



**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO: 2018A -**

**ANNO: 2016**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE: Aimar Mauro**

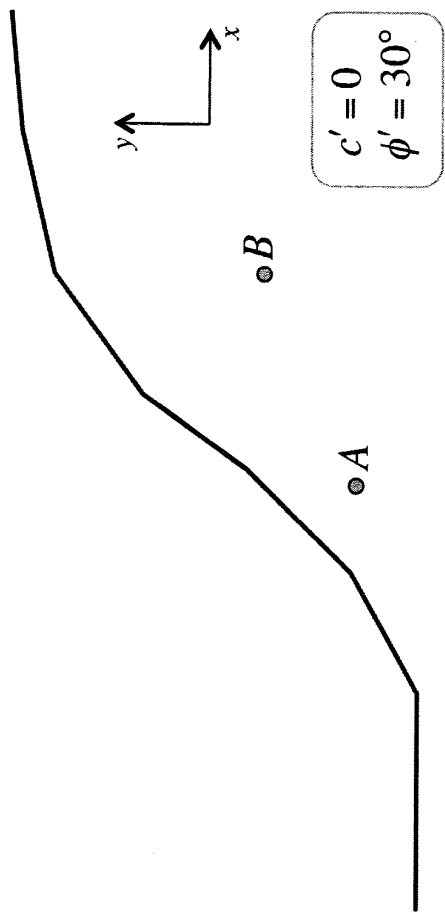
**MATERIA: Fondazioni (approfondimenti con esempi ed esercizi svolti) - Prof. Costanzo**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

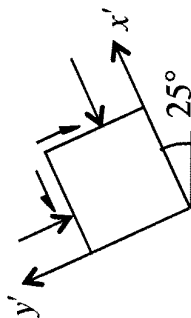
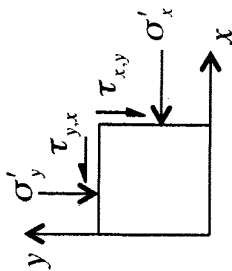
**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

**Esempio A\_01 : Rappresentazione dello stato tensionale in un piano**



$$[\sigma'_A] = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau_{x,y} \\ \tau_{y,x} & \sigma'_y \end{bmatrix}_A = \begin{bmatrix} 32 & 21 \\ 21 & 75 \end{bmatrix}_A \text{ kPa}$$

$$[\sigma'_B] = \begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau_{x,y} \\ \tau_{y,x} & \sigma'_y \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} 74 & 26 \\ 26 & 133 \end{bmatrix}_B \text{ kPa}$$

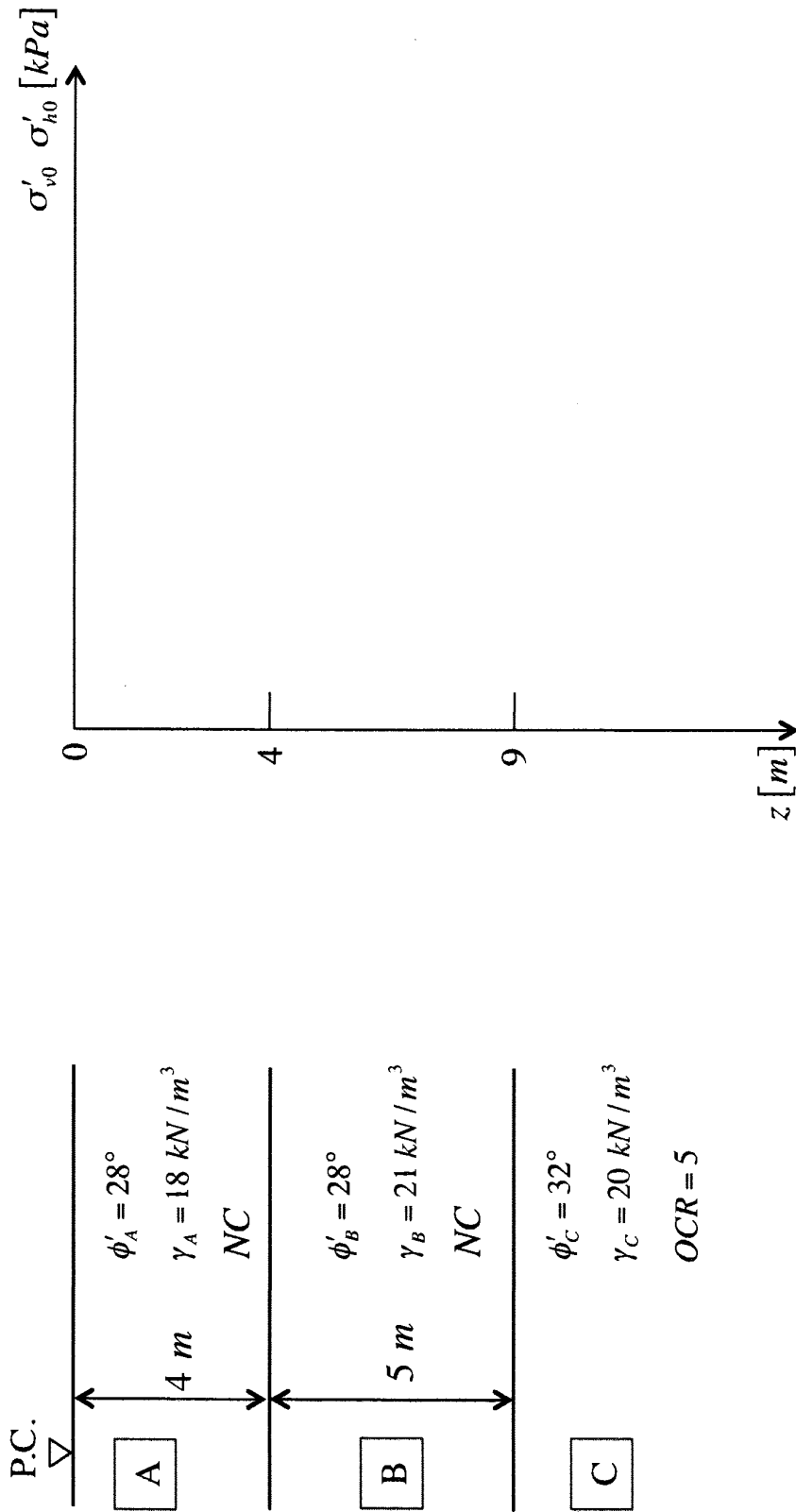


Da un'analisi numerica eseguita con un codice di calcolo FEM si ottengono, per i punti A e B, i valori dello stato tensionale geostatico riportati in figura.

Si chiede:

- di rappresentarli graficamente sul “cubetto elementare” relativo agli assi  $x$  e  $y$ ;
- di valutare, con il *cerchio di Mohr*, se i valori indicati sono *ammisibili* per un terreno che abbia i parametri di resistenza riportati in figura;
- di definire, per il punto B, i piani e le tensioni principali;
- di valutare e rappresentare graficamente, per il punto B, il tensore degli sforzi assumendo un nuovo sistema di riferimento ( $x'$ ;  $y'$ ) ruotato di  $25^\circ$  in senso antiorario rispetto al precedente.

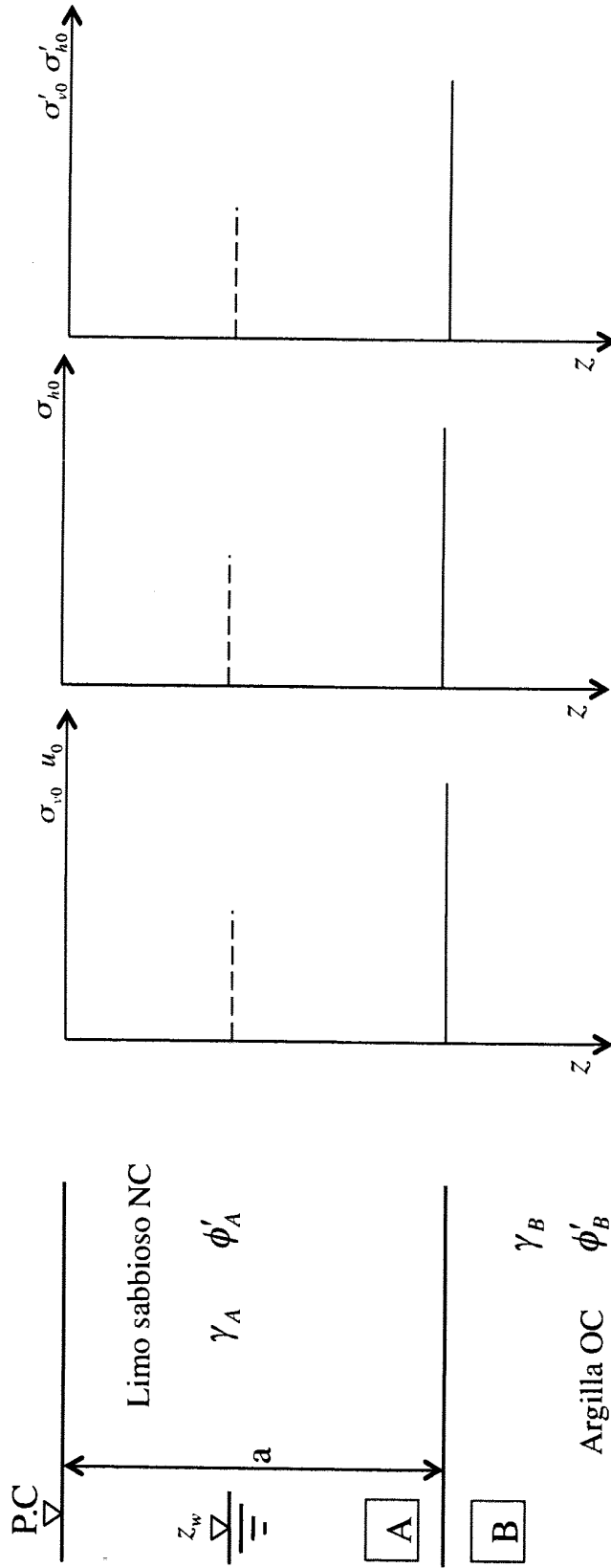
**Esempio A\_02b : Tensioni geostatiche in un terreno stratificato in assenza di falda**



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Calcolare e disegnare gli andamenti di  $\sigma'_{v0}$  e  $\sigma'_{h0}$  adottando le seguenti scale :  $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ cm} = 1 \text{ m} \\ 1 \text{ cm} = 30 \text{ kPa} \end{array} \right.$

**Esempio A\_03b : Tensioni geostatiche in un terreno stratificato con falda**



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

$$z_w = 4 \text{ m}$$

$$a = 8 \text{ m}$$

$$\gamma_A = \gamma_B = 19 \text{ kN/m}^3$$

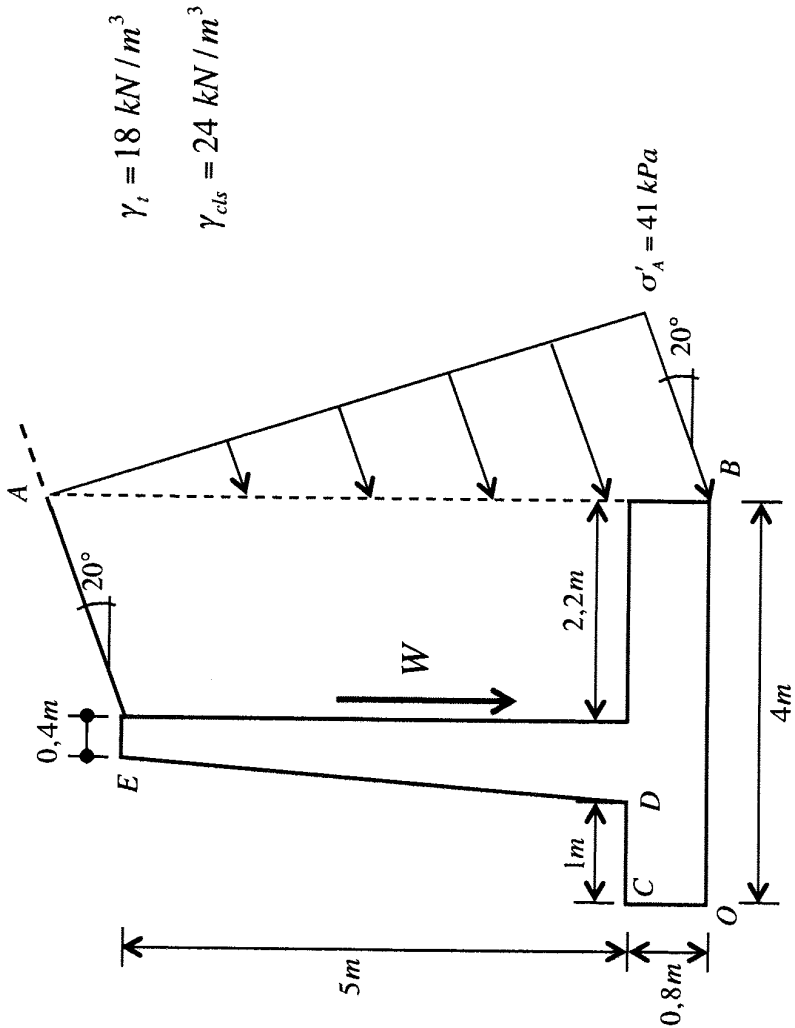
$$\gamma_w \approx 10 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi'_A = \phi'_B = 30^\circ$$

Tracciare i grafici utilizzando le seguenti scale:

$$z : 1 \text{ cm} = 1 \text{ m} \quad \sigma ; u : 1 \text{ cm} = 25 \text{ kPa}$$

**Esempio A\_05 : Calcolo delle azioni in fondazione per un muro di sostegno**



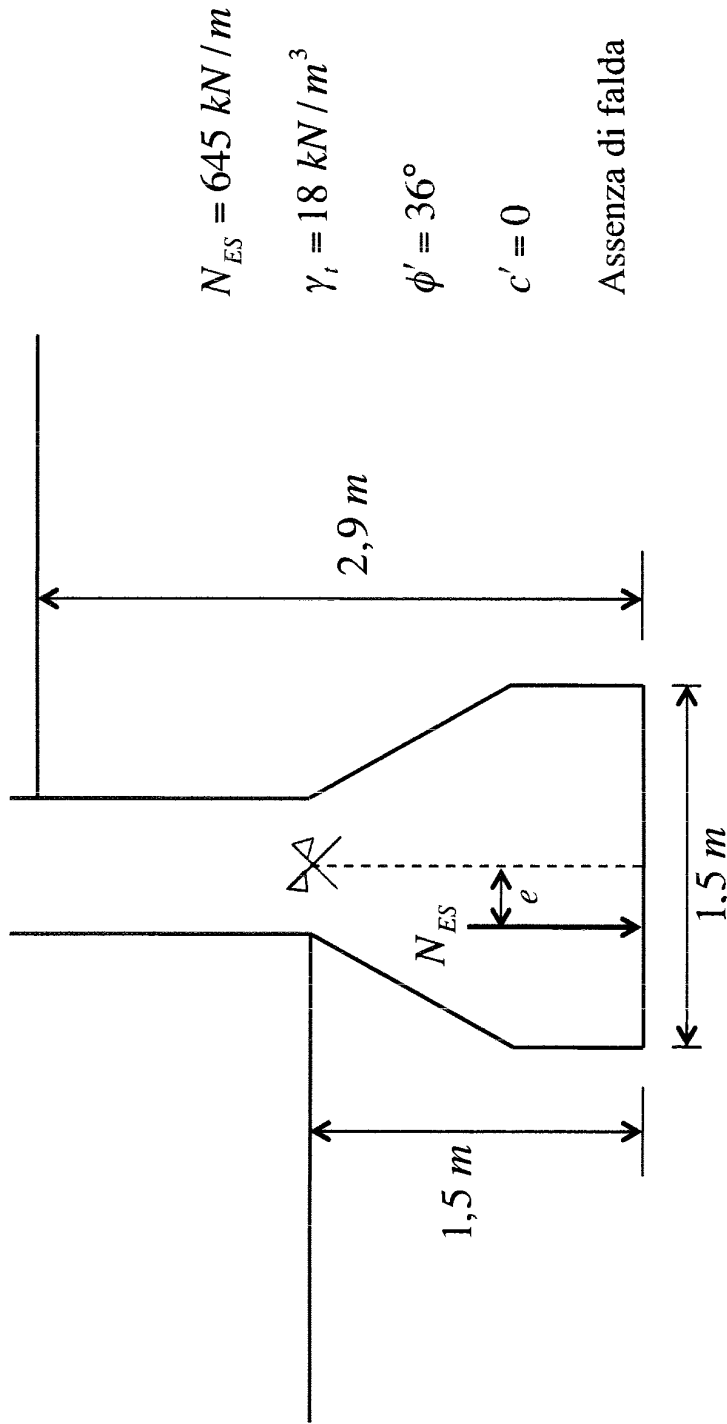
Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Con riferimento al muro a mensola rappresentato in figura, calcolare:

- la risultante della spinta attiva sulla parete  $AB$  e la sua retta d'azione;
- il modulo e la retta d'azione del peso  $W$  dell'insieme costituito dal muro in cls e dal terreno gravante sulla suola di fondazione (il blocco  $ABOCDE$ );
- il modulo e la retta d'azione della risultante dei carichi in fondazione (sul piano di posa  $OB$ ).

Calcolare la risultante in fondazione e la sua retta d'azione sia per via analitica, sia per via grafica.

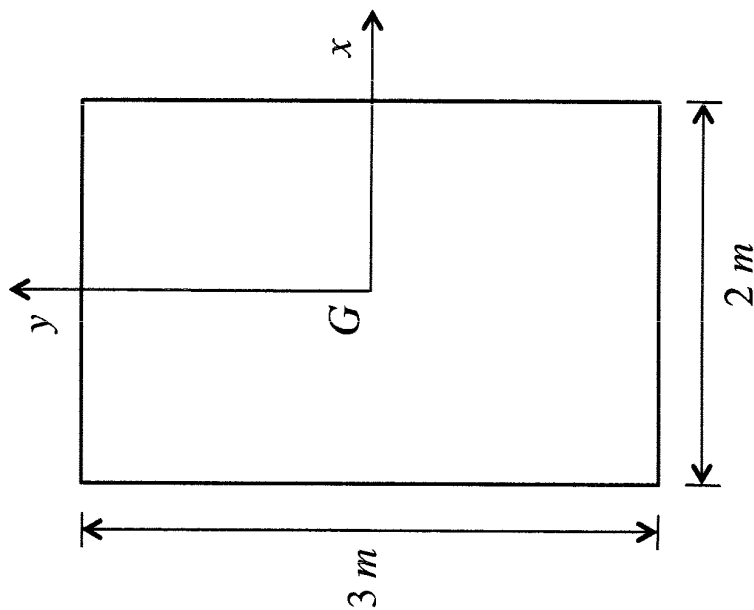
**Esempio B\_02 : Fondazione di un muro portante su terreno incoerente**



- 1)  $e = 0$
- 2)  $e = 20 \text{ cm}$

Valutare il Fattore di Sicurezza Globale per le seguenti condizioni:

**Esempio B\_04 : Fondazione a plinto su terreno incoerente**



Valutare il Fattore di Sicurezza nei confronti della Capacità Portante del plinto rettangolare rappresentato in figura, per un carico di esercizio avente componenti (riferite al baricentro  $G$ ) pari a:

$$N = 1100 \text{ kN}; \quad H_x = 60 \text{ kN}; \quad H_y = -80 \text{ kN}$$

$$M_x = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}; \quad M_y = -310 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Il terreno è incoerente e caratterizzato dai seguenti parametri:

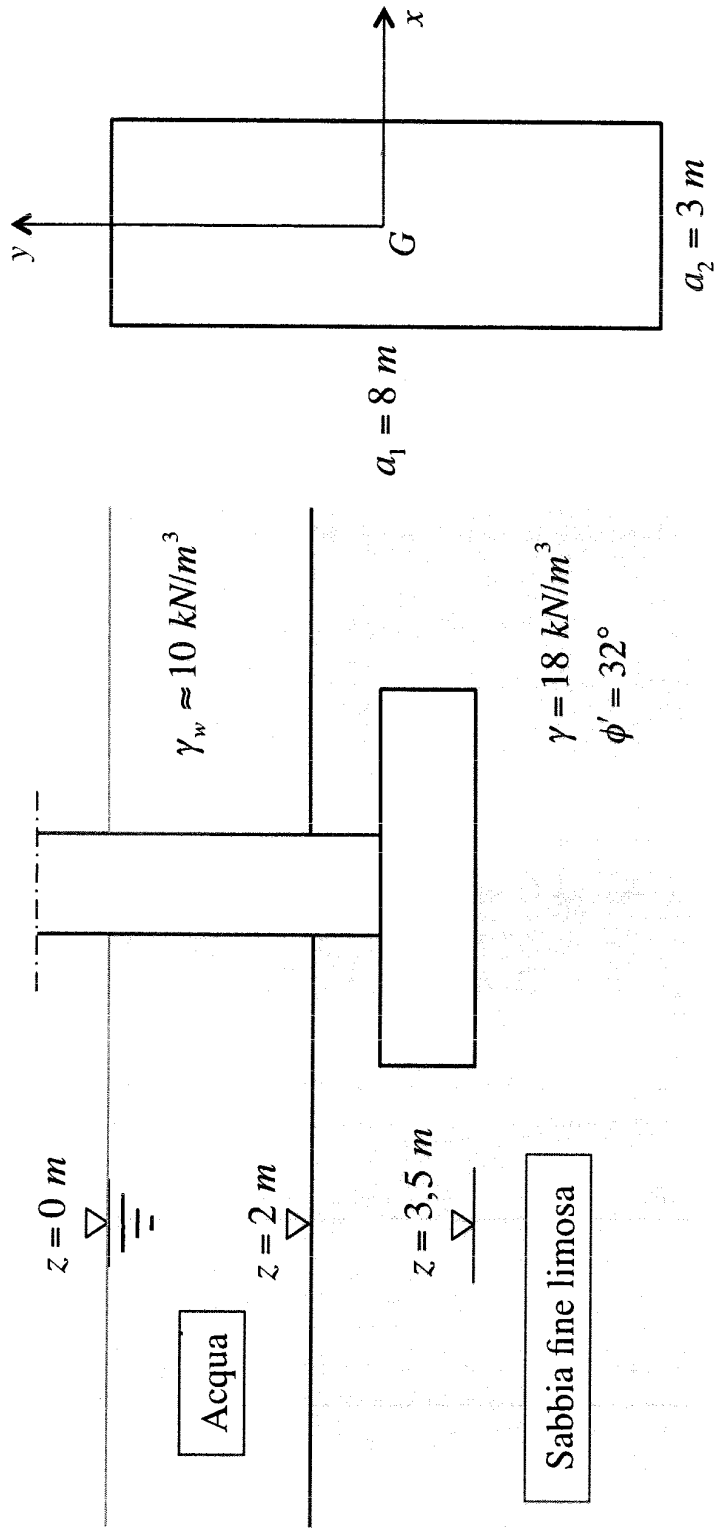
$$\gamma_t = 18 \text{ kN} / \text{m}^3 \quad \phi' = 34^\circ \quad c' = 0$$

Non è presente la falda e per effetto del rinterro della fondazione, si consideri la presenza di un sovraccarico ai lati della fondazione pari a  $q' = 10 \text{ kPa}$ .

Convezione adottata per i pedici dei Momenti :  $N \cdot e_x = M_x \quad N \cdot e_y = M_y$



**Esempio B\_06 : Verifica a Capacità Portante di una fondazione in alveo**

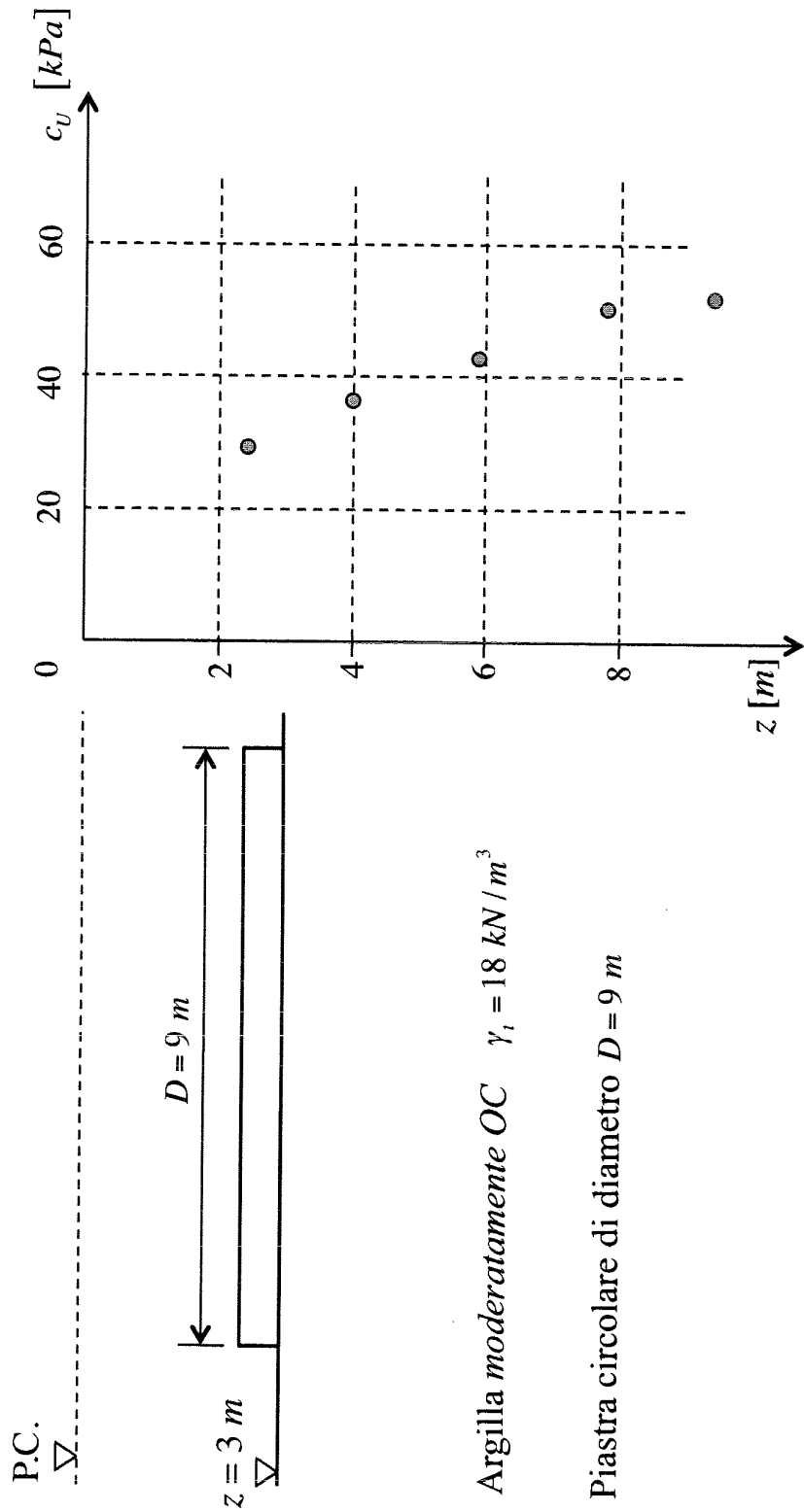


Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Le componenti (riferite al baricentro  $G$ ) del carico **totale** in esercizio agente sul piano di fondazione valgono:  $N = 2870 \text{ kN}$ ;  $H_x = 0$ ;  $H_y = 487 \text{ kN}$   
 $M_x = 0$ ;  $M_y = 2436 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Valutare il Coefficiente di Sicurezza per la Capacità Portante

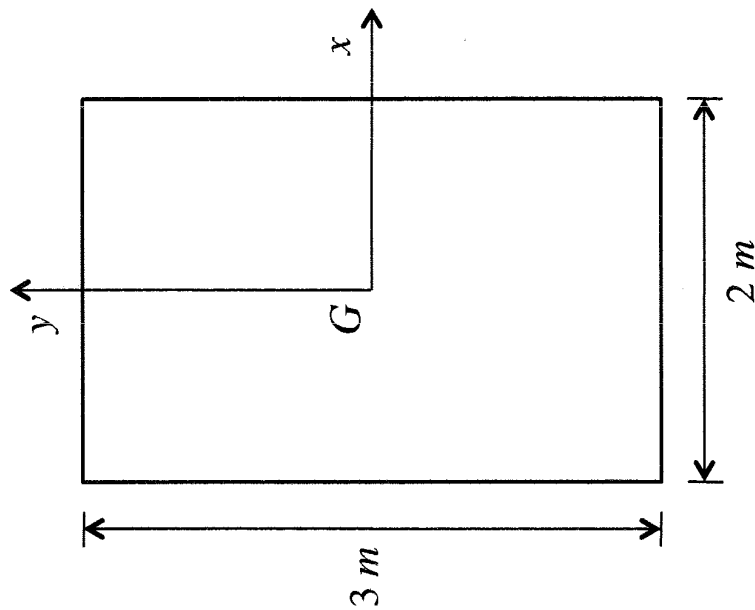
Esempio B\_08 : Capacità Portante di una fondazione circolare su argilla



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Valutare il Fattore di sicurezza per la capacità portante a breve termine per un carico centrato pari a:  $N_{ES} = 510 \text{ t}$   
 ( non è presente il sovraccarico a fianco della fondazione )

Esempio B\_10 : Fondazione a plinto su terreno incoerente (NTC\_2008)



Eeguire la verifica a Capacità Portante del plinto rettangolare rappresentato in figura utilizzando l'Approccio Progettuale DA2, sapendo che il carico di progetto ha le seguenti componenti :  
 ( calcolato con i coefficienti parziali A1 e riferite al baricentro G )

$$N_d = 820 \text{ kN}; H_{y,d} = 66 \text{ kN}; M_{x,d} = 123 \text{ kN} \cdot \text{m}; M_{y,d} = 574 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Il terreno è incoerente e caratterizzato dai seguenti parametri:

$$\gamma_t = 19 \text{ kN} / \text{m}^3 \quad \phi'_k = 32^\circ \quad c'_k = 0$$

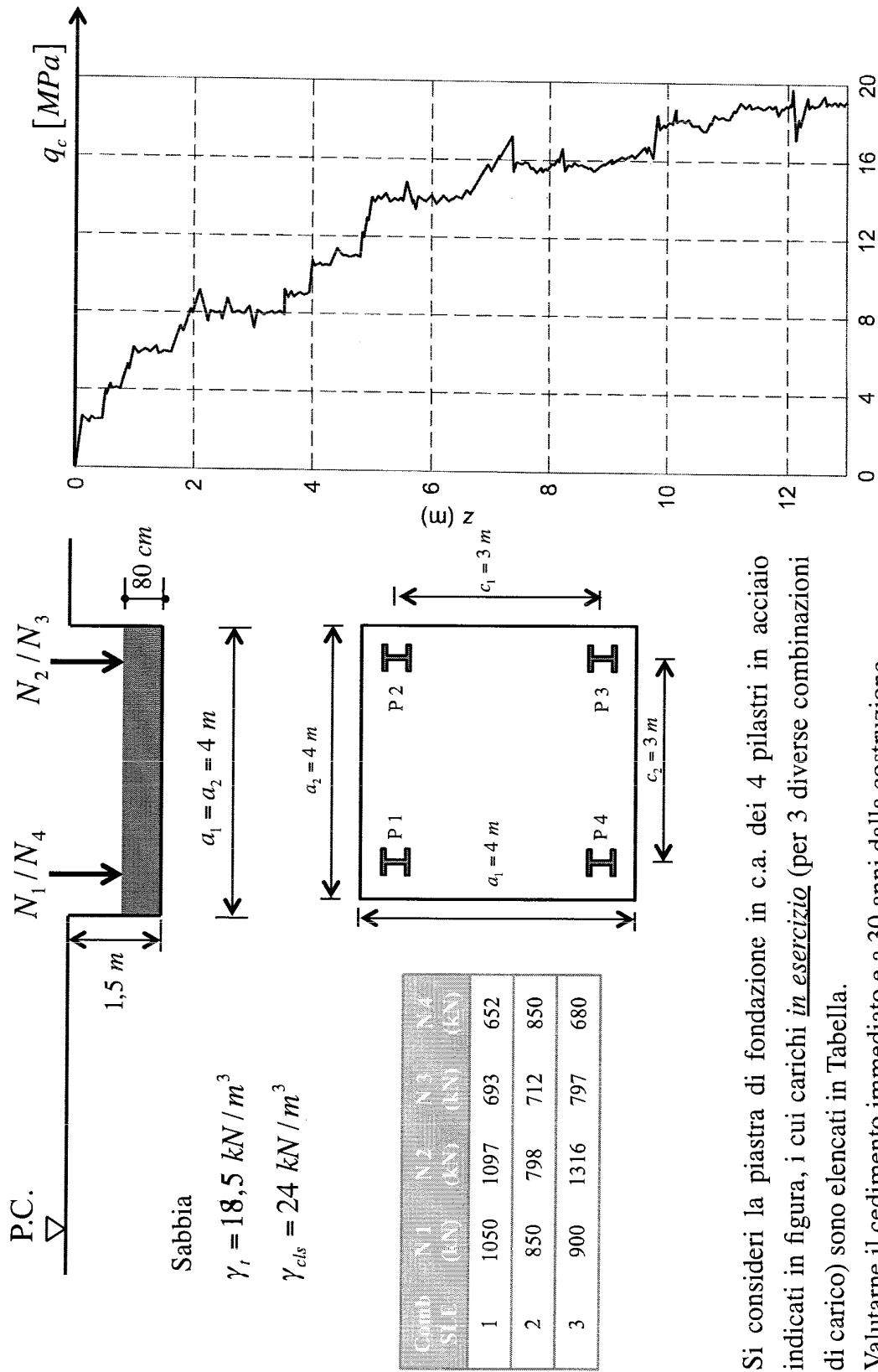
Non è presente la falda e per effetto del rinterro della fondazione, si consideri la presenza di un sovraccarico ai lati della fondazione pari a  $q' = 10 \text{ kPa}$ .

Si assuma che :

$$N_k = 608 \text{ kN} = \begin{cases} 460 \text{ kN} & (G_1) \\ 148 \text{ kN} & (G_2; Q_{k,i}) \end{cases}$$

$$\text{( con le stesse eccentricità )} \quad \text{e} \quad H_k = 44 \text{ kN} \quad ( Q_{k,i} )$$

Esempio C\_02 : Calcolo del cedimento di una piastra su sabbia

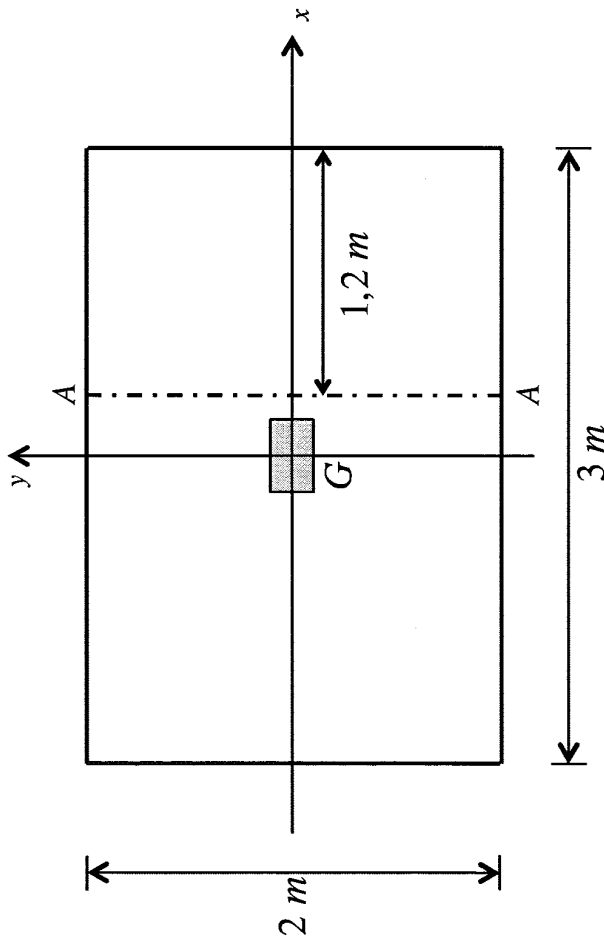


Si consideri la piastra di fondazione in c.a. dei 4 pilastri in acciaio indicati in figura, i cui carichi *in esercizio* (per 3 diverse combinazioni di carico) sono elencati in Tabella.

