il confine del sistema
 → lo spazio che racchiude viene detto VOLUME DI CONTROLLO
- Ambiente esterno
 Il quello che è complementare al sistema considerato
 → ambiente esterno del sistema
- Universo
 Insieme di sistema + Ambiente esterno

Proprietà Termodinamica

- Grandezze fisiche per descrivere il comportamento termodinamico di 1 sistema
- Temperatura, pressione ecc.
- vengono dette INDIPENDENTI le grandezze

28

②

1) 2 tipi di processo

→ PROCESSO DIRETTO ⇒ evolv. dallo stato A allo stato B
⇒ TRASFORMAZ. DIRETTA

→ PROCESSO INVERSO ⇒ evolv. dallo stato B allo stato A
⇒ TRASFORMAZ. INVERSA

→ 1 processo si dice REVERSIBILE se \exists 1 processo inverso e se il processo diretto e il processo inverso non lasciano traccia nell'universo

→ Grandezze INDIPENDENTI dal processo → dipendono solo dallo stato iniziale e finale della trasformazione

→ vengono dette GRANDEZZE DI STATO

→ ammettono 1 forma differenziale di tipo esatto (→ posso derivare y rispetto ad x e calcolare la derivata come limite del rapporto incrementale)

→ Le grandezze DEPENDENTI dal processo → dipendono esattamente dall'intero percorso compiuto dalla linea di trasformazione

→ vengono dette GRANDEZZE DI SCAMBIO

→ la loro forma differenziale non esatta come per le grandezze di stato

TEMPERATURA e LIVELLO TERMICO

LIVELLO TERMICO

È la grandezza fisica con la quale si associa 1 valore alla sensazione sperimentale che 1 corpo è + caldo o più freddo di altro

→ la misura del livello termico definisce la temperatura del corpo esaminato

→ è necessario definire 1 scala opportuna e che il corpo sia in equilibrio termico

• Principio zero (della Termodinamica)

Due sistemi in equilibrio termico con 1 terzo sistema sono in equilibrio termico fra loro

→ se A è in equilibrio termico con C e B è in equilibrio termico con C

→ anche A e B sono in equilibrio termico

→ hanno t la stessa temperatura

1. 10. 15

MISURA di TEMPERATURA

Quando a contatto 2 sistemi si può osservare:

1) gli eventi dipendono dalla regione di contatto

2) se la superficie è DIATERMANA i due sistemi modificano nel tempo il loro stato termodinamico e i valori delle coordinate termodinamiche variano in modo NON indipendente

CALORE e LAVORO

CALORE

Il calore non è una proprietà dei sistemi ma una AZIONE esercitata su essi

→ si intende SCAMBIO di ENERGIA tra le superfici di controllo

↓
causato da
differenza di
temperatura

→ energia TERMICA

→ essendo il calore una grandezza di scambio dipende dalla TRASFORMAZ.

→ La misura del calore avviene grazie al CALORIMETRO: ha una cella con H_2O mantenuta alle condiz. di p. es. triplo

→ la misura avviene misurando la quantità di ghiaccio fuso per effetto del calore ceduto allo strumento dal sistema.

• Flusso termico

misura la rapidità con la quale un sistema scambia calore

$$\Rightarrow Q(P) = \int_{t_1}^{t_2} \phi(t) dt$$

$$\phi(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(P)}{\Delta t}$$

⇒ ϕ non è la derivata del calore rispetto al tempo (⇒ la derivata di Q non è esprimibile in modo esatto

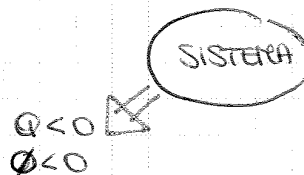
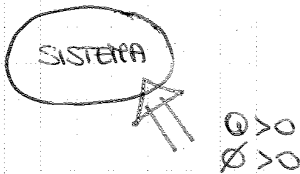
$$Q(T) = \int_T \delta Q$$

⇒ integrale di linea

, con $\delta Q \neq$ differenziale esatto (perché grandezza di scambio)

• Convenzione di segno

Per convenzione si assumono $\oplus Q$ e ϕ quando ricevuti dal sistema, si assumono $\ominus Q$ e ϕ quando ceduti dal sistema



LAVORO

Come Q è una AZIONE esercitata sui sistemi, è SCAMBIO di ENERGIA MECCANICA

→ è una grandezza di scambio

causato da scambio di forze

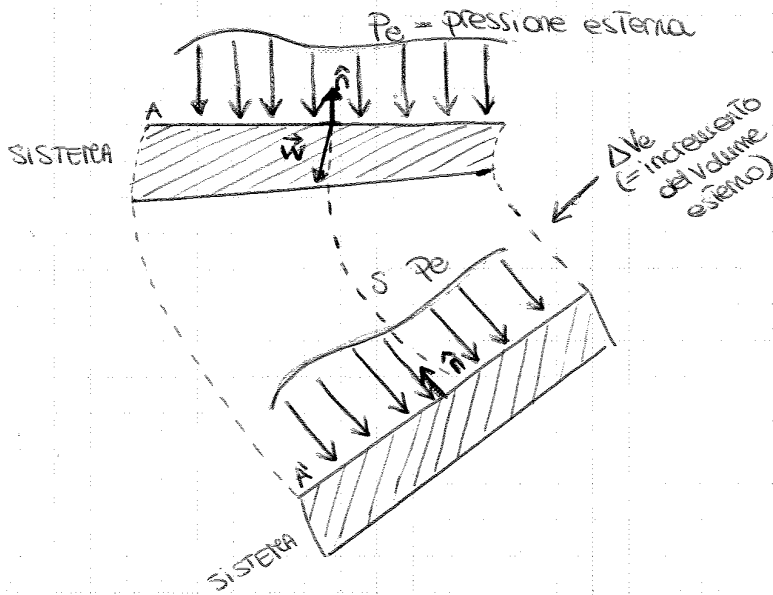
• Tipi di interazione

→ l'interaz. può avvenire per CONTATTO DIRETTO ⇒ esercitato attraverso forze applicate in un punto o su una superficie

→ può avvenire per CONTATTO INDIRETTO (o a distanza) ⇒ attraverso forze di campo esercitate sulla massa

(4)

FORZE DI TIPO DISTRIBUITO



- Immaginiamo di avere i porzione di sistema su cui agisce il distribuz. di forze (= pressione) dall'esterno verso l'interno
- distribuz può essere anche non cost rispetto al tempo e/o rispetto all'area

→ a causa della pressione esterna l'ambiente esterno comprime parte del sistema seguendo la traiettoria (s) con i certa velocità $\vec{w}(t)$ tg alla traiettoria

→ Le forze di pressione sono sup + alla superficie del sistema
→ concorde con versore \hat{n}

$$\Rightarrow \vec{F}_{es} = \int_A P_e(t) \hat{n} dA$$

→ se la pressione è uniforme $\Rightarrow \vec{F}_{es} = P_e(t) \int_A \hat{n} dA = P_e(t) A(t) \Rightarrow \boxed{\vec{F}_{es} = P_e \cdot A}$

Potenza istantanea

$$W_{es}(t) = P_e(t) \int_A \vec{w}(t) \cdot \hat{n} dA = P_e(t) \cdot \frac{dV_e(t)}{dt} \Rightarrow W_{es}(t) = P_e(t) \frac{dV_e(t)}{dt}$$

concorde alla variazione del volume rispetto al tempo

→ se $Les(P) = \int_{\Delta t} W(t) dt \Rightarrow \int_{\Delta t} P_e(t) \frac{dV_e(t)}{dt} dt$

→ poiché a me interessa la variaz di volume del sistema e non dell'ambiente esterno sostituisco la variaz di "Ve" con la variaz di "V"

→ se l'ambiente esterno si ESPANDE, il sistema si COMPRIME }
 → se l'ambiente esterno si COMPRIME, il sistema si ESPANDE } $\Rightarrow \boxed{\Delta V_e = -\Delta V}$

$$\Rightarrow Les(P) = \int_{\Delta t} -P_e(t) \frac{dV(t)}{dt} dt = \int_{\Delta V} -P_e(t) dV$$

→ ipotizziamo la pressione esterna costante rispetto al tempo

$$\Rightarrow \boxed{W_{es} = -P_e \frac{dV(t)}{dt}} ; \boxed{Les = -P_e \Delta V}$$

→ se $W_{es} + W_{se} + W_{ae} = 0 \Rightarrow W_{se} = -W_{es} - W_{ae} = P_e \frac{dV(t)}{dt} - W_{ae}(t)$

→ se $Les + L_{se} + L_{ae} = 0 \Rightarrow L_{se} = -Les - L_{ae} = P_e \Delta V - L_{ae}(P)$

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ di MOTO

La risultante delle forze applicate dall'esterno ad un sistema è uguale alla velocità di variaz. della sua quantità di moto

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

⇒ consegue il Teorema dell'Energia cinetica :

Il lavoro compiuto da tutte le forze che agiscono sul sistema (esterne e interne) è uguale alla variazione dell'energia cinetica del sistema stesso

$$\Rightarrow \boxed{L_{es}(P) + L_i(P) = \Delta E_k} \quad ; \quad \boxed{W_{es}(t) + W_i(t) = \frac{dE_k}{dt}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{-W_{se}(t) - W_{ae}(t)}_{\text{Forze di superficie}} - \underbrace{\frac{dE_p}{dt}}_{\text{Forze a distanza}} + \underbrace{W_i^{id} - W_{ai}(t)}_{\text{Forze interne}} = \frac{dE_k}{dt}$$

$$\Rightarrow -L_{se}(P) - L_{ae}(P) - \Delta E_p + L_i^{id}(P) - L_{ai}(P) = \Delta E_k$$

→ I termini W_{se} e L_{se} possono essere divisi in 2 contributi

$$\Rightarrow \underbrace{L_t(o W_t)}_{\text{quello che è definito tecnico, ovvero utile}} \text{ e } \underbrace{L_o(o W_o)}_{\text{quello che non è considerato tecnico}}$$

quello che è definito tecnico, ovvero utile
 ⇒ qu'energia, lavoro meccanico che possono essere accumulate e restituite da qualche altro in un altro momento

quello che non è considerato tecnico
 → riguarda solo la deformaz. dell'ambiente esterno, dovuta a pressione $P_0 = \text{cost}$ (1 parte di P_e)

$$\Rightarrow W_{se}(t) = W_t(t) + W_o(t)$$

$$\Rightarrow L_{se}(P) = L_t(P) + L_o(P)$$

→ sostituendo otteniamo

$$W_i^{id}(t) = W_t(t) + W_o(t) + \underbrace{W_{ai}(t)}_{\text{comprensivo sia gli attriti esterni che interni}} + \frac{dE_p}{dt} + \frac{dE_k}{dt}$$

$$L_i^{id}(P) = L_t(P) + L_o(P) + \underbrace{L_{ai}(P)}_{\text{comprensivo sia gli attriti esterni che interni}} + \Delta E_p + \Delta E_k$$

→ se dividiamo tutti i termini per la massa abbiamo le QUANTITÀ SPECIFICHE [J/kg]

$$e_i = e_t + e_o + \Delta e_k + \Delta e_p$$

$$e_i = e_i^{id} - e_a$$

$$\boxed{e_i^{id} = \int_{T_1} p(T, v) dv}$$

↓
 indicare con le lettere minuscole

L'ENERGIA INTERNA, U

(6)

Una delle formulazioni del Teorema di Ek è

$$\rightarrow -L_{se}(P) + L_i(P) = \Delta E_k \Rightarrow L_i(P) = \Delta E_k + L_{se}(P)$$

$$\rightarrow \text{combinando con } Q - L_{se} = \Delta E$$

$$\Rightarrow Q - L_i = \Delta E - \Delta E_k = \Delta U = U_B - U_A$$

\Rightarrow la diff. tra energia tot (E) e energia cin (Ek) del sistema è detta energia interna (U)

$$\Rightarrow \boxed{Q - L_i = \Delta U} \quad (1)$$

\rightarrow L'energia interna è una grandezza di stato \Rightarrow ammette differenz. esatto

$$\Rightarrow U = \int dU = \hat{U} + U_0, \quad U_0 = \text{cost. additiva} = \text{valore assunto da } U \text{ nella condiz. di riferimento}$$

$$\hat{U} = \text{diff di } U \text{ tra stato finale e stato di riferimento}$$

\rightarrow le condiz. di riferimento sono T_0, p_0

\Rightarrow l'energia interna è nota a meno di una cost. additiva (= U_0)
 \Rightarrow quindi fissiamo per convenz. $\boxed{U_0 = 0}$ e quindi $U = \hat{U}$

\Rightarrow Nel caso di diff. di energia interna tra due stati, qst è INDIPENDENTE dal riferimento $\Rightarrow \Delta U = U_B - U_A = U_B + Y_0 - U_A - Y_0 = U_B - U_A$

\rightarrow La (1) può essere scritta in termini di potenza

$$\Rightarrow \dot{Q}(t) - \dot{W}_i(t) = \frac{dE(t)}{dt} - \frac{dE_k(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} \Rightarrow \boxed{\dot{Q}(t) - \dot{W}_i(t) = \frac{dU(t)}{dt}}$$

\Rightarrow in termini di energie specifiche [J/kg] $\Rightarrow \boxed{q - p_i = \Delta u}$

6.10.15

SISTEMI APERTI (a deflusso)

Sono sistemi percorsi da fluidi che attraversano la superficie di controllo (c'è scambio di MASSA) \rightarrow c'è il deflusso di massa

\rightarrow tra qsti sistemi MACCHINE TERMICHE A FLUIDO

\rightarrow per sistemi di questo tipo è necessario avere informazioni \rightarrow di associare ai flussi di massa che escono ed entrano le \neq proprietà di qst sostanze che possono essere \neq dalle proprietà delle sostanze già all'interno del sistema

deb. decidere quale posiz. il sistema di riferimento \rightarrow possono essere 2 approcci \neq :

- Approccio Lagrangiano: scegliere sistema di riferimento fisso, vede la particella come descrivibile attraverso traiettoria che si muove nello spazio
- Approccio Euleroiano: sistema di riferimento mobile, solido con il sistema di riferimento \Rightarrow ogni particella vede il mondo che gli scorre intorno



• Applicazione alla conservazione della massa

La derivata materiale della M deve essere nulla perché la M si conserva

$$\Rightarrow \frac{dM(t)}{dt} = 0 = \left[\frac{dM(t)}{dt} \right]_{Vc} + \left[\sum_{j=1}^N \pm G_j \cdot 1 \right]_{Sc}$$

\downarrow
 $\rightarrow = 0$

$$\Rightarrow \left[\sum_{j=1}^N \pm G_j \right]_{Sc} = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{perché non} \\ \text{varia nel} \\ \text{tempo} \end{array} \right\} = \text{se solo in} \\ \text{condiz. stazionarie} \quad j \quad \left[\sum_{j=1}^N \pm G_j \right]_{Sc} = \left[\frac{dM(t)}{dt} \right]_{Vc} \Rightarrow \text{se non} \\ \text{solo in} \\ \text{condiz.} \\ \text{stazionarie}$$

\Rightarrow se la grandezza si conserva la sua derivata materiale è nulla!

Derivata materiale per altre grandezze estensive

- Energia potenziale : $\frac{dE_p}{dt} = \left[\frac{dE_p}{dt} \right]_{Vc} + \left[\sum_{j=1}^N \pm G_j e_{p_j} \right]_{Sc}$

- Energia cinetica : $\frac{dE_k}{dt} = \left[\frac{dE_k}{dt} \right]_{Vc} + \left[\sum_{j=1}^N \pm G_j e_{k_j} \right]_{Sc}$

- Energia interna : $\frac{dU}{dt} = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{Vc} + \left[\sum_{j=1}^N \pm G_j u_j \right]_{Sc}$

IL LAVORO delle FORZE di SUPERFICIE

Per il sistema aperto il lavoro compiuto dalle forze di superficie viene suddiviso in 3 contributi:

- L_t = lavoro tecnico, quello utile scambiato con l'esterno
- L_o = lavoro speso per deformare l'ambiente esterno
- L_{sp} = lavoro speso per far transitare i flussi di massa attraverso la superficie di controllo

• Potenza e lavoro di spostamento

$$W_{sp} = \frac{d(pV)}{dt} = \left[\sum_{j=1}^N \pm (pV)_j G_j \right]_{Sc}$$

\rightarrow se nel sistema abbiamo 1 sezione di entrata e di uscita

$$\Rightarrow \boxed{L_{sp} = (pV)_u - (pV)_e}$$

EQUAZIONE DELL'ENERGIA CINETICA (per sistema a REFLUSSO)

$$W_i = W_t(t) + W_{sp}(t) + W_o(t) + \frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_p}{dt}$$

\downarrow
 $= 0$ se
non c'è
deflusso

PRIMO PRINCIPIO PER SISTEMI APERTI

per 1 genetica trasformaz. $\Rightarrow \phi - W_t = \frac{dU}{dt}$

con $W_t = W_t + \sum_{j=1}^N \pm G_j (p \cdot v)_j + W_o + \frac{dEk}{dt} + \frac{dEp}{dt}$

$\rightarrow \frac{dEk}{dt}$ e $\frac{dEp}{dt}$ sono derivate materiali, anche $\frac{dU}{dt}$

$\Rightarrow \frac{dEk}{dt} = \left[\frac{dEk}{dt} \right]_{vc} + \left[\sum_j \pm G_j e_{k_j} \right]_{sc}$

$\Rightarrow \frac{dEp}{dt} = \left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} + \left[\sum_j \pm G_j e_{p_j} \right]_{sc}$

$\Rightarrow \frac{dU}{dt} = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{vc} + \left[\sum_j \pm G_j u_j \right]_{sc}$

$\rightarrow W_o$ è legato alla variaz. di volume esterno

$\Rightarrow W_o = p_o \left(\frac{dV}{dt} \right)_{vc} \rightarrow p_o = p_{esterna}$

\Rightarrow sostituendo i vari termini:

$\phi - W_t = \left[\frac{dU}{dt} \right]_{vc} + \left[\frac{dEk}{dt} \right]_{vc} + \left[\frac{dEp}{dt} \right]_{vc} + p_o \left[\frac{dV}{dt} \right]_{vc} + \sum_{j=1}^N \pm G_j (u + p v + e_k + e_p)_j$

$\Rightarrow \phi - W_t = \frac{d}{dt} [U + Ek + Ep + p_o V]_{vc} + \sum_{j=1}^N \pm G_j (u + p v + e_k + e_p)_j$ ①

ENTALPIA SPECIFICA

L'entalpia h essendo somma di grandezza di stato e grandezza di stato \rightarrow è indipendente dalla presenza di deflusso o meno

$\rightarrow h = u + p v \rightarrow$ può essere sostituita in ①

\rightarrow se non c'è deflusso uso eq. in cui è energia interna (u), diversamente uso l'entalpia

