NUMERO: 2007A - ANNO: 2016

A P P U N T I

STUDENTE: Flore

MATERIA: Ingegneria della qualità - Teoria + esercizi + temi d'esame svolti - Prof. Franceschini

MEDIA CAMPIONARIA   è il baricentro delle osservazioni

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

VARIANZA CAMPIONARIA

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

DEVIAZIONE STANDARD

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

DISTRIBUZIONI DI PROBABILITÀ

- CONTINUE, quando la variabile viene espressa mediante una scala continua ovvero con numeri decimali
- DISCRETE, quando la variabile può assumere solo determinati valori

0, 1, 2, ...

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

è il punto in cui la distribuzione è bilanciata   MEDIA

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

VARIANZA

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2}{N}}$$

misura la dispersione.   DEVIAZIONE STANDARD

• POISSON

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \, \lambda^{x}}{x!} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \lambda > 0 \\ x = 0, 1, \dots \end{array} \right.$$

$$\mu = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda$$

Se $n \to \infty$ $\quad p \to 0$

$\lambda = np$

Distrib usata quando ci sono elementi difettosi e non conformi in un unità di prodotto

• NORMALE

$x \sim N(\mu; \sigma^2)$ $\qquad f_x = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

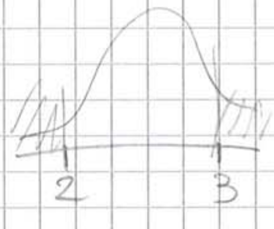
La normale si approssima con la normale standardizzata con $\mu = 0$ $\sigma = 1$ $N(0,1)$.

$$P(x \leq a) = P\left(z \leq \frac{a-\mu}{\sigma}\right) = \phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

$$P(z \geq a) = 1 - P[z \leq a]$$

$$P(z \leq -a) = P[z \geq a)$$

$$P(z \geq -a) = P(z \leq a)$$



$$P\{3 \leq x \leq 2\} = P\{x \leq 2\} - P(x \leq 3)$$

Se ~~x~~ è una variabile lineare indipendente la distribuzione sarà

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_m x_m$$

$$\mu_y = a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2 + \dots + a_m \mu_m$$

$$\sigma_y^2 = a_1^2 \sigma_1^2 + a_2^2 \sigma_2^2 + \dots + a_m^2 \sigma_m^2$$

$\mu_1, \mu_2 \dots$ medie

s_1 s_2 ... varianze

a_1 a_2 ... valori costanti

$$P(a \leq x \leq b) \simeq \phi\left(\frac{b+\frac{1}{2}-mp}{\sqrt{mp(1-p)}}\right) - \phi\left(\frac{a-\frac{1}{2}-mp}{\sqrt{mp(1-p)}}\right)$$

- DISTRIBUZIONE t STUDENT

x e y variabili indipendenti

x normale standardizzata

y chi quadrato k gradi di liberta'

$$t = \frac{x}{\sqrt{\frac{y}{k}}}$$

$$f(t) = \frac{\Gamma[(k+1)/2]}{\sqrt{k\pi}\,\Gamma(k/2)} \left(\frac{t^2}{k}+1\right)^{-(k+1)/2}$$

$$\sigma^2 = \frac{k}{k-2} \qquad k > 2$$

Se si ha un campione casuale $x_1 \, .. \, x_n$ da una distribuzione normale $N(\mu, \sigma^2)$ se $\bar{x}$ e S^2 sono calcolati su detti campioni

$$\frac{x-\mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{\frac{x-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}}{\frac{S}{\sigma}} \sim \frac{N(0,1)}{\sqrt{\frac{\chi^2_{n-1}}{n-1}}} \quad \text{essendo} \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

n-1 gradi di liberta'

- CAMPIONAMENTO DA DISTRIBUZIONE BERNOULLIANA

Una variabile casuale discreta x e' detta variabile casuale bernoulliana se

$$p(x) = \begin{cases} p & x=1 \quad \text{successo} \\ (1-p)=q & x=0 \quad \text{insuccesso o fallimento} \end{cases}$$

Se si ha un campione casuale di n osservazioni $x_1 \, .. \, x_n$ con probabilita' di successo p allora la somma delle osservazioni e'

$x = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ si distribuisce con legge binomiale con parametri n e p. La media sara' $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$

La cumulata della $\bar{x}$ può ottenersi da quella binomiale essendo

$$P\{\bar{x} \le a\} = P\{x \le an\} = \sum_{k=0}^{[an]} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

dove $[an]$ sta ad indicare l'intero più grande minore o uguale ad an

INFERENZA STATISTICA

Un'ipotesi statistica è un'affermazione circa i valori dei parametri di una distribuzione di probabilità che deve essere testata in modo da poterla validare o smentire
Se ipotizziamo di pensare che la media del diametro interno di certi cuscinetti è 1,5 pollici si afferma che

$$H_0: \mu = 1,5$$

$$H_1: \mu \neq 1,5$$

H_0 è detta IPOTESI NULLA
H_1 è detta IPOTESI ALTERNATIVA

Le procedure di verifica d'ipotesi vengono impiegate per verificare la conformità dei parametri del processo a valori specificati oppure per fornire le modifiche da apportare al processo in modo da raggiungere i valori desiderati
Per fare una verifica d'ipotesi

- si osserva un campione casuale della popolazione
- si calcola sulla base delle risultanze campionarie un'appropriata statistica test x verificare
- mediante tale statistica si procede a rifiutare o accettare l'ipotesi nulla H_0.

L'insieme dei valori della statistica test che porta al rifiuto di H_0 è detta regione critica o regione di rifiuto.
Si possono verificare due errori

- errore di I tipo α l'ipotesi nulla è rifiutata quando è vera
- errore di II tipo β l'ipotesi nulla è accettata quando è falsa

$\alpha = P\{\text{errore del I tipo}\} = P\{\text{rifiutare } H_0 / H_0 \text{ è vera}\}$
$\beta = P\{\text{errore del II tipo}\} = P\{\text{non rifiutare } H_0 / H_0 \text{ è falsa}\}$

L'intervallo di confidenza è l'intervallo tra due statistiche che include il vero valore con una probabilità assegnata.

$$P\{L \leq \mu \leq U\} = 1-\alpha$$

$$L \leq \mu \leq U$$

INTERVALLO DI CONFIDENZA AL LIVELLO 100 $(1-\alpha)$%

L, limite inferiore
U, limite superiore
$1-\alpha$, livello di confidenza

L'intervallo può essere bilaterale

$L \leq \mu$ dove $P\{L \leq \mu\} = 1-\alpha$

$\mu \leq U$ dove $P\{\mu \leq U\} = 1-\alpha$

Nel caso di varianze note si ha

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$z_{\frac{\alpha}{2}}$ è il punto percentile di una normale standardizzata $N(0,1)$ tale che $P\{z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}\} = \frac{\alpha}{2}$

L'intervallo di fiducia sarà

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}}$$

dove $P\left(\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}\right) = \frac{\alpha}{2}$ UNILATERALE $\begin{cases} \sigma^2 \le \dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha,n-1}} \\ \dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha,n-1}} \le \sigma^2 \end{cases}$

- PROPORZIONE DELLA POPOLAZIONE

Si vuole verificare l'ipotesi che la proporzione p di una popolazione sia pari ad un valore standard p_0. Si approssima la binomiale alla normale

$H_0: p = p_0$ è rifiutata se $|Z_0| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$

$H_1: p \neq p_0$

n elementi della popolazione

x elementi nel campione appartengono alla classe associata a p.

$$Z_0 \begin{cases} \dfrac{(x+0{,}5)-np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} & \text{se } x < np_0 \\ \dfrac{(x-0{,}5)-np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} & \text{se } x > np_0 \end{cases}$$

L'intervallo di fiducia sarà $\hat{p} = \frac{x}{n}$

- se n grande $p \geq 0{,}1$ si approssima la binomiale a normale.

$$\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \le p \le \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

- n piccolo si usa la binomiale

- n grande p piccolo ⇒ Poisson.

N° 006*200*117

DUE CAMPIONI

Ovvero due popolazioni distinte.

Popolazione 1 media μ_1 e varianza σ_1^2

Popolazione 2 media μ_2 e varianza σ_2^2

Si hanno due campioni indipendenti di dimensioni n_1 e n_2

dove $x_{11}, x_{12} \dots x_{1n}$ è un campione di n_1 osservazioni della popolazione 1

" $x_{21}, x_{22} \dots x_{2n}$ " " " " n_2 " " " 2

- DIFFERENZA TRA MEDIE, VARIANZE NOTE

ASSUNZIONI

- $x_{11}, x_{12} \dots x_{1n}$ campione casuale della popolazione 1
- $x_{21}, x_{22} \dots x_{2n}$ campione casuale della popolazione 2
- campioni indipendenti
- le popolazioni sono normali e se non lo sono si applicano le condizioni del limite centrale.

Uno stimatore è dato dalla differenza tra medie campionarie $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$

$$E(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = E(\bar{x}_1) - E(\bar{x}_2) = \mu_1 - \mu_2$$

La varianza della differenza sarà $Var(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = Var(\bar{x}_1) + Var(\bar{x}_2) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

La Z con distribuzione $N(0;1)$ sarà

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{2}}}$$

Si potrebbe pensare di utilizzare il parametro θ come stimatore $\Theta = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$

$$\sigma_0^2 = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

Θ_0 il valore dell'ipotesi nulla

• DIFFERENZA TRA MEDIE DI 2 DISTRIB. NORMALI, VARIANZE INCOGNITE

Se n_1 e n_2 > 30 si possono usare le deduzioni della Normale.

Se n_1 e n_2 piccoli " " " " " " t Student.

• CASO DISTRIBUZ. INCOGNITE MA UGUALI $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$

$H_0: \mu_1-\mu_2=\Delta_0$

$H_1: \mu_1-\mu_2\neq\Delta_0$

$E(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=\mu_1-\mu_2.$

$Var(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=\frac{\sigma^2}{n_1}+\frac{\sigma^2}{n_2}=\sigma^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)$

Dobbiamo ricorrere a una stima => STIMATORE POOLED.

$$S_p^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}.$$

tale stimatore si potrebbe riscrivere come

$$S_p^2=wS_1^2+(1-w)S_2^2$$

dove $0\le w\le 1$ S_p^2 è una media ponderata delle varianze campionarie

Risulta quindi $t_0=\dfrac{\bar{x}_1-\bar{x}_2-\Delta}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$

IPOTESI	RIFIUTO
$H_1: \mu_1-\mu_2\neq\Delta_0$	$t_0>t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2+2}$ $t_0<t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2+2}.$
$H_1\ \mu_1-\mu_2>\Delta_0$	$t_0>t_{\alpha,n_1+n_2-2}$
$H_1: \mu_1-\mu_2<\Delta_0$	$t_0<t_{\alpha,n_1+n_2-2}.$

L'intervallo di confidenza

$$\bar{x}_1-x_2-t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2}\,S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\le\mu_1-\mu_2\le\bar{x}_1-\bar{x}_2+t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2}\,S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}.$$

IPOTESI	TEST	RIFIUTO
$H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F_0 = \frac{S_2^2}{S_1^2}$	$F_0 > F_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$
$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$F_0 > F_{\alpha, n_1-1; n_2-1}$

L'intervallo di confidenza sarà.