Valutarne il cedimento immediato e a 30 anni dalla costruzione. (I carichi in tabella si riferiscono alla sezione d'attacco dei pilastri)

Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Esercizio D\_01 : Calcolo delle sollecitazioni interne ad un plinto rettangolare

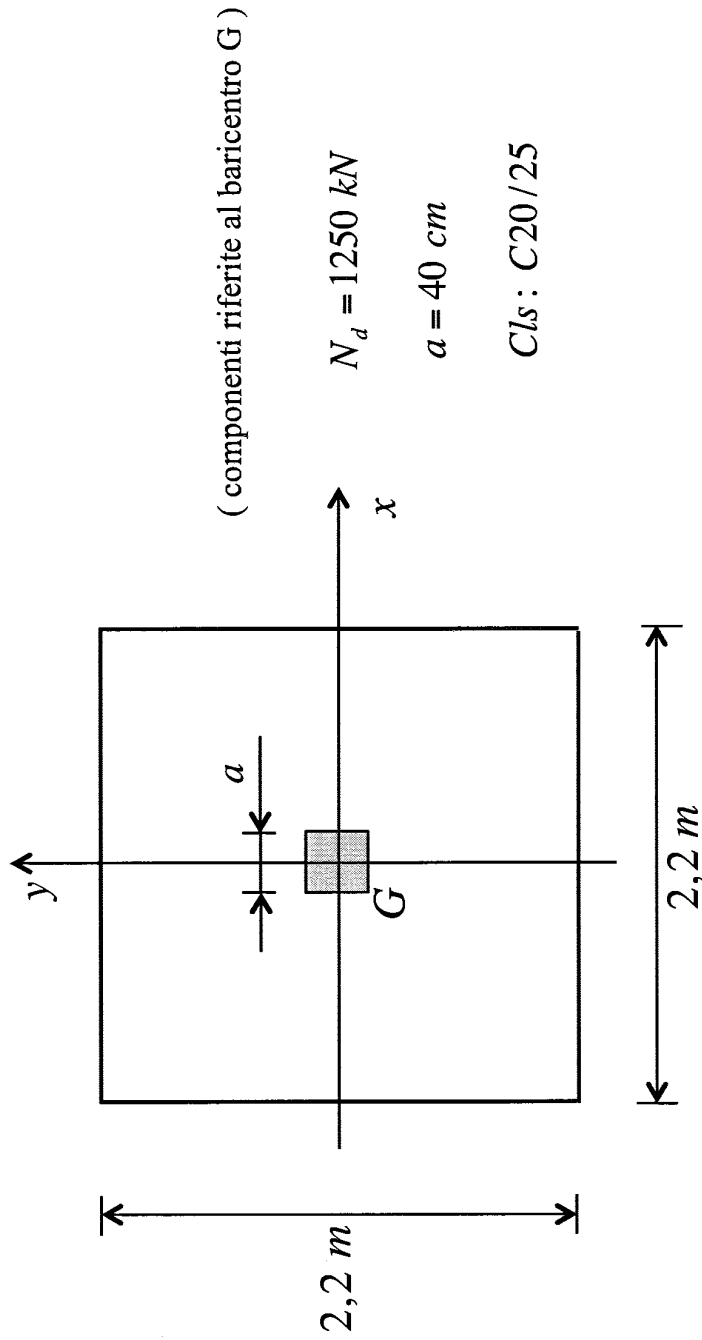


Calcolare le sollecitazioni interne di taglio  $V$  e di momento flettente  $M$ , agenti nella sezione A-A, per le seguenti condizioni di carico (componenti riferite al baricentro  $G$ ) :

- 1)  $N_d = 900 \text{ kN}$
- 2)  $N_d = 900 \text{ kN}; M_{x,d} = 315 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- 3)  $N_d = 900 \text{ kN}; M_{x,d} = 630 \text{ kN} \cdot \text{m}$
- 4)  $N_d = 720 \text{ kN}; M_{x,d} = 432 \text{ kN} \cdot \text{m}; M_{y,d} = 216 \text{ kN} \cdot \text{m}$

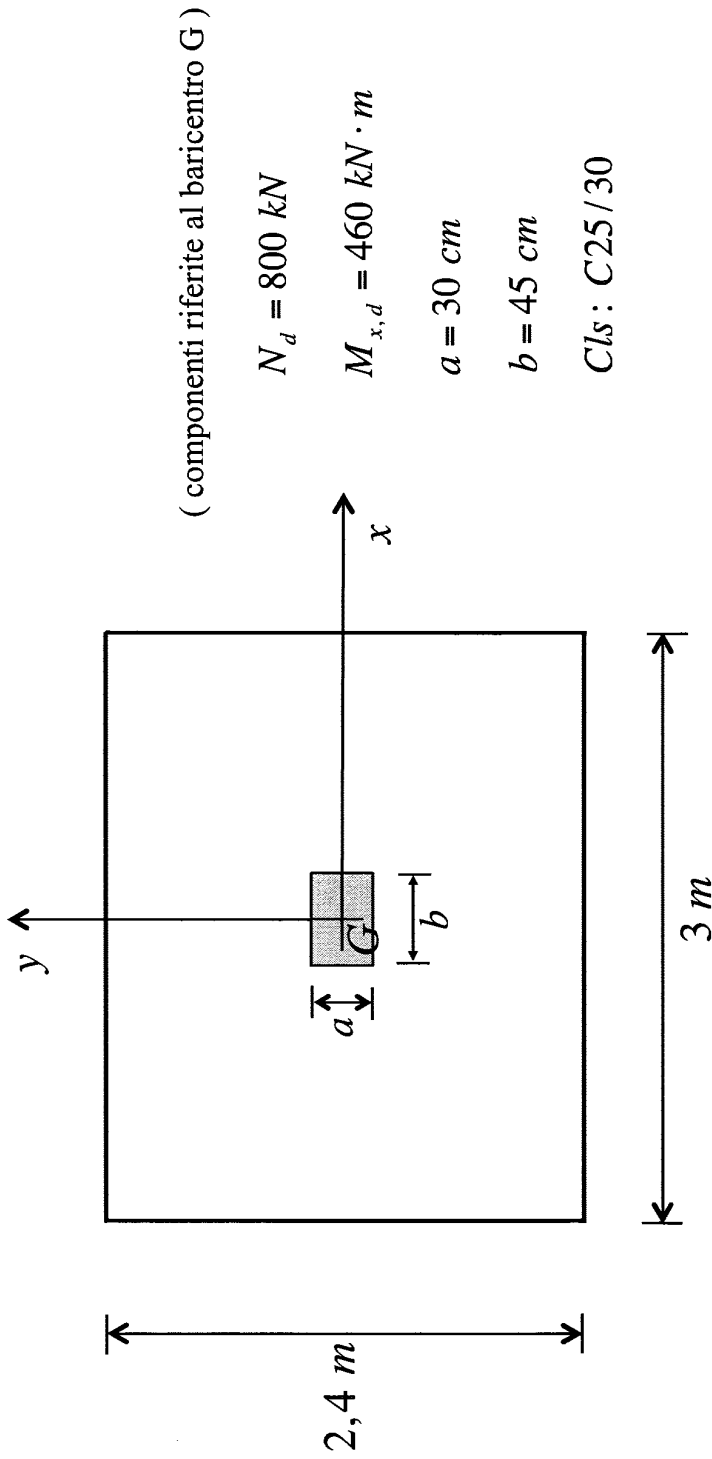
Disegnare, per ogni caso studiato, l'andamento delle reazioni del terreno  $r_f(x)$  e  $r_f(y)$

### Esercizio D\_03 : Dimensionamento strutturale di un plinto quadrato



Il pilastro, quadrato e di lato  $a$ , trasmette un carico verticale baricentrico di progetto  $N_d$ , calcolato utilizzando per le Azioni i coefficienti di sicurezza parziali della colonna (A1). Dimensionare il plinto sapendo che il calcestruzzo utilizzato è di classe C 20/25.

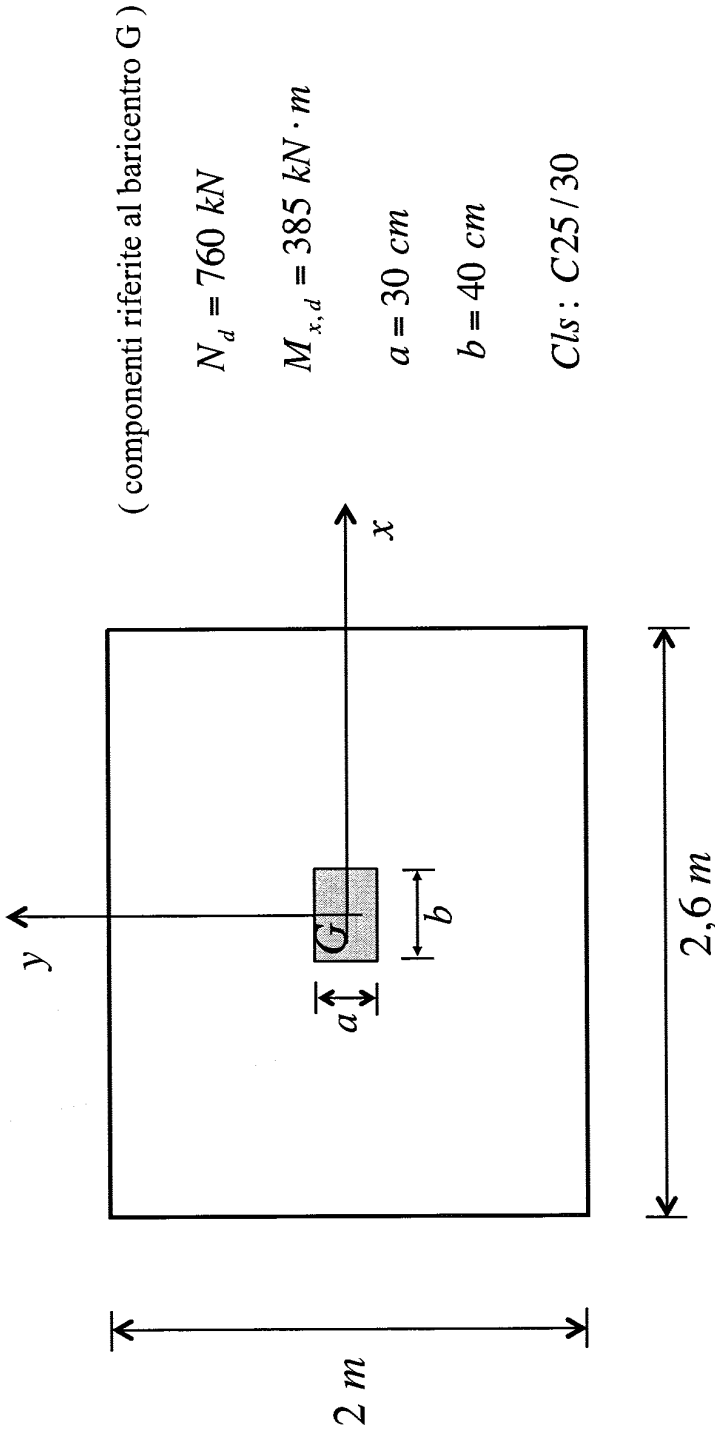
### Esercizio D\_05 : Dimensionamento strutturale di un plinto rettangolare



Il pilastro rettangolare trasmette un carico verticale eccentrico di progetto  $N_d$ , valutato utilizzando per le Azioni i coefficienti di sicurezza parziali della colonna (A1).

Dimensionare il plinto sapendo che il calcestruzzo utilizzato è di classe C 25/30.

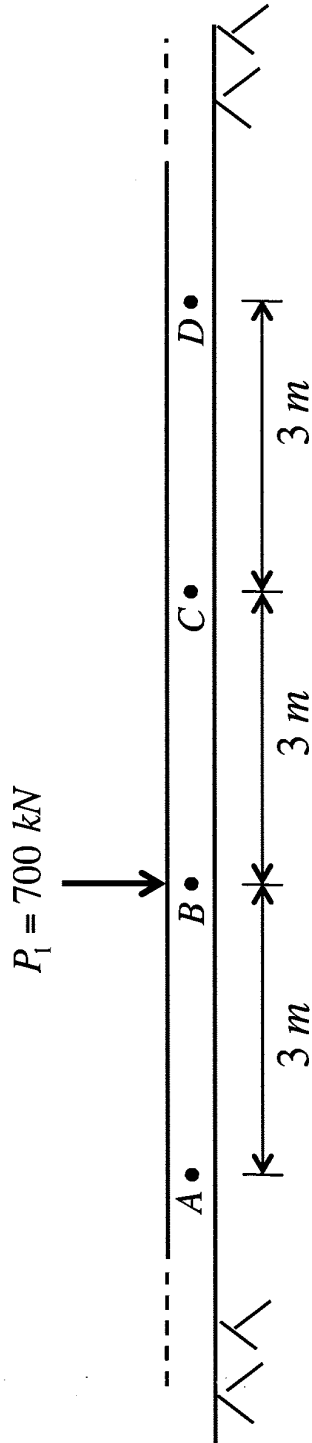
### Esercizio D\_08 : Dimensionamento strutturale di un plinto rettangolare



Il piaastro rettangolare trasmette un carico verticale eccentrico di progetto  $N_d$ , valutato utilizzando per le Azioni i coefficienti di sicurezza parziali della colonna (A1). Dimensionare il plinto sapendo che il calcestruzzo utilizzato è di classe C 25/30.



Esercizio E\_01: Trave infinita su suolo alla Winkler

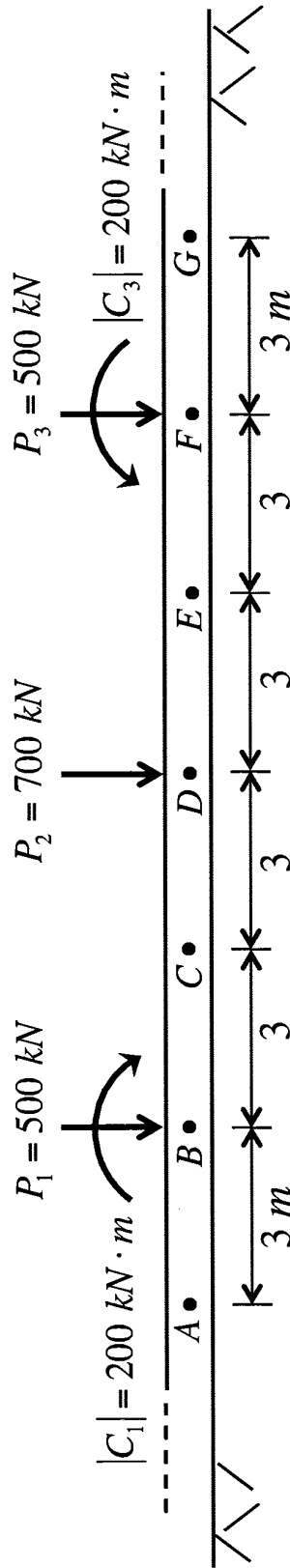


$$EJ = 4,4 \cdot 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$K = K_1 \cdot B = 220 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

Calcolare i valori di Momento Flettente e Taglio nei punti A, B, C e D e tracciare i relativi diagrammi

Esercizio E\_03 : Trave infinita su suolo alla Winkler

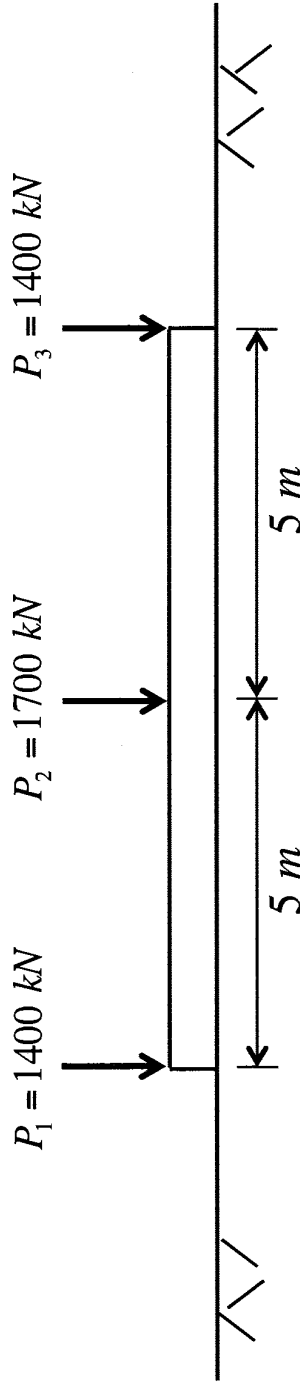


$$EJ = 4,4 \cdot 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$K = K_1 \cdot B = 220 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

Calcolare i valori di Momento Flettente e Taglio nei punti A, B, C, D, E, F e G e tracciare i relativi diagrammi

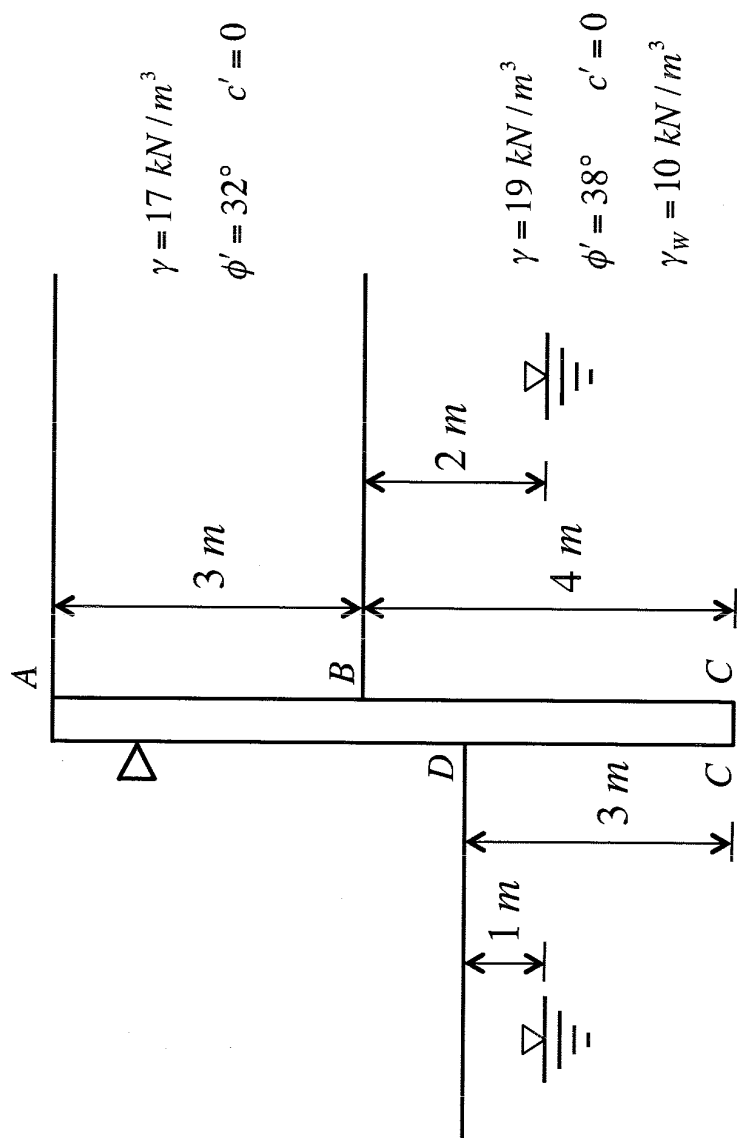
Esercizio E\_05 : Trave di fondazione nelle due configurazioni limite



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Facendo le ipotesi che il terreno sia un suolo alla Winkler e che la **trave di fondazione** sia **infinitamente rigida**, calcolare e diagrammare i valori di Momento Flettente e Taglio nelle due configurazioni limite di sovrastruttura flessibile e sovrastruttura infinitamente rigida. I carichi indicati in figura sono stati calcolati applicando ai piedritti della sovrastruttura dei vincoli non cedevoli.

**Esercizio F\_02:** Spinta attiva e resistenza passiva lungo un paramento verticale

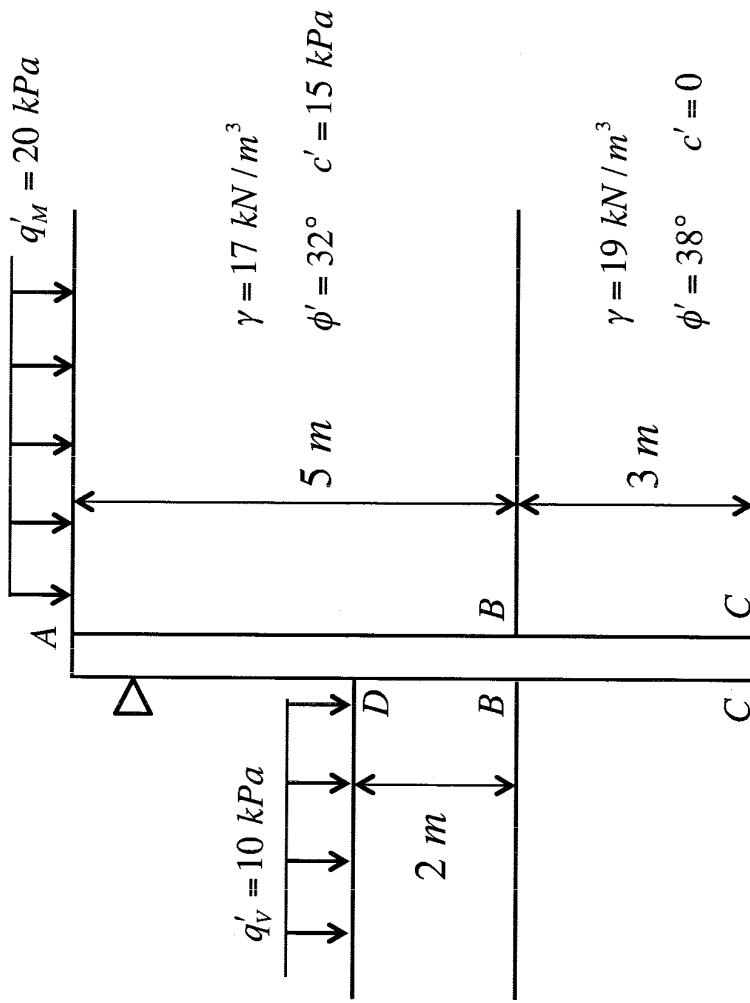


Assumendo valida la teoria di Rankine, calcolare e diagrammare:

- a) l'andamento della spinta attiva lungo il paramento verticale AC
- b) l'andamento della resistenza passiva lungo DC
- c) le spinte idrauliche

Calcolare e disegnare le rispettive risultanti  $P_A$ ,  $P_P$  e  $U$

**Esercizio F\_04:** Spinta attiva e resistenza passiva lungo un paramento verticale

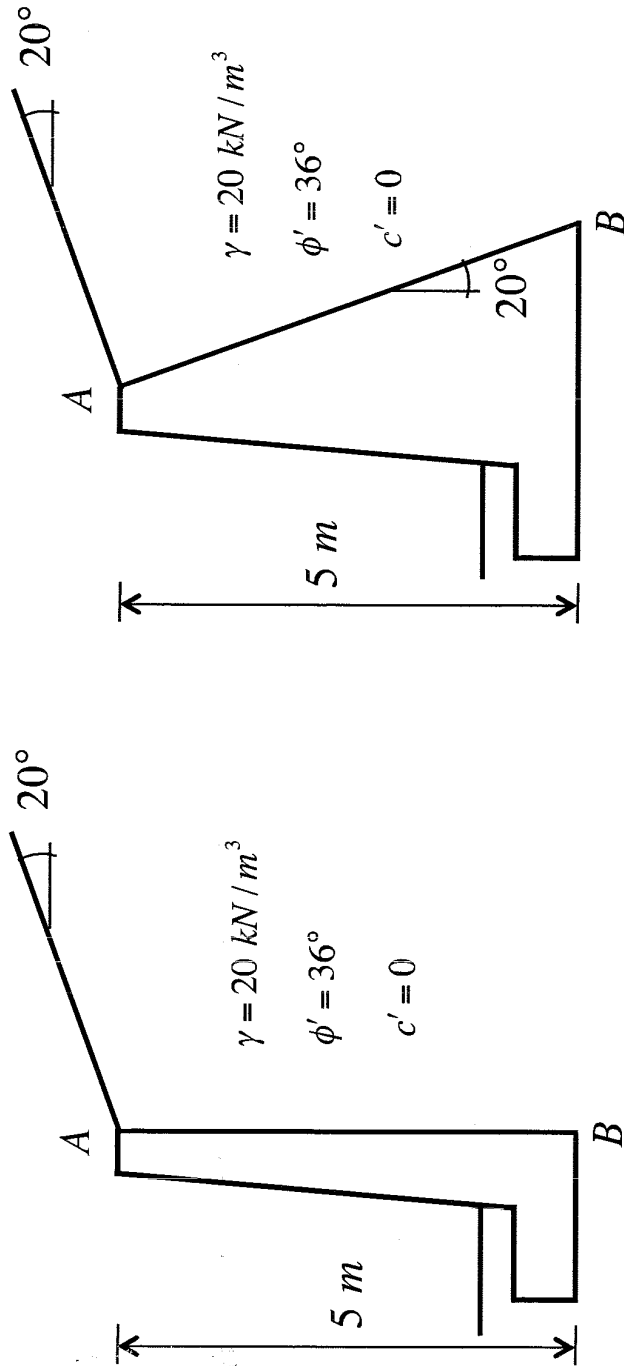


Assumendo valida la teoria di Rankine, calcolare e diagrammare:

- a) l'andamento della spinta attiva lungo il paramento verticale  $AC$
- b) l'andamento della resistenza passiva lungo  $DC$

Calcolare e disegnare le rispettive risultanti  $P_A$  e  $P_P$

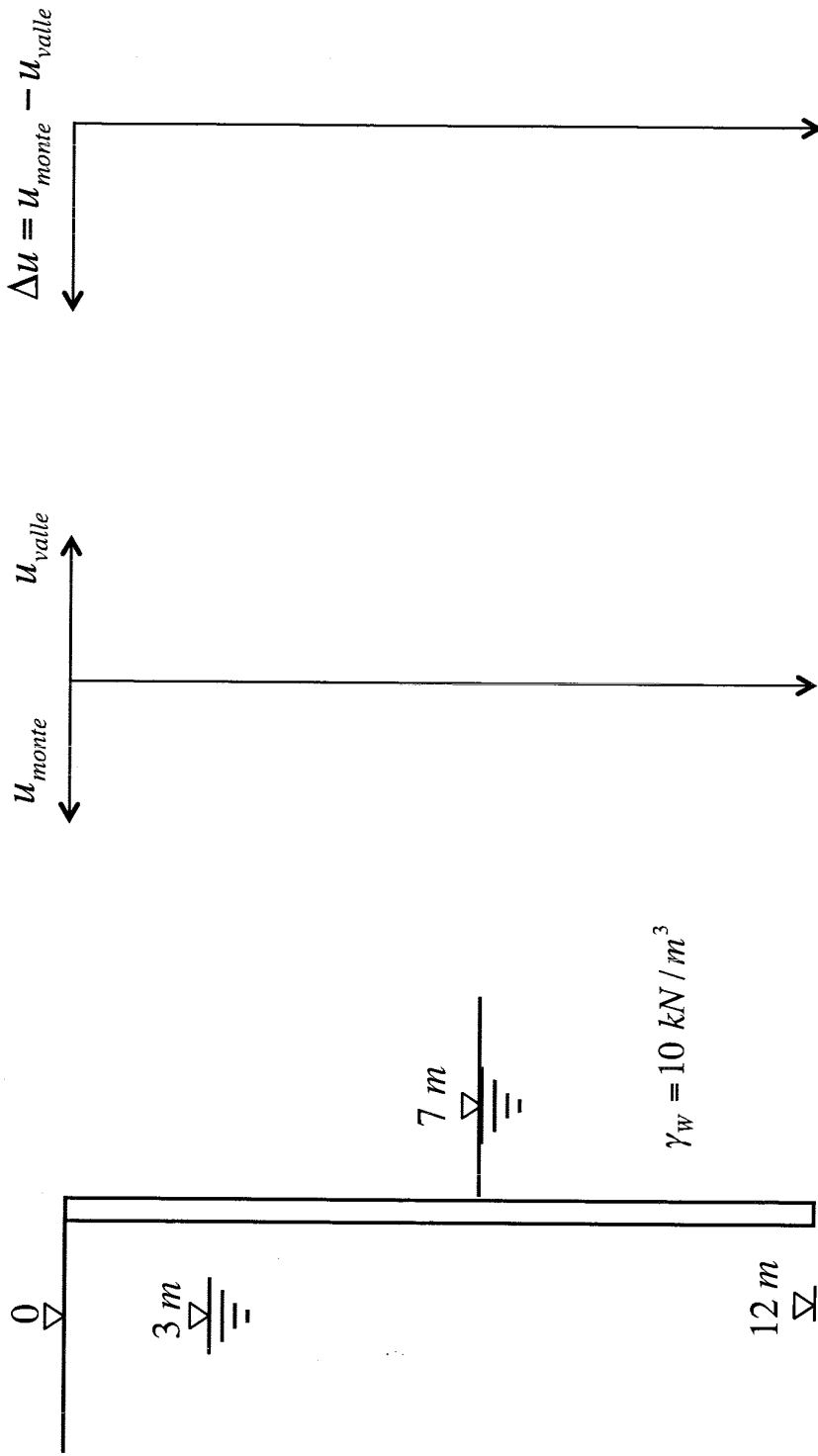
Esercizio F\_06: Calcolo della spinta attiva con Rankine



Assumendo valida la teoria di Rankine, calcolare e diagrammare l'andamento della spinta attiva lungo il paramento AB dei due muri di sostegno e disegnarne la risultante  $P_A$

Tracciare la potenziale superficie di rottura che delimita il cuneo di spinta attiva

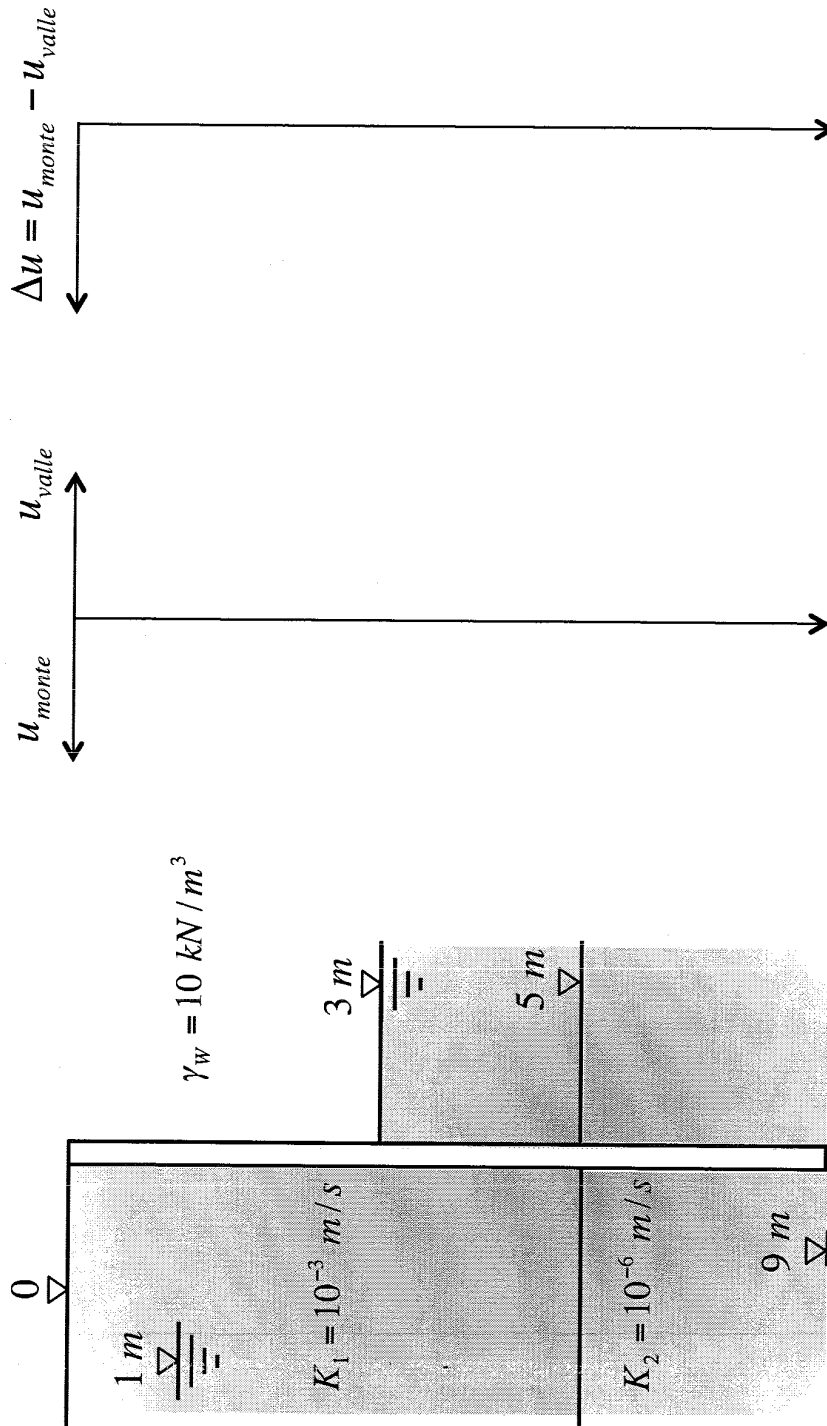
Esercizio F\_08: Calcolo delle pressioni dell'acqua su una paratia



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Ipotizzando il terreno omogeneo, disegnare la linea di flusso più critica e calcolare il gradiente medio. Calcolare e diagrammare le pressioni dell'acqua a monte e a valle del diaframma e la loro differenza.

Esercizio F\_10: Calcolo delle pressioni dell'acqua su una paratia



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

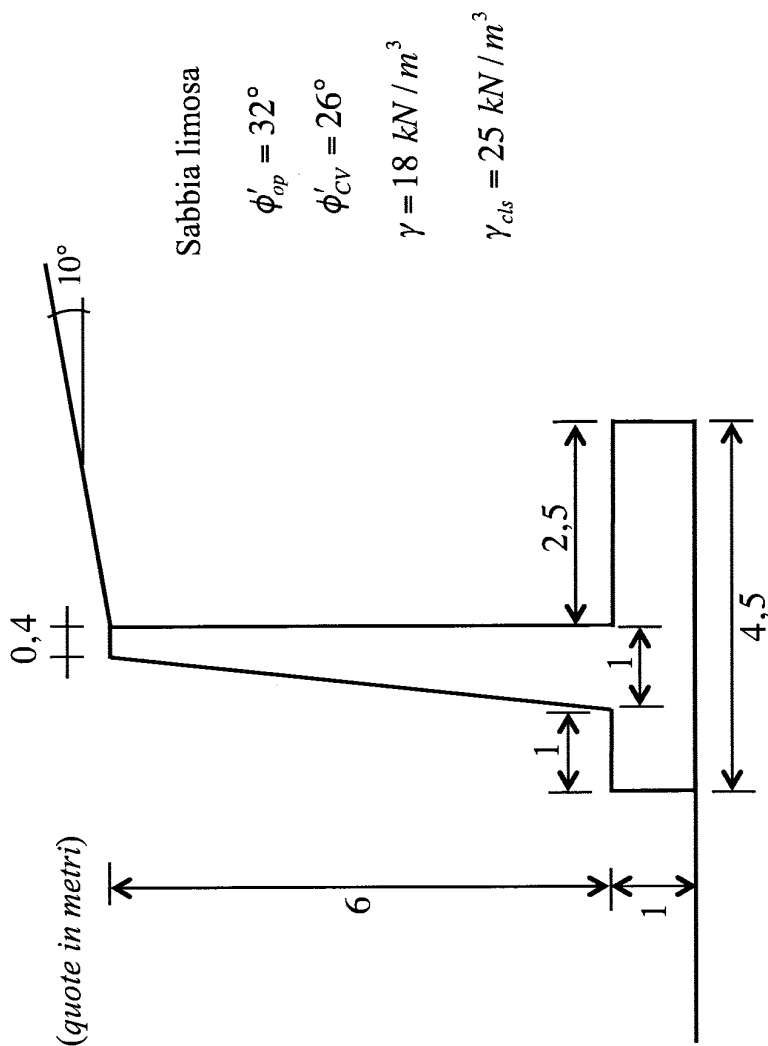
Si immagini lo scavo perimetrato da diaframmi impermeabili infissi nello strato inferiore, meno permeabile.

All'interno dello scavo la falda viene aggettata e mantenuta a livello del fondo scavo.

Calcolare e disegnare le spinte dell'acqua lungo il diaframma e la loro differenza.