\Rightarrow se il sistema è in condiz. stazionarie le derivate rispetto al tempo saranno

$\Rightarrow \phi - W_t = \sum_{j=1}^N \pm G_j (h + e_k + e_p)_j$

\rightarrow se il sistema è stazionario $\Rightarrow \sum G_e = \sum G_u$

\rightarrow la somma delle portate in ingresso Σ è uguale alla somma delle portate in uscita

9

EQUAZIONI di STATO

E' il modo di legare le variabili INTENSIVE (T, p, v) , assumono forme \neq a seconda della sostanza e del suo stato fisico (gas, liquido, ecc)

→ posso indicare con y la variabile dipendente e con x_1, x_2, \dots, x_n insieme delle variabili indipendenti (in genere 2)

→ l'equaz. ha una forma di qst tipo

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

• Equaz. di stato dei gas ideali

① $p\bar{v} = \bar{R}T$

- p = pressione [Pa]
- \bar{v} = volume molare ($m^3/kmol$)
- \bar{R} = cost. universale = $8314,3 \text{ J/kmol}\cdot\text{K}$
- T = temperatura [K]

→ divido a destra e a sinistra per la massa molare \bar{M} la ①

⇒ $pV = \frac{\bar{R}}{\bar{M}} T$

, con $R = \frac{\bar{R}}{\bar{M}} = \text{cost. di elasticità del gas [J/kg}\cdot\text{K]}$

⇒ $pV = RT$

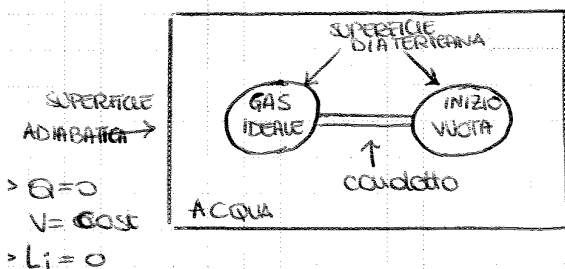
⇒ $p\bar{V} = \bar{R}T$

ENERGIA INTERNA e ENTALPIA (per i gas ideali)

in funzione di T e p $\left\{ \begin{aligned} du &= \frac{\partial u}{\partial T} dT + \frac{\partial u}{\partial p} dp \\ dh &= \frac{\partial h}{\partial T} dT + \frac{\partial h}{\partial p} dp \end{aligned} \right.$

in funzione di T e v $\left\{ \begin{aligned} du &= \frac{\partial u}{\partial T} dT + \frac{\partial u}{\partial v} dv \\ dh &= \frac{\partial h}{\partial T} dT + \frac{\partial h}{\partial v} dv \end{aligned} \right.$

→ Joule e Trausca analizzano queste proprietà (h e u)



- Presero 2 ampoules con acqua e 2 ampoules collegate da 1 condotto con 1 valvola
- inizialmente la valvola è chiusa e nella ampolla viene creato il vuoto
- nell'altra ampolla pendono i gas a condiz. ideali
- ⇒ pressione sufficientemente bassa

→ le due ampoules hanno $p \neq$
 → viene aperta la valvola e viene fatto fluire il gas nell'altra ampolla

→ osservano che le variaz. di temperatura erano nulle, ma si modificano volume e pressione

(10)
9.10.15

EQUAZ. del IP. PER SISTEMI APERTI A) e CHIUSI C)

$$\left. \begin{array}{l} A) \quad q - \ell_t^{id} = \Delta h \\ C) \quad q - \ell_i^{id} = \Delta u \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta \bar{\epsilon}_k = \Delta \bar{\epsilon}_p = 0 \\ \ell_o \equiv 0 \\ \ell_a = 0 \end{array} \Rightarrow \text{reversibile}$$

$$\ell_i^{id} = \int_T p \, dv \quad ; \quad \ell_t^{id} = \int_T v \, dp$$

⇒ GAS IDEALE : $p\bar{v} = \bar{R}T$; $\Delta u = C_v \Delta T$; $\Delta h = C_p \Delta T$

• Trasformaz. ISOCORA (v = cost)

→ $v_1 = v_2 = v$

C) $\ell_i^{id} = 0 \Rightarrow$ IP : $q - \frac{\ell_t^{id}}{\Delta T} = \frac{C_v \Delta T}{\Delta T} = C_v (T_2 - T_1)$

A) $\ell_t^{id} = - \int_T v \, dp = -v \int_1^2 dp = -v (p_2 - p_1)$

⇒ IP: $q - \ell_t^{id} = \Delta h \Rightarrow q + v(p_2 - p_1) = C_p (T_2 - T_1)$

con $p_1 = \frac{RT_1}{v}$; $p_2 = \frac{RT_2}{v} \Rightarrow q + v \left(\frac{RT_2}{v} - \frac{RT_1}{v} \right) = C_p (T_2 - T_1)$

→ $q + RT_2 - RT_1 = C_p (T_2 - T_1) \Rightarrow q = C_p (T_2 - T_1) - R(T_2 - T_1) = C_v (T_2 - T_1)$

⇒ $q = C_v (T_2 - T_1)$ sia per A) che per C) $C_p - R = C_v$

• Trasformaz. ISOBARA (p = cost)

→ $p_1 = p_2 = p$

A) $\ell_t^{id} = 0$; IP: $q - \frac{\ell_i^{id}}{\Delta T} = C_p (T_2 - T_1)$

C) $\ell_i^{id} = \int_T p \, dv = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p (v_2 - v_1)$

⇒ IP: $q - p(v_2 - v_1) = C_v (T_2 - T_1)$

con $v_2 = \frac{RT_2}{p}$; $v_1 = \frac{RT_1}{p} \Rightarrow q - p \left(\frac{RT_2}{p} - \frac{RT_1}{p} \right) = C_v (T_2 - T_1)$

$q = R(T_2 - T_1) + C_v (T_2 - T_1) = C_p (T_2 - T_1) \Rightarrow$ $q = C_p (T_2 - T_1)$ sia per A) che per C)

• Trasformaz. ISOTERMA (T = cost)

→ $T_1 = T_2 = T$

C) IP: $q - \ell_i^{id} = \Delta u = C_v \Delta T = 0 \Rightarrow q = \ell_i^{id}$

(11)

→ Linea T per 1^a Adiabatica:

A) IP: $\delta q_{\rightarrow=0} - \delta e_{t^{id}} = c_p dt$; $\delta e_{t^{id}} = -v dp$

$\Rightarrow v dp = c_p dt$; $p v = R T \Rightarrow d(pv) = R dt$
 $v dp + p dv = R dt$
 $\frac{d}{dt} = \frac{v dp + p dv}{R} = \frac{v dp + p dv}{c_p - c_v}$

$\Rightarrow v dp (c_p - c_v) = c_p v dp + c_p p dv$

$c_p \cancel{v} dp - c_v v dp = c_p \cancel{v} dp + c_p p dv$

$\Rightarrow -\frac{dp}{p} = \frac{c_p}{c_v} \frac{dv}{v} = \gamma \frac{dv}{v} \Rightarrow -\ln p = \gamma \ln(v) + \text{cost}$

$\Rightarrow \ln p + \gamma \ln v = \text{cost}$

$\ln p + \ln v^\gamma = \text{cost}$

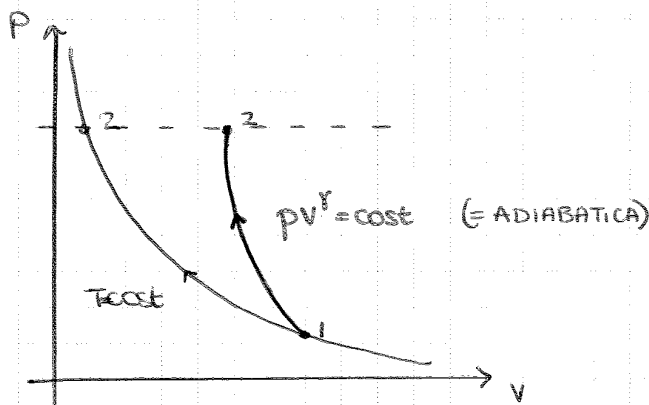
$\ln(pv^\gamma) = \text{cost}$

$\Rightarrow T: pv^\gamma = \text{cost}$

→ Le trasformaz. adiabatiche sono γ volte + ripide delle isoterme (= sup. 1. iperbole ma non equilatera)

oppure $T: T_p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cost}$

$T: T_v^{\gamma-1} = \text{cost}$



• Trasformaz. POLITROPICA (REVERSIBILE)

con $T: pv^n = \text{cost}$
 $T: T_p^{\frac{1-n}{n}} = \text{cost}$
 $T: T_v^{n-1} = \text{cost}$

con $n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$; $c = \text{CALORE SPECIFICO}$

- Se ho $c = c_v \Rightarrow n \rightarrow +\infty \Rightarrow v = \text{cost} ; T = \text{cost} \cdot p$ (= ISOCORA) [$pv^n = p^{1/n} v = \text{cost}$]
- Se ho $c = c_p \Rightarrow n \rightarrow 0 \Rightarrow p = \text{cost} ; T = \text{cost} \cdot v$ (= ISOBARA)
- Se ho $c \rightarrow \pm\infty \Rightarrow n = 1 \Rightarrow pv = \text{cost} ; T = \text{cost}$ (= ISOTERMA)
- Se ho $c \Rightarrow 0 \Rightarrow n = \gamma \Rightarrow pv^\gamma = \text{cost}$ (= ADIABATICA)

12

12.10.15

→ Lavoro interno trasformazione politropica :

$$l_i^{id} = \int_T p dv \quad ; \quad p v^n = \text{cost}$$

con $p v^n = p_1 v_1^n = \text{cost}$

$$\rightarrow p = \frac{p_1 v_1^n}{v^n} = \text{cost} \cdot v^{-n}$$

$$\Rightarrow l_i^{id} = \int_T p_1 v_1^n v^{-n} dv =$$

$$= p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} dv = p_1 v_1^n \cdot \frac{1}{1-n} [v_2^{1-n} - v_1^{1-n}] =$$

$$= \frac{1}{1-n} \cdot \underbrace{p_1 v_1^n v_1^{1-n}}_{p_1} \cdot \left[\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-n} - 1 \right] = \frac{1}{1-n} R T_1 \left[\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-n} - 1 \right]$$

$p_1 v_1 = R T_1$

→ con $T v^{n-1} = \text{cost} \Rightarrow T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-n} = \frac{T_2}{T_1}$

$$\Rightarrow l_i^{id} = \frac{1}{1-n} R T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \Rightarrow \boxed{l_i^{id} = \frac{R}{1-n} (T_2 - T_1)}$$

$$\Rightarrow \boxed{l_t^{id} = n l_i^{id}}$$

→ se $C = C_v$ ($\Rightarrow v = \text{cost}$) $\rightarrow n \rightarrow \infty \Rightarrow l_i^{id} = 0$ ok

→ se $C = C_p$ ($\Rightarrow p = \text{cost}$) ; $n = 0 \Rightarrow l_i^{id} = R(T_2 - T_1) = p(v_2 - v_1)$ ok
 $T = \frac{p v}{R}$

→ se $C = 0$ (\Rightarrow ADIABATICA) ; $n = \gamma \Rightarrow l_i^{id} = \frac{R}{1-\gamma} (T_2 - T_1) = -C_v (T_2 - T_1)$ ok
 $C_v = \frac{R}{\gamma-1}$

→ $l_t^{id} = \gamma l_i^{id}$ ok

> Trasformazione chiusa c):

IP: $q - l_i^{id} = \Delta u = C_v (T_2 - T_1) \Rightarrow q - \frac{R}{1-n} (T_2 - T_1) = C_v (T_2 - T_1)$

→ $q = (T_2 - T_1) \left(C_v + \frac{R}{1-n} \right)$; con $n = \frac{C_p - C}{C_v - C} \Rightarrow \frac{R}{1-n} = \frac{R}{1 - \frac{C_p - C}{C_v - C}} = \frac{R}{\frac{C_v - C - C_p + C}{C_v - C}} = \frac{R}{\frac{C_v - C_p}{C_v - C}}$

$$\Rightarrow \frac{R}{1-n} = R \cdot \frac{(C_v - C)}{C_v - C_p} = \frac{(C_p - C_v) \cdot (C_v - C)}{-(C_p - C_v)} = C - C_v$$

$R = C_p - C_v$

→ $q = \Delta T (C_v + C - C_v)$

$$\Rightarrow \boxed{q = C (T_2 - T_1)} \Rightarrow \text{sia per A) che per C) calore scambiato } \epsilon =$$

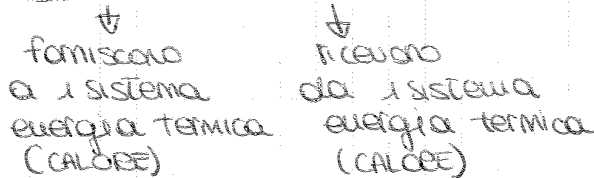
13

→ È impossibile realizzare un sistema termodinamico che operi secondo un processo ciclico il cui UNICO effetto sia trasformare completamente in lavoro tutto il calore fornito da un sorgente a temperatura uniforme e costante nel tempo

SERBATOI di ENERGIA TERMICA

Sono dei particolari sistemi in grado di scambiare energia termica senza modificare il proprio livello termico (= TERIOSTATI)

→ si dividono in SORGENTI e POZZI



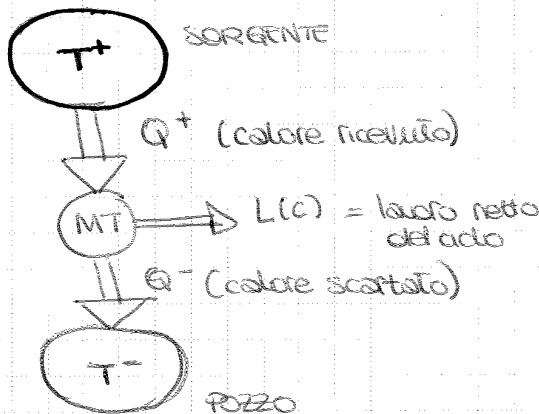
MOTORI TERMICI (SISTEMA CICLICO)

Dispositivi progettati per TRASFORMARE energia termica in energia meccanica

1. Ricevono calore da un sorgente ad alta temperatura
2. convertono parte del calore ricevuto in LAVORO
3. Cedono la parte rimanente del calore ad un pozzo a bassa temperatura

⇒ I motori lavorano tra 2 termostati (un sorgente (+CALORE) e un pozzo (+FRIGO))

Rendimento



→ viene definita l'EFFICIENZA di conversione del calore in lavoro
 → è il rapporto tra il beneficio e la spesa
 ↓
 lavoro netto / calore fornito dalla sorgente

⇒ $\eta = \frac{L(c)}{Q^+}$

→ dal IP: $Q^+ + Q^- = Q^+ - |Q^-| = L(c)$ [$Q^- < 0$]

→ sostituisco in η e ottengo $\eta = 1 - \frac{|Q^-|}{Q^+}$ ⇒ RENDIMENTO di un NT

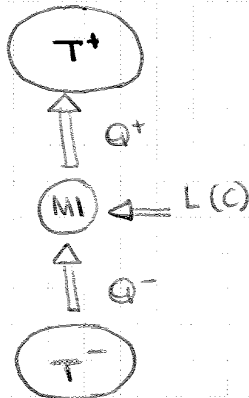
⇒ + è grande il calore scartato (Q^-) + sarà piccolo il rendimento

⇒ il rendimento della macchina di Carnot è pari a

$$\eta = 1 - \frac{T^-}{T^+}$$

(14)

MACCHINA INVERSA (macchina frigorifera)



→ processo inverso ha scopo di trasferire calore da 1 termostato a temperatura + bassa a 1 termostato a temperatura + elevata, sfruttando il lavoro

→ Q^- diventa ENTRANTE, Q^+ diventa USCENTE e il $L(c)$ diventa ENTRANTE (quindi < 0)

⇒ IP: $Q^- + Q^+ = L(c)$

→ $|Q^+| - |Q^-| = |L(c)|$

→ per 1 macchina frigorifera la spesa diventa il $L(c)$ fornito, mentre il beneficio è mantenere a temperatura bassa 1 termostato
 ⇒ il beneficio è il calore sottratto (Q^-) dal termostato a bassa temperatura

⇒
$$\epsilon_f = \frac{|Q^-|}{|L(c)|} = \frac{|Q^-|}{|Q^+| - |Q^-|}$$
 ⇒ EFFICIENZA MACCHINA FRIGORIFERA

→ La stessa macchina inversa può anche essere vista come 1 pompa di calore
 → beneficio non è Q^- ma Q^+ ceduto per riscaldare l'ambiente

⇒
$$\epsilon_p = \frac{|Q^+|}{|L(c)|} = \frac{|Q^+|}{|Q^+| - |Q^-|}$$
 ⇒ EFFICIENZA POMPA DI CALORE

⇒ se misuro differenza tra ϵ_p e ϵ_f ⇒
$$\epsilon_p - \epsilon_f = 1$$

→ pompa di calore ha 1 efficienza $>$ rispetto a macchina frigorifera e sicuramente $\epsilon_p \geq 1$ (= ricevo + calore di qnt energia meccanica div spendere)

Macchina inversa di Carnot

Supponiamo sempre che l'efficienza di 1 macchina di Carnot dipenda solo dalle temperature dei termostati

⇒
$$\frac{|Q^-|}{T^-} = \frac{|Q^+|}{T^+}$$

→ frigorifero:
$$\epsilon_f = \frac{T^-}{T^+ - T^-} \rightarrow \epsilon_f = \frac{\frac{T^-}{T^+}}{1 - \frac{T^-}{T^+}} \rightarrow \text{se } \frac{T^-}{T^+} > \frac{1}{2} \Rightarrow \epsilon_f > 1$$

→ pompa di calore:
$$\epsilon_p = \frac{T^+}{T^+ - T^-} \rightarrow \epsilon_p = \frac{1}{1 - \frac{T^-}{T^+}} = \frac{1}{\eta} \text{ , } \text{perch\`e } \eta \leq 1 \Rightarrow \epsilon_p \geq 1$$