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} F_{1-\frac{\alpha}{2}; n_2-1; n_1-1} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{S_1^2}{S_2^2} F_{\frac{\alpha}{2}, n_2-1; n_1-1}.$$

LIMITE SUPERIORE $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{S_1^2}{S_2^2} F_{\alpha, n_2-1; n_1-1}.$

LIMITE INFERIORE $\frac{S_1^2}{S_2^2} F_{1-\alpha; n_2-1; n_1-1} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

- PROPORZIONI DI DUE POPOLAZIONI

Caso in cui a caso i parametri di due binomiali p_1 e p_2 e fare inferenze. Si parla di grandi campioni dove si approssima la binomiale alla normale.

$p_1 = \frac{x_1}{n_1}$ $p_2 = \frac{x_2}{n_2}$

$H_0: p_1 = p_2$

$H_1: p_1 \neq p_2$

La statistica è $Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$

IPOTESI	RIFIUTO
$H_1: p_1 \neq p_2$	$Z_0 > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ $Z_0 < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$
$H_1: p_1 > p_2$	$Z_0 > Z_\alpha$
$H_1: p_1 < p_2$	$Z_0 < -Z_\alpha.$

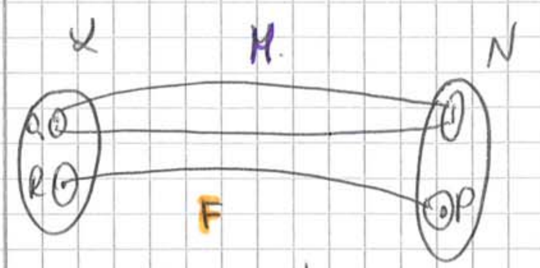
Se si verifica l'ipotesi nulla ovvero $p_1 = p_2 = p$.

$$Z = \frac{p_1 - p^2}{\sqrt{p(1-p)(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$p = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}.$

L'intervallo di fiducia sarà

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \le p_1 - p_2 \le \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$



a) legame oggetto fisico/numerico

M è una funzione che lega l'insieme delle manifestazioni all'insieme dei numeri

$M: Q \to N$ è una funzione che ha per dominio Q e codominio N.
(OMOMORFICO). non esiste un sistema numerico con corrispondenze 1a1 con il mondo empirico, cioè alcune manifestazioni empiriche hanno risultati numerici diversi.

b) legame tra relazioni fisiche e matematiche

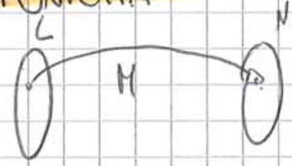
F è una funzione che associa all'insieme delle relazioni empiriche R l'insieme delle numeriche P.

$F: R \to P$ [ISOMORFICO]

crea un univoco insieme di relazioni numeriche.

④ CONDIZIONE DI UNICITÀ

Se abbiamo



Esiste un unico M? Non esiste un unico M, ma più rappresentazioni di M a seguito di diverse trasformazioni di scala. Si ammettono più trasformazioni di scala senza invalidare le condizioni di rappresentazione.

Una scala di misura S è un insieme di oggetti tali da essere caratterizzati da una ben definita manifestazione della proprietà indagata si relazionano in base a L formando così un insieme standard di misurazione $S=\{S_1, S_2, \ldots S_m\}$

SCALA NOMINALE

Gli oggetti misurati con una scala nominale sono raggruppati tra loro in modo da costituire insiemi caratterizzanti dalle stessa manifestazione della caratteristica in esame. Può essere definita attraverso una serie di categorie, mutuamente esclusive e che si distinguono tra loro empiricamente.

- Il sistema empirico è $\mathcal{L} = (Q, \sim)$ $\sim$ relazione di equivalenza
- la regola di assegnazione dei numeri agli elementi è quella di non attribuire lo stesso numero ad elementi diversi e non attribuire diversi numeri allo stesso elemento.
- È formata da oggetti secondo la caratteristica q
- Le trasformazioni ammissibili sono tutte
- Relazioni ed operazioni matematiche - statistiche

  Misure di Posizione: Moda

  Test di significatività: Test Chi-quadro.

  Misure di dispersione: informazione H (= $\log_2 C$, C numero delle classi)

È una scala dove un soggetto appartiene a una categoria e basta

SCALA ORDINALE

È composta da un certo numero di categorie che rappresentano le diverse manifestazioni di una caratteristica in cui vale la relazione di ordinamento. non entra nel dettaglio di quanto le entità sono superiori o inferiori

- Il sistema empirico $\mathcal{L} = (Q, \sim, <)$ $<$ relazione di ordinamento
- la regola di assegnazione è che il numero da assegnare sia maggiore dei numeri scelti in precedenza
- formato da oggetti secondo la caratteristica q. e raccolti in un insieme standard di oggetti S che costituisce la scala di misurazione

- Relazioni ed operazioni matematiche - statistiche

relazione matematica: uguaglianze, ordinamento, sottrazione tra dati, somme possibili, e rapporto tra intervalli definiti da coppie di dati

misure di posizione: moda, mediana, media aritmetica

misure di dispersione: informazione H, range tra frattili, varianza campionaria

misure di associazione: coefficiente di correlazione per gli ordinamenti serve per esprimere in maniera quantitativa il grado di affinità

test di significatività: test del segno.

SCALA LOGARITMICA DI INTERVALLO

È composta da una serie di categorie ordinate tali che i rapporti tra le entità delle manifestazioni associate a due categorie consecutive qualsiasi sono uguali. godiamo di
- $A < B < C < D$
- $\frac{B}{A} = \frac{C}{B} = \frac{D}{C} = \dots$

L'informazione ottenuta dice quante volte una manifestazione è più grande dell'altra.

- Sistema empirico $L = (Q, \sim, <, \circ_{log})$
- regole di assegnazione: scelgo n_0 e n_1, determinando la base del logaritmo e quindi il rapporto costante tra valori adiacenti.
- formata da oggetti ordinati dal minore al maggiore e la selezione è effettuata in base all'operazione empirica di combinazione logaritmica
- trasformazioni ammissibili: similitudine e potenze
- Relazioni ed operazioni matematiche - statistiche

relazioni matematiche: è possibile applicare qualsiasi gestione matematica

misure di posizione: moda, mediana, media geometrica, aritmetica e armonica

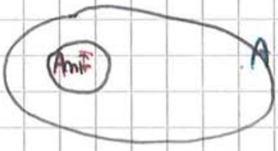
misure di dispersione: informazione H, range tra frattili, deviaz. std, deviaz media

misure di associazione: coefficiente di correlazione per gli ordinamenti

ELEMENTI DEL PROCESSO DI MISURAZIONE DELLA QUALITA'

Gli attributi della qualità di un prodotto/servizio possono essere di tipo fisico e non fisico, quindi non riferibili a concetti fisici ne dotate di una metrologia. La misurazione avviene attraverso l'espressione di un giudizio da un soggetto valutatore su un oggetto da valutare.
La scala di valutazione è dotata di categorie di risposta che indicano un particolare livello di prestazione dell'attributo.

A insieme attributi di un prodotto/servizio
A_{NF} insieme degli attributi non fisici



COSTRUTTO DI MISURA è un'astrazione mentale generata dalla percezione di un fenomeno. Un esempio di costrutti possono essere

- la posizione di un prodotto sul mercato.
- l'immagine di marca.
- l'intenzione di acquisto.

Alcuni costrutti sono direttamente collegati alla realtà fisica altri no.
La misurazione del costrutto richiede una definizione precisa e univoca del costrutto fatta attraverso due modalità.

- costitutive, definire un costrutto attraverso altri costrutti, ad esempio definendo lunghezza, larghezza, altezza le 3 grandezze permettono di misurare il volume
- operazionale specifica come il costrutto può essere sottoposto a misura, cioè una specie di manuale con istruzioni che un gestore deve eseguire per misurare.

- Quando si presenta un questionario si misura un oggetto o un soggetto?

Un soggetto misura l'importanza o le permutazioni di un attributo di un prodotto. Un soggetto da una sua collocazione nei confronti di un oggetto.

- Si parla di misurazione di oggetti quando si hanno più oggetti da valutare e i soggetti valutatori provengono dalla medesima popolazione statistica quindi i giudizi sono comparabili
- Si parla di misurazione di soggetti quando l'oggetto da valutare è unico e non si conoscono le caratteristiche dei soggetti.

La variabilità tra le risposte è dovuta a due componenti una sistematica e l'altra casuale.

Si identificano 3 punti di vista.

- Approccio sullo stimolo, attribuisce la variazione sistematica delle risposte alle differenze esistenti fra gli oggetti
- Approccio centrato sull'oggetto: attribuisce la variazione sistematica delle risposte alle differenze esistenti fra i soggetti
- Approccio centrato sulle risposte: attribuisce la variazione sistematica delle risposte a entrambe le componenti (oggetti e soggetti).