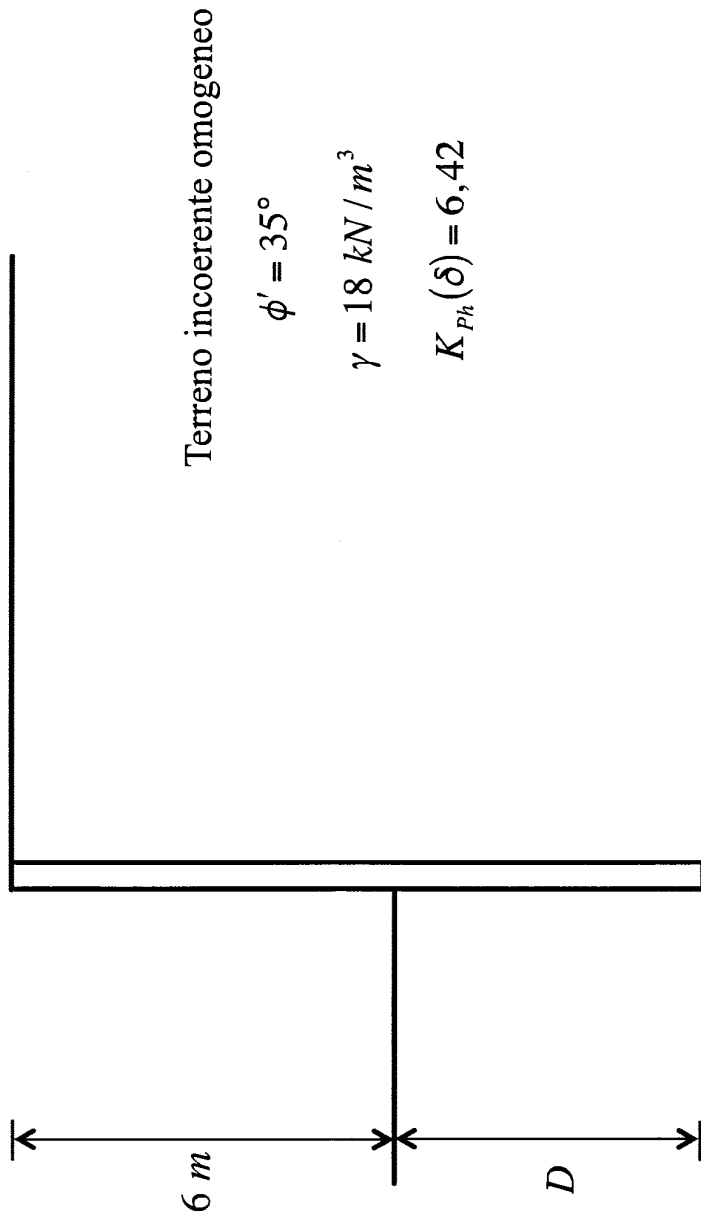
Esercizio G\_01 : Muro a mensola



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Verificare la stabilità del muro assumendo per il terreno i parametri indicati in figura e calcolando i coefficienti di sicurezza nei confronti del ribaltamento, dello scorrimento e della capacità portante. Valutare infine la sollecitazione di momento flettente nelle sezioni di attacco delle due mensole (paramento verticale e fondazione interna al terrapieno) e calcolare e disporre l'armatura principale.

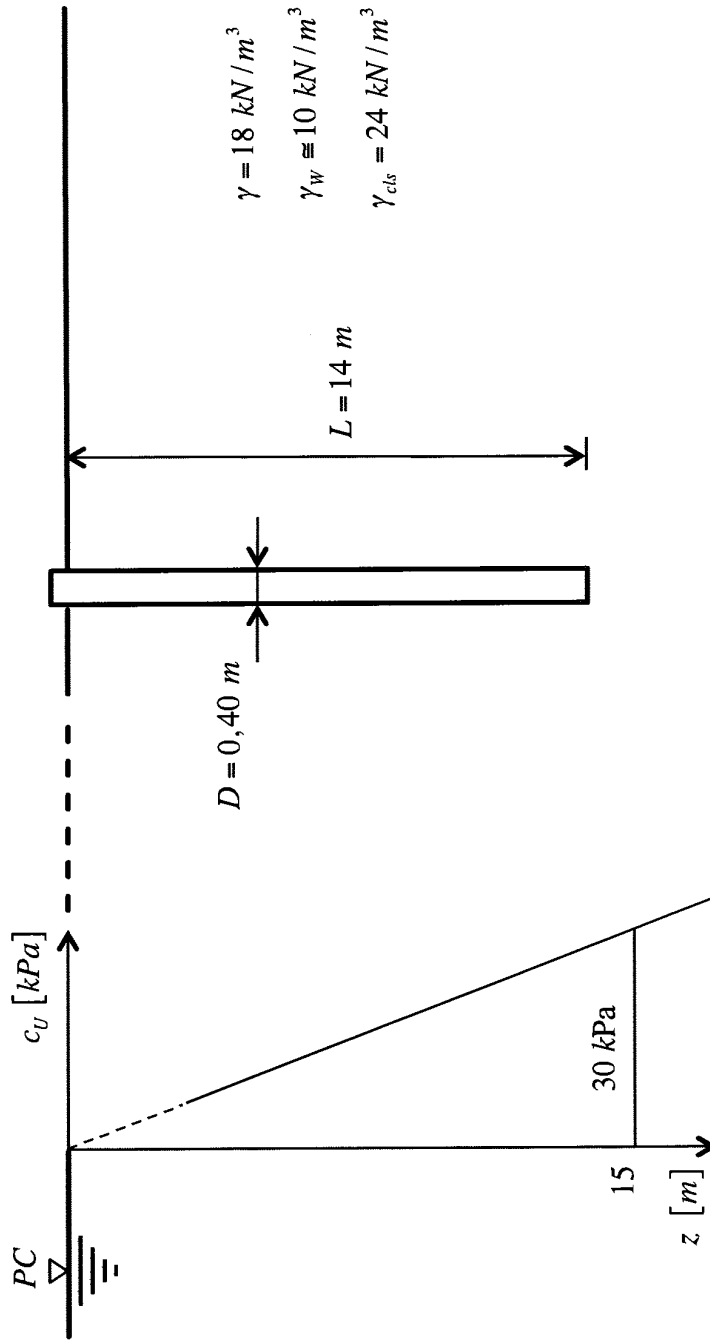
Esercizio G\_03 : Diaframma a mensola



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Definire l'infissione al piede  $D$  e diagrammare il momento flettente lungo il diaframma

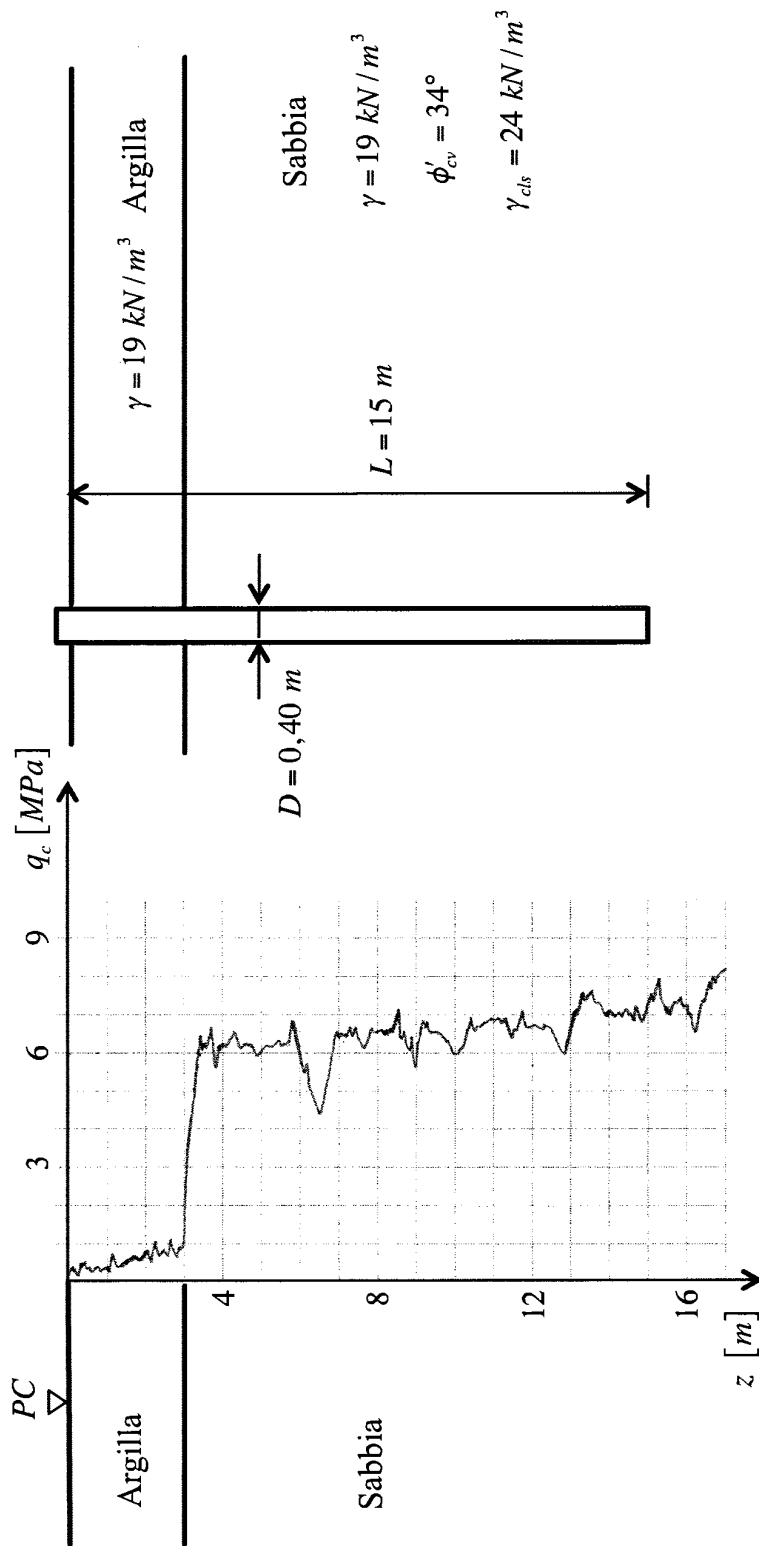
Esercizio H\_01 : Palo infisso in argilla NC



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Considerati i parametri del deposito argilloso e il profilo di progetto della resistenza al taglio non drenata, valutare la portata limite e la portata ammissibile assiale del palo **infisso** rappresentato in figura, utilizzando sia l'approccio  $\alpha$  che l'approccio  $\beta$ .  
 Nel secondo caso adottare il valore  $\beta = 0,3$ .

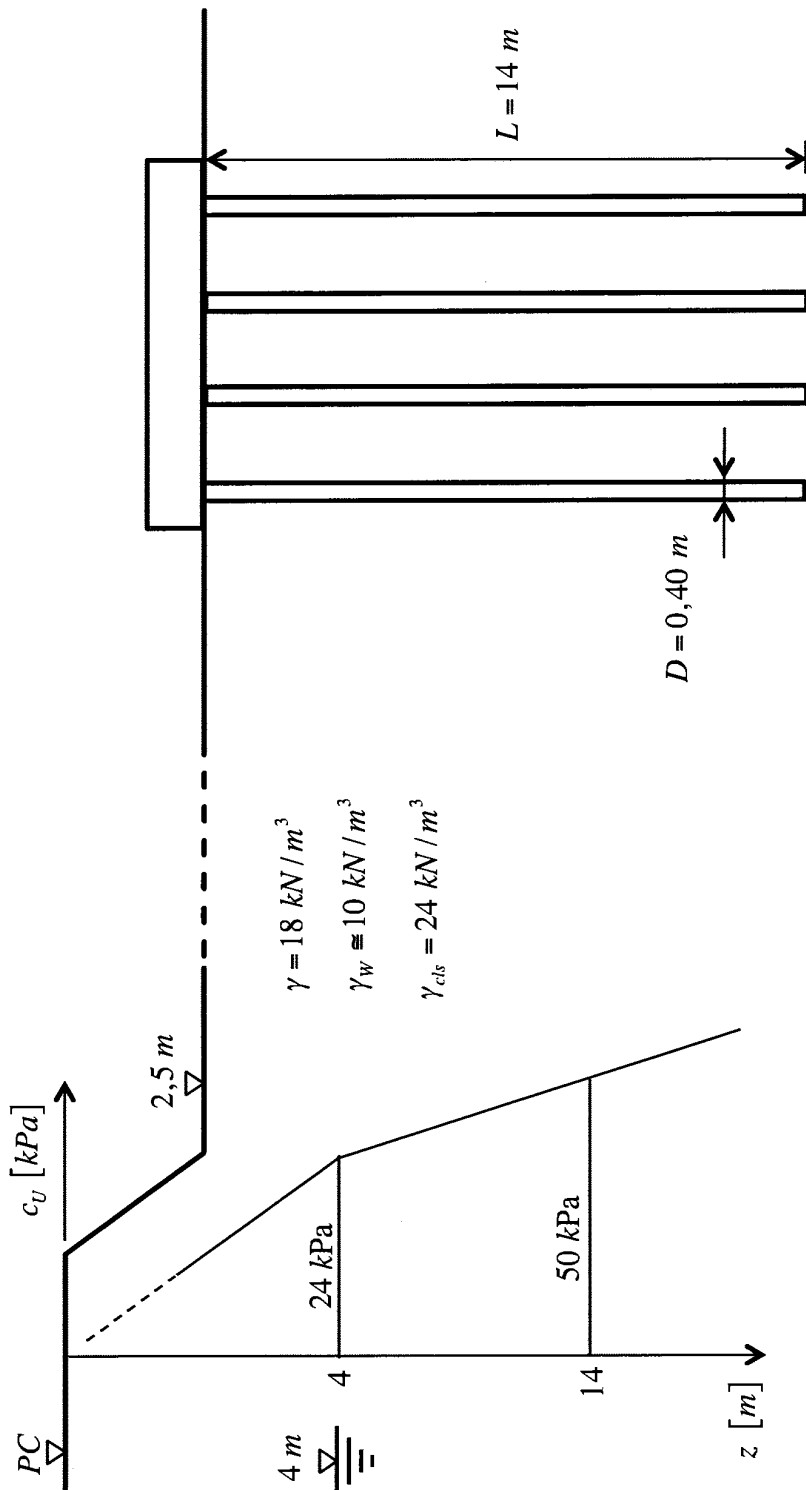
Esercizio H\_03 : Palo infisso



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

In base alla stratigrafia e ai risultati della prova penetrometrica CPT illustrati in figura, valutare la portata assiale limite e quella ammissibile per il palo **infisso** indicato in figura.

Esercizio H\_05 : Pali infissi in un deposito di argilla tenera

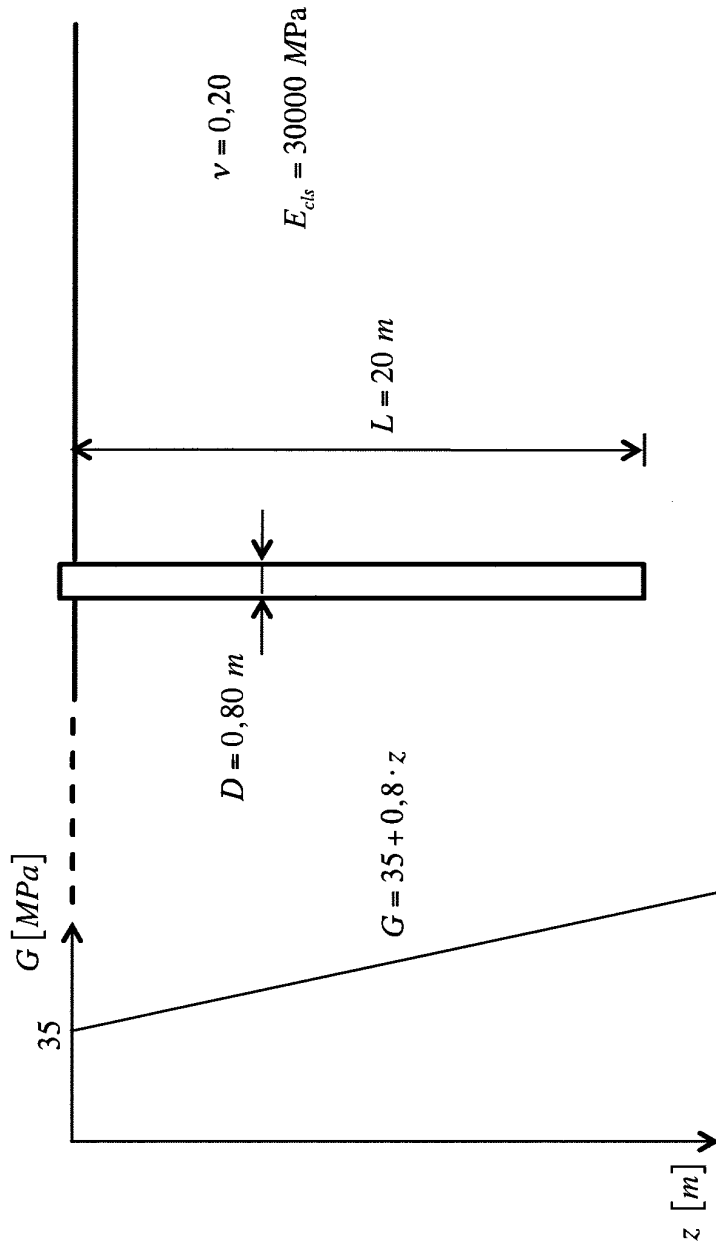


Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Considerati i parametri del deposito argilloso e il profilo di progetto della resistenza al taglio non drenata, si valuti la portata assiale limite del singolo palo **infisso** componente la palificata, considerando che lo sbancamento di 2,5 m ha carattere permanente.

Valutare la portata del palo sia con l'approccio  $\alpha$ , sia con l'approccio  $\beta$ , adottando  $\beta = 0,3$ .

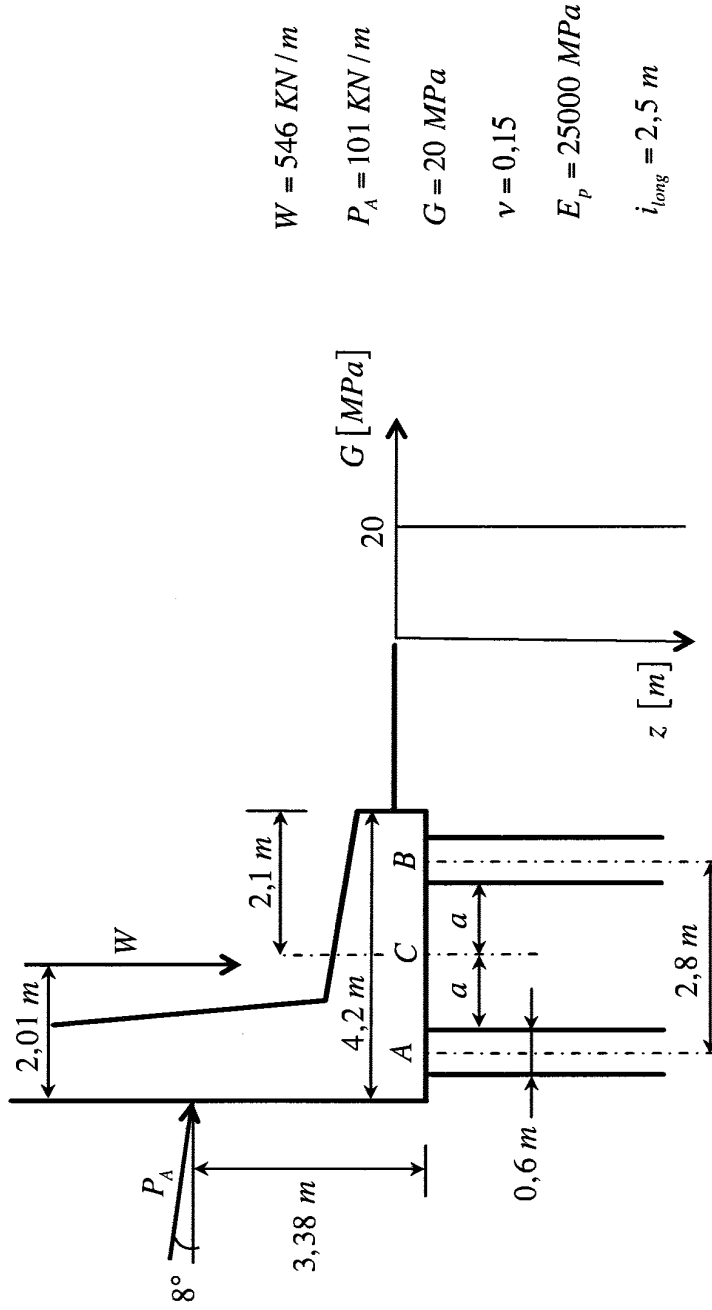
Esercizio H\_07 : Matrice di rigidezza di un palo



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Si calcoli la matrice di rigidezza del palo in calcestruzzo, inserito in un terreno eterogeneo.

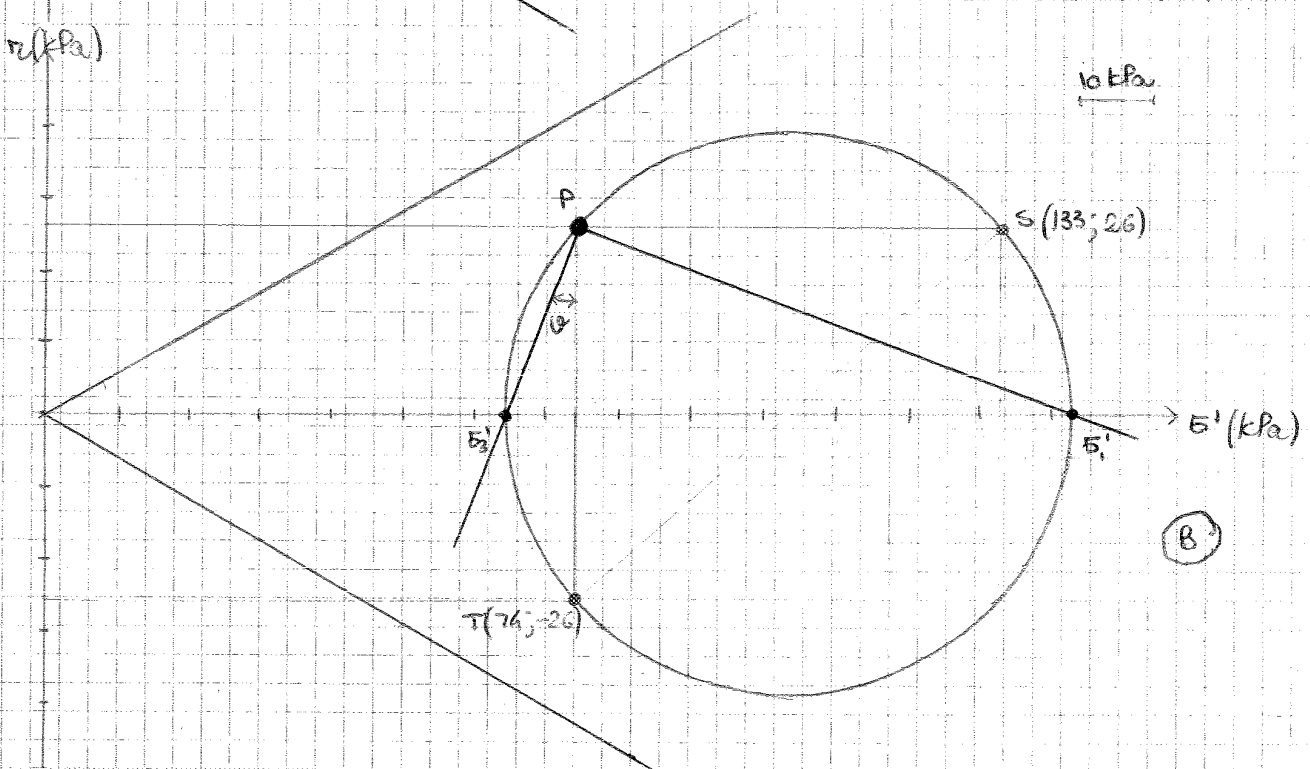
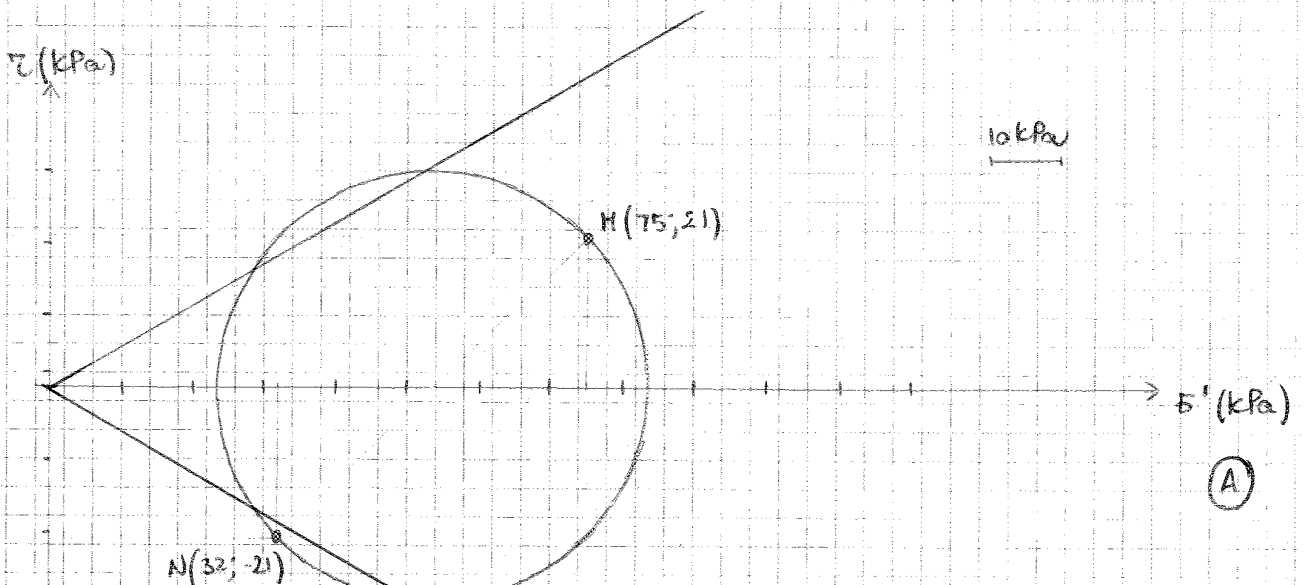
Esercizio H\_09 : Muro di sostegno su due file di pali verticali



Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Si consideri il muro di sostegno fondato su due file di pali verticali aventi un interasse longitudinale di 2,5 m. Facendo l'ipotesi che i pali siano flessibili (ossia abbiano una lunghezza superiore alla *Lunghezza Attiva*), si chiede di calcolare:

- gli spostamenti in testa ai pali e della fondazione;
- le azioni in testa ai pali e i loro diagrammi di momento flettente.



Sul piano di Mohr è possibile anche tracciare l'involuppo di rottura relativo al terreno considerato, costituito da una coppia di rette simmetriche all'asse  $\sigma'$  e caratterizzate da un'intercetta  $c'$  e un'angolo di pendenza  $\varphi'$ .

Confrontando il cerchio con l'involuppo, si riescono a capire le proprietà dello stato tensionale considerato:

se il cerchio è interno o al più tangente all'involuppo, esso è ammissibile;

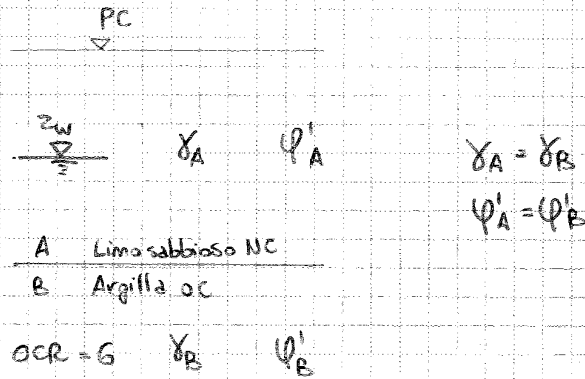
se il cerchio è esterno all'involuppo, esso non è ammissibile.

In questo caso, lo stato **A** è NON AMMISSIBILE;

lo stato **B** è AMMISSIBILE.



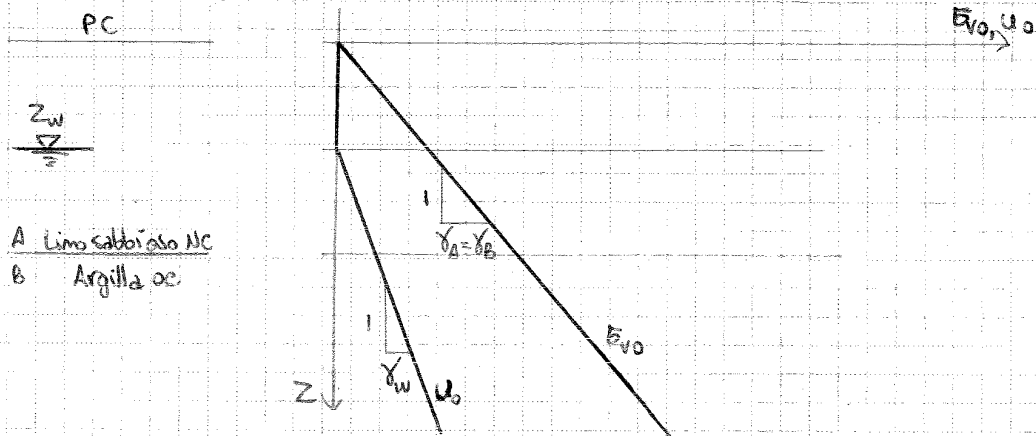
Es A - 03a : TENSIONI GEOSTATICHE IN UN TERRENO STRATIFICATO CON FALDA



Rappresentazione qualitativa delle tensioni geostatiche e della pressione relativa dell'acqua.

→ TENSIONE VERTICALE  $\sigma_{vo}$  e PRESSIONE RELATIVA DELL'ACQUA  $u_o$

In un terreno stratificato, la tensione verticale ha un andamento lineare, che parte da zero al PC e cresce con pendenza pari al peso specifico del materiale coinvolto. In questo caso, la pendenza è la stessa in A e B. Anche la pressione ha un andamento lineare: essa è nulla fino al pelo libero della falda e da lì cresce linearmente con pendenza  $\gamma_w$ , che è circa la metà della densità del terreno.



→ TENSIONE VERTICALE EFFICACE  $\sigma'_{vo}$  e TENSIONE ORIZZONTALE EFFICACE  $\sigma'_{ho}$

La tensione verticale efficace è data dalla relazione

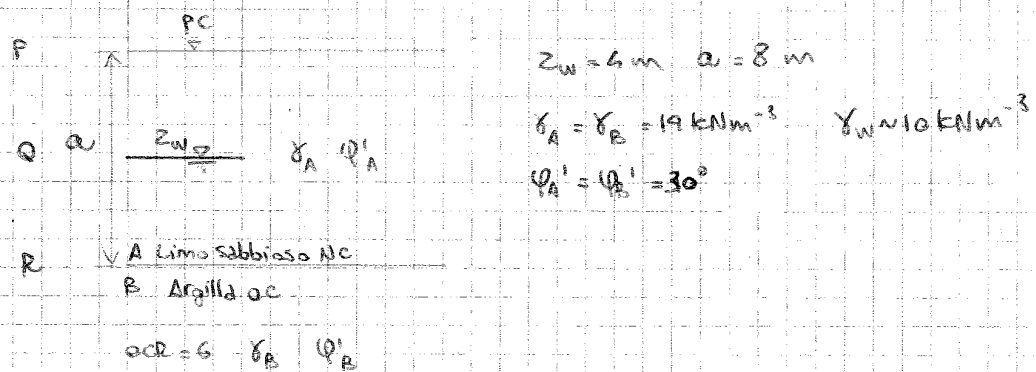
$$\sigma'_{vo} = \sigma_{vo} - u_o$$

Essendo le due quantità lineari, anche  $\sigma'_{vo}$  è lineare, ma presenta in corrispondenza dell'altezza della falda un cambio di pendenza: prima si muove con pendenza  $\gamma_A$  e coincide con le tensioni verticali, poi si muove con pendenza pari a  $\gamma_A - \gamma_w = \gamma_B - \gamma_w$  (che è circa pari a  $\gamma_{sk}$ ).

La tensione orizzontale efficace invece vale

$$\sigma'_{ho} = k_o \sigma'_{vo}$$

### Es A - 03b : TENSIONI GEOSTATICHE IN UN TERRENO STRATIFICATO CON FALDA



Rappresentazione quantitativa delle tensioni geostatiche e della pressione relativa dell'acqua.

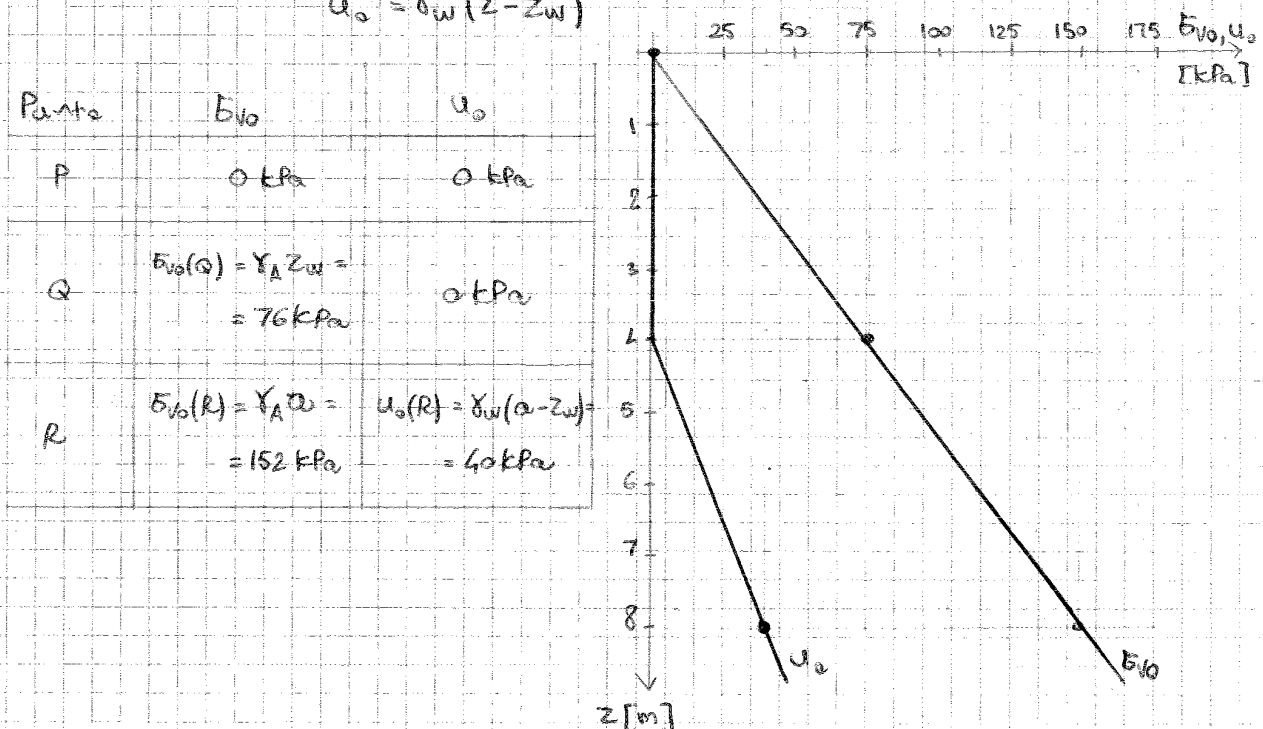
→ TENSIONE VERTICALE  $E_{vo}$  e PRESSIONE RELATIVA DELL'ACQUA  $u_o$

La tensione verticale si calcola come somma dei contributi di peso del terreno sovrastante

$$E_{vo} = \sum \gamma_i h_i$$

La pressione relativa, invece, è nulla fino alla falda e da lì cresce secondo la relazione

$$u_o = \gamma_w (z - z_w)$$

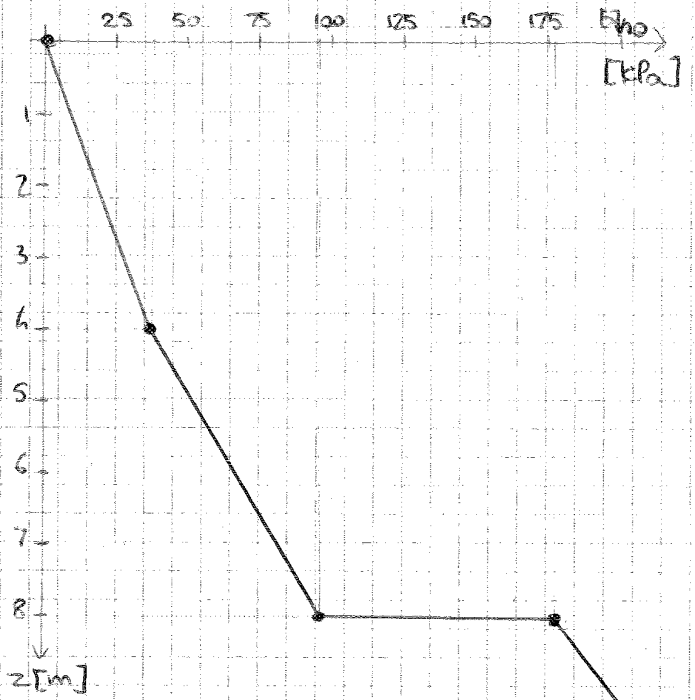


→ TENSIONE ORIZZONTALE  $\sigma_{ho}$

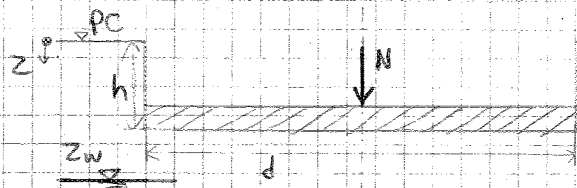
ESSA SI CALCOLA SEMPLICEMENTE CON LA RELAZIONE

$$\sigma_{ho} = \sigma'_{ho} + u_o$$

Punto	$\sigma_{ho}$
P	0 kPa
Q	$\sigma_{ho}(Q) = \sigma'_{ho}(Q) + u_o(Q) = 38 \text{ kPa}$
R	$\sigma_{ho}(R) = \sigma'_{ho}(R) + u_o(R) = 96 \text{ kPa}$
R'	$\sigma_{ho}(R') = \sigma'_{ho}(R') + u_o(R') = 177 \text{ kPa}$



## Eser. n° 2: getto della fondazione e applicazione di un carico verticale e baricentrico $N$



$$z_w = 5 \text{ m} \quad z_A = 8 \text{ m}$$

$$h = 3 \text{ m} \quad d = 15 \text{ m}$$

$$\gamma = 19 \text{ kN/m}^3 \quad \gamma_{\text{sat}} = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$N = 30 \text{ kN}$$

### Profilo qualitativo delle tensioni verticali efficaci finali $\sigma_v$ :

La fondazione è soggetta a un carico  $N$ , che viene "spalmato" su tutta la superficie della fondazione, che dunque trasmette al terreno un carico distribuito uniformemente di intensità

$$\begin{aligned} q &= \frac{N}{A} = \\ &= \frac{N}{\pi r^2} = \\ &= \frac{30 \cdot 10^3 \text{ [kN]}}{\pi \cdot 7,5^2 \text{ [m}^2\text{]}} = 170 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Questo comporta una variazione nello stato tensionale del terreno: essendo un carico uniformemente distribuito su una sezione circolare e visto che ci si focalizza sul punto A, posto sull'asse di simmetria, esiste una relazione analitica che consente di ricavare la variazione di tensione, cioè la formula di Boussinesq

$$\Delta \sigma_v = q_0 \left\{ 1 - \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{d/2}{z} \right)^2 \right]^{3/2}} \right\}$$

Questa relazione presuppone di assumere un terreno a comportamento elastico lineare, omogeneo e isotropo.