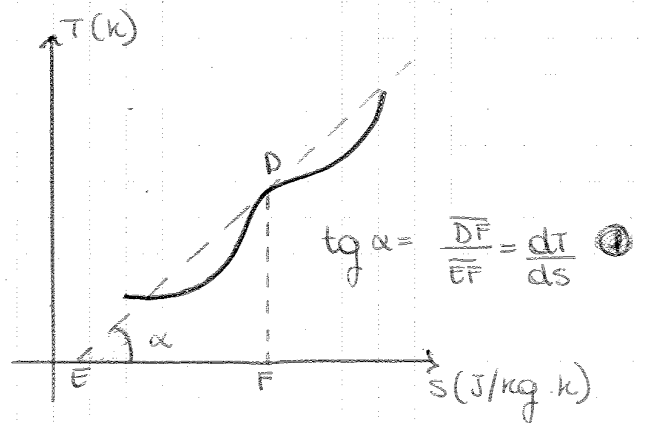
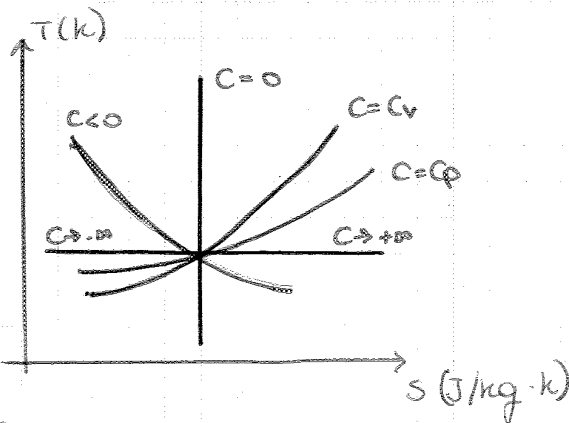
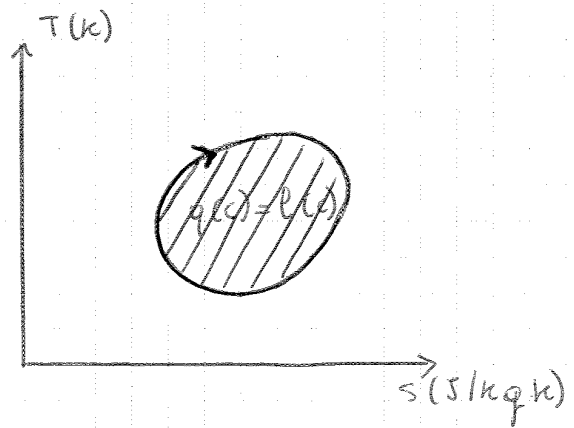
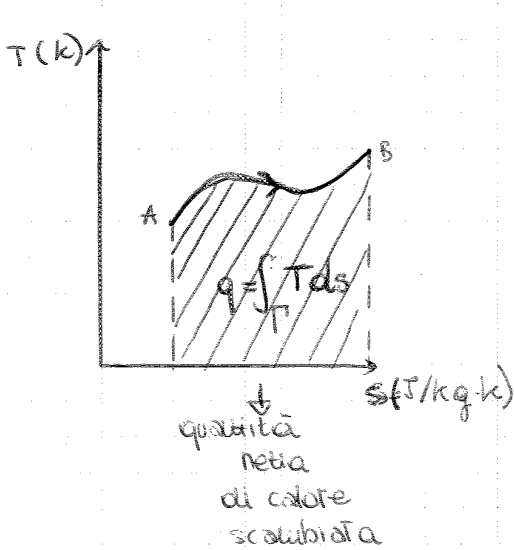
- $\delta L_{rev} + \delta L_D = \delta L_{caub.}$ (8)
- IP per sistema combinato : $\delta Q_s - \delta L_{caub} = dE_{caub.}$ (1) ($E =$ energia totale del sistema)
- sappiamo che $\frac{\delta Q_s}{T_s} = \frac{\delta Q}{T}$ per uguaglianza di clausius
- $\delta Q_s = \frac{\delta Q}{T} \cdot T_s$ → la sostituisco in (1)
- $\frac{\delta Q}{T} \cdot T_s - \delta L_{caub} = dE_{caub.}$ → $\delta L_{caub} = \frac{\delta Q}{T} \cdot T_s - dE_{caub.}$
- integriamo → $\int \delta L_{caub} = \int \frac{\delta Q}{T} \cdot T_s - \int dE_{caub.}$
 $\int dE_{caub.} = 0$
- $L_{caub} = T_s \int \frac{\delta Q}{T}$ → per l'enunciato di Kelvin-Planck
 $L_{caub} \leq 0$ → 0 se il sistema caub. è completamente reversibile
 < 0 in tutti gli altri casi
- se $L_{caub} \leq 0 \Rightarrow \delta Q_s < 0$
- $\int_{im} \frac{\delta Q}{T} < 0$

ENTROPIA

- Ipotesizziamo di essere in 1 processo reversibile → $\frac{\delta Q}{T}$ è 1 differenziale esatto e viene detto ENTROPIA → associata alle proprietà T della materia
- T viene detto FATTORE INTEGRANTE, perché fa diventare 1 differenziale non esatto, esatto
- L'entropia è 1 grandezza estensiva
- $dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev}$ → VARIANZ. INFINITESIMA di S
- $\Delta S = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\phi(t)}{T(t)} dt = \int_T \frac{\delta Q}{T} = \Delta S$ → VARIANZ. TOTALE del sistema di S
- $\frac{dS(t)}{dt} = \left(\frac{\phi(t)}{T(t)} \right)_{rev}$ → VARIANZ. ISTANTANEA di S
- per le trasformazioni non reversibili → $\Delta S \geq \int_T \frac{\delta Q}{T}$
- per 1 sistema isolato (no scambi di massa, no calore, no lavoro) l'entropia non può diminuire → $\Delta S_{isolato} \geq 0$ (=0 per trasformaz. reversibile)
- introduco un termine $S_{irr} =$ ENTROPIA dovuta a irreversibilità
 $\rightarrow S_{irr} \geq 0$ → è sempre ⊕ !!
- posso dire che $\Delta S = \int_T \frac{\delta Q}{T} + S_{irr}$; $\frac{dS(t)}{dt} = \frac{\phi(t)}{T(t)} + \Sigma_{irr}$
 $[J/k ; J/kg.k]$; $[W/k]$ con $\Sigma_{irr} =$ flusso di irreversibilità

16
15.10.15

DIAGRAMMA ENTROPICO ODI GIBBS



oia $\Delta S = \int_p \frac{dq}{T} + S_{irr}$

→ se $C=0$ è ADABATICA reversibile
 → $q=0 \rightarrow \int_p \frac{dq}{T} = 0$
 → $S_{irr} = 0$
 ⇒ $|\Delta S| = 0$

→ se $C = \pm \infty$ è ISOTERICA
 → se minimo verso sinistra sto cedendo calore
 se minimo verso destra sto fornendo calore al sistema

→ le ISOCORE sono + ripide delle ISOBARE

→ se $C < 0$ diminuisce temperatura
 $\Delta s \rightarrow$ al sistema viene fornito calore
 ⇒ il fluido si espande

→ trasformaz. reversibile

→ $C = \frac{dq}{dT} = \frac{T ds}{dT} = T \frac{DF}{DF} = \frac{DF}{EF}$
 $q = \int_p T ds$ per $DF = T$

→ $C \equiv \frac{DF}{EF}$ se $DF = T$ perché l'origine coincide con T_0 ; S_0
 → S_0 però essere assunto = 0

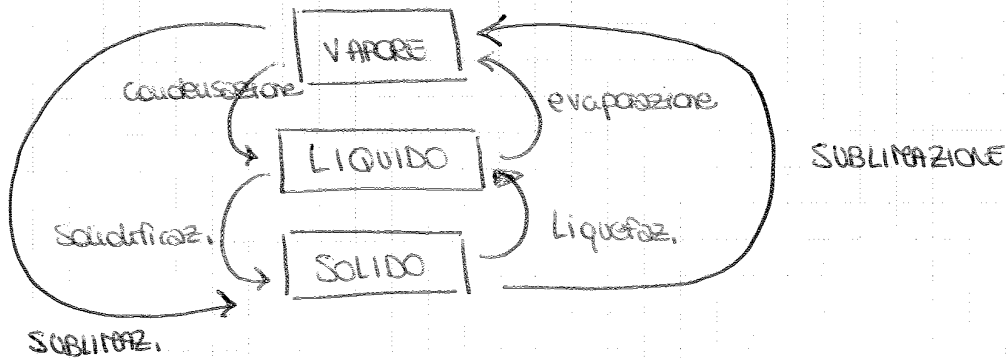
LE SOSTANZE PURE

(14)

La FASE riguarda il MACROSCOPICO, gli STATI DI AGGREGAZIONE possono essere caratterizzati da FASI

- costituiscono 2 FASI ≠ :
 - 2 SOLIDI
 - 1 LIQUIDO e 1 SOLIDO
 - 1 LIQUIDO e 1 GAS non solubili l'uno nell'altro
 - 1 SOLIDO e 1 GAS
- costituiscono 1 sola FASE :
 - 1 LIQUIDO e 1 SOLIDO in esso disciolto
 - 1 LIQUIDO e 1 GAS solubili l'uno nell'altro
 - MISCELE di GAS

◦ Cambiamenti di fase



SUPERFICIE DI STATO PER LE SOSTANZE PURE

Parcours di slide 7 - immagine pag. 6

oppure da "Lezioni di Termodinamica applicata e trasmissione del calore" - V. Giaretto a pag. 76

- ▶ È la superficie irregolare che presenta p.b. angolari, p.b. di non derivabilità
- ▶ S, L, V indicano le tre fasi, ci sono tratti a "unica fase" e tratti bifase

→ La linea + marcata (P) → (C) → (R) è la linea del PUNTO TRIPLO
 → per il p.to triplo è fissata 1 unica T e unica P
 → è la curva che riguarda gli stati liquido-vapore

▶ Immaginiamo piano ortogonale a T (// al piano p-v), 1 di qsti piani è di particolare import

REGOLE delle FASI di GIBBS

(18)

per le sostanze pure per det. le coordinate termodinamiche indipendenti ($-GL$) non sono necessariamente 2 come per i gas ideali, ma si segue la regola di Gibbs

$\Rightarrow GL = NC - NF + 2$

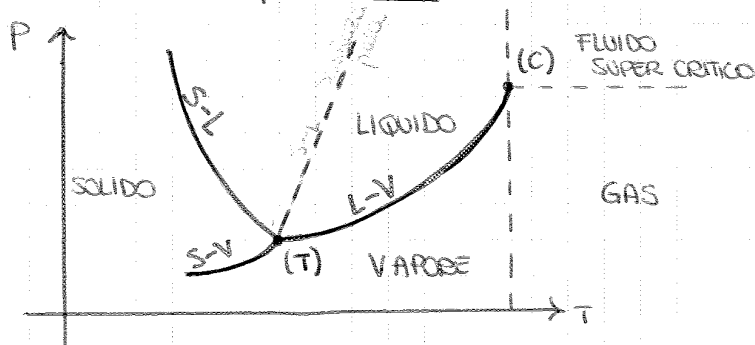
con $NC = n^{\circ}$ di componenti
 $NF = n^{\circ}$ di fasi simultaneamente presenti
 \rightarrow se la sostanza è pura $\rightarrow [NC=1]$

$\Rightarrow GL = 3 - NF$

\rightarrow per il p.to triplo (4 le fasi presenti) $\Rightarrow GL = 0$

\rightarrow se la sostanza è monofasica $GL = 2$ come per gas ideali
 \rightarrow durante transiz. di fase (2 fasi) $\Rightarrow GL = 1$

DIAGRAMMA di FASE per l'ACQUA



$\rightarrow (T) = p.to$ Triplo
 $\rightarrow (C) = p.to$ critico

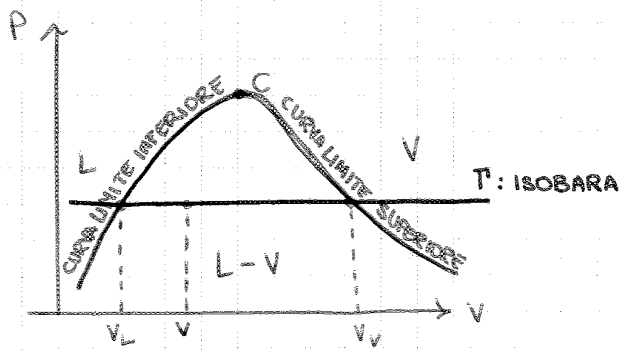
- \rightarrow SL ha pendenza \neq per l'acqua e per i gelici sostanze pure
- \rightarrow per H_2O p e T sono inversamente proporzionali
- \rightarrow al contrario per i gelici sostanze pure
- \rightarrow per $p > p_c$ il fluido viene detto super critico \rightarrow per alcune proprietà sembra il gas per altre il liquido
- \rightarrow per $p < p_c$ (sia per $T < T_c$ e per $T > T_c$) abbiamo 2 modi di indicare la sostanza
 - \rightarrow per $T < T_c$ abbiamo VAPORE, per $T > T_c$ GAS
 - \Rightarrow per VAPORE modello del gas ideale non vale
 - \Rightarrow per $T > T_c$ e $p < p_c$ accettiamo comportamento del gas ideale
 - \rightarrow + sono funzione di p e + il gas si comporta in modo ideale

TEMPERATURA e PRESSIONE di SATURAZIONE

Dove avvengono i cambiamenti di fase abbiamo $GL=1$, e quando raggiungo la curva $(P) \rightarrow (C) \rightarrow (R)$

- \rightarrow tratto $(P) - (C) \Rightarrow$ CURVA LIMITE INFERIORE (liquido saturo)
- \rightarrow tratto $(C) - (R) \Rightarrow$ CURVA LIMITE SUPERIORE (vapore saturo secco)
- \rightarrow SATURO vuol dire che c'è liquido max o vapore max che può sussistere
- \rightarrow fissata la temperatura di saturaz. posso det. la pressione di saturazione durante transiz. di fase (e viceversa)

DIAGRAMMA di CLAPEYRON



$$v = (1-x)v_L + xv_V$$

$$h = (1-x)h_L + xh_V$$

$$s = (1-x)s_L + xs_V$$

→ x può essere derivato da quelle formule

$$\Rightarrow x = \frac{v - v_L}{v_V - v_L} = \frac{s - s_L}{s_V - s_L} = \frac{h - h_L}{h_V - h_L}$$

TABELLE di SATURAZIONE

Ogni sostanza ha 1 tabella in cui vengono riportati i valori sulle curve limite delle grandezze termodinamiche

→ i valori intermedi (non sulle curve limite) vengono ricavati a partire da questi valori e dal titolo del volume.

→ 2 tipologie di tabelle:

- 1° con in prima colonna le temperature e in 2° le pressioni di saturaz. corrispondenti
- l'altra in prima colonna ha le pressioni

⇒ in entrambe nelle colonne dopo la 2° troviamo h, v e s, non l'energia interna che possiamo ricavare in questo modo:

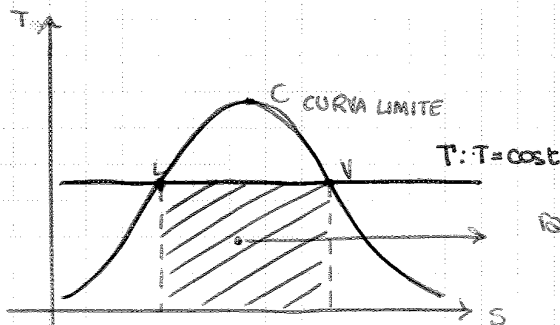
$$h = u + pv \Rightarrow h_L = u_L + pv_L$$

- ricordando che le pressioni sono riportate in bar non kPa
- p va moltiplicato per 100
- v va diviso per 1000

→ in corrispondenza di $T \cong$ temperatura del p.to critico i valori $v_L - v_V$; $h_L - h_V$; $s_L - s_V$

→ $c_{p,T} = T$ del p.to triplo $s_L = 0$

CALORE di VAPORIZZAZIONE o CONDENSAZIONE



rappresenta calore di vaporizzaz. o condensaz.
 → quantità di energia che dobbiamo fornire per trasformare il liquido in vapore o quantità di energia che ci sottrarre per trasformare il vapore in liquido

• Implicazioni del I e del II principio

(20)

→ IP: $\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \left[U + E_c + \bar{e}_p + p_0 v \right] = G_1 (h_1 + \frac{v_1^2}{2} + \phi_1) + G_2 (h_2 + \frac{v_2^2}{2} + \phi_2)$
 ↳=0 ↳=0 ↳=0 ↳=0 ↳=0 ↳=0
 per ipotesi perché stazionari

→ $0 = -G_1 h_1 + G_2 h_2 \rightarrow G_1 h_1 = G_2 h_2 \Rightarrow \boxed{h_1 = h_2 = \text{cost}}$
 ↳=0 ↳=0
 $G_1 = G_2 = G$

⇒ è processo a entalpia costante

→ conservaz. dell'energia cinetica:

$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \frac{\rho v^2}{2} + \Delta \phi_k + \Delta \phi_p + l_a + \int_{\Gamma} v dp = 0$
 ↳=0 ↳=0 ↳=0 ↳=0

⇒ $\boxed{l_a = - \int_{\Gamma} v dp}$, per conservaz. l_a è ⊕ → dobbiamo verificare che $\int_{\Gamma} v dp$ sia ⊖

⇒ immaginiamo che $v = \text{cost} \rightarrow v \int_{p_1}^{p_2} dp = v(p_2 - p_1) < 0$ perché $p_2 < p_1$ ok

⇒ $l_a = v(p_1 - p_2)$ sicuramente ⊕

→ se c'è dissipaz. meccanica ⇒ $S_{irr} > 0 \rightarrow S_2 > S_1 \rightarrow$ l'entropia aumenta

→ IIIP per gas ideale:

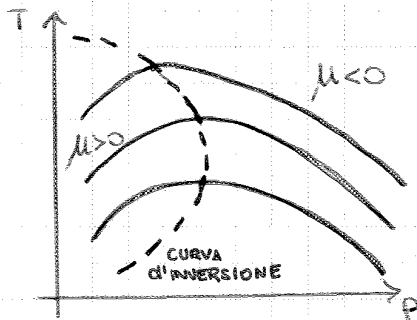
per la relazione $\Delta h = c_p \Delta T$, se $h_1 = h_2 \Rightarrow T_1 = T_2$ ⊕

→ $S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dS}{T} + S_{irr}$
 ↳=0 perché adiabatico

→ $S_2 - S_1 = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) > 0 \Rightarrow S_2 - S_1 > 0$ e $S_2 - S_1 = S_{irr} \Rightarrow$ ok
 ↳=0 per ⊕ ↳ < 0 perché $p_2 < p_1$

• Comportamento reale del fluido

In qst caso vale $h_1 = h_2$ ma alla diminuz. di p_2 corrisponde $T \neq$ temperatura, $T_1 \neq T_2$



- aumento pressione di ristagno per es. e poi la faccio soffiare mantenendo costante h
- si constata che al diminuire della pressione la T aumenta fino a un pto. max e poi comincia a diminuire
- al di sotto di un valore di p la T diminuisce invece di continuare ad aumentare
- se cambio h la curva rimane la stessa ma il pto di max della T si trova per valori \neq di p