Dato un prodotto/servizio se si è in grado di misurare tutti gli attributi si può risalire ad una misura complessiva dello stesso? Misurazione delle prestazioni e dell'importanza degli attributi

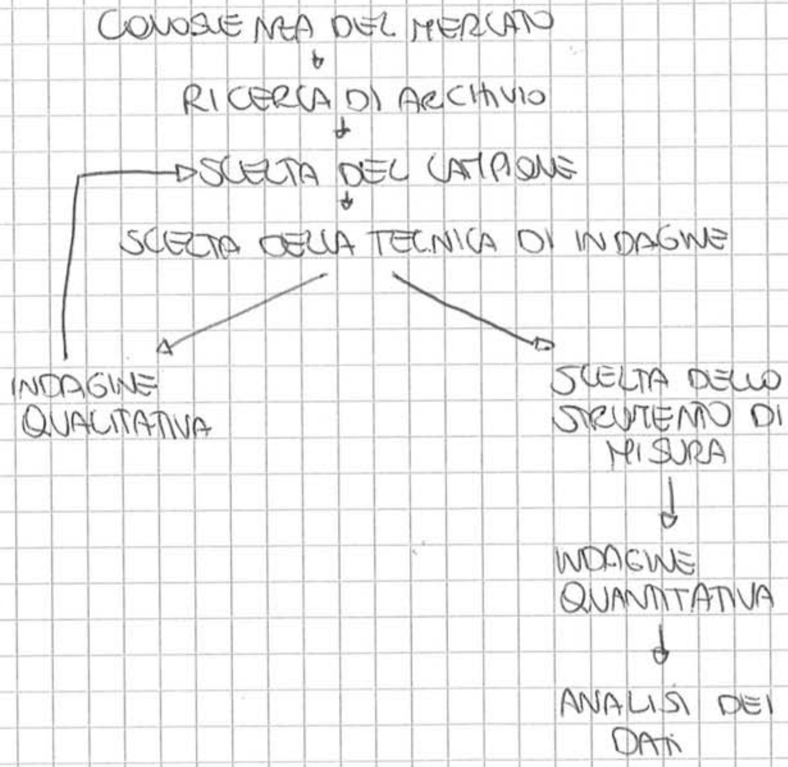
La misurazione del mercato coincide con l'aggregazione delle misure provenienti da un insieme di clienti. La valutazione di un oggetto da parte del mercato prevede due momenti distinti misurazione delle prestazioni e misurazione dell'importanza. L'oggetto di analisi può essere sia un prodotto, sia un attributo, si può quindi pensare di ottenere la prestazione complessiva dalla combinazione delle singole componenti. Questo porta a definire:

- indagine quantitativa, permettono di raccogliere informazioni sulle prestazioni preferenze, importanze degli attributi

Il processo di misurazione del cliente può essere rappresentato

CONOSCENZA DEL MERCATO.
SCELTA DELLA METODOLOGIA DI MERCATO
SELEZIONE DEL CAMPIONE
SELEZIONE DEGLI STRUMENTI DI MISURA
ANALISI DEI DATI
MODELLI DECISIONALI

Le Fasi che accompagnano lo sviluppo di una ricerca di mercato sono:



sono misurati su scale nominali o ordinali

Il processo di misura dell'atteggiamento è noto come ATTITUDINE SCALING. È focalizzato sulla misurazione delle variabili di conoscenza (liv cognitivo) e di legame da parte dei clienti (liv. emotivo). Vi sono due momenti
- valutazione da parte dei soggetti
- traduzione delle valutazioni in numeri e successiva elaborazione dati.

La misurazione dell'atteggiamento di un soggetto verso un oggetto avviene mediante l'utilizzo di item, esprime verbalmente un grado di atteggiamento verso l'oggetto espresso in livello e intensità.

L'insieme di tutti i possibili item che possono essere definiti a proposito di un certo oggetto è definito UNIVERSO DEL CONTENUTO, che rappresenta anche l'opinione di un soggetto.

SCALE

Il primo passo verso la misurazione dell'atteggiamento è la raccolta delle valutazioni dei soggetti. Bisogna quindi
- definire la manifestazione dell'atteggiamento.
- individuare le proprietà della scala

Si deve considerare gli enunciati e i concetti associati alle categorie della scala (etichette) e il numero di alternative

SCALE DI ATTEGGIAMENTO

- SCALE SINGLE ITEM
  - SCALE NOMINALI
  - SCALE ORDINATE
  - SCALE X LA COMPARAZIONE A COPPIE
  - SCALE RATING
- SCALE MULTI ITEM.
  - SCALE LIKERT
  - SCALE DIFFERENZIALE SEMANTICO
  - SCALE DI STAPEL
  - SCALE ASSOCIATIVE

SCALE X LA COMPARAZIONE A COPPIE ("PAIRED COMPARISONS")

Un insieme di oggetti da valutare di cardinalità n, è sottoposto a giudizio di un certo numero di soggetti valutatori. Gli oggetti sono confrontati due e due e per ogni coppia è indicato a quale dei due va la preferenza.

Vi sono 3 modi x la comparazione.

- COPPIE SEMPLICE, alla coppia i,h il soggetto assegna il valore 1 se $M_i > M_h$ 0 altrim. Si ottiene una matrice n×n e sulla diagonale sono 1/2.
- COPPIE A SOMMA COSTANTE, assegnato un numero fisso di punti (100) chiamati chips il soggetto è chiamato a ripartirli nella coppia in base all'atteggiamento.
- COPPIE GRADUATA, il soggetto è chiamato ad assegnare un punteggio ai due oggetti della coppia, la somma dei punteggi non è costante.

VANTAGGI

- la quantità di informazione richiesta è minima
- facilità per il valutatore ad esprimere giudizi in termini relativi
- esistono tecniche di scaling per riportare i dati su scale ordinali e di intervallo

SVANTAGGI

- il numero degli oggetti è ridotto (<10)
- l'ordine del confronto può alterare i risultati
- meno efficienti delle scale rating.

SCALE RATING

Sono le più utilizzate in situazioni dove sono richieste misure con proprietà ordinali, di intervallo o di rapporto. Si presentano in due forme.

- continue, è una retta continua dove il soggetto esprime il giudizio
- discrete, insieme di categorie di risposte che rappresentano il range dei possibili giudizi.

VANTAGGI

- versatilità d'impiego
- qualità info raccolte
- semplicità delle risposte

SCALA LIKERT

Sono utilizzate per misurare un unico costrutto mediante più item tutti rivolti allo stesso oggetto da misurare. Ogni item è accompagnato da una scala ad elenco composta da 5 o 7 categorie di risposte etichettate.
L'item indica il giudizio sull'oggetto, la scala invece fornisce un supporto per esprimere la valutazione. Le preferenze sono espresse in termini ordinali. I punteggi dei singoli item sono sommati tra loro per avere un punteggio complessivo. Il vantaggio di avere più item è capire se chi risponde è coerente con se stesso, vengono infatti inserite domande simili e quindi item ridondanti. Dove non c'è coerenza vengono scartati gli item.

SCALA DEL DIFFERENZIALE SEMANTICO

Si tratta di scale a n punti ai cui due estremi sono indicati due aggettivi o due affermazioni riferite all'attributo da valutare. Gli aggettivi possono essere bipolari (dolce/amaro) o monopolari (dolce/non dolce)
Sono utilizzate in blocco. L'analisi dei dati si basa sulla forma del profilo della valutazione, si possono quindi identificare i ~~profili~~ i punti e unendoli si crea il profilo. Raggruppando profili posso identificare famiglie di clienti e quali strategie di marketing usare.

SCALE DI STAPEL

Sono scale unipolari a 10 punti, hanno un unico aggettivo × ogni attributo che caratterizza il servizio in valutazione. Unendo le risposte si creano i profili.
Ci sono valori positivi e negativi senza lo zero.

IMPRECISIONE E INACCURATEZZA

I rischi a cui sono soggette le scale rating a categorie elencate riguardano il numero di categorie e la suddivisione in scale. Un numero basso introduce un approssimazione sulle valutazione, uno troppo alto può far sì di commettere un errore nella valutazione. Un ulteriore differenza è la presenza di etichette che indicano l'oggetto e categorie o etichette imposte che potrebbero non corrispondere al metodo di valutazione.

Utilizzando le proporzioni la matrice F può essere ricondotta a una matrice delle proporzioni P dividendo le frequenze per il numero di soggetti intervistati N

$$P = \{p_{iu}\} \qquad p_{iu} = \frac{f_{iu}}{N}$$

Poi si trasforma P in una matrice binaria A dove

$$A = \{a_{iu}^* \mid a_{iu}^* \in (0,1)\} \qquad \begin{cases} p_{iu} \leq 0{,}5 & a_{iu} = 0 \\ p_{iu} > 0{,}5 & a_{iu} = 1 \end{cases}$$

MATRICE P

SERVIZI	1	2	3	4
1	0,5	0,69	0,8	0,85
2	0,31	0,5	0,54	0,57
3	0,20	0,46	0,5	0,52
4	0,15	0,43	0,48	0,5

se $p_{iu} \geq 0{,}5$ $a_{iu} = 1$

se $p_{iu} < 0{,}5$ $a_{iu} = 0$

MATRICE BINARIA A

	1	2	3	4
1	-	1	1	1
2	0	-	1	1
3	0	0	-	1
4	0	0	0	-

	1	2	3	4
SOMMA x RIGHE	3	2	1	0

1 > 2 > 3 > 4

Se le valutazioni dei soggetti sono molto polarizzate indipendentemente dal metodo di sintesi che utilizzo, ottengo lo stesso ordinamento, al contrario se utilizzo indicatori di sintesi diversi posso trovare ordinamenti diversi

- TECNICA PAIRED COMPARISONS (PC)

Lo scopo è convertire i dati misurati su una scala con proprietà ordinali su una scala lineare di intervallo. La metodologia si basa sulla Legge del giudizio comparativo la quale dice che ad ogni stimolo un soggetto reagisce secondo un processo di discriminazione modale S_i

$$S_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$$

μ_i media, σ_i^2 dispersione } parametri che caratterizzano lo stimolo

ESEMPIO (4 stimoli su 94 soggetti metodo comparazione a coppie)

F	1	2	3	4
1	47	29	19	14
2	65	47	43	40
3	75	51	47	45
4	80	54	49	47

Sulla diagonale ho la metà del campione $\frac{94}{2} = 47$. ∀ f_{ii}

$f_{ih} + f_{hi} = 94$ ∀ih

P calcolo P dividendo tutti gli elementi per 94

P	1	2	3	4
1	0,5	0,31	0,2	0,15
2	0,69	0,5	0,46	0,43
3	0,8	0,54	0,5	0,48
4	0,85	0,57	0,52	0,5

MATRICE PROPORZIONI
matrice complementare a 1

Costruisco Z [illegible] $p(z_{ih}) = 1 - p_{ih}$ calcolata p_{zih} lo trovo sulle tavole.

Z	1	2	3	4
1	0	0,5	0.85	1
2	-0,5	0	0,11	0,18
3	-0,85	-0,11	0	0,05
4	-1,04	-0,18	0,05	0

$z_{0,5} = 0$ $z_{0,31} = -0,5$

$z_{0,20} = -0,85$ $z_{0,15} =$

$z_{0,54} = 0,11$ $z_{0,57} = 0,18$

$z_{0,52} =$

Calcolo $z_{\cdot h}$ sommando per colonna

1	2	3	4
-2,39	0,203	0,91	1,24.

Calcolo $\bar{z}_{h}$ dividendo per il numero di stimoli ovvero 4.