Il termine  $q_0$  indica il carico che effettivamente dà luogo al cedimento. Poiché la fondazione è parzialmente compensata, bisogna togliere una certa aliquota  $\sigma_{v0}$

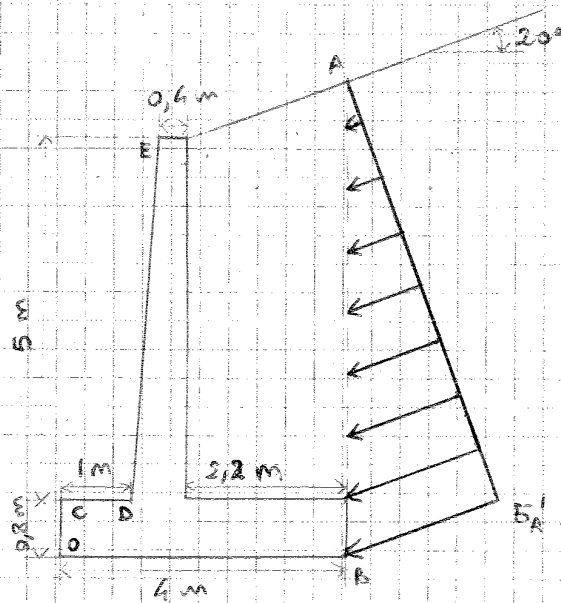
$$\begin{aligned} q_0 &= q - \sigma_{v0} = \\ &= 170 \text{ [kPa]} - 57 \text{ [kPa]} = 113 \text{ kPa} \end{aligned}$$

In base alla relazione scritta, si deduce l'aumento dell'incremento di tensione:

dall'interfaccia ( $z=0$ ), esso vale proprio  $q_0$  e poi si smorza in profondità.

L'aumento della tensione finale sarà somma del diagramma di tensione geostatica e incremento di tensione.

ES. A - 05 : CALCOLO DELLE AZIONI IN FONDAZIONE PER UN MURO DI SOSTEGNO



$$\gamma = 18 \text{ kNm}^{-3}$$

$$\gamma_{ds} = 24 \text{ kNm}^{-3}$$

$$E_A' = 41 \text{ kPa}$$

I) Calcolo della risultante della spinta attiva sulla parete AB

Nella muratura a mensola, la spinta attiva è valutata sulla parete virtuale e dunque si ignorano le azioni tangenziali tra parete e terreno. Pertanto, la spinta attiva presenta una distribuzione di forze parallele al PC e nessuna ulteriore obliquità dovuta all'attrito con la parete.

Poiché la spinta attiva è data da una distribuzione di forze parallele, è chiaro che la risultante avrà la stessa inclinazione, cioè  $20^\circ$ . Essendo poi triangolare, la retta d'azione passerà x il suo baricentro, posto a  $1/3$  dell'altezza o, equivalentemente, a  $1/3$  della parete AB, cioè:

$$h = \frac{1}{3} \overline{AB} =$$

$$= \frac{1}{3} (0,8 \text{ [m]} + 5 \text{ [m]} + 2,2 \text{ [m]} \cdot \tan 20^\circ) =$$

$$= 2,2 \text{ m}$$

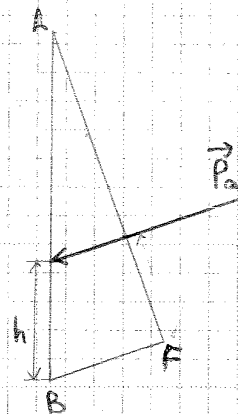
Il modulo corrisponde all'integrale della spinta

$$P_A = \int_A^B E_A'(z) dz \cdot 1 = \rightarrow \text{agisce su AB}$$

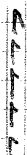
e  $1 \cdot dz$  è l'area unitaria

$$= \frac{1}{2} E_{A, \text{max}}' \cdot \overline{AB} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 41 \text{ [kPa]} \cdot (0,8 \text{ [m]} + 5 \text{ [m]} + 2,2 \text{ [m]} \cdot \tan 20^\circ) = 135,3 \text{ kNm}^{-1}$$



OSSERVAZIONE:  $P_A$  si calcola come la RISULTANTE DELLA DISTRIBUZIONE (e quindi con l'integrale) e non come area della distribuzione. In caso contrario, se si avesse una distribuzione di tensioni tangenziali, si avrebbe il paradosso che l'area è nulla mentre la risultante no.



Blocco ④: la forza peso passa in mezz'aria, a distanza 2,4 m dalla parete AB.  
Il modulo vale

$$\begin{aligned} W_4 &= \gamma_{cls} \cdot \text{base} \cdot \text{altezza} = \\ &= 24 \text{ [kNm}^{-3}\text{]} \cdot 0,4 \text{ [m]} \cdot 5 \text{ [m]} = \\ &= 48 \text{ kNm}_{\text{prof}}^{-1} \end{aligned}$$

Blocco ⑤: la forza peso passa a 1/3 della base, a distanza 2,7 m dalla parete AB.  
Il modulo vale

$$\begin{aligned} W_5 &= \gamma_{cls} \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altezza} = \\ &= 24 \text{ [kNm}^{-3}\text{]} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,4 \text{ [m]} \cdot 5 \text{ [m]} = \\ &= 24 \text{ kNm}_{\text{prof}}^{-1} \end{aligned}$$

Il peso complessivo vale dunque

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 = \\ &= 15,9 \text{ [kNm}_{\text{prof}}^{-1}\text{]} + 198 \text{ [kNm}_{\text{prof}}^{-1}\text{]} + 76,8 \text{ [kNm}_{\text{prof}}^{-1}\text{]} + 48 \text{ [kNm}_{\text{prof}}^{-1}\text{]} + \\ &\quad + 24 \text{ [kNm}_{\text{prof}}^{-1}\text{]} = \\ &= 362,7 \text{ kNm}_{\text{prof}}^{-1} \end{aligned}$$

La retta d'azione è verticale e, x individuarne la posizione, si confrontano il momento della risultante e quello delle singole componenti rispetto a B.

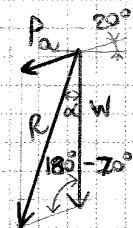
$$\begin{aligned} W \cdot b_w &= W_1 b_1 + W_2 b_2 + W_3 b_3 + W_4 b_4 + W_5 b_5 \\ 362,7 b &= 15,9 \cdot 0,7 + 198 \cdot 1,1 + 76,8 \cdot 2 + 48 \cdot 2,4 + 24 \cdot 2,7 \\ \Rightarrow b &= 1,55 \text{ m} \end{aligned}$$

### III) Calcolo della risultante dei carichi in fondazione

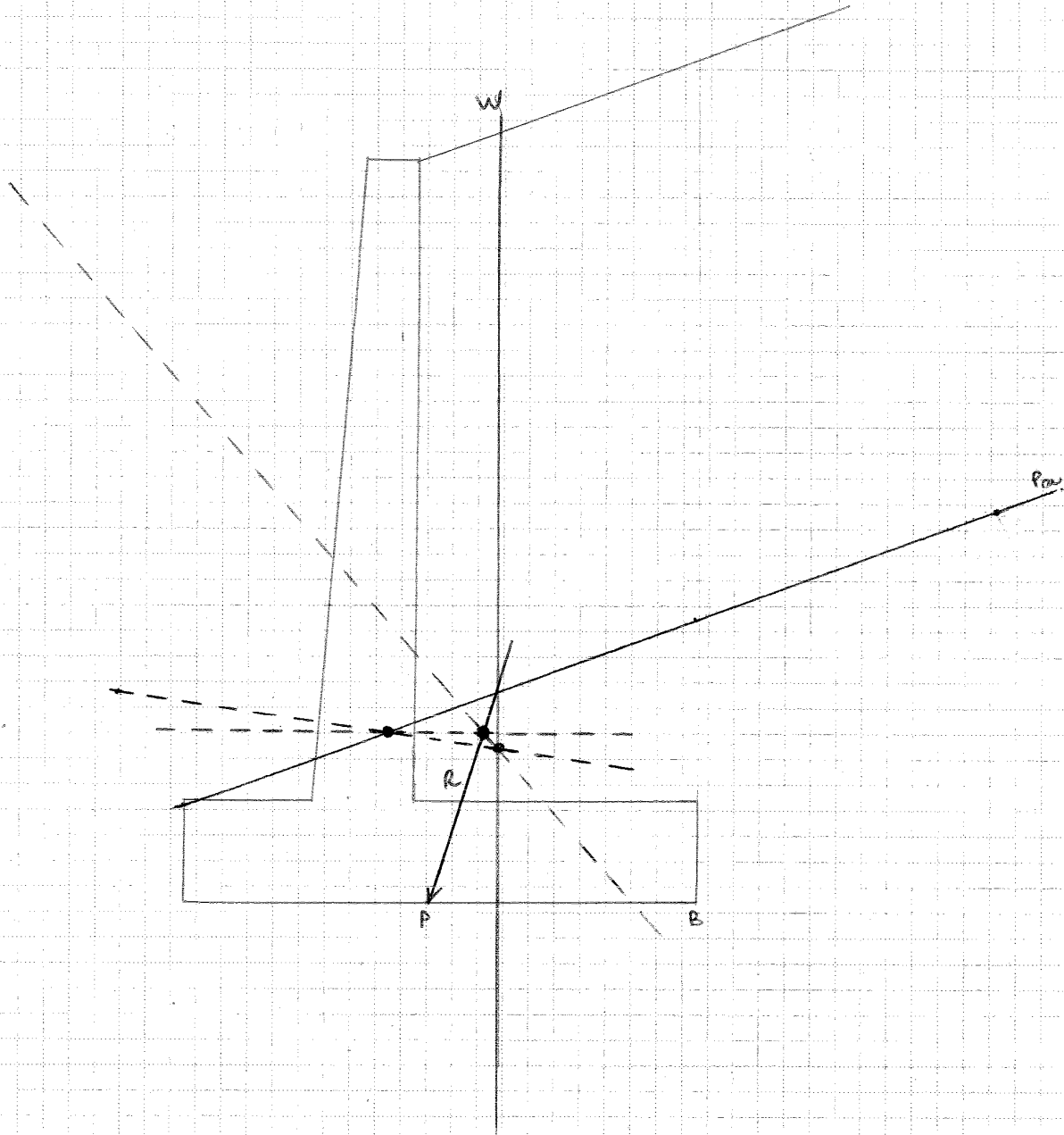
VIA ANALITICA

Per ricavare il modulo, è sufficiente applicare la regola del parallelogramma x la composizione dei vettori

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{W^2 + P_a^2 - 2P_a W \cos(180^\circ - 70^\circ)} = \\ &= \sqrt{W^2 + P_a^2 + 2P_a W \sin 20^\circ} = \\ &= \sqrt{362,7^2 + 135,3^2 + 2 \cdot 135,3 \cdot 362,7 \cdot \sin 20^\circ} = 428,3 \text{ kNm}_{\text{prof}}^{-1} \end{aligned}$$



Ora si applica il metodo del poligono funicolare, in cui si individua un generico polo nel poligono dei vettori liberi e da esso si tracciano le rette passanti x i punti estremi dei vettori liberi.  
 Queste rette vengono poi compilate nella struttura con le rette d'azione delle varie forze e il punto d'intersezione fra la prima e l'ultima retta tracciata individua la retta d'azione della risultante.



Da qui si misura la distanza e si ottiene

$$\overline{PB} = 2\text{m}$$

Si nota che si poteva giungere allo stesso risultato semplicemente componendo le due forze.

Ora si valutano due casi

Ⓘ MANCANZA DEL RINTERRO  $q' = 0 \text{ kPa}$

Questo si fa sentire sull'espressione del carico limite

$$q_{LIM} = \frac{1}{2} \gamma + B N_{\gamma} + \underbrace{q}_{0} + \underbrace{c N_c}_{0} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 20 [\text{kNm}^{-3}] \cdot 3 [\text{m}] \cdot 56,4 = 1692 \text{ kPa}$$

Da ciò consegue un carico massimo pari a

$$N_{LIM} = q_{LIM} \cdot A_f =$$

$$= 1692 [\text{kPa}] \cdot 3 [\text{m}] = 5076 \text{ kNm}^{-1}$$

Il fattore di sicurezza ora vale

$$F_s = \frac{N_{LIM}}{N_{ES}} =$$

$$= \frac{5076 [\text{kNm}^{-1}]}{1800 [\text{kNm}^{-1}]} = 2,8 < 3$$

L'assenza del rinterro fa sì che non siano più soddisfatti i requisiti di sicurezza.

Ⓣ ERRORE NELL'ANGOLO DI RESISTENZA AL TAGLIO  $\Delta\varphi' = 2^\circ$

Nel caso peggiore, il terreno presenta un valore pari a

$$\varphi' = 34^\circ$$

Di conseguenza, cambia la capacità portante perché cambiano i fattori correttivi.

$$N_q = \frac{1 + \sin\varphi'}{1 - \sin\varphi'} e^{\pi \tan\varphi'} = \frac{1 + \sin 34^\circ}{1 - \sin 34^\circ} e^{\pi \cdot \tan 34^\circ} = 29,4$$

$$N_{\gamma} \approx 2(N_q + 1) \tan\varphi' = 2(29,4 + 1) \cdot \tan 34^\circ = 41,0$$

$$\Rightarrow q_{LIM} = \frac{1}{2} \gamma + B N_{\gamma} + q N_q =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 20 [\text{kNm}^{-3}] \cdot 3 [\text{m}] \cdot 41,0 + 20 [\text{kPa}] \cdot 29,4 =$$

$$= 1230 [\text{kPa}] + 588 [\text{kPa}] = 1818 \text{ kPa}$$

Il carico massimo così vale

$$N_{LIM} = q_{LIM} A_f =$$

$$= 1818 [\text{kPa}] \cdot 3 [\text{m}] = 5454 \text{ kNm}^{-1}$$

$$\Rightarrow F_s = \frac{N_{LIM}}{N_{ES}} = 3,0$$

→ il valore è al limite dell'accettabilità



→ Fattori correttivi

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} e^{\pi \tan \varphi'} = \frac{1 + \sin 36^\circ}{1 - \sin 36^\circ} e^{\pi \tan 36^\circ} = 37,8$$

$$N_{\gamma} = 2(N_q + 1) \tan \varphi' = 2(37,8 + 1) \tan 36^\circ = 56,4$$

Ora si può valutare il carico limite

$$\begin{aligned} q_{LIM} &= \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + q N_q = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 18 [\text{kNm}^{-3}] \cdot 1,5 [\text{m}] \cdot 56,4 + 27 [\text{kPa}] \cdot 37,8 = \\ &= 761,4 [\text{kPa}] + 1020,6 [\text{kPa}] = 1782 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Poiché il fattore di sicurezza globale è un rapporto tra forze, occorre passare dal carico limite unitario al carico corrispondente tramite moltiplicazione x l'area soggetta alla distribuzione. In questo caso, essa coincide con l'area della fondazione.

$$\begin{aligned} N_{LIM} &= q_{LIM} \cdot A_f = \\ &= 1782 [\text{kPa}] \cdot 1,5 [\text{m}] = 2673 \text{ kNm}^{-1} \end{aligned}$$

Il fattore di sicurezza globale è semplicemente il rapporto tra il massimo carico applicabile (il carico limite) e il carico in esercizio.

$$\begin{aligned} F_s &= \frac{N_{LIM}}{N_{ES}} = \\ &= \frac{2673 [\text{kNm}^{-1}]}{645 [\text{kNm}^{-1}]} = 4,1 > 3 \end{aligned}$$

Essendo maggiore di 3, la fondazione risulta soddisfare i requisiti del D.M. '88 in questa configurazione di carichi.

$$\textcircled{\text{II}} e_2 = 20 \text{ cm}$$

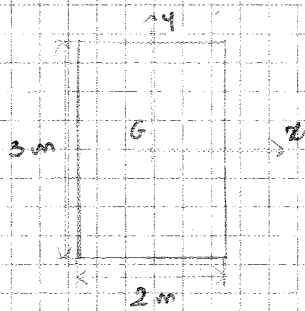
In questo caso, il carico presenta un'eccentricità e la situazione cambia. In condizioni di rottura, infatti, la distribuzione di carichi non si trova sotto tutta la fondazione ma x regioni di equilibrio, essa interessa una porzione tale che il carico diventi bircentrico. Tale porzione si dice base ridotta e, x fondazioni nastroformi, vale

$$\begin{aligned} B_R &= B - 2e = \\ &= 1,5 [\text{m}] - 2 \cdot 0,2 [\text{m}] = 1,1 \text{ m} \end{aligned}$$

La base ridotta costituisce sempre una fascia nastroforme rispetto alla quale il carico è bircentrico. Dunque valgono le ipotesi di Terzaghi e si ha

$$q_{LIM} = 1782 \text{ kPa}$$

### Es. B\_03: FONDAZIONE A PUNTO SU TERRENO INCOERENTE



Carico in esercizio

$$\begin{cases} N_{es} = 608 \text{ kN} & M_x = 91 \text{ kNm} \\ H_y = 44 \text{ kN} & M_y = 426 \text{ kNm} \end{cases}$$

$\gamma_t = 19 \text{ kNm}^{-3}$        $\varphi' = 32^\circ$        $c' = 0$   
 $q' = 10 \text{ kPa}$   
 Assenza di falda

Valutare il fattore di sicurezza nei confronti della capacità portante del plinto rettangolare.

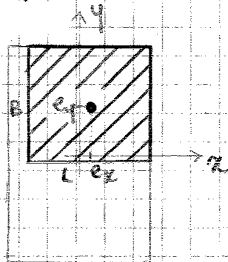
Poiché sul plinto agisce un carico che presenta dei momenti, tale carico risulta presentare un'eccentricità (in questo caso, doppia eccentricità) direttamente legata al momento.

La convenzione prevede che a un momento  $M_i$  si associ un'eccentricità  $e_i$ :

$$N e_x = M_x \quad \Rightarrow \quad e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{91 \text{ [kNm]}}{608 \text{ [kN]}} = 0,15 \text{ m}$$

$$N e_y = M_y \quad \Rightarrow \quad e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{426 \text{ [kNm]}}{608 \text{ [kN]}} = 0,70 \text{ m}$$

In virtù dell'eccentricità, il carico unitario limite dovrà essere applicato sulla base ridotta.



Per richiederla, si nota che la fondazione non è più unistriforme ma rettangolare e dunque non valgono le relazioni di prima x avere  $B_q$ .  
 D'altra parte, è sufficiente ricavare graficamente l'area il cui baricentro coincide con il punto di applicazione del carico.  
 Questa è un'area rettangolare con lato minore B e lato maggiore L pari a:

$$B = 1,6 \text{ m} \quad L = 1,7 \text{ m}$$

Si può notare così che ora si è in presenza di una fondazione rettangolare non unistriforme soggetta a un carico non verticale (poiché è presente una componente orizzontale H) e non eccentrica.

Pertanto, si calcola il carico limite unitario con la formula di Brinch-Hansen

$$q_{lim} = \frac{1}{2} \left( B N_{qs} s_{q1} i_{q1} + q' N_q s_q i_q + \underbrace{c' N_c s_c i_c}_0 \right)$$

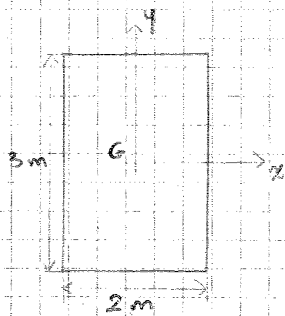
Si valutano dapprima i vari termini

→ fattori correttivi

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} e^{\pi \tan \varphi'} = \frac{1 + \sin 32^\circ}{1 - \sin 32^\circ} e^{\pi \tan 32^\circ} = 23,2$$

$$N_\gamma \sim 2 (N_q + 1) \tan \varphi' = 2 (23,2 + 1) \cdot \tan 32^\circ = 30,2$$

ES B\_04 : FONDAZIONE A PUNTO SU TERRENO INCOERENTE



carico in esercizio

$$\begin{cases} N = 1100 \text{ kN} \\ H_x = 60 \text{ kN} & M_x = 0 \text{ kNm} \\ H_y = -80 \text{ kN} & M_y = -310 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\gamma_t = 18 \text{ kNm}^{-3} \quad \varphi' = 34^\circ \quad c' = 0$$

$$q' = 10 \text{ kPa}$$

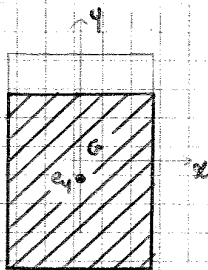
Assenza di falda

Valutare il Fattore di sicurezza nei confronti della capacità portante.

Poiché compaiono dei momenti, il carico non è centrato e ha eccentricità

$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{0 \text{ [kNm]}}{1100 \text{ [kN]}} = 0 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{-310 \text{ [kNm]}}{1100 \text{ [kN]}} = -0,28 \text{ m}$$



Notate l'eccentricità, si applica il metodo grafico x trovare la base ridotta. In questo caso, è una base rettangolare di lati

$$B = 2 \text{ m} \quad L = 2,64 \text{ m}$$

La fondazione è rettangolare e soggetta a un carico non verticale e non centrato. Per applicare il carico unitario limite, si applica la formula di Brinch-Hansen

$$q_{ul} = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q + c' N_c s_c i_c$$

Si valutano dapprima i vari termini

→ Fattori correttivi

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} e^{\pi \tan \varphi'} = \frac{1 + \sin 34^\circ}{1 - \sin 34^\circ} e^{\pi \tan 34^\circ} = 29,4$$

$$N_\gamma \approx 2(N_q + 1) \tan \varphi' = 2(29,4 + 1) \cdot \tan 34^\circ = 41,0$$

→ correzione x la forma della fondazione

$$S_q = S_\gamma = 1 + 0,1 \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \frac{B}{L} = 1 + 0,1 \frac{1 + \sin 34^\circ}{1 - \sin 34^\circ} \frac{2}{2,64} = 1,29$$

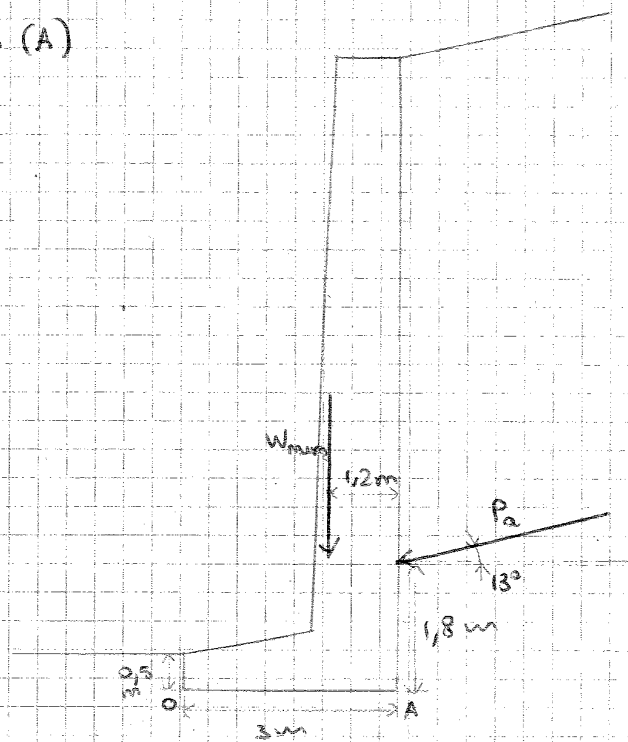
→ correzione x l'obliquità del carico

I fattori correttivi tengono conto non tanto delle singole componenti orizzontali ma dell'obliquità e dunque bisogna valutare il contributo tangenziale complessivo

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = \sqrt{60^2 + (-80)^2} =$$

Es B\_05 : VERIFICA A CAPACITÀ PORTANTE PER UN MURO DI SOSTEGNO

Caso (A)



$$W_{muro} = 455 \text{ kNm}^{-1}$$

$$P_a = 200 \text{ kNm}^{-1}$$

$$\gamma = 20 \text{ kNm}^{-3}$$

$$\varphi' = 36^\circ$$

Valutare la capacità portante e lo scorrimento, sapendo che

$$FS_{min, cp} = 2$$

$$FS_{min, sc} = 1,5$$

$$\delta_{sc} = 26^\circ$$

Disegnare poi la distribuzione di  $q_{ult}$  al di sotto della fondazione

Prima di procedere a qualunque verifica, occorre capire quale forza agisce sul piano di peso.

Tale forza è data dalla composizione di  $W_{muro}$  e  $P_a$  e ha modulo

$$R = \sqrt{(W_{muro} + P_v)^2 + P_H^2} =$$

$$= \sqrt{(455 + 200 \cdot \sin 13^\circ)^2 + (200 \cdot \cos 13^\circ)^2} =$$

$$= \sqrt{(455 + 45)^2 + 194,9^2} =$$

$$= \sqrt{500^2 + 194,9^2} = 536,6 \text{ kNm}^{-1}$$

$$N = 500 \text{ kNm}^{-1}$$

$$H = 194,9 \text{ kNm}^{-1} \quad \varphi = 21,3^\circ$$

Per individuare il punto d'applicazione, si sfrutta la proprietà per cui il momento della risultante è pari alla risultante dei momenti delle singole forze. In questo caso, come polo, si sceglie il punto O al piede.

$$N \cdot d = W_{muro} \cdot b_w + P_v \cdot b_v + P_H \cdot b_H$$

Al primo membro, si è messa solo la componente verticale in modo che il braccio giaccia lungo la base OA

→ coefficienti di inclinazione

Essi dipendono da un parametro  $m$ , che definisce la geometria della fondazione e, in fondazioni nastrofornite vale

$$m = 2$$

Così i coefficienti valgono

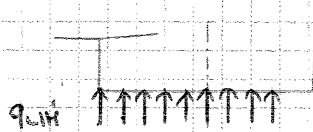
$$i_q = \left[ 1 - \frac{H}{N + B L c' \cot \alpha \eta \phi'} \right]^m = \left[ 1 - \frac{196,9}{500 + 0} \right]^2 = 0,37$$

$$i_\gamma = \left[ 1 - \frac{H}{N + B L c' \cot \alpha \eta \phi'} \right]^{m+1} = \left[ 1 - \frac{196,9}{500 + 0} \right]^{2+1} = 0,23$$

Il carico limite vale così

$$\begin{aligned} q_{LIM} &= \frac{1}{2} \gamma' B_c N_\gamma i_\gamma + q' N_q i_q = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ [kNm}^{-3}] \cdot 2,4 \text{ [m]} + 56,4 \cdot 0,23 + 10 \text{ [kPa]} \cdot 37,8 \cdot 0,37 = \\ &= 311,3 \text{ [kPa]} + 139,4 \text{ [kPa]} = 451,2 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Il carico unitario limite presenterà una distribuzione uniforme verticale lungo la base ridotta



Il carico corrispondente sarà la risultante di questa distribuzione e, cioè l'integrale che, in questo caso, corrisponde al prodotto carico unitario  $\times$  base ridotta (poiché la distribuzione è uniforme)

$$\begin{aligned} N_{LIM} &= q_{LIM} \cdot B_c = \\ &= 451,2 \text{ [kPa]} \cdot 2,4 \text{ [m]} = 1082,9 \text{ kNm}^{-1} \end{aligned}$$

A questo punto, è immediato valutare il fattore di sicurezza, sfruttando la sua definizione

$$\begin{aligned} FS &= \frac{N_{LIM}}{N} = \\ &= \frac{1082,9 \text{ [kNm}^{-1}]}{500 \text{ [kNm}^{-1}]} = 2,2 > FS_{min, CF} = 2 \end{aligned}$$

Dal punto di vista della capacità portante, il caso (A) è superato verificato.

La caso che si rispetti lo scorrimento ma non la capacità portante, è sufficiente variare le dimensioni della fondazione.

Viceversa, non si può ridurre l'obliquità agendo sulle dimensioni bensì

→ si aumenta il muro, anche se così la struttura diventa più massiccia e pesante

→ quando la forza  $P_a$  ha una direzione da destra verso sinistra, si può inclinare il piano di posa.

Ciò dipende dal tipo di terreno e, se l'azione orizzontale deriva da azioni sismiche, vento, etc. che possono agire in qualunque direzione, questa soluzione non va bene.

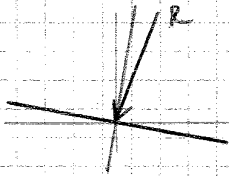
In questo caso, si immagina di inclinare il piano di posa.

Prima di fare le verifiche, occorre valutare come si modificano le forze agenti.

Per semplicità e a vantaggio a favore di sicurezza, si considera il peso aggiuntivo trascurabile (e' piccola).

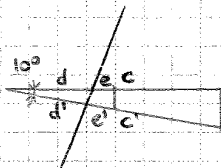
Così le azioni sono le stesse di prima e la risultante vale sempre

$$R = 536,6 \text{ kNm}^{-1}$$



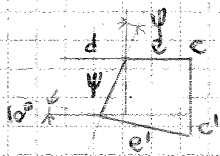
A variare sarà innanzitutto l'obliquità rispetto alla normale al piano di posa, che si riduce al valore

$$\begin{aligned} \psi' &= \psi - 10^\circ = \\ &= 21,3^\circ - 10^\circ = 11^\circ \end{aligned}$$

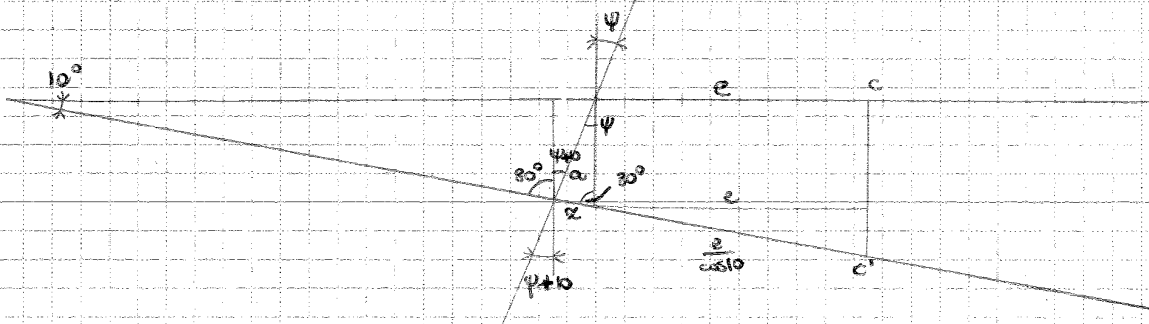


Il fatto che l'obliquità si sia ridotta presuppone un miglior comportamento allo scorrimento.

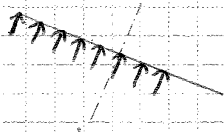
Inoltre varia anche la posizione del punto di applicazione e dunque l'eccentricità



$$\begin{aligned} e' &= \frac{e}{\cos 10^\circ} + z = \\ &= \frac{e}{\cos 10^\circ} + \frac{\sin \psi}{\sin 80^\circ} a = \quad \rightarrow \text{formula del seno} \\ &= \frac{e}{\cos 10^\circ} + \frac{\sin \psi}{\sin 80^\circ} \cdot d \sin 10^\circ = \\ &= \frac{0,3}{\cos 10^\circ} + \frac{\sin 21,3^\circ}{\sin 80^\circ} \cdot \frac{1,2 \cdot \sin 10^\circ}{\sin(21,3+10)} = 0,380,42 \end{aligned}$$



Il carico corrispondente è pari alla risultante della distribuzione, che è distribuita uniformemente sulla base ridotta e perpendicolare al piano di posa.



$$N_{LH} = q_{LH} \cdot B'_e =$$

$$= 664,8 \text{ [kPa]} \cdot 2,2 \text{ [m]} = 1462,56 \text{ kNm}^{-1}$$

Il fattore di sicurezza è così pari a

$$FS = \frac{N_{LH}}{N'} =$$

$$= \frac{1462,56 \text{ [kNm}^{-1}\text{]}}{526,2 \text{ [kNm}^{-1}\text{]}} = 2,8 > FS_{\text{min, cp}} = 2$$

### VERIFICA ALLO SCORRIMENTO

Assumendo invariato l'angolo di attrito

$$\delta = 26^\circ$$

l'azione massima orizzontale vale

$$H_{LH} = N' \tan \delta =$$

$$= 526,2 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} \cdot \tan 26^\circ = 256,6 \text{ kNm}^{-1}$$

Di conseguenza, il fattore di sicurezza assume come nuovo valore

$$FS = \frac{H_{LH}}{H'} =$$

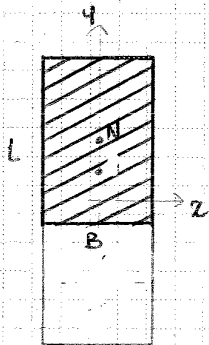
$$= \frac{256,6 \text{ [kNm}^{-1}\text{]}}{105,1 \text{ [kNm}^{-1}\text{]}} = 2,5 > FS_{\text{min, sc}} = 1,5$$

Grazie all'adozione del piano di posa inclinato, anche la verifica a scorrimento è soddisfatta.

Si può notare che, in questo caso, la  $U$  è applicata al baricentro, a cui non dà luogo a momento di trasporto rispetto a  $x$  e  $y$  e dunque non bisogna correggere il punto di applicazione.