→ la curva d'inversione è la curva che unisce i \neq max ottenuti per i \neq valori di h

$$\Rightarrow pV = RT \text{ di van der Waals} \quad \left| \left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V-b) = RT \right| \quad ; \quad p = \frac{n\bar{R}T}{V-n\bar{b}} - \frac{an^2}{V^2} \quad (21)$$

$$\Rightarrow \text{da cui } p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \text{ (2)}, \text{ moltiplico per } \frac{V}{RT} \quad \left[V = \frac{n\bar{R}T}{p} - \frac{na}{RT} + n\bar{b} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{pV}{RT} = \frac{V}{V-b} - \frac{a}{RTV} \quad , \text{ considerando } \frac{pV}{RT} = z$$

$$\Rightarrow \boxed{z = \frac{V}{V-b} - \frac{a}{RTV}} \rightarrow \text{FATTORE di COMPRESSIBILITA' per Van der Waals}$$

→ sviluppando i calcoli di (1) :

$$\frac{p(V-b)V^2}{(V-b)V^2} = \frac{RTV^2 - a(V-b)}{(V-b)V^2}$$

$$p(V^3 - V^2b) = RTV^2 - aV + ab$$

$$pV^3 - V^2pb - RTV^2 + aV - ab = 0$$

$$\Rightarrow pV^3 - (pb + RT)V^2 + aV - ab = 0 \rightarrow \text{polinomio in funzione del volume di terzo grado!}$$

⇒ è CUBICA

* VolW nel punto critico

L' isoterma critica presenta un flesso a tg orizzontale nel p.to critico (vale per tutte le sostanze)

$$\Rightarrow \text{vale } \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_{T=T_c} = 0 \quad ; \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right)_{T=T_c} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{R_c T_c}{(V_c - b)^2} + \frac{2a}{V_c^3} = 0}$$

⇒ Ho 3 eq. ⇒ qst 2 + l'eq. di VolW

$$\Rightarrow \boxed{\frac{2 R_c T_c}{(V_c - b)^3} - \frac{6a}{V_c^4} = 0}$$

→ R_c = costante di esistenza nel p.to critico → incognita
 → a, b sono le altre 2 incognite

$$\rightarrow R_c = \frac{8}{3} \frac{p_c V_c}{T_c} \quad ; \quad a = 3V_c^2 p_c \quad ; \quad b = \frac{V_c}{3}$$

→ poiché c'è maggiore incertezza nel det. il valore del volume in corrispondenza del p.to critico, VolW ipotizza che R_c si comporti come per i gas ideali ($R_c = R$) e di conseguenza la terza incognita diventa V_c

$$\Rightarrow \boxed{V_c = \frac{3}{8} \frac{R T_c}{p_c}}$$

$$; \quad \boxed{a = \frac{27}{64} \frac{R^2 T_c^2}{p_c}}$$

$$; \quad \boxed{b = \frac{1}{8} \frac{R T_c}{p_c}}$$

→ con i valori a e b per il p.to critico sostituiti in (2) otteniamo

$$Z_c = \frac{p_c V_c}{R T_c} = \frac{3}{8} = 0,375 \Rightarrow \boxed{Z_c = \text{cost}} \text{ nel p.to critico}$$

IP: $du = \delta q - \delta l^{id}$, ipotizziamo T reversibile $\rightarrow \begin{cases} \delta l^{id} = p dv \\ \delta q = T ds \end{cases}$

$\Rightarrow du = T ds - p dv$ ③ \rightarrow per sistema CHIUSO

\rightarrow IP per A): $dh = \delta q - \delta l^{id}$ $\rightarrow \begin{cases} \delta l^{id} = v dp \\ \delta q = T ds \end{cases}$

$\Rightarrow dh = T ds + v dp$ ④

\rightarrow riprendiamo la ① e differenziamola $\Rightarrow df = du - T ds - s dT$
 \rightarrow sostituiamo la ③:

$\Rightarrow df = T ds - p dv - T ds - s dT \Rightarrow df = -p dv - s dT$

\rightarrow differenzio la ② $\Rightarrow dg = dh - T ds - s dT$
 \rightarrow sostituiamo la ④:

$\Rightarrow dg = T ds + v dp - T ds - s dT \Rightarrow dg = v dp - s dT$

\rightarrow in generale per differenziale esatto vale:

$dz(x,y) = a(x,y) dx + b(x,y) dy$

\Rightarrow abbiamo 4 funzioni di s, v e T, p solo 2 coeff. a, b
 \rightarrow vale lo stesso per le altre 3 eq. evidenziate

\rightarrow Il differenziale è esatto se $\left(\frac{\partial a}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial b}{\partial x}\right)_y$ ⑤

\rightarrow sappiamo che le 4 eq. sopra sono coeff. esatti quindi possiamo imporre la condizione ⑤

$\Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = - \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v \Rightarrow$ PRIMA EQ. di MAXWELL

$\Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p \Rightarrow$ SECONDA EQ.

$\Rightarrow + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T \Rightarrow$ TERZA EQ.

$\Rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = - \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T \Rightarrow$ QUARTA EQ.

\rightarrow le quantità alla sinistra dell' = sono misurabili !

→ allo stesso modo ricavo la II espressione per l'entropia :

$$ds(T, p) = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T dp \quad , \quad \text{ho } \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \quad \text{per IV eq. di Maxwell}$$

→ ricordo che $C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p \cdot \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p \Rightarrow C_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p \Rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{C_p}{T}$

↓
= T per osservaz.
⑥ = ③

⇒ $ds(T, p) = C_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp$ ⇒ II ESPRESSIONE per l'entropia

→ per gas ideale $v = \frac{RT}{p} \Rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}$

⇒ $ds = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \Rightarrow \underline{ds}$

→ difficile ricavare II espressione per gas di VanW

• Espressioni generali per l'energia interna

Abbiamo $du = Tds - p dv \rightarrow$ sostituisco la I espressione per l'entropia

⇒ $du = T \left[C_v \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv \right] - p dv$

$du = C_v dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p \right] dv$ ⇒ ESPRESSIONE per l'energia interna

→ per gas ideale $\Rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v} \quad ; \quad \frac{TR}{v} = p$

⇒ 2° termine dell'espressione si annulla ⇒ $du = C_v dT \Rightarrow \underline{du}$

→ per gas di VanW $\Rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v-b}$

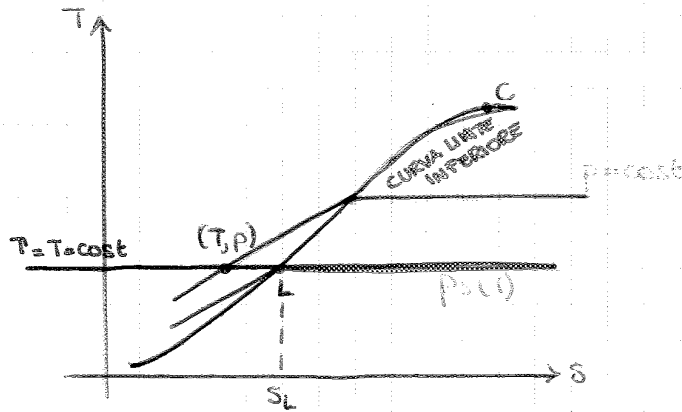
⇒ $du = C_v dT + \left[\frac{RT}{v-b} - p \right] dv \Rightarrow \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $du = C_v dT + \frac{a}{v^2} dv$$

↓
per eq. di
VanW
= +a
v²

→ integrando otteniamo $u - u_0 = C_v(T - T_0) - a \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} \right)$ ⇒ u per VanW

Modello del fluido incompressibile

(24)



→ $T = \text{const}$, $p = \text{const}$ i due dif. fanno il fluido sottoraffreddato

→ $v(T, p) \cong v_L(T)$

→ $u(T, p) \cong u_L(T)$

→ $s(T, p) \cong s_L(T)$

⇒ qst perché il p.to (T, p) è molto vicino a L

→ $h(T, p) = h_L(T) + v_L(T) [p - p_s(T)]$, con $p_s = p$ di saturazione

⇓
 ≡ con il lavoro di compressione da $p_s(T)$ a p

MISCELE di GAS

DEFINIZIONI

\bar{M} = massa molare, (kg/mol)

n = numero di moli, $n = M / \bar{M}$, (mol)

y_j = frazione molare del j-esimo costituente, $y_j = n_j / n$

x_j = frazione in massa del j-esimo costituente, $x_j = M_j / M$

MODELLI

• Modello di Gibbs - Dalton = far occupare alla stessa T il volume disponibile per la miscela da 1 solo costituente

⇒ abbiamo il nuovo valore di pressione ⇒ PRESSIONE PARZIALE = ql che avrebbe il costituente se occupasse il volume

• Modello di Amagat - Leclerc = prende ogni costituente alla stessa pressione totale della miscela, e alla stessa T

⇒ si ha il nuovo valore di v ⇒ VALORE PARZIALE

⇒ qst i 2 modelli sono caratteristici se si parla di miscele ideali dei gas ideali
 ⇒ il secondo modello non è valido per i gas reali perché la somma dei volumi delle \neq sostanze miscelate è \neq del volume effettivo occupato dalla miscela

$$\rightarrow H = \sum_{j=1}^N M_j h_j \Rightarrow h = \frac{\sum_{j=1}^N M_j h_j}{M} \Rightarrow h = \sum_{j=1}^N x_j h_j$$

CALORI SPECIFICI PER MISCELA

Possono essere det. Cp e Cv per la miscela

$$\Rightarrow C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = \frac{\partial}{\partial T} \left(\sum_{j=1}^N x_j u_j \right)_v = \sum_{j=1}^N x_j C_{v,j} = C_v$$

$$\Rightarrow C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = \frac{\partial}{\partial T} \left(\sum_{j=1}^N x_j h_j \right)_p \Rightarrow C_p = \sum_{j=1}^N x_j C_{p,j}$$

→ γ non può essere visto come media pesata ma $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$; $\beta = \frac{C_{p,j}}{C_{v,j}}$

→ introducendo Cp → h può essere scritto in qst modo:

$$h - h_0 = C_p (T - T_0)$$

23.10.15

MISCELE IDEALI di GAS e VAPORE

Cui vapore si intende: i sostanze che può cambiare fase

• Psicrometria (= studio dell'aria umida)

L'aria umida = aria secca + vapore d'acqua

- la parte secca è caratterizz. da $\bar{M}_a = 29 \text{ kg/kmol}$, $R_a = 28.7 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$
- il vapore d'acqua ha $\bar{M}_v = 18,016 \text{ kg/kmol}$, $R_v = 461,5 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

→ definiamo L'UMIDITA' SPECIFICA (x)

$$\Rightarrow x = \frac{M_v}{M_a}$$

→ per il modello di Gibbs-Dalton a parità di T
Mv e Ma occupano lo stesso volume
⇒ $f_v = \frac{M_v}{V}$; $f_a = \frac{M_a}{V}$

→ divido sia a N che a D di x per v

$$\Rightarrow x = \frac{M_v/V}{M_a/V} = \frac{f_v}{f_a} = \frac{v_a}{v_v} = \frac{R_a T}{p_a} \cdot \frac{p_v}{R_v T} = \frac{R_a}{R_v} \cdot \frac{p_v}{p_a} = \frac{R_a}{R_v} \cdot \frac{p_v}{p - p_v}$$

con $R_a = \frac{\bar{R}}{M_a}$; $R_v = \frac{\bar{R}}{M_v}$; $f_v = \frac{1}{V}$

$$\Rightarrow x = \frac{\bar{M}_v}{\bar{M}_a} \cdot \frac{p_v}{p - p_v}$$

con $\frac{\bar{M}_v}{\bar{M}_a} = 0,622$

→ GRADO di SATURAZIONE (ψ)

Rapporto tra l'umidità specifica x e l'umidità specifica in condiz. di saturazione x_s alla stessa temperatura e pressione totale della miscela

$$\psi = \frac{x}{x_s} \quad ; \quad \text{con } x = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p - p_v} \quad ; \quad x_s = 0,622 \cdot \frac{p_s(T)}{p - p_s(T)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x_s} = \frac{p_v}{p - p_v} \cdot \frac{p - p_s(T)}{p_s(T)} \cong \frac{p_v}{p_s(T)} \quad \text{perché } \frac{p - p_s(T)}{p - p_v} \cong 1 \Rightarrow \psi \cong \frac{p_v}{p_s(T)}$$

⇒ per det. l'ha det. hb

→ mi muovo sull'isobara p_0 a temperatura T_0 , vado da $h_0 = 0$ fino allo stato di vapore secco (v) devo fornire calore di vaporizzaz. $h_0 \rightarrow h_0 = h_v(T_0) - h_L(T_0) \rightarrow r_0 = 2500 \text{ kJ/kg}$

→ poi dovrò fornire altro calore in grado di surriscaldare il vapore
 → in qll regione ipotizziamo che il comportamento sia ideale e che qll quota di calore sia mischiabile come variaz. di entalpia $\rightarrow \Delta h_v$

⇒ $\Delta h_v = c_{p,v} (T - T_0)$

⇒ $h_v = r_0 + \Delta h_v \Rightarrow h_v = r_0 + c_{p,v} (T - T_0) \Rightarrow h = c_{p,a} (T - T_0) + x [r_0 + c_{p,v} (T - T_0)]$

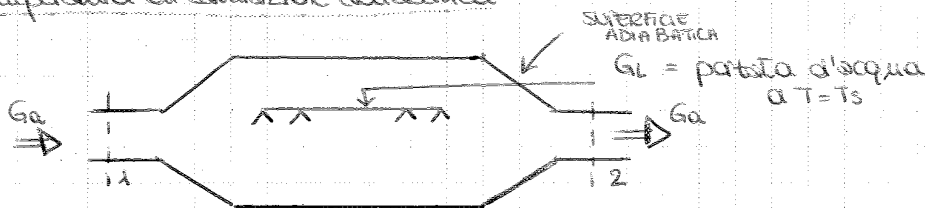
→ con $c_{p,v} = 1877,1 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

⇒ ENTALPIA DELL'ARIA UMIDA

TEMPERATURE CARATTERISTICHE DELLA MISCELA

- Temperatura a bulbo secco → semplice misura di T con 1 termometro
- Temperatura a bulbo umido → è legata a processi in cui avvengono scambi di energia termica con variaz. di temperatura e variaz. del contenuto di umido
 - immaginiamo di avere 1 bruciatore d'acqua al cui interno abbiamo del cotone e nel cotone è posto 1 termometro
 - mandiamo l'aria a vorta nella regione in cui l'acqua viene assorbita dal cotone (= termometro è bagnato)
 - l'aria entra con 1 certo grado di umidità e qnd attraversa la regione in cui l'acqua viene ripartita in modo fine, favorisce l'evaporaz. dell'acqua se non è in condiz. saturate
 - ⇒ è 1 processo a entalpia costante
- Temperatura di rugiada ($T_r \equiv T_s(p_v)$)
 - È 1 processo a umidità specifica costante
 - immaginiamo 1 certa quantità di umido nell'aria e immaginiamo che la temperatura all'esterno scendesse al di sotto del valore che rende il vapore presente saturo
 - ⇒ qnd si raggiunge la temperatura di rugiada si ha CONDENSA

• Temperatura di saturazione adiabatica



- vado a nebulizzare acqua allo stato liquido in 1 certa corrente d'aria
- la temperatura di saturaz. adiabatica \equiv con la T dell'acqua in ingresso
- ⇒ la quantità di aria (G_a) che entra in condiz. non saturate esce in condiz. saturate

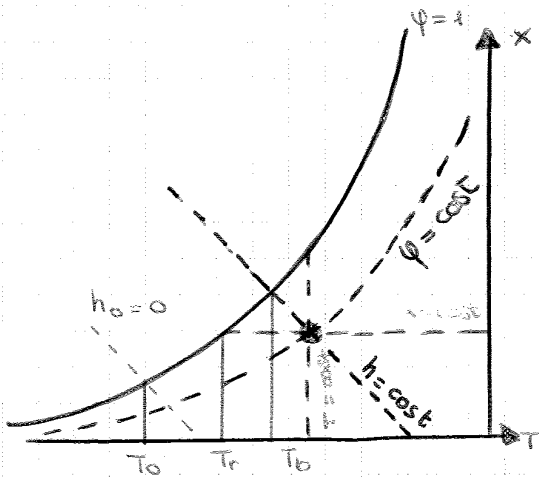
⇒ Bilancio massa $\rightarrow G_L = G_a (x_2 - x_1) ; G_{a1} = G_{a2} = G_a ; x_2 = \frac{M_{v,2}}{M_a} ; x_1 = \frac{M_{v,1}}{M_a}$

\downarrow kg \downarrow kg
 $\frac{\quad}{s}$ $\frac{\quad}{s}$

⇒ $G_L = G_{v,2} - G_{v,1}$

• Diagramma psicrometrico Ashrae (T, x)

(2*)



T_b = temperatura a bulbo umido
 T_r = temperatura di rugiada

→ NON è il rotaz. del precedente diagramma

→ i valori riportati sono i medesimi però

TRASFORMAZIONI DELL'ARIA UMIDA

Le principali sono e le + interessanti sono h , tra queste c'è il

Riscaldamento e raffreddamento sensibile (senza modificare il contenuto di umidità) di una portata di aria umida.

↓
 rimane costante umidità specifica e varia la temperatura
 → se avviene il contrario si parla di riscaldamento e raffreddamento latente

• Miscelamento adiabatico



→ 2 portate di aria umida si mescolano senza scambi di calore
 → prendere 2 quantità di aria che hanno \neq umidità $\neq T$ e mescolarle insieme per ottenere 1 miscela

→ Bilancio di massa

$$G_{a,1} + G_{a,2} = G_{a,3}$$

$$G_{a,1} x_1 + G_{a,2} x_2 = G_{a,3} x_3 \quad \text{j con } G_v = G_a x$$

→ Bilancio energetico

$$\sum_{j=1}^N G_j h_j = 0 \Rightarrow G_{a,1} h_1 + G_{a,2} h_2 = G_{a,3} h_3$$

⇒ Da qst relazioni si ottiene:

$$\frac{h_1 - h_3}{h_3 - h_2} = \frac{x_1 - x_3}{x_3 - x_2} = \frac{G_{a,2}}{G_{a,1}} \quad \text{①}$$

→ la posiz. 3 (della terza miscela) si trova su una retta che unisce gli stati 1 e 2, su delle zone prelevate, sul diagramma psicrometrico di Mollier

→ Dalla ① si deduce che se $G_{a,2}$ è molto piccola allora anche $(h_1 - h_3)$ e $(x_1 - x_3)$ sono piccoli ⇒ lo stato 3 è molto vicino allo stato 1

→ \neq se $G_{a,1}$ è molto piccolo → $(h_3 - h_2)$ e $(x_3 - x_2)$ sono piccoli

$$\Rightarrow \boxed{G_{pb} (h_2 - h_u) = G_s (h_s - h_2)} \Rightarrow \frac{G_{pb}}{G_s} = \frac{h_s - h_2}{h_2 - h_u} \equiv f_{bp}$$

$$\boxed{f_{bp} = \frac{x_3 - x_2}{x_2 - x_1}}$$

⇒ è il rapporto tra la portata di aria che supera la batteria e la portata di aria che raggiunge saturaz.