1	2	3	4
-0,59	0,05	0,22	0,31
μ_1	μ_2	μ_3	μ_4

Per procedere il valore più piccolo a zero sposto la scala di 0,59 quindi trovo i valori di scala essendo una scala di intervallo

1	2	3	4
0	0,64	0,81	0,9

ESEMPIO

	1	2	3	4	5.	6	7	8	9
ITEM 1	8	12	18	6	7	12	20	11	6
p	0,08	0,12	0,18	0,06	0,07	0,12	0,2	0,11	0,06.
pcum.	0,08	0,2	0,38	0,44	0,51	0,63	0,83	0,94	1

$$S_{0,5} = l + \frac{(0,5 - pc<0,5)}{pw} \cdot i \qquad = 4,5 + \frac{(0,5 - 0,44)}{0,07} = 5,36$$

$l = 4,5$ dove cade il 50%

$pc<0,5 = 0,44.$ $\qquad i = 1$

$pw = 0,51 - 0,44 = 0,07$

$$Q = l_{75} + \left(\frac{0,75 - pc<0,75}{p_{75}}\right) i - l_{25} - \left(\frac{0,25 - pc<0,25}{p_{25}}\right) i$$

$l_{75} = 6,5 \quad l_{25} = 2,5$

$pc< 0,75 = 0,63$

$pc< 0,25 = 0,2$

$p_{75} = 0,83 - 0,63 = 0,20 \qquad p_{25} = 0,38 - 0,20 = 0,18$

$$Q = 6,5 + \left(\frac{0,75 - 0,63}{0,20}\right) \cdot 1 - 2,5 - \left(\frac{0,25 - 0,2}{0,18}\right) = 4,32$$

ESEMPIO

MATRICE P

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0,01	0,02	0,06	0,06	0,13	0,26	0,30	0,13	0,03
B	0	0	0	0,01	0,02	0,10	0,44	0,37	0,06
C	0,02	0,06	0,16	0,14	0,18	0,26	0,12	0,05	0,02
D	0,04	0,09	0,16	0,17	0,25	0,14	0,10	0,02	0,03
E	0,02	0,12	0,18	0,19	0,07	0,16	0,12	0,10	0,04.

MATRICE P CUMULATE

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	0,01	0,03	0,09	0,15	0,28	0,54	0,84	0,97	1
B	0	0	0	0,01	0,03	0,13	0,57	0,94	1
C	0,01	0,07	0,23	0,37	0,55	0,81	0,93	0,98	1
D	0,04	0,13	0,29	0,46	0,71	0,85	0,95	0,97	1
E	0,02	0,14	0,32	0,51	0,58	0,74	0,86	0,96	1

Trovo i valori <0,02 e >0,98

MATRICE Z P(z|u)= Pik

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	-	-1,88	-1,34	-1,04	-0,58	0,10	0,99	1,88	
B	-	-	-	-	-1,88	-1,13	0,18	1,55	
C	-	-1,48	-0,74	-0,33	0,13	0,88	1,48	2,05	
D	-1,75	-1,13	-0,55	-0,10	0,55	1,04	1,64	1,88	
E	-2,05	-1,08	-0,47	0,03	0,20	0,64	1,08	1,75	

Calcolo l'ampiezza

$W_{21A}=$ $W_{21B}=$ $W_{21C}=$) NONDEF.

$W_{21D}=-1,13-(-1,75)\overset{0,62}{=}$

$W_{21E}=-1,08-(-2,05)\overset{0,97}{=}$

$W_{32A}=-1,34+1,88=0,54$ $W_{32B}=/$ $W_{32C}=-0,74+1,48=0,74$ $W_{32D}=-0,55+1,13=0,58$ $W_{32E}=-0,47+1,08=0,61$

$W_{43A}=0,30$ $W_{43B}=/$ $W_{43C}=0,41$ $W_{43D}=0,45$ $W_{43E}=0,5$

$W_{54A}=0,16$ $W_{54B}=/$ $W_{54C}=0,46$ $W_{54D}=0,65$ $W_{54E}=0,17$

$W_{65A}=0,98$ $W_{65B}=0,75$ $W_{65C}=0,75$ $W_{65D}=0,49$ $W_{65E}=0,44$

$W_{76A}=0,89$ $W_{76B}=1,31$ $W_{76C}=0,6$ $W_{76D}=0,6$ $W_{76E}=0,44$

$W_{87A}=0,89$ $W_{87B}=1,37$ $W_{87C}=0,57$ $W_{87D}=0,24$ $W_{87E}=0,67$

Per ogni item faccio la media

$W_{21}=\frac{0,62+0,97}{2}=0,80$ $W_{32}=\frac{0,54+0,74+0,58+0,61}{4}=0,62$ $W_{43}=\frac{0,30+0,41+0,45+0,5}{4}=0,41$

$W_{54}=0,44$ $W_{65}=0,62$ $W_{76}=0,77$ $W_{87}=0,75$.

④ METODO LIKERT O DELLE VALUTAZIONE SOMMATE

Questo metodo permette di semplificare le procedure EAI e SI. Si differenzia dalle precedenti perché non prevede una vera e propria costruzione preliminare della scala di misura. Fa' le misure attraverso pacchetti di item e non singoli item.

La procedura si articola nelle seguenti fasi

- GENERAZIONE DEGLI ITEM. Si considerano solo i valori estremi.
- SUDDIVISIONE DEGLI ITEM di partenza in due sottoinsiemi della stessa numerosità (item favorevoli o sfavorevoli)
- VALUTAZIONE PRELIMINARE DEGLI ITEM da parte dei soggetti intervistati
  - Viene fornito agli individui l'intero insieme degli item presentati in modo casuale
  - Ad ogni item e' associata una scala a categorie elencate
  - I risultati sono raccolti in una matrice le cui colonne coincidono con le categorie della scala Likert, mentre le righe, gli item
- DETERMINAZIONE DEI PUNTEGGI da assegnare alle categorie della scala Likert, un individuo totalizzerà punteggi tanto più elevati quanto più le valutazioni sono conformi alla suddivisione favorevole/sfavorevole. Determinare R_{in}, P_{in}, P_{cin}, z_{in} attraverso le cumulate
- ASSEGNAZIONE DEI PUNTEGGI, per ogni individuo (somma i punteggi assegnati ad ogni item). Il punteggio globale e' un indicatore del suo atteggiamento, piu' e' elevato piu' l'atteggiamento e' favorevole verso le minoranze.

$$\boxed{A = a + b \cdot S}$$

S punteggio complessivo

Avere + item mi consente di avere una diagnostica sulle persone che rispondono. Il punteggio di un certo item e' O_i

$$O_i = T_i + E_i$$

$$\sum_1^n O_i = \sum_1^n T_i + \sum_1^n E_i$$

$$\sum_1^n E_i = 0 \quad \text{quindi} \quad \sum O_i = \sum T_i$$

↳ errori di origine casuale

O_i punteggio osservato

T_i valore vero espresso

E_i errore casuale espresso nelle valutazione

VALIDITA' E AFFIDABILITA' DELLE MISURAZIONI

Per verificare se un questionario e' buono bisogna vedere se la misurazione dell'atteggiamento e' affetta da errori.

$$X_o = X_v + E_t$$

X_v quantita' vera
E_t Errore totale

L'Errore $E_t = \epsilon_i + \epsilon_c$

errori provocati dallo strumento o nell'utilizzo

errore dovuto a fattori non controllabili

Un questionario e' valido se $\sum E_t = 0$. errore totale e' nullo

Un questionario e' affidabile se $E_c = 0$ cioe' la componente dell'errore casuale e' annullata.

L'affidabilita' e' un concetto meno ampio della validita', se una misura e' valida e' anche affidabile ma non e' vero il contrario. L'affidabilita' rappresenta una condizione necessaria ma non sufficiente.

Per misurare l'affidabilita' si usa il coefficiente Alfa di Cronbach α_c $[0, 1]$. L'affidabilita' cresce quanto più α_c e' prossimo a 1.

$$\alpha_c = \frac{m}{m-1}\left[1 - \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ii}}{\sum_{j=1}^{m} x_{ij} \sum_{i=1}^{m} x_{ij}}\right]$$

m, numero item
x_{ij} coefficiente di correlazione.
$i\ j$ item

QFD

E' la metodologia usata per impostare il progetto in maniera strutturale consentendo di tener conto dei desideri dei clienti e introdurre i requisiti della qualità di un prodotto sin dalle prime fasi di progettazione.
E' uno strumento che permette di ridurre la possibilità che un aspetto essenziale della qualità sia trascurato.

L'APPROCCIO e'
- Individuare le esigenze (bisogni) dei clienti
- Convertire i bisogni in requisiti interni dell'azienda (specifiche tecniche)
- Determinazione delle operazioni per il processo di fabbricazione.

Le FASI DI SVILUPPO
- PRODUCT PLANNING MATRIX, si confrontano le esigenze primarie del cliente con le caratteristiche del prodotto (cioe' i requisiti tecnici necessari e renderlo coerente con le aspettative) CASA DELLA QUALITA'
- PART DEPLOYMENT MATRIX confronto tra requisiti del prodotto con quelli delle componenti significative in cui il prodotto può essere scomposto cioè dei relativi componenti.
- PROCESS PLANNING MATRIX si mettono a confronto le caratteristiche delle parti (componenti con le rispettive fasi di processo)
- PROCESS/QUALITY CONTROL MATRIX si mette in collegamento le caratteristiche di processo con i parametri di controllo qualità.

I 4 moduli creano una legame concettuale tra i requisiti del prodotto e le caratteristiche in termini di qualità del prodotto finale

3• CREAZIONE DELLA MATRICE DELLE RELAZIONI:

Cioè valutare in quale misura le caratteristiche tecniche possono influenzare la qualità attesa in termini di un suo grado di soddisfazione △ ○ ●

4• SVILUPPO DELLA QUALITA' ATTESA.

Pianificazione della qualità, classificazione, gerarchizzazione delle attese del cliente e loro analisi comparativa.

A) MODELLI DEL CLIENTE E MODELLO DI KANO, ci sono 5 categorie di attributi qualitativi

- B (BASIC) indispensabili, la loro assenza crea una forte insoddisfazione
- O (ONE DIMENSIONAL) non eccessivamente allettanti ma la cui presenza provoca soddisfazione.
- E (EXCITEMENT) attraggono e deliziano e contribuiscono a differenziare il prodotto.
- I (INDIFFERENT) presenza o assenza è indifferente.
- R (REVERSE) la presenza provoca insoddisfazione.

La costituzione dei requisiti di un prodotto deve includere B-O-E.