$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{0 \text{ [kNm]}}{2030 \text{ [kN]}} = 0 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{2436 \text{ [kNm]}}{2030 \text{ [kN]}} = 1,2 \text{ m}$$



Di conseguenza, la base effettivamente reagente ha dimensioni

$$B = 3 \text{ m}$$

$$L = 8 - 2 \cdot 1,2 = 5,6 \text{ m}$$

Si è così in presenza di una fondazione rettangolare soggetta a un carico eccentrico, a cui si può valutare il carico unitario limite attraverso la formula di Brinch-Hansen

$$q'_{lim} = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma i_\gamma S_\gamma + q' N_q i_q S_q + \frac{c' N_c i_c S_c}{0}$$

Si valutano le varie quantità

→ coefficienti di capacità portante

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} e^{\pi \tan \varphi'} = \frac{1 + \sin 32^\circ}{1 - \sin 32^\circ} e^{\pi \tan 32^\circ} = 23,2$$

$$N_\gamma \approx 2 (N_q + 1) \tan \varphi' = 2 \cdot (23,2 + 1) \cdot \tan 32^\circ = 30,2$$

→ coefficiente x la forma della fondazione  $S$

$$S_q = S_\gamma = 1 + 0,1 \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \frac{B}{L} = 1 + 0,1 \frac{1 + \sin 32^\circ}{1 - \sin 32^\circ} \frac{3}{5,6} = 1,17$$

→ coefficiente x l'obliquità del carico  $i$ :

si calcola dapprima il coefficiente  $m$

$$m = \frac{2 + \frac{B}{L}}{1 + \frac{B}{L}} = 1,65$$

I termini di correzione allora valgono

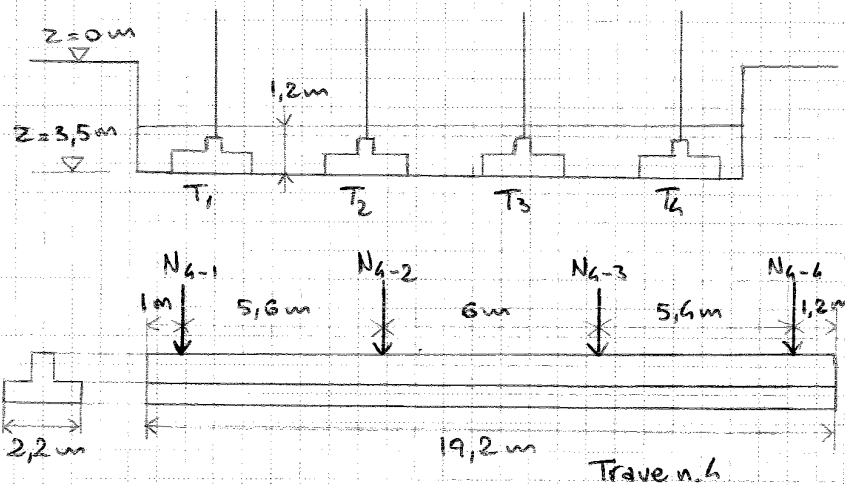
$$i_q = \left( 1 - \frac{H}{N' + B L c' \cot \varphi'} \right)^m = \left( 1 - \frac{487}{2030 + 0} \right)^{1,65} = 0,64$$

$$i_\gamma = \left( 1 - \frac{H}{N' + B L c' \cot \varphi'} \right)^{m+1} = \left( 1 - \frac{487}{2030 + 0} \right)^{1,65+1} = 0,48$$

$$\downarrow \\ H = H_x$$



### Es B-07



Argilla moderatamente oc

$$\gamma = 19 \text{ kNm}^{-3}$$

$$c_u = 35 \text{ kPa}$$

$$\varphi' = 27^\circ$$

Non c'è falda

$$N_{4-1} = 457 \text{ kN}$$

$$N_{4-2} = 586 \text{ kN}$$

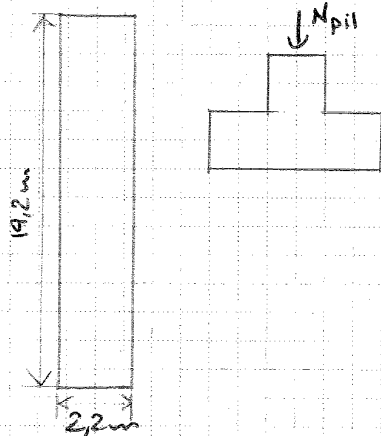
$$N_{4-3} = 564 \text{ kN}$$

$$N_{4-4} = 429 \text{ kN}$$

$$W_F = 580 \text{ kN}$$

Valutare x la trave n. 4 il coefficiente di sicurezza nei confronti della capacità portante a breve e lungo termine.

Prima di procedere alle varie valutazioni, occorre definire il carico che è trasmesso in esercizio dalla fondazione al piano di posa.



I vari carichi trasmessi alla fondazione dai pilastri possono essere schematizzati con un'unica azione  $N_{pil}$ , che non è altro che la risultante.

$$\begin{aligned} N_{pil} &= \sum N_i = \\ &= 457 \text{ [kN]} + 586 \text{ [kN]} + 564 \text{ [kN]} + 429 \text{ [kN]} = \\ &= 2036 \text{ kN} \end{aligned}$$

Visto che poi il rapporto tra i lati della fondazione è circa 1:10, questa è assunta nastroiforme. Inoltre, i vari carichi sono distribuiti in modo abbastanza uniforme lungo il suo sviluppo, x cui si può trascurare il momento di eccentricità, e ciò rafforza l'idea di assumere la fondazione nastroiforme.

↳ l'eccentricità  $e_y$  è piccola e dunque anche la base ridotta (che coincide praticamente con la base) mantiene la proporzione 1:10

Sul piano di posa si scaricherà dunque una forza data dal carico dei pilastri e dal peso della fondazione. Siccome la fondazione è nastroiforme, il carico è rapportato all'unità di lunghezza

$$\begin{aligned} N_{25} &= \frac{N_{pil} + W_F}{L} = \\ &= \frac{2036 \text{ [kN]} + 580 \text{ [kN]}}{19,2 \text{ [m]}} = 136,3 \text{ kN/m} \rightarrow \text{centrato} \end{aligned}$$

## CAPACITÀ PORTANTE A LUNGO TERMINE

In questo caso, la valutazione è fatta in condizioni drenate, poiché si sono lasciate ridurne le sovrappressioni, e il risultato è meno gravoso. Si fa riferimento alla formula di Terzaghi

$$q_{LIM} = \frac{1}{2} \gamma' B N_{\gamma} + q' N_q + c' N_c$$

Si valutano i coefficienti di correzione x la capacità portante

$$N_q = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} e^{\pi \tan \phi'} = \frac{1 + \sin 27^\circ}{1 - \sin 27^\circ} e^{\pi \cdot \tan 27^\circ} = 13,2$$

$$N_{\gamma} \approx 2(N_q + 1) \tan \phi' = 2 \cdot (13,2 + 1) \cdot \tan 27^\circ = 14,5$$

Il carico limite unitario così vale

$$\begin{aligned} q'_{LIM} &= \frac{1}{2} \gamma' B N_{\gamma} + q' N_q = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 19 \text{ [kNm}^{-3}] \cdot 2,2 \text{ [m]} \cdot 14,5 + 22,8 \text{ [kPa]} \cdot 13,2 = \\ &= 303,0 \text{ [kPa]} + 301,0 \text{ [kPa]} = 604,0 \text{ [kPa]} \end{aligned}$$

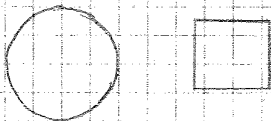
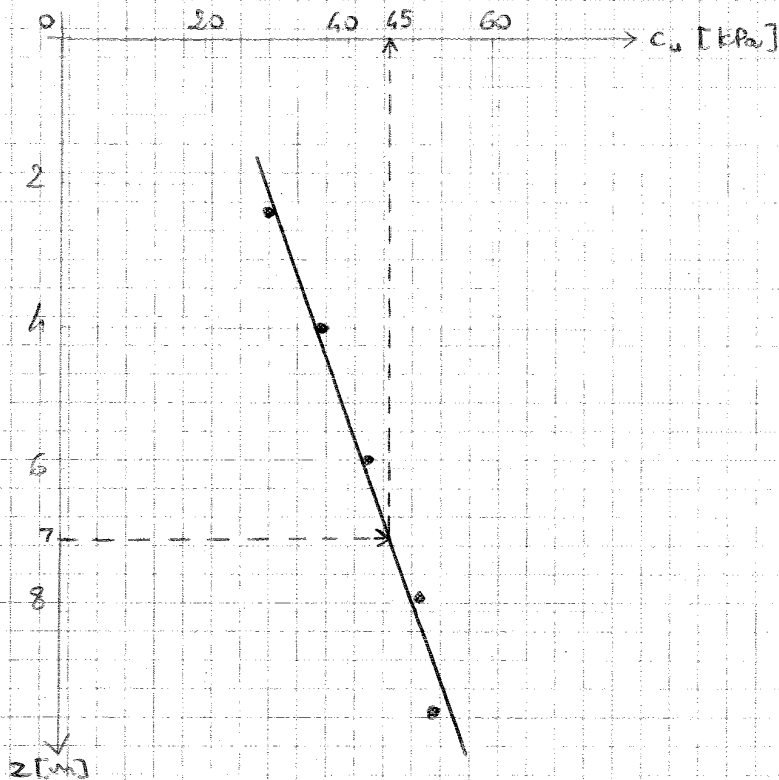
Il carico limite vale così

$$\begin{aligned} N'_{LIM} &= q'_{LIM} B = \\ &= 604,0 \text{ [kPa]} \cdot 2,2 \text{ [m]} = 1328,8 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Pertanto, il Fattore di sicurezza è pari a

$$F_s = \frac{N'_{LIM}}{N_{ES}} = \frac{1328,8 \text{ [kN/m]}}{136,3 \text{ [kN/m]}} \approx 9,7$$

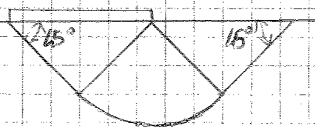
Come si era già accennato poco fa, nelle condizioni drenate la situazione è meno gravosa e il fattore di sicurezza cresce.



Prima di proseguire nei calcoli, occorre tenere conto che il modello con cui si calcolano i vari parametri fa riferimento all'ipotesi di fondazione a stri forme e rettangolare. Occorre dunque passare alla fondazione equivalente, che presenta la stessa area e lo stesso rapporto di forma. In questo caso, si ha una fondazione quadrata di lato

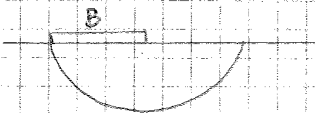
$$B = \sqrt{\frac{\pi D^2}{4}} = 8 \text{ m}$$

A questo punto, non resta che valutare  $c_u$ :



quando non c'è omogeneità,  $c_u$  corrisponde al valore medio su tutta la superficie, ossia è la media pesata sull'area della  $c_u$  nei vari punti. Questo approccio va bene in presenza di argille tenere, dove la  $c_u$  è piccola e non bisogna sprecare le riserve di profondità.

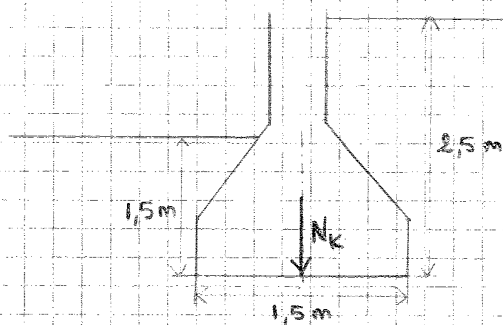
Si potrebbe allora valutare la  $c_u$  alla minima profondità, commettendo così un errore che è però a favore di stabilità (lo stesso avviene se si prende  $c_u$  alla massima profondità del profilo di rottura, soprattutto in fondazioni grandi dove i valori al piano di posa e al fondo sono molto diversi).



Nella pratica, si può prendere un modello semplice e immaginare il profilo cilindrico, e calcolare la  $c_u$  a metà profondità (avere un ordine di grandezza lungo tutta la superficie di rottura).

$$c_u \left( z' = z + \frac{B}{2} = 7 \text{ m} \right) = 45 \text{ kPa}$$

Es. B. 09 : FONDAZIONE NASTRIFORME SU TERRENO INCOERENTE (NTC 2008)



$$\gamma_f = 18 \text{ kNm}^{-3}$$

$$\varphi'_k = 36^\circ$$

$$c'_k = 0$$

Non c'è falda

$$N_k = 645 \text{ kNm}^{-1} = \begin{cases} 440 \text{ kNm}^{-1} & G_1 \\ 205 \text{ kNm}^{-1} & G_2; Q_{k1} \end{cases}$$

Eseguire la verifica di capacità portante secondo le NTC 2008, adottando sia l'approccio progettuale DA2 sia l'approccio progettuale DA1.

I dati forniti sono dei valori caratteristici, che devono essere convertiti in valori di calcolo.

APPROCCIO DA2

È l'approccio più semplice, poiché prevede una sola verifica utilizzando i coefficienti

$$A1 + M1 + R3$$

Da qui si procede al calcolo.

① Si modificano i dati del problema, trasformandoli in valori di calcolo

AZIONI (A1) si stima  $N_d$ , che sarà frutto di aliquote tutte sfavorevoli

$$\begin{aligned} N_d &= \gamma_{G1} G_{k1} \oplus \gamma_{G2} G_{k2} \oplus \gamma_{Q1} Q_{k1} = \\ &= 1,3 \cdot 440 + 1,5 \cdot 205 = \\ &= 572 + 307,5 = 879,5 \text{ kNm}^{-1} \end{aligned}$$

MATERIALI (M1)

Peso specifico  $\gamma_d = \gamma_f \gamma_t = 1,0 \cdot 18 = 18 \text{ kNm}^{-3}$

Angolo di resistenza al taglio  $\varphi'_d = \arctan\left(\frac{\tan \varphi'_k}{\gamma_{\varphi'}}\right) = \arctan\left(\frac{\tan 36^\circ}{1,0}\right) = 36^\circ$

Coesione efficace  $c'_{fd} = \gamma_{c'} c'_k = 0$

↓  
in M1 i valori non sono alterati

## APPROCCIO DA1

Esso prevede 2 verifiche

Ⓐ A1 + M1 + R1

In questa verifica, intervengono gli stessi coefficienti A1 e M1, a cui si ottengono gli stessi valori di  $N_d$  e  $N_{LIM}$ .

$$N_d = 879,5 \text{ kNm}^{-1}$$

$$N_{LIM} = 2673 \text{ kNm}^{-1}$$

Si applica il coefficiente  $\gamma$  la resistenza

$$R_d = \frac{N_{LIM}}{\gamma_R} = \frac{2673}{1,0} = 2673 \text{ kNm}^{-1}$$

La verifica è soddisfatta

$$N_d = 879,5 \text{ kNm}^{-1} < 2673 \text{ kNm}^{-1} = R_d$$

Si nota che questo metodo è un residuo delle storiche verifiche strutturali e geotecniche ed è sempre verificata, poiché poco vincolante verso gli aspetti geotecnici

Ⓑ A2 + M2 + R2

Ⓘ Si modificano i valori dei dati del problema, trasformandoli in valori di calcolo

AZIONI  
(A2)

$$\begin{aligned} N_d &= \gamma_{G1} G_{k1} \oplus \gamma_{G2} G_{k2} \oplus \gamma_{Q1} Q_{k1} = \\ &= 1,0 \cdot 660 + 1,3 \cdot 205 = \\ &= 660 + 266,5 = 926,5 \text{ kNm}^{-1} \end{aligned}$$

MATERIALI  
(M2)

Peso specifico  $\gamma_d = \gamma_r \gamma_t = 1,0 \cdot 18 = 18 \text{ kNm}^{-3}$

Angolo di resistenza di taglio  $\varphi'_d = \arctan\left(\frac{\tan \varphi'_k}{\gamma_{\varphi'}}\right) = \arctan\left(\frac{\tan 36^\circ}{1,25}\right) = 30^\circ$

coesione efficace  $c'_d = \gamma_{c'} c'_k = 0$

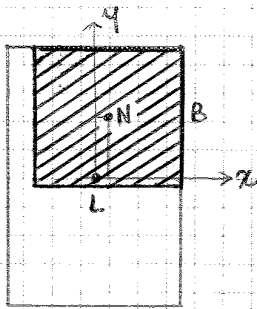
→ una è applicata globalmente alla resistenza

$$\gamma_R = 2,3$$

Da qui si ha

$$\gamma_F \cdot \gamma_R = 1,36 \cdot 2,3 = 3,13 \sim FS$$

Quindi è come se si fosse applicato un coefficiente globale simile a FS.  
Del resto, le curve sono state tarate in modo che i risultati fossero simili a quelli dell'esperienza, anche perché i fattori di sicurezza e parametri sono frutto dell'esperienza.  
Però ora c'è un'elevata complessità dovuta all'eterogeneità dei risultati e al metodo.



Di conseguenza, la base effettivamente reagente ha dimensioni:

$$B = 3 - 2 \cdot 0,7 = 1,6 \text{ m}$$

$$L = 2 - 2 \cdot 0,15 = 1,7 \text{ m}$$

In presenza di una fondazione rettangolare soggetta a un carico inclinato ed eccentrico, si applica la formula di Brinch-Hansen.

$$q'_{lim} = \frac{1}{2} \gamma'_d B N_\gamma i_\gamma s_\gamma + q' N_q i_q s_q + c' \frac{N_c}{\gamma'_d} s_c$$

Si calcolano i vari termini

→ coefficienti di capacità portante

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi'_d}{1 - \sin \varphi'_d} e^{\pi \tan \varphi'_d} = \frac{1 + \sin 32^\circ}{1 - \sin 32^\circ} \cdot e^{\pi \cdot \tan 32^\circ} = 23,2$$

$$N_\gamma \sim 2(N_q + 1) \tan \varphi'_d = 2 \cdot (23,2 + 1) \cdot \tan 32^\circ = 30,2$$

→ coefficiente per la forma della fondazione s

$$s_q = s_\gamma = 1 + 0,1 \cdot \frac{1 + \sin \varphi'_d}{1 - \sin \varphi'_d} \frac{B}{L} = 1 + 0,1 \cdot \frac{1 + \sin 32^\circ}{1 - \sin 32^\circ} \cdot \frac{1,6}{1,7} = 1,31$$

→ coefficienti di inclinazione del carico i:

si calcola dapprima il coefficiente m

$$m = \frac{2 + \frac{B}{L}}{1 + \frac{B}{L}} = \frac{2 + \frac{1,6}{1,7}}{1 + \frac{1,6}{1,7}} = 1,52$$

Si ricavano poi i valori di correzione

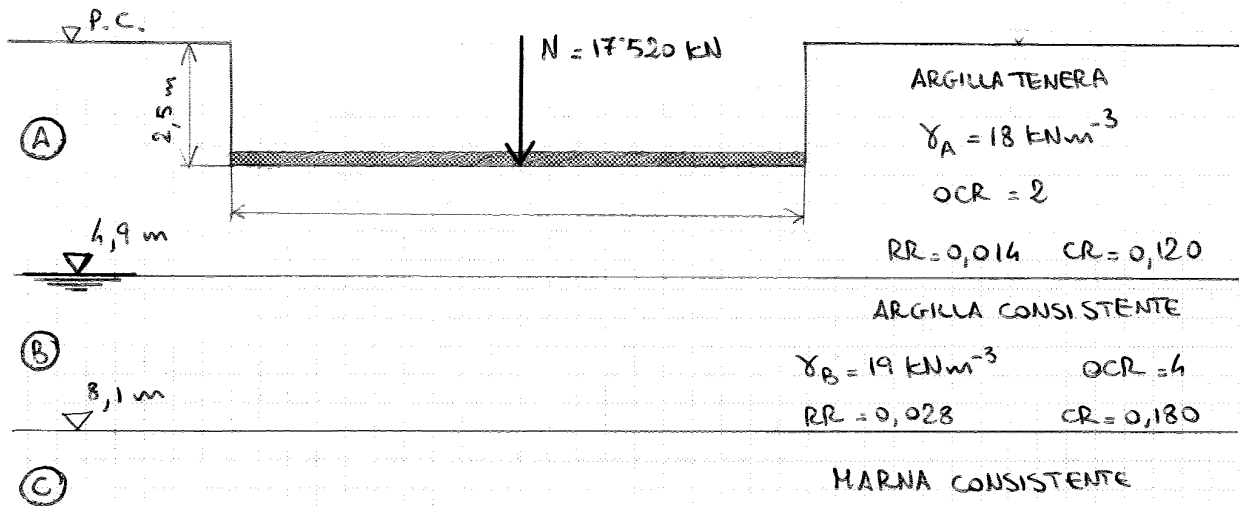
$$i_q = \left(1 - \frac{H'_d}{N'_d + B L c'_d \cotan \varphi'_d}\right)^m = \left(1 - \frac{66}{820 + 0}\right)^{1,52} = 0,88$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{H'_d}{N'_d + B L c'_d \cotan \varphi'_d}\right)^{m+1} = \left(1 - \frac{66}{820 + 0}\right)^{1,52+1} = 0,81$$

Il carico unitario limite così vale

$$\begin{aligned} q'_{lim} &= \frac{1}{2} \gamma'_d B N_\gamma i_\gamma s_\gamma + q' N_q i_q s_q = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 19 \text{ [kNm}^{-3}\text{]} \cdot 1,6 \text{ [m]} \cdot 30,2 \cdot 0,81 \cdot 1,31 + \\ &\quad + 10 \text{ [kPa]} \cdot 23,2 \cdot 0,88 \cdot 1,31 = \\ &= 487,1 \text{ [kPa]} + 267,4 \text{ [kPa]} = 754,5 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Es C-01: CALCOLO DEL CEDIMENTO EDOMETRICO DI UN SERBATOIO CIRCOLARE SU ARGILLE



Calcolare il cedimento edometrico del serbatoio circolare, trascurando il contributo del substrato marnoso e suddividendo le Formazioni A e B in strati dello spessore di 80 cm.

Il terreno è costituito da due strati superficiali coesivi aventi natura e storia tensionale diverse.

Si assume di avere un numero di prove edometriche sufficiente a determinare storia tensionale e parametri di compressibilità. Inoltre si assume che il grado di sovraconsolidazione sia costante in ogni strato.

Sotto si trova uno strato di materiale molto più consistente, il cui contributo al cedimento è trascurato.

Infine, la falda è in equilibrio tra tutti gli strati.

La fondazione trasmette al terreno una pressione unitaria, pari a

$$q = \frac{N}{A} = \frac{17520 \text{ [kN]}}{\pi \cdot \frac{12^2}{4} \text{ [m}^2\text{]}} = 155 \text{ kPa}$$

Prima dello scavo, la zona di applicazione del carico (a 2,5 m di profondità) era soggetta a una tensione geostatica pari a

$$E_{v0} = \gamma_A \cdot \text{prof.} = 18 \text{ [kNm}^{-3}\text{]} \cdot 2,5 \text{ [m]} = 45 \text{ kPa}$$

Ciò che dà luogo al cedimento effettivo è l'incremento di pressione, cioè la pressione netta.

$$\Delta q = q - E_{v0} = 155 \text{ [kPa]} - 45 \text{ [kPa]} = 110 \text{ kPa}$$



Punto	$\sigma_{vo}$ [kPa]	$u_o$ [kPa]	$\sigma'_{vo}$ [kPa]	$\Delta\sigma'_v$ [kPa]	$\sigma'_p$ [kPa]	$\sigma'_p$ [kPa]	$s_{RR}$ [mm]	$s_{CR}$ [mm]
1	52,2	0	52,2	110,0	162,2	106,4	3,4	18,4
2	66,6	0	66,6	109,2	175,8	133,2	3,4	11,6
3	81	0	81	106,5	187,5	162	3,4	6,1
4	95,8	4	91,8	101,7	193,5	367,2	7,3	0
5	111	12	99	95,0	194,0	396	6,5	0
6	126,2	20	106,2	87,3	193,5	424,8	5,8	0
7	141,4	28	113,4	79,1	192,5	453,6	5,1	0
							s = 71 mm	

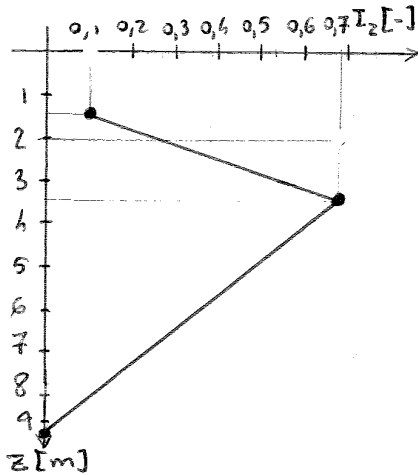
In realtà, il cedimento è provocato dal carico netto, ossia dal carico depurato della tensione geostatica alla quota del piano di posa.

$$\begin{aligned} \Delta q &= q - \sigma'_{v0} = \\ &= 250 \text{ [kPa]} - 18,5 \text{ [kNm}^{-3}\text{]} \cdot 1,5 \text{ [m]} = \\ &= 250 \text{ [kPa]} - 27,75 \text{ [kPa]} = 222 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Si come la fondazione poggia su un terreno sabbioso caratterizzato da una prova CPT, si calcola il cedimento secondo il metodo di Schmertmann. Essa si basa sulla relazione

$$s = \Delta q \sum_{i=1}^N \left( \frac{I_z}{E} \right)_i \Delta z_i \cdot C_1 C_2$$

Il coefficiente di influenza  $I_z$  è dato con un profilo valido per le fondazioni quadrate.



Il profilo parte da 0,1 sul piano di appoggio e cresce linearmente fino a toccare il massimo alla profondità

$$\frac{B}{2} = 2 \text{ m}$$

Il massimo è pari a

$$\begin{aligned} I_{\max} &= 0,5 + 0,1 \sqrt{\frac{\Delta q}{\sigma'_{v0} (B/2)}} = \\ &= 0,5 + 0,1 \sqrt{\frac{222}{64,75}} = 0,68 \end{aligned}$$

In seguito, decresce linearmente per annullarsi a  $2B = 8 \text{ m}$  dal piano di posa.

Il modulo elastico  $E$  è invece calcolato direttamente dal profilo CPT, secondo la relazione valida per fondazioni quadrate

$$E = 2,5 q_c$$

Per semplicità, si divide il terreno in più strati <sup>di spessore  $\Delta z_i$</sup>  nei quali sia l'andamento di  $I_z$  sia l'andamento di  $q_c$  (e dunque di  $E$ ) sono lineari. In ciascuno di essi, si considera il valore medio e si calcola il relativo contributo di cedimento.

Si costruisce una tabella in cui si calcolano le diverse quantità.

strato	$\Delta z_i$ [m]	$I_z$ [-]	$q_c$ [MPa]	$E$ [MPa]	$\left(\frac{I_z}{E}\right)_i \Delta z_i$ [mmkPa <sup>-1</sup> ]
a	0,5	0,175	7,0	17,50	0,005
b	1,5	0,465	8,0	20,00	0,035
c	0,5	0,655	9,0	22,50	0,015
d	0,85	0,580	10,7	26,75	0,018
e	1,65	0,435	14,0	35,00	0,021
f	0,9	0,290	15,4	38,50	0,007
g	2,1	0,120	15,6	39	0,006
					$\sum_{i=1}^N \left(\frac{I_z}{E}\right)_i \Delta z_i = 0,107 \text{ mmkPa}^{-1}$

Il termine correttivo  $c_1$  si lega all'approfondimento della fondazione.

$$c_1 = 1 - 0,5 \frac{E_{vo}}{\Delta q} =$$

$$= 1 - 0,5 \cdot \frac{27,75 \text{ [kPa]}}{222 \text{ [kPa]}} = 0,94$$

Il termine  $c_2$  si lega al tempo

$$c_2 = 1 + 0,2 \log_{10} \left( \frac{t \text{ [anni]}}{0,1} \right) = \begin{cases} 1 & t \rightarrow 0 \text{ (nell'immediato)} \\ 1,5 & t = 30 \text{ anni} \end{cases}$$

Si può così calcolare il cedimento

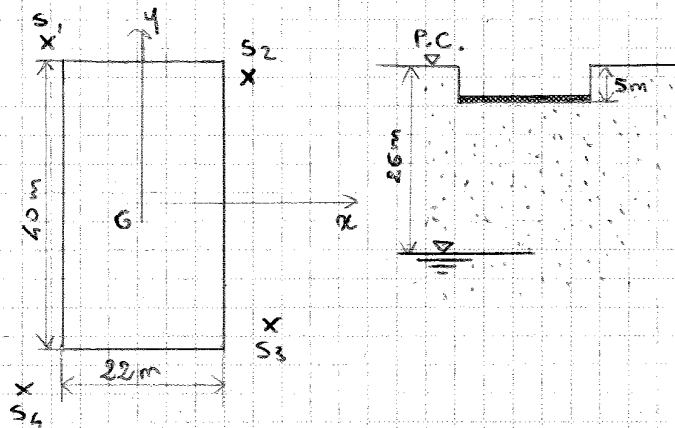
$$s(t \rightarrow 0) = \Delta q \sum_{i=1}^N \left(\frac{I_z}{E}\right)_i \Delta z_i \cdot c_1 \cdot c_2 =$$

$$= 222 \text{ [kPa]} \cdot 0,107 \text{ [mmkPa}^{-1}] \cdot 0,94 \cdot 1 = 22,3 \text{ mm}$$

$$s(t = 30) = \Delta q \sum_{i=1}^N \left(\frac{I_z}{E}\right)_i \Delta z_i \cdot c_1 \cdot c_2 =$$

$$= 222 \text{ [kPa]} \cdot 0,107 \text{ [mmkPa}^{-1}] \cdot 0,94 \cdot 1,5 = 33,5 \text{ mm}$$

ESC. 03 : CALCOLO DEL CEDIMENTO DI UNA PLATEA DI FONDAZIONE SU SABBIA



Carico complessivo

$N = 190\text{ kN}$

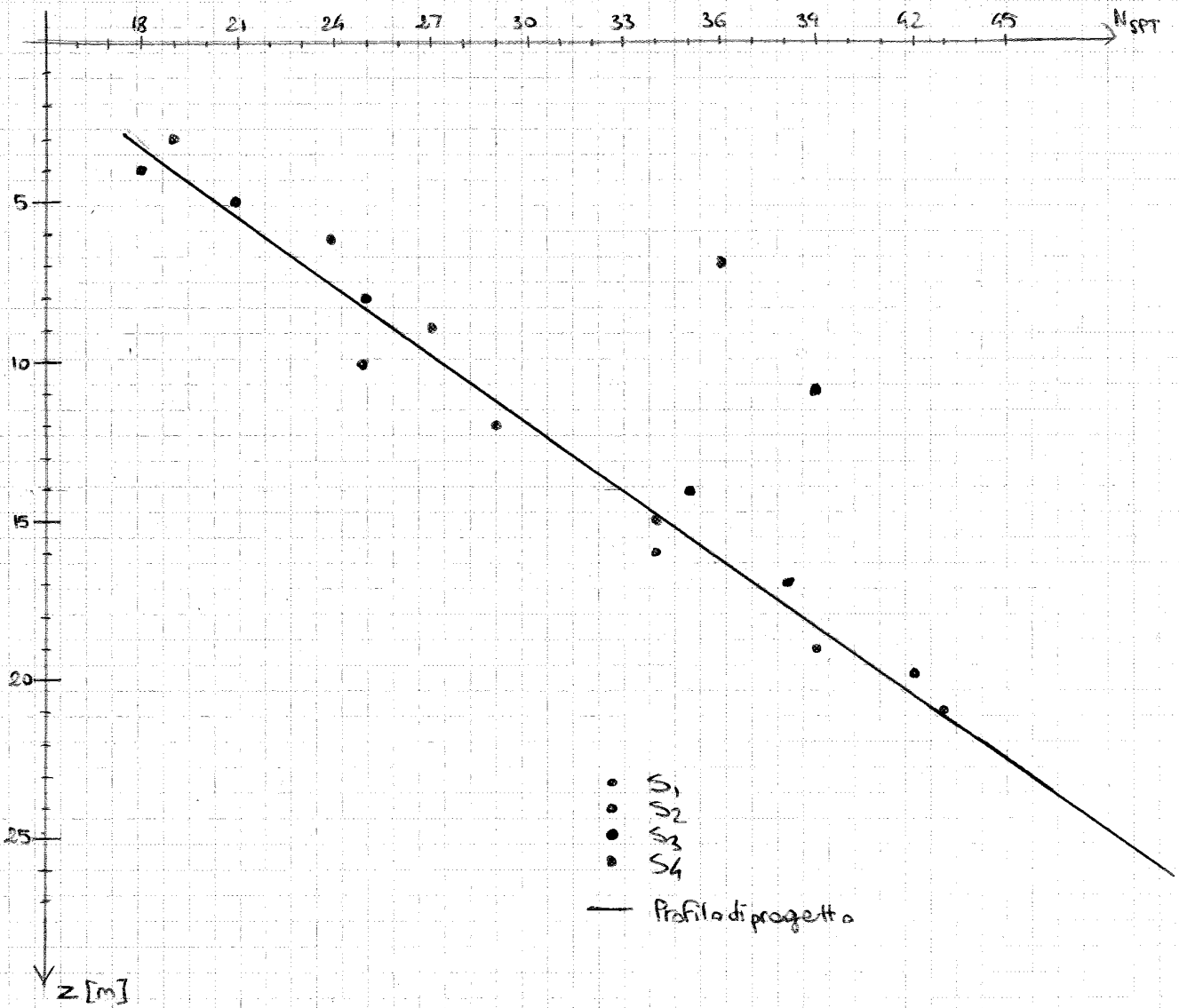
$M_y = 105\text{ kNm}$

$M_z = 40\text{ kNm}$

Sabbia fine  $\gamma_s = 19\text{ kN/m}^3$

$\nu = 0,20$

Sondaggi : prove SPT



Calcolare il cedimento a fine costruzione e al tempo  $t = 30$  anni, utilizzando i metodi di Burland - Burbidge e di Berardi - Lancellotta.

A questo punto, si può valutare il cedimento

→ METODO DI BURLAND & BURBRIDGE

Esso è un metodo esatto x il calcolo dei cedimenti, che permette di valutare sia il cedimento immediato che a lungo termine e tiene anche conto del cedimento di ricarico.

La relazione generale si scrive come

$$s = F_s F_r F_H \left( q' - \frac{2}{3} \sigma'_{vo} \right) B^{0,7} I_c \quad [\text{mm}]$$

I parametri che mancano sono

→ indice di compressibilità  $I_c$ :

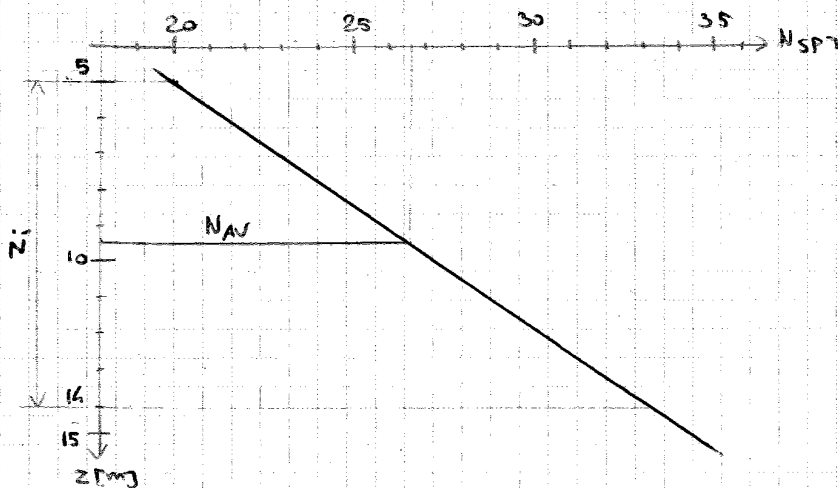
esso si lega alle caratteristiche di deformabilità del terreno coinvolto nel cedimento.

La deformazione però non si distribuisce in modo uniforme su tutte le profondità, bensì essa tende a concentrarsi sulla parte subito sottostante la fondazione. La profondità a cui arriva questa porzione è detta profondità d'influenza  $Z_i$  e, siccome il profilo di progetto di NSPT è crescente (tipico di una sabbia NC), essa si calcola come

$$Z_i = B^{0,7} = 22^{0,7} = 8,7 \text{ m} \approx 9 \text{ m}$$

Entro questa profondità si valutano dunque i parametri di deformabilità e, in particolare, l'indice  $I_c$ .

Nelle sabbie NC, questo è correlato al numero medio  $N_{AV}$  che assume il profilo di progetto della prova SPT all'interno della profondità  $Z_i$ .



$$N_{AV} = 27 \Rightarrow I_c = \frac{1,71}{N_{AV}^{1,4}} = \frac{1,71}{27^{1,4}} = 0,017$$

Si può dunque procedere alla valutazione del cedimento

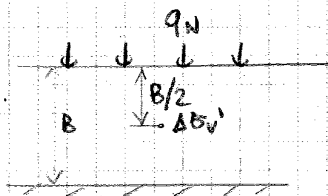
$$S_i = f_s f_t f_H \left( q' - \frac{2}{3} E'_{v0} \right) B^{0,17} I_c =$$

$$= 1,21 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \left( 216 - \frac{2}{3} \cdot 95 \right) \cdot 22^{0,17} \cdot 0,017 = 27 \text{ mm}$$

$$S(30 \text{ anni}) = f_s f_t f_H \left( q' - \frac{2}{3} E'_{v0} \right) B^{0,17} I_c =$$

$$= 1,21 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot \left( 216 - \frac{2}{3} \cdot 95 \right) \cdot 22^{0,17} \cdot 0,017 = 41 \text{ mm}$$

### → METODO DI BERARDI & LANCELLOTTA



Questo metodo prevede che, al cedimento, contribuisca uno strato di spessore

$$H = B = 22 \text{ m}$$

e a tale strato si associa un unico valore di modulo elastico e di coefficiente di Poisson (in realtà questo è costante su tutto il terreno), ottenuti mediando le caratteristiche di tutto lo strato.