16.11.15

MACCHINE TERMICHE

Gli scopi di una macchina termica possono essere 2:

1. energia termica → energia meccanica
2. energia meccanica → energia termica

→ perché si possa definire macchina di operare in modo ciclico

→ si parla di caratterizz. semplice se opera tra 2 TERMOSTATI
 ⇒ SORGENTE + POZZO

- 1) MACCHINE MOTRICI: si dice che compiono il ciclo diretto → $Q_n = L_n > 0$
- 2) MACCHINE OPERATRICI: compiono il ciclo INVERSO → $Q_n = L_n < 0$

) si dividono in 2 categorie principali:

- Motori termici a gas
- Motori termici a vapore

) tra qst ci sono le macchine frigorifere a compressore di gas o vapore

→ c'è il compressore che comprime la sostanza e qst produce l'effetto frigorifero

- Macchine ad assorbimento di vapori ⇒ la 1° costruita per processi industriali per effetti frigoriferi
- Macchine frigorifere ad elezione

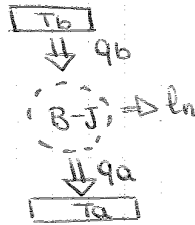
Macchine termiche a gas

- propulsione
 - produzione stazionaria (produce buona parte dell'energia elettrica)
- vengono utilizzati in aerei

• Caratteristiche:

- il fluido è gassoso (⇒ non cambia mai fase)
- sorgente termica è associata alla COMBUSTIONE, può essere interna o esterna.
- Sono macchine alternative (= VOLUTETRICHE)
 - hanno 1 "solo" componente, CILINDRO-PISCONE
 - è il dispositivo che si ipotizza chiuso (anche se non è proprio così)
- oppure possono essere macchine a movimento di fluido
 - hanno + componenti, idealmente collegati da tubaz.
 - ogni componente è specializzato a fare qualcosa
 - ⇒ sono sistemi APERTI

→ può essere semplificato



→ Le trasformazioni sono 4 → 2 ADIABATICHE = scambio di energia meccanica
 → 2 ISOBARE = scambio di energia termica

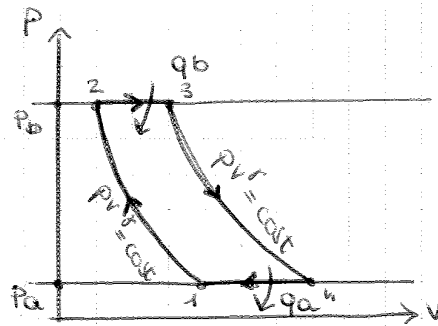
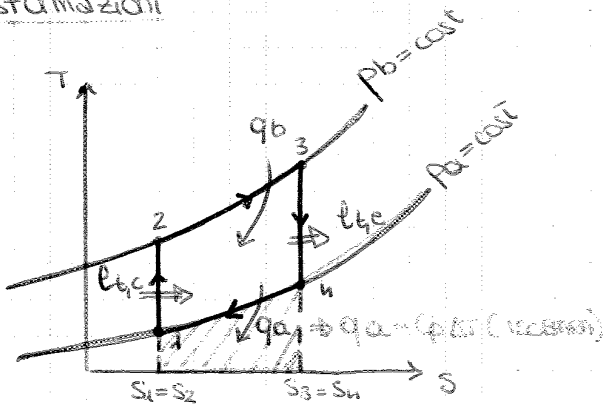
→ se applico il IP al sistema, a titolo

$$\Rightarrow q_b - |q_a| - l_n = 0$$

→ calcolo l'efficienza → $\eta = \frac{l_n}{q_b} = \frac{q_b - |q_a|}{q_b} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|q_a|}{q_b}$

⇒ non è il ciclo di Carnot!

• Trasformazioni



→ $r_p = \frac{p_b}{p_a} \Rightarrow$ RAPPORTO BAROMETRICO DI COMPRESSIONE

⇒ $6 \leq r_p \leq 18$

→ $l_{e,e}$ = lavoro tecnico di espansione = $|l_{c,c}| + l_n$; con $l_{c,c}$ = lavoro tecnico di compress.

→ $\eta = 1 - \frac{q_a(T_u - T_l)}{q_b(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$

→ Trasf. 1-2 ; 3-4 sono gli adiabatiche ⇒ $p v^\gamma = \text{cost}$

→ $p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma \Rightarrow T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (1)$

→ $p_3 v_3^\gamma = p_4 v_4^\gamma \Rightarrow T_3 p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_4 p_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (2)$

→ Da (1) otteniamo $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

→ Da (2) per analogia con (1) otteniamo $\frac{T_3}{T_4} = r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

⇒ abbiamo $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \Rightarrow T_2 T_4 = T_3 T_1 \Rightarrow$ vale per ogni ciclo con 4 poltropiche a 2 a 2 uguali

⇒ ne deriva che $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$

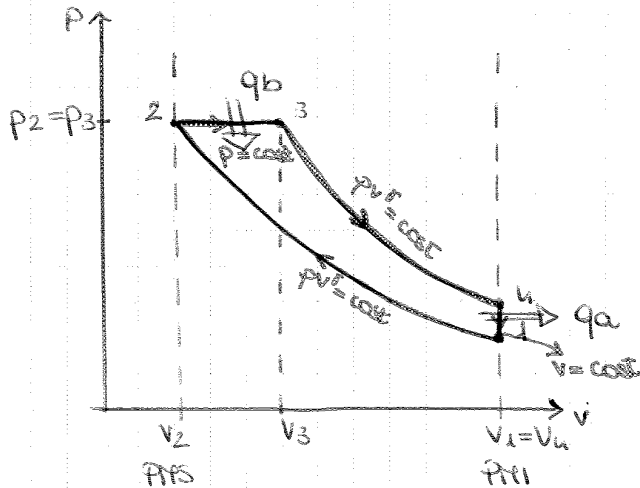
⇒ $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - r_p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

→ Trasfm. 1 → 2

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = r_v^{1-\gamma}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = 1 - r_v^{1-\gamma}}$$

• Diesel



- qnd aspira fluido dall'esterno aspira solo il comburente (ARIA)
- compressione 1 → 2
- La fase di combustione avviene qnd il pistone arretra, i p₁ è fa entrare il combustibile all'interno della massa d'aria e avviene l'incendio 2 → 3
- espansione 3 → 4, in u si aprono le valvole e c'è cessione del calore
- ≠ dal ciclo Otto → v₂ ≠ v₃

$$\Rightarrow \boxed{r_v = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_2}} \Rightarrow \text{RAPPORTO VOLUMETRICO DI COMPRESSIONE}$$

$$\Rightarrow \boxed{r_c = \frac{V_3}{V_2}} \Rightarrow \text{RAPPORTO VOLUMETRICO DI COMBUSTIONE}$$

→ in qst caso le trasformaz. non sono + a 2 a 2 = ⇒ T₁T₃ = T₂T₄ non vale +

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{|q_a|}{q_b} = 1 - \frac{c_v (T_u - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_u - T_1}{\gamma (T_3 - T_2)}$$

→ Trasfm. 1 → 2

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_2 r_v^{1-\gamma} \quad \textcircled{1}$$

→ Trasfm. 2 → 3

$$\frac{RT_2}{V_2} = \frac{RT_3}{V_3} \Rightarrow T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2} = T_2 r_c \quad \textcircled{2}$$

→ Trasfm. 3 → 4

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_u V_u^{\gamma-1} \Rightarrow T_u = T_3 \left(\frac{V_3}{V_u} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_u = T_3 \left(\frac{V_3}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_u} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_u = T_3 \left(\frac{r_c}{r_v} \right)^{\gamma-1}$$

→ sostituisco al posto di T₃ la ②

$$\Rightarrow T_u = T_2 r_c^{\gamma} \cdot r_v^{1-\gamma} \quad \textcircled{3}$$

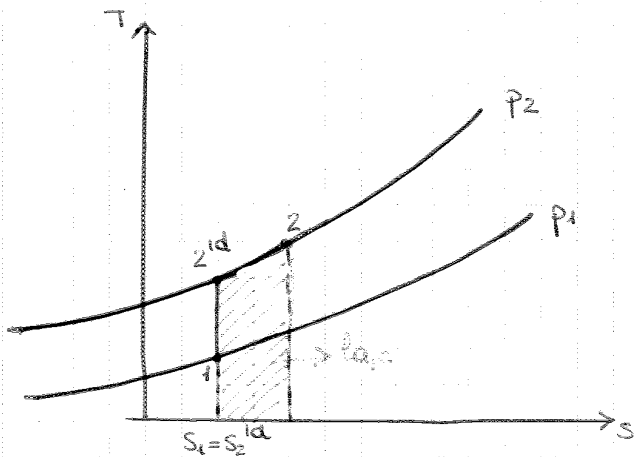
$$\Rightarrow \text{sostituisco } \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ in } \eta = 1 - \frac{T_u - T_1}{\gamma (T_3 - T_2)}$$

$$\Rightarrow \eta_{t,c} = \frac{h_{t,c}}{h_{t,c}^{id}} \Rightarrow h_2 - h_1 = \frac{h_2^{id} - h_1}{\eta_{t,c}} \Rightarrow \boxed{h_2 = h_1 + \frac{h_2^{id} - h_1}{\eta_{t,c}}} \quad (31)$$

$$\Rightarrow \text{se il gas \u00c8 IDEALE} \Rightarrow \cancel{c_p} (T_2 - T_1) = \frac{\cancel{c_p} (T_2^{id} - T_1)}{\eta_{t,c}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 = T_1 + \frac{T_2^{id} - T_1}{\eta_{t,c}}} \Rightarrow \text{essendo } \eta_{t,c} < 1 \Rightarrow \boxed{T_2 > T_2^{id}}$$

\u2192 per via dell'irreversibilit\u00e0 di spendere i quantit\u00e0 > di energia per raggiungere le stesse condiz. di i processo reversibile



\u2192 Trasm. ideale \u2192 entropia costante

\u2192 Nel caso reale abbiamo $T_2 > T_2^{id}$
Sempre sulla stessa isobara
\u2192 $s_2 > s_2^{id}$

$$\Rightarrow \text{I.P.: } s_2 - s_1 = s_{irr} \quad (q=0)$$

$$\Rightarrow s_2 > s_1 \equiv s_2^{id}$$

$$h_{t,c} = h_{t,c}^{id} - l_{a,c} \Rightarrow -c_p (T_2 - T_1) = -c_p (T_2^{id} - T_1) - l_{a,c}$$

$$\Rightarrow l_{a,c} = c_p (T_2 - T_2^{id}) > 0 \text{ perch\u00e9 } T_2 > T_2^{id}$$

\u2192 calore scambiato lungo l'ISOBARA
\u2192 in qst caso \u00e8 p_2
 $\equiv q$ perso per compressione

\u2192 Espansione

$$\boxed{\eta_{t,e} = \frac{h_{t,e}}{h_{t,e}^{id}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{0 \leq \eta_{t,e} \leq 1}$$

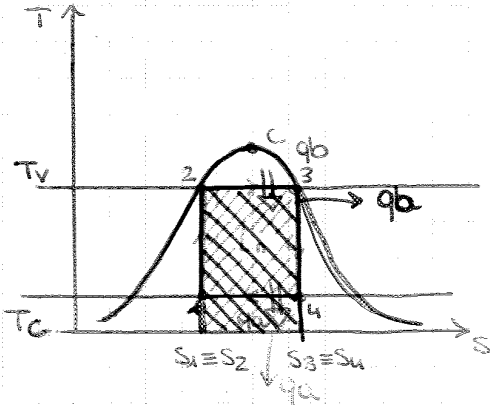
$$j \text{ con } h_{t,e} = h_{t,e}^{id} - l_{a,e} \Rightarrow \frac{h_{t,e}}{h_{t,e}^{id}} < 1$$

$$\Rightarrow \boxed{h_{t,e} < h_{t,e}^{id}}$$

\u2192 se espando il fluido nelle condiz. reali ottengo meno lavoro di qnt. re. ottenuta nel caso ideale

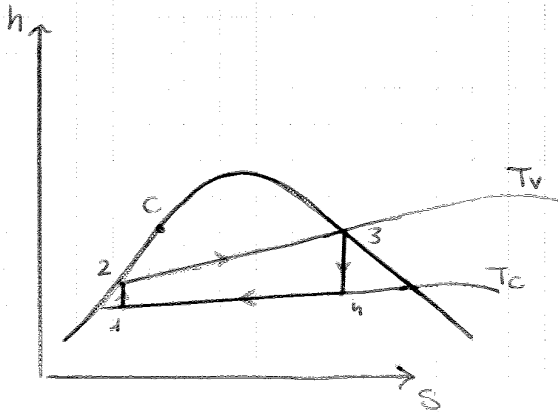
$$\Rightarrow \text{gas IDEALE} \Rightarrow \eta_{t,e} = \frac{-\cancel{c_p} (T_u - T_3)}{-\cancel{c_p} (T_u^{id} - T_3)} = \frac{T_3 - T_u}{T_3 - T_u^{id}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_u = T_3 - \eta_{t,e} (T_3 - T_u^{id})} \Rightarrow T_u > T_u^{id}$$



- in qst caso il fluido usato è H_2O ⇒ moto ≠ da 1 gas ideale
- bisogna fare riferimento alla curva limite
- $T_v = T_{di}$ vaporizzaz.
- $T_c = T_{di}$ condensaz.
- per qualunque p , fissata, a cui div. avvenire la vaporizzaz / condensaz. si individuano 2 livelli termici
- se $qst p < p_c$ (p critica) si assai. la T_v, T_c sono costanti sul' interno della curva limite.

\Rightarrow essendo i due ideali gli scambi meccanici nella T_v e nel T_c sono **ADIBATICI** e **ISOENTROPICI**
 \Rightarrow gli scambi di energia termica avvengono a $T, p = cost$
 \Rightarrow perché siano sull'interno della curva limite → se uscissimo dalla curva limite le isobare non corrisponderebbero + a delle isoterme



$\rightarrow \eta = 1 - \frac{|q_c|}{q_b} = 1 - \frac{h_u - h_1}{h_3 - h_2}$ per IP: $q - \dot{t} = \Delta h \Rightarrow q = \Delta h$

$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_c (s_u - s_1)}{T_v (s_3 - s_2)}$

$\eta = 1 - \frac{T_c}{T_v}$

\uparrow
 $s_u - s_1 = s_3 - s_2$

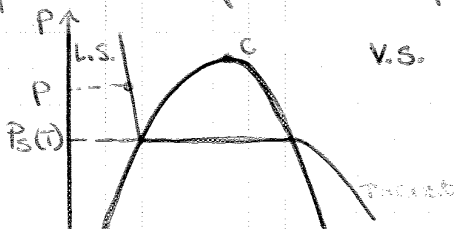
→ per Trasf. 1→2 → IP: $q - \dot{t}_{1,2} = \Delta h \Rightarrow -\dot{t}_{1,2} = h_2 - h_1 \Rightarrow \boxed{\dot{t}_{1,2} < 0}$

→ per trasf. 3→4 → IP: $q - \dot{t}_{3,4} = \Delta h \Rightarrow -\dot{t}_{3,4} = h_u - h_3 \Rightarrow \boxed{\dot{t}_{3,4} > 0}$

$\Rightarrow \boxed{\dot{t}_n = \dot{t}_{3,4} + \dot{t}_{1,2} = (h_3 - h_u) + (h_2 - h_1)}$

Inconvenienti per Girrot

- La compressione avviene nel vapore umido (all'interno delle curve limite) → comprimere 1 fluido che presenta 2 fasi è molto difficile
 \Rightarrow l'efficienza di compressione è molto bassa perché il liquido rimane poco e per essere compresso, il vapore molto di +
- L'espansione nel vapore umido è poco efficiente e presenta il problema della CAVITAZIONE



- Il fatto che qualcosa si muova nel fluido nella fase liquida crea delle regioni in cui si verifica l'abbassamento di p
- se si muove localmente la velocità, in quel pto si abbassa la p (teorema di Bernoulli)
- si può ipotizzare che il fluido sia a 1 certo livello di tensione p ma che localmente la p

→ $q_b = h_3 - h_2 > 0$; $q_a = h_1 - h_u < 0$

→ $\eta^{id} = 1 - \frac{|q_a^{id}|}{q_b} = 1 - \frac{T_c (s_u^{id} - s_1)}{\bar{T}_v (s_3 - s_2)}$, $\bar{T}_v =$ temperatura media di vaporizzaz. in modo che q_b equivalga all'area sottostante a \bar{T}_v , di base $s_3 - s_2$

→ $\eta^{id} = 1 - \frac{T_c}{\bar{T}_v}$; $\eta = 1 - \frac{h_1 - h_u}{h_3 - h_2}$ per ciclo reale

→ possiamo vedere $T = \left(\frac{dh}{ds}\right)_{p=cost}$ ⇒ $\bar{T}_v = \frac{h_3 - h_2}{s_3 - s_2} = \frac{q_b}{s_3 - s_2}$ ⇒ $q_b = \bar{T}_v (s_3 - s_2)$

→ poiché $\bar{T}_v < T_v$ e $\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_v}$

⇒ $\eta_{carnot} > \eta^{id}_{Rankine}$

• Effetto delle irreversibilità

$\eta_{is,e} = \frac{t_{t,e}}{t_{t,e}^{id}}$, con $t_{t,e} = -(h_u - h_3)$ per IP
 $t_{t,e}^{id} = -(h_u^{id} - h_3)$

⇒ $\eta_{is,e} = \frac{h_3 - h_u}{h_3 - h_u^{id}}$ ⇒ $h_u = h_3 - \eta_{is,e} (h_3 - h_u^{id})$ ⇒ $h_u \geq h_u^{id}$

→ Come det. h_u^{id} ?