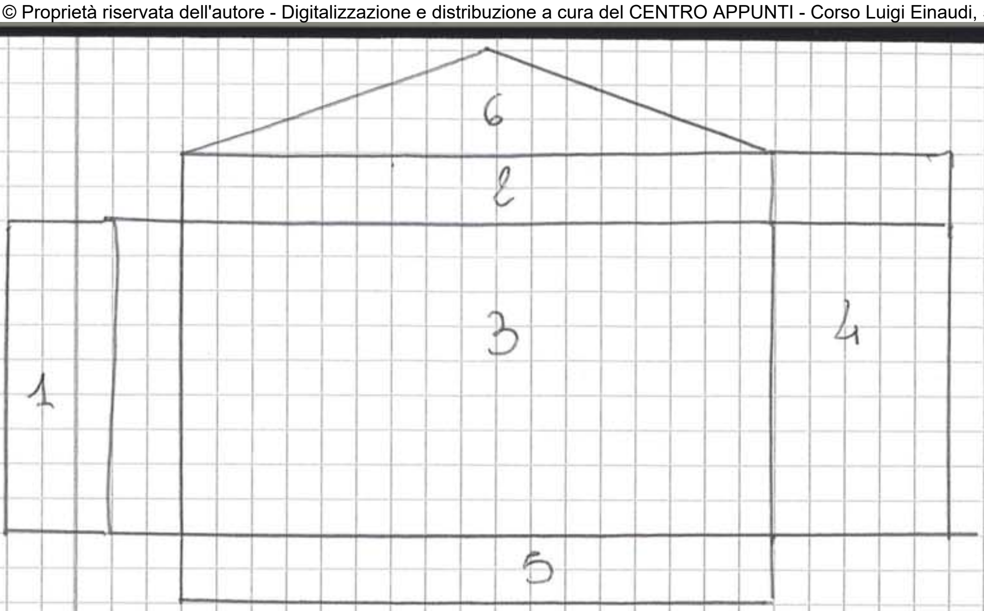
B) GERARCHIZZAZIONE DELLE RICHIESTE DEL CLIENTE

È fatta attraverso l'esperienza diretta dei membri del team con i clienti o sui sondaggi. Si usa una scala da 1 a 5 e si ottiene progettando dei questionari che permettono una distribuzione statistica dei pesi per ogni requisito del cliente. (ISTOGRAMMI)

C) BENCHMARKING SULLA QUALITA' PERCEPITA fa fare al cliente un confronto tra il prodotto della propria azienda e altri prodotti della concorrenza che sono nella stessa fascia di mercato

D) OBIETTIVO DI SODDISFAZIONE DELLE ATTESE

- sulla base del benchmarking vengono stabiliti i punti di forza del prodotto e quelli importanti con punteggio pari a 1,5, possibili 1,2 e 1 per le richieste che non sono considerati punti di forza
- Fisso i valori di target del nuovo modello nella colonna "Obiettivi nuovo modello" da 1 a 5 e nella colonna Grado di miglioramento e calcolo il rapporto tra il valore di target e la valutazione attuale del cliente



Il QFD permette un confronto continuo con quanto offre e realizza la concorrenza. Si identifica infatti un profilo in base alle caratteristiche tecniche che qualificano le prestazioni di un prodotto QUALITY PROFILO
Vi è un algoritmo QBENCH

- ASSUNZIONI: la soluzione può assumere solo valori coincidenti con gli estremi delle scale dei criteri (min-max) il dominio è composto da tali valori. di solito i valori intermedi sono occupati dalla concorrenza
- INIZIALIZZAZIONE $l=1$ si genera il primo profilo per l'alternativa da costruire i valori $g_j(e^l)$ vengono posizionati ai valori minimi delle scale dei singoli criteri tranne per il criterio a più alto peso che si pone il max tra le alternative.
  - A) Generazione del profilo al passo $(l>1)$ non considero il criterio considerato al passo precedente. e metto il max del criterio a peso più alto
  - B) Test di verifica se si verifica $e^l S e_i \forall i=1...m$ se sì è la soluzione cercata

L'algoritmo si ferma quando la soluzione determinata supera le alternative dei concorrenti secondo il metodo ELECTRE II. Garantisce sempre almeno una soluzione

INDICATORI

Gli indicatori nascono per descrivere fenomeni complessi ma bisogna vedere le condizioni per le quali un gruppo di indicatori rappresentano un fenomeno. Consentono di filtrare l'enorme flusso di dati che ruota intorno ad un sistema. Il sistema degli indicatori dovrebbe divenire uno strumento informativo per valutare il grado di raggiungimento degli obiettivi per la qualita' prefissati

La costruzione di un indicatore dipende dallo scopo dalla complessita' di un fenomeno e ruolo da svolgere

Le PROPIETA' sono

- RAPPRESENTATIVITA'
- SEMPLICITA' E AGEVOLE INTERPRETAZIONE
- CAPACITA' DI INDICARE LA TENDENZA NEL TEMPO
- SENSIBILITA' AI CAMBIAMENTI CHE AVVENGONO NELL'ORGANIZZAZIONE
- FACILITA' NELLA RACCOLTA E ELABORAZIONE DATI
- RAPIDITA' DI AGGIORNAMENTO
- ECONOMICO

Le FUNZIONI sono.

- CONTROLLO, valutare e controllare le prestazioni delle risorse di cui sono responsabili
- COMUNICAZIONE rendere note le prestazioni di un processo a tutti coloro che interagiscono con esso
- MIGLIORAMENTO identificare i gap prestazionali tra aspettative e risultati ottenuti

INDICATORE HDI

E' una misura di sintesi delle attività di sviluppo umano di un paese attraverso tre dimensioni fondamentali Per ogni indicatore si definiscono valori minimi e massimi in modo da garantire che ogni dimensione sia espressa tra 0 e 1

$$\text{INDICATORE DELLA DIMENSIONE} = \frac{\text{VALORE ATTUALE} - \text{VALORE MINIMO}}{\text{VALORE MASSIMO} - \text{VALORE MINIMO}} = \frac{X - min}{max - min}$$

- LEI misura la speranza di vita alla nascita

$$LEI = \frac{\text{vita attesa} - 25}{85 - 25} \quad \in [0;1]$$

25 e 85 sono i valori minimi e massimi della durata della vita nel mondo. sono dei valori attesi

- **EFFETTI DELLA COMPENSAZIONE** cioè gli effetti di debolezza su qualche dimensione sono compensati dagli elementi di forza sulle altre

- **INDIPENDENZA INDICATORI** quando una somma è usata per aggregare differenti dimensioni di un modello identiche posizioni di due elementi non sono rilevanti ai fini del loro confronto.
- **COSTRUZIONI DELLE SCALE DEGLI INDICATORI**

INDICE ATMO

È basato sull'analisi delle concentrazioni del biossido di zolfo (SO_2) biossido di azoto (NO_2), ozono (O_3) particolato sottile (PM_{10}) la concentrazione è tradotta su una scala di 10 livelli ATMO è calcolato come

$$ATMO = \max\{I_{NO_2}; I_{SO_2}; I_{O_3}; I_{polveri}\}.$$

Non è un indice compensativo perché non discrimina situazioni differenti

CONDIZIONE UNICITÀ

L'obiettivo è quello della rappresentazione è una descrizione finalizzata e rendere tangibile un contesto empirico per effettuare valutazioni, confronti, e previsioni. Dato un contesto si possono definire uno o più obiettivi Q_p un set di indicatori S_Q è un entità che operazionalizza il concetto di obiettivo di rappresentazione $S_Q = \{I_i\}_Q$

Un indicatore è di **base** se è ottenuto tramite la diretta osservazione di un sistema empirico

Un indicatore è **derivato** se si ottiene dall'aggregazione di due o più indicatori di base

Si parte dall'indicatore di base e si costruiscono gli indicatori derivati di livello diverso fino a concentrare l'informazione in un indicatore unico

Dato un obiettivo di rappresentazione non è detto che l'indicatore in grado di rappresentarlo sia unico

METODO BALANCED SCORECARD

Il concetto di bilanciamento consiste nel dare il giusto peso a tutte le dimensioni importanti per la vita di un processo o di un'organizzazione non soltanto alla dimensione economica/finanziaria. Ci sono 4 prospettive d'osservazione.

1 Financial, come teniamo in considerazione i requisiti degli stakeholders
2 Customer, quanto bene sono soddisfatte le richieste dei clienti.
3 Internal business process, quanto bene l'organizzazione risponde all'erogazione dei sottoprocessi chiave?
4 Learning and growth: l'organizzazione è in grado di sostenere motivazione cambiamento e miglioramento continuo?

Bisogna dare il giusto peso a tutte le dimensioni importanti. Ogni prospettiva è direttamente collegata agli obiettivi di prestazione e influenza secondariamente anche le altre.

Uno schema è del tipo

	P_1	P_2	P_3
O_1	I_{11}	..	
O_2	I_{21}	..	
O_3			

P dimensioni/prospettive
O obiettivi dell'organizzazione.

PERFORMANCE DASHBOARD (Cruscotto delle prestazioni)

È uno strumento grafico che illustra in maniera sintetica il livello prestazionale di un sistema; evidenzia quali sono i fattori critici e i rispettivi effetti sullo stato di salute di un processo. Se uno strumento segnala un'anomalia si procede con un'analisi di maggior dettaglio. Progettare un buon cruscotto evita che gli indicatori siano troppo disgiunti e non rappresentativi dei diversi ambiti e/o livelli di responsabilità. È essenziale che il cruscotto sia affidabile e consente un agevole aggregazione dei valori per elaborazioni successive.

PROBLEMA SINTESI INDICATORI

Gli indicatori di sintesi possono essere selezionati sulla base di diverse logiche alternative:

A) Sintesi basate sui valori di importanza relativa, considerando sia le importanze degli obiettivi di rappresentazione sia il numero e il tipo di relazioni dell'indicatore con ogni obiettivo. Si considerano gli obiettivi di maggior peso.
Partendo dalla matrice delle relazioni si determina un indice scala di importanza o di punteggio per gli indicatori usando Independent Scoring

- Conversione
  - Δ 1 debole.
  - ○ 3 medio
  - ● 9 forte
- Determinazione livello di importanza

$$w_j = \sum_{1}^{m} d_i r_{ij}$$

r_{ij} relazione cardinale tra obiettivo i e indicatore j.

d_i grado di importanza relativa dell'obiettivo.

Gli indicatori che andranno a costituire il set sono quelli in testa alla graduatoria per ordine di importanza fino a una soglia di taglio definita sulla base di considerazioni specifiche sul processo.
Più è elevata la soglia più è basso il numero di indicatori.