Tale strato è assunto posto sopra un substrato rigido ed è soggetto al carico netto.

In base a ciò, il metodo prevede di calcolare l'incremento tensionale nel punto di osservazione e da qui ottenere, in linea teorica, il cedimento come

$$w = \frac{\Delta Bv'}{E} B(1-\nu^2) I$$

A livello operativo, si procede in più fasi

① Avendo a disposizione i risultati della prova SPT, si valuta la densità relativa \$D\_r\$ della sabbia, attraverso la relazione di Skempton

$$D_r = \sqrt{\frac{N_{60}}{60}} \quad N_{60} = C_N \cdot N_{SPT}, \quad C_N = \frac{2}{1 + E'_{v0}/100}$$

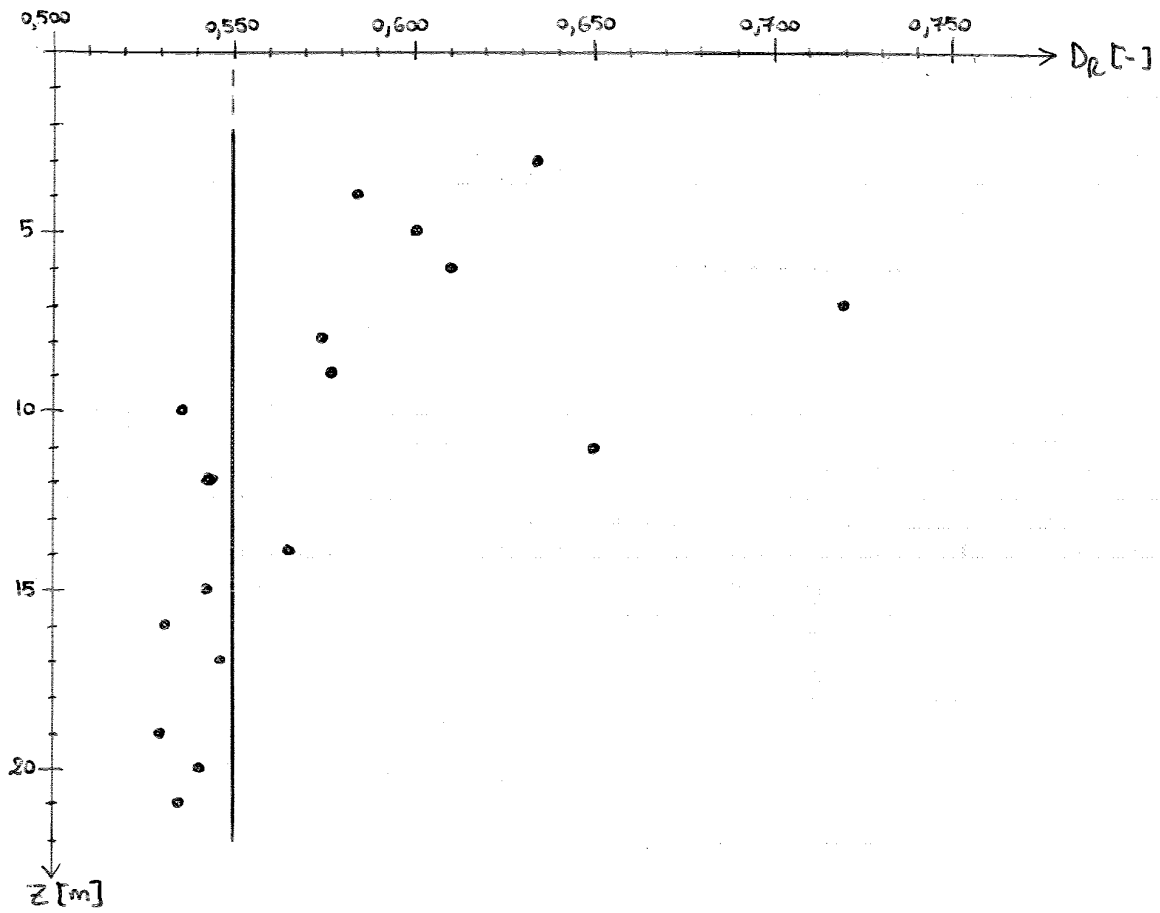
Innanzitutto, si calcola il profilo delle tensioni geostatiche, da cui si deducono nell'ordine

→ \$C\_N\$

→ \$N\_{60}\$

→ \$D\_r\$

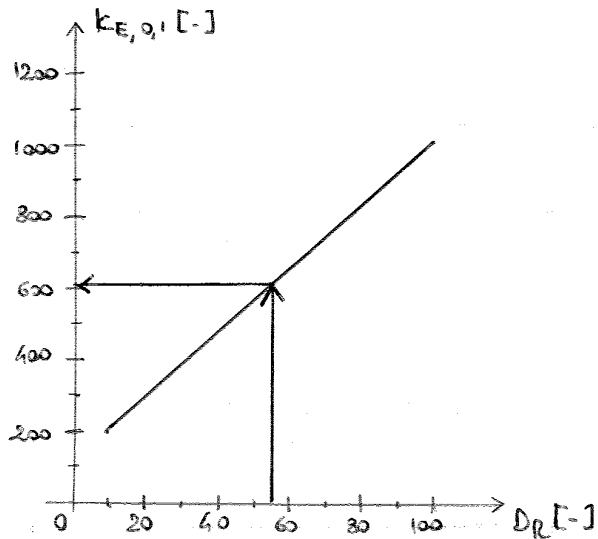
Una volta noti i vari valori di densità relativa, se ne valuta il valor medio, che interverrà nel calcolo.



Mediando i valori, si ottiene

$$D_R \sim 55\%$$

II) Si stima il numero del modulo  $k_{E,0,1}$ , sfruttando il diagramma.



$$k_{E,0,1} = 600$$

Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Berardi e Lancellotta (1991)

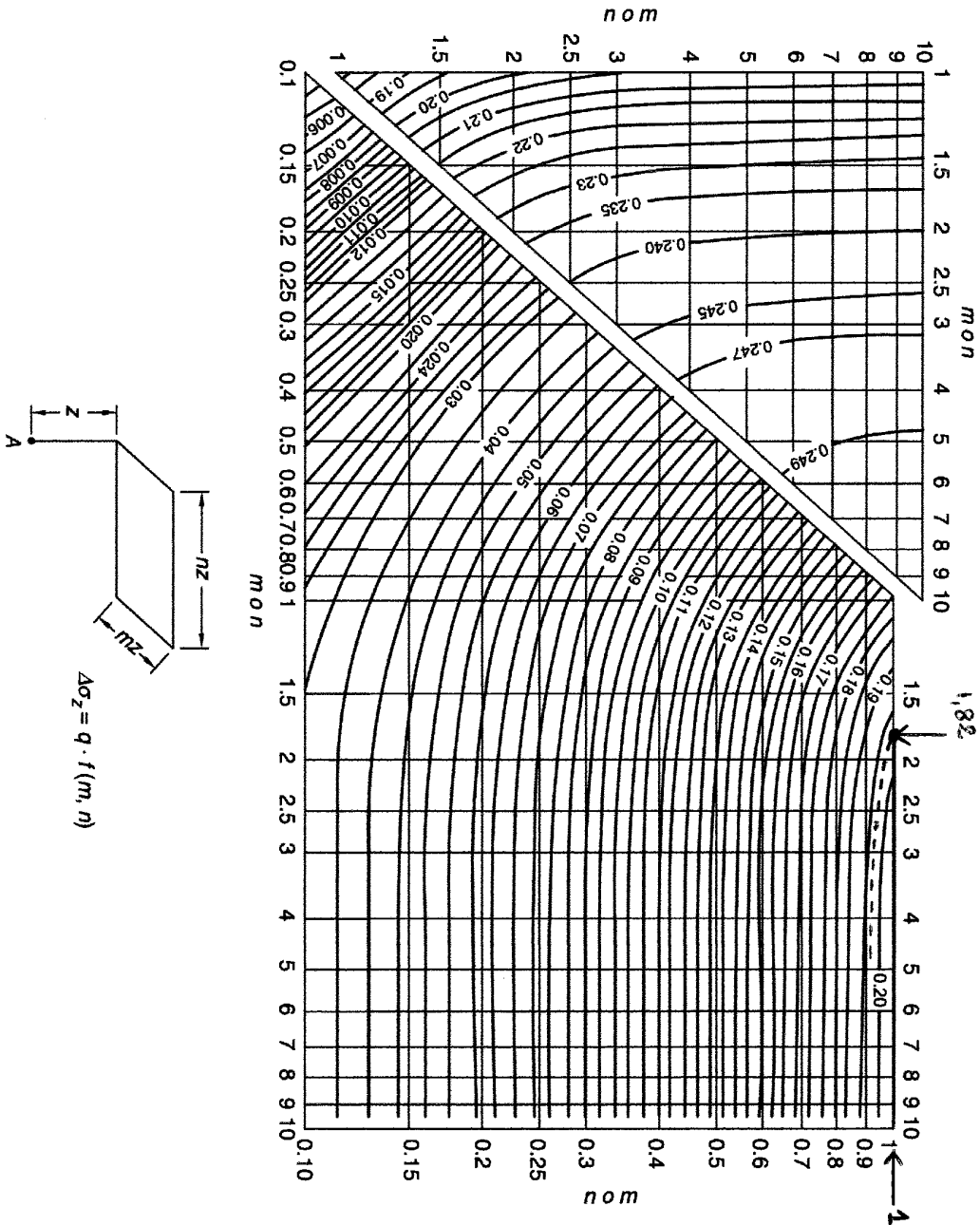
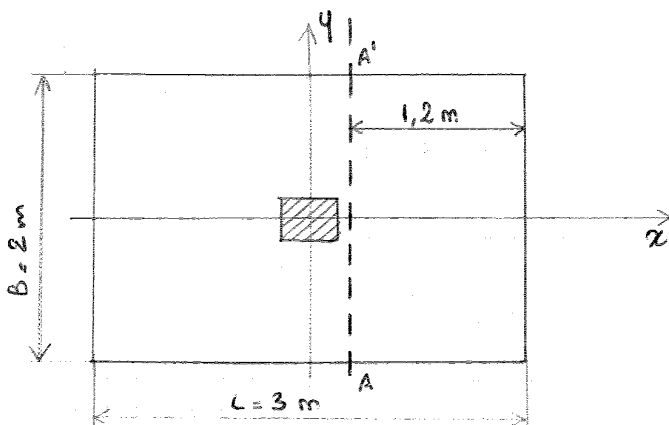


Figure 9.6 Chart for determining vertical stresses underneath corners of rectangular areas (Newmark, 1942).



Es. D\_01 : CALCOLO DELLE SOLLECITAZIONI INTERNE AD UN PUNTO RETTANGOLARE



Condizioni di carico

- 1)  $N_d = 900 \text{ kN}$
- 2)  $N_d = 900 \text{ kN}$      $M_{x,d} = 315 \text{ kNm}$
- 3)  $N_d = 900 \text{ kN}$      $M_{x,d} = 630 \text{ kNm}$
- 4)  $N_d = 720 \text{ kN}$      $M_{x,d} = 432 \text{ kNm}$   
 $M_{y,d} = 216 \text{ kNm}$

Calcolare le sollecitazioni interne di taglio  $V$  e momento flettente  $M$  agenti nella sezione A-A', e disegnare l'andamento delle reazioni del terreno  $r_f(x)$  e  $r_f(y)$  per ciascuna condizione di carico.

CASO ①

Il carico non presenta eccentricità, essendo costituita del solo sforzo normale. Pertanto, si utilizza la formula dello sforzo normale (caso particolare della pressoflessione) per ottenere la reazione del terreno.

$$\begin{aligned} \sigma_x(x, y) &= \frac{N}{BL} = \\ &= \frac{900 [\text{kN}]}{2 [\text{m}] \cdot 3 [\text{m}]} = 150 \text{ kPa} \end{aligned}$$

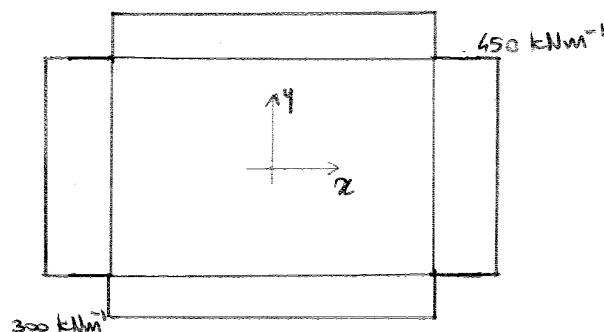
Da qui si può integrare lungo  $x$  o lungo  $y$  e passare ai carichi lineari

→ direzione  $x$ : si integra lungo  $y$

$$\begin{aligned} r_f(x) &= \int_{-1}^1 \sigma_x(x, y) dy = \\ &= \sigma_x \cdot B \cdot \int_{-1}^1 dy = 150 [\text{kPa}] \cdot 2 [\text{m}] = 300 \text{ kNm}^{-1} \end{aligned}$$

→ direzione  $y$ : si integra lungo  $x$

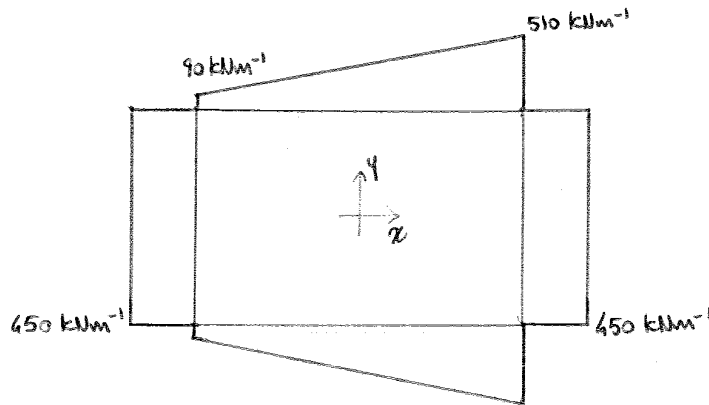
$$\begin{aligned} r_f(y) &= \int_{-3/2}^{3/2} \sigma_x(x, y) dx = \\ &= \sigma_x \cdot \int_{-3/2}^{3/2} dx = 150 [\text{kPa}] \cdot 3 [\text{m}] = 450 \text{ kNm}^{-1} \end{aligned}$$



→ reazione lungo y (si integra lungo x)

$$r_t(x) = \int \sigma_t(x; y) dx =$$

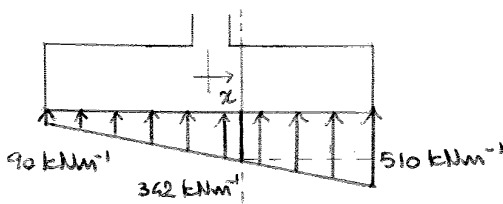
$$= \frac{N}{B} = \frac{900}{2} = 450 \text{ kNm}^{-1}$$



Si calcolano dunque le sollecitazioni

$$V_d = \int r_t(x) dx =$$

$$= \frac{510 \text{ [kNm}^{-1}] + 342 \text{ [kNm}^{-1}]}{2} \cdot 1,2 \text{ [m]} = 511 \text{ kN}$$



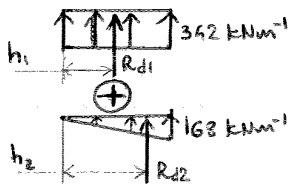
$$M_d = \int r_t(x) x dx =$$

$$= R_{d1} h_1 + R_{d2} h_2 =$$

→ distribuzione rettangolare + triangolare

$$= 410 \text{ [kN]} \cdot 0,6 \text{ [m]} + 101 \text{ [kN]} \cdot 0,8 \text{ [m]} =$$

$$= 327 \text{ kNm}$$



### CASO III

Si valutano l'eccentricità di carico.

$$e_x = \frac{M_{z,d}}{N_d} =$$

$$= \frac{630 \text{ [kNm]}}{900 \text{ [kN]}} = 0,7 \text{ m} > 0,5 \text{ m} = \frac{L}{6}$$

Si come il centro di pressione non cade più nel nocciolo centrale d'inertia ma si scosta da esso lungo la direzione x, la sezione di base è parzializzata lungo x.

In questo caso, si può calcolare il massimo valore della reazione lungo x, pari a

$$r_{t,x \text{ max}} = \frac{2N}{3(L/2 - e_x)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 900 \text{ [kN]}}{3 \left( \frac{3 \text{ [m]}}{2} - 0,7 \text{ [m]} \right)} = 750 \text{ kNm}^{-1}$$

### CASO IV

Si calcolano le eccentricità del carico.

$$e_x = \frac{M_{x,d}}{N_d} = \frac{432 \text{ [kNm]}}{720 \text{ [kN]}} = 0,6 \text{ m} > 0,5 \text{ m} = \frac{L}{6}$$

$$e_y = \frac{M_{y,d}}{N_d} = \frac{216 \text{ [kNm]}}{720 \text{ [kN]}} = 0,3 \text{ m}$$

Il centro di pressione cade al di fuori del nocciolo centrale di inerzia ed, essendoci una doppia eccentricità, si valuta la tensione al contatto mediante l'abaco di Teng.

Per utilizzarlo, si calcolano le eccentricità adimensionalizzate.

$$\frac{e_a}{a_2} = \frac{e_x}{L} = \frac{0,6 \text{ [m]}}{3 \text{ [m]}} = 0,2$$

$$\frac{e_b}{b_2} = \frac{e_y}{B} = \frac{0,3 \text{ [m]}}{2 \text{ [m]}} = 0,15$$

Entrando nell'abaco, si ricavano

→ fattore  $k$

$$k = 3,5$$

Da qui si ottiene la massima tensione al contatto

$$\begin{aligned} \sigma_{t,max} &= k \frac{N}{a_2 b_2} = \\ &= 3,5 \cdot \frac{720 \text{ [kN]}}{3 \text{ [m]} \cdot 2 \text{ [m]}} = 420 \text{ kPa} \end{aligned}$$

→ posizione dell'asse neutro

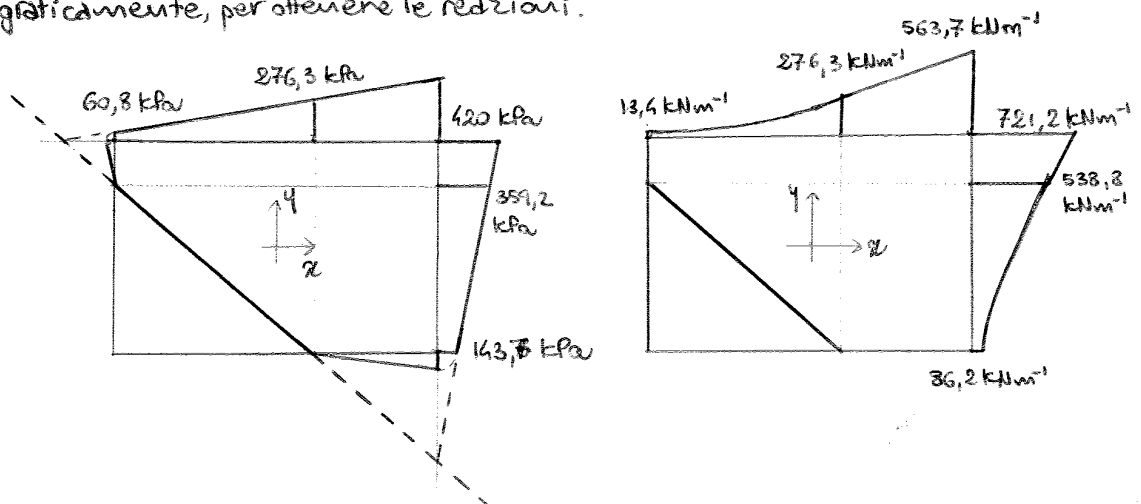
$$x = 0,6 \quad y = 0,78$$

$$\Rightarrow x a_2 = 0,6 \cdot 3 \text{ [m]} = 1,8 \text{ m}$$

$$y b_2 = 0,78 \cdot 2 \text{ [m]} = 1,56 \text{ m}$$

Da queste informazioni, si traccia l'andamento delle tensioni di contatto lungo i bordi.

Si integra poi graficamente, per ottenere le reazioni.

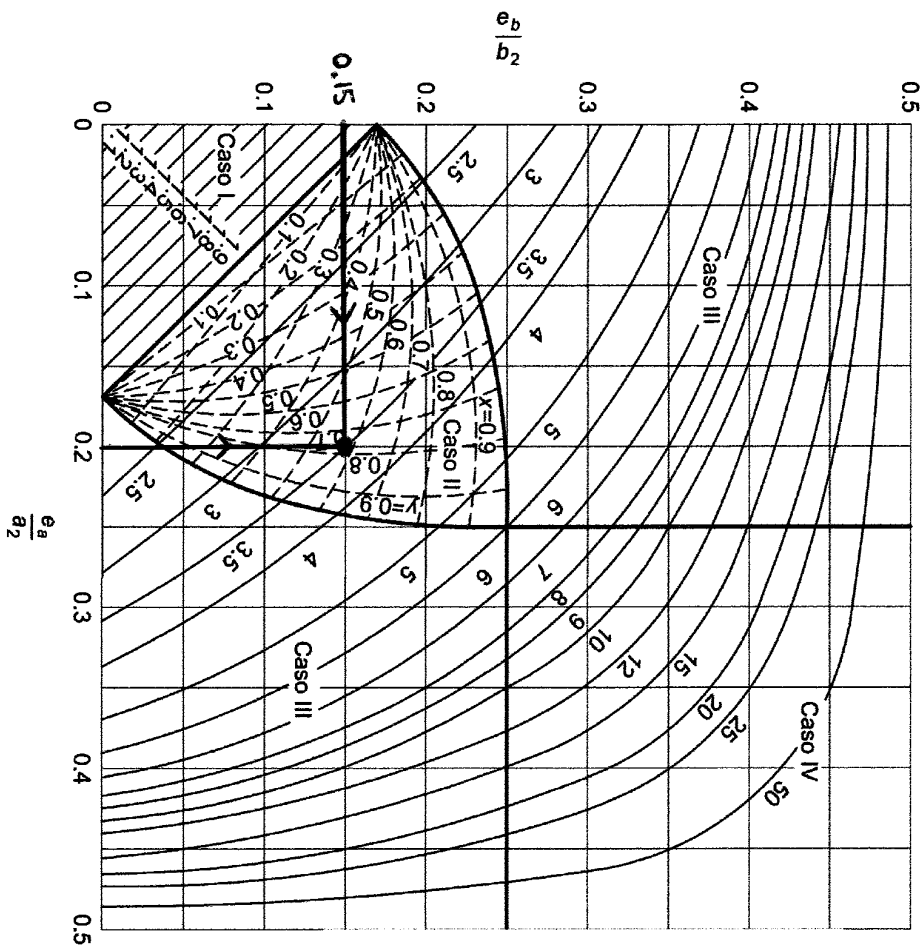


Prof. Ing. Daniele COSTANZO - Politecnico di Torino

Reazione del terreno

Sezione parzializzata

( eccentricità in entrambe le direzioni )



Le curve continue forniscono il valore di  $K$   
 $q_{max} = K \frac{N}{b_2 \cdot a_2}$

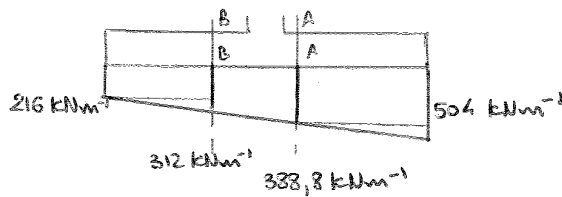
<p><b>Caso I</b></p> <p><math>q_{max} = \frac{N}{b_2 \cdot a_2} (1 + \frac{6e_b}{a_2} + \frac{6e_B}{b_2})</math></p>	<p><b>Caso III</b></p> <p><math>q_{max} = \frac{5N}{9_2 U (1 + R + R^2)}</math></p> <p><math>D = \frac{6A(1+2R+3R^2)}{4(1+R+R^2)}</math>  <math>A = \frac{U(1+R+R^2+R^3)}{4(1+R+R^2)}</math>  <math>R = \frac{U}{D}</math></p>
<p><b>Caso II</b></p> <p><math>q_{max} = K \frac{N}{b_2 \cdot a_2}</math>  <math>x</math> e <math>y</math> del diagramma</p>	<p><b>Caso IV</b></p> <p><math>q_{max} = \frac{3N}{8GH}</math></p>

Pianta rettangolare con doppia eccentricità

Fig. 8.28 - Abaco per la determinazione del valore massimo della reazione del terreno (Teng, 1962)

Per integrazione, si ricava la reazione  $r_f(x)$ . L'operazione è fatta per via grafica.

$$r_f(x) = \int b_f(x, y) dy \dots$$



Si calcolano le sollecitazioni

→ SEZIONE AA'

$$\begin{aligned} V_d &= \int r_f(x) dx = \\ &= \frac{504 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 338,8 \text{ [kNm}^{-1}\text{]}}{2} \cdot 1,2 \text{ [m]} = 536 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_d &= \int r_f(x) x dx = \\ &= R_{d1} h_1 + R_{d2} h_2 = \\ &= 466,6 \text{ [kN]} \cdot 0,6 \text{ [m]} + 69,1 \text{ [kN]} \cdot 0,8 \text{ [m]} = 335 \text{ kNm} \end{aligned}$$

→ SEZIONE BB'

Nel calcolo, si integra nella zona esterna, per non includere il pilastro.

$$\begin{aligned} V_d &= \int r_f(x) dx = \\ &= \frac{312 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 216 \text{ [kNm}^{-1}\text{]}}{2} \cdot 1 \text{ [m]} = 264 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_d &= \int r_f(x) x dx = \\ &= R_{d1} h_1 + R_{d2} h_2 = \\ &= 216 \text{ [kN]} \cdot 0,5 \text{ [m]} + 48 \text{ [kN]} \cdot 0,3 \text{ [m]} = 122 \text{ kNm} \end{aligned}$$

La resistenza a taglio si calcola invece come

$$V_{Rd} = v_{min} B d$$

Il termine  $v_{min}$  vale

$$v_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ck}}$$

→ calcestruzzo C20/25

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

→

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d[\text{mm}]}} =$$

$$= 1 + \sqrt{\frac{200}{300}} = 1,82$$

$$\Rightarrow v_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ck}} = 0,035 \cdot 1,82^{1,5} \cdot \sqrt{20} = 0,38 \text{ Nmm}^{-2}$$

Così la resistenza a taglio vale

$$V_{Rd} = v_{min} B d =$$

$$= 0,38 [\text{Nmm}^{-2}] \cdot 2200 [\text{mm}] \cdot 300 [\text{mm}] = 251 \text{ kN}$$

Siccome

$$V_{Ed} = 361 \text{ kN} > 251 \text{ kN} = V_{Rd}$$

il valore di ipotizzato non è sufficiente.  
Si aumenta allora di 5 cm e si assume

$$d = 35 \text{ cm}$$

→ TAGLIO SOLLECITANTE

$$V_{Ed} = 313 \text{ kN}$$

→ TAGLIO RESISTENTE

$$v_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ck}}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{350 [\text{mm}]}} = 1,76$$

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow v_{min} = 0,035 \cdot 1,76^{1,5} \cdot \sqrt{20} = 0,37 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$V_{Rd} = v_{min} B d =$$

$$= 0,37 [\text{Nmm}^{-2}] \cdot 2200 [\text{mm}] \cdot 350 [\text{mm}] = 285 \text{ kN}$$

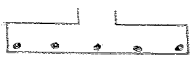
Il quantitativo di armatura vale allora

$$A_s = \frac{M_d}{0,9 d f_{y,d}} = \frac{230,1 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}}{0,9 \cdot 600 \text{ [mm]} \cdot 391 \text{ [N/mm}^2\text{]}} = 1635 \text{ mm}^2$$

Assumendo di utilizzare barre  $\phi 14$ , è necessario un numero di barre pari a

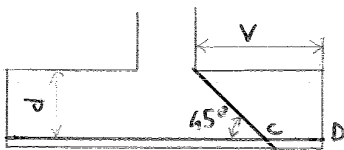
$$n = \frac{A_s}{A_{s,\phi 14}} = \frac{1635}{\pi \cdot \left(\frac{14}{2}\right)^2} = 10,6 \sim 11$$

Queste si disporranno in modo uniforme con interasse



$$i = \frac{B - 2c}{n - 1} = \frac{2200 \text{ [mm]} - 2 \cdot 50 \text{ [mm]}}{11 - 1} = 210 \text{ mm}$$

Occorre infine valutare l'eventuale necessità di inserire un ancoraggio, per prevenire lo sfilamento delle barre.



facendo riferimento al comportamento a taglio, si valutano due lunghezze.

→ lunghezza della parte "libera" CD

$$CD = V - d = 650 \text{ mm}$$

→ lunghezza richiesta

$$l_b = n \phi = 40 \cdot 14 = 560 \text{ mm} \rightarrow n = 40 \text{ per } C20/25$$

Siccome

$$l_b > CD$$

per mantenere la barra dritta occorrerebbe modificare l'estensione del plinto.

Non potendolo fare, si introduce un piego:

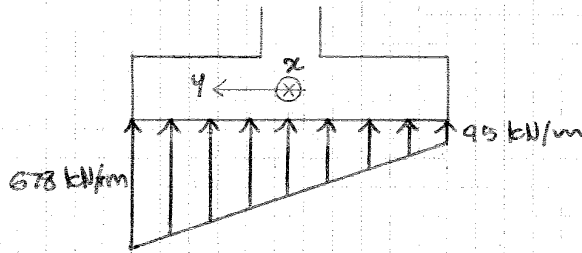
Se si introduce un piego di 10 cm (lunghezza minima per i pieghi), il tratto utile si allunga a 600 mm mentre la lunghezza richiesta, per effetto del piego stesso, si riduce secondo un fattore 0,7.

$$l_{eff} = 0,7 \cdot 560 = 392 \text{ mm} < 600 \text{ mm}$$

Così, sistemato l'ancoraggio, si è progettata l'armatura.

Siccome il plinto e il carico sono simmetrici, il risultato è valido sia nella direzione x sia nella direzione y.

La valutazione delle sollecitazioni prevede di considerare la mensola più sollecitata che, in questo caso, è quella con taglio maggiore.



A questo punto, sono noti i carichi che agiscono sul pilastro e si può procedere al dimensionamento.

### CALCOLO DELLA SPESSORE

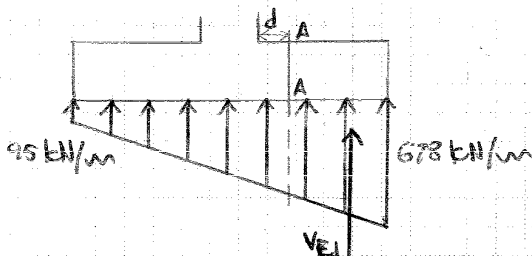
Lo spessore si calcola tramite una verifica a taglio fatta nella sezione AA posta a una distanza, detta distanza utile, dal lembo del pilastro.

$$d = H - c$$

Il termine  $c$  è lo spessore del copriferro, pari a 5 cm.  
Il valore minimo di  $d$  è

$$d_{min} = 30 \text{ cm}$$

e si assume che questo sia il valore effettivo di distanza utile.



Il taglio sollecitante  $V_{Ed}$  sarà dato dalla risultante delle reazioni.

$$V_{Ed} = 359 \text{ kN}$$

La resistenza a taglio si calcola invece come

$$V_{Rd} = V_{min} B d$$

Il termine  $V_{min}$  vale

$$V_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ck}}$$

$$f_{ck} = 20 \text{ Nmm}^{-2} \quad \rightarrow \text{il calcestruzzo è di classe C20/25}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{300 [\text{mm}]}} = 1,82$$

$$\Rightarrow V_{min} = 0,035 \cdot 1,82^{1,5} \cdot \sqrt{20} = 0,38 \text{ Nmm}^{-2}$$



$$V_{rd} = V_{min} B d =$$

$$= 0,35 \text{ [N/mm}^2\text{]} \cdot 2200 \text{ [mm]} \cdot 400 \text{ [mm]} \approx 308 \text{ kN}$$

Stavolta si ha

$$V_{Ed} = 306 \text{ kN} \leq 308 \text{ kN} = V_{rd}$$

e dunque il valore ipotizzato soddisfa la verifica a taglio.

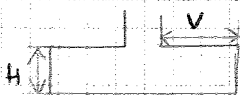
Di conseguenza, lo spessore del plinto vale

$$H = d + c =$$

$$= 40 \text{ [cm]} + 5 \text{ [cm]} = 45 \text{ cm}$$

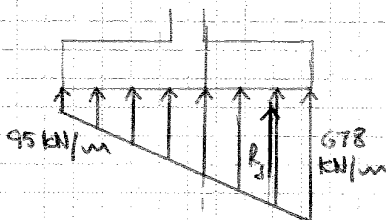
### CALCOLO DELL'ARMATURA

Innanzitutto, occorre valutare la snellezza dell'armatura del plinto



$$\frac{V}{H} = \frac{90 \text{ [cm]}}{45 \text{ [cm]}} = 2 \geq 2 \Rightarrow \text{Plinto snello nelle due direzioni}$$

Di conseguenza, il calcolo si basa sul momento flettente calcolato nella sezione d'attacco del pilastro.



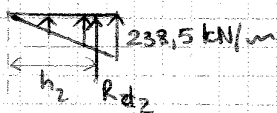
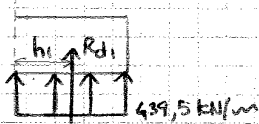
Guardando la sezione lungo  $x$  (e dimensionando dunque l'armatura in direzione  $y$ ), il momento è dato dalla distribuzione delle reazioni.

Scampanando la distribuzione, si ha

$$M_d = R_{d1} h_1 + R_{d2} h_2 =$$

$$= 396 \text{ [kN]} \cdot 0,45 \text{ [m]} + 107 \text{ [kN]} \cdot 0,6 \text{ [m]} =$$

$$= 178,2 \text{ [kNm]} + 64,2 \text{ [kNm]} = 242,4 \text{ kNm}$$

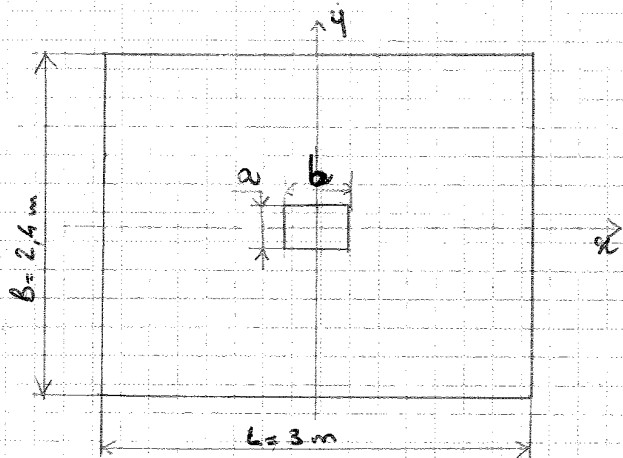


Il quantitativo di armatura vale allora

$$A_s = \frac{M_d}{0,9 d f_{y,d}} =$$

$$= \frac{242,4 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}}{0,9 \cdot 400 \text{ [mm]} \cdot 391 \text{ [N/mm}^2\text{]}} = 1722 \text{ mm}^2$$

### Es D\_05 : DIMENSIONAMENTO STRUTTURALE DI UN PLINTO



$$N_d = 800 \text{ kN}$$

$$M_{x,d} = 460 \text{ kNm}$$

$$a = 30 \text{ cm}$$

$$b = 65 \text{ cm}$$

$$\text{Cl. C25/30}$$

Dimensionare il plinto.