$h_u^{id} = h_{s_1} (1 - x_u^{id}) + x_u^{id} h_{s_3}$

↓
 del liquido saturo ↓
 massa di liquido presente nello stato h_u^{id}

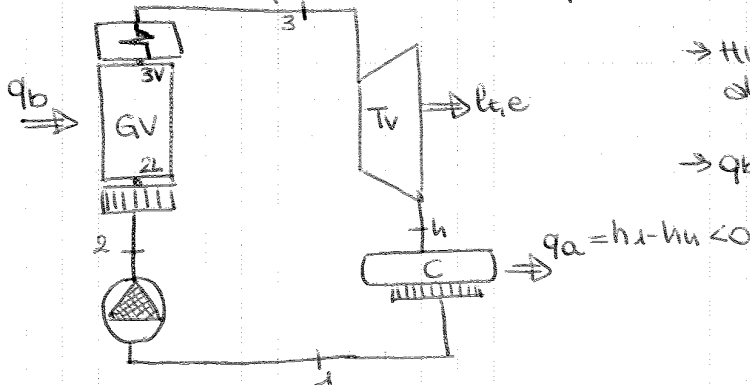
→ sono i valori detti dalla lettura delle tabelle tramite x_u^{id}

→ $x_u^{id} = \frac{s_3^{id} - s_1}{s_{uv} - s_1} = \frac{s_3 - s_1}{s_{uv} - s_1} = x_u^{id}$

→ Se viene ridotto $\eta_{is,e}$ lo stato h sarebbe vicino allo stato h_u^{id} , lo stato h_u^{id} non deve essere troppo nella regione del vapore umido

• Ciclo Rankine-HIM (a vapore surriscaldato)

HIM modifica l'impianto di Rankine per ridurre il deterioramento della TV



→ HIM aggiunge 1 sezione di surriscaldamento al GV

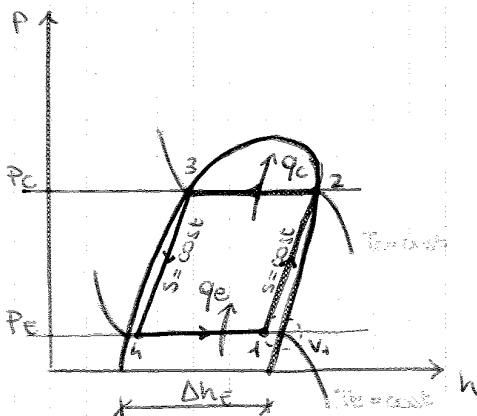
→ $q_b = h_3 - h_2$ con 3 nella regione V.S., non sulla curva limite

34

- ⇒ è stata modificata la molecola dell'R12 ottenendo l'R22 che è un HFC (= idrofluorocarburi)
- sottraggono atomi di Cl alla molecola sostituendoli con atomi di H
- l'R22 ha $lgWP = 1500$ e $ODP = 0,66$
- dopo l'R22 si è passati a HFC (= idrofluorocarburi) ⇒ $ODP = 0$
- ⇒ si ottiene l'R134a
- è un fluido meno performante del p.v. frigorifero ⇒ spendo + energia per ottenere lo stesso effetto ⇒ anche questo consumo di energia ha un impatto ambientale

- Oggi si usano delle miscele che hanno lo stesso comportamento dei fluidi puri
 - ci sono miscele AZEOTROPICHE → se $p = cost \Rightarrow T = cost$
 - miscele ZEOTROPICHE → se $p = cost \Rightarrow T \neq cost$ (T cambia durante il cambiamento di fase)

• Ciclo di Carnot inverso (a basse temperature)



- diagramma dei FRIGORISTI
- fissi p e le temperature sono i conseguenza delle p scelte
- le trasformaz. sono 2 ISOTERMICHE e 2 ISENTROPICHE
- entropia cresce con h
- q_e = calore portato dalla cella che voglio mantenere fredda

→ l'efficienza è pari a $E_f = \frac{T_c - T_e}{T_c}$, di fissare T_c in modo che mi consenta

di cedere q nella fase di compressione ⇒ $T_c >$ della temperatura dell'ambiente esterno

- $T_c \cong 300k$ ⇒ se T_e diventa molto bassa E_f diminuisce, diventa < 1
- T_e di comunque essere sufficientemente basso perché di prendere qualcosa dalla cella frigorifera ⇒ T_e di essere + basso della T della cella

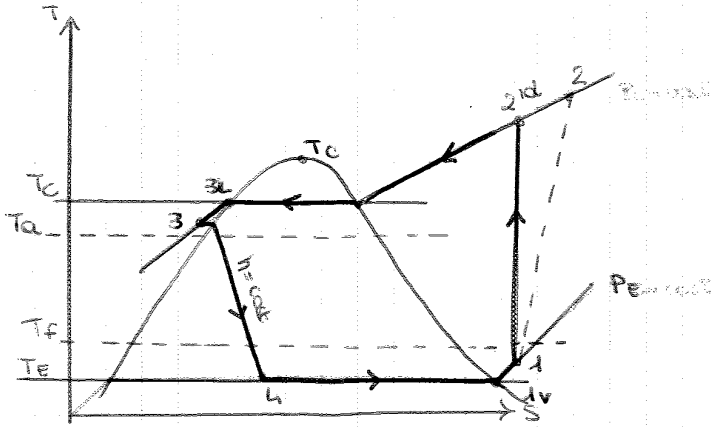
→ E_f può anche essere scritta ⇒ $E_f = \frac{q_e}{|l_{t,c}|}$

con $|l_{t,c}| = \frac{q_e}{T_e} (T_c - T_e)$ → se q_e è una quantità finita, e $T_e \rightarrow 0 \Rightarrow |l_{t,c}| \rightarrow +\infty$

⇒ non manco che scende la T_e la quantità di E richiesta cresce in modo esponenziale

⇒ si parla di basse temperature per $T_e > 123k$ e criogenia per $T_e < 123k$

- La realizzazione del ciclo di Carnot inverso prevederebbe l'utilizzo di un compressore e di una turbina → la turbina dovrebbe andare a sfruttare il $l_{t,e}$ prodotto durante l'espansione 3⇒4
- quest'espansione, però, produce una quantità di E minima
- la trasformaz. 3⇒4 risulta sul diagramma quasi una linea verticale ⇒ $\Delta h \rightarrow 0$
- ⇒ questa piccola $l_{t,e}$ minima
- non ha senso utilizzare una turbina ⇒ il ciclo di Carnot viene semplificato

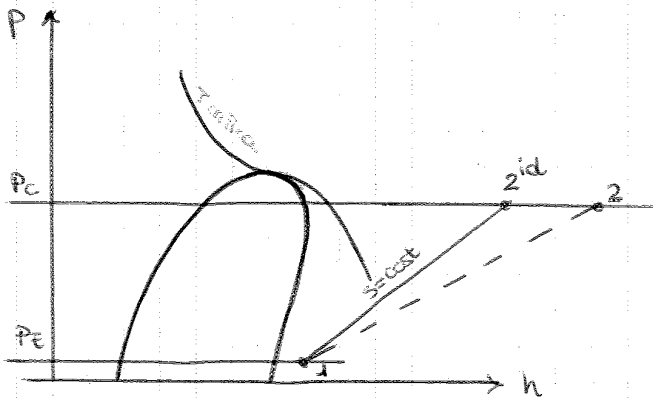


→ 3 → 4 ⇒ laminatione
 ⇒ la laminatione nella regione dell'L.S. è isoterma ±
 → ma ho l'aumento ≠ nella regione di vapore umido

→ facendo il bilancio su S.R. che è adiabatico ⇒ $h_3 + h_1 - h_2 - h_4 = 0$
 → $(h_1 - h_4) = (h_2 - h_3) = |q_r|$ ⇒ calore di rigenerazione ⇒ quota di energia termica che il fluido che passa da 1-4 riceve da quello che va da 3-2

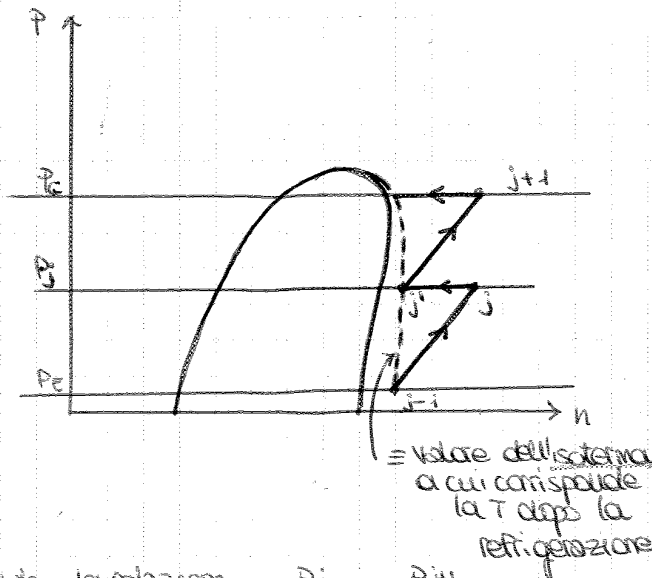
23.11.15

o Compressione multiple



→ lo stato 2 potrebbe trovarsi a temperature molto elevate
 → molto > della T critica

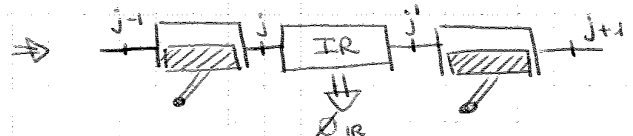
⇒ le compressioni multiple servono a ridurre qst problema



→ aggiungiamo dei livelli intermedi di p

→ Alla fine della prima compressione si procede a 1 interrefrigerazione e poi a tutta compressione

→ qst consente di raggiungere 1 temperatura al stato 2, molto + bassa



→ $P_j = \left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{1/N}$ con N = n° di stadi

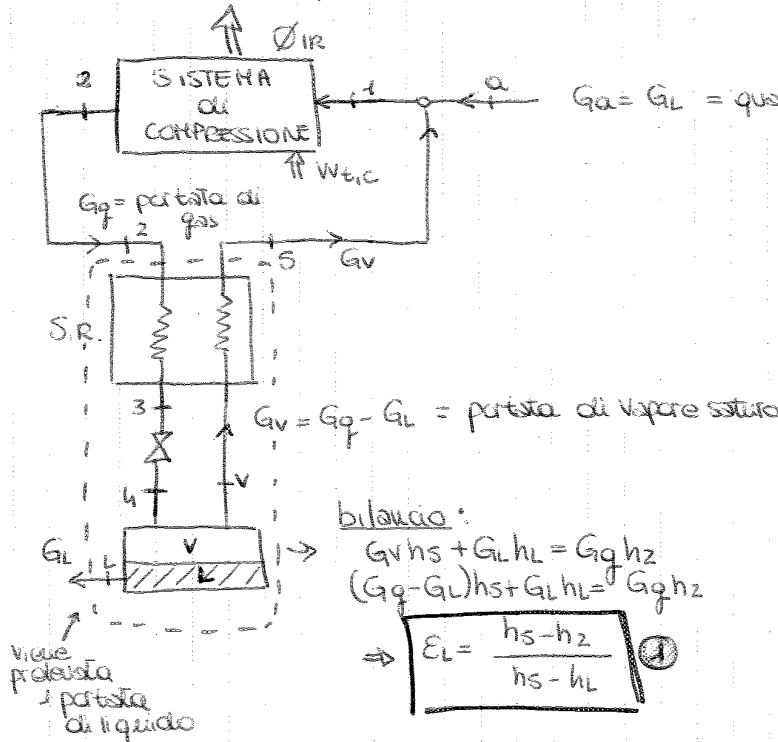
→ vale la relazione $\frac{P_j}{P_{j-1}} = \frac{P_{j+1}}{P_j}$

⇒ $P_j = \sqrt{P_{j-1} \cdot P_{j+1}}$

LIQUEFAZIONE DI GAS (criogenia)

La liquefazione dei gas avviene tramite il processo noto come PROCESSO LINDE SEMPLICE

- prevede:
 1. compressione multipla
 2. Scambiatore rigenerativo
 3. separazione delle fasi



$G_a = G_L =$ quantità di gas disponibile a temperatura ambiente (T_a) e pressione p_a che viene miscelata con la portata di vapore G_v per ottenere il fluido allo stato 1

⇒ con $T_2 = T_a$, e T_1 leggermente inferiore di T_a

⇒ $p_1 = p_5 = p_u = p_a = p_L = p_v$
 → le pressioni dopo la laminazione sono circa pari a p_a

⇒ $p_{max} \approx 200 \text{ bar} = p_2 = p_3$

bilancio:

$$G_v h_s + G_L h_L = G_g h_z$$

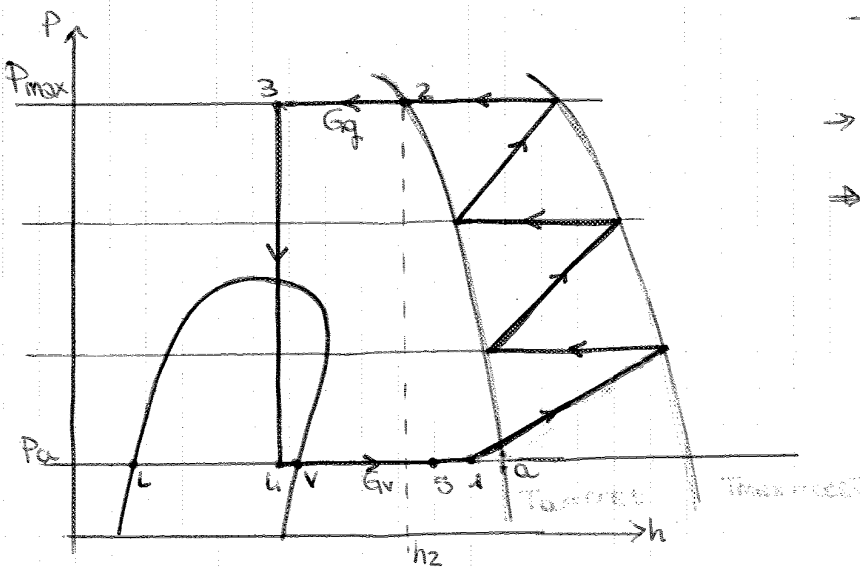
$$(G_g - G_L) h_s + G_L h_L = G_g h_z$$

$$\Rightarrow E_L = \frac{h_s - h_z}{h_s - h_L} \text{ (1)}$$

→ L'interesse è massimo avere il risultato della RETA LIQUIDA

→ $\frac{G_L}{G_g} = E_L$; con $\frac{G_v}{G_g} = x_u$

⇒ $E_L = \frac{G_L}{G_g} = 1 - x_u$ → + è alto il titolo → + è bassa la resa



→ in qst caso abbiamo 1 tripla compressione

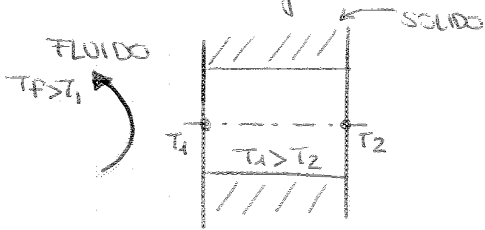
→ Da (1) → per diagramma $h_L < h_s$
 ⇒ denominatore > 0

⇒ di essere ⊕ anche numeratore

⇒ $h_s > h_z$ con $T_2 > T_5$
 → anche se dal diagramma non viene fuori qd relazione

• Convezione

È il movimento apparente di materia, i dei 2 sistemi di essere necessariamente il fluido (sia in fase gassosa che liquida)



→ Il flusso conduttivo \equiv con-flusso convettivo nella zona di interfaccia

→ $\varphi = \frac{\lambda}{s} (T_1 - T_2) \equiv \alpha (T_F - T_1) = \varphi \Rightarrow$ RELAZIONE EMPIRICA DI NEWTON

→ con $\alpha =$ coefficiente di convezione termica ; $[\alpha] = \frac{W}{m^2 K}$

- $1 < \alpha < 10^5$
- per i gas : $1 < \alpha < 10$
- per i liquidi : $10 < \alpha < 10^3$
- per i camb. di fase : $10^4 < \alpha < 10^5$

• Irraggiamento

Riguarda fenomeni oscillatori, tutti i sistemi con $T >$ allo zero assoluto

→ $\varphi \propto T^n \Rightarrow$ il flusso specifico è proporzionale a T^n (k)

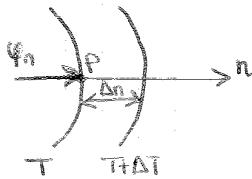
→ $\varphi_{1 \rightarrow 2} \propto T_1^n$; $\varphi_{2 \rightarrow 1} \propto T_2^n \Rightarrow \varphi_{1,2} \propto (T_1^n - T_2^n)$ con $T_1 > T_2$

→ sono relazioni non lineari

EQUAZIONI PER LA CONDUZIONE

POSTULATO DI FOURIER

Immaginiamo 2 superfici isoterme



→ $\varphi_n =$ flusso scambiato nel p.to P calcolato alla direz. normale n

→ $\varphi_n = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\lambda_n}{\Delta n} [T - (T + \Delta T)]$ ①

→ φ e λ sono scalari rispetto alla direz. $n \Rightarrow$ se cambio p.to di osservaz. cambia il flusso

→ Da ① otteniamo $\varphi_n = -\lambda_n \frac{\partial T}{\partial n}$ → derivata parziale di T , potrebbe dipendere anche dal t

→ Il postulato di Fourier non vale per il microscopico o per il discreto \Rightarrow \exists delle eq. correttive

→ Il flusso può essere interpretato come vettore, \Rightarrow λ_n invece viene detto TENSORE

↓
 i materiali ANISOTROPI sono materiali le cui proprietà di conduzione dipendono dalla direz. che prende in considerazione.
 }
 vettore che cambia modulo e sec. ostia. direz. cambia \Rightarrow vale per i materiali ANISOTROPI

$\Rightarrow u_v = \rho c (T - T_{ref}) \rightarrow$ la (3) può essere scritta come $\frac{dU}{dt} = \int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV$

\rightarrow Per il teorema di Gauss l'integrale di superficie può essere scritto come integrale di volume
 \Rightarrow la (3) può essere scritta come

$\phi_s = - \int_V \text{div}(\vec{\phi}_s) dV$, con $\text{div}(\vec{\phi}_s) = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z}$

$\Rightarrow \text{div}(\vec{\phi}_s) = \text{div}[-\lambda \nabla(T)] = \frac{\partial}{\partial x}[-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y}[-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z}[-\lambda \frac{\partial T}{\partial z}]$, dove $\phi_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$, $\phi_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$, $\phi_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$

$\Rightarrow \boxed{\text{div}(\vec{\phi}_s) = -\lambda \nabla^2(T)}$ (4)

con $\nabla^2(T) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Rightarrow$ LAPLACIANO della T

\rightarrow sostituendo nel IP gli integrali sono di volume , quindi posso eguagliare gli argomenti

$\Rightarrow -\text{div}(\vec{\phi}_s) + H = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow$ sostituisco (4)

$\Rightarrow \lambda \nabla^2(T) + H = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow$ EQ. GENERALE della CONDIZ. (per gli isotropi)
 \rightarrow con λ indipendente dalla T!