B) Sintesi minimum set covering seleziona il più piccolo insieme di indicatori in grado di influire su tutti gli obiettivi del processo considerando l'importanza relativa

C) Sintesi basata sul grado di correlazione tra indicatori espresso in termini qualitativi tra indicatori

Si usa quando

- la verifica è distruttiva
- il costo dell'ispezione al 100% è troppo elevato
- si desidera motivare gli addetti nella logica del miglioramento continuo nel modo di produrre
- il rifiuto di interi lotti o del rinvio dei pezzi difettosi induce una motivazione più forte nel fornitore a migliorare la qualità.

Vantaggi

- meno costoso
- meno maneggiamento del prodotto.
- possibile verifica distruttiva
- minor numero di persone coinvolte
- riduce la numerosità degli errori dell'ispezione
- rifiuto dell'intero lotto. porta al fornitore a migliorare la qualità

Svantaggi

- rischio di accettare lotti cattivi e rifiutare lotti buoni
- si ottengono meno informazioni
- richiede una pianificazione e una documentazione della procedura di campionamento.

DEFINIZIONI

Lotto quantità determinata di un prodotto o materiale accumulatosi sotto condizioni che vengono valutati come uniformi

DIFETTOSO l'intera unità di prodotto non conforme alle sue specifiche

DIFETTO una qualsiasi manifestazione del prodotto del non raggiungimento di una specifica (un elemento difettoso può avere + difetti)

N insieme elementi di un lotto.

→ insieme difettosi

$m \leq N$ (D) insieme degli elementi difettosi in un lotto. (D)

n numerosità degli elementi estratti dal lotto (campione)

Nella realtà le cose sono diverse le coordinate cambiano.

$F:(p_1;1) \longrightarrow F'_1(p_1;1-\alpha)$ α rischio Fornitore

$C(p_2;0) \longrightarrow C'_1(p_2;\beta)$ β rischio Committente

La CURVA OPERATIVA **OC** rappresenta la probabilità di accettazione del lotto in funzione della frazione di unità difettose, cioè mostra la probabilità che un lotto sottoposto a ispezione e che presenti una certa frazione di elementi difettosi sia accettato o rifiutato.

Come si disegna? Qual'è la probabilità di accettazione se $d \leq c$??

- Se N è finito posso usare la distribuzione ipergeometrica

$$P_A = P[x \leq c] = \sum_{x=0}^{c} \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$x = 0, 1, \dots \min(n, D) = c$

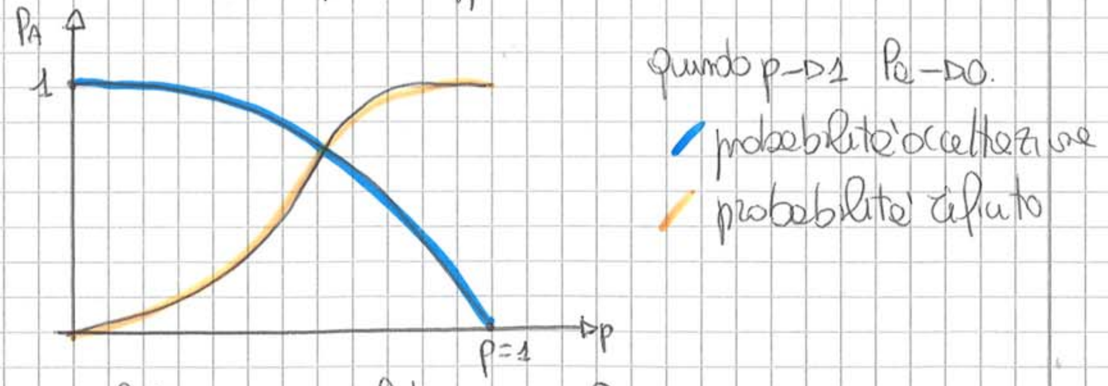
$D = N \cdot p$

↳ probabilità di accettazione.

- Se $\frac{n}{N} \leq \frac{1}{10}$ Approssimo l'ipergeometrica con la Binomiale.

$$P_a = P(x \leq c) = \sum_{x=0}^{c} \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \qquad p = \frac{D}{N}$$

La curva caratteristica è quella appena trovata con dati n e c.



$p=0$ lotto senza difetti $D=0$ $P_a=1$

$p=1$ lotto con tutti difettosi $D=N$ $P_a=0$

Ogni piano di campionamento (con N, n e c) ha la propria curva operativa caratteristica(oc)

P_1 e' detto AQL (livello di qualità accettabile)

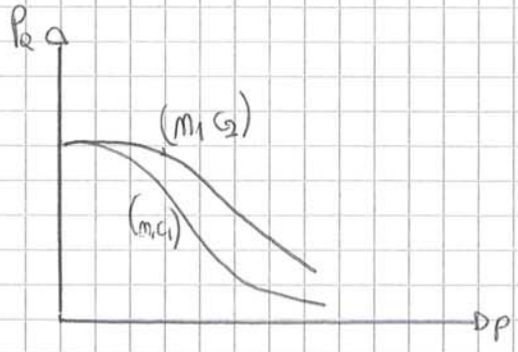
P_2 e' detto LTPD (percentuale tollerata di elementi difettosi nel lotto)

Vediamo come varia la curva OC al variare dei parametri N, n, c.

Se prendo 2 curve OC con N uguale avrò 3 casi

- $n_1 = n_2$

  $c_1 < c_2$

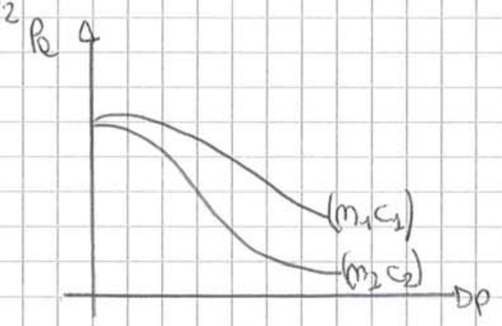


A parità di difettosità p, la curva OC con c + basso e' la + severa perché ha Pa + basso

n costante

- $n_1 < n_2$

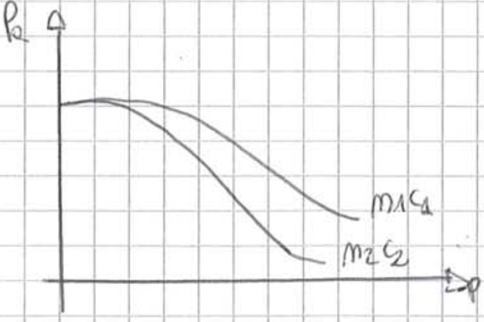
  $c_1 = c_2$



A parità di difettosità p, la curva OC con n maggiore e' la più severa perché ha Pa + basso

- $n_1 < n_2$

  $c_1 < c_2$



n e c spingono in direzioni opposte al loro aumentare ma l'effetto più rilevante ce l'ha il parametro n.

Il parametro che detta il comportamento del piano e' n, + e' piccolo + il piano di campionamento e' poco selettivo, + e' alta la probabilità di non accettarlo + il lotto e' grande meno e' probabile l'accettazione del lotto.

PIANI PER ATTRIBUTI quando l'elemento controllato viene classificato come qualitativamente buono o difettoso

PIANI PER VARIABILI quando l'elemento controllato e' sottoposto alle verifiche di una o più caratteristiche quantitative.

CONTROLLO X LOTTI controllo sistematico di lotti portati in accettazione

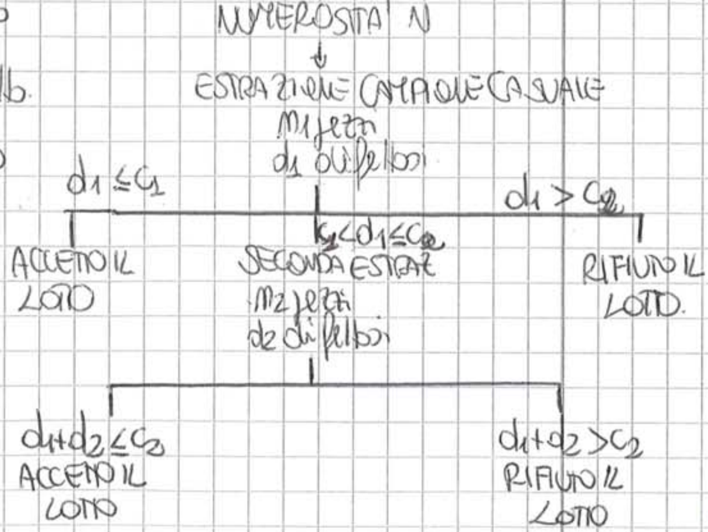
CONTROLLO X PRODUZIONI IN CONTINUO lotti non definiti in maniera marcata con sistema di controllo marcato.

TIPI DI PIANI DI CAMPIONAMENTO

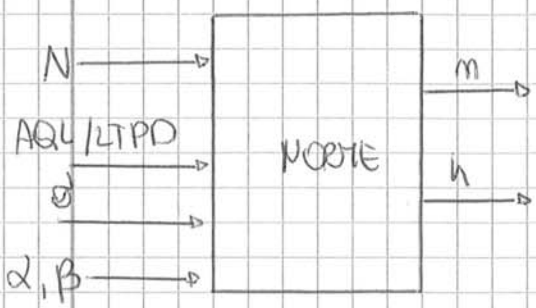
- **SINGOLO** (n,c) viene selezionato in modo casuale dal lotto un campione di n unità e le condizioni del lotto viene determinate sulla base dell'informazione contenute in tale campione

c numero accettazione.

- **DOPPIO** $(n_1 c_1)(n_2 c_2)$ $c_2 > c_1$ e' richiesto un secondo campione per valutare il lotto. Le info derivanti dal primo e secondo campione vengono combinate x decidere. Dopo il 1° campione decido se accettare rifiutare o prelevare un 2° campione.