Innanzitutto si calcola la reazione del terreno: il carico presenta un'eccentricità pari a

$$e_x = \frac{M_{x,d}}{N_d} = \frac{460 \text{ [kNm]}}{800 \text{ [kN]}} = 0,575 \text{ m} > 0,5 \text{ m} = \frac{3}{6}$$

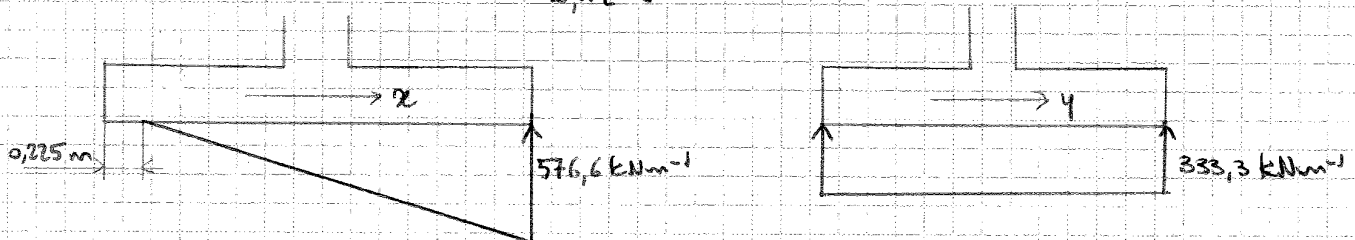
La sezione è parzializzata in direzione x e la reazione massima vale

$$r_{f,x,\max} = \frac{2N_d}{3\left(\frac{L}{2} - e_x\right)} = \frac{2 \cdot 800 \text{ [kN]}}{3\left(\frac{3 \text{ [m]}}{2} - 0,575 \text{ [m]}\right)} = 576,6 \text{ kNm}^{-1}$$

La distribuzione delle reazioni lungo x si annulla a una distanza  $L - 3\left(\frac{L}{2} - e_x\right) = 0,225 \text{ m}$ .

In direzione y, siccome non c'è eccentricità, si usa la formula della compressione pura.

$$r_f(y) = \frac{N_d}{B} = \frac{800 \text{ [kN]}}{2,4 \text{ [m]}} = 333,3 \text{ kNm}^{-1}$$



Siccome il plinto è rettangolare, si dimensiona ragionando su entrambe le direzioni.

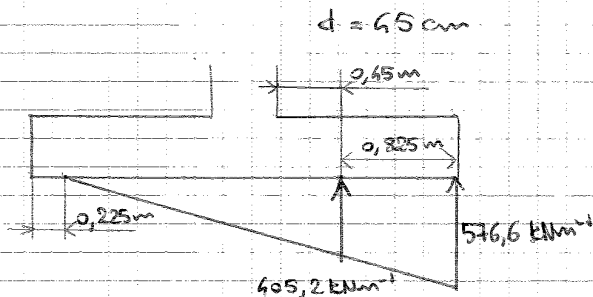
$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{400 \text{ [mm]}}} = 1,71$$

$$f_{ctk} = 25 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$\Rightarrow v_{min} = 0,035 \cdot 1,71^{1,5} \cdot \sqrt{25} = 0,39 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$\Rightarrow V_{Rd} = 0,39 \text{ [Nmm}^{-2}] \cdot 2400 \text{ [mm]} \cdot 400 \text{ [mm]} = 374,4 \text{ kN} < 425,0 \text{ kN} = V_{Ed}$$

La verifica non è soddisfatta e si ipotizza un nuovo valore



Il taglio sollecitante vale

$$V_{Ed} = \int \tau_x(x) dx = \frac{576,6 \text{ [kNm}^{-1}] + 405,2 \text{ [kNm}^{-1}]}{2} \cdot 0,825 \text{ [m]} = 405,0 \text{ kN}$$

Il taglio resistente vale

$$V_{Rd} = v_{min} B d$$

$$v_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ctk}}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{450 \text{ [mm]}}} = 1,67$$

$$f_{ctk} = 25 \text{ Nmm}^{-2}$$

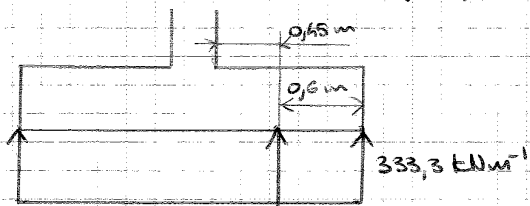
$$\Rightarrow v_{min} = 0,035 \cdot 1,67^{1,5} \cdot \sqrt{25} = 0,38 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$\Rightarrow V_{Rd} = 0,38 \text{ [Nmm}^{-2}] \cdot 2400 \text{ [mm]} \cdot 450 \text{ [mm]} = 410,4 \text{ kN} > 405,0 \text{ kN} = V_{Ed}$$

Direzione y

Si verifica se l'altezza ottenuta è sufficiente.

$$d = 45 \text{ cm}$$



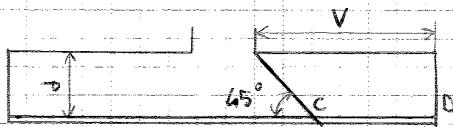
Il taglio sollecitante vale

$$V_{Ed} = \int \tau_x(y) dy = 333,3 \text{ [kNm}^{-1}] \cdot 0,6 \text{ [m]} = 200,0 \text{ kN}$$

L'interasse vale

$$i = \frac{B - 2c}{n - 1} = \frac{2400 \text{ [mm]} - 2 \cdot 50 \text{ [mm]}}{13 - 1} = 191,7 \text{ mm}$$

Si valuta infine la necessità di inserire un ancoraggio.



lunghezza della parte "libera" CD

$$CD = V - d = 825 \text{ mm}$$

Lunghezza richiesta

$$l_b = n \phi = 36 \cdot 16 = 576 \text{ mm}$$

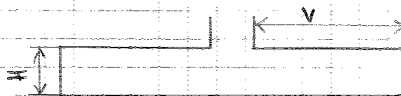
Siccome

$$l_b < CD$$

non è richiesto un particolare ancoraggio e sono sufficienti barre dritte.

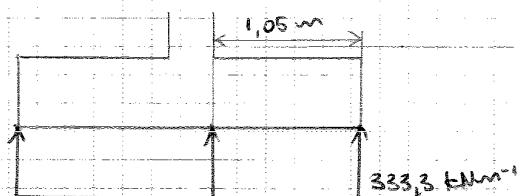
Direzione y

Si valuta la snellezza.



$$\frac{V}{H} = \frac{1,05 \text{ [m]}}{0,5 \text{ [m]}} = 2,1 \rightarrow \text{Pilino snello nella direzione y}$$

Si valuta dunque il momento nella sezione di attacco del pilastro.



$$\begin{aligned} M_{ed} &= \int r_i(y) y dy = \\ &= 333,3 \text{ [kNm}^{-1}] \cdot 1,05 \text{ [m]} \cdot \frac{1,05 \text{ [m]}}{2} = \\ &= 183,7 \text{ kNm} \end{aligned}$$

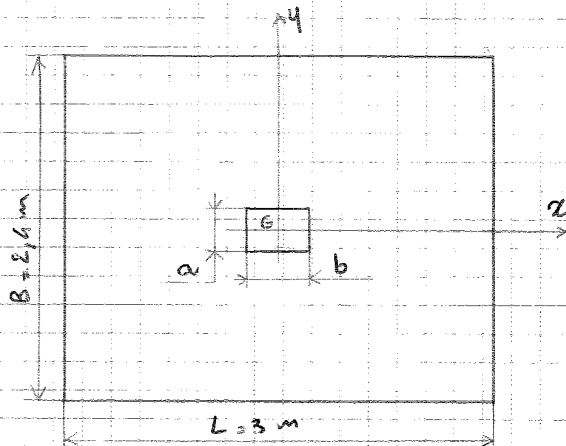
Da qui si calcola l'armatura

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{M_{ed}}{0,9 d f_{yd}} = \\ &= \frac{183,7 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}}{0,9 \cdot 450 \text{ [mm]} \cdot 391 \text{ [N/mm}^2]} = 1160 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Si adottano delle barre  $\phi 12$ , in un numero pari a

$$\begin{aligned} n &= \frac{A_s}{\phi 12} = \\ &= \frac{1160 \text{ [mm}^2]}{113 \text{ [mm}^2]} = 10,3 \sim 11 \end{aligned}$$

### Es. D\_06: DIMENSIONAMENTO STRUTTURALE DI UN PIANTO RETTANGOLARE



$$N_d = 860 \text{ kN}$$

$$M_{x,d} = 510 \text{ kNm}$$

$$a = 30 \text{ cm}$$

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$\text{cls.: C25/30}$$

Dimensionare il pianto.

Innanzitutto, si valutano le reazioni del terreno: si calcola l'eccentricità del carico.

$$e_x = \frac{M_{x,d}}{N_d} = \frac{510 \text{ [kNm]}}{860 \text{ [kN]}} = 0,59 \text{ m} > 0,5 = \frac{3}{6}$$

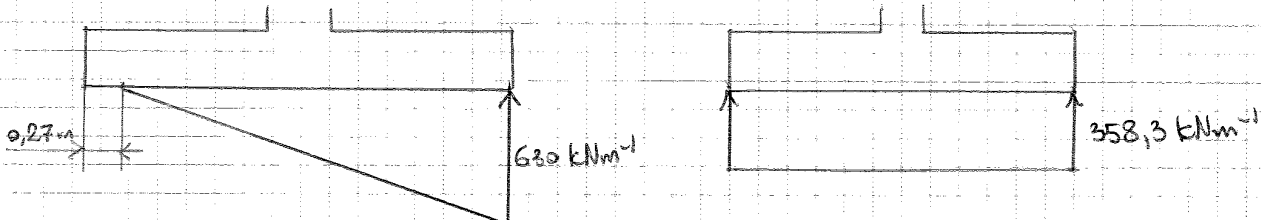
La sezione è parzializzata nella direzione x e, nel lembo compresso, la reazione vale

$$r_{f,x,max} = \frac{2N_d}{3\left(\frac{L}{2} - e_x\right)} = \frac{2 \cdot 860 \text{ [kN]}}{3 \cdot \left(\frac{3 \text{ [m]}}{2} - 0,59 \text{ [m]}\right)} = 630 \text{ kNm}^{-1}$$

La distribuzione delle reazioni si annulla a una distanza  $L - 3\left(\frac{L}{2} - e_x\right) = 0,27 \text{ m}$  dal lembo opposto.

Lungo la direzione y, siccome non c'è eccentricità, si usa la formula della compressione pura.

$$r_f(y) = \frac{N_d}{B} = \frac{860 \text{ [kN]}}{2,6 \text{ [m]}} = 358,3 \text{ kNm}^{-1}$$



Siccome il pianto è rettangolare, il dimensionamento è fatto sia nella direzione x sia nella direzione y.

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{500 \text{ [mm]}}} = 1,63$$

$$f_{ct} = 25 \text{ Nmm}^{-2}$$

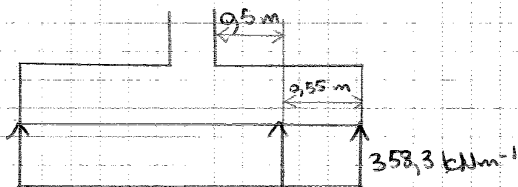
$$\Rightarrow v_{min} = 0,035 \cdot 1,63^{1,5} \cdot \sqrt{25} = 0,36 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{Rd} &= 0,36 \text{ [Nmm}^{-2}] \cdot 2400 \text{ [mm]} \cdot 500 \text{ [mm]} = \\ &= 432 \text{ kN} > 419,0 \text{ kN} = V_{Ed} \end{aligned}$$

Direzione y

Si verifica se non c'è rottura per

$$d = 50 \text{ cm}$$



Il taglio sollecitante vale

$$\begin{aligned} V_{Ed} &= \int r_t(\varphi) d\varphi = \\ &= 358,3 \text{ [kNm}^{-1}] \cdot 0,55 \text{ [m]} = 197,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

Il taglio resistente vale

$$V_{Rd} = v_{min} L d$$

$$v_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ct}} = 0,36 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_{Rd} &= 0,36 \text{ [Nmm}^{-2}] \cdot 3000 \text{ [mm]} \cdot 500 \text{ [mm]} = \\ &= 540,0 \text{ kN} > 197,1 \text{ kN} = V_{Ed} \end{aligned}$$

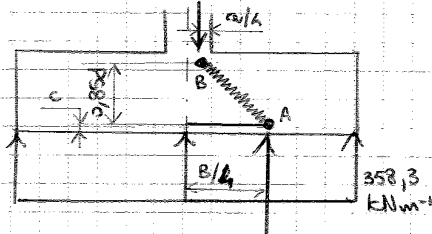
La verifica è nuovamente soddisfatta e dunque si assume

$$\begin{aligned} h &= d + c = \\ &= 500 \text{ [mm]} + 50 \text{ [mm]} = 550 \text{ mm} \end{aligned}$$

## Direzione y

Si valuta la snellezza del plinto.

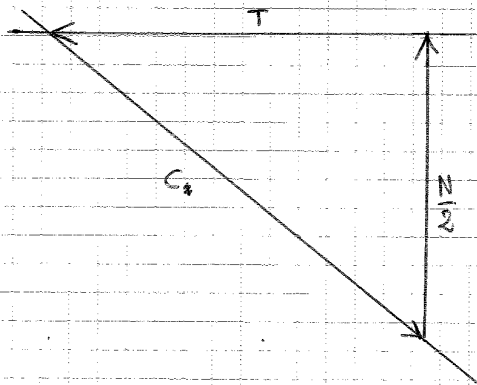
$$\frac{V}{H} = \frac{1050 \text{ [mm]}}{550 \text{ [mm]}} = 1,91 < 2 \Rightarrow \text{Plinto tozzo nella direzione y}$$



In questo caso, si considera metà plinto e lo si assoggetta a metà dei carichi.

$$\frac{N}{2} = 430 \text{ kN}$$

Tale porzione è schematizzata mediante un traliccio di ~~tre~~ tiranti e puntoni aventi una certa geometria e, dall'equilibrio dei nodi - cerniera, si ricava il tiro di interesse.



In particolare, si ricorre al poligono delle forze nel punto A.

$$T = 530 \text{ kN}$$

Da qui si calcola l'armatura necessaria.

$$A_s = \frac{T}{f_{yd}} = \frac{530 \cdot 10^3 \text{ [N]}}{391 \text{ [N/mm}^2\text{]}} = 1355 \text{ mm}^2$$

Si usano barre  $\phi 12$

$$n = \frac{A_s}{\phi 12} = \frac{1355 \text{ [mm}^2\text{]}}{113 \text{ [mm}^2\text{]}} = 11,9 \approx 12$$

L'interasse vale

$$i = \frac{L - 2c}{n - 1} = \frac{3000 \text{ [mm]} - 2 \cdot 50 \text{ [mm]}}{12 - 1} = 264 \text{ mm}$$

In un plinto tozzo, è sempre previsto un piego, avente lunghezza pari a

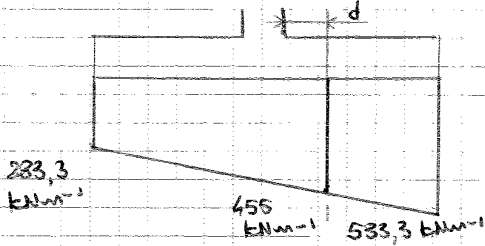
$$l_p = \max \begin{cases} 200 \text{ mm} \\ \frac{1}{3} l_b = \frac{1}{3} n \phi = 166 \text{ mm} = 200 \text{ mm} \\ 10 \phi = 120 \text{ mm} \end{cases}$$

Si procede dunque al calcolo dello spessore.

→ direzione y (più sollecitata)

Il dimensionamento si basa sull'altezza utile, per la quale si assume il valore minimo

$$d = 30 \text{ cm}$$



La verifica si esegue su una sezione convenzionale.

$$V_{Ed} = \frac{455 + 533,3}{2} \cdot 0,75 = 370,6 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = v_{min} L d$$

$$v_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ck}}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{300}} = 1,82$$

$$\Rightarrow v_{min} = 0,035 \cdot 1,82^{1,5} \cdot \sqrt{25} = 0,43 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$\Rightarrow V_{Rd} = 0,43 \text{ [Nmm}^{-2}] \cdot 3000 \text{ [mm]} \cdot 300 \text{ [mm]} = 387 \text{ kN} > 370,6 \text{ kN}$$

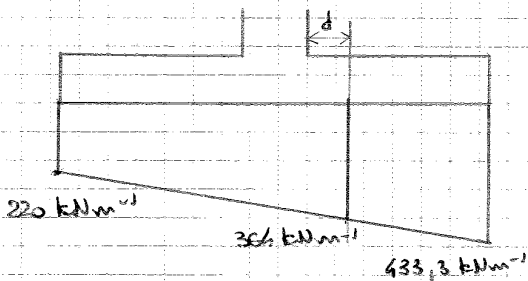
Però, l'altezza richiesta è

$$H = d + c = 35 \text{ cm}$$

→ direzione x

Si verifica se l'altezza utile imposta è sufficiente.

$$d = 30 \text{ cm}$$



La verifica si esegue su una sezione convenzionale.

$$V_{Ed} = \frac{366 + 433,3}{2} \cdot 0,75 = 389 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = v_{min} B d =$$

$$= 0,43 \text{ [Nmm}^{-2}] \cdot 2600 \text{ [mm]} \cdot 300 \text{ [mm]} =$$

$$= 310 \text{ kN} < 389 \text{ kN}$$

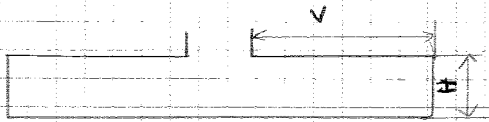
La verifica non è soddisfatta.



Si passa poi al calcolo dell'armatura.

→ direzione x

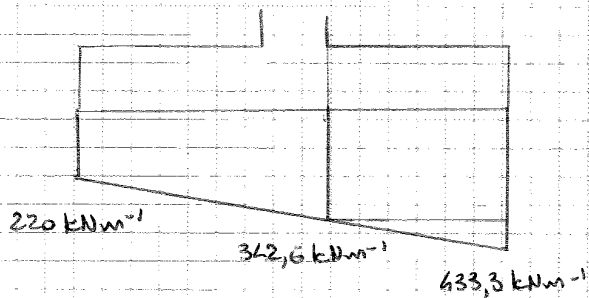
Si valuta la snellezza del plinto.



$$\frac{V}{H} = \frac{1,275}{0,45} = 2,8 \geq 2$$

⇒ Plinto snello nella direzione x

Si calcola dunque il momento nella sezione d'attacco del pilastro.



$$M_d = 342,6 \cdot 1,275 \cdot \frac{1,275}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot 90,7 \cdot 1,275 - \frac{2}{3} \cdot 1,275 = 327,6 \text{ kNm}$$

L'armatura richiesta vale dunque

$$A_s = \frac{M_d}{0,9 d f_{yd}}$$

$$= \frac{327,6 \cdot 10^6 \text{ [Nmm]}}{0,9 \cdot 400 \text{ [mm]} \cdot 391,3 \text{ [Nmm}^2\text{]}}$$

$$= 2326 \text{ mm}^2$$

Si immagina di impiegare barre  $\phi 16$ , in un numero

$$n = \frac{A_s}{\phi 16}$$

$$= \frac{2326 \text{ [mm}^2\text{]}}{154 \text{ [mm}^2\text{]}} = 15$$

L'interasse è uniforme e vale

$$i = \frac{B - 2c}{n - 1}$$

$$= \frac{2400 \text{ [mm]} - 2 \cdot 50 \text{ [mm]}}{15 - 1} = 16,4 \text{ cm}$$

Si valuta infine l'ancoraggio.



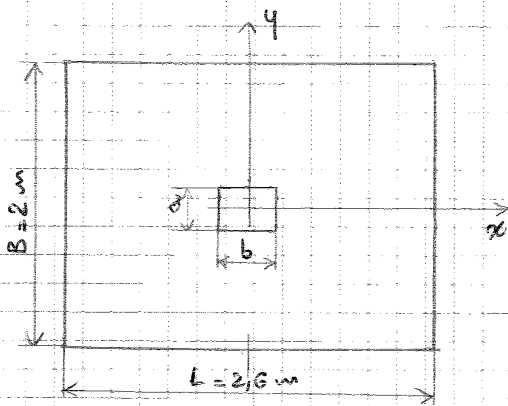
È necessario che

$$\overline{CD} \geq n \phi \quad n = 36 \text{ (per } c25/30)$$

$$875 \text{ mm} \geq 504 \text{ mm}$$

È sufficiente un ancoraggio con barre diritte.

Es. D\_08: DIMENSIONAMENTO STRUTTURALE DI UN PLINTO RETTANGOLARE



$$N_d = 760 \text{ kN}$$

$$M_{x,d} = 385 \text{ kNm}$$

$$a = 30 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$\text{Cl. s: C25/30}$$

Dimensionare il plinto.

Si valuta innanzitutto l' "eccentricità" del carico.

$$e_x = \frac{M_{x,d}}{N_d} = \frac{385 \text{ [kNm]}}{760 \text{ [kN]}} = 0,51 \text{ m} > 0,43 \text{ m} = \frac{2,6}{6}$$

$$e_y = 0 \text{ m}$$

La sezione è parzializzata lungo x; in tale direzione, la reazione massima vale

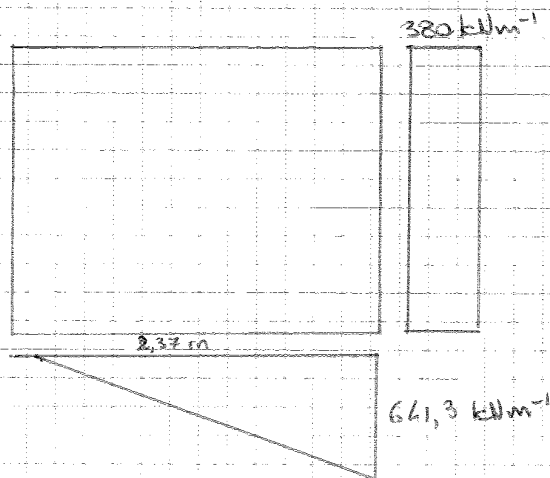
$$r_{x,max} = \frac{2N_d}{3(L/2 - e_x)}$$

$$= \frac{2 \cdot 760}{3 \cdot \left(\frac{2,6}{2} - 0,51\right)} = 641,3 \text{ kNm}^{-1}$$

e ha una distribuzione triangolare sulla lunghezza  $3(L/2 - e_x) = 2,37 \text{ m}$ .

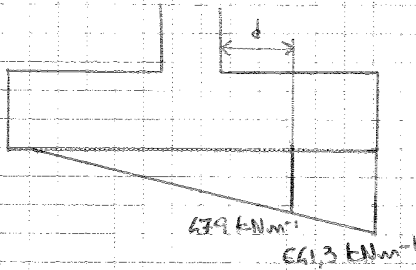
In direzione y, la reazione è uniforme.

$$r(y) = \frac{N}{B} = \frac{760}{2} = 380 \text{ kNm}^{-1}$$



Si aumenta l'altezza utile

$$d = 50 \text{ cm}$$



$$V_{ed} = \frac{679 + 61,3}{2} \cdot 0,6 = 336 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = v_{min} B d$$

$$v_{min} = 0,035 k^{1,5} \sqrt{f_{ck}}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{500}} = 1,63$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot 1,63^{1,5} \cdot \sqrt{25} = 0,36 \text{ N/mm}^2$$

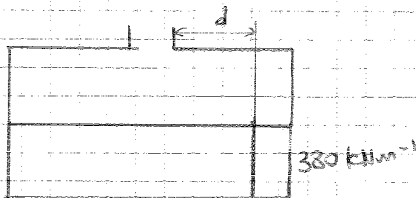
$$\Rightarrow V_{Rd} = 0,36 \text{ [N/mm}^2\text{]} \cdot 2000 \text{ [mm]} \cdot 500 \text{ [mm]} = 360 \text{ kN} \geq 312 \text{ kN}$$

Lo spessore vale dunque

$$H = d + c = 55 \text{ cm}$$

→ direzione y

Si verifica se è sufficiente questo spessore.



$$V_{ed} = 380 \cdot 0,35 = 133 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = v_{min} B d$$

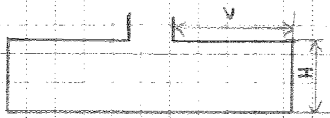
$$v_{min} = 0,035 \cdot 1,63^{1,5} \cdot \sqrt{25} = 0,36 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow V_{Rd} = 0,36 \text{ [N/mm}^2\text{]} \cdot 2600 \text{ [mm]} \cdot 500 \text{ [mm]} = 468 \text{ kN} \geq 133 \text{ kN}$$

Lo spessore è sufficiente.

→ direzione y

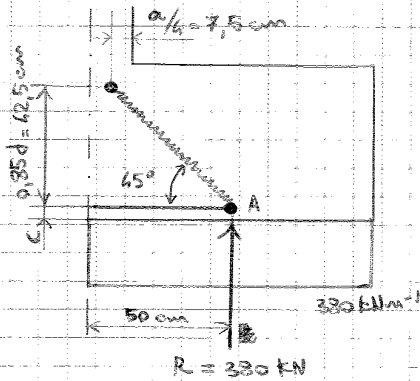
Si valuta la snellezza.



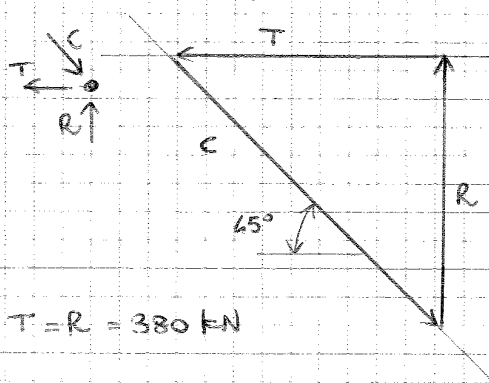
$$\frac{v}{H} = \frac{350}{550} = 1,55 < 2$$

⇒ Plinto tozzo nella direzione y

Si schematizza dunque la mensola più caricata secondo un meccanismo di tiranti e puntari.



Si impone l'equilibrio in A



$$T = R = 330 \text{ kN}$$

L'armatura richiesta vale

$$A_s = \frac{T}{f_{yd}} = \frac{330 \cdot 10^3 [\text{N}]}{391,3 [\text{N/mm}^2]} = 971 \text{ mm}^2$$

L'interasse vale

$$i = \frac{L - 2c}{n - 1} = \frac{2600 [\text{mm}] - 2 \cdot 50 [\text{mm}]}{9 - 1} = 312 \text{ mm} > 300 \text{ mm}$$

$$n(\phi 12) = \frac{971}{113} = 8,6 \rightarrow 9$$

Se si passa a  $\phi 12$ , l'interasse si riduce a 278 mm.

Il piego è ora obbligatorio e vale

$$e_p = \max(200 \text{ mm}; 10\phi; \frac{1}{3}l\phi) =$$

$$= \max(200 \text{ mm}; 120 \text{ mm}; 146 \text{ mm}) = 200 \text{ mm}$$

Punto A

Si sfrutta la simmetria strutturale.

$$M_A = M_C = -58,28 \text{ kNm}$$

$$V_A = -V_C = 69,58 \text{ kN}$$

Punto D

$$V_D = -\frac{P}{2} D \lambda z =$$

$$= -\frac{700 \text{ [kN]}}{2} \cdot (-0,0563) = 19,71 \text{ kN}$$

$$M_D = \frac{P}{4\lambda} C \lambda z =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 3 \text{ [m]} \cdot 700 \text{ [kN]} \cdot (-0,179) = -93,98 \text{ kNm}$$

Punto B

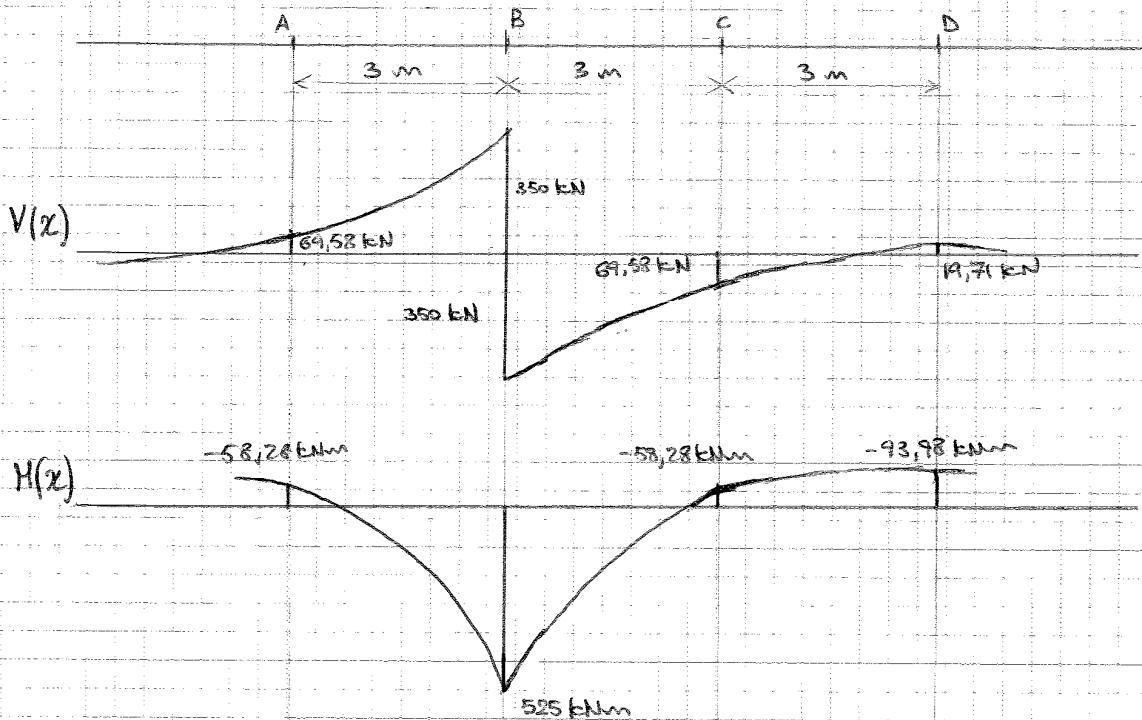
$$V_B^- = \frac{P}{2} D \lambda z =$$

$$= \frac{700 \text{ [kN]}}{2} \cdot 1 = 350 \text{ kN} \quad \Rightarrow V_B^+ = -350 \text{ kN}$$

$$M_B = \frac{P}{4\lambda} C \lambda z =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 3 \text{ [m]} \cdot 700 \text{ [kN]} \cdot 1 = 525 \text{ kNm}$$

Si tracciano infine i diagrammi.



Si passa poi alle sollecitazioni.

→ Punto A

$$V_A(P_1) = \frac{P_1}{2} D_{1x} = \frac{700}{2} \cdot 0,1988 = 69,58 \text{ kN}$$

$$M_A(P_1) = \frac{P_1}{4\lambda} C_{1x} = \frac{700 \cdot 3}{4} \cdot (-0,111) = -58,28 \text{ kNm}$$

→ Punto B

$$V_B(P_1) = \frac{P_1}{2} D_{1x} = \frac{700}{2} \cdot 1 = 350 \text{ kN}$$

$$V_B^+(P_1) = -\frac{P_1}{2} D_{1x} = -350 \text{ kN}$$

$$M_B(P_1) = \frac{P_1}{4\lambda} C_{1x} = \frac{700 \cdot 3}{4} \cdot 1 = 525 \text{ kNm}$$

→ Punto C

$$V_C(P_1) = -\frac{P_1}{2} D_{1x} = -\frac{700}{2} \cdot 0,1988 = -69,58 \text{ kN}$$

$$M_C(P_1) = \frac{P_1}{4\lambda} C_{1x} = \frac{700 \cdot 3}{4} \cdot (-0,111) = -58,28 \text{ kNm}$$

→ Punto D

$$V_D(P_1) = -\frac{P_1}{2} D_{1x} = -\frac{700}{2} \cdot (-0,0563) = 19,71 \text{ kN}$$

$$M_D(P_1) = \frac{P_1}{4\lambda} C_{1x} = \frac{700 \cdot 3}{4} \cdot (-0,179) = -93,98 \text{ kNm}$$

### CARICO P<sub>2</sub>

Si calcolano le funzioni C e D.

A) $x = -9 \text{ m}$	$ x  = 3$	$C_{1x} = -0,0563$	$D_{1x} = -0,0493$
B) $x = -6 \text{ m}$	$ x  = 2$	$C_{1x} = -0,179$	$D_{1x} = -0,0563$
C) $x = -3 \text{ m}$	$ x  = 1$	$C_{1x} = -0,111$	$D_{1x} = 0,1988$
D) $x = 0$	$ x  = 0$	$C_{1x} = 1$	$D_{1x} = 1$

↓  
origine in D

Si passa poi alle sollecitazioni.

→ Punto A

$$V_A(P_2) = \frac{P_2}{2} D_{1x} = \frac{500}{2} \cdot (-0,0493) = -12,33 \text{ kN}$$

$$M_A(P_2) = \frac{P_2}{4\lambda} C_{1x} = \frac{500 \cdot 3}{4} \cdot (-0,0563) = -21,11 \text{ kNm}$$

$$M_c(C_2) = -\frac{C}{2} D_{1x} = -\frac{-200}{2} \cdot 0,1988 = 19,88 \text{ kNm}$$

→ Punto D

$$V_D(C_2) = -\frac{C_1}{2} A_{1x} = -\frac{-200}{2 \cdot 3} \cdot 1 = 33,33 \text{ kN}$$

$$M_D^-(C_2) = -\frac{C}{2} D_{1x} = -\frac{-200}{2} \cdot 1 = 100 \text{ kNm}$$

$$M_D^+(C_2) = \frac{C}{2} D_{1x} = -100 \text{ kNm}$$

Si sommano dunque i contributi

→ Punto A

$$V_A = V_A(P_1) + V_A(P_2) + V_A(C_2) = 69,58 - 12,33 - 1,41 = 55,84 \text{ kN}$$

$$M_A = M_A(P_1) + M_A(P_2) + M_A(C_2) = -58,28 - 21,11 - 4,93 = -84,32 \text{ kNm}$$

→ Punto B

$$V_B^- = V_B^-(P_1) + V_B^-(P_2) + V_B^-(C_2) = 350 - 14,08 + 4,10 = 340,02 \text{ kN}$$

$$V_B^+ = V_B^+(P_1) + V_B^+(P_2) + V_B^+(C_2) = -350 - 14,08 + 4,10 = -359,98 \text{ kNm}$$

$$M_{B\&} = M_B(P_1) + M_B(P_2) + M_B(C_2) = 525 - 67,13 - 5,63 = 452,24 \text{ kNm}$$

→ Punto C

$$V_C = V_C(P_1) + V_C(P_2) + V_C(C_2) = -69,58 + 49,70 + 10,32 = -9,56 \text{ kN}$$

$$M_C = M_C(P_1) + M_C(P_2) + M_C(C_2) = -58,28 - 41,63 + 19,88 = -80,03 \text{ kNm}$$

→ Punto D

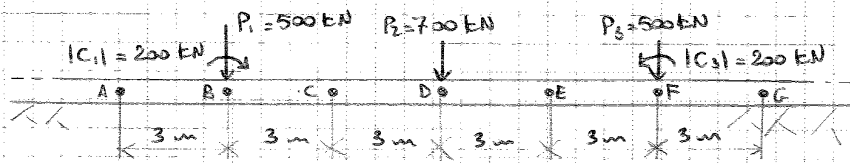
$$V_D^- = V_D^-(P_1) + V_D^-(P_2) + V_D^-(C_2) = 19,71 + 250 + 33,33 = 303,04 \text{ kN}$$

$$V_D^+ = V_D^+(P_1) + V_D^+(P_2) + V_D^+(C_2) = 19,71 - 250 + 33,33 = -196,96 \text{ kN}$$

$$M_D^- = M_D^-(P_1) + M_D^-(P_2) + M_D^-(C_2) = -93,98 + 375 + 100 = 381,02 \text{ kNm}$$

$$M_D^+ = M_D^+(P_1) + M_D^+(P_2) + M_D^+(C_2) = -93,98 + 375 - 100 = 181,02 \text{ kNm}$$

Es E\_03 : TRAVE INFINITA SU SUOLO ALLA WINKLER



$EI = 4,4 \cdot 10^{11} \text{ kgcm}^2$   
 $k = k_1, k_2 = 220 \text{ kgcm}^{-2}$

Calcolare momento flettente e taglio in A, B, C, D, E, F e G e tracciare i relativi diagrammi.

Si sfruttano i risultati ottenuti per una trave infinita soggetta a

→ carico concentrato

$$V = \begin{cases} -\frac{P}{2} D|x| & x \geq 0 \\ \frac{P}{2} D|x| & x \leq 0 \end{cases} \quad M = \frac{P}{4\lambda} C|x|$$

→ coppia concentrata

$$V = -\frac{C\lambda}{2} A|x| \quad M = \begin{cases} \frac{C}{2} D|x| & x \geq 0 \\ -\frac{C}{2} D|x| & x \leq 0 \end{cases}$$

Si calcolano dapprima i termini costanti

$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt[4]{\frac{4EI}{k}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 4,4 \cdot 10^{11}}{220}} = 3 \text{ m}$$

$$\frac{P_1}{2} = \frac{P_3}{2} = \frac{500}{2} = 250 \text{ kN}$$

$$\frac{P_2}{2} = \frac{700}{2} = 350 \text{ kN}$$

$$\frac{P_1}{4\lambda} = \frac{P_3}{4\lambda} = \frac{500 \cdot 3}{4} = 375 \text{ kNm}$$

$$\frac{P_2}{4\lambda} = \frac{700 \cdot 3}{4} = 525 \text{ kNm}$$

$$\frac{C}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ kNm}$$

$$\frac{C\lambda}{2} = \frac{200}{2 \cdot 3} = 33,3 \text{ kN}$$

Sfruttando la sovrapposizione degli effetti, si calcolano le sollecitazioni. In alcune occasioni, si sfrutta la simmetria.