\rightarrow divido l'eq. generale per λ

$\Rightarrow \nabla^2(T) + \frac{H}{\lambda} = \frac{\rho c}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}$

\rightarrow sono le proprietà $\Rightarrow \boxed{\frac{\lambda}{\rho \cdot c} = a} \Rightarrow$ DIFFUSIVITA' termica
 $[a] = m^2/s$

\Rightarrow l'eq. generale viene scritta come:

$\boxed{\nabla^2(T) + \frac{H}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}}$

\rightarrow tutti i termini sono espressi in k/m^2

• Caso stazionario

$\nabla^2(T) + \frac{H}{\lambda} = 0$

\rightarrow può anche non esserci generazione di calore interno $\rightarrow \phi_G = 0$
 $\Rightarrow H = 0$

$\Rightarrow \boxed{\nabla^2(T) = 0}$

• Caso cartesiano ortogonale

$\nabla^2(T) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \rightarrow$ non è l'eq. che siamo in grado di risolvere

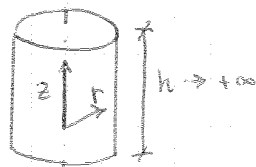
\rightarrow siamo in grado di risolvere quest'eq. nel caso in cui solo 1 delle direz. risulti non nulla

• Caso dello strato piano (stazionario e $H=0$)

$\boxed{\nabla^2(T) = \frac{d^2 T}{dx^2} = 0}$

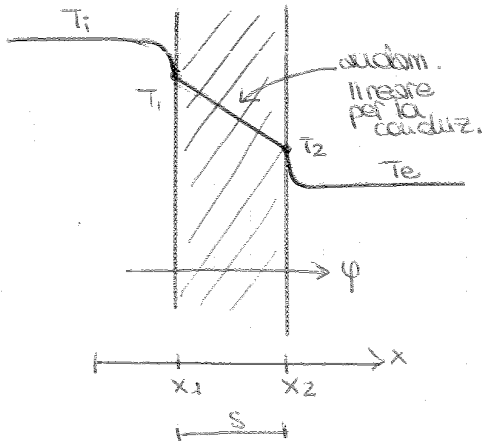
• Cartesiano cilindrico (r, z)

$\nabla^2(T) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$



$\Rightarrow \boxed{\nabla^2(T) = \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0}$ perché consideriamo $h \rightarrow \infty$

→ uso le condiz. al contorno del III tipo → si presuppone la presenza di convezione



- $T_1 > T_e \Rightarrow$ l'aumento delle T per convez. non è lineare
- in $x = x_1 \Rightarrow -\lambda \frac{dT}{dx} = \alpha_1 (T_1 - T_1) = \phi \Rightarrow$ flusso scambiato sui contorni in $x = x_1$
- in $x = x_2 \Rightarrow -\lambda \frac{dT}{dx} = \alpha_e (T_2 - T_e) = \phi$
- il flusso per conduzione $\Rightarrow \phi = +\frac{\lambda}{s} (T_1 - T_2)$

→ netto tt a sistema

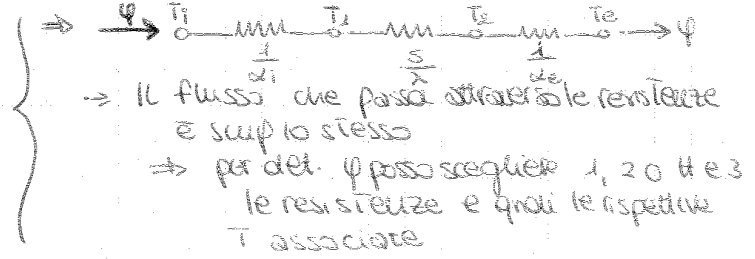
$$\begin{cases} \phi = \alpha_1 (T_1 - T_1) \\ \phi = \frac{\lambda}{s} (T_1 - T_2) \\ \phi = \alpha_e (T_2 - T_e) \end{cases} \quad \begin{cases} \phi \frac{1}{\alpha_1} = (T_1 - T_1) \\ \phi \frac{s}{\lambda} = T_1 - T_2 \\ \phi \frac{1}{\alpha_e} = T_2 - T_e \end{cases}$$

$$\phi \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e} \right) = T_1 - T_e$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{T_1 - T_e}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}}$$

→ gli addendi a denominatore sono delle resistenze termiche

$\Rightarrow \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_e} =$ resistenze convettive

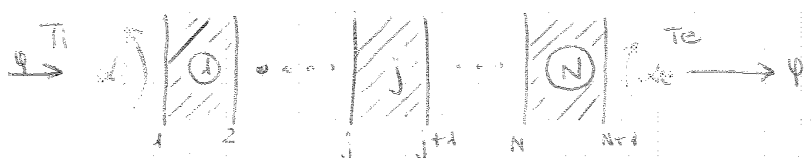


ϕ può anche essere scritto come

- $\Rightarrow \phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda}}$
- $\Rightarrow \phi = \frac{T_1 - T_e}{\frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}}$
- $\Rightarrow \phi = \frac{T_1 - T_1}{\frac{1}{\alpha_1}}$ ecc.

3.12.15

• Parete multistrato (N strati)



$$\Rightarrow \phi = \frac{T_1 - T_e}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^N \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_e}}$$

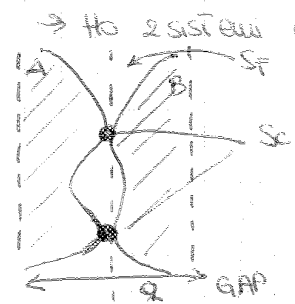
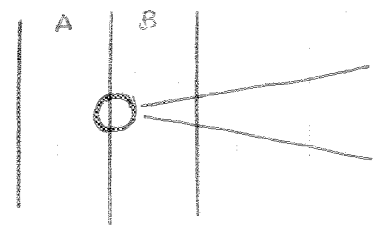
$$\phi = \frac{T_j - T_{j+1}}{\frac{s_j}{\lambda_j}}$$

$$\Rightarrow \phi = k (T_1 - T_e)$$

con $k =$ TRASMITTANZA = $\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^N \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_e}}$

$\Rightarrow \frac{1}{k} =$ RESISTENZA TERMICA COMPLESSIVA

• Resistenza di contatto



→ Ho 2 sistemi A e B

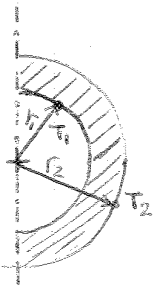
- i p. caratteristici di contatto sono 2
- le superfici non sono perfette
- la perf. regione di contatto è < di quella che appare

Se indichiamo $\lambda_m = \lambda_0 [1 + b(T_m - T_0)]$ e ricadiamo $S = x_2 - x_1$

$$\Rightarrow \psi = \frac{\lambda_m}{S} (T_1 - T_2)$$

STRATO CILINDRICO (stazionario, $H=0$)

Il laplaciano per lo strato cilindrico è $\nabla^2(T) = \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0$



→ indichiamo con $u = r \frac{dT}{dr}$, con $r_1 \leq r \leq r_2 \Rightarrow r \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{du}{dr} = r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr}$$

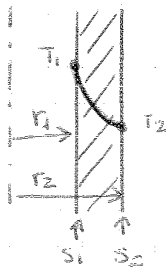
$$\Rightarrow \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} \frac{1}{r} \equiv \nabla^2(T) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{du}{dr} = 0 \Rightarrow u = B = \text{cost}$$

→ sostituisco u in ① $\Rightarrow B = r \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{B}{r} \Rightarrow \frac{dT}{dr} \text{ non } \neq \text{cost}$

→ se integro abbiamo $T = B \ln(r) + C$

→ prendiamo piccola porzione di strato



→ condiz. al contorno del I tipo \Rightarrow fissiamo le temperature

$$\Rightarrow r = r_1 \Rightarrow T = T_1 \Rightarrow T_1 = B \ln(r_1) + C$$

$$\Rightarrow r = r_2 \Rightarrow T = T_2 \Rightarrow T_2 = B \ln(r_2) + C$$

$$T_2 - T_1 = B \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$\Rightarrow B = \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad ; \quad \frac{dT}{dr} = \frac{T_2 - T_1}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

→ sostituendo abbiamo:

$$C = T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln(r_1) \Rightarrow T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)$$

$$\Rightarrow \psi = -\lambda \frac{dT}{dr} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{r}{\lambda} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \psi$$

$\Rightarrow r$ è il raggio della superficie alla quale il flusso è riferito

$$\Rightarrow \psi_{s1} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{r_1}{\lambda} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad ; \quad \psi_{s2} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{r_2}{\lambda} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \Rightarrow \text{qst 2 quantità sono } \neq$$

$$\Rightarrow \text{però risulta } \psi_{s1} \cdot r_1 = \psi_{s2} \cdot r_2 \Rightarrow \frac{\psi_{s1}}{\psi_{s2}} = \frac{r_2}{r_1} > 1 \Rightarrow \psi_{s1} > \psi_{s2}$$

\Rightarrow il flusso è $>$ per superfici con raggio $<$

→ flusso per unità di lunghezza $\Rightarrow \phi_L = \frac{\psi \cdot S}{L} = \frac{\psi \cdot 2\pi r L}{L} = 2\pi r \psi$

$$\Rightarrow \phi_L = \frac{2\pi (T_1 - T_2)}{\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \Rightarrow [\phi_L] = \frac{W}{m}$$

STRATO SFERICO (Stazionario, $H=0$)

4.12.15

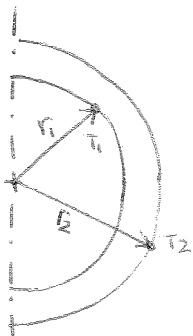
$$\nabla^2(T) = \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} = 0$$

$$\rightarrow u = r^2 \frac{dT}{dr} \rightarrow \frac{du}{dr} = 2r \frac{dT}{dr} + r^2 \frac{d^2T}{dr^2} \quad \text{per } r \neq 0$$

$$\rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{du}{dr} = \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{d^2T}{dr^2} \equiv \nabla^2(T) = 0 \Rightarrow \frac{du}{dr} = 0 \Rightarrow u = \text{cost} = -B$$

$$\Rightarrow -B = r^2 \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{-B}{r^2} \Rightarrow \boxed{T = \frac{B}{r} + C} \rightarrow \text{andamento iperbolico}$$

→ Usiamo le condiz del I tipo ⇒ fissiamo la T



$$\begin{aligned} \rightarrow r = r_1 &\Rightarrow T = T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{B}{r_1} + C \\ \rightarrow r = r_2 &\Rightarrow T = T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{B}{r_2} + C \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = \frac{B}{r_1} + C \\ T_2 = \frac{B}{r_2} + C \end{cases} \Rightarrow T_2 - T_1 = B \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow B &= \frac{T_2 - T_1}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}} & C &= T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}} \cdot \frac{1}{r_1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right)}$$

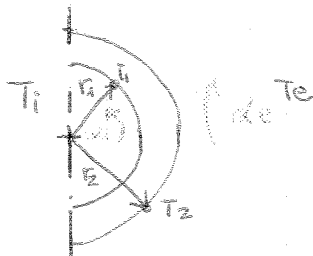
con $r_1 \leq r \leq r_2$

$$\rightarrow \varphi = \lambda \frac{dT}{dr} = \lambda \frac{B}{r^2} \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{T_2 - T_1}{\frac{r^2}{\lambda} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)}}$$

$$\rightarrow \text{IL FLUSSO COMPRESSIVO} \Rightarrow \Phi = \varphi S = u \pi r^2 \varphi \Rightarrow \boxed{\varphi_{S1} r_1^2 = \varphi_{S2} r_2^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi = \frac{4\pi r_1^2 (T_2 - T_1)}{\frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)}}$$

→ Immaginiamo una convezione → III tipo



→ Con calcoli simili allo strato cilindrico otteniamo

$$\boxed{\varphi_{S1} = \frac{T_1 - T_e}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{r_1^2}{\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{r_1^2}{\alpha_e}}$$

RESISTENZA TERMICA
NELLA DIFFUSIONE
ESTERNA E INTERNA
E CICLO INIBIZIONE

$$\boxed{\varphi_{S2} = \frac{T_1 - T_e}{\left(\frac{r_2^2}{\alpha_2} \right) \frac{1}{\alpha_1} + \frac{r_2^2}{\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{\alpha_e}}$$

RESISTENZE
CONDIZIONE

RESISTENZE TERMICHE
NELLA DIFFUSIONE
INTERNA E ESTERNA

→ per risolvere qst situazione bisogna migliorare l'isolante ⇒ diminuire λ !

⇒ perché il materiale sia il buon isolante di avere $\rho_c < \rho_b$

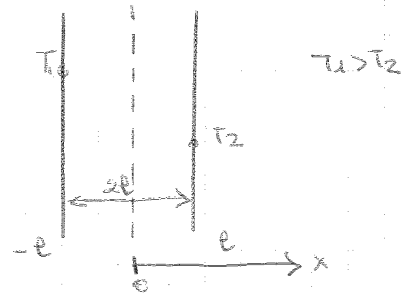
CONDUZIONE CON $H \neq 0$ ($H > 0$)

• Strato piano

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{H}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right) = -\frac{H}{\lambda}$$

→ integro : $\frac{dT}{dx} = -\frac{H}{\lambda} x + B$

→ integro di nuovo : $T = -\frac{H}{\lambda} \frac{x^2}{2} + Bx + C$



⇒ andamento parabolico con concavità rivolta verso il basso perché assumiamo $H > 0$

→ usiamo le condiz. del I tipo:

→ $x = -l \Rightarrow T = T_1 \Rightarrow T_1 = -\frac{H}{\lambda} \frac{l^2}{2} - Bl + C$

→ $x = l \Rightarrow T = T_2 \Rightarrow T_2 = -\frac{H}{\lambda} \frac{l^2}{2} + Bl + C$

$$T_2 - T_1 = B \cdot 2l \Rightarrow B = \frac{T_2 - T_1}{2l}$$

B è nullo solo se il sistema è simmetrico ($T_1 = T_2$) e il vertice sarà nel centro

$$C = T_1 + \frac{H}{2\lambda} l^2 + \frac{T_2 - T_1}{2} l$$

→ sostituisco B e C ⇒ $T = \frac{T_2 + T_1}{2} + \frac{H}{2\lambda} (l^2 - x^2) + \frac{T_2 - T_1}{2} \frac{x}{l}$

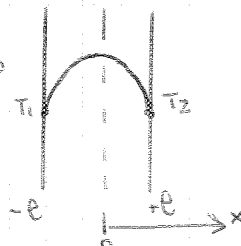
→ $\frac{dT}{dx} = -\frac{H}{\lambda} x + \frac{T_2 - T_1}{2l}$

→ possiamo avere il caso simmetrico con $T_1 = T_2 = T_p$

⇒ $T = T_p + \frac{H}{2\lambda} (l^2 - x^2)$

⇒ T_{max} in $x = 0$

⇒ $\frac{dT}{dx} = -\frac{H}{\lambda} x$

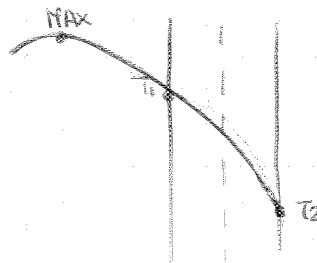


→ calcoliamo il flusso in $x = -l$

⇒ $\varphi(x = -l) = -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=-l} = \frac{\lambda}{2l} (T_1 - T_2) - \frac{Hl}{2}$ ⇒ $\varphi(x) = \frac{\lambda}{2x} (T_1 - T_2) + Hx$

> 0 perché $T_1 > T_2$

⇒ potremmo avere il massimo φ fuori dallo strato prima di T_1 ⇒ $T_1 \equiv T_{max}$ all'interno ⇒ qst avviene per il piccolo (prende 1° termine ⇒ $\varphi(0)$)



• Cilindro pieno (= conduttore elettrico)

€ 12.15

Caso stazionario con $H \neq 0$, $H > 0$

→ $\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{H}{\lambda} = 0$ (1)

→ introduciamo $u = r \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{du}{dr} = \frac{dT}{dr} + r \frac{d^2 T}{dr^2}$

→ $\frac{1}{r} \frac{du}{dr} = \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \equiv \nabla^2(T)$

→ sostituiamo in (1):

$\frac{1}{r} \frac{du}{dr} + \frac{H}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{du}{dr} = -\frac{H}{\lambda} r \rightarrow$ integro: $u = -\frac{H}{\lambda} \frac{r^2}{2} + B$, con $B = \text{cost}$

→ sostituiamo nell'ultima eq. la (2) $\Rightarrow r \frac{dT}{dr} = -\frac{H}{\lambda} \frac{r^2}{2} + B$

$\Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{H}{\lambda} \frac{r}{2} + \frac{B}{r}$

→ sulla superficie del cilindro posso det. il flusso scambiato perché $\phi = -\lambda \nabla(T)$ e io conosco $\nabla(T) \Rightarrow \nabla(T) = \frac{dT}{dr}$ e abbiamo trovato la sua eq.