PARAMETRI x L'INDIVIDUAZIONE DEI PIANI x VARIABILI



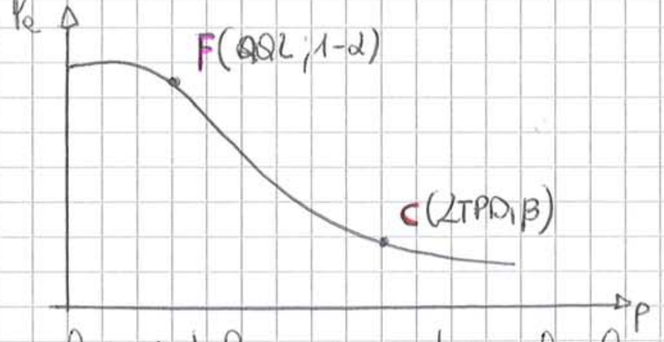
- Entità del lotto N
- Livello di ispezione n
- grado di severità k
- Protezione (AQL, LTPD)
- informazioni sulla variabilità σ distribuzione.
- Rischi del Fornitore e del Committente

Se non si ricorre all'utilizzo delle norme si costruiscono piani ad hoc

COSTRUZIONE PIANI AD HOC

I parametri per la definizione di un piano sono le terne (N, n, c)
N è stabilito da considerazioni logistico-gestionale per gli altri 2 parametri considero F e C

- F è disposto ad accettare che un lotto venga rifiutato anche se conforme con probabilità (1-α). Il lotto con difettosità pari a AQL viene accettato con probabilità (1-α) (punto F) → rischio Fornitore
- C accetta un lotto difettoso con probabilità β. Il lotto avente difettosità LTPD viene accettato con probabilità β → rischio Committente.



Per trovare le variabili n e c, ipotizzo che la OC passi per quei due punti.

$$\begin{cases} 1-\alpha = \sum_{i=0}^{c} \dfrac{\binom{N\cdot AQL}{i}\binom{N-N\cdot AQL}{n-i}}{\binom{N}{n}} \\ \beta = \sum_{i=0}^{c} \dfrac{\binom{N\cdot LTPD}{i}\binom{N-N\cdot LTPD}{n-i}}{\binom{N}{n}} \end{cases}$$

DISTRIBUZIONE
IPERGEOMETRICA

PIANO DI CAMPIONAMENTO DOPPIO PER ATTRIBUTI

Definito $(n_1 c_1)$ e $(n_2 c_2)$. con $c_2 > c_1$ la probabilità di accettazione è

$$P_e = P_e' + P_e''$$

P_e' probabilità di accettazione al 1° campione

P_e'' " " " " 2° campione

Il secondo campione viene estratto solo se ci sono più di c_1 elementi difettosi nel primo campione cioè se $c_1 < d_1 < c_2$

$$P_e = \underbrace{P(d \le c_1/n_1)}_{P_e'} + \sum_{n=c_1+1}^{c_2} \underbrace{P(d_1|n_1)}\,\underbrace{P(d_2 \le c_2-d_1|n_2)}$$

Probabilità che il lotto venga accettato con il 1° campione

Probabilità che in n_2 $c_1 \le d_1 \le c_2$

Probabilità che in n_1+n_2 si abbia $d_1+d_2 \le c_2$ e che dunque si accetti il lotto con il 2° campionamento

P_e''

CURVE TIPO A

$$P_e = \sum_{i=0}^{c_1} \frac{\binom{Np}{i}\binom{N-Np}{n-i}}{\binom{N}{n_1}} + \sum_{n=c_1+1}^{c_2} \frac{\binom{N-Np}{n_1-n}\binom{Np}{n}}{\binom{N}{n_1}} \left[\sum_{j=0}^{c_2-n} \frac{\binom{N-Np}{n_2-j}\binom{Np-n}{j}}{\binom{N-n_1}{n_2}}\right]$$

CURVE TIPO B

$$P_e = \sum_{i=0}^{c} \left(\binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}\right) + \sum_{n=c_1+1}^{c_2} \left(\binom{n_1}{n} p^n (1-p)^{n_1-n}\right) \left[\sum_{j=0}^{c_2-n} \left(\binom{n_2}{j} p^j (1-p)^{n_2-i}\right)\right]$$

PIANI DI CAMPIONAMENTO INTERMITTENTE (SKIP-LOT)

Sono piani pensati con il fine di ispezionare solo alcune frazioni dei lotti. Dovrebbero essere utilizzati solo quando la qualità del prodotto è di buon livello e ho fornitori fidati. Esso si riferisce alla definizione di una strategia di campionamento casuale dei lotti non delle unità all'interno dei lotti

PROCEDURA.

Campionare ogni lotto secondo il piano di riferimento (semplice, doppio, multiplo, sequenziale)

↓

Continuare il campionamento di ogni lotto fino a quando non sono stati accettati "i" lotti di seguito.

↓

Settare dei lotti selezionando lotti con frequenza "f" e ispezionarli secondo il piano di riferimento. è definito ispezione skipping

↓

Finché nessun lotto viene respinto continuare e campionare solo una frazione f dei lotti

Se un lotto viene respinto dal piano di riferimento ritornare all'ispezione di ogni lotto con il piano di riferimento

i numero di accettazione intero positivo, lotti consecutivi

f frazione campionaria $(0 < f < 1)$ di lotti

$$P_a = \frac{fP + (1-f)P^i}{f + ((1-f)P^i)}$$

Questi piani sono utilizzati dove è importante ridurre il numero medio di ispezioni e l'ASN è $ASN(SKSP) = ASN(R) \cdot F$

↳ campionamento di riferimento per la frazione media dei lotti ispezionati

CSP2 L'ispezione a tappeto re-inizia se si riscontra una seconda unità difettosa durante il campionamento.

ISPEZIONE AL 100% UNITA' ◁

↓

Quando i unità sono prive di difetti

↓

Ispezionare solo una frazione f delle unità selezionate in modo casuale finché non si trova un difetto.

↓

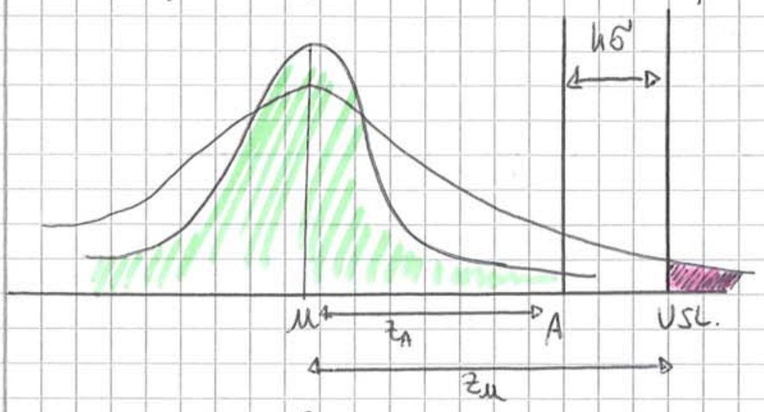
Quando si trova un difetto continuare il campionamento e contare il numero di unità finché non si trova un difetto.

Se non si trovano difetti nelle i unità seguenti continuare il campionamento.

SE si trova un difetto al f=2 nelle i unità seguenti tornare all'ispezione al 100%

E' + delicato del CS1, se trovo un difetto nel controllo frazionato aspetto di trovare un altro difetto nel campionamento frazionato, una volta trovato lo faccio il controllo al 100%.

h e' il numero di deviazioni standard che definiscono la distanza tra il limite di specifica (superiore/inferiore) e il limite di riferimento per l'accettazione.



Le due distribuzioni hanno la stessa centratura e μ ma hanno una diversa dispersione.

🟥 e' la frazione dei difettosi del processo, cioe' la difettosita' p.
+ la media e' spostata verso sinistra + la difettosita' sara' bassa.
🟩 l'area alla sinistra di A rappresenta la probabilita' di accettazione.

$$\bar{z}_A = \frac{A-\mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{A-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{A-\mu}{\sigma}\cdot\sqrt{n} = z_A\cdot\sqrt{n}$$

Come faccio a calcolare P_a?

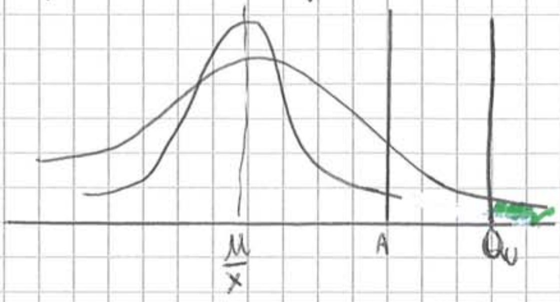
cerco il valore all'interno

1 $\phi(z_u)=1-p$ calcolare $z_u=\phi^{-1}(1-p)$ nella tabella
2 Noto z_u calcolare $z_A=z_u-h$
3 Noto z_a, calcolo $\bar{z}_A=z_A\cdot\sqrt{n}$
4 $P_a=\phi(z_A)$
cerco il valore fuori

$\bar{z}_A$ e' il valore che lega la posizione di A con la posizione che ha rispetto alla media campionaria.

In modo analogo si avra' con LSL limite inferiore

METODO M Non si guarda più alla distanza tra U e A ma si ragiona sulla proporzione di difettosi cioè in base alle aree



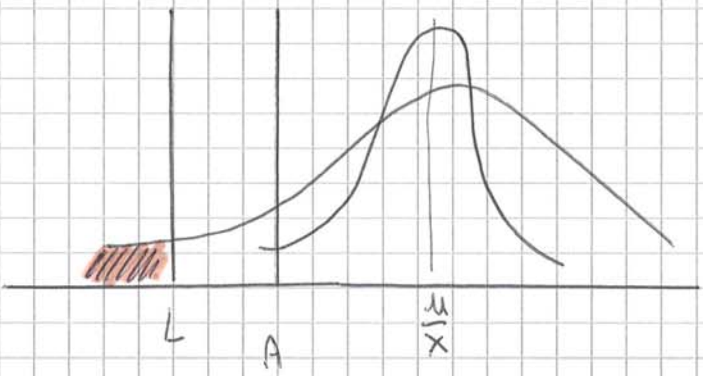
1 Estrazione n

2 Calcolo $\bar{x}$

3 Calcolo $Q_U = \frac{U - \bar{x}}{\sigma} \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}}$

4 $\hat{p}_U = 1 - \phi(Q_U)$

5 Se $\hat{p} > M$ rifiuto.
Se $\hat{p}_U \leq M$ accetto.



1 Estrazione n

2 Calcolo $\bar{x}$

3 Calcolo $Q_L = \frac{\bar{x} - L}{\sigma} \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}}$

4 Calcolo $p_L = \phi(Q_L)$

5 $p_L \leq M$ accetto
$p_L > M$ rifiuto

Quando ci sono entrambi i limiti uso il metodo M

- σ ignota. Z_L e Z_U sono stimati attraverso la deviazione standard campionaria S, che viene sostituito a σ nelle formule.