→ Punto A

$$V_A = V_A(P_1) + V_A(C_1) + V_A(P_2) + V_A(P_3) + V_A(C_3) =$$

$$= \frac{P_1}{2} D_{3m} - \frac{C_1\lambda}{2} A_{3m} + \frac{P_2}{2} D_{9m} + \frac{P_3}{2} D_{15m} - \frac{C_3\lambda}{2} A_{15m} =$$



$$\begin{aligned}
 M_c &= \frac{P_1}{4\lambda} C_{3m} + \frac{C_1}{2} D_{3m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{3m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{4m} - \frac{C_3}{2} D_{4m} = \\
 &= -41,63 + 19,88 + 525 \cdot (-0,111) + 375 \cdot (-0,0503) - (-100) \cdot (-0,0493) = \\
 &= -41,63 + 19,88 - 58,28 - 21,11 - 4,93 = -106,07 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

→ Punto D

La struttura è di tipo SCS e dunque il taglio assume due valori uguali e contrari, con un salto pari alla forza  $P_2$ .

$$V_D^- = 350 \text{ kN}$$

$$V_D^+ = -350 \text{ kN}$$

Si calcola il momento.

$$\begin{aligned}
 M_D &= \frac{P_1}{4\lambda} C_{6m} + \frac{C_1}{2} D_{6m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{6m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{6m} - \frac{C_3}{2} D_{6m} = \\
 &= 375 \cdot (-0,174) + 100 \cdot (-0,0563) + 525 \cdot 1 + 375 \cdot (-0,174) - (-100) \cdot (-0,0563) = \\
 &= -67,13 - 5,63 + 525 - 67,13 - 5,63 = 379,48 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Negli altri punti, i valori sono simmetrici:

→ Punto E

$$V_E = 10,78 \text{ kN} \quad M_E = -106,07 \text{ kNm}$$

→ Punto F

$$V_F^- = 306,88 \text{ kN} \quad V_F^+ = -193,12 \text{ kN} \quad M_F =$$

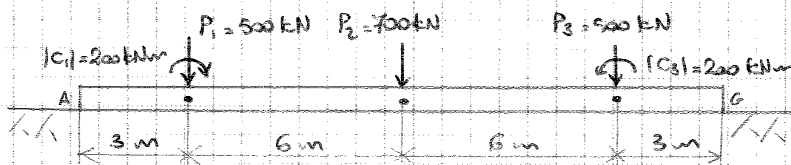
$$M_F^- = 381,61 \text{ kNm} \quad M_F^+ = 181,61 \text{ kNm}$$

→ Punto G

$$V_G = -15,85 \text{ kN} \quad M_G = -87,73 \text{ kNm}$$

Si tracciano infine i diagrammi delle sollecitazioni.

Es. E-06: TRAVE SU SUOLO ALLA WINKLER



$$EI = 4,4 \cdot 10^8 \text{ kgcm}^2$$

$$k = k_1 B = 220 \text{ kgcm}^{-2}$$

Calcolare momento e taglio nei punti significativi della trave di fondazione (in asse di pilastri e in mezzaria delle campate) e tracciarne i diagrammi, utilizzando sia il metodo "esatto" sia il metodo "approssimato".

Innanzitutto, si calcola la lunghezza caratteristica.

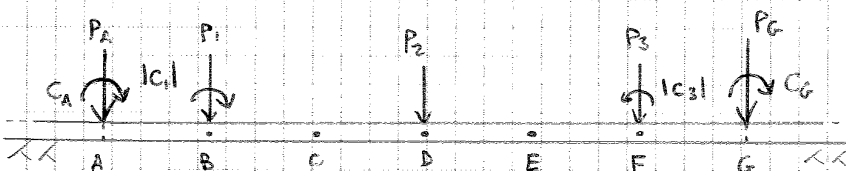
$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt[4]{\frac{4EI}{k}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 4,4 \cdot 10^8 \text{ [kgcm}^2\text{]}}{220 \text{ [kgcm}^{-2}\text{]}}} = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$$

METODO "ESATTO"

Esso prevede di sostituire la trave reale con una trave infinita soggetta ai carichi noti e a dei carichi fittizi applicati in corrispondenza degli estremi della trave reale, tali da ripristinare le condizioni al contorno, ossia

$$V_A = V_G = 0 \quad M_A = M_G = 0$$

Infatti, agli estremi la trave è scarica.



Si nota, per simmetria, che

$$P_G = P_A \quad C_G = -C_A$$

Si calcolano dunque le sollecitazioni in A e G, andando poi ad eguagliarle a 0. Per il calcolo è eseguito sulla trave infinita.

→ Punto A

$$\begin{aligned} V_A &= -\frac{P_A}{2} D_{0m} - \frac{C_A \lambda}{2} A_{0m} + \frac{P_1}{2} D_{3m} - \frac{C_A \lambda}{2} A_{3m} + \frac{P_2}{2} D_{9m} + \frac{P_3}{2} D_{15m} - \frac{C_A \lambda}{2} A_{15m} + \\ &+ \frac{P_G}{2} D_{18m} - \frac{C_G \lambda}{2} A_{18m} = \\ &= -\frac{1}{2} P_A \cdot 1 - \frac{1}{6} C_A \cdot 1 + 250 \cdot 0,1988 - 33,3 \cdot 0,508 + 350 \cdot (-0,0493) + 250 \cdot 0,0019 + \\ &- (-33,3) \cdot (-0,0046) + \frac{P_A}{2} \cdot 0,0024 + \frac{1}{6} C_A \cdot 0,0017 \\ &= -0,4988 P_A - 0,1664 C_A + 15,85 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_B^- &= \frac{P_A}{4\lambda} C_{3m} + \frac{C_A}{2} D_{3m} + \frac{P_1}{4\lambda} C_{0m} - \frac{C_1}{2} D_{0m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{6m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{12m} + \frac{C_3}{2} D_{12m} + \\
 &+ \frac{P_G}{4\lambda} C_{15m} - \frac{C_G}{2} D_{15m} = \\
 &= -60 \cdot (-0,111) + 127,55 \cdot 0,1988 + 375 \cdot 1 - 100 \cdot 1 + 525 \cdot (-0,179) + \\
 &+ 375 \cdot 0,0019 - (-100) \cdot (-0,0012) - 40 \cdot 0,0084 + 127,55 \cdot 0,0019 = \\
 &= 211,3 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_B^+ &= \frac{P_A}{4\lambda} C_{3m} + \frac{C_A}{2} D_{3m} + \frac{P_1}{4\lambda} C_{0m} + \frac{C_1}{2} D_{0m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{6m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{12m} - \frac{C_3}{2} D_{12m} + \\
 &+ \frac{P_G}{4\lambda} C_{15m} - \frac{C_G}{2} D_{15m} = 411,3 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

→ Punto C

$$\begin{aligned}
 V_C &= -\frac{P_A}{2} D_{6m} - \frac{C_A \lambda}{2} A_{6m} - \frac{P_1}{2} D_{3m} - \frac{C_1 \lambda}{2} A_{3m} + \frac{P_2}{2} D_{3m} + \frac{P_3}{2} D_{9m} - \frac{C_3 \lambda}{2} A_{9m} + \\
 &+ \frac{P_G}{2} D_{12m} - \frac{C_G \lambda}{2} A_{12m} = \\
 &= -(-26,67) \cdot (-0,0563) - 42,52 \cdot 0,0667 - 49,7 - 16,92 + 350 \cdot 0,1988 + \\
 &+ 250 \cdot (-0,0493) - (-33,3) \cdot (-0,0423) + (-26,67) \cdot (-0,012) - (-42,52) \cdot (-0,026) = \\
 &= -15,90 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_C &= \frac{P_A}{4\lambda} C_{6m} + \frac{C_A}{2} D_{6m} + \frac{P_1}{4\lambda} C_{3m} + \frac{C_1}{2} D_{6m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{3m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{9m} - \frac{C_3}{2} D_{9m} + \\
 &+ \frac{P_G}{4\lambda} C_{12m} - \frac{C_G}{2} D_{12m} = \\
 &= -60 \cdot (-0,179) + 127,55 \cdot (-0,0563) - 41,63 + 19,88 + 525 \cdot (-0,111) + \\
 &+ 375 \cdot (-0,0563) - (-100) \cdot (-0,0493) + (-60) \cdot 0,0019 - (-127,55) \cdot (-0,0012) = \\
 &= -106,32 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

→ Punto D

Per simmetria,

$$V_D^- = 350 \text{ kN}$$

$$V_D^+ = -350 \text{ kN}$$

## METODO "APPROSSIMATO"

Tale metodo prevede inizialmente di calcolare le sollecitazioni nei punti estremi A e G assumendo trave infinita.

$$\begin{aligned} V_A^{\infty} &= \frac{P_1}{2} D_{3m} - \frac{C_1 \lambda}{2} A_{3m} + \frac{P_2}{2} D_{9m} + \frac{P_3}{2} D_{15m} - \frac{C_3 \lambda}{2} A_{15m} = \\ &= 250 \cdot 0,1988 - 33,3 \cdot 0,508 + 350 \cdot (-0,0493) + 250 \cdot 0,0019 - (-33,3) \cdot (-0,0066) = \\ &= 15,85 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_A^{\infty} &= \frac{P_1}{4\lambda} C_{3m} - \frac{C_1}{2} D_{3m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{9m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{15m} - \frac{C_3}{2} D_{15m} = \\ &= 375 \cdot (-0,111) - 100 \cdot 0,1988 + 525 \cdot (-0,0563) + 375 \cdot 0,0084 - (-100) \cdot 0,019 = \\ &= -87,73 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_G^{\infty} = -V_A^{\infty} = -15,85 \text{ kN} \quad M_G^{\infty} = M_A^{\infty} = -87,73 \text{ kNm}$$

Per comodità, si calcolano anche le sollecitazioni negli altri punti.

→ Punto B

$$\begin{aligned} V_B^{\infty} &= \frac{P_1}{2} D_{0m} - \frac{C_1 \lambda}{2} A_{0m} + \frac{P_2}{2} D_{6m} + \frac{P_3}{2} D_{12m} - \frac{C_3 \lambda}{2} A_{12m} = \\ &= 250 \cdot 1 - 33,3 \cdot 1 + 350 \cdot (-0,0563) + 250 \cdot (-0,012) - (-33,3) \cdot (-0,026) = \\ &= 193,12 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_B^+ = -\frac{P_1}{2} D_{0m} - \frac{C_1 \lambda}{2} A_{0m} + \frac{P_2}{2} D_{6m} + \frac{P_3}{2} D_{12m} - \frac{C_3 \lambda}{2} A_{12m} = -306,88 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} M_B^{\infty} &= \frac{P_1}{4\lambda} C_{0m} - \frac{C_1}{2} D_{0m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{6m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{12m} - \frac{C_3}{2} A_{12m} = \\ &= 375 \cdot 1 - 100 \cdot 1 + 525 \cdot (-0,179) + 375 \cdot 0,0019 - (-100) \cdot (-0,0012) = \\ &= 181,61 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_B^+ = \frac{P_1}{4\lambda} C_{0m} + \frac{C_1}{2} D_{0m} + \frac{P_2}{4\lambda} C_{6m} + \frac{P_3}{4\lambda} C_{12m} - \frac{C_3}{2} D_{12m} = 381,61 \text{ kNm}$$

→ Punto C

$$\begin{aligned} V_C^{\infty} &= -\frac{P_1}{2} D_{3m} - \frac{C_1 \lambda}{2} A_{3m} + \frac{P_2}{2} D_{9m} + \frac{P_3}{2} D_{15m} - \frac{C_3 \lambda}{2} A_{15m} = \\ &= -69,7 - 10,92 + 350 \cdot 0,1988 + 250 \cdot (-0,0493) - (-33,3) \cdot (-0,0423) = \\ &= -10,78 \text{ kN} \end{aligned}$$

→ Punto B

$$V_B^{0\infty} = -P_A C_{3m} - 2\lambda C_A B_{3m} =$$

$$= -15,85 \cdot (-0,11) - \frac{2}{3} \cdot 87,73 \cdot 0,3096 = -16,35 \text{ kN}$$

$$M_B^{0\infty} = -\frac{P_A}{\lambda} B_{3m} + C_A A_{3m} =$$

$$= -15,85 \cdot 3 \cdot 0,3096 + 87,73 \cdot 0,508 = 29,85 \text{ kNm}$$

→ Punto C

$$V_C^{0\infty} = -P_A C_{6m} - 2\lambda C_A B_{6m} =$$

$$= -15,85 \cdot (-0,174) - \frac{2}{3} \cdot 87,73 \cdot 0,123 = -4,36 \text{ kN}$$

$$M_C^{0\infty} = -\frac{P_A}{\lambda} B_{6m} + C_A A_{6m} =$$

$$= -15,85 \cdot 3 \cdot 0,123 + 87,73 \cdot 0,0667 = 0,0030 \text{ kNm}$$

→ Punto D

$$V_D^{0\infty} = -P_A C_{9m} - 2\lambda C_A B_{9m} =$$

$$= -15,85 \cdot (-0,0563) - \frac{2}{3} \cdot 87,73 \cdot 0,007 = 0,48 \text{ kN}$$

$$M_D^{0\infty} = -\frac{P_A}{\lambda} B_{9m} + C_A A_{9m} =$$

$$= -15,85 \cdot 3 \cdot 0,007 + 87,73 \cdot (-0,0423) = -4,06 \text{ kNm}$$

→ Punto E

$$V_E^{0\infty} = -P_A C_{12m} - 2\lambda C_A B_{12m} =$$

$$= -15,85 \cdot 0,0019 - \frac{2}{3} \cdot 87,73 \cdot (-0,014) = 0,74 \text{ kN}$$

$$M_E^{0\infty} = -\frac{P_A}{\lambda} B_{12m} + C_A A_{12m} =$$

$$= -15,85 \cdot 3 \cdot (-0,014) + 87,73 \cdot (-0,026) = -1,62 \text{ kNm}$$

→ Punto F

$$V_F^{0\infty} = -P_A C_{15m} - 2\lambda C_A B_{15m} =$$

$$= -15,85 \cdot 0,0084 - \frac{2}{3} \cdot 87,73 \cdot (-0,0065) = 0,25 \text{ kN}$$

Ora si sommano gli schemi.

→ Punto A

$$V_A = V_A^{0000} + V_A^{000} + V_A^{000} =$$

$$= 15,85 - 15,85 + 0,0082 = 0,0082 \text{ kN}$$

$$M_A = M_A^{0000} + M_A^{000} + M_A^{000} =$$

$$= -87,73 + 87,73 + 0,12 = 0,12 \text{ kNm}$$

→ Punto B

$$V_B = 193,12 - 16,35 - 0,25 = 176,52 \text{ kN}$$

$$V_B^+ = -306,88 - 16,35 - 0,25 = -323,48 \text{ kN}$$

$$M_B^- = 181,61 + 29,85 - 0,094 = 211,37 \text{ kNm}$$

$$M_B^+ = 381,61 + 29,85 - 0,094 = 411,37 \text{ kNm}$$

→ Punto C

$$V_C = -10,78 - 4,36 - 0,79 = -15,93 \text{ kN}$$

$$M_C = -106,07 + 0,0030 - 1,62 = -107,69 \text{ kNm}$$

→ Punto D

$$V_D^- = 350 \text{ kN}$$

$$V_D^+ = -350 \text{ kN}$$

$$M_D = 379,48 - 4,06 - 4,06 = 371,4 \text{ kNm}$$

Da qui in poi è simmetrico

→ Punto E

$$V_E = 15,93 \text{ kN}$$

$$M_E = -107,69 \text{ kNm}$$

→

→ Punto F

$$V_F^- = 323,48 \text{ kN}$$

$$V_F^+ = -176,52$$

$$M_F^- = 411,37 \text{ kNm}$$

$$M_F^+ = 211,37 \text{ kNm}$$

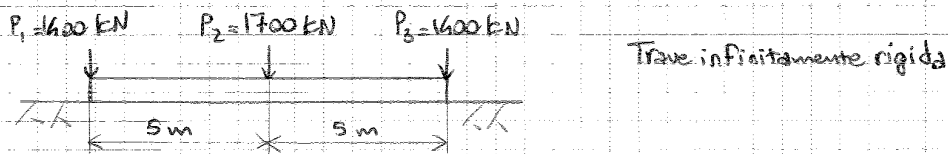
→ Punto G

$$V_G = -0,0082 \text{ kN}$$

$$M_G = 0,12 \text{ kNm}$$

Si tracciano i diagrammi.

## Es. E\_05: TRAVE DI FONDAZIONE NELLE DUE CONFIGURAZIONI LIMITE



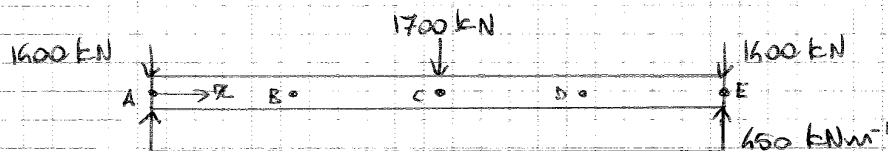
Calcolare momento e taglio nelle configurazioni limite di sovrastruttura flessibile e sovrastruttura infinitamente rigida.

SOVRASTRUTTURA FLESSIBILE

In questo caso, si dimostra che i carichi applicati ai piedritti della sovrastruttura coincidono con quelli calcolati dal progettista.

Si come la trave è infinitamente rigida, sotto l'azione di questo carico simmetrico essa si trasla rigidamente. Dunque l'abbassamento è costante e, essendo il suolo alla Winkler, è costante anche la reazione. Pertanto, è immediato calcolarne il valore

$$r_f = \frac{1600 + 1700 + 1600}{5 + 5} = 450 \text{ kNm}^{-1}$$



Noti i carichi, è immediato calcolare le sollecitazioni, sfruttando le relazioni della scienza delle costruzioni.

Campata AC

$$M(x) = 225x^2 - 1400x$$

$$V(x) = 450x - 1400$$

→ Punto A ( $x = 0$ )

$$M_A = 0$$

$$V_A = -1600 \text{ kN}$$

→ Punto B ( $x = 3,11 \text{ m}$ )

$$M_B = 225 \cdot 3,11^2 - 1400 \cdot 3,11 = -2177,78 \text{ kNm}$$

$$V_B = 450 \cdot 3,11 - 1400 = 0 \text{ kN}$$

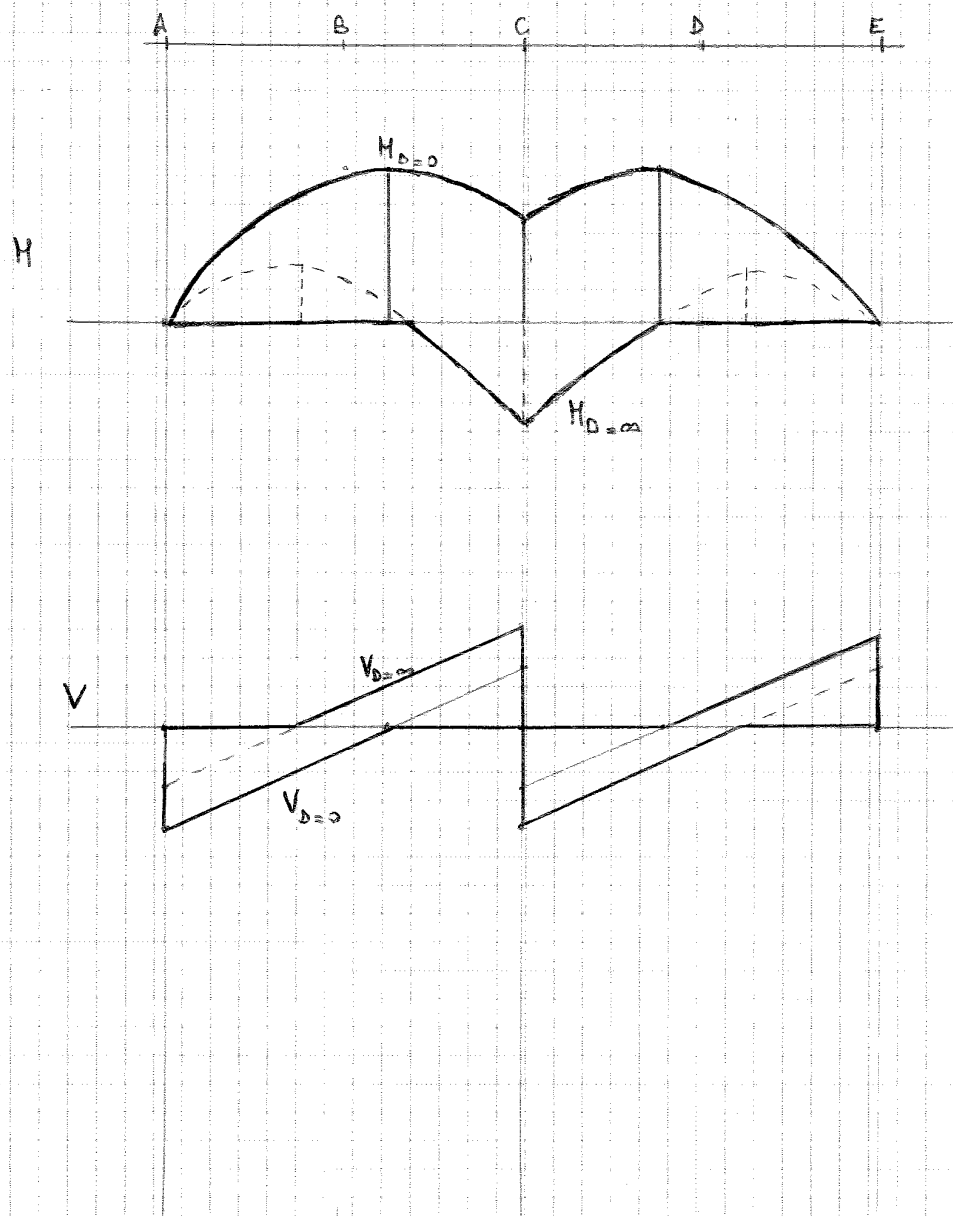
→ Punto C ( $x = 5 \text{ m}$ )

$$M_C = 225 \cdot 5^2 - 1400 \cdot 5 = -1375 \text{ kNm}$$

$$V_C = 450 \cdot 5 - 1400 = 850 \text{ kN}$$

$$V_C^+ = -850 \text{ kN}$$

I due diagrammi sono diversi e se ne considera l'involuppa.





→ Punto C<sub>dx</sub>

$$\sigma'_{vo}(C_{dx}) = \gamma'(z_c - z_B) + \sigma'_{vo}(B) = 19 \text{ [kNm}^{-3}\text{]} (7 \text{ [m]} - 5 \text{ [m]}) + 51 \text{ [kPa]} = 127 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_a(C_{dx}) = k_A \sigma'_{vo}(C_{dx}) = 0,24 \cdot 127 \text{ [kPa]} = 30,5 \text{ kPa}$$

→ Punto D

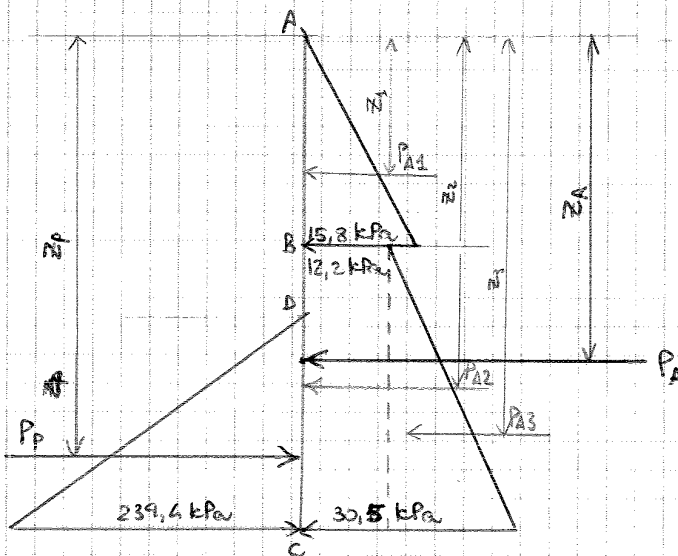
$$\sigma'_{vo} = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_p = 0 \text{ kPa}$$

→ Punto C<sub>sx</sub>

$$\sigma'_{vo}(C_{sx}) = \gamma' z = 19 \text{ [kNm}^{-3}\text{]} \cdot 3 \text{ [m]} = 57 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_p(C_{sx}) = k_p \sigma'_{vo}(C_{sx}) = 4,20 \cdot 57 \text{ [kPa]} = 239,4 \text{ kPa}$$



Si valutano le risultanti

SPINTA ATTIVA

$$P_A = P_{A1} + P_{A2} + P_{A3} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 15,8 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} +$$

$$+ 12,2 \text{ [kPa]} \cdot 4 \text{ [m]} + \frac{1}{2} \cdot 18,3 \text{ [kPa]} \cdot 4 \text{ [m]} =$$

$$= 23,7 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 48,8 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 36,6 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} =$$

$$= 109,1 \text{ kNm}^{-1}$$

$$z_A = \frac{P_{A1} z_1 + P_{A2} z_2 + P_{A3} z_3}{P_A} =$$

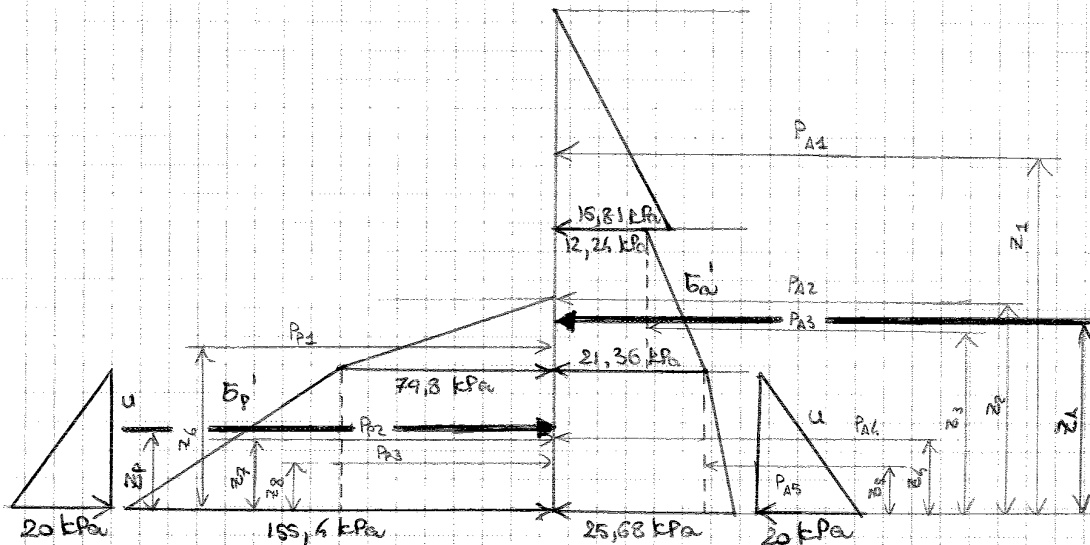
$$= \frac{23,7 \cdot 2 + 48,8 \cdot 5 + 36,6 \cdot 5,67}{109,1} = 4,57 \text{ m}$$

(dalla testa)

RESISTENZA PASSIVA

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot 239,4 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} = 359,1 \text{ kNm}^{-1}$$

$$z_p = 6 \text{ m}$$



Si calcolano le risultanti

SPINTA ATTIVA

$$\begin{aligned}
 P_A &= P_{A1} + P_{A2} + P_{A3} + P_{A4} + P_{A5} = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 15,81 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} + 12,24 \text{ [kPa]} \cdot 2 \text{ [m]} + 9,12 \text{ [kPa]} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ [m]} + \\
 &\quad + 21,36 \text{ [kPa]} \cdot 2 \text{ [m]} + \frac{1}{2} \cdot 4,32 \text{ [kPa]} \cdot 2 \text{ [m]} = \\
 &= 23,72 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 24,48 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 9,12 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 42,72 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + \\
 &\quad + 4,32 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} = 106,36 \text{ kNm}^{-1}
 \end{aligned}$$

Piede

$$\begin{aligned}
 z_A &= \frac{P_{A1}z_1 + P_{A2}z_2 + P_{A3}z_3 + P_{A4}z_4 + P_{A5}z_5}{P_A} = \\
 &= \frac{23,72 \cdot 5 + 24,48 \cdot 3 + 9,12 \cdot 2,67 + 42,72 \cdot 1 + 4,32 \cdot 0,67}{106,36} = 2,51 \text{ m}
 \end{aligned}$$

RESISTENZA PASSIVA

$$\begin{aligned}
 P_D &= P_{p1} + P_{p2} + P_{p3} = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 79,8 \text{ [kPa]} \cdot 1 \text{ [m]} + 79,8 \text{ [kPa]} \cdot 2 \text{ [m]} + \frac{1}{2} \cdot 75,6 \text{ [kPa]} \cdot 2 \text{ [m]} = \\
 &= 39,9 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 159,6 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} + 75,6 \text{ [kNm}^{-1}\text{]} = 275,1 \text{ kNm}^{-1}
 \end{aligned}$$

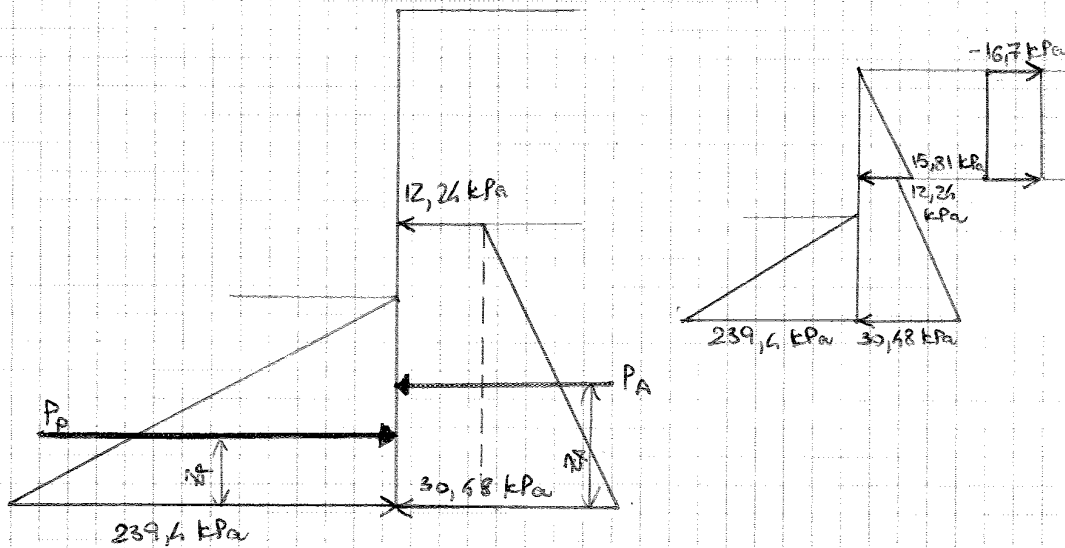
Piede

$$\begin{aligned}
 z_p &= \frac{P_{p1}z_6 + P_{p2}z_7 + P_{p3}z_8}{P_D} = \\
 &= \frac{39,9 \cdot 2,33 + 159,6 \cdot 1 + 75,6 \cdot 0,67}{275,1} = 1,10 \text{ m}
 \end{aligned}$$

SPINTA IDRAULICA

$U = 0$  perchè le distribuzioni sono uguali e contrarie

$$[51 + 19(z - 3)] \cdot 0,24 = 16,7 \Rightarrow z = 3,97 \text{ m} \approx 4 \text{ m}$$



Si calcolano le risultanti

SPINTA ATTIVA

$$P_A = \frac{1}{2} \cdot 18,24 \text{ [kPa]} \cdot 4 \text{ [m]} + 12,24 \text{ [kPa]} \cdot 4 \text{ [m]} =$$

$$= 36,48 + 48,96 = 85,44 \text{ kNm}^{-1}$$

(Piede)

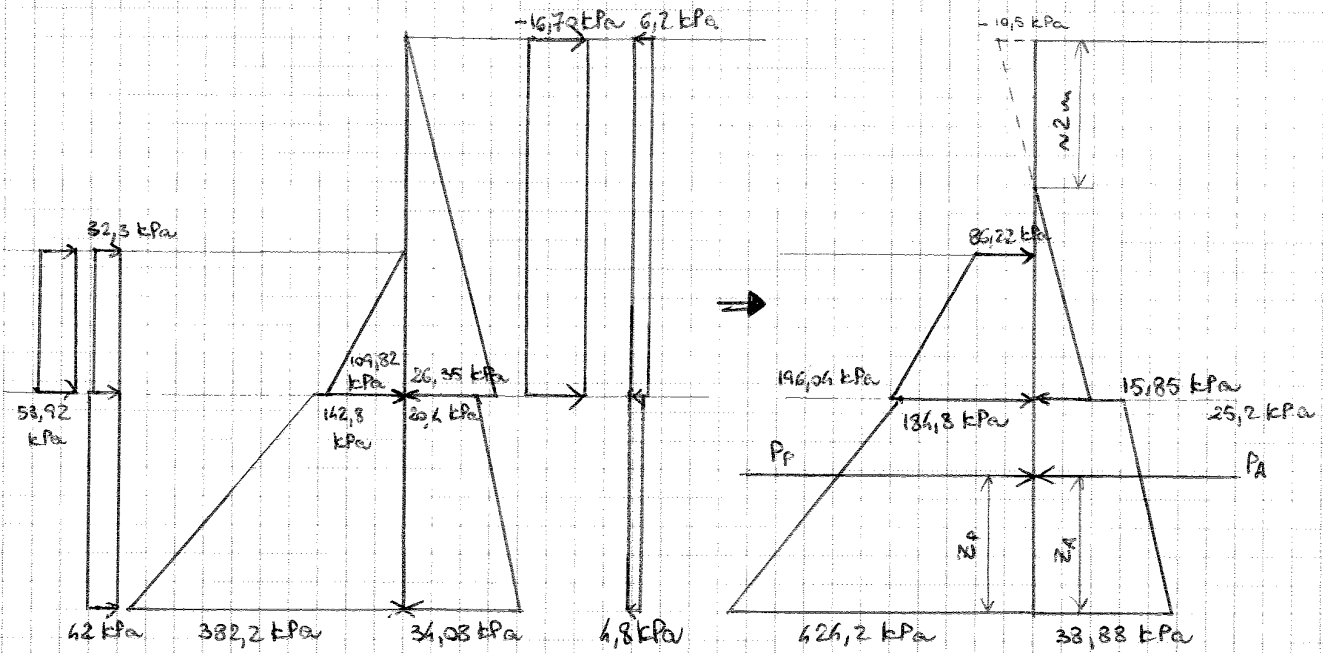
$$Z_A = \frac{36,48 \cdot 1,33 + 48,96 \cdot 2}{85,44} = 1,71 \text{ m}$$

RESISTENZA PASSIVA

$$P_P = \frac{1}{2} \cdot 239,4 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} = 359,1 \text{ kNm}^{-1}$$

(Piede)

$$Z_P = 1,0 \text{ m}$$



Si calcolano infine le risultanti:

**SPINTA ATTIVA**

$$P_A = \frac{1}{2} \cdot 15,85 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} + 25,2 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} + \frac{1}{2} \cdot 13,68 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} = 23,78 + 75,6 + 20,52 = 119,9 \text{ kN}$$

(piede)

$$z_{PA} = \frac{23,78 \cdot 4 + 75,6 \cdot 1,5 + 20,52 \cdot 1}{119,9} = 1,91 \text{ m}$$

**RESISTENZA PASSIVA**

$$P_p = 86,22 \text{ [kPa]} \cdot 2 \text{ [m]} + \frac{1}{2} \cdot 109,82 \text{ [kPa]} \cdot 2 \text{ [m]} + 184,8 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} + \frac{1}{2} \cdot 239,4 \text{ [kPa]} \cdot 3 \text{ [m]} = 172,44 + 109,82 + 554,4 + 359,1 = 1195,8 \text{ kN}$$

(piede)

$$z_{PP} = \frac{172,44 \cdot 4 + 109,82 \cdot 3,67 + 554,4 \cdot 1,5 + 359,1 \cdot 1}{1195,8} = 1,91 \text{ m}$$