→ e il ϕ scambiato in condiz. stazionaria è = alla q generata internamente $\Rightarrow H q l$ che è generata internamente e generata = q scambiato sul contorno

$\Rightarrow \phi_G = H v = H \pi r_p^2 L$; $\phi_G = -\lambda S \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_p}$, con $S = 2\pi r_p L =$ superficie laterale del cilindro

$\Rightarrow H \pi r_p^2 L = -\lambda 2\pi r_p L \left(-\frac{H}{\lambda} \frac{r_p}{2} + \frac{B}{r_p} \right) \rightarrow$ B diventa l'unica incognita

→ facendo il passaggio otteniamo $\Rightarrow \boxed{B=0}$

→ risulta quindi $\frac{dT}{dr} = -\frac{H}{\lambda} \frac{r}{2} \rightarrow$ risulta definito anche per $r=0 \rightarrow$ in quel pto si ha il max della T

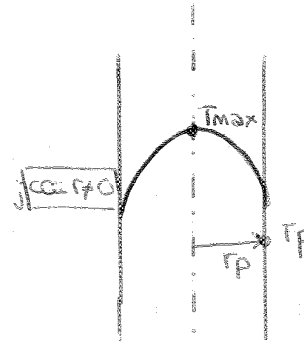
→ integrando otteniamo $\boxed{T = -\frac{H}{\lambda} \frac{r^2}{4} + C}$ (3) → aumento su scala parabolico con max in $r=0$

→ utilizziamo le condiz. del I tipo:

per $r=r_p \Rightarrow T=T_p \Rightarrow T_p = -\frac{H}{\lambda} \frac{r_p^2}{4} + C \Rightarrow \boxed{C = T_p + \frac{H}{\lambda} \frac{r_p^2}{4}}$

→ sostituendo in (3) $\Rightarrow \boxed{T = T_p + \frac{H}{4\lambda} (r_p^2 - r^2)}$

$\Rightarrow \boxed{T_{\max}(r=0) = T_p + \frac{H}{4\lambda} r_p^2}$



$T_p =$ simmetrica sul contorno

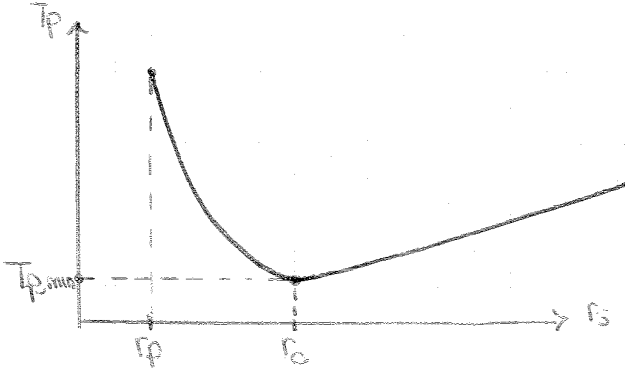
→ se assumiamo $r \neq 0$ e con esse non consideriamo la base del cilindro (è ogni parte all'interno del cilindro ma non la base)

$$\Rightarrow T_p = T_f + \underbrace{\frac{p_e I^2}{\pi r_p^2}}_{\phi_L} \left[\frac{1}{\lambda_g} \ln\left(\frac{r_s}{r_p}\right) + \frac{1}{r_s \alpha_e} \right]$$

→ per $r_s \rightarrow +\infty \Rightarrow T_p \rightarrow +\infty$

→ $\frac{dT_p}{dr_s} = 0 \Rightarrow$ si ha per $r_s = \frac{\lambda_g}{\alpha_e} \equiv r_c \rightarrow$ raggio critico

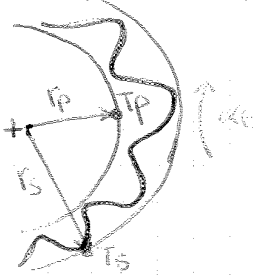
→ in qst caso $r_s \equiv$ con il minimo, non con il massimo come per r_c



→ se prevedo i guai na con spessore pari a $\frac{\lambda_g}{\alpha_e}$

otengo sul tutto del caso la temperatura minima
 $\Rightarrow r_p < r_c$ perché isolante sia efficace

2. Guaina per la sfera piena



→ ipotizziamo noto ϕ_g

$$\Rightarrow \phi_g = \frac{4\pi r_p^2 (T_f - T_s)}{\frac{1}{\lambda_g} \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_s} \right)}$$

$$\Rightarrow \phi_g = 4\pi r_s^2 \alpha_e (T_s - T_f) \Rightarrow T_s = T_f + \frac{\phi_g}{4\pi r_s^2 \alpha_e}$$

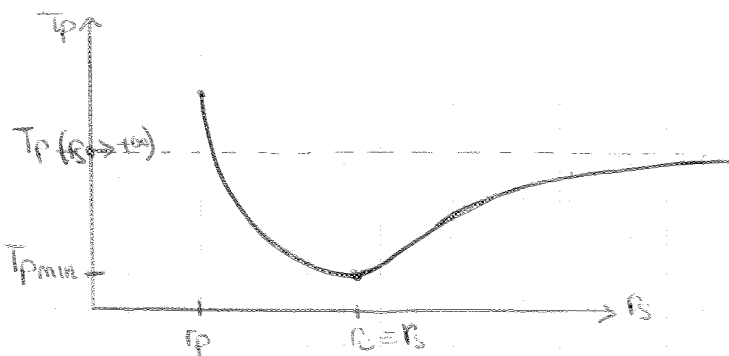
→ eguagliando le 2 eq:

$$\frac{\phi_g}{4\pi} \left[\frac{1}{\lambda_g} \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_s} \right) + \frac{1}{\alpha_e r_s^2} \right] + T_f = T_p$$

→ per $r_s \rightarrow +\infty \Rightarrow T_p \rightarrow T_f + \frac{\phi_g}{4\pi \lambda_g r_p}$

→ stabiliamo $T_p \Rightarrow \frac{dT_p}{dr_s} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dT_p}{dr_s} = \frac{\phi_g}{4\pi} \left(\frac{1}{\lambda_g r_s^2} - \frac{2}{\alpha_e r_s^3} \right) = 0 \text{ per } r_s = \frac{2\lambda_g}{\alpha_e} \equiv \text{RAGGIO CRITICO} \text{ CUI ISOLANTE CUI I SISTEMI}$$



$r_p < r_c$ perché sia efficace l'isolamento

→ Immaginario di area e Altezza piana → $A(x) = A = \text{cost}$
 → $P(x) = P = \text{cost}$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} - \left(\frac{d\vartheta}{\lambda A} \right) \frac{dS}{dx} \vartheta(x) = 0$$

con $S =$ superficie laterale disperdente

$$\rightarrow S = P \cdot x$$

$$\Rightarrow \frac{dS}{dx} = P = \text{cost}$$

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} - \frac{d\vartheta P}{\lambda A} \vartheta(x) = 0$$

\downarrow
 β^2

$$\Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{d\vartheta P}{\lambda A}} \rightarrow m^{-1}$$

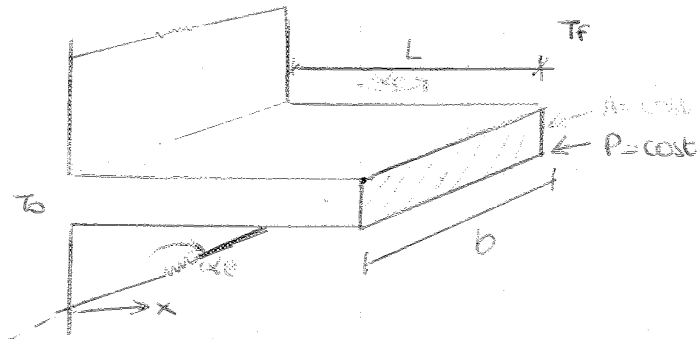
→ in fisica il coeff. che sia il rapporto di una distanza è detto coeff. di estinzione

→ in qst caso si estingue l'eccesso di temp. ϑ con
 → + è alto β + velocità di esting. $\frac{L}{x}$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} - \beta^2 \vartheta(x) = 0$$

10.12.15

$$\rightarrow \vartheta(x) = B e^{-\beta x} + C e^{\beta x}$$



$$\rightarrow \text{in } x=0 \rightarrow \vartheta(x) = \vartheta_0 = T_0 - T_{\infty}$$

$$\rightarrow x=L \rightarrow \frac{d\vartheta}{dx} \Big|_{x=L} = 0 \quad (\Rightarrow \text{punta ADIABATICA})$$

→ all'estremità dell'asta ($x=L$) possiamo impostare $\vartheta = \vartheta_L$ oppure vedere la punta adiabatica (condiz. del tipo)

→ imponiamo le condi z.

$$\begin{cases} \vartheta_0 = B + C \\ \frac{d\vartheta}{dx} \Big|_{x=L} = -\beta B e^{-\beta L} + \beta C e^{\beta L} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \vartheta_0 = B + C \\ B e^{-\beta L} - C e^{\beta L} = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{usiamo } \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad ; \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{otteniamo } B = \frac{\vartheta_0}{2} \frac{e^{\beta L}}{\cosh(\beta L)} \quad ; \quad C = \frac{\vartheta_0}{2} \frac{e^{-\beta L}}{\cosh(\beta L)}$$

$$\Rightarrow \vartheta(x) = \vartheta_0 \frac{\cosh[\beta(L-x)]}{\cosh(\beta L)}$$

→ ECCASSO DI TEMPERATURA per punta ADIABATICA

$$\rightarrow \text{se } x=L \Rightarrow \vartheta_L = \vartheta(L) = \vartheta_0 \frac{1}{\cosh(\beta L)}$$

→ per $L \rightarrow +\infty$ (maggiore per L non così elevato) la T sulla punta è molto simile a T_{∞} (T_0)
 → $\vartheta(L) \approx \vartheta_0$

TRANSITORI TERMICI



→ ipotesi di omogeneità spaziale → T dipende solo dal tempo

→ $\frac{R_{int}}{R_{est}} \ll 1 \rightarrow \frac{R_{int}}{R_{est}} = \frac{V/\lambda}{A \cdot de} \rightarrow \frac{deL}{\lambda} = Bi \rightarrow$ NUMERO DI BIOT
 → $L = \frac{V}{S} \rightarrow Bi \ll 1$

• Lastro piana

$L = S/2 \Rightarrow Bi = \frac{deS}{2\lambda} \ll 1$

• Cilindro
(lunghezza $\rightarrow +\infty$) $L = \frac{r}{2}$

• Sfera $L = \frac{r}{3}$

→ riprendiamo la ϕ_G e ipotizz ϕ_S costante

$\phi_G - deS [T(t) - T_e] = \rho c V \frac{dT(t)}{dt} \Rightarrow \theta(t) = T(t) - T_e$
 $\Rightarrow \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d(T(t))}{dt}$

→ $\phi_G - deS \theta(t) = \rho c V \frac{d\theta(t)}{dt}$

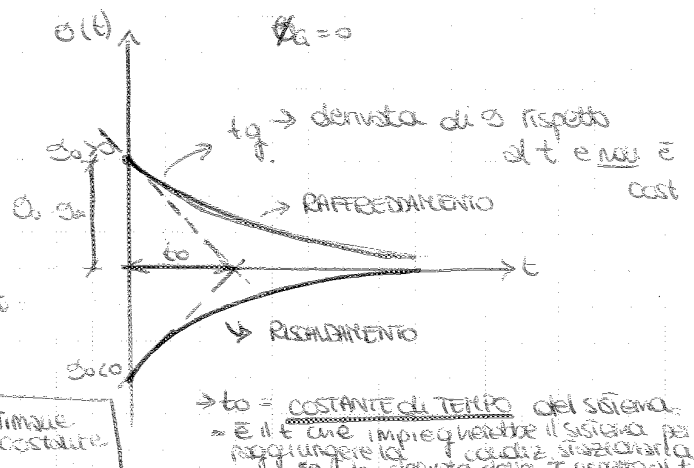
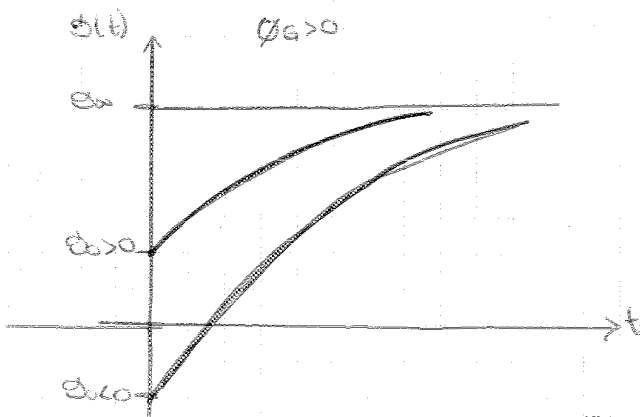
→ $\frac{\phi_G}{deS} - \theta(t) = \frac{\rho c V}{deS} \frac{d\theta(t)}{dt} \Rightarrow \theta_{\infty} - \theta(t) = t_0 \frac{d\theta(t)}{dt}$

→ $\frac{dt}{t_0} = \frac{d\theta(t)}{\theta_{\infty} - \theta(t)} \Rightarrow$ integriamo → $\frac{t}{t_0} = -\ln[\theta_{\infty} - \theta(t)] + c$

→ dobbiamo imporre le condiz. iniziali

→ $t=0 \Rightarrow \theta(t) = \theta_0 = T_0 - T_e$

→ $-\frac{t}{t_0} = \ln \left[\frac{\theta_{\infty} - \theta(t)}{\theta_{\infty} - \theta_0} \right] \Rightarrow \theta(t) = \theta_{\infty} [1 - e^{-t/t_0}] + \theta_0 e^{-t/t_0}$



→ Il flusso ceduto dal solido per conduzione può essere scritto in qst modo

→ $\varphi = -\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s$ → per il postulato di Fourier

→ Il flusso per convez. è pari a qd di conduz.

→ $\varphi = \alpha (T_s - T_f)$

→ posso eguagliare i flussi e dividerli per L → per tener conto della geometria dello strato solido

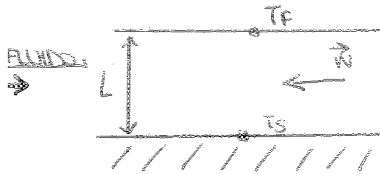
→ $-\frac{\lambda_f}{L} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s = \frac{\alpha}{L} (T_s - T_f)$ → $\frac{\alpha L}{\lambda_f} = - \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s}{\left(\frac{T_s - T_f}{L} \right)}$ = $\frac{\text{GRADIENTE A PARETE}}{\text{GRADIENTE DI REF.}}$

↓
non è n° di Biot
→ Nu = n° di Nusselt

→ $Nu = \frac{\alpha L}{\lambda_f}$

→ è un n° adimensionale
→ con Nu misuriamo α

→ il fluido si muove → immaginiamo di fermarlo
→ $w = 0$



$-\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s = - \frac{T_f - T_s}{L}$ → $Nu = 1$ ⇒ pura conduzione

⇒ gradiente a parete e gradiente di riferimento finirebbero =

ANALISI DIMENSIONALE (vogliamo passare dal DIMENSIONALE all'ADIMENSIONALE)

Sfruttiamo il teorema di BUCKINGHAM

→ bisogna selezionare le grandezze fisiche che riguardano la convezione

- Deflusso (velocità, viscosità)
- Prop. del fluido (viscosità, ρ , λ , c_p)
- Geometria

⇒ $F(\alpha, d, \dot{w}, \lambda, \rho, c_p, \mu) = 0$ ⇒ funzione omogenea che dipende da N grandezze ⇒ $N=7$

$\left. \begin{matrix} [L] \\ [M] \\ [t] \\ [T] \end{matrix} \right\} P = 4 = \text{n° delle unità di misura}$

→ posso scrivere la funzione che dipende da $N-P$ gruppi adimensionali

⇒ $f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) = 0$

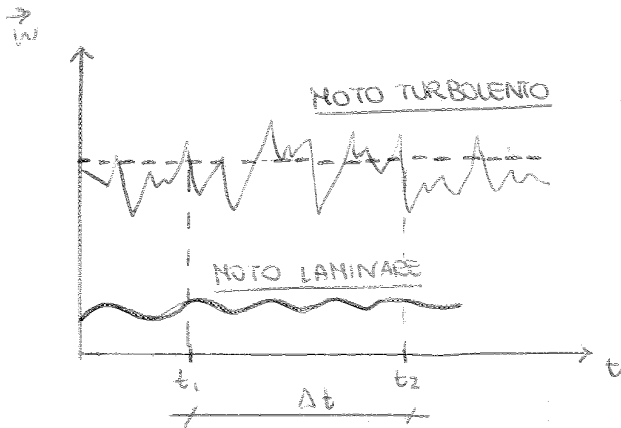
- $\Pi_1 = Nu$
- $\Pi_2 = Re = \text{n° di Reynolds}$
- $\Pi_3 = Pr = \text{n° di Prandtl}$

→ Da qst funzione otteniamo

$Nu \propto B \cdot Re^m \cdot Pr^n$

→ dove B, m, n sono dei coeff. del. sperimentali

REGIMI di MOTO



La velocità del fluido è assolutamente CASUALE
 → viene detto TURBOLENTO

→ si introduce la velocità media \bar{w}

$$\bar{w} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} w dt$$

→ se prevalgono le forze d'inerzia il moto sarà TURBOLENTO e il Re alto
 → se prevalgono le forze viscosse il moto sarà LAMINARE

→ NUMERO DI REYNOLDS = $\frac{\text{FORZE D'INERZIA PER UNITÀ DI VOL.}}{\text{FORZE VISCOSSE PER UNITÀ DI VOL.}}$

$$Re = \frac{\rho \bar{w}^2 L}{\mu}$$

$$Re = \frac{\rho \bar{w} L}{\mu}$$

→ NO ADIMENSIONATO

$$\frac{\mu}{\rho} = \nu \rightarrow \text{VISCOSITÀ CINEMATICA}$$

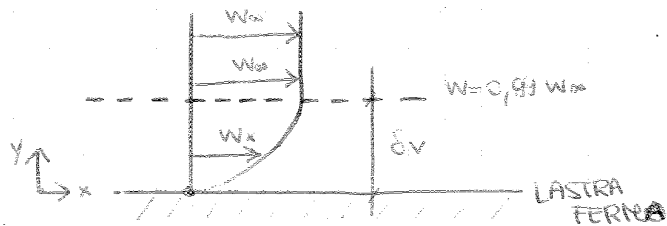
$$Re = \frac{\bar{w} L}{\nu}$$

→ individuiamo il valore critico (Re_c) che dipende dalla geometria

→ se $Re \leq Re_c \rightarrow$ IL regime è LAMINARE

→ se $Re > Re_c \rightarrow$ IL regime è TURBOLENTO

STRATO LIMITE DELLE VELOCITÀ (STRATO LIMITE DINAMICO)



→ Sulla lastra scorre il fluido
 → Tracciamo il profilo delle velocità
 → \bar{w} aumenta fino a un certo pto e poi non cresce + → quel pto è w_∞

→ Si individua il LIMITE al di sopra del quale la velocità risulta costante

→ Lo strato limite (δv) si individua a $w = 0,99 w_\infty$
 → al di fuori dello strato limite la velocità è ritenuta costante

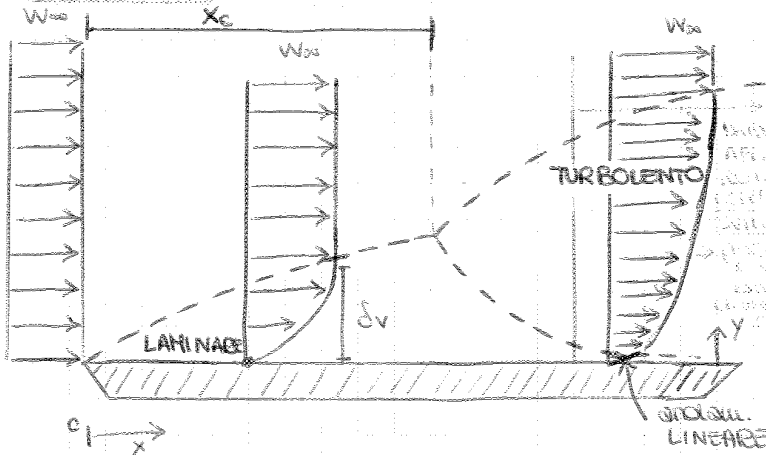
→ Lo strato limite cresce man mano che il fluido raggiunge la lastra, fino al raggiungimento di $x_c \rightarrow x_c =$ distanza critica dal bordo d'attacco

→ con $x \approx x_c$ si genera l'instabilità

→ I regimi di moto si separano

→ a contatto con la lastra il moto continua a essere LAMINARE, sopra diventa TURBOLENTO

↳ Moto esterno



→ Il fluido raggiunge la lastra piano con velocità cost → $\bar{w} = w_\infty$

→ quando si raggiunge il bordo d'attacco inizia a formarsi lo strato limite → la velocità inizia a ridursi verso alla lastra

* Lo strato limite turbolento cresce indefinatamente fino alla fine della lastra