Chiameremo $z_1 = z_{AQL} \rightarrow \phi(z_{AQL}) = 1 - AQL$

$z_2 = z_{LTPD} \rightarrow \phi(z_{LTPD}) = 1 - LTPD$

Dal primo grafico si ha

$$z_1 \sigma = h\sigma + z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Dal secondo.

$$z_2 \sigma = h\sigma - \left(-z_\beta \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = h\sigma + z_\beta \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Faccio la differenza tra le due e ottengo **n**

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha} - z_\beta}{z_1 - z_2}\right)^2 \quad e \quad h = \frac{z_{1-\alpha} z_2 - z_\beta z_1}{z_{1-\alpha} - z_\beta}$$

Quindi n e h permettono di costruire un piano di campionamento per variabili ad hoc, conoscendo AQL, LTPD, α, β

② Nomogramma di Jacobson

- Si traccia la retta "del fornitore" tra AQL e (1-α)
- Si traccia la retta "del committente" tra LTPD e β.

permette di gestire i due casi

- σ nota, dopo l'intersezione tracciare una retta perpendicolare (parallela agli assi laterali) per trovare n, per h seguire le curve.
- σ non nota, dopo l'intersezione nel punto trovato seguire le curve per trovare n e h

È possibile passare da n(σ nota) a n(σ non nota) attraverso la RELAZIONE DI WALLIS

$$n(\sigma \text{ non nota}) = n(\sigma \text{ nota}) \cdot \left(1 + \frac{h^2}{2}\right)$$

Il nomogramma permette di calcolare anche la probabilità di accettazione noto p, n e h

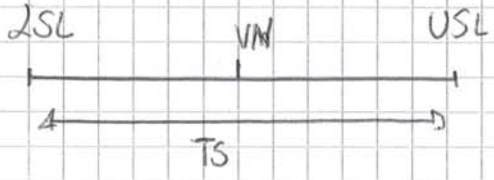
- segnare p sull'asse omonimo del nomogramma.
- dato n e h trovare la coordinata corrispondente.
- tracciare una retta che congiunge i due punti e farla continuare finché non interseca l'asse dietro, il punto d'incontro determina Pa

CONTROLLO STATISTICO DI PROCESSO

Il controllo viene effettuato perché esiste una variabilità intrinseca nei processi produttivi. bisogna infatti ridurre la variabilità cioè cercare di produrre oggetti che siano il più simili possibili. Il progettista deve definire una finestra di valori nel quale il prodotto deve posizionarsi.
Si definiscono:

- **VN** Valore Nominale, valore di riferimento della caratteristica dell'oggetto.
- **TS** Tolleranza di Specifica

LSL limite specifica inferiore
USL limite specifica superiore



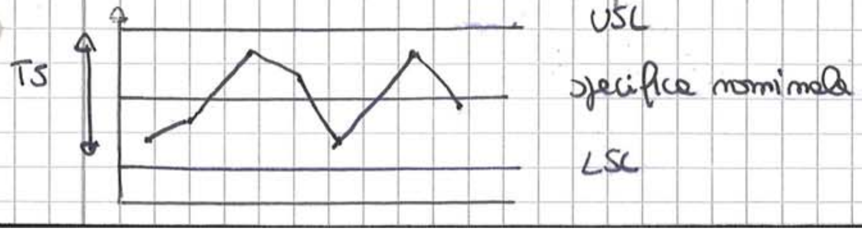
VN ± TS

Ci si pone delle domande

1) Come vengono definite le specifiche di un prodotto e le sue tolleranze?
Più le specifiche sono restrittive più si rende critico il processo.
2) Come si stabilisce la variabilità naturale del processo, cioè quella reale dell'habitat del processo?
3) Come è possibile mantenere e verificare che un processo sia sotto controllo nel tempo?

Si definisce VARIABILITA' NATURALE la tendenza del processo a realizzare sotto condizioni gestive normali, prodotti differenti rispetto agli obiettivi produttivi, si misura attraverso la tolleranza naturale che è la stima di quello che accade in un processo di produzione.

Come muove la variabilità nel tempo



- Le logiche addittive invece : e' + costose

$$TN_I = TN_1 + TN_2 + TN_3 = 3TN$$

$$TN_I = 3\,TN \qquad TN = \frac{TN_I}{3}$$

- Le logiche compensative. mi da' il doppio delle tolleranze. ma e' meno costose e ho + gradi di liberta.

$$TN = \pm 3\sigma_x$$

Se le grandezze non fossero lineari ??

$$y = g(x_1 x_2 \ldots x_3) \qquad g \text{ funzione non lineare}$$

Si effettua una linearizzazione della funzione. Viene sviluppata nell'intorno del valor medio e si aggiunge un termine relativo

$$y = g(x_1, x_2, \ldots x_n) = g(\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_n) + \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\delta g}{\delta x_i}\right|_{\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_n} (x_i - \mu_i)$$

$$E[Y] = \mu_Y \cong g(\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_n)$$

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\left.\frac{\delta g}{\delta x_i}\right|_{\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_n} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2$$

- Se lineari

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_m x_m$$

$$\mu_Y = \sum_{i=1}^{m} a_i \mu_i$$

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{m} a_i^2 \sigma_i^2$$

Nel progettare una carta di controllo occorre specificare la dimensione del campione da analizzare e la frequenza di campionamento. Maggiore è la dimensione del campione, maggiore è la facilità nell'individuare piccoli spostamenti o variazioni del processo. Per la frequenza invece si preferisce essere elevata. Ci sono due strumenti:

- **ARL** lunghezza media delle sequenze, numero medio di punti/campioni che devono essere osservati prima che un punto cada al di fuori del controllo

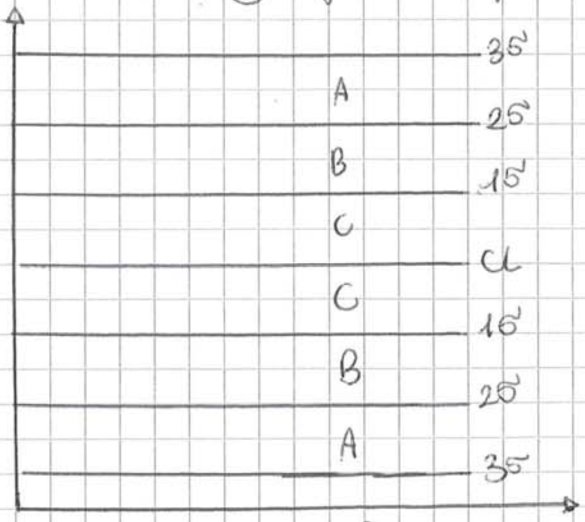
  $ARL = \frac{1}{p}$ dove p è la probabilità che un punto esca il controllo

- **ATS** tempo medio al segnale, indica il tempo medio intercorrente tra due segnali di fuori controllo. Tempo per ottenere una deriva.

  $ATS = ARL \cdot h$ dove h è l'intervallo di tempo costante che passa tra due campionamenti.

ANALISI ANDAMENTI CARTA DI CONTROLLO

Una carta di controllo può indicare una situazione di fuori controllo o di controllo. Le regole per identificare ciò sono quelle della Western Electric



Lo spazio è stato diviso in zone

- ZONA C = $\pm\sigma$
- ZONA B = $\pm 2\sigma$
- ZONA A = $\pm 3\sigma$

- almeno uno dei punti cade fuori dai limiti
- 2 su 3 punti consecutivi cade oltre i 2σ cioè ZONA B
- 4 su 5 punti consecutivi cade oltre 1σ cioè ZONA C
- 8 punti consecutivi cadono tutti dalla stessa parte

INDIVIDUANO SITUAZIONI ANOMALE

CARTA $\bar{X}$ - R → numerosità piccola

- $\bar{X}$ osserva il comportamento delle medie del processo
- R osserva il comportamento della variabilità del processo

- $\bar{X}$ va a fotografare la variabilità tra campioni
- R va a fotografare la variabilità all'interno del campione

Il modello di riferimento è

$$\begin{cases} UCL = \mu + z_{\frac{\alpha}{2}}\,\sigma_x = \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ CL = \mu \\ LCL = \mu - z_{\frac{\alpha}{2}}\,\sigma_x = \mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{cases}$$

di solito si pone $z_{\frac{\alpha}{2}} = L = 3$ di conseguenza α (errore di 1° specie) = 3%

Ciò ipotizzando di conoscere μ e σ. Ma nella realtà bisogna stimarli, per fare ciò ho bisogno di almeno 20-25 campioni.

Il miglior stimatore è la media delle medie degli m campioni ottenuti con numerosità n

$$\bar{X} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \ldots + \bar{x}_m}{m} = \frac{\sum x_i}{m}$$

Per costruire i limiti di controllo si ha bisogno della stima della deviazione standard. In questo caso usiamo il RANGE.

$$R = x_{MAX} - x_{MIN}$$

x m campioni, lo stimatore è il range medio.

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \ldots + R_m}{m}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\bar{X} = \begin{cases} UCL = \bar{x} + A_2\bar{R} \\ CL = \bar{\bar{x}} \\ LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 R \end{cases} \qquad R = \begin{cases} UCL = D_4\bar{R} \\ CL = \bar{R} \\ LCL = D_3\bar{R} \end{cases}$$

D_3 e D_4 tabelle

Va bene per dimensioni del campione relativamente piccole. Per $n > 10$ non va bene.

Faccio prima la R e poi la X

CARTA $\bar{X}$-S

→ numerosità alta.

- dimensione campionaria grande $n > 10$.
- dimensione campionaria variabile.

Si usa come stimatore la varianza campionaria

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{x})^2}{m-1}$$

$$\sigma_S = \sigma\sqrt{1-c_4^2} \qquad \bar{S} = c_4 \cdot \sigma$$

$$S = \begin{cases} UCL = c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} = B_6 \cdot \sigma \\ CL = c_4\sigma \\ LCL = c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} = B_5 \cdot \sigma \end{cases} \qquad \begin{matrix} B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2} \\ \\ B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \end{matrix}$$

- Se non sono noti σ

Calcolo $\bar{S} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} S_i$

$$S \begin{cases} UCL = \bar{S} + 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} = B_4\bar{S} \\ CL = \bar{S} \\ LCL = \bar{S} - 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} = B_3\bar{S} \end{cases} \qquad \begin{matrix} B_4 = \frac{B_6}{c_4} \\ B_3 = B_5 / c_4. \\ \sigma = \frac{\bar{S}}{c_4} \end{matrix}$$

$$X = \begin{cases} \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{m}} \\ CL = \bar{x} \\ LCL = \bar{x} - 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{m}} \end{cases} \qquad \begin{cases} UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{S} \\ CL = \bar{\bar{x}} \\ LCL = \bar{x} - A_3\bar{S} \end{cases} \qquad A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{m}}$$

Se $m > 25$

$$c_4 = \frac{4(m-1)}{4m-3} \qquad A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{m}}